

## Содержание

<b>1</b>	<b>Языки и их свойства, операции над языками</b>	<b>2</b>
1.1	Введение . . . . .	2
1.2	Операции над языками . . . . .	3
1.2.1	Операции над словами . . . . .	3
1.2.2	Операции над языками как множествами . . . . .	4
1.2.3	Операции над языками как множествами, содержащими последовательности . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Конечные автоматы</b>	<b>4</b>
2.1	Сведение НКА к ДКА . . . . .	6
2.2	Минимизация ДКА . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Регулярные выражения и языки</b>	<b>9</b>
3.1	Регулярные выражения . . . . .	9
3.2	Регулярные языки . . . . .	10
3.2.1	Свойства замкнутости регулярных языков . . . . .	10
3.2.2	Проверка на нерегулярность . . . . .	10
3.3	Регулярные выражения на практике . . . . .	10
<b>4</b>	<b>Лексический анализ</b>	<b>12</b>
4.1	Комментарии к практике . . . . .	12
<b>5</b>	<b>КС-грамматики и языки</b>	<b>13</b>
5.1	Граматики как системы переписывания . . . . .	13
5.2	КС-грамматики . . . . .	14
5.3	Обобщение со строк на графы . . . . .	14
5.3.1	СΥК для графов . . . . .	14
5.3.2	Алгоритм (Y. Hellings) с рабочими множествами для графов . . . . .	14
5.3.3	Другие алгоритмы . . . . .	15
5.3.4	Комментарии к практике . . . . .	15
5.3.5	Пример: КС достижимость при анализе программ . . . . .	15
5.4	Нисходящий разбор . . . . .	15
5.4.1	Комментарии к практике . . . . .	15
5.5	Восходящий разбор: LR . . . . .	16
5.5.1	LR(0) . . . . .	16
5.5.2	SLR . . . . .	16
5.5.3	(C)LR(1) . . . . .	16
5.5.4	LALR . . . . .	16
5.5.5	Комментарии к практике . . . . .	17
5.6	О применении синтаксического анализа на практике . . . . .	17

<b>6</b>	<b>Синтаксически управляемая трансляция</b>	<b>18</b>
6.1	Введение . . . . .	18
6.2	Атрибутные грамматики . . . . .	19
6.2.1	Типы атрибутов . . . . .	19
6.3	Более общая формулировка . . . . .	20
6.4	Магазинный преобразователь . . . . .	21
<b>7</b>	<b>Компиляторные технологии</b>	<b>22</b>
7.1	Представление кода в виде дерева . . . . .	22
7.2	Синтаксический разбор . . . . .	23
7.3	Лексический анализ С-подобных языков . . . . .	24
7.4	Взаимодействие компонент фронтенда . . . . .	25
7.5	Clang как фронтенд . . . . .	25
7.5.1	Иерархия базовых действий: . . . . .	25
7.5.2	Парсинг в Clang . . . . .	26
7.5.3	Семантический анализ . . . . .	28
<b>8</b>	<b>Приложение</b>	<b>28</b>
8.1	Необходимые определения из близких областей . . . . .	28
8.1.1	Графы . . . . .	28

#### Аннотация

Как читать это пособие? Каждый раздел разбит условно на 3 части: основную, первую часть, которая, как правило повествуется на лекции; затем, опционально, идут комментарии к практике, а затем – некоторые важные ремарки и дополнительные примеры. Некоторые подразделы также могут быть разбиты на 3 части, как правило, это подразделы с большим объемом материала, по каждому из которых было отдельное занятие.

## 1 Языки и их свойства, операции над языками

### 1.1 Введение

Назовём множество абстрактных объектов – символов – алфавитом  $\Sigma$ . Пусть алфавит конечный. Пустой и бесконечный алфавиты нам неинтересны.

Введём слово над алфавитом  $\Sigma$  :  $w(A) = a_i, a_i \in \Sigma, \forall i = 0..|w(A)|$  – последовательность (строка) символов из алфавита,  $0 \leq |w(\Sigma)| < +\infty$ .

Чтобы оперировать словами длины 0, вводят специальный символ длины  $0 - \varepsilon : |\varepsilon^n| = 0, n = 0..+\infty$ ; Его называют пустым.

Обозначим множество таких последовательностей из символов алфавита  $\Sigma$ , включая слово длины 0, как  $\Sigma^*$ . Тогда некоторый язык  $L(\Sigma)$  над алфавитом  $\Sigma$  можно задать как подмножество слов над алфавитом:  $L(\Sigma) \subset (\Sigma^*)$ . Таким образом, математически мы определили объекты, с которыми будем работать, это последовательности конечной длины и множества.

Теория формальных языков – математический способ конструктивного описания множеств последовательностей (слов) элементов некоторых множеств (алфавитов). Почему конструктивного? Потому что, в принципе, все слова языка можно просто перечислить, если:

1. любое слово – конечной длины.
2. множество слов конечно.
3. нет ограничений на временную сложность алгоритмов, используемых в работе с таким языком.

Нарушения 1) и 2), соответственно, говорят о том, что мы будем перечислять слова бесконечно, 3) это практическая хотелка – нам нужны алгоритмы, которые работают, по крайней мере, за полином небольшой степени и по времени, и по памяти, так как мы хотим работать с относительно мощными языками, и нам важна масштабируемость.

В нашем курсе 1) будет всегда выполняться: считаем, что любое слово языка – конечной длины. Но пусть 2) не выполняется, а 3) нас просят строго соблюсти. Тогда задача конструктивного, то есть 'сжатого' и точного описания множества слов обретает куда более глубокую практическую значимость.

Кроме перечисления, можно предложить еще 2 способа задания языка:

- Формальный распознаватель – все слова языка можно распознать некоторой вычислительной машиной.
- Генератор – все слова языка можно вывести посредством формальной процедуры переписывания строк по системе правил. Система математических объектов, позволяющих это сделать, называется формальной грамматикой.

С этими двумя способами теория формальных языков и работает. Мы начнём с первого, в последствии переключимся на второй, а затем синхронно двинемся дальше с обеими способами, усложняя и рассматриваемые методы, подходы и задачи.

## 1.2 Операции над языками

Начнём с базовых операций над элементами языков – словами.

### 1.2.1 Операции над словами

**Опр. 1.1** Конкатенация – склеивание<sup>1</sup> строк. Если  $u = a_1 \dots a_m$  и  $v = b_1 \dots b_n$  – две строки, то их конкатенация – это строка  $u \cdot v = uv = a_1 \dots a_m b_1 \dots b_n$ . Знак  $\cdot$ , как правило, опускают.

---

<sup>1</sup>устоявшегося русского термина пока нет, увы

Конкатенация строки сама с собой обозначается как возведение в степень:  $w^n$  –  $n$  раз повторяемая  $w$ .  $w^1 = w$ ,  $w^0 = \varepsilon$ , то есть конкатенация играет роль умножения с единицей  $\varepsilon$ , и превращает язык в свободную группу.

**Опр. 1.2** *Взятие префикса* – из любой строки  $s$  длины  $l$  можно взять префикс  $s[:n]$  длины  $n$ ,  $n \in 0..l$ ,  $s[:0] = \varepsilon$ ,  $s[:l] = s$ .

**Опр. 1.3** *Взятие суффикса*  $s[n:]$  вводится по аналогии с взятием префикса.

**Опр. 1.4** *Взятие подстроки*  $s[n:m]$ ,  $n \leq m$  можно ввести, например, как  $(s[n:])[:(m-n)]$ , либо  $(s[:m])[n:]$ .

Конечно, существует множество других интересных, широкоиспользуемых либо экзотических операций, вроде инверсии слова, но оставим их за рамками данного пособия.

### 1.2.2 Операции над языками как множествами

Объединение, пересечение, вычитание, дополнение – как с обычными множествами ... Нам они понадобятся, в особенности, при проверке свойств принадлежности языка некоторому классу.

### 1.2.3 Операции над языками как множествами, содержащими последовательности

**Опр. 1.5** *Конкатенация языков*  $L_1(\Sigma_1), L_2(\Sigma_2) \subset (\Sigma_1 \cup \Sigma_2)^*$  – это операция склеивания всех возможных слов языков:  $L_1 \cdot L_2 = \{uv | u \in L_1, v \in L_2\}$ .

Можно сконкатенировать не 2, а любое неотрицательное число языков  $k$ . Если язык конкатенируют сам с собой, то это обозначают  $L^k$ . Для  $k < 2$  операцию определяют так: если  $k = 0$ , то это будет язык  $\{\varepsilon\}$ , что соответствует определению  $x^0 = 1$  для чисел. Если  $k = 1$ , то это будет сам  $L$ . Как видим, конкатенация играет роль умножения<sup>2</sup>.

**Опр. 1.6** *Итерация языка*  $L : L^* = \bigcup_{k=0}^{\infty} L^k$ .

Заметим, что множество слов  $\Sigma^*$  – итерация языка  $\Sigma$ .

## 2 Конечные автоматы

Конечный автомат – математическая модель вычислителя с конечной памятью.

**Опр. 2.1** *Недетерминированный конечный автомат (НКА)* – это кортеж  $\langle Q, \Sigma, \Delta, q_0, F \rangle$ :

<sup>2</sup>это и правда умножение в некотором полукольце с единицей  $\varepsilon$  (вопрос: а какая операция – сложение в этом полукольце?)

- $Q, |Q| < \infty$  – множество состояний
- $\Sigma$  – алфавит
- $\Delta \subset Q \times \Sigma^* \times Q$  – множество переходов<sup>3</sup>
- $q_0 \in Q$  – стартовое состояние
- $F \subset Q$  – множество финальных состояний

Существует эквивалентное определение автомата, где вместо  $\Delta$  задают функцию перехода  $\delta : Q \times \Sigma^* \rightarrow 2^Q$ ; будем пользоваться «более графовым» определением через  $\Delta$ , хотя функция перехода нам ещё понадобится.

Способ распознавания строки автоматом уже лежит в его определении: представим граф автомата. Вершины – это состояния, рёбра – переходы. Если мы находимся в стартовом состоянии, и нам подадут на вход строку, то нам достаточно брать по символу/слову из  $\Sigma^*$ , смотреть, по каким рёбрам графа мы можем перейти (если  $\varepsilon$  – перейти можем спонтанно), совершать переход(ы), брать следующий символ/слово из  $\Sigma^*$ , смотреть, куда мы по нему можем перейти из текущего состояния, и так далее. Слово распознано, если мы дошли до какого-либо финального состояния и обработали всё слово. То есть распознавание строки автоматом – суть проверка достижимости по рёбрам его графа из  $q_0$  в одно из состояний в  $F$ .

Основным недостатком КА служит то, что мы в каждый момент времени знаем только текущее состояние и в какие мы можем из него перейти. У нас нет данных о том, что происходило ранее, и это накладывает ограничения на выразительность<sup>4</sup>. К примеру, нельзя составить КА, распознающий язык  $a^n b^n, \forall n \in [0, +\infty)$ , хотя для любого фиксированного множества  $n$  – можно (Рис. 1).

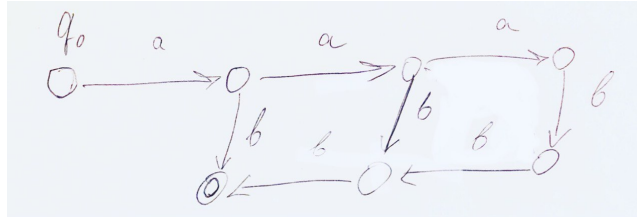


Рис. 1: КА, распознающий язык  $a^n b^n, n \in [1, 3]$

О достижимости проще говорить в терминах пар  $\langle q_x, v \rangle \in Q \times \Sigma^*$ , где  $q_x$  – текущее состояние, а  $v$  – недоразобранная подстрока входной стро-

<sup>3</sup>  $\Delta$  задаёт множество двухместных отношений на  $Q$ , помеченных элементами  $\Sigma^*$ .

<sup>4</sup> тем не менее, конечные автоматы широко применяются в технике вокруг нас. Примеры: светофор, лифт, кодовый замок, система контроля воздуха в помещении, компьютерная мышь, аудиоплеер, веб-форма и т.д.

ки. Такая пара называется конфигурацией автомата<sup>5</sup>. Введём отношение достижимости на конфигурациях.

**Опр. 2.2** *Достижимость ( $\vdash$ ) – наименьшее рефлексивное транзитивное отношение над  $Q \times \Sigma^*$ , такое что:*

1.  $\forall w \in \Sigma^* : (\langle q_1, w \rangle \rightarrow q_2) \in \Delta \Rightarrow \langle q_1, w \rangle \Rightarrow \langle q_2, \varepsilon \rangle$
2.  $\forall u, v \in \Sigma^* : \langle q_1, u \rangle \vdash \langle q_2, \varepsilon \rangle, \langle q_2, v \rangle \vdash \langle q_3, \varepsilon \rangle \Rightarrow \langle q_1, uv \rangle \vdash \langle q_3, \varepsilon \rangle$
3.  $\forall u \in \Sigma^* : \langle q_1, u \rangle \vdash \langle q_2, \varepsilon \rangle \Rightarrow \forall v \in \Sigma^* \langle q_1, uv \rangle \vdash \langle q_2, v \rangle$

Теперь несложно задать язык, распознаваемый КА.

**Опр. 2.3** *Пусть дан  $M = \langle Q, \Sigma, \Delta, q_0, F \rangle$ . Язык, распознаваемый автоматом  $M$  –  $L(M) = \{w \in \Sigma^* \mid \exists q \in F : \langle q_0, w \rangle \vdash \langle q, \varepsilon \rangle\}$ .*

**Опр. 2.4** *Язык  $L$  называется автоматным, если существует КА  $M$  :  $L = L(M)$ . Множество таких языков  $L$  образует класс автоматных языков.*

На практике гораздо приятнее работать с детерминированным конечным автоматом (ДКА).

**Опр. 2.5** *(Неформально) НКА  $M = \langle Q, \Sigma, \Delta, q_0, F \rangle$  называется детерминированным КА, если*

- Все переходы – однобуквенные:  $\forall (\langle q_1, w \rangle \rightarrow q_2) \in \Delta : |w| = 1$
- $\forall a \in \Sigma, q \in Q \mid \delta(q, a) \leq 1$ , где  $\delta(q, a)$  – множество состояний, достижимых из  $q$  по символу  $a$ . Задание: расписать  $\delta(q, w)$  аккуратно через конфигурации.

Иными словами, для любых фиксированных букв, для любого состояния, переход приводит только в одно результирующее состояние.

Можно ввести ДКА-автоматный язык  $L_{NFA}$  по аналогии с тем, как вводили  $L(M) = L_{DFA}$ . Очевидно, что  $L_{DFA} \subseteq L_{NFA}$ , так как ДКА – это частный случай НКА.

Если мы покажем, что произвольный НКА сводится к ДКА, то  $L_{DFA} = L_{NFA}$ .

## 2.1 Сведение НКА к ДКА

**Л. 2.1** *(«Построение подмножеств», Рабин и Скотт [1959]). Пусть  $B = (\Sigma, Q, q_0, \Delta, F)$  – произвольный. Тогда  $\exists DFA A = (\Sigma, 2^Q, Q_0, \Delta', F')$ , состояния которого – множества  $Q$ , который распознаёт тот же язык, что и  $B$ . Его переход в каждом состоянии-подмножестве  $s \subseteq Q$  по каждому символу  $a \in \Sigma$  ведёт во множество состояний, достижимых по  $a$  из некоторого состояния  $s$ .*

<sup>5</sup>по мере усложнения моделей вычислителей, мы будем добавлять новые параметры в конфигурацию – например, появится параметр, описывающий стек, и т.д.

Произведём серию упрощений НКА.

**Утв. 2.1** В определении НКА можно считать все переходы – однобуквенными. Для этого нужно перестроить множества  $\Delta$  и  $Q$ .

**Утв. 2.2** В определении НКА можно считать  $|F| = 1$ .

**Утв. 2.3** (Эпсилон-замыкание) От переходов по  $\epsilon$  можно избавиться, применив некоторые преобразования (см. Рис. 2).

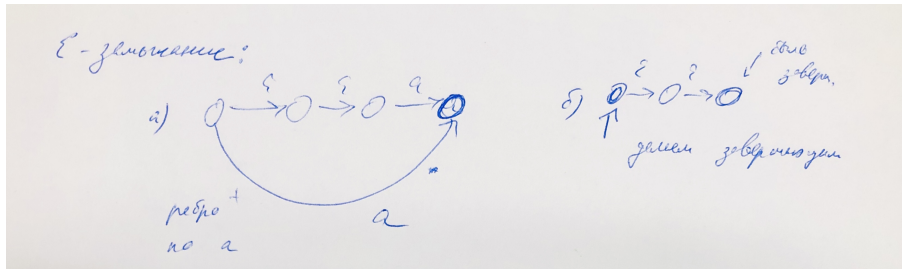


Рис. 2: Основные преобразования при построении eps-замыкания: последовательность переходов  $\epsilon \dots \epsilon a$  заменить на переход  $a$  (а), состояние, из которого существует переход  $\epsilon \dots \epsilon$  в финальное состояние – обозначить как финальное (б)

Эти утверждения доказываются технически, не будем этим заниматься сейчас (рекомендуется попробовать доказать дома или посмотреть в классических книгах и курсах).

TODO: доказательство Л2.1, алгоритм на базе метода «построение подмножеств»

**Утв. 2.4** (о корректности Л2.1). Для любой строки  $w \in \Sigma^*$ , состояние-подмножество, достигаемое DFA по прочтении строки  $w$ , содержит элемент  $q$  тогда и только тогда, когда хотя бы одно из вычислений NFA на  $w$  заканчивается в состоянии  $q$ .

Доказывается индукцией по длине строки  $w$ .

Далее из утверждения о правильности выводится, что построенный DFA распознаёт строку  $w \in \Sigma^*$  тогда и только тогда, когда распознаёт исходный NFA. Построение переводит NFA с  $n$  состояниями в DFA с  $2^n$  состояниями-подмножествами. На практике, многие из них обычно бывают недостижимы. Поэтому хороший алгоритм должен строить только подмножества, достижимые из уже построенных, начиная с  $q_0$ .

## 2.2 Минимизация ДКА

Говорят, что состояния  $u, v$  различаются словом  $s$ , если одно из них по  $s$  переводит автомат в финальное состояние, а другое нет.

Если состояния не различаются никакой строкой, они называются неразличимыми. На Рис.2 изображен ДКА, в котором есть такие: действительно, окажемся мы в финальном состоянии или нет, зависит только от количества нулей в строке, следовательно, В и С – неразличимы.

**Л. 2.2** *Отношение неразличимости суть отношение эквивалентности.*

Рефлексивность очевидна, симметричность следует из определения (попробуйте заменить  $u$  и  $v$  местами).

Транзитивность:  $u$  и  $v$  неразличимы,  $v$  и  $w$  неразличимы, следовательно,  $u$  и  $w$  неразличимы, тоже очевидно.

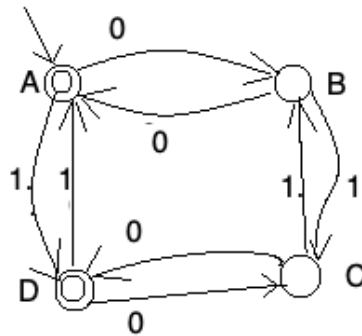


Рис. 3: ДКА, в котором есть неразличимые состояния (найдите их)

По индукции по длине строки доказывается, что модификация автомата как на Рис. 3, если состояния А и В не различимы, не меняет распознаваемый им язык.

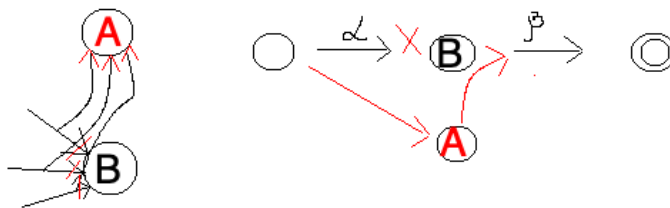


Рис. 4: Вспомогательный рисунок

Повторяя процедуру модификации для всех классов эквивалентности, оставляя какую-то одну вершину для каждого класса, получим некий автомат с возможно меньшим числом состояний. Можно доказать, что это число состояний – минимально.



**Л. 2.3** Пусть у ДКА  $M$  все состояния различимы и любое достижимо из стартового. Тогда  $M$  – минимальный автомат для  $L(M)$

**Т. 2.1** Для любого ДКА существует и единственный с точностью до изоморфизма ДКА с минимальным числом состояний.

Интуитивно, для выполнения минимизации нужно выделить:

- Недостижимые состояния – их нужно выкинуть<sup>6</sup>
- Неразличимые состояния – их можно объединить в одно для каждого класса эквивалентности

Существует, как минимум, 3 способа выделить и схлопнуть неразличимые состояния:

- Наивный алгоритм основан на построении классов эквивалентности и объединении эквивалентных состояний [2], и рассматривается на семинаре. Он работает за  $O(n^2)$ .
- Алгоритм Хопкрофта, позволяющий решить задачу за  $O(n \log(n))$  [3].
- Также существует алгоритм Бржозовского, который строит минимальный ДКА и из НКА [4]

## 3 Регулярные выражения и языки

### 3.1 Регулярные выражения

**Опр. 3.1** (Клини [1951]). Регулярные выражения над алфавитом  $\Sigma$  определяются так:

- $\varepsilon$  – регулярное выражение.
- Всякий символ  $a$ , где  $a \in \Sigma$  – регулярное выражение.
- Если  $\alpha, \beta$  – регулярные выражения, то тогда  $(\alpha|\beta)$ ,  $(\alpha\beta)$  и  $(\alpha)^*$  – тоже регулярные выражения.

Всякое регулярное выражение  $\alpha$  определяет язык над алфавитом  $\Sigma$ , обозначаемый через  $L(\alpha)$ .

Всякий символ из  $\Sigma$  обозначает одноэлементное множество, состоящее из односимвольной строки:  $L(a) = \{a\}$

Оператор выбора задает объединение множеств:  $L(\alpha|\beta) = L(\alpha) \cup L(\beta)$ .

Конкатенация задает конкатенацию языков:  $L(\alpha\beta) = L(\alpha)L(\beta)$ .

Символ  $\varepsilon$  определяет пустое множество.

Оператор итерации задает итерацию:  $L(\alpha^*) = L(\alpha)^*$ .

---

<sup>6</sup>если этого еще не сделали на этапе построения ДКА, то можно обойти его граф из стартового состояния, например, в глубину, и собрать список достижимых состояний, а остальные удалить, модифицируя при этом остальные элементы автомата

Приоритеты операций: сперва итерация, затем конкатенация, затем выбор.

Синтаксис регулярных выражений на практике часто расширяется, к примеру:

- повторение один и более раз  $(\alpha+)$ ,  $(\alpha+)=\alpha\alpha^*$
- необязательная конструкция  $([\alpha])$ , что означает « $\alpha$  или ничего»),  $[\alpha]=\alpha|\varepsilon=\alpha|\varepsilon^*$

**Л. 3.1** (*«построение Томпсона»*). Для всякого регулярного выражения  $\alpha$ , существует NFA  $C_\alpha$  с одним начальным и одним принимающим состояниями, распознающий язык, задаваемый  $\alpha$ .

Доказательство производится индукцией по структуре регулярного выражения, структурные единицы представлены на Рис. 4:

Так как, по определению, класс регулярных выражений замкнут относительно этих операций, то и композицию этих операций даёт и регулярку, и НКА, её распознающую. Тем не менее, так ли регулярны регулярные выражения в современных ЯП?...

## 3.2 Регулярные языки

Любое регулярное выражение  $reg(\Sigma)$  над алфавитом  $\Sigma$  задаёт регулярный язык  $L_{reg}$ .

**Утв. 3.1** Любой регулярный язык задаётся грамматикой  $\langle \Sigma, N, S, P \rangle$ , где правила из  $P$  имеют вид  $A \rightarrow a, A \rightarrow \gamma, A \rightarrow \varepsilon$ , где  $\gamma$  - либо  $aB$  (правая регулярная грамматика), либо  $Ba$  (левая регулярная грамматика),  $a \in \Sigma, A, B, S \in N$ .

### 3.2.1 Свойства замкнутости регулярных языков

Операции, сохраняющие регулярность: ...объединение, пересечение, дополнение, разность, обращение, итерация, конкатенация, гомоморфизм, обратный гомоморфизм.

### 3.2.2 Проверка на нерегулярность

Лемма о накачке (разрастании)

## 3.3 Регулярные выражения на практике

Регулярные выражения, входящие в современные языки программирования (в частности, PCRE в Perl), имеют больше возможностей, чем то, что мы рассмотрели: в них есть нумерованные обратные ссылки и т.д. Это позволяет задавать ими не только регулярные языки, но и более сложные, в частности, контекстно-свободные [5].

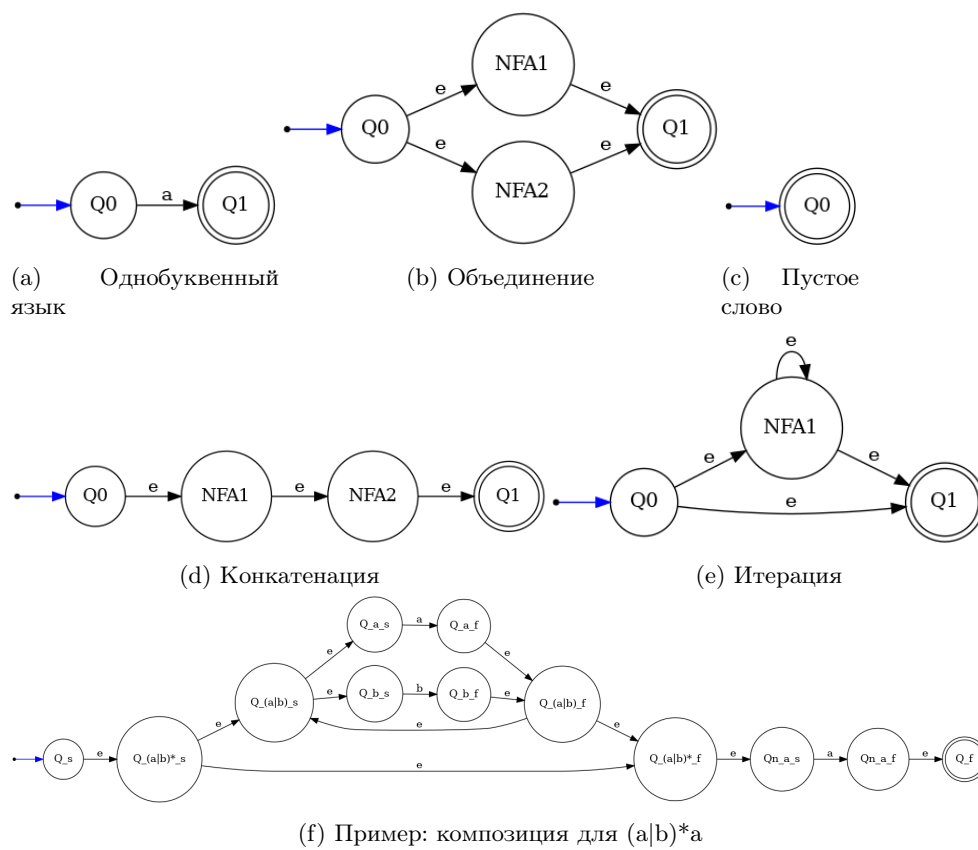


Рис. 5: Базовые автоматы построения Томпсона

Пример (из [5]):  $/\wedge(a(?1)?b)\$/$  задаёт язык  $a^n b^n, n \in [1 \dots \infty)$

Это регулярное выражение очень простое: (?1) ссылается на первую подмаску —  $(a(?1)?b)$ . Можно заменить (?1) подмасками, формируя таким образом рекурсивную зависимость:

```
/\wedge(a(?1)?b)\$/  
/\wedge(a(a(?1)?b)?b)\$/  
/\wedge(a(a(a(?1)?b)?b)?b)\$/  
/\wedge(a(a(a(a(?1)?b)?b)?b)?b)\$/  
...
```

Очевидно, это выражение способно описать любую строку с одинаковым количеством а и b, а конечный автомат, распознающий язык всех таких строк, построить нельзя.

## 4 Лексический анализ

Следующее приложение регулярных языков, о котором мы будем говорить – лексический анализ – выделение во входном тексте характерных подстрок, «значащих» что-то для дальнейших действий.

**Опр. 4.1** *Лексема – последовательность символов, удовлетворяющая некоторому заданному требованию.*

Основная проблема выделения лексем – их может быть много и разных. Давайте работать не с лексемами, а с их «классами», на которые они делятся по смыслу нашей задачи.<sup>7</sup>

**Опр. 4.2** *Токен – последовательность символов, «осмысленно» описывающая класс некоторой лексемы.*

Пример:  $int \rightarrow TYPE$  ( $int$  – лексема,  $TYPE$  – токен).

Для задания токенов, как правило, используют регулярные выражения.

**Опр. 4.3** *Лексер, лексический анализатор, сканер – транслятор, преобразующий входную строку в последовательность токенов.*

Схема перехода от регулярного выражения к ДКА:  $regex \rightarrow NFA \rightarrow NFA_{simplified} \rightarrow DFA \rightarrow DFA_{min}$  была разобрана в разделах 1-3.

### 4.1 Комментарии к практике

- Примеры работы с генератором лексических анализаторов flex были приведены на семинаре.

---

<sup>7</sup>Здесь считаем такую классификацию однозначной.

- В контесте 2 есть задачи, подразумевающие генерацию лексера по спецификации. И еще есть задача, которая демонстрирует, что в частных случаях («найти все вхождения слов в некоторый текст», «найти слово наименьшей длины, содержащее все подслова данного», и т.д.) можно, но не нужно писать регулярки, а лучше строить автомат по известной заранее структуре<sup>8</sup>.
- Существует ряд подходов к оптимизации представления регулярки, например, префиксное сжатие [6] и пр. Понятно, что в случае компиляции регулярки в минимальный ДКА для дальнейшего использования, этот подход никакого выигрыша в производительности не даст, так как ДКА будет одним и тем же с точностью до изоморфизма. Тем не менее, такой подход может повлиять на производительность промежуточных преобразований автоматов, так как НКА, полученный с оптимизацией, может отличаться от такового без оптимизации.

## 5 КС-грамматики и языки

### 5.1 Граматики как системы переписывания

**Опр. 5.1** *Формальная грамматика – кортеж  $G = (\Sigma, N, R, S)$ :*

- $\Sigma$  – терминальный алфавит – алфавит определяемого языка.
- $N$  – нетерминальный алфавит<sup>9</sup> – алфавит промежуточных символов.
- Конечное множество правил  $R$  вида  $\alpha \rightarrow \beta, \alpha \in \{\Sigma \cup N\}^*, \beta \in \{\Sigma \cup N\}^* \cup \{\varepsilon\}$  – каждое из которых описывает возможную структуру строк  $\beta$  со свойством  $\alpha$ .
- Начальный символ  $S \in N$ .

Грамматика при этом является системой переписывания строк, и системой порождения слов языка, где каждое слово порождается за конечное число шагов. Шаг порождения  $w'\alpha w'' \rightarrow w'\beta w''$  состоит в замене  $\alpha$  на подцепочку  $\beta$  в соответствии с правилом порождения  $\alpha \rightarrow \beta$ . Иначе говоря, если имеется некоторая цепочка и некоторая ее подцепочка является левой частью какого-то правила грамматики, то мы имеем право заменить эту левую часть правила на правую. Конечная последовательность шагов порождений называется порождением. Нуль или более порождений будет обозначать знаком  $\rightarrow^*$ . Обозначение  $\alpha \rightarrow^* \beta$  говорит о том, что цепочка  $\beta$  получена из цепочки  $\alpha$  конечным числом подстановок на основе правил порождения. В этом обозначении может быть так, что подстановка не была применена ни разу, в этом случае цепочка  $\alpha = \beta$ .

<sup>8</sup>Например, суффиксный бор в случае с алгоритмом Ахо-Корасик (1975)

<sup>9</sup>В лингвистике нетерминалы называются синтаксическими категориями

Язык, задаваемый (порождаемый) грамматикой  $G$  – это множество слов, составленных из терминальных символов и порожденных из начального символа грамматики  $L = \{w | S \rightarrow^* w\}$ .

Понятие регулярной грамматики уже вводилось в разделе 3. Ниже вводится понятие контекстно-свободной грамматики. Эти два типа являются наиболее исследованными типами грамматик иерархии Хомского (типами 3 и 2 соответственно), о которой мы будем говорить позже.

## 5.2 КС-грамматики

**Опр. 5.2** Контекстно-свободная грамматика – кортеж  $G = (\Sigma, N, R, S)$ :

- $\Sigma$  – терминальный алфавит.
- $N$  – нетерминальный алфавит.
- Конечное множество правил  $R$  вида  $N_i \rightarrow \alpha, N_i \in N, \alpha \in \{\Sigma \cup N\}^* \cup \{\varepsilon\}$
- Начальный символ  $S \in N$ .

То есть, исходя из общего определения<sup>10</sup> формальной грамматики (5.1), КС грамматика – такая грамматика, в которой каждое правило порождения позволяет явно установить свойство подстроки как промежуточный символ, либо вывести подстроку с заданным свойством только из промежуточного символа, вне зависимости от того, что стоит слева или справа в строке в процессе переписывания. Далее будем называть промежуточные символы нетерминальными, и, чтобы не было путаницы, потребуем  $\Sigma \cap N = \emptyset$ .

**Опр. 5.3** Грамматика называется однозначной, если для любого порожденного по ней слова последовательность порождения – единственна.

$$formula \tag{1}$$

## 5.3 Обобщение со строк на графы

### 5.3.1 СΥК для графов

### 5.3.2 Алгоритм (Υ. Hellings) с рабочими множествами для графов

Можно заметить, что СΥК производит много избыточных итераций. Можно модифицировать алгоритм, чтобы не просматривались заведомо пустые ячейки. Данная модификация была предложена Хеллингсом [] в его именном алгоритме, но также фигурирует и в более ранних работах []. В основе алгоритма лежит обработка двух рабочих множеств: текущего и конечного.

Идеологически, на каждом шаге алгоритма:

---

<sup>10</sup>и значения

- Просматривается какой-то путь, полученный на текущем шаге.
- Нужно попробовать приконкатенировать к нему какую-то из существовавших ранее подцепочек слева, и справа.
- Просмотрев все текущие пути, перейти на следующую итерацию цикла.

Процесс повторяется, пока текущее множество не опустеет.

Несмотря на то, что мы храним не матрицу в явном виде, а рабочее множество, можно хранить и матрицу, тогда пути восстанавливаются более естественным способом  $\square$ .

### 5.3.3 Другие алгоритмы

### 5.3.4 Комментарии к практике

### 5.3.5 Пример: КС достижимость при анализе программ

Пусть  $L(G)$  – язык сконкатенированных меток графа  $G = (V, E, L)$ ,  $V, E, L$  – вершины, рёбра, метки. Если  $G$  является представлением программы  $p$ :

$$G = (V, E, L) = G(p), E \subseteq V \times L \times V,$$

$L(G) = \{w(p)\}$ ,  $w(p) = w(v_0 l_0 v_1, v_1 l_1 v_2, \dots)$ ,  $v_i, l_j, v_k \in E$ , то можно рассмотреть следующие задачи:

1. Поиск паттерна. Найти все пути в  $G$ , содержащие слова из  $L'$ :  $L'(G) \subseteq L(G) : \{P_G^{patterns}\} = \{P_G | w(P_G) \in L'(G)\}$ .
2. Проверка на анти-паттерн: пусто ли пересечение языка графа с «языком анти-паттернов»  $L''(G) : \{P_G \cap L''(G)\} \equiv \emptyset$ .
3. Классическая задача достижимости – найти все пары вершин (состояний программы, точек останова и т.д.), таких, что между ними существует нужный путь?
4. Подзадача классической задачи достижимости – существует ли нужный путь из точки  $A$  в  $B$  в программе?

Возможна и постановка последовательной проверки на КС-достижимость: сначала выделяется множество путей по (1), а далее проверяется (2). Такие паттерны (2) для (1) назовём «ограничивающими».

## 5.4 Нисходящий разбор

### 5.4.1 Комментарии к практике

На семинаре (fltp/p10/) были разобраны:

- Рекурсивный спуск
- LL(1)-анализ:

- $First_1/Follow_1$  - построение
  - Построение таблицы разбора
  - Построение и тестирование анализатора
  - Устранение левой рекурсии (fltp/p10/left\_recursion\_elimination)
- )

## 5.5 Восходящий разбор: LR

### 5.5.1 LR(0)

### 5.5.2 SLR

Автомат – такой же, как в LR(0). Таблица отличается только тем, что reduce выполняется только там, где это имеет смысл.

### 5.5.3 (C)LR(1)

Канонический LR.

### 5.5.4 LALR

Наиболее часто реализуемый на практике подход.

<https://github.com/meyerd/flex-bison-example>

Пусть есть грамматика, не разбираемая из-за конфликтов сдвиг-свертка или свертка-свертка по алгоритму SLR.

В этом случае грамматика преобразуется следующим образом:

- ищется нетерминал, на котором возникла вызвавшая конфликт свертка. Обозначим его  $A$ .
- вводятся новые нетерминалы  $A_1, A_2, \dots, A_n$ , по одному на каждое появление  $A$  в правых частях правил.
- везде в правых частях правил  $A$  заменяется на соответствующее  $A_k$ .
- набор правил с  $A$  в левой части повторяется  $n$  раз по разу для каждого  $A_k$ .
- правила с  $A$  в левой части удаляются, тем самым полностью удаляя  $A$  из грамматики. Для преобразованной грамматики (она порождает такой же язык, что и исходная) повторяется попытка построения SLR(1) таблицы разбора.

Действие основано на том, что  $Follow(A)$  есть объединение всех  $Follow(A_k)$ . В каждом конкретном состоянии новая грамматика имеет уже не  $A$ , а одно из  $A_k$ , то есть множество  $Follow$  для данного состояния имеет меньше элементов, чем для  $A$  в исходной грамматике.



Это приводит к тому, что для LALR(1) совершается меньше попыток поставить «приведение» в клеточку таблицы разбора, что уменьшает риск возникновения конфликтов с приведениями, иногда вовсе избавляет от них и делает грамматику, не разбираемую по SLR(1), разбираемой после преобразования.

Множество  $\text{Follow}(A_k)$  называется lookahead set для  $A$  и  $k$ -той встречи в правилах, отсюда название алгоритма.

### 5.5.5 Комментарии к практике

На семинаре (p11/) было разобрано несколько примеров работы с Flex/Bison для лексического и синтаксического анализа с вычислениями по ходу разбора соответственно.

## 5.6 О применении синтаксического анализа на практике

Как правило, в ходе синтаксического анализа мы не желаем просто узнавать, что это программа – синтаксически корректная программа на ЯП / строка какого-то языка; мы хотим что-то скомпилировать / извлечь и тд. То есть получить ее синтаксическую структуру, и с ней уже работать.

Тем не менее, бывает интересна и сама процедура вывода, если требуется что-то делать по ходу этой процедуры. Механизм выполнения действий во время разбора называется синтаксически управляемой трансляцией, и рассматривается в следующем разделе.

Пример: напишем грамматику арифметических выражений с  $+$ ,  $*$ ,  $(, )$

$S \rightarrow S + S$

$S \rightarrow S * S$

$S \rightarrow (S)$

$S \rightarrow n$

Данная грамматика действительно задаёт указанные выражения. Но чем она плоха с точки зрения их вычислений?<sup>11</sup> И чем грамматика, написанная ниже, – практически лучше?

$E \rightarrow T$

$E \rightarrow E + T$

$T \rightarrow F$

$T \rightarrow T * F$

$F \rightarrow n$

$F \rightarrow (E)$

По данной грамматике уже можно однозначно выполнить арифметические действия на основании полученной структуры и того, что записано в терминалах. То что записано – можно считать «значениями» или «атрибутами».

<sup>11</sup> Для ответа на этот вопрос нарисуйте дерево разбора в данной грамматике какого-нибудь выражения

Но можно пойти дальше и считать, что и у нетерминалов тоже есть атрибуты...

## 6 Синтаксически управляемая трансляция

### 6.1 Введение

Сначала мы работали с задачей распознавания – да / нет. Потом нам понадобилось строить дерево разбора. Теперь нам и этого станет мало.

Заметим, что дерево разбора – это тоже цепочка в некотором языке (любое дерево кодируется как  $root[child_1[...], child_2[...], ...]$ ).

**Опр. 6.1** *Трансляция - преобразование некоторой входной строки в выходную.  $\tau : L_i \Rightarrow L_o, L_i \in \Sigma_i^*, L_o \in \Sigma_o^*$*

Примеры:

- Вычисление арифметического выражения
- Преобразование арифметического выражения
- Любое преобразование программы в компиляторе
- Восстановление дерева по коду Прюфера

То есть, фактически, синтаксический анализ – это трансляция<sup>12</sup>.

Зачем же урезать модели трансляции, если у нас есть ЯП общего назначения (Тьюринг-полный)? В теории, чтобы можно было гарантировать некоторые свойства транслятора.

**Опр. 6.2 (Нестрогое)** *Синтаксически управляемая трансляция (англ. *Syntax-directed translation, SDT, CWT*) – преобразование текста в последовательность команд через добавление таких команд в правила грамматики*

А почему бы не разобрать слово, а потом обойти полученное дерево разбора, и посчитать? Действительно, зачастую в алгоритмах преобразования различных графоструктурированных данных (например, в оптимизационных проходах компилятора) именно так и поступают. Однако, существует минимум 2 мотивации так не делать:

- Экономия памяти – как минимум, мы можем не хранить дерево разбора памяти. Проблема – больше историческая.
- Актуальная проблема: есть логика выражений, в которой мы что-то делаем с атрибутами; если мы запишем дерево, а потом сделаем visitor по дереву, нам снова придется описать всю логику работы внутри обходчика еще раз – получается дублирование функциональности

А СУТ позволяет логику и синтаксис описать в одном месте.

<sup>12</sup>В задачах обобщения на графы это не всегда так – нас могут интересовать пересечения, пустота, etc

## 6.2 Атрибутные грамматики

Расширим понятие грамматики атрибутами и семантическими действиями.

- Пусть каждый символ в  $X \in \Sigma \cup N$  в грамматике может иметь атрибуты, которые содержат данные<sup>13</sup>. Это может быть *key : value* словарь, структура или union, не принципиально. Пусть, для определённости, для  $X$  с атрибутом  $t$  обращение к атрибуту может выглядеть как  $X.t$ , а ко всему атрибутам  $X.attr$ . Грамматика, содержащая такие «расширенные» символы, называется атрибутной грамматикой.
- Дополним атрибутную грамматику  $G = (\Sigma, N, P, S)$  семантическими действиями – множеством функций  $A - G = (\Sigma, N, P, S, A)$ , где  $\forall a \in A \exists p \in P : a(\{l.attr : l \in L\}, \{r.attr : r \in R\})$ ,  $l, r$  – всевозможные символы в соответственно левой и правой частях правила  $p$ , вызывается тогда и только тогда, когда применяется правило  $p$ . Говорят, что такая грамматика задаёт схему трансляции. Далее будем рассматривать только КС-грамматики, поэтому  $|L| = 1$ .

### 6.2.1 Типы атрибутов

Типы атрибутов вводятся с точки зрения действия над ними семантических операций в ходе разбора.

**Опр. 6.3** *Синтезированные атрибуты – атрибуты, вычисляемые из правых частей правил.*

Синтезированные атрибуты содержат информацию, подтягиваемую вверх по ходу восходящего разбора (либо возврата из рекурсивного спуска, etc), в общем, вычисляются по мере восхождения от терминалов к корню дерева разбора: в момент сворачивания по некоторому правилу, мы знаем атрибуты правой части, но ещё не знаем атрибуты левой. Они-то и «синтезируются» на основе атрибутов правой части<sup>14</sup>.

Пример: вычисления на синтезируемых атрибутах:

```
E -> E+T { E.val = E.val + T.val then print (E.val)}  
E -> T   { E.val = T.val}  
T -> T*F { T.val = T.val * F.val}  
T -> F   { T.val = F.val}  
F -> Id  {F.val = id}
```

Другие примеры с синтезируемыми атрибутами были рассмотрены на паре про Flex/Bison.

**Опр. 6.4** *Наследуемые атрибуты – атрибуты, вычисляемые из соседних либо родительских вершин дерева разбора.*

<sup>13</sup>Обычно такие атрибуты могут включать в себя тип переменной, значение выражения, и т.п.

<sup>14</sup>В этом месте становится понятно, почему Bison работает именно на синтезированных атрибутах, и вычисления происходят именно так

Пример: присвоение типа переменным при создании (`int a,b,c;`). Пример грамматики составить самостоятельно.

### 6.3 Более общая формулировка

Возьмем понятие трансляции из прошлого подраздела. Введем СУ схему как:

**Опр. 6.5** *СУТ* – это пятерка  $(\Sigma, N, P, S, \Pi)$ , где

- $\Pi$  – выходной алфавит
- $P$  – конечное множество правил вида  $A \rightarrow \alpha, \beta, \alpha \in (N \cup \Sigma)^*, \beta \in (N \cup \Pi)^*$ ,
- вхождения нетерминалов в цепочку  $\beta$  образуют перестановку нетерминалов из цепочки  $\alpha$
- Если нетерминалы повторяются более одного раза, их различают по индексам

В таком виде мы можем задавать, как преобразовывать цепочку. Получается, СУТ-схема задает синхронный вывод 2 цепочек.

- Если  $A \rightarrow (\alpha, \beta) \in P$ , то  $(\gamma A^i \delta, \gamma' A^i \delta') \Rightarrow (\gamma \alpha^i \delta, \gamma' \beta^i \delta')$
- Рефлексивно-транзитивное замыкание отношения  $\Rightarrow$  называется отношением выводимости  $\Rightarrow^*$
- Трансляцией называется множество пар  $\{(\alpha, \beta) | (S, S) \Rightarrow^* (\alpha, \beta), \alpha \in \Sigma^*, \beta \in \Pi^*\}$
- Схема называется простой, если в любых правилах вида  $A \rightarrow (x, y)$  нетерминалы  $x, y$  встречаются в одном и том же порядке.
- Схема называется однозначной, если не существует двух правил  $A \rightarrow a, b, A \rightarrow a, c$ , таких, что  $b, c$  – разные символы.

**Т. 6.1** *Выходная цепочка однозначной СУТ-схемы может быть сгенерирована при одностороннем выводе.*

Также существует понятие обобщенной СУТ-схемы.

Там, фактически, параллельно строятся два дерева разбора:

Для каждой внутренней вершины дерева, соответствующей нетерминалу  $A$ , с каждым  $A_j$  связывается цепочка (трансляция) символа  $A_j$

TODO: дописать

$E \rightarrow E + T$	, $E_1 = E_1 + T_1$
	, $E_2 = E_2 + T_2$
$T$	, $E_1 = T_1, E_2 = T_2$
$T \rightarrow T * F$	, $T_1 = T_1 * F_1$
	, $T_2 = T_1 * F_2 + T_2 * F_1$
$F$	, $T_1 = F_1, T_2 = F_2$
$F \rightarrow (E)$	, $F_1 = (E_1)$
	, $F_2 = (E_2)$
$\sin(E)$	, $F_1 = \sin(E_1)$
	, $F_2 = \cos(E_1) * E_2$
$\cos(E)$	, $F_1 = \cos(E_1)$
	, $F_2 = -\sin(E_1) * E_2$
$x$	, $F_1 = x, F_2 = 1$
$n$	, $F_1 = n, F_2 = 0$

Рис. 6: Обобщенная СУТ, позволяющая описать простейшее дифференцирование

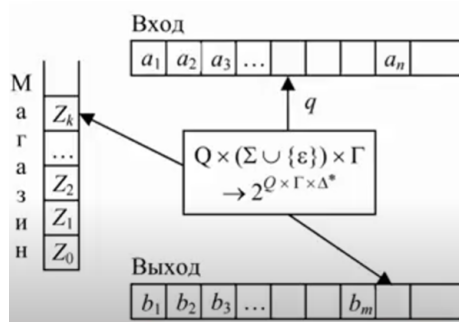


Рис. 7: МП-преобразователь

#### 6.4 Магазинный преобразователь

Под этим лежит (может лежать) формальный вычислитель – магазинный преобразователь – выходная лента + МП автомат, который на каждый шаг на выходную ленту что-нибудь печатает.

Доказывается, что, так как МП-преобразователь не может что-нибудь переставить на своем стеке, то класс трансляций МП-автомата не шире класса простых СУ-трансляций.

Также доказывается, что по любой простой СУ-схеме можно построить МП-преобразователь, то есть классы совпадают.

## 7 Компиляторные технологии

### 7.1 Представление кода в виде дерева

Дерево разбора (именуемое ещё «concrete syntax tree» в книгах по компиляторам [7]) – подробно разобранный нами в разделе 5 структура представления синтаксиса. В компиляторах его использование, вернее, использование его как явного представления программы, избыточно, так как некоторые синтаксические конструкции могут быть удалены или слиты воедино после синтаксического разбора.

**Опр. 7.1** *Abstract syntax tree (AST) – упрощённое представление синтаксической структуры программы – помеченное ориентированное дерево, в котором внутренние вершины помечены операторами языка программирования, а листья – соответствующими операндами.*

Таким образом, листья *AST* являются пустыми операторами и представляют только переменные и константы.

*AST* отличается от дерева разбора тем, что в нём отсутствуют узлы и рёбра для тех синтаксических правил, которые не влияют на семантику программы. Например:

- отсутствует информация о скобках – она задается структурой дерева
- вышеупомянутое упрощение  $numterm \rightarrow leafnode \rightarrow leafnode : val$

Обычно всё незначимая подцепочка просто заменяется на значение(я) из терминала(ов).

```
TranslationUnitDecl 0x58e128 <<invalid sloc>> <invalid sloc>
|
| -TypeDefDecl 0x58e9c0 <<invalid sloc>> <invalid sloc> implicit __int128_t '__int128'
|   |
|   | -BuiltinType 0x58e6c0 '__int128'
|   |
| -TypeDefDecl 0x58ea30 <<invalid sloc>> <invalid sloc> implicit __uint128_t 'unsigned __int128'
|   |
|   | -BuiltinType 0x58e6e0 'unsigned __int128'
|   |
| -TypeDefDecl 0x58ed38 <<invalid sloc>> <invalid sloc> implicit __NSConstantString_tag 'struct __NSConstantString_tag'
|   |
|   | -RecordType 0x58eb10 'struct __NSConstantString_tag'
|   |   |
|   |   | -Record 0x58ea88 '__NSConstantString_tag'
|   |   |
| -TypeDefDecl 0x58edd0 <<invalid sloc>> <invalid sloc> implicit __builtin_ms_va_list 'char **'
|   |
|   | -PointerType 0x58ed90 'char **'
|   |   |
|   |   | -BuiltinType 0x58e1c0 'char'
|   |   |
| -TypeDefDecl 0x58f0c8 <<invalid sloc>> <invalid sloc> implicit __builtin_va_list 'struct __va_list_tag [1]'
|   |
|   | -ConstantArrayType 0x58f070 'struct __va_list_tag [1]' 1
|   |   |
|   |   | -RecordType 0x58eeb0 'struct __va_list_tag'
|   |   |   |
|   |   |   | -Record 0x58ee28 '__va_list_tag'
|   |   |   |
| -FunctionDecl 0x58e5e0 <1.c:1:1, line:3:1> line:1:5 f 'int (int, int)'
|   |
|   | -ParmVarDecl 0x58bcf8 <col:7, col:11> col:11 used a 'int'
|   |   |
|   |   | -ParmVarDecl 0x58bd78 <col:14, col:18> col:18 used b 'int'
|   |   |   |
|   |   |   | -CompoundStmt 0x58c048 <col:21, line:3:1>
|   |   |   |   |
|   |   |   |   | -ReturnStmt 0x58c038 <line:2:2, col:15>
|   |   |   |   |   |
|   |   |   |   |   | -BinaryOperator 0x58c018 <col:9, col:15> 'int' '/'
|   |   |   |   |   |   |
|   |   |   |   |   |   | -ParenExpr 0x58bfd8 <col:9, col:13> 'int'
|   |   |   |   |   |   |   |
|   |   |   |   |   |   |   | -BinaryOperator 0x58bfb8 <col:10, col:12> 'int' '+'
|   |   |   |   |   |   |   |   |
|   |   |   |   |   |   |   |   | -ImplicitCastExpr 0x58bf88 <col:10> 'int' <LValueToRValue>
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   | -DeclRefExpr 0x58bf48 <col:10> 'int' lvalue ParmVar 0x58bcf8 'a' 'int'
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | -ImplicitCastExpr 0x58bfa0 <col:12> 'int' <LValueToRValue>
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | -DeclRefExpr 0x58bf68 <col:12> 'int' lvalue ParmVar 0x58bd78 'b' 'int'
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | -IntegerLiteral 0x58bf18 <col:15> 'int' 2
```

Рис. 8: Clang AST для функции целочисленного осреднения 2 целых чисел

Понятно, что структура элементов дерева укладывается в иерархии. Здесь следует отметить 2 момента по программированию:

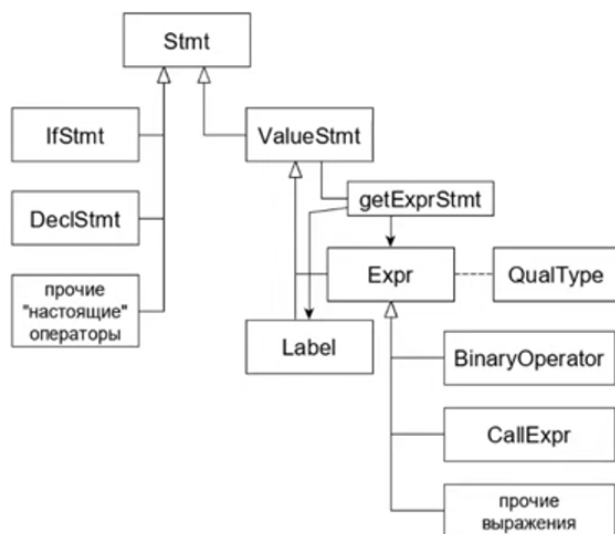


Рис. 9: Clang FE: Иерархия Stmt в Clang AST

- У 2 разных корней (ноды разных категорий) может не быть общего предка, и на практике они наследованы от разных базовых классов. То есть иерархически по классам дерево получается не деревом, а лесом. И методы для каждого дерева из леса могут быть различными.
- Представим, мы находимся в вершине дерева  $A$ , и нам нужно сделать кодогенерацию для дочерней вершины  $B$ , которая может быть типов  $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$ . Следовательно, в функцию  $CG :: GenerateCodeA$  придётся вставить switch-case на  $n$  элементов для каждой из альтернатив  $C_i$ . Но так придётся делать для каждой из функций!

Напрашивается способ, как решить вышеуказанные моменты изящно. Для этого служит паттерн ООП «Visitor» [8], который мы рассматривать не будем. Любой модуль, использующий AST для своих целей (AST Consumer) реализует в себе такой «Visitor».

## 7.2 Синтаксический разбор

Как правило, в компиляторах на данный момент доминируют 3 способа построения AST по входной программе:

- LALR(1)-парсинг + модификации парсера для специфических операций типа «составление таблицы символов», etc. Использовался ранее в GCC до версии 3.X.X, затем был переработан во вручную написанный рекурсивный спуск.

- Рекурсивный спуск, написанный вручную. Используется в Clang, современном GCC, Rust C и др<sup>15</sup>.
- GLR-анализ – обобщенный LR-разбор, как правило, использующий GLR-парсеры общего назначения, частично доработанные. Пример – Elsa C++ Parser.

Если смотреть по соотношению в индустрии, подход №2 с рекурсивным спуском существенно доминирует. Почему так? Этому есть, как минимум, 4 причины:

### 7.3 Лексический анализ C-подобных языков

```
int 'int'      [StartOfLine] Loc=<1.c:1:1>
identifier 'f' [LeadingSpace] Loc=<1.c:1:5>
l_paren '('    Loc=<1.c:1:6>
int 'int'      Loc=<1.c:1:7>
identifier 'a' [LeadingSpace] Loc=<1.c:1:11>
comma ','      Loc=<1.c:1:12>
int 'int'      [LeadingSpace] Loc=<1.c:1:14>
identifier 'b' [LeadingSpace] Loc=<1.c:1:18>
r_paren ')'    Loc=<1.c:1:19>
l_brace '{'    [LeadingSpace] Loc=<1.c:1:21>
return 'return' [StartOfLine] [LeadingSpace] Loc=<1.c:2:2>
l_paren '('    [LeadingSpace] Loc=<1.c:2:9>
identifier 'a' Loc=<1.c:2:10>
plus '+'       Loc=<1.c:2:11>
identifier 'b' Loc=<1.c:2:12>
r_paren ')'    Loc=<1.c:2:13>
slash '/'      Loc=<1.c:2:14>
numeric_constant '2' Loc=<1.c:2:15>
semi ';'       Loc=<1.c:2:16>
r_brace '}'    [StartOfLine] Loc=<1.c:3:1>
eof ''        Loc=<1.c:3:2>
```

Рис. 10: Токены для функции целочисленного осреднения 2 целых чисел

Проблемы:

- Есть 2 типа токенов (или даже больше!) – Token и PreprocessingToken (для макроопределений)

Интуитивно бы сделать 1 лексер на 2 класса токенов. Но в некоторых компиляторах, например в Clang, все с точностью до наоборот – 2 лексера (Lexer и TokenLexer) и один класс токенов (Token)! Как результат, при обработке, например, `#include`, нужно поддерживать целый стек лексеров, какие-то из которых просто лексеры, а какие-то TokenLexer.

<sup>15</sup>На момент проведения занятия весной 2022 г. было выяснено, что MSVC тоже использует рекурсивный спуск, о других проприетарных компиляторах автору ничего не известно.



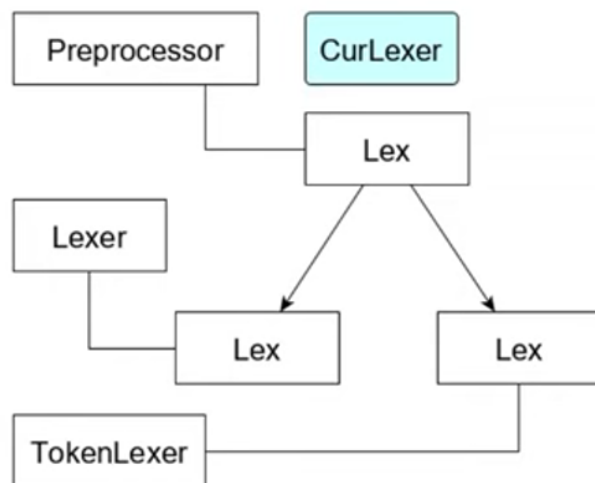


Рис. 11: Два лексера в Clang

## 7.4 Взаимодействие компонент фронтенда

В учебниках по компиляторам [7] и различных курсах часто пишут, что взаимодействие компонент фронтенда выглядит как конвейер:

**лексический → синтаксический → семантический анализ**

Это крайне грубое представление о работе современных компиляторных фронтендов. В следующем подразделе мы покажем, что в деталях это совсем не так.

## 7.5 Clang как фронтенд

При вызове `clang -cc1` создаётся экземпляр класса `Clang::CompilerInstance` в методе `cc1_main`, в нём выставляется базовое действие, которое должен сделать фронтенд<sup>16</sup>. Действие активируется `Act`, после чего Clang его выполняет.

### 7.5.1 Иерархия базовых действий:

Как правило, мы хотим что-то выводить – у нас `Emit<actionname>Action`. Стоит отметить, что:

- Все такие действия наследуют от `CodeGenAction`
- `CodeGenAction` делает `CodeGen` консьюмером для `AST`

<sup>16</sup>только одно, поэтому clang не может одновременно, например, скомпилировать программу (`-emit-obj`) и сдать AST (`-ast-dump`)

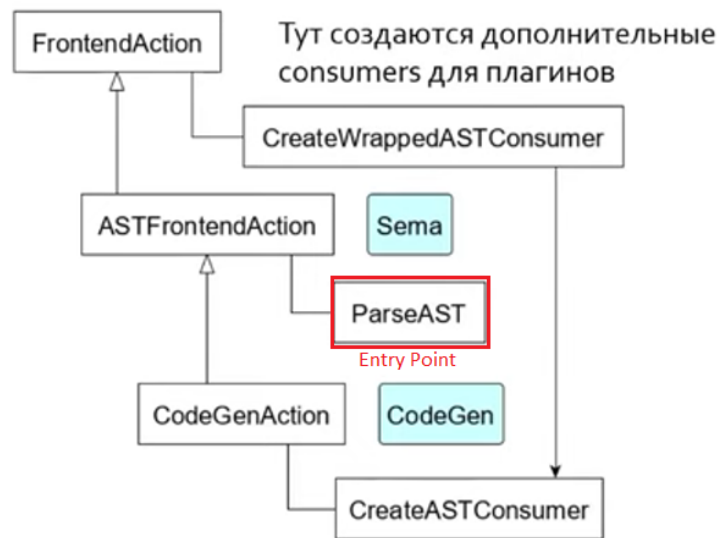


Рис. 12: Clang FE: Иерархия действий при парсинге

- ASTFrontendAction добавляет использование семантического анализа
- Точка входа при таких действиях: ParseAST.

### 7.5.2 Парсинг в Clang

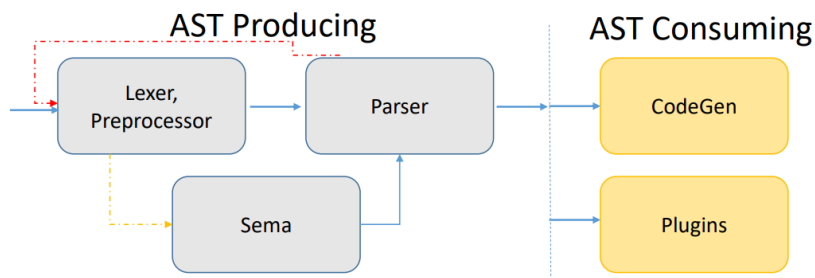


Рис. 13: Clang FE: Диаграмма зависимостей при парсинге / консьюминге AST

Главный модуль в парсинге – Parser. Его задача – подготовить AST, далее включаются все продьюсеры, потребляющие AST. Лексер – однопоточный и по умолчанию не зависит от парсера<sup>17</sup>. Это 2 лексера, описанных

<sup>17</sup>Это не совсем так, в виду возможности махинаций с токенами и возможностью бектрекинга

выше. Стек лексеров хранит объект класса `Preprocess`, он и является настоящим лексером в Clang. Семантический модуль `Sema`, по теории, не должен зависеть от лексера, но он от него зависит! (Ужас!).

Парсер – это рукописный рекурсивный спуск, как было сказано ранее. То есть написан набор методов `Parser::Parse<XYZ>`, по функции для каждого нетерминала. Если в ходе парсинга происходит ошибка, в принципе, предпостроенная часть AST имеет право на существование, а в месте, в котором возник затык, вставляется вершина с записью о возможной ошибке (ошибки вставляются по сопоставлению с большим `enum`’ом). Также есть опция `-fixit`, позволяющая исправлять простейшие синтаксические ошибки.

LALR(1) не используется, потому что C/C++ языки, для которых:

- Грамматика «ну почти» регулярная – довольно простая<sup>18</sup>
- При этом язык на самом деле контекстно-зависимый
- Потенциально мало бектрекинга
- Довольно строгий стандарт
- Много особых случаев, которые гораздо проще прописывать вручную

Проблемы:

- Невозможность раннего определения идентификаторам категории (лексер даже не пытается). Поток токенов ну ооочень простой. Парсер должен по грамматике догадаться по грамматике, что это. А сам язык сложный.
- Бектрекинг может быть необходим при таком подходе!

Бектрекинг в лексере: интерфейс (завёрнутый в `TentativeParsingAction`-объект)

- `EnableBacktrackAtThisPos`<sup>19</sup> – запомнить точку отката
- `CommitBacktrackedTokens` – забыть
- `Backtrack` – откатиться

Следовательно: лексер поддерживает бектрекинг, после которого подпоследовательность снова считывается, и снова разбирается парсером. Это довольно накладно по производительности, поэтому придумали ещё один тип токенов – аннотирующие.

Как правило, их используют для `typename`, `scope_identifiers`. Парсер внедряет этот токен в последовательность токенов для указания, что уже

<sup>18</sup>По крайней мере, большинство правил

<sup>19</sup>Данный вызов укладывает позиции в стек: откатываясь к  $n$ -й контрольной точке, далее можно откатиться к  $n - 1$ -й и так далее

понял, что это за тип и т.д. (проверка: `if TryAnnotateTypeOrScopeToken()`, установка: `setTypeAnnotation(tok,ty)`).

Мало того, парсер способен вставлять не только аннотирующие, а и вообще любые токены (см. метод `ExpectAndConsume`). Иногда это используется для обработки ошибок.

### 7.5.3 Семантический анализ

Семантический анализ выполняется модулем `Sema` по вызову из модуля `Parser`.

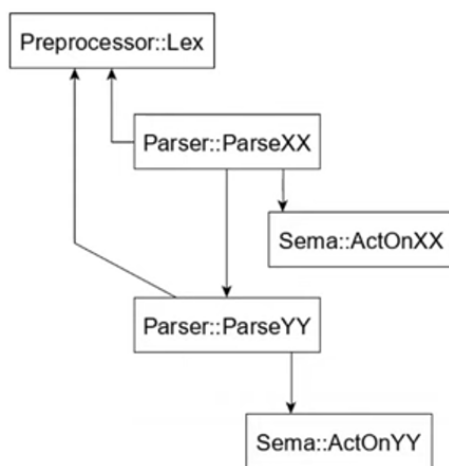


Рис. 14: Clang FE: Parser + Sema

Семантический анализ происходит по схеме:

`Parse(XX) -> Sema::ActOn(XX) -> Ok? -> change AST / No? -> error`, причём AST строит именно семантический анализатор. То есть модуль `Sema` по сути решает 2 задачи:

- Ищет ошибки
- Строит AST

## 8 Приложение

### 8.1 Необходимые определения из близких областей

#### 8.1.1 Графы

В данном курсе мы будем рассматривать только конечные ориентированные помеченные графы, подразумевая под «графами» именно такие графы, если не указано противное.

**Опр. 8.1** Граф  $G = (V, E, L)$ , где  $V$  — конечное множество вершин,  $E$  — конечное множество рёбер,  $L$

**Опр. 8.2** Отношением достижимости на графе в смысле нашего определения называется двуместное,

**Опр. 8.3** Транзитивным замыканием графа называется транзитивное замыкание отношения достижимости по всему графу.

## Список литературы

- [1] Хопкрофт Д., Мотвани Р., Ульман Д. Введение в теорию автоматов, языков и вычислений. Санкт-Петербург : Вильямс, 2008.
- [2] [http://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=Минимизация\\_ДКА,\\_алгоритм\\_за\\_0\(n%5E2\)\\_с\\_построением\\_пар\\_различимых\\_состояний](http://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=Минимизация_ДКА,_алгоритм_за_O(n^5E^2)_с_построением_пар_различимых_состояний)
- [3] [http://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=Минимизация\\_ДКА,\\_алгоритм\\_Хопкрофта\\_\(сложность\\_0\(n\\_log\\_n\)\)](http://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=Минимизация_ДКА,_алгоритм_Хопкрофта_(сложность_O(n_log_n)))
- [4] [http://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=Алгоритм\\_Бржозовского](http://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=Алгоритм_Бржозовского)
- [5] <https://habr.com/ru/post/171667>, 2013 (перевод, оригинал тоже гуглится).
- [6] Префиксное сжатие регулярных выражений. Хабр. <https://habr.com/ru/post/117177/>
- [7] Alfred V. Aho, Monica S. Lam, Ravi Sethi, and Jeffrey D. Compilers: Principles, Techniques, and Tools.
- [8] Fluentcpp: Design Patterns vs Design Principless: Visitor. <https://www.fluentcpp.com/2022/02/09/design-patterns-vs-design-principles-visitor/>