

נתונה בעיית תכנון לינארי:

$$\text{Max } \{z = 5x_1 - x_2\}$$

בכפוף לאיוילוצים האלה:

$$2x_1 + 3x_2 \leq 18$$

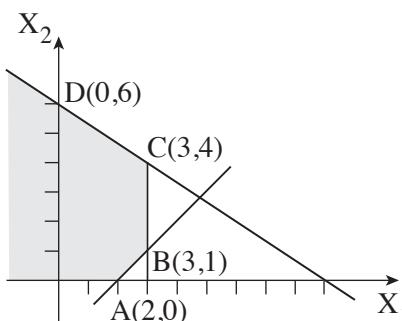
$$x_1 - x_2 \leq 2$$

$$x_1 \leq 3$$

$$x_2 \geq 0$$

$x_1$  אינו מוגבל בסימן.

נתון גם כי הפתרון  $(3, 1)$  הוא פתרון אופטימלי של הבעיה.  
כל אחד מהסעיפים האלה ש לפניו מתייחס לבעיית התכנון הلينארי הנתונה.  
הסעיפים אין תלויים זה בזה. ענה על כל הסעיפים.  
א. לפניך סרטוט של תחום הפתרונות האפשריים של הבעיה הנתונה.



העתק למחברתך את הסרטוט, ובצע את הצעדים האלה:

צעד 1: הוסף לסרטוט שבמחברתך את היטל הגובה של פונקציית המטרה

$$\text{בעבור } z = 5.$$

חשב את שיעורי נקודות החיתוך של היטל זה עם הציר  $x_1$  ו-  $x_2$ ,  
וסמן אותן על הסרטוט.

צעד 2: הוסף לסרטוט שבמחברתך את היטל הגובה של פונקציית המטרה

$$\text{בעבור } z = 15.$$

חשב את שיעורי נקודות החיתוך של היטל זה עם הציר  $x_1$  ו-  $x_2$ ,  
וסמן אותן על הסרטוט.

**3. עד** סמן בסדרות שבסחרתך, באמצעות חץ, את כיוון העליה של פונקציית המטרה.

האם הצעדים 3-1 מראים שהפתרון (1, 3) הוא הפתרון האופטימלי היחיד? נמק את תשובה.

**b.** לבעה הנтונה בתחילת השאלה מוסיפים את האילוץ:

$$x_1 - x_2 \geq 2$$

סרטט בסחרתך מערכת צירים חדשה, וסמן עליה ורק את תחום הפתרונות האפשריים שיתקבל לאחר הוספת אילוץ זה.

**c.** לבעה הנתונה בתחילת השאלה מוסיפים אילוץ חדש כלשהו, כך שלאחר הוספתו תחום הפתרונות האפשריים הוא הקטן שבין שתי הנקודות (4, 1) ו (3, 1). האם הפתרון האופטימלי הנתון (1, 3) השתנה? נמק את תשובה.

לבעה הנתונה בתחילת השאלה מוסיפים אילוץ חדש:

$$3x_1 + 2x_2 \leq 14$$

תלמיד טען שהפתרון האופטימלי הנתון (1, 3) לא השתנה.

האם התלמיד צדק? נמק את תשובה בלי לסרטט מחדש את תחום הפתרונות האפשריים לאחר הוספת אילוץ זה.

**d.** משנים רק את פונקציית המטרה של הבעה שבתחילת השאלה ל-  $z = 3x_1$ .

לפניך ההיגדים ו-ז' שرك אחד מהם נכון. העתק למחברתך את ההיגד הנוכחי, ונמק את בחירתך.

**i** הפתרון האופטימלי היחיד יהיה (1, 3).

**ii** הפתרון האופטימלי היחיד יהיה (3, 4).

**iii** הפתרון האופטימלי החדש יהיה:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} + (1 - \lambda) \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\text{כאשר } 0 \leq \lambda \leq 1$$

**iv** הפתרון האופטימלי יהיה לא חסום.