Содержание

Аннотация

Это вводный абзац в начале документа.

1 Языки и их свойства, операции над языками

1.1 Введение

Назовём множество абстрактных объектов – символов – алфавитом Σ. Пусть алфавит конечный. Пустой и бесконечный алфавиты нам неинтересны.

Введём слово над алфавитом $\Sigma : w(A) = a_i, a_i \in \Sigma, \forall i = 0..|w(A)|$ – последовательность (строка) символов из алфавита $, 0 \leq |w(\Sigma)| < +\infty$.

Чтобы оперировать словами длины 0, вводят специальный символ длины $0 - \varepsilon : |\varepsilon^n| = 0, n = 0.. + \infty$; Его называют пустым.

Обозначим множество таких последовательностей из символов алфавита Σ, включая слово длины 0, как Σ^*.Тогда некоторый язык $L(\Sigma)$ над алфавитом Σ можно задать как подмножество слов над алфавитом: $Ł(\Sigma) \subset (\Sigma^*)$. Таким образом, математически мы определили объекты, с которыми будем работать, это последовательности конечной длины и множества.

Теория формальных языков – математический способ конструктивного описания множеств последовательностей (слов) элементов некоторых множеств (алфавитов). Почему конструктивного? Потому что, в принципе, все слова языка можно просто перечислить, если:

1. любое слово – конечной длины.
2. множество слов конечно.
3. нет ограничений на временную сложность алгоритмов, используемых в работе с таким языком.

Нарушения 1) и 2), соответственно, говорят о том, что мы будем перечислять слова бесконечно, 3) это практическая хотелка – нам нужны алгоритмы, которые работают, по крайней мере, за полином небольшой степени и по времени, и по памяти, так как мы хотим работать с относительно мощными языками, и нам важна масштабируемость.

В нашем курсе 1) будет всегда выполняться: считаем, что любое слово языка – конечной длины. Но пусть 2) не выполняется, а 3) нас просят строго соблюсти. Тогда задача конструктивного, то есть 'сжатого' и точного описания множества слов обретает куда более глубокую практическую значимость.

Кроме перечисления, можно предложить еще 2 способа задания языка:

- Формальный распознаватель – все слова языка можно распознать некоторой вычислительной машиной.
- Генератор – все слова языка можно вывести посредством формальной процедуры переписывания строк по системе правил. Система математических объектов, позволяющих это сделать, называется формальной грамматикой.

С этими двумя способами теория формальных языков и работает. Мы начнём с первого, в последствии переключимся на второй, а затем синхронно двинемся дальше с обеими способами, усложняя и рассматриваемые методы, подходы и задачи.

1.2 Операции над языками

Начнём с базовых операций над элементами языков – словами.

1.2.1 Операции над словами

Опр. 1.1 *Конкатенация – склеивание*[1] *строк. Если* $u = a_1 \dots a_m$ *и* $v = b_1 \dots b_n$ *— две строки, то их конкатенация — это строка* $u \cdot v = uv = a_1 \dots a_m b_1 \dots b_n$*. Знак* $\cdot$*, как правило, опускают.*

Конкатенация строки сама с собой обозначается как возведение в степень: w^n – n раз повторяемая w. $w^1 = w, w^0 = \varepsilon$, то есть конкатенация играет роль умножения с единицей ε, и превращает язык в свободную группу.

Опр. 1.2 *Взятие префикса*

Опр. 1.3 *Взятие суффикса*

Конечно, существует множество других интересных, широкоиспользуемых либо экзотических операций, вроде инверсии слова, но оставим их за рамками.

1.2.2 Операции над языками как множествами

Объединение, пересечение, вычитание, дополнение – как с обычными множествами ... Нам они понадобятся, в особенности, при проверке свойств принадлежности языка некоторому классу.

1.2.3 Операции над языками как множествами, содержащими последовательности

Опр. 1.4 *Конкатенация языков* $L_1(\Sigma_1), L_2(\Sigma_2) \subset (\Sigma_1 \cup \Sigma_2)^*$ *– это операция склеивания всех возможных слов языков:* $L_1 \cdot L_2 = \{uv | u \in L_1, v \in L_2\}$.

Можно взять не 2, а другое число языков k. Если язык конкатенируют сам с собой, то это обозначают L^k. Для $k < 2$ операцию определяют так: если $k = 0$, то это будет язык $\{\varepsilon\}$, что соответствует определению $x^0 = 1$ для чисел. Если $k = 1$, то это будет сам L. Как видим, конкатенация играет роль умножения[2].

Опр. 1.5 *Итерация языка* L *:* $L^* = \bigcup_{k=0}^{\infty} L^k$.

Заметим, что множество слов Σ^* – итерация языка Σ.

2 Конечные автоматы

Конечный автомат – математическая модель вычислителя с конечной памятью.

[1] устоявшегося русского термина пока нет, увы

[2] это и правда умножение в некотором полукольце с единицей ε (вопрос: а какая операция – сложение в этом полукольце?)

Опр. 2.1 *Недетерминированный конечный автомат (НКА) – это кортеж* $\langle Q, \Sigma, \Delta, q_0, F \rangle$*:*

- $Q, |Q| < \infty$ – *множество состояний*
- Σ – *алфавит*
- $\Delta \subset Q \times \Sigma^* \times Q$ – *множество переходов*[3]
- $q_0 \in Q$ – *стартовое состояние*
- $F \subset Q$ – *множество финальных состояний*

Существует эквивалентное определение автомата, где вместо Δ задают функцию перехода $\delta : Q \times \Sigma^* \to 2^Q$; будем пользоваться «более графовым» определением через Δ, хотя функция перехода нам ещё понадобится.

Способ распознавания строки автоматом уже лежит в его определении: представим граф автомата. Вершины – это состояния, рёбра – переходы. Если мы находимся в стартовом состоянии, и нам подают на вход строку, то нам достаточно брать по символу/слову из Σ^*, смотреть, по каким рёбрам графа мы можем перейти (если ε – перейти можем спонтанно), совершать переход(ы), брать следующий символ/слово из Σ^*, смотреть, куда мы по нему можем перейти из текущего состояния, и так далее. Слово распозналось, если мы дошли до какого либо финишного состояния и обработали всё слово. То есть распознавание строки автоматом – суть проверка достижимости по рёбрам его графа из q_0 в одно из состояний в F.

Основным недостатком КА служит то, что мы в каждый момент времени знаем только текущее состояние и в какие мы можем из него перейти. У нас нет данных о том, что происходило ранее, и это накладывает ограничения на выразительность[4]. К примеру, нельзя составить КА, распознающий язык $a^n b^n, \forall n \in [0, +\infty)$, хотя для любого фиксированного множества n – можно (Рис. 1).

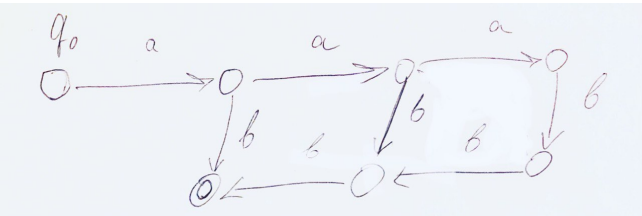


Рис. 1: КА, распознающий язык $a^n b^n, n \in [1, 3]$

[3] Δ задаёт множество двухместных отношений на Q, помеченных элементами Σ^*.

[4] тем не менее, конечные автоматы широко применяются в технике вокруг нас. Примеры: светофор, лифт, кодовый замок, система контроля воздуха в помещении, компьютерная мышь, аудиоплеер, веб-форма и т.д.

О достижимости проще говорить в терминах пар $\langle q_x, v\rangle \in Q \times \Sigma^*$, где q_x – текущее состояние, а v – недоразобранная подстрока входной строки. Такая пара называется конфигурацией автомата[5]. Введём отношение достижимости на конфигурациях.

Опр. 2.2 *Достижимость* ($\vdash$) *– наименьшее рефлексивное транзитивное отношение над* $Q \times \Sigma^*$*, такое что:*

1. $\forall w \in \Sigma^* : (\langle q_1, w\rangle \to q_2) \in \Delta \Rightarrow \langle q_1, w\rangle \Rightarrow \langle q_2, \varepsilon\rangle$
2. $\forall u, v \in \Sigma^* : \langle q_1, u\rangle \vdash \langle q_2, \varepsilon\rangle, \langle q_2, v\rangle \vdash \langle q_3, \varepsilon\rangle \Rightarrow \langle q_1, uv\rangle \vdash \langle q_3, \varepsilon\rangle$
3. $\forall u \in \Sigma^* : \langle q_1, u\rangle \vdash \langle q_2, \varepsilon\rangle \Rightarrow \forall v \in \Sigma^* \langle q_1, uv\rangle \vdash \langle q_2, v\rangle$

Теперь несложно задать язык, распознаваемый КА.

Опр. 2.3 *Пусть дан* $M = \langle Q, \Sigma, \Delta, q_0, F\rangle$*. Язык, распознаваемый автоматом* M *–* $L(M) = \{w \in \Sigma^* | \exists q \in F : \langle q_0, w\rangle \vdash \langle q, \varepsilon\rangle\}$*.*

Опр. 2.4 *Язык* L *называется автоматным, если существует КА* M *:* $L = L(M)$*. Множество таких языков* L *образует класс автоматных языков.*

На практике гораздо приятнее работать с детерминированным конечным автоматом (ДКА).

Опр. 2.5 *(Неформально) НКА* $M = \langle Q, \Sigma, \Delta, q_0, F\rangle$ *называется детерминированным КА, если*

- *Все переходы – однобуквенные:* $\forall(\langle q_1, w\rangle \to q_2) \in \Delta : |w| = 1$
- $\forall a \in \Sigma, q \in Q |\delta(q, a)| \leq 1$*, где* $\delta(q, a)$ *– множество состояний, достижимых из* q *по символу* a*. Задание: расписать* $\delta(q, w)$ *аккуратнее через конфигурации.*

Иными словами, для любых фиксированных букв, для любого состояния, переход приводит только в одно результирующее состояние.

Можно ввести ДКА-автоматный язык L_{NFA} по аналогии с тем, как вводили $L(M) = L_{DFA}$. Очевидно, что $L_{DFA} \subseteq L_{NFA}$, так как ДКА – это частный случай НКА.

Если мы покажем, что произвольный НКА сводится к ДКА, то $L_{DFA} = L_{NFA}$.

[5] по мере усложнения моделей вычислителей, мы будем добавлять новые параметры в конфигурацию – например, появится параметр, описывающий стек, и т.д.

2.1 Сведение НКА к ДКА

Л. 2.1 *(«Построение подмножеств», Рабин и Скотт [1959]). Пусть* $B = (\Sigma, Q, q_0, \Delta, F)$ *— произвольный. Тогда* $\exists$ *DFA* $A = (\Sigma, 2^Q, Q_0, \Delta', F')$*, состояния которого — помножества* Q*, который распознаёт тот же язык, что и* B*. Его переход в каждом состоянии-подмножестве* $s \subseteq Q$ *по каждому символу* $a \in \Sigma$ *ведет во множество состояний, достижимых по* a *из некоторого состояния* s*.*

Произведём серию упрощений НКА.

Утв. 2.1 *В определении НКА можно считать все переходы – однобуквенными. Для этого нужно перестроить множества* Δ *и* Q*.*

Утв. 2.2 *В определении НКА можно считать* $|F| = 1$*.*

Утв. 2.3 *(Эпсилон-замыкание) От переходов по* ε *можно избавиться, применив некоторые преобразования (см.Рис. 2).*

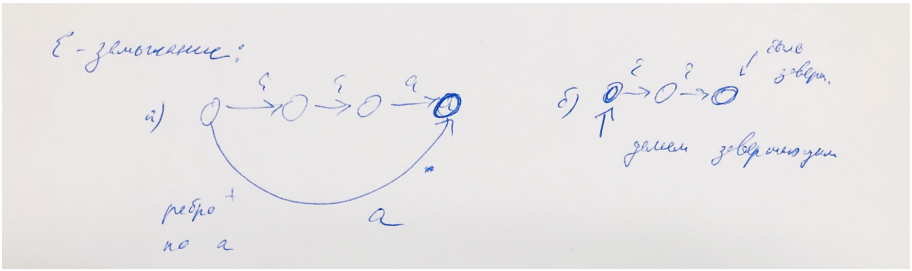


Рис. 2: Основные преобразования при построении eps-замыкания: последовательность переходов $\varepsilon \ldots \varepsilon a$ заменить на переход a (а), состояние, из которого существует переход $\varepsilon \ldots \varepsilon$ в финальное состояние – обозначить как финальное (б)

Эти утверждения доказываются технически, не будем этим заниматься сейчас (рекомендуется попробовать доказать дома или посмотреть в классических книгах и курсах).

TODO: доказательство Л2.1, алгоритм на базе метода «построение подмножеств»

Утв. 2.4 *(о корректности Л2.1). Для любой строки* $w \in \Sigma^*$*, состояние-подмножество, достигаемое DFA по прочтении строки* w*, содержит элемент* q *тогда и только тогда, когда хотя бы одно из вычислений NFA на* w *заканчивается в состоянии* q*.*

Доказывается индукцией по длине строки w.

Далее из утверждения о правильности выводится, что построенный DFA распознаёт строку $w \in \Sigma^*$ тогда и только тогда, когда распознаёт исходный

NFA. Построение переводит NFA с n состояниями в DFA с 2^n состояниями-подмножествами. На практике, многие из них обычно бывают недостижимы. Поэтому хороший алгоритм должен строить только подмножества, достижимые из уже построенных, начиная с q_0.

2.2 Минимизация ДКА

Говорят, что состояния u, v различаются словом s, если одно из них по s переводит автомат в финальное состояние, а другое нет.

Если состояния не различаются никакой строкой, они называются неразличимыми. На Рис.2 изображен ДКА, в котором есть такие: действительно, окажемся мы в финальном состоянии или нет, зависит только от количества нулей в строке, следовательно, B и C – неразличимы.

Л. 2.2 *Отношение неразличимости суть отношение эквивалентности.*

Рефлексивность очевидна, симметричность следует из определения (попробуйте заменить u и v местами).

Транзитивность: u и v неразличимы, v и w неразличимы, следовательно, u и w неразличимы, тоже очевидно.

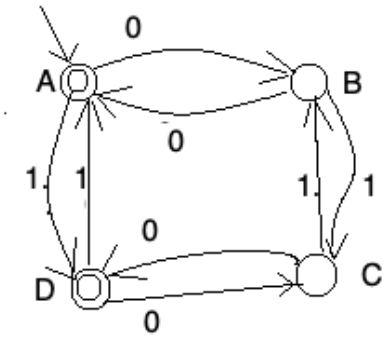


Рис. 3: ДКА, в котором есть неразличимые состояния (найдите их)

По индукции по длине строки доказывается, что модификация автомата как на Рис. 3, если состояния A и B не различимы, не меняет распознаваемый им язык.

Повторяя процедуру модификации для всех классов эквивалентности, оставляя какую-то одну вершину для каждого класса, получим некий автомат с возможно меньшим числом состояний. Можно доказать, что это число состояний – минимально.

Л. 2.3 *Пусть у ДКА M все состояния различимы и любое достижимо из стартового. Тогда M – минимальный автомат для $L(M)$*

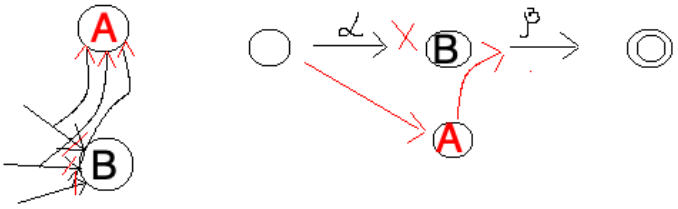


Рис. 4: Вспомогательный рисунок

Т. 2.1 *Для любого ДКА существует и единственный с точностью до изоморфизма ДКА с минимальным числом состояний.*

Интуитивно, для выполнения минимизации нужно выделить:

- Недостижимые состояния – их нужно выкинуть[6]
- Неразличимые состояния – их можно объединить в одно для каждого класса эквивалентности

Существует, как минимум, 3 способа выделить и схлопнуть неразличимые состояния:

- Наивный алгоритм основан на построении классов эквивалентности и объединении эквивалентных состояний [1], и рассматривается на семинаре. Он работает за $O(n^2)$.
- Алгоритм Хопкрофта, позволяющий решить задачу за $O(nlog(n))$. [2].
- Также существует алгоритм Бржозовского, который строит минимальный ДКА и из НКА [3]

3 Регулярные выражения и языки

3.1 Регулярные выражения

Опр. 3.1 *(Клини [1951]). Регулярные выражения над алфавитом Σ определяются так:*

- *ε — регулярное выражение.*
- *Всякий символ a, где $a \in \Sigma$ — регулярное выражение.*

[6]если этого еще не сделали на этапе построения ДКА, то можно обойти его граф из стартового состояния, например, в глубину, и собрать список достижимых состояний, а остальные удалить, модифицируя при этом остальные элементы автомата

- *Если α, β — регулярные выражения, то тогда $(\alpha|\beta), (\alpha\beta)$ и $(\alpha)^*$ — тоже регулярные выражения.*

Всякое регулярное выражение α определяет язык над алфавитом Σ, обозначаемый через $L(\alpha)$.

Всякий символ из Σ обозначает одноэлементное множество, состоящее из односимвольной строки: $L(a) = \{a\}$

Оператор выбора задает объединение множеств: $L(\alpha|\beta) = L(\alpha) \cup L(\beta)$

Конкатенация задает конкатенацию языков: $L(\alpha\beta) = L(\alpha)L(\beta)$.

Символ ε определяет пустое множество.

Оператор итерации задает итерацию: $L(\alpha^*) = L(\alpha)^*$

Приоритеты операций: сперва итерация, затем конкатенация, затем выбор.

Синтаксис регулярных выражений на практике часто расширяется, к примеру:

- повторение один и более раз $(\alpha+)$, $(\alpha+) = \alpha\alpha^*$
- необязательная конструкция ($[\alpha]$, что означает «α или ничего»), $[\alpha] = \alpha|\varepsilon = \alpha|\varepsilon^*$

Л. 3.1 *(«построение Томпсона»). Для всякого регулярного выражения α, существует NFA C_α с одним начальным и одним принимающим состояниями, распознающий язык, задаваемый α.*

Доказательство производится индукцией по структуре регулярного выражения, структурные единицы представлены на Рис. 4:

Так как, по определенению, класс регулярок замкнут относительно этих операций, то и композицию этих операций даёт и регулярку, и НКА, её распознающую. Тем не менее, так ли регулярны регулярные выражения в современных ЯП?...

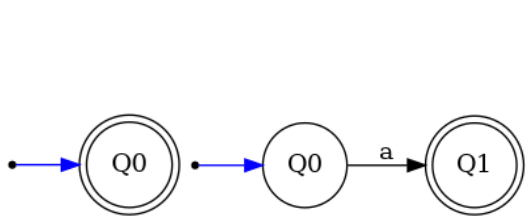
3.2 Регулярные языки

Любое регулярное выражение $reg(\Sigma)$ над алфавитом Σ задает регулярный язык L_{reg}.

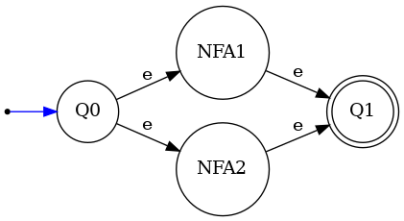
Утв. 3.1 *Любой регулярный язык задаётся грамматикой $\langle \Sigma, N, S, P \rangle$, где правила из P имеют вид $A \to a, A \to \gamma, A \to \varepsilon$, где γ - либо aB (правая регулярная грамматика), либо Ba (левая регулярная грамматика), $a \in \Sigma$, $A, B, S \in N$.*

3.2.1 Свойства замкнутости регулярных языков

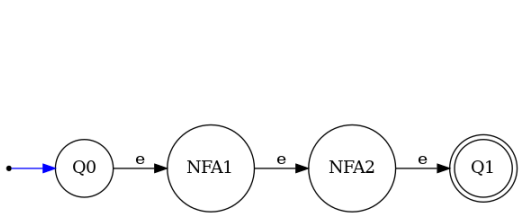
Операции, сохраняющие регулярность: ...объединение, пересечение, дополнение, разность, обращение, итерация, конкатенация, гомоморфизм, обратный гомоморфизм.



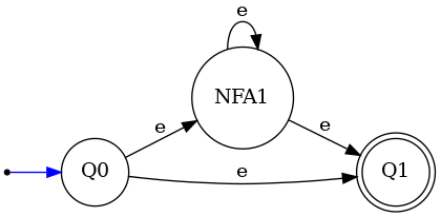
(a) Пустое слово (b) Однобуквенный язык



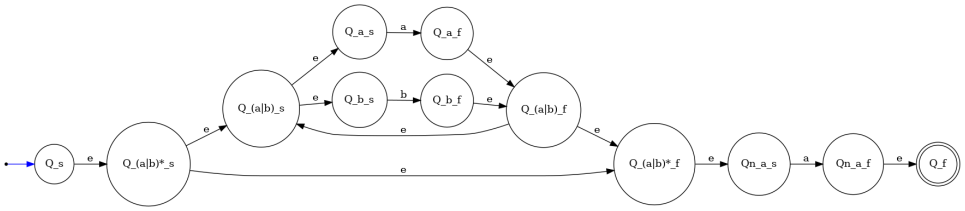
(c) Объединение



(d) Конкатенация



(e) Итерация



(f) Пример: композиция для (a|b)*a

Рис. 5: Базовые автоматы построения Томпсона

3.2.2 Проверка на нерегулярность

Лемма о накачке (разрастании)

3.3 Регулярные выражения на практике

Регулярные выражения, входящие в современные языки программирования (в частности, PCRE в Perl), имеют больше возможностей, чем то, что мы рассмотрели: в них есть нумерованные обратные ссылки и т.д. Это позволяет задавать ими не только регулярные языки, но и более сложные, в частности, контекстно-свободные [4].

Пример (из [4]): `/^(a(?1)?b)$/` задаёт язык $a^n b^n, n \in [1 \dots \infty)$

Это регулярное выражение очень простое: `(?1)` ссылается на первую подмаску — `(a(?1)?b)`. Можно заменить `(?1)` подмасками, формируя таким образом рекурсивную зависимость:

```
/^(a(?1)?b)$/
/^(a(a(?1)?b)?b)$/
/^(a(a(a(?1)?b)?b)?b)$/
/^(a(a(a(a(?1)?b)?b)?b)?b)$/
```

...

Очевидно, это выражение способно описать любую строку с одинаковым количеством a и b, а конечный автомат, распознающий язык всех таких строк, построить нельзя.

4 Лексический анализ

Следующее приложение регулярных языков, о котором мы будем говорить – лексический анализ – выделение во входном тексте характерных подстрок, «значащих» что-то для дальнейших действий.

Опр. 4.1 *Лексема – последовательность символов, удовлетворяющая некоторому заданному требованию.*

Основная проблема выделения лексем – их может быть много и разных. Давайте работать не с лексемами, а с их «классами», на которые они делятся по смыслу нашей задачи.[7]

Опр. 4.2 *Токен – последовательность символов, «осмысленно» описывающая класс некоторой лексемы.*

Пример: $int \to TYPE$ (int – лексема, TYPE – токен).

Для задания токенов, как правило, используют регулярные выражения.

Опр. 4.3 *Лексер, лексический анализатор, сканер – транслятор, преобразующий входную строку в последовательность токенов.*

Схема перехода от регулярки к ДКА: $regexp \to NFA \to NFA_{simplified} \to DFA \to DFA_{min}$ была разобрана в разделах 1-3.

[7] Здесь считаем такую классификацию однозначной.

4.1 Комментарии к практике

- Примеры работы с генератором лексических анализаторов `flex` были приведены на семинаре.
- В контесте 2 есть задачи, подразумевающие генерацию лексера по спецификации. И еще есть задача, которая демонстрирует, что в частных случаях («найти все вхождения слов в некоторый текст», «найти слово наименьшей длины, содержащее все подслова данного», и т.д.) можно, но не нужно писать регулярки, а лучше строить автомат по известной заранее структуре[8].
- Существует ряд подходов к оптимизации представления регулярок, например, префиксное сжатие: https://habr.com/ru/post/117177/ и пр. Понятно, что в случае компиляции регулярки в минимальный ДКА для дальнейшего использования, этот подход никакого выигрыша в производительности не даст, так как ДКА будет одним и тем же с точностью до изоморфизма. Тем не менее, такой подход может повлиять на производительность промежуточных преобразований автоматов, так как НКА, полученный с оптимизацией, может отличаться от такового без оптимизации.

5 КС-грамматики и языки

5.1 Грамматики как системы переписывания

Опр. 5.1 *Формальная грамматика – кортеж* $G = (\Sigma, N, R, S)$*:*

- Σ *– терминальный алфавит – алфавит определяемого языка.*
- N *– нетерминальный алфавит*[9] *– алфавит промежуточных символов.*
- *Конечное множество правил* R *вида* $\alpha \to \beta, \alpha \in \{\Sigma \cup N\}^*, \beta \in \{\Sigma \cup N\}^* \cup \{\varepsilon\}$ *– каждое из которых описывает возможную структуру строк* β *со свойством* α*.*
- *Начальный символ* $S \in N$*.*

Грамматика при этом является системой переписывания строк, и системой порождения слов языка, где каждое слово порождается за конечное число шагов. Шаг порождения $w'\alpha w'' \to w'\beta w''$ состоит в замене α на подцепочку β в соответствии с правилом порождения $\alpha \to \beta$. Иначе говоря, если имеется некоторая цепочка и некоторая ее подцепочка является левой частью какого-то правила грамматики, то мы имеем право заменить эту левую часть правила на правую. Конечная последовательность шагов

[8] Например, суффиксный бор в случае с алгоритмом Ахо-Корасик (1975)

[9] В лингвистике нетерминалы называются синтаксическими категориями

порождений называется порождением. Нуль или более порождений будет обозначать знаком $\to^*$. Обозначение $\alpha \to^* \beta$ говорит о том, что цепочка β получена из цепочки α конечным числом подстановок на основе правил порождения. В этом обозначении может быть так, что подстановка не была применена ни разу, в этом случае цепочка $alpha = beta$.

Язык, задаваемый (порождаемый) грамматикой G – это множество слов, составленных из терминальных символов и порожденных из начального символа грамматики $L = \{w | S \to^* w\}$.

Понятие регулярной грамматики уже вводилось в разделе 3. Ниже вводится понятие контекстно-свободной грамматики. Эти 2 класса грамматик являются наиболее исследованными типами грамматик иерархии Хомского (типами 3 и 2 соответственно), о которой мы будем говорить позже.

5.2 КС-грамматики

Опр. 5.2 *Контекстно-свободная грамматика – кортеж* $G = (\Sigma, N, R, S)$*:*

- Σ – *терминальный алфавит.*
- N – *нетерминальный алфавит.*
- *Конечное множество правил* R *вида* $N_i \to \alpha, N_i \in N, \alpha \in \{\Sigma \cup N\}^* \cup \{\varepsilon\}$
- *Начальный символ* $S \in N$.

То есть, исходя из общего определения[10] формальной грамматики (5.1), КС грамматика – такая грамматика, в которой каждое правило порождения позволяет явно установить свойство подстроки как промежуточный символ, либо вывести подстроку с заданным свойством только из промежуточного символа, вне зависимости от того, что стоит слева или справа в строке в процессе переписывания. Далее будем называть промежуточные символы нетерминальными, и, чтобы не было путаницы, потребуем $\Sigma \cap N = \emptyset$.

Опр. 5.3 *Грамматика называется однозначной, если для любого порождённого по ней слова последовательность порождения – единственна.*

$$formula \tag{1}$$

6 Приложение

6.1 Необходимые определения из близких областей

6.1.1 Графы

В данном курсе мы будем рассматривать только конечные ориентированные помеченные графы, подразумевая под «графами» именно такие графы,

[10] и значения

если не указано противное.

Опр. 6.1 *Граф $G = (V, E, L)$, где V — конечное множество вершин, E — конечное множество рёбер, L*

Опр. 6.2 *Отношением достижимости на графе в смысле нашего определения называется двухместное,*

Опр. 6.3 *Транзитивным замыканием графа называется транзитивное замыкание отношения достижимости по всему графу.*

6.1.2 Матрицы

Список литературы

[1] http://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=Минимизация_ДКА,_алгоритм_за_O(n%5E2)_с_построением_пар_различимых_состояний

[2] http://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=Минимизация_ДКА,_алгоритм_Хопкрофта_(сложность_O(n_log_n))

[3] http://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=Алгоритм_Бржозовского

[4] https://habr.com/ru/post/171667, 2013 (перевод, оригинал тоже гуглится).