

מייקוד 2025

saritsamuel2016@gmail.com

שאלון

מה שמספרך יד

581

(5 ינואר, 2024)

בריאות במתמטיקה

לכל השאלות בחוברת פתרונות יידעו מלאים

באפליקציית **MY.GEVA.CO.IL** ואתר **MY.GEVA.CO.IL**

מדעים! מה הלאה?



מורדים את האפליקציה **MY.GEVA.CO.IL**



סורקים את הברקוד המופיע ליד כל שאלה



צופים בסרטון ההסביר המלא לשאלה



ממצאים בברשות



Յոալ גבע

עדכני 2023-2024

הקדמה

מורים ותלמידים יקרים,
אנו שמחים להגיש לכם חוברת הכנה לkrarat הבגרות במתמטיקה
לשאלון 581 (5 יחידות לימוד).

בחוברת תמצאו את 49 מבחני הבגרות שנערכו עד היום בשאלון 581
(מועד חורף וקי"ז), עד וככל מועד ב', קיץ 2023.

מה מיוחד בחוברת זו?

כל השאלות בחוברת קיימים סרטוני וידאו הכוללים פתרונות מלאים
באטר my.geva.co.il

כיצד צופים בסרטון פתרון?

נכנים לאתר my.geva.co.il

בוחרים את מס' מס' יחידות הלימוד ונכנים לפתרונות וידאו ל מבחני
בגרות 581.

cut ניתן לראות את פתרונות הוויידאו לכל השאלות מבחן הבגרות.
פתרונות לשני המבחנים הראשונים הם בחרינט!

כיצד אנו ממליצים להיעזר בסרטוני הפתרון שבאתר my.geva.co.il?

בכל שאלה שבה אתם מתתקשים, או שהתשובה הסופית שקיבלתם
איינה توامة את התשובות המופיעות בסוף המבחן, מומלץ לצפות
בסרטון הפתרון המתאים. כמו כן, אם קיימים נושא שבו אתם מרגיעים
צורך בחיזוק נוסף, מומלץ לצפות בכל סרטוני הפתרון באותו נושא.
(מיון שאלות המבחנים לפי נושאים מופיע בהמשך החוברת.)

בנוסף, ניתן לרכוש באתר my.geva.co.il מנוי לסרטוני פתרון
לשאלות מתוך ספרי הלימוד לשאלון 581, בהוצאת יואל גבע.

لتשומת ליבכם!

החל ממועד קיץ תשע"ד, 2014, שאלון 581 כולל 8 שאלות ולא 9 שאלות כפי שהייתה בעבר.

(הפרק השני בשאלון כולל 2 שאלות במקום 3.)

כמו כן, הנושאים אינדוקציה מתמטית, בעיות תרורבות וסדרות מעורבות
אין נכללים עוד בתכנית הלימודים. כדי להתאים את מבחני הבגרות למבנה
הבחינה העדכני ולתכנית הלימודים החלפנו את השאלות בנושאים הנ"ל
בשאלות אחרות הנכללות בתכנית הלימודים.

זכות היוצרים על שאלות הלקחות מבחני בגרות שמורות למדינת ישראל.
כל הזכויות על השאלות האחרות שמורות להוצאה הספרים יואל גבע.

אנו מארחים לכם הצלחה רבה בבחינות הבגרות.
יואל גבע – הוצאה הספרים, צוות האתר my.geva.co.il.

המבנה של שאלון 581

תלמידי 5 ייחידות לימוד נבחנים בשני שאלונים.
השאלון הראשון הוא 035581 והשאלון השני הוא 035582.

בשאלון 581 שלושה פרקים.
משק הבחינה: שלוש שעות וחצי.
בסך הכל צריך לענות על 5 שאלות מתוך 8 שאלות.

המבנה של שאלון 581:

פרק ראשון – בעיות מילוליות, סדרות, הסתברות (40 נקודות).

הפרק כולל 3 שאלות, מתוכן יש לענות על 2 שאלות (לכל שאלה – 20 נקודות).

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות).
הפרק כולל 2 שאלות, מתוכן יש לענות על שאלה אחת (לכל שאלה – 20 נקודות).

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואיינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רצינוליות, של פונקציות עם שורשים ריבועיים, ושל פונקציות טרייגונומטריות (40 נקודות).
הפרק כולל 3 שאלות, מתוכן יש לענות על 2 שאלות (לכל שאלה – 20 נקודות).

בעמוד הבא מצורף דף ההוראות לנבחן כפי שמופיע בטופס הבגרות של שאלון 581.

מדינת ישראל
משרד החינוך

א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרנרים
סוג הבדיקה:
מועד הבדיקה:
מספר השאלה:
דף נוסחאות ל-5 יחידות לימוד
נספח:

מתמטיקה
5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א.	<u>משך הבדיקה:</u> שלוש שעות וחצי.
ב.	<u>מבנה השאלון ופתחה הערכיה:</u> בשאלון זה שלושה פרקים. פרק ראשון – אלגברה והסתברות – 20×2 – 40 נקודות פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במשורט – 20×1 – 20 נקודות פרק שלישי – חישוב דיפרנציאלי ואינטגרלי – 20×2 – 40 נקודות סה"כ – 100 נקודות
ג.	<u>חומר עזר מותר בשימוש:</u> (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכונות במחשבון הנitin לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכונות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבדיקה. (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
ד.	<u>הוראות מיוחדות:</u> (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד. (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשות במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעוזרת מחשבון. הסביר את <u>כל</u> פעולותך, כולל חישובים, בפירות ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבדיקה. (3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבדיקה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבדיקה.

הערה: קישורית לדוגמאות תשובה לשאלון זה תתפרסם בדף הראשי של אתר משרד החינוך.

הנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות לנבחנים אחד.

ב ה צ ל ח ה !

מיון שאלות המבחןים לפי נושאים

בעיות מילוליות

בעיות תנואה

עמוד 1 שאלה 1, עמוד 5 שאלה 1, עמוד 13 שאלה 1, עמוד 18 שאלה 1,
עמוד 22 שאלה 1, עמוד 30 שאלה 1, עמוד 35 שאלה 1, עמוד 43 שאלה 1,
עמוד 47 שאלה 1, עמוד 61 שאלה 1, עמוד 66 שאלה 1, עמוד 70 שאלה 1,
עמוד 84 שאלה 1, עמוד 89 שאלה 1, עמוד 94 שאלה 1, עמוד 99 שאלה 1,
עמוד 115 שאלה 1, עמוד 120 שאלה 1, עמוד 132 שאלה 1,
עמוד 139 שאלה 1, עמוד 161 שאלה 1, עמוד 168 שאלה 1,
עמוד 175 שאלה 1, עמוד 184 שאלה 1, עמוד 191 שאלה 1,
עמוד 199 שאלה 1, עמוד 207 שאלה 1, עמוד 217 שאלה 1,
עמוד 226 שאלה 1, עמוד 235 שאלה 1, עמוד 245 שאלה 1,
עמוד 255 שאלה 1, עמוד 265 שאלה 1, עמוד 276 שאלה 1,
עמוד 287 שאלה 1, עמוד 295 שאלה 1, עמוד 303 שאלה 1.

בעיות הספק

עמוד 9 שאלה 1, עמוד 26 שאלה 1, עמוד 39 שאלה 1, עמוד 52 שאלה 1,
עמוד 57 שאלה 1, עמוד 75 שאלה 1, עמוד 80 שאלה 1, עמוד 104 שאלה 1,
עמוד 109 שאלה 1, עמוד 126 שאלה 1, עמוד 147 שאלה 1,
עמוד 154 שאלה 1.

סדרות

סדרה חשבונית

עמוד 1 שאלה 2 סעיף ב, עמוד 13 שאלה 2, עמוד 18 שאלה 2,
עמוד 35 שאלה 2 סעיף א, עמוד 39 שאלה 2, עמוד 47 שאלה 2 סעיף ב,
עמוד 52 שאלה 2, עמוד 66 שאלה 2, עמוד 70 שאלה 2, עמוד 75 שאלה 2,
עמוד 104 שאלה 2, עמוד 126 שאלה 2, עמוד 148 שאלה 2,
עמוד 169 שאלה 2, עמוד 218 שאלה 2 סעיף א, עמוד 227 שאלה 2,
עמוד 245 שאלה 1, עמוד 304 שאלה 2.

סדרה הנדסית

עמוד 5 שאלה 2, עמוד 9 שאלה 2, עמוד 94 שאלה 2, עמוד 115 שאלה 2,
עמוד 121 שאלה 2, עמוד 155 שאלה 2, עמוד 176 שאלה 2 סעיפים א, ב,
עמוד 185 שאלה 2, עמוד 208 שאלה 2, עמוד 256 שאלה 2.

סדרה הנדסית אינסופית מתכנסת

עמוד 1 שאלה 2 סעיף א, עמוד 26 שאלה 2, עמוד 30 שאלה 2 סעיף א, עמוד
57 שאלה 2, עמוד 61 שאלה 2, עמוד 84 שאלה 2, עמוד 132 שאלה 2,
עמוד 176 שאלה 2 סעיף ג, עמוד 192 שאלה 2, עמוד 200 שאלה 2,
עמוד 208 שאלה 2 סעיף ב, עמוד 218 שאלה 2, עמוד 236 שאלה 2,
עמוד 266 שאלה 2, עמוד 278 שאלה 2, עמוד 288 שאלה 2,
עמוד 296 שאלה 2.

סדרות כלליות וככל נסיגה

עמוד 22 שאלה 2, עמוד 30 שאלה 2 סעיף ב, עמוד 35 שאלה 2 סעיף ב,
עמוד 43 שאלה 2, עמוד 47 שאלה 2 סעיף א, עמוד 80 שאלה 2,
עמוד 89 שאלה 2, עמוד 99 שאלה 2, עמוד 110 שאלה 2, עמוד 140 שאלה 2,
עמוד 162 שאלה 2.

הסתברות

טבלה דו ממדית

עמוד 36 שאלה 3, עמוד 58 שאלה 3, עמוד 100 שאלה 3 סעיף א,
עמוד 297 שאלה 3 ללא סעיף ד.

כפל וחיבור הסתברויות, דיאגרמת עץ

עמוד 2 שאלה 3, עמוד 5 שאלה 3, עמוד 40 שאלה 3 סעיף א
עמוד 48 שאלה 3, עמוד 53 שאלה 3, עמוד 85 שאלה 3, עמוד 121 שאלה 3,
עמוד 169 שאלה 3, עמוד 177 שאלה 3, עמוד 237 שאלה 3,
עמוד 247 שאלה 3, עמוד 257 שאלה 3.

נוסחת ברנולי – התפלגות בינומית

עמוד 22 שאלה 3, עמוד 40 שאלה 3 סעיף ב, עמוד 81 שאלה 3,
עמוד 116 שאלה 3, עמוד 127 שאלה 3, עמוד 140 שאלה 3,
עמוד 155 שאלה 3.

בעיות המשלבות טבלה דו ממדית או דיאגרמת עץ

עם נוסחת ברנולי

עמוד 10 שאלה 3, עמוד 14 שאלה 3, עמוד 19 שאלה 3, עמוד 26 שאלה 3,
עמוד 31 שאלה 3, עמוד 43 שאלה 3, עמוד 62 שאלה 3, עמוד 66 שאלה 3,
עמוד 71 שאלה 3, עמוד 76 שאלה 3, עמוד 90 שאלה 3, עמוד 95 שאלה 3,
עמוד 163 שאלה 3, עמוד 100 שאלה 3, עמוד 105 שאלה 3,
עמוד 110 שאלה 3, עמוד 133 שאלה 3, עמוד 148 שאלה 3,
עמוד 185 שאלה 3, עמוד 193 שאלה 3, עמוד 201 שאלה 3,
עמוד 209 שאלה 3, עמוד 219 שאלה 3, עמוד 228 שאלה 3,
עמוד 267 שאלה 3, עמוד 279 שאלה 3, עמוד 288 שאלה 3,
עמוד 297 שאלה 3, עמוד 304 שאלה 3.

גאומטריה

בעיות עם מושלמים ומרובעים (עם או בלי פרופורציה ודמיון)

עמוד 6 שאלה 4, עמוד 14 שאלה 4, עמוד 19 שאלה 4, עמוד 27 שאלה 4,
עמוד 36 שאלה 4, עמוד 48 שאלה 4, עמוד 95 שאלה 4, עמוד 100 שאלה 4,
עמוד 122 שאלה 4, עמוד 134 שאלה 4, עמוד 141 שאלה 4,
עמוד 258 שאלה 4 סעיפים א-ג, עמוד 280 שאלה 4 ללא סעיף ה(2).

בעיות עם מעגל (ללא פרופורציה ודמיון)

עמוד 2 שאלה 4, עמוד 53 שאלה 4, עמוד 58 שאלה 4, עמוד 62 שאלה 4,
עמוד 116 שאלה 4, עמוד 194 שאלה 4, עמוד 202 שאלה 4,
עמוד 210 שאלה 4, עמוד 229 שאלה 4, עמוד 238 שאלה 4,
עמוד 248 שאלה 4, עמוד 258 שאלה 4 סעיף ד, עמוד 268 שאלה 4,
עמוד 280 שאלה 4 סעיף ה(2).

בעיות עם מעגל (כולל פרופורציה ודמיון)

עמוד 10 שאלה 4, עמוד 23 שאלה 4, עמוד 31 שאלה 4, עמוד 40 שאלה 4,
עמוד 44 שאלה 4, עמוד 67 שאלה 4, עמוד 71 שאלה 4, עמוד 76 שאלה 4,
עמוד 81 שאלה 4, עמוד 85 שאלה 4, עמוד 90 שאלה 4, עמוד 105 שאלה 4,
עמוד 111 שאלה 4, עמוד 127 שאלה 4, עמוד 149 שאלה 4,
עמוד 156 שאלה 4, עמוד 164 שאלה 4, עמוד 170 שאלה 4,
עמוד 178 שאלה 4, עמוד 186 שאלה 4, עמוד 221 שאלה 4,
עמוד 289 שאלה 4, עמוד 298 שאלה 4, עמוד 305 שאלה 4.

טריגונומטריה

הערה: ברוב הבעיות נדרש ידע בזיהוות ומשוואות טריגונומטריות.

בעיות עם מושלמים ומרובעים

עמוד 2 שאלה 5, עמוד 6 שאלה 5, עמוד 15 שאלה 5, עמוד 20 שאלה 5,
עמוד 44 שאלה 5, עמוד 49 שאלה 5, עמוד 76 שאלה 5, עמוד 81 שאלה 5,
עמוד 86 שאלה 5, עמוד 100 שאלה 5, עמוד 164 שאלה 5,
עמוד 179 שאלה 5.

בעיות עם מעגל

עמוד 10 שאלה 5, עמוד 23 שאלה 5, עמוד 27 שאלה 5, עמוד 31 שאלה 5,
עמוד 36 שאלה 5, עמוד 40 שאלה 5, עמוד 54 שאלה 5, עמוד 58 שאלה 5,
עמוד 63 שאלה 5, עמוד 67 שאלה 5, עמוד 72 שאלה 5, עמוד 91 שאלה 5,
עמוד 96 שאלה 5, עמוד 106 שאלה 5, עמוד 111 שאלה 5, עמוד 116 שאלה 5,
עמוד 122 שאלה 5, עמוד 128 שאלה 5, עמוד 134 שאלה 5,
עמוד 142 שאלה 5, עמוד 149 שאלה 5, עמוד 156 שאלה 5, עמוד 170 שאלה 5,
עמוד 186 שאלה 5, עמוד 194 שאלה 5, עמוד 202 שאלה 5, עמוד 211 שאלה 5,
עמוד 221 שאלה 5, עמוד 229 שאלה 5, עמוד 239 שאלה 5,
עמוד 249 שאלה 5, עמוד 259 שאלה 5, עמוד 269 שאלה 5,
עמוד 280 שאלה 4, עמוד 289 שאלה 5, עמוד 298 שאלה 5,
עמוד 305 שאלה 5.

חשבון דיפרנציאלי וaintegraliy

חקירת פונקציות

פולינומים

עמוד 87 שאלה 8, עמוד 123 שאלה 7, עמוד 182 שאלה 8,
עמוד 187 שאלה 6 סעיף א, עמוד 195 שאלה 6,
עמוד 290 שאלה 6 ללא סעיף ה.

פונקציות רצינגוליות

עמוד 7 שאלה 7, עמוד 11 שאלה 6, עמוד 20 שאלה 6, עמוד 24 שאלה 6,
עמוד 73 שאלה 7, עמוד 87 שאלה 7, עמוד 102 שאלה 8,
עמוד 112 שאלה 6, עמוד 123 שאלה 6, עמוד 129 שאלה 7,
עמוד 150 שאלה 6, עמוד 166 שאלה 8, עמוד 172 שאלה 7 סעיף א,
עמוד 182 שאלה 8, עמוד 187 שאלה 6 סעיפים ב, ג, עמוד 222 שאלה 6,
עמוד 250 שאלה 6 ללא סעיף ה(2), עמוד 260 שאלה 6 ללא סעיף ד(2),
עמוד 292 שאלה 8 ללא סעיף ד, עמוד 299 שאלה 6 ללא סעיף ה,
עמוד 306 שאלה 6 ללא סעיף ב(2).

פונקציות עם שורשים

עמוד 28 שאלה 6, עמוד 37 שאלה 6, עמוד 55 שאלה 8, עמוד 72 שאלה 6,
עמוד 77 שאלה 7, עמוד 82 שאלה 7, עמוד 112 שאלה 7,
עמוד 117 שאלה 6, עמוד 135 שאלה 6, עמוד 157 שאלה 6,
עמוד 172 שאלה 7 סעיפים ב-ד, עמוד 180 שאלה 6, עמוד 188 שאלה 7,
עמוד 203 שאלה 6, עמוד 213 שאלה 7, עמוד 223 שאלה 7,
עמוד 230 שאלה 6, עמוד 240 שאלה 6, עמוד 251 שאלה 7,
עמוד 282 שאלה 6 סעיפים א-ב, עמוד 300 שאלה 7 ללא סעיף ה,
עמוד 307 שאלה 7 ללא סעיף ד.

פונקציות ללא תבנית אלגברית מפורשת

עמוד 3 שאלה 6 סעיפים א-ג, עמוד 41 שאלה 6,
עמוד 45 שאלה 8 סעיפים א, ב, עמוד 64 שאלה 8, עמוד 69 שאלה 8 סעיף א,
עמוד 92 שאלה 8, עמוד 143 שאלה 6.

פונקציות טריגונומטריות

עמוד 3 שאלה 7 סעיפים א, ב, עמוד 11 שאלה 7 סעיפים א-ג,
עמוד 25 שאלה 8 סעיף א, עמוד 28 שאלה 7 סעיפים א, ב,
עמוד 32 שאלה 6 סעיפים א, ב, ג, ה, עמוד 44 שאלה 6, עמוד 50 שאלה 7,
עמוד 91 שאלה 6, עמוד 101 שאלה 6, עמוד 117 שאלה 7,
עמוד 128 שאלה 6, עמוד 136 שאלה 7, עמוד 144 שאלה 7,
עמוד 151 שאלה 7, עמוד 158 שאלה 7, עמוד 165 שאלה 6,
עמוד 171 שאלה 6, עמוד 181 שאלה 7, עמוד 196 שאלה 7,
עמוד 204 שאלה 7, עמוד 212 שאלה 6, עמוד 231 שאלה 7,
עמוד 241 שאלה 7, עמוד 261 שאלה 7, עמוד 272 שאלה 7 סעיפים א-ג,
עמוד 283 שאלה 7 סעיפים א-ה, עמוד 291 שאלה 7 סעיף ה.

בעיות קיצון

בעיות קיצון גאומטריות

עמוד 3 שאלה 8 , עמוד 37 שאלה 8 , עמוד 50 שאלה 8 , עמוד 107 שאלה 8 ,
עמוד 136 שאלה 8 , עמוד 165 שאלה 7 , עמוד 262 שאלה 8 .

בעיות קיצון בפונקציות וגרפים

עמוד 7 שאלה 8 , עמוד 11 שאלה 8 , עמוד 97 שאלה 8 , עמוד 118 שאלה 8 ,
עמוד 124 שאלה 7 סעיף ג , עמוד 130 שאלה 8 , עמוד 145 שאלה 8 ,
עמוד 159 שאלה 8 , עמוד 172 שאלה 8 , עמוד 182 שאלה 8 סעיף ד ,
עמוד 197 שאלה 8 , עמוד 205 שאלה 8 , עמוד 214 שאלה 8 ,
עמוד 232 שאלה 8 , עמוד 242 שאלה 8 , עמוד 273 שאלה 8 ,
עמוד 284 שאלה 8 , עמוד 292 שאלה 8 סעיף ד .

בעיות קיצון עם בעיות תנוצה

עמוד 29 שאלה 8 , עמוד 60 שאלה 8 .

בעיות קיצון עם פונקציות טריגונומטריות

עמוד 54 שאלה 6 , עמוד 64 תרג'il 7 , עמוד 73 תרג'il 8 , עמוד 77 תרג'il 6 ,
עמוד 82 תרג'il 6 , עמוד 101 שאלה 6 סעיף א , עמוד 113 שאלה 8 ,
עמוד 151 שאלה 8 , עמוד 188 שאלה 8 , עמוד 224 שאלה 8 ,
עמוד 252 שאלה 8 , עמוד 300 שאלה 8 , עמוד 307 שאלה 8 .

אינטגרלים

הערה: חלק מהסעיפים בנושא זה נרשמו גם תחת הכותרת חקירת פונקציות.

פולינומיים

עמוד 55 שאלה 7, עמוד 59 שאלה 7, עמוד 78 שאלה 8,
עמוד 172 שאלה 8, עמוד 195 שאלה 6 סעיף ג, עמוד 290 שאלה 6 סעיף ה.

פונקציות רצינליות

עמוד 49 שאלה 6, עמוד 63 שאלה 6, עמוד 69 שאלה 8,
עמוד 299 שאלה 6 סעיף ה, עמוד 300 שאלה 7 סעיף ה,
עמוד 306 שאלה 6 סעיף ב(2).

פונקציות עם שורשים

עמוד 16 שאלה 8, עמוד 33 שאלה 7, עמוד 45 שאלה 7, עמוד 68 שאלה 7
עמוד 112 שאלה 7 סעיף ו, עמוד 135 שאלה 6, עמוד 203 שאלה 6 סעיף ו,
עמוד 230 שאלה 6 סעיף ו, עמוד 307 שאלה 7 סעיף ד.

חילוק פולינומיים

עמוד 15 שאלה 6.

פונקציות ללא תבנית אלגברית מפורשת

עמוד 3 שאלה 6, עמוד 45 שאלה 8, עמוד 107 שאלה 7,
עמוד 187 שאלה 6 סעיף ג(2).

פונקציות טריגונומטריות

עמוד 3 שאלה 7, עמוד 11 שאלה 7 סעיף ד, עמוד 16 שאלה 7
עמוד 25 שאלה 8 סעיף ב, עמוד 28 שאלה 7 סעיף ג, עמוד 41 שאלה 7
עמוד 59 שאלה 6, עמוד 68 שאלה 6, עמוד 96 שאלה 6, עמוד 106 שאלה 6,
עמוד 124 שאלה 8, עמוד 128 שאלה 6, עמוד 151 שאלה 7
עמוד 165 שאלה 6, עמוד 181 שאלה 7 סעיף ב, עמוד 196 שאלה 7 סעיף ג,
עמוד 204 שאלה 7 סעיף ו, עמוד 212 שאלה 6 סעיף ד,
עמוד 272 שאלה 6 סעיף ד, עמוד 283 שאלה 6 סעיף ו,
עמוד 291 שאלה 7 סעיף ה.

איןTEGRAL הכוול את זהויות הנגורות הפנימית של פונקציה מורכבת

הערה : חלק זה כולל פולינומיים, פונקציות רצינליות, פונקציות עם שורשים ופונקציות טריגונומטריות, שבהן לצורך מציאת האינטגרל יש לזכור את הנגורות הפנימית של פונקציה מורכבת.

עמוד 7 שאלה 8 , עמוד 21 שאלה 8 , עמוד 37 שאלה 7 , עמוד 83 שאלה 8 ,
עמוד 86 שאלה 6 , עמוד 92 שאלה 7 , עמוד 97 שאלה 7 , עמוד 101 שאלה 7 ,
עמוד 112 שאלה 6 סעיף ה , עמוד 117 שאלה 7 סעיף ג , עמוד 157 שאלה 6 ,
עמוד 166 שאלה 8 , עמוד 222 שאלה 6 סעיף ד ,
עמוד 230 שאלה 6 סעיפים ג-ד , עמוד 250 שאלה 6 סעיף ה(2) ,
עמוד 260 שאלה 6 סעיף ד(2) , עמוד 270 שאלה 6 .

נפח גוף סיבוב

עמוד 24 שאלה 7 , עמוד 32 שאלה 6 סעיף ד , עמוד 159 שאלה 8 .

בעיות קיצון עם אינטגרלים

עמוד 20 שאלה 7 , עמוד 33 שאלה 8 , עמוד 41 שאלה 8 .

פונקציות עם ערך מוחלט

הערה : השאלות הבאות נרשמו גם תחת כותרות אחרות.

עמוד 15 שאלה 6 סעיף ג , עמוד 83 שאלה 8 סעיף ב ,
עמוד 282 שאלה 6 סעיפים ג-ד .

תוכן עניינים

מבחני בגרות – שאלון 581

1 מבוחן בגרות מס' 1 – קייז תשס"ט, 2009, מועד א.....
5 מבוחן בגרות מס' 2 – קייז תשס"ט, 2009, מועד ב.....
9 מבוחן בגרות מס' 3 – חורף תש"ע, 2010, מועד א.....
13 מבוחן בגרות מס' 4 – קייז תש"ע, 2010, מועד א.....
18 מבוחן בגרות מס' 5 – קייז תש"ע, 2010, מועד ב.....
22 מבוחן בגרות מס' 6 – חורף תשע"א, 2011, מועד.....
26 מבוחן בגרות מס' 7 – קייז תשע"א, 2011, מועד א.....
30 מבוחן בגרות מס' 8 – קייז תשע"א, 2011, מועד ב.....
35 מבוחן בגרות מס' 9 – חורף תשע"ב, 2012, מועד.....
39 מבוחן בגרות מס' 10 – קייז תשע"ב, 2012, מועד א.....
43 מבוחן בגרות מס' 11 – קייז תשע"ב, 2012, מועד ב.....
47 מבוחן בגרות מס' 12 – חורף תשע"ג, 2013, מועד.....
52 מבוחן בגרות מס' 13 – קייז תשע"ג, 2013, מועד א.....
57 מבוחן בגרות מס' 14 – קייז תשע"ג, 2013, מועד ב.....
61 מבוחן בגרות מס' 15 – חורף תשע"ד, 2014, מועד.....
66 מבוחן בגרות מס' 16 – קייז תשע"ד, 2014, מועד א.....
70 מבוחן בגרות מס' 17 – קייז תשע"ד, 2014, מועד ב.....
75 מבוחן בגרות מס' 18 – קייז תשע"ד, 2014, מועד ג.....
80 מבוחן בגרות מס' 19 – חורף תשע"ה, 2015, מועד.....
84 מבוחן בגרות מס' 20 – קייז תשע"ה, 2015, מועד א.....
89 מבוחן בגרות מס' 21 – קייז תשע"ה, 2015, מועד ב.....
94 מבוחן בגרות מס' 22 – חורף תשע"ו, 2016, מועד.....
99 מבוחן בגרות מס' 23 – קייז תשע"ו, 2016, מועד א.....
104 מבוחן בגרות מס' 24 – קייז תשע"ו, 2016, מועד ב.....
109 מבוחן בגרות מס' 25 – חורף תשע"ז, 2017, מועד.....

115 מבחן בגרות מס' 26 – קיץ תשע"ז, 2017, מועד א.....
120 מבחן בגרות מס' 27 – קיץ תשע"ז, 2017, מועד ב.....
126 מבחן בגרות מס' 28 – חורף תשע"ח, 2018, מועד א.....
132 מבחן בגרות מס' 29 – קיץ תשע"ח, 2018, מועד א.....
139 מבחן בגרות מס' 30 – קיץ תשע"ח, 2018, מועד ב.....
147 מבחן בגרות מס' 31 – חורף תשע"ט, 2019, מועד א.....
154 מבחן בגרות מס' 32 – קיץ תשע"ט, 2019, מועד א.....
161 מבחן בגרות מס' 33 – קיץ תשע"ט, 2019, מועד ב.....
168 מבחן בגרות מס' 34 – חורף תש"ג, 2020, מועד א.....
175 מבחן בגרות מס' 35 – קיץ תש"ג, 2020, מועד א.....
184 מבחן בגרות מס' 36 – קיץ תש"ג, 2020, מועד ב.....
191 מבחן בגרות מס' 37 – חורף תשפ"א, 2021, מועד א.....
199 מבחן בגרות מס' 38 – חורף תשפ"א, 2021, מועד נבקרים.....
207 מבחן בגרות מס' 39 – חורף תשפ"א, 2021, מועד מאוחר.....
217 מבחן בגרות מס' 40 – קיץ תשפ"א, 2021, מועד א.....
226 מבחן בגרות מס' 41 – קיץ תשפ"א, 2021, מועד מיוחד.....
235 מבחן בגרות מס' 42 – קיץ תשפ"א, 2021, מועד ב.....
245 מבחן בגרות מס' 43 – חורף תשפ"ב, 2022, מועד א.....
255 מבחן בגרות מס' 44 – חורף תשפ"ב, 2022, מועד נבקרים.....
265 מבחן בגרות מס' 45 – קיץ תשפ"ב, 2022, מועד א.....
276 מבחן בגרות מס' 46 – קיץ תשפ"ב, 2022, מועד ב.....
287 מבחן בגרות מס' 47 – חורף תשפ"ג, 2023, מועד א.....
295 מבחן בגרות מס' 48 – קיץ תשפ"ג, 2023, מועד א.....
303 מבחן בגרות מס' 49 – קיץ תשפ"ג, 2023, מועד ב.....



מבחן בגרות מספר 1

קייז תשס"ט, 2009, מועד א

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1.



דרכון אות
לצפייה בפתרונות!
בחינם!

- רוכב אופניים יצא בשעה 08:00 מעיר A, ורוכב אופניים שני יצא בשעה 09:00 מעיר A. כל אחד מהרוכבים רכב במהירות קבועה לעיר B המרחק בין A ל-B הוא 45 ק"מ. כאשר הרוכב הראשון הגיע לעיר B, הרוכב השני עדיין לא הגיע לעיר B והוא במרחק של 25 ק"מ ממנו. מהירות הרוכב הראשון גדולה ב- m קמ"ש מהירות הרוכב השני, וידוע כי $5 < m < 0$.
- א. הבע באמצעות m את שני הפתרונות האפשריים למהירות הרוכב השני.
ב. נסמן את שני הפתרונות שהובעת בסעיף א' ב- x_1 וב- x_2 .
מצא עבור אילו ערכי m מתקיים $|x_1 - x_2| < 11$.

2.



דרכון אות
לצפייה בפתרונות!
בחינם!

- א. נתונות שתי סדרות הנדסיות אינסופיות:
 b_1, b_2, b_3, \dots ו- a_1, a_2, a_3, \dots
מנת הסדרה האחת היא q_1 ומנת הסדרה השנייה היא q_2 .
נסמן: $M = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 + \dots$, $K = b_1 + b_2 + b_3 + \dots$, $S = a_1 + a_2 + a_3 + \dots$.
נתון: $M = S \cdot K$. הוכח: $q_1 + q_2 = 2q_1q_2$.
- ב. בסדרה חשבונית האיבר התשיעי גדול פי 4 מהאיבר הראשון.
אם מחלקים את האיבר השישי באיבר השני מקבלים 2 ושארית 1.
מצא את האיבר הראשון ואת הפרש הסדרה.
הערה: אין קשר בין סעיף א' לסעיף ב'.



דרכון אות
לצפייה בפתרונות!
בחינם!

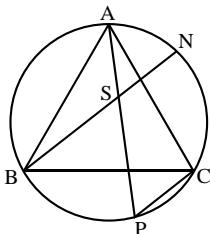
►.3



- ידעו כי בכפר מסוים 20% מההתושבים חולמים במחלה מעיים.
רופא הכפר בדק את כל התושבים.
90% מהחולמים בכפר אובחנו על ידו כחולמים, ו- 10% מהבריאים בכפר
אובחנו על ידו כחולמים.
א. מהו אחוז התושבים בכפר שלגביהם הרופא ביצע אבחנה שגויה?
הרופא נתן תרופה לכל מי שעובדן על ידו כחוליה.
התרופה גרמה לפರיחה אצל 60% מהחולמים שעובדן כחולמים,
ואצל 25% מהבריאים שעובדן כחולמים.
ב. מהי ההסתברות שתושב בכפר הוא חולה, אם ידוע שיש לו פריחה?

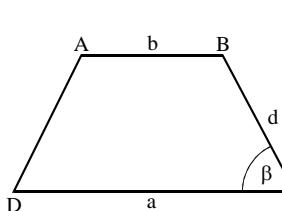
פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחת מבין השאלות 4-5.



- AABC הוא משולש שווה-צלעות החסום במעגל.
N ו- P הן נקודות על המעגל.
BN ו- AP נפגשים בנקודה S (ראה ציור).
נתון: PC||BN. הוכח כי:
א. המשולש BSP הוא שווה-צלעות.
ב. המרובע SPCN הוא מקבילית.
ג. AN = PC .

►.4



- (AB||DC) ABCD אורך הבסיס הגדול CD הוא a , אורך הבסיס הקטן AB הוא b ואורך השוק הוא d .
הזווית ליד הבסיס הגדול DC היא β (ראה ציור).
א. הוכח כי אורך אלכסון הטרפז הוא $\sqrt{ab+d^2}$.

►.5

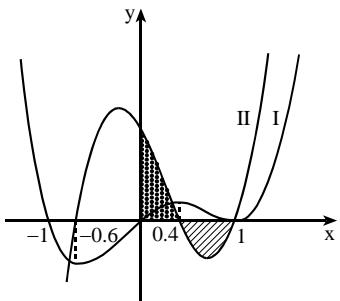


- ב. הזווית בין אלכסון הטרפז ובין הבסיס הגדל של הטרפז היא α .

$$\text{הוכח כי אם } \alpha + \beta = 90^\circ , \text{ אז } \frac{\sin \alpha}{\sin(\beta - \alpha)} = \sqrt{\frac{a^2 - ab}{2b^2}}$$

פרק שלישי – חישוב דיפרנציאלי וaintegrai של פולינומים, של פונקציות רצינליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.



בציור שלפניך מוצגות סקיצות של שני גרפים: גרף I וגרף II.

אחד הגרפים הוא הגרף של פונקציית הנגזרת $(x)f'$, והגרף الآخر הוא הגרף של פונקציית הנגזרת השנייה $(x)f''$.

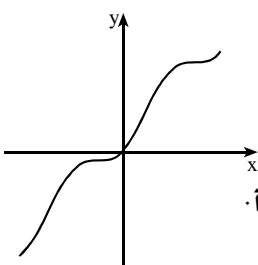
א. איזה גרף הוא של $(x)f'$? נמק.

ב. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $(x)f$. נמק.

ג. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הפיתול של הפונקציה $(x)f$. נמק.

ד. הוכח שהשטח המוגבל על ידי גרף II וציר ה- x (השטח המוקוקו בציור) שווה לשטח המוגבל על ידי גרף I והציריים (השטח המוקוק בציור).

6.



נתונה הפונקציה $f(x) = x - \frac{\sin(2x)}{2}$.

א. הראה כי $x f'(x) = 2\sin^2 x$.

ב. (1) האם לפונקציה $f(x)$ יש נקודות קיצון? נמק.

(2) האם לפונקציה $f(x)$ יש נקודות פיתול? נמק.

ג. בציור שלפניך מוצג הגרף של הפונקציה $x^2 + \sin x = g(x)$ בתחום $\pi \leq x \leq -\pi$.

בתוחום הנתון מצא את כל השטח המוגבל

על ידי הגרף של $g(x)$ ועל ידי הישר $x = y$.

7.



נתון משולש שאחת מצלעותיו היא 10 ס"מ, וגובה המשולש לצלע זו הוא 5 ס"מ. (המשולש אינו קהה-זווית).

א. מבין כל המשולשים שהם כאלה, מצא את צלעות המשולש שהיקפו מינימלי.

ב. מה הן תכונות המשולש שאחת צלעותיו מצאת בסעיף א'?

8.



תשובות ל מבחון בגרות מס' 1 – קיץ תשס"ט, 2009, מועד א:

1. א. $x_2 = \frac{25-m-\sqrt{m^2-130m+625}}{2}$, $x_1 = \frac{25-m+\sqrt{m^2-130m+625}}{2}$

. $4 < m < 5$

2. ב. $d = 3$, $a_1 = 8$

3. א. $\frac{27}{32} \cdot 10\%$ ב.

6. א. גרף I – $f'(x)$, גרף II – $f''(x)$

ב. $x=0$ מינימום, $x=-1$ מקסימום.

ג. $x=-0.6$, $x=0.4$, $x=1$

7. ב. (1) לא. (2) כן. ג. π

8. א. $10\sqrt{2}$ ס"מ, $5\sqrt{2}$ ס"מ, $5\sqrt{2}$ ס"מ.

ב. המשולש הוא ישר זווית ושווח-שוקיים.



הרשםו לאתר מייגבע וקbullet

ונם פתרונות וידאו לשאלות מבחינות הבגרות

ונם מאגר של אלפי פתרונות וידאו נוספים

למנוען שאלות לפי נושאים.

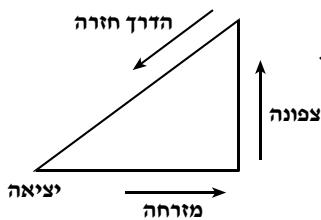


מבחון בגרות מספר 2

קיץ תשס"ט, 2009, מועד ב

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.



1. הולך רgel יוצא כל בוקר להליכה לאורץ

מסלול שאורכו הכלול הוא 24 ק"מ.

הוא יוצא מביתו לכיוון מזרח והולך m ק"מ.

אחר לכך הוא פונה צפונה והולך 1.5 שעות.

לאחר מכן הוא חוזר לביתו בדרך הקצרה

לbijouter (ראה ציור). בדרכו חוזרת הוא הולך

60 דקות פחות מהזמן שבו הוא הולך

בשני הכיוונים יחד, מזרח וצפון.

. בכל קטעי הדרך הוא הולך באותו מהירות קבועה. חשב את m.

(QR)

(QR)
סרקן אותו
לצפייה בפתרונות!
בחינוך!

(QR)

(QR)
סרקן אותו
לצפייה בפתרונות!
בחינוך!

נתונה סדרה הנדסית שכל n האיברים שלה הם חיוביים. סכום 3-n

האיברים האחרונים גדול פי 8 מסכום 3-n האיברים הראשונים.

A. חשב את מנת הסדרה.

B. נתון כי n הוא מספר זוגי. נסמן: $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$

$$T_n = a_1 - a_2 + a_3 - \dots - a_n$$

. $\frac{S_n}{T_n}$. $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ הם איברי הסדרה הנתונה). חשב את היחס

(QR)

(QR)
סרקן אותו
לצפייה בפתרונות!
בחינוך!

בשכבה י"א יש שתי כיתות: י"א 1 ו-י"א 2.

בכיתה י"א 1 יש 40 תלמידים, ולמחציתם יש מחשב אישי.

בכיתה י"א 2 יש 35 תלמידים, ול- 40% מהם יש מחשב אישי.

A. בחרו באקראי תלמיד משכבה י"א, ונמצא שיש לו מחשב אישי.

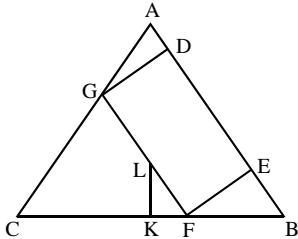
מהי ההסתברות שהוא לומד בכיתה י"א 2?

B. בחרו באקראי בזזה אחר זה (בלי החזרה) 2 תלמידים מכיתה י"א-1, ובאותו אופן בחרו 2 תלמידים מכיתה י"א 2.

מהי ההסתברות של- 2 התלמידים מכיתה י"א 1 וגם ל- 2 התלמידים מכיתה י"א 2 אין מחשב אישי?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אתה מבין השאלות 4-5.



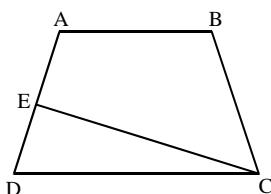
במשולש שווה-שוקיים ABC ($AC = AB$) חסום מלבן $GFED$ כך שהקדקודים D ו- E מונחים על הצלע AB , AB , והקדקודים F ו- G מונחים על הצלעות BC ו- CA בהתאם. נקודת L , הנמצאת על צלע המלבן $GFED$, היא מפגש התיכונים במשולש ABC . דרך הנקודה L העבירו אנך לצלע BC , החותך את BC בנקודת K (ראאה ציור). א. הוכח: $\Delta KAB \sim \Delta KLF \sim \Delta EFB$.



אם נתון: $18 \text{ ס"מ} = BC$, $15 \text{ ס"מ} = AB$, חשב:

- ב. את אורך הקטע KF . נמק.
- ג. את אורך הקטע FE . נמק.

בטרפז שווה-שוקיים $ABCD$ הזוויות שליד הבסיס הגדול היא α . E היא נקודת על השוק AD כך $\angle ECD = \beta$ (ראאה ציור). נתון כי אורך השוק של הטרפז שווה לאורך הבסיס הקטן AB .



א. הבע באמצעות α ו- β את היחס בין שטח המשולש DEC לשטח

$$\cdot \left(\frac{S_{\triangle DEC}}{S_{\triangle BDC}} \right)$$

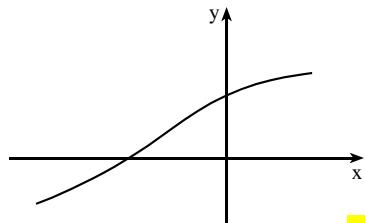
ב. נתון: $\angle AEC = 90^\circ$, אורך האלכסון הטרפז גדול פי 1.5 מאשר הבסיס הקטן AB .

$$\cdot \frac{S_{\triangle DEC}}{S_{\triangle BDC}}$$
 חשב את היחס



פרק שלישי – חישוב דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינומים, של פונקציות רצינליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.



6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\cos x}{\sqrt{1 - \sin x}}$

בחלק מהתחום $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ (ראה ציור).

מעבירים משיק לגרף הפונקציה

בנקודת החיתוך של הגרפ' עם ציר ה- y .

ממצא את השטח המוגבל על ידי גרפ' $f(x)$, על ידי המשיק ועל ידי ציר ה- x .



7.



נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x-a}{x-b}$. $a \neq b$; $a, b > 0$.

המשיקים לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך עם הצירים מקבילים זה זהה. $a = 2b$.

א. הוכיח כי $a = 2b$, וענה על הסעיפים ב-ז (הבע באמצעות a במידת הצורך).

ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ (המקבילות לצירים).

ג. מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש בכללה). נמק.

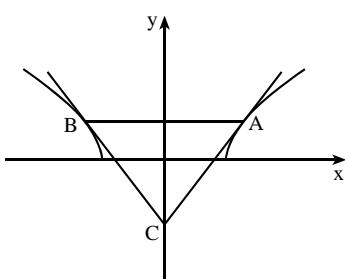
ד. מצא נקודות חיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ה. מצא תחומי קיירות כלפי מעלה \cup וככלפי מטה \cap .

ו. שרטט סקיצה של גרפ' הפונקציה $f(x)$.

ז. שרטט סקיצה של גרפ' הפונקציה $f(x)$ עבור $0 < b$.

נמק את שיקוליך בשרטוט הגרפ' עבור תחומי עלייה וירידה
ועבור תחומי קיירות כלפי מעלה וככלפי מטה.



נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{x^2 - 24}$.

העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה

בנקודת A שבה $A = t$. מן נקודה A

העבירו ישר המקביל לציר ה- x

וחותך את גרפ' הפונקציה בנקודת B .

בנקודת B העבירו עוד משיק לגרף

הפונקציה. המשיקים נפגשים בנקודת C

שעל ציר ה- y (ראה ציור).

א. הראה כי הפונקציה זוגית.

ב. מצא את השטח המינימלי של המשולש ABC .

8.



תשובות ל מבחון בגרות מס' 2 – קיץ תשס"ט, 2009, מועד ב:

. 1. $m = 8$

. 2. $A = -3$

. 3. $\frac{19}{221} = 0.086$. ב. $\frac{7}{17} = 0.4118$

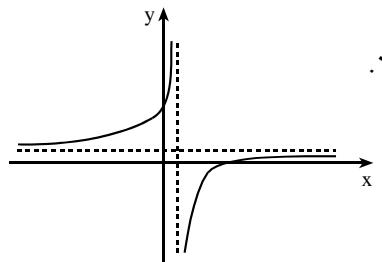
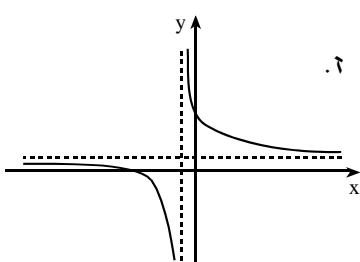
. 4. ב. 3 ס"מ. ג. 4.8 ס"מ.

. 5. א. 0.1562 . ב. $\frac{(1+2\cos\alpha)\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{\sin 1\frac{1}{2}\alpha \sin\beta}{\sin \frac{\alpha}{2} \sin(\alpha+\beta)}$

. 6. $3 - 2\sqrt{2} = 0.1716$

. 7. ב. $(2b;0)$, $(0;2)$ ג. עלייה : $x < b$ או $x > b$ ירידה : אין. ד. $y=1$, $x=b$

. ח. $x > b : \cap ; x < b : \cup$



. 8. ב. $\frac{216}{\sqrt{12}} = 62.35$

מה ה欽ע של סימנו ה-► ליד כל שאלה?

לכל שאלה מחייבת לכם סריטון הסבר
מלא באפליקציה או באתר MY.GEVA



- 01 מורים את אפליקציית MY.GEVA
- 02 סוחרים דרך את הקוד שMOVEDיע ליד השאלה
(לא יעבור טוב עם סוחרים אחרים)
- 03 צופים בפתרון הוייאו לשאלה

יזהר לך לנו מכך אונליין?
הכנסו לאתר IL.MY.GEVA.CO.O



מבחן בגרות מספר 3

chorf tsh"u, 2010

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

- 1.** שני צינורות, צינור I וצינור II, ממלאים יחד במים את כל הנפח של בריכה במשך 6 שעות (קצב הזרמת המים של כל אחד מהצינורות אינו משתנה).
יומ אחד, צינור I מלא לבודו רבע מנפח הבריכה, וצינור II מלא לבודו עוד רבע מנפח הבריכה, וכך התמלא חצי מנפח הבריכה במשך 3 שעות.



- A. (1) הבע באמצעות m את הזמן הדרוש לצינור I למלא את כל נפח הבריכה לבודו.

- (2) מצא עבור איזה ערך של m יש פתרון אחד לב夷יה.
 ב. נתון כי כאשר כמות המים בבריכה היא 70% מנקח הבריכה, צינור I מלא לבודו את נפח הבריכה הנותר במשך 3 שעות.
 מצא את m במקרה זה.



נתונות שתי סדרות הנדסיות: a_1, a_2, \dots, a_n

b_1, b_2, \dots, b_n

הסדרות מקיימות: $b_4 = a_{11}, b_1 = a_2$

A. הראה כי לכל n טבאי מתקיים: $b_n = a_{3n-1}$

B. נתון כי מנת הסדרה $\dots, a_1, a_2, a_3, \dots$ היא 2.

כמו כן, מתקיים: $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{3n} = k$

הבע באמצעות k את הסכום $b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n$

3.



בוחרים באקראי 3 אנשים מעיר גודלה.

ההסתברות שלושתם הם בעלי השכלה גבוהה היא 0.064 .

ההסתברות לבוחר באקראי אדם שמרכיב משקפיים מבין בעלי השכלה

גובהה בעיר קטנה פי 2 מההסתברות לבוחר באקראי אדם שמרכיב

משקפיים מבין אלו שאינם בעלי השכלה גבוהה.

א. ידוע שאדם מהעיר מרכיב משקפיים.

מהי ההסתברות שהוא בעל השכלה גבוהה?

ב. בוחרים באקראי 4 אנשים מבין תושבי העיר שאינם בעלי השכלה

גובהה. ההסתברות שאربעתם אינם מרכיבים משקפיים היא $\frac{81}{256}$.

מהי ההסתברות שאדם בעיר מרכיב משקפיים והוא גם בעל השכלה
גובהה?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על அதை מבין השאלות 4-5.

4.

במעגל שמרכזו O חסום מרובע ABCD

DA הוא קוטר. המשכי הצלעות

ו- CB נפגשים בנקודה E (ראה ציור).

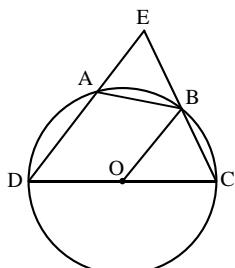
נתון : $\angle BOC = \alpha$, $OB \parallel DE$, $OB \parallel AE$.

א. הבע באמצעות α את $\angle ABO$.

ב. נתון כי שטח המשולש OBC שווה לשטח

המשולש BEA .

. $\Delta OBC \cong \Delta BEA$



5.

C, B, A ו- M הן נקודות על מעגל שמרכזו M .

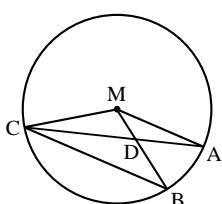
AC ו- BM נחתכים בנקודה D (ראה ציור).

נתון : $\angle ACB = 2\angle CBM$,

שטח המשולש CBD גדול פי 1.5

משטח המשולש CDM .

. חשב את $\angle CBM$.



פרק שלישי – חישוב דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינומים, של פונקציות רצינליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6.

$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{(x-b)^2}{x^2 - 4}, b > 2.$$



א. מצא (הבע באמצעות b במידת הצורך):

- (1) את תחום ההגדרה של הפונקציה, ואת האסימפטוטות שלה המקבילות לצירים.

(2) את השיעורים של נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

(3) את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגם.

ב. שרטט סקיצה של גраф הפונקציה.

ג. על פי הסקיצה של גраф הפונקציה, מצא את התחום שבו פונקציית הנגזרת $f'(x)$ שילילית וגם פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$ שילילית, אם ידוע כי $-f(x)$ יש נקודות פיתול אחת בלבד. נמק.

7.

$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{2\cos^2\left(\frac{x}{2}\right) - 1}{2\cos^2\left(\frac{x}{2}\right)} \text{ בתחום } -3\pi \leq x \leq 3\pi.$$



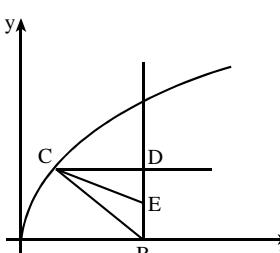
א. הראה כי הפונקציה $f(x)$ היא זוגית.

ב. מצא את האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה בתחום הנתון.

ג. לפונקציה יש שלוש נקודות מקסימום בתחום הנתון. מצא את השיעורים של נקודות אלה.

ד. העבירו ישר דרך נקודות המקסימום של הפונקציה.

מצא בתחום $\pi \leq x \leq -\pi$ את השטח המוגבל על ידי הישר, על ידי גраф הפונקציה, על ידי שתי האסימפטוטות של הפונקציה ועל ידי ציר ה- x .



$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = \sqrt{ax}, a > 0.$$

מנקודה $B(b;0)$ ($b > 0$) העבירו אנך לציר ה- x .

C היא נקודה כלשהי על גраф הפונקציה $f(x)$.

מנקודה C העבירו ישר המקביל לציר ה- x

וחوتך את האנך בנקודה D.

הנקודה E היא אמצע הקטע BD (ראה ציור).

נתון כי עבור $C(2;4)$ שטח המשולש CBE

הוא מקסימלי.

מצא את הערך של a ואת הערך של b .

8.



תשובות ל מבחון בגרות מס' 3 – חורף תשע"ע, 2010:

. א. (1) $m = 6$ (2) $2m \pm 2\sqrt{m^2 - 6m}$. $m \geq 6$ הפתרון קיים בתנאי ש- $6 \leq m$

. ב. $m = 6.25$

. ב. $\frac{2}{7}k$

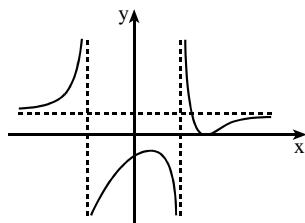
. 3. א. ב. 0.25 . ב. 0.05 . ב. 3

. 4. א. $90^\circ - \frac{\alpha}{2}$

. 5. $\angle CBM = 41.41^\circ$

. 6. א. (1) תחום הגדרה : $x \neq -2, x \neq 2$

. אסימפטוטות : $y = 1, x = -2, x = 2$



. ב.

. 6. א. (2) $\left(0; -\frac{b^2}{4}\right), (b; 0)$

. 6. א. (3) $\left(\frac{4}{b}; \frac{4-b^2}{4}\right)$ מינימום, מקסימום.

$$\left(0; -\frac{b^2}{4}\right), (b; 0)$$

$$\left(\frac{4}{b}; \frac{4-b^2}{4}\right)$$

. ג. $\frac{4}{b} < x < 2$

. 7. ב. 7. א. $(-2\pi; \frac{1}{2}), (0; \frac{1}{2}), (2\pi; \frac{1}{2})$. ג. $x = -3\pi, x = -\pi, x = \pi, x = 3\pi$

. 8. ב. $b = 6, a = 8$





מבחן בגרות מס' 4

קיץ תש"ע, 2010, מועד א

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

רוכב אופניים אחד יצא ממקום A אל מקום B, ובאותה שעה בדיקן יצא רוכב אופניים אחר ממקום B אל מקום A. מעבור 4 שעות נפגשו רוכבי האופניים. הזמן, שנדרש לרוכב האופניים שיצא מ- A לעبور את הדרך שבין A ל- B, גדול ב- 108 דקות מהזמן שנדרש לרוכב האופניים שיצא מ- B לעبور דרך זו. מצא את היחס בין המהירות של רוכב האופניים שיצא מ- B לבין המהירות של רוכב האופניים שיצא מ- A.

ב. מצא בכמה שעות עבר כל אחד מרכבי האופניים את הדרך שבין A ל- B.



(סракן אותו
לצפייה בפתחון)



(סракן אותו
לצפייה בפתחון)

נתונה סדרה חשבונית שיש בה n איברים ($n > 1$).
האיבר הראשון בסדרה הוא a_1 (שונה מאפס), והפרש הסדרה הוא d .
בונים סדרה חדשה שוגם בה n איברים.
האיבר הראשון בסדרה החדשה גדול פי 4 מהאיבר הראשון בסדרה הנתונה, והפרש הסדרה החדשה גם הוא d .
סכום הסדרה החדשה גדול פי 2 מסכום הסדרה הנתונה.
א. בטא את a_n באמצעות d ו- a_1 .
ב. אם מגדילים את הפרש הסדרה הנתונה ב- 3 (בליל לשנות את a_1 ואת d),
מקבלים סדרה חשבונית שסכוםה גדול פי 2 מסכום הסדרה הנתונה.
הראה כי הפרש הסדרה הנתונה הוא 2.

►.3



באחד הדוכנים בלונה פארק אפשר להשתתף במשחק שבו מסובבים שני גלגלים, A ו-B. כל גלגל מחולק ל- 20 גזרות שווות (לכל אחת מהגזרות יש אותה הסטברות שהגלגל ייעזר עליה, והגלגל אינו נעזר בגבול שבין הגזרות).

בגלגל A יש 2 גזרות אדומות והשאר שחומות.

בגלגל B יש 4 גזרות אדומות והשאר שחומות.

תור אחד במשחק מורכב משני שלבים:

בשלב הראשון: משתף במשחק מסובב את הגלגל A.

בשלב השני: אם הגלגל A נעזר על גזרה אדומה בשלב הראשון, המשתף מסובב את הגלגל B. אם הגלגל A נעזר על גזרה שחורה בשלב הראשון, המשתף מסובב שוב את הגלגל A.

א. ידוע שבטור אחד בשלב הראשון נעזר הגלגל A על גזרה אדומה. מהי ההסתברות שבטור זה התקבלה בשלב השני גזרה שחורה?

ב. (1) מהי ההסתברות שבטור אחד תתקבל לפחות גזרה אדומה אחת?

(2) אם ידוע כי בתור אחד הייתה לפחות גזרה אדומה אחת מהגזרות אדומות, מהי ההסתברות שבטור זה התקבלה רק גזרה אדומה אחת?

ג. משתף משחק \neq תורות.

הבע באמצעות \neq את ההסתברות שלא תתקבל כלל גזרה אדומה.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחד מבין השאלות 4-5.

►.4



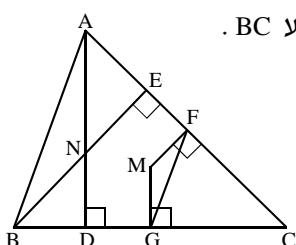
נתון משולש ABC חד-זווית. BE הוא גובה לצלע AC, ו- AD הוא גובה לצלע BC. הגבהים נפגשים בנקודה N.

FM הוא אנך אמצעי לצלע AC, ו- GM הוא אנך אמצעי לצלע BC (ראה ציור).

א. הוכיח: (1) $\angle BAC = \angle GFC$.

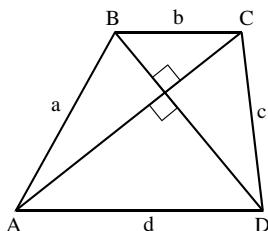
(2) $\angle ABN = \angle MFG$.

(3) $\triangle ANB \sim \triangle GMF$.



ב. מצא את היחס $\frac{BN}{FM}$. נמק.

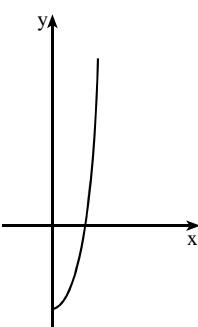
5



- בטרפז $AC \perp BD$ ($AD \parallel BC$) נתון $(ABCD)$ $AB = a$, $BC = b$, $CD = c$, $AD = d$.
- אלכסוני הטרפז נפגשים בנקודה O .
הוכחה: $a^2 + c^2 = b^2 + d^2$.
 - דרך קדקוד B מעבירים ישר המקביל לשוק CD . הישר חותך את הבסיס AD בנקודה M .
נתון: $\cos \alpha = \frac{bd}{ac}$. $\angle ABM = \alpha$. הוכחה:
 - הבע באמצעות d , b ו- α : (1) את שטח המשולש ABM
(2) את שטח הטרפז $ABCD$

פרק שלישי – חישובו דיפרנציאלי וaintגרלי של פולינומים, של פונקציות רצינליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.



6



- נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 8}{x + 2}$. $x \neq -2$.
- מציר מוצגת סקיצה של גраф הפונקציה $f(x)$ עבור $x \geq 0$. מעבירים ישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 1$.
מצא את השטח המוגבל על ידי הגраф של $f(x)$, על ידי המשיק ועל ידי ציר ה- y עבור $x \geq 0$.
 - (1) מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה), עבור כל תחום ההגדרה של הפונקציה.
(2) שרטט סקיצה של גраф הפונקציה $g(x) = |f(x)|$ עבור כל תחום ההגדרה שלה.
 - נתונה הפונקציה $g(x) = |f(x)|$. שרטט סקיצה של גраф הפונקציה $g(x)$.

►.7



נתונה הפונקציה $f(x) = 2 - \cos x - \sin^2 x$ בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

עבור התחום הנתון ענה על שאלות א'-ד':

א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים
(אם יש כאלה).

ב. מצא את נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ג. (1) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

(2) שרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ (הפונקציה)
גזרה גם בקצות התחום הנתון).

(3) מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$
ועל ידי ציר ה- x בתחום $-\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{3}$.

ד. נתון כי גרף הפונקציה $x^2 - \cos x - \sin x = g(x)$ משיק לציר x בתחום
הנתון בנקודה אחת בלבד. מהו הערך של a ? נמק.

►.8



א' $f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת של $f(x)$. בציור מוצג הגרף של $f'(x)$.

ב' $f(x)$ היא פונקציה רציפה המוגדרת בתחום $-4 \leq x \leq 4$.

$$\text{נתון: } f'(x) = \frac{6x^2 + 16x}{\sqrt{x^3 + 4x^2}}$$

א. מצא את תחום ההגדלה של $f'(x)$.

ב. מצא את האסימפטוטה האנכית של $f'(x)$.

ג. מצא את שיעור ה- x של נקודת המקסימום
של הפונקציה $f(x)$. נמק.

ד. מצא את תחומי העלילה והירידה
של הפונקציה $f(x)$. נמק.

$$\text{הנתון: } -2 < a < 0, f(a) = 4\sqrt{3}$$

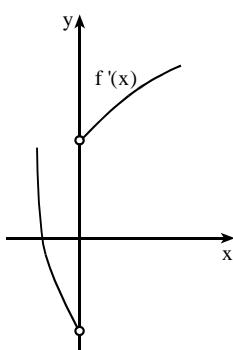
השטח, המוגבל על ידי הגרף של $f'(x)$,

$$\text{על ידי ציר ה-} x \text{ ועל ידי הישר } x = a, \text{ הוא } \frac{28\sqrt{3}}{9}$$

מצא את ערך הפונקציה $f(x)$ בנקודת המקסימום שלה.

אין צורך למצוא את $f(x)$, ואין צורך למצוא את a .

בתשובה תוכל להשאיר $\sqrt{3}$ או לדiyik עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.



תשובות ל מבחון בגרות מס' 4 – קיץ תש"ע, 2010, מועד א:

1. א. ב. הרוכב שיצא מ- A : 9 שעות. הרוכב שיצא מ- B : 7.2 שעות.

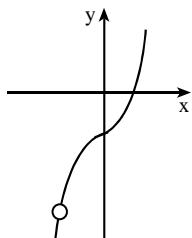
$$\cdot a_1 = \frac{d(n-1)}{4} \cdot \text{א. 2}$$

$$\cdot 0.81^n \cdot g \cdot \frac{17}{19} (2) \cdot 0.19 (1) \cdot 0.8 \cdot \text{ב. 3}$$

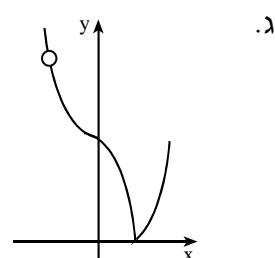
. 2. ב. 4

$$\cdot \frac{bd(d+b)\tan\alpha}{2(d-b)} (2) \cdot \frac{bd\tan\alpha}{2} (1) \cdot \text{ג. 5}$$

. 1. $\frac{1}{2}$ א. 6



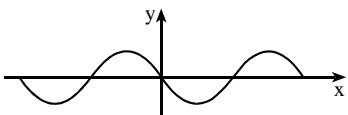
(2) . ב. (1) עלייה : $x > -2$ או $x < -2$; ירידה : א. 7



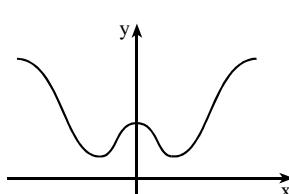
. ג.

7. א. ב. (0;1) . ב. ($\pi/3; 3$) מקסימום מוחלט, ($-\pi/3; 3$) מקסימום מוחלט.

. ($\pi/3; 3$) מינימום מוחלט, ($-\pi/3; 3$) מינימום מוחלט.



(2)



(1) ג.

. $\frac{1}{2} (3)$

. $a = 1$. 7

. $x = -2\frac{2}{3}$ ג. . $x = -4$ ב. . $x \neq 0$, $x > -4$ א. 8

. $-2\frac{2}{3} < x < 0$ או $x > 0$; ירידה : א. 9

$$\cdot \frac{64\sqrt{3}}{9} = 12.317 \cdot \text{ה.}$$

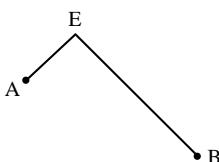


מבחן בגרות מספר 5

קייז תש"ע, 2010, מועד ב

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.



רוכב אופניים רכב מעיר A לעיר B.
במסלול שבין שתי הערים יש תחילה
עליה ואחר מכן ירידת (ראיה ציור).
 מהירות הרוכב בירידה היא קבועה,
 וגדולה ב- 10 קמ"ש ממהירותו בעלייה.
 הרוכב עבר את הדרך מ-A ל-B ב- 4.5 שעות.



סמן למשך אותו
לצפייה בפתחון

בדרכן חזר ערב הרוכב את הדרך מ-B ל-A ב- 6 שעות.
 מהירות הרוכב בעלייה שבדרך מ-A ל-B שווה למחרות הרוכב בעלייה
 שבדרך מ-B ל-A, וגם מהירות הרוכב בירידה בכל אחת מהדרכים היא
אותה מהירות. אורך המסלול בין שתי הערים הוא 70 ק"מ.
א. מצא את מהירות הרוכב בעלייה.
ב. מצא את אורך המסלול מ-E ל-B.

$a_1 + a_k$ הם שני איברים בסדרה חשבונית במקומות ה- n ובמקומות ה- m בהתאם. הפרש הסדרה הוא d , והאיבר הראשון בסדרה הוא $a_1 = md$.
 $m -$ מספר טבעי, $d \neq 0$.



סמן למשך אותו
לצפייה בפתחון

א. (1) הראה כי מתקיים $a_n + a_k = a_1 + d(n+k-m-2)$
(2) הביע באמצעות n , k ו- m את המיקום בסדרה של איבר השווה
סכום של שני האיברים a_n ו- a_k .
ב. (1) הביע באמצעות a_1 , d ו- m את הסכום $a_{34} + a_{65}$.
(2) נתון: $a_{34} + a_{65} = a_{109}$, סכום 79 האיברים הראשונים בסדרה
הוא 7900. מצא את d ואת a_1 .

3.



ברשותנו שתי קוביית משחק הנראות זהות. קובייה אחת מאוזנת והאחרת לא מאוזנת. בטלת הקובייה המאוזנת הסתברות לקבל אחד מהמספרים הרשומים על פאות הקובייה היא אותה הסתברות עבור כל אחד מהמספרים.

. בטלת הקובייה הלא-מאוזנת הסתברות לקבל את המספר ש היא $\frac{1}{3}$.

א. (1) זורקים 3 פעמים את הקובייה המאוזנת.

מהי הסתברות לקבל בדיק 2 פעמים את המספר ש?

(2) זורקים 3 פעמים את הקובייה הלא-מאוזנת.

מהי הסתברות לקבל בדיק 2 פעמים את המספר ש?

ב. בוחרים באקראי אחת משתי הקובייות, וזורקים 3 פעמים את הקובייה שבוחרים.

(1) מהי הסתברות לקבל בדיק 2 פעמים את המספר ש?

(2) ידוע כי המספר שש התקבל בדיק 2 פעמים.

מהי הסתברות שנבחרה הקובייה הלא-מאוזנת?

ג. זורקים 9 פעמים את הקובייה הלא-מאוזנת. הבע באמצעות π

את הסתברות לקבל לפחות פעמיים את המספר ש.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחד מבין השאלות 4-5.

4.



נתון טרפז שווה-שוקיים $ABCD$ ($BC \parallel AD$)

דרך הקדקוד D העבירו אנך ל-

AD וישראל המקביל לשוק AB .

האנך חותך את המשך האלכסון AC

בנקודה M ,

והישראל המקביל חותך את המשך

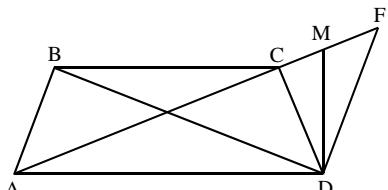
האלכסון בנקודה F (ראה ציור).

נסמן: $\angle CAD = \alpha$, $\angle BAC = \beta$, $\angle CAD = \beta$.

א. הוכח כי: $\triangle ABC \sim \triangle FDA$.

ב. הוכח כי: $\angle CDM = \angle MDF$.

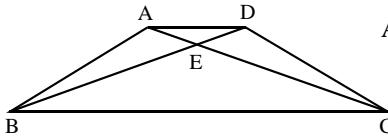
ג. הוכח כי: $\frac{AC}{AF} = \frac{MC}{MF}$.



5.



בציר של פניך טרפז שווה-שוקיים $ABCD$ ($AD \parallel BC$) נתון: $\angle CAD = \alpha$, $\angle BDC = \beta$.



א. הוכח: היחס בין שטח המשולש AED לשטח המשולש BEC

$$\text{הוא } \frac{S_{\triangle AED}}{S_{\triangle BEC}} = \frac{\sin^2(2\alpha + \beta)}{\sin^2 \beta}$$

$$\text{ב. נתון גם: } \sqrt{\frac{S_{\triangle AED}}{S_{\triangle BEC}}} = \frac{1}{4}, \alpha = 30^\circ. \text{ מצא את } \beta.$$

פרק שלישי – חישוב דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6.

$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{x^2 + 6x + 12}{x^2 - 6x + 9}$$



- א. (1) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לצירים.
 (2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים
 (אם יש לפחות).

- (3) מצא את תחום העליה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
 (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

- ב. (1) מצא את האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ המקבילות לצירים.

- (2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמק.

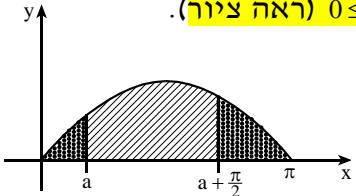
7.



נתונה הפונקציה $f(x) = \sin x$ בתחום $\pi \leq x \leq 0$ (ראה ציור).

מיעבירים שני ישרים שמשוו אותוים:

$$x = a, x = a + \frac{\pi}{2}, 0 < a < \frac{\pi}{2}$$



S_1 הוא השטח המוגבל על ידי שני

הישרים, על ידי גרף הפונקציה $f(x)$,

$$\text{ועל ידי ציר ה-} x \text{ (השטח המוקווקו בציור).}$$

S_2 הוא סכום של שני שטחים, שכל אחד מהם מוגבל על ידי גраф הפונקציה $f(x)$, על ידי אחד הישרים ועל ידי ציר ה- x (סכום השטחים המנוקדים בציור). מצא עבור איזה ערך של a היחס $\frac{S_1}{S_2}$ הוא מקסימלי.

8



$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 15}}$$

. א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

. ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.

. ג. על סמך סעיפים א' ו-ב' שרטט סקיצה של גרף הפונקציה,

. אם נתון כי הפונקציה יורדת בכל התחומים שבו היא מוגדרת.

. ד. נתון כי הישר $y = -kx + 8k$, $k > 0$, אינו חותך את גרף הפונקציה ($f(x)$).

. הישר מחלק את השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה (x), $f(x)$,

. על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 4$ ו- $x = -8$, לשני שטחים שווים.

. מצא את הערך של k .

תשובות ל מבחון בגרות מס' 5 – קיץ תש"ע, 2010, מועד ב':

. א. 10 קמ"ש. ב. 50 ק"מ.

. א. $a_1 = 22$, $d = 2$ (2) . $a_1 + (97+m)d$ (1) . $n+k+m-1$ (2)

$$\cdot 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n \cdot g \cdot \frac{16}{21} (2) \cdot \frac{7}{48} (1) \cdot \frac{2}{9} (2) \cdot \frac{5}{72} (1)$$

$$\cdot \beta = 106.1^\circ$$

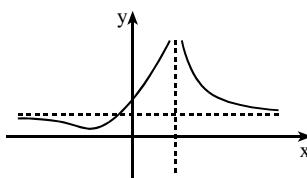
$$\cdot y=1, x=3 \quad \text{א. 6}$$

$$\cdot (0; 1\frac{1}{3}) \quad \text{(2)}$$

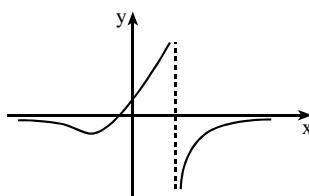
. עלייה : $-3.5 < x < 3$

. ירידיה : $x < -3.5$ או $x > 3$

$$\cdot \text{ב. (1)} \cdot y=0, x=3 \quad \text{(2)}$$

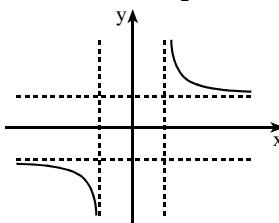


(4)



(2)

. הערה : שים לב שכאשר S_1 הוא מקסימלי, היחס $\frac{S_1}{S_2}$ הוא מקסימלי. $a = \frac{\pi}{4}$. 7



ג.

. א. $x < -\sqrt{15}$ או $x > \sqrt{15}$

$$\cdot y = -1, y = 1, x = -\sqrt{15}, x = \sqrt{15} \quad \text{ב.}$$

$$\cdot k = \frac{3}{8} \quad \text{ד.}$$



מבחן בגרות מספר 6

חורף תשע"א, 2011

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

נהג יצא מעיר A לכיוון עיר B. המרחק בין שתי הערים הוא 120 ק"מ. בהתחלה נסע הנהג ב מהירות קבועה כפי שתכנן, אבל עברו $\frac{3}{4}$ שעה מתחילה נסיעתו הייתה תקלת ברכבו. הנהג חזר מיד לכיוון A, ונסע 10 ק"מ ב מהירות של 50 קמ"ש עד למוסך הנמצא בדרך ל-A. המוסך טיפול בתקלת במשך 33 דקות, ומיד לאחר הטיפול יצא הנהג לכיוון B ב מהירות הקטנה ב- 10 קמ"ש מ מהירות נסיעתו עד התקלת. הוא הגיע ל-B באחור של שעה אחת לעומת השעה המתוכננת. מה הייתה מהירות הנסיעה של הנהג עד התקלת?

►.1



(סרקו אותו
לצפייה בפתרון)

- בسدירה שכל איבריה שונים מאפס ומאחד נתון כי סכום של כל שני איברים עוקבים שווה למкопלתם.
- א. מצא נסחתת נסיגת המbiעה את a_{n+1} **באמצעות** a_n .
- ב. הוכח כי עברו כל n טبعי מתקיים: $a_{n+2} = a_n$.
- ג. נתון כי $a_3 = 3$, a_5 הוא מספר זוגי.
- מצא נוסחה לסכום n האיברים הראשונים בסדרה.

►.2



(סרקו אותו
לצפייה בפתרון)

- משפחה יצאה לטiol במכונית הנוסעת על 4 גלגלים חדשים. בתא המטען של המכונית יש גלגל רזרבי אחד. ההסתברות שהייה נקר (פנץ'ר) בגלגל חדש בזמן הטiol היא 0.05. ההסתברות שהייה נקר בגלגל הרזרבי בזמן הטiol היא 0.25. א. מהי ההסתברות שהייה נקר בדיק בגלגל אחד מ בין ארבעת הגלגלים החדשים?

►.3



ב. בתחילת הטויל היה נקר בגלגל אחד, והמשפחה החליפה את הגלגל בגלגל הרזובי.

(1) מהי ההסתברות שאחרי החליפה יהיה נקר רק בגלגל הרזובי מבין ארבעת הגלגלים?

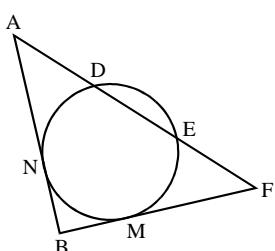
(2) מהי ההסתברות שאחרי החליפה יהיה נקר רק בגלגל אחד מבין ארבעת הגלגלים?

(3) ידוע כי אחרי החליפה היה נקר רק בגלגל אחד מבין ארבעת הגלגלים.

מהי ההסתברות שהנקר היה בגלגל הרזובי?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אתה מבין השאלות 4-5.



מנקודת A יוצאים למעגל חותק AF
וישר המשיק למעגל בנקודת N.

חותק נפגש עם המעגל בנקודות D ו-E.
מנקודת F יושר המשיק למעגל

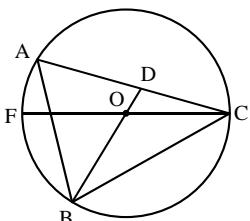
בנקודת M, ונפגש עם המשך המשיק
בנקודת B (ראה ציור). נתון: AD=DE=EF.

A. הוכח: AN=MF.

B. הוכח: $\Delta ADN \cong \Delta FEM$.

ג. הוכח: במרובע MNDE יש שתי צלעות מקבילות זו לזו.

►.4



משולש חד-זווית ABC חסום במעגל
שרטצוזו O. CF הוא קוטר במעגל,

ומשך הרדיוס BO חותק את הצלע AC

בנקודה D, כמתואר בציור. נתון: $\angle ABD = \alpha$.
 $\angle AFB = 2\alpha$.

A. חשב את גודל הזווית BAC.

B. הבע באמצעות α את היחס בין שטח

המשולש BAD לשטח המשולש BAC.

ג. נתון גם כי: $\frac{AD}{AB} = \frac{2}{3}$. מצא את α .

►.5



פרק שלישי – חישוב דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינומים, של פונקציות רצינליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2 - a}{x^2 + 3a}$. a הוא פרמטר, $a > 0$.



א. מצא (הבע באמצעות a במידת הצורך):

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) תחומי עלייה וירידה של הפונקציה.

(3) את שיעורי $-x$ של נקודות הפיתול של הפונקציה. נמק.

(4) נקודות חיתוך של גраф הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

(5) אסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

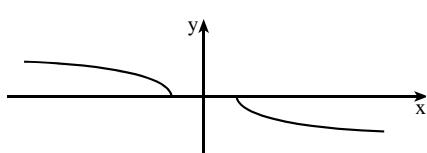
ב. שרטט סקיצה של גраф הפונקציה (f).

ג. הסבר את השינויים בgraf הפונקציה (x) עבור $a < 0$

לעומת גראף הפונקציה עבור $a > 0$:

(1) בתחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) בנקודות הפיתול של הפונקציה.



7. נתונות הפונקציות $f(x) = \sqrt{-x - 4}$, $g(x) = -\sqrt{x - 4}$ (ראה ציור).



א. מצא את תחום ההגדרה של

כל אחת מהפונקציות הנתונות.

לפונקציות יש משיק מסוית, המשיק

לגרף הפונקציה (f) בנקודה x_0 ששהה $x = x_0$.

ב. (1) הבע באמצעות x_0 את השיעורים של הנקודה שבה המשיק

המשותף משיק לgraf הפונקציה (g).

(2) מצא את השיעורים של נקודת ההשקה שהבעת בתת-סעיף ב' (1)

(ערכיהם מספריים).

ג. השטח המוגבל על ידי המשיק המשותף, על ידי הגרף של

הפונקציה (g) ועל ידי ציר ה- x , מסתובב סביב ציר ה- x .

מצא את הנפח של גופם שנוצר.

8.



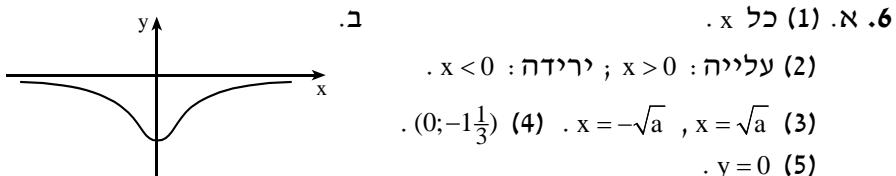
- נתונה הפונקציה $x \in [-\frac{3\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$ $f(x) = 2 \tan^2 x$ בתחום $f(x)$ בתחום $x \in [-\frac{3\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$.
- א. בתחום הנתון :
- (1) מצא את ערכי ה- x שעבורם הפונקציה $f(x)$ אינה מוגדרת.
 - (2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לצירים (אם יש כאלה).
 - (3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
 - (4) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ב. (1) מצא את פונקציית הנגזרת של הפונקציה $f(x)$.
- (2) בתחום $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ מצא את השטח המוגבל על ידי הישר $y = \frac{2}{3}x$, על ידי הישר $x = \frac{\pi}{2}$, ועל ידי גרף של הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x . היעזר בפונקציית הנגזרת של $f(x)$.

תשובות ל מבחון בגרות מספר 6 – חורף תשע"א, 2011:

1. 80 קמ"ש. 2. א. $a_{n+1} = \frac{a_n}{a_n - 1}$

3. א. $\frac{6859}{40000}$ 4. $\frac{2527}{8000}$ (2) . $\frac{6859}{32000}$ (1) . $\frac{19}{28}$ (3)

5. א. 60° ב. $\frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\sin(30 + \alpha) \sin(120 - \alpha)}$



ג. (2) אין נקודות פיתול. $x \neq -\sqrt{-3a}$, $x \neq \sqrt{-3a}$ (1)

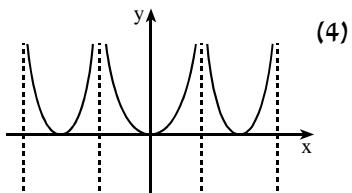
7. א. $x \geq 4$: $g(x)$. $x \leq -4$: $f(x)$

ב. $2\frac{2}{3}\pi$ ג. $(8; -2)$ (2) . $(-x_0; -\sqrt{-x_0 - 4})$ (1)

. $x = -\frac{3\pi}{2}$, $x = -\frac{\pi}{2}$, $x = \frac{\pi}{2}$, $x = \frac{3\pi}{2}$ (2) . $x = -\frac{3\pi}{2}$, $x = -\frac{\pi}{2}$, $x = \frac{\pi}{2}$, $x = \frac{3\pi}{2}$ (1) . נ. 8

. $(-\pi; 0)$ מינימום, $(0; 0)$ מינימום, $(\pi; 0)$ מינימום.

. $\frac{2}{\sqrt{3}} - \frac{\pi}{9} = 0.8056$ (2) . $g'(x) = \tan^2 x$ (1) ב.





מבחן בגרות מס' 7

קי"ץ תשע"א, 2011, מועד א

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1.1 בפעול ליצור מחשבונים עובדים פועלים ותיקים ופועלים חדשים.
פועל ותיק ופועל חדש התבקו לשרכיב מחשבוניים.



(סракן אותו)

(לצפייה בפתחון)

לו פועל ותיק היה עובד $\frac{1}{3}$ מהזמן שנדרש לעובד חדש לבצע לבד עבודה זו, ופועל חדש היה עובד $\frac{1}{3}$ מהזמן שנדרש לעובד ותיק לבצע לבד עבודה זו, או יחד הם היו מבצעים $\frac{13}{18}$ מעבודה זו. פועל ותיק מבצע לבד את העבודה

במספר שעות קטן יותר מזה הדרוש לפועל חדש.

א. מצא פי כמה גדול מספר השעות הדרוש לפועל חדש לבצע לבד את העבודה, ממשבוניים בשעה.

ב. נתון כי פועל ותיק מרכיב 9 ממשבוניים בשעה.

1.2 ב策ות עבודה יש פועל אחד חדש ושני פועלים ותיקים.

מצא בכמה שעות策ות עבודה מרכיב 168 ממשבוניים.



(סראקן אותו)

(לצפייה בפתחון)

נתונה סדרה הנדסית אין-סופית יורדת.

כל איבר בסדרה זו קטן פי 2 מסכום כל האיברים שאחניו.

סכום הסדרה ההנדסית הנתונה הוא 4.

מצא את סכום כל האיברים שאחראי האיבר העשירי בסדרה.



(סראקן אותו)

(לצפייה בפתחון)

בחברת תקשורת גדולה נבדקו הרגלי הצפיה של הלקוחות.

מצא כי מספר הלקוחות שצופים בערוצי אקטואליה גדול פי 4 מאשר

הלקוחות שאינם צופים בהם. $\frac{5}{6}$ מהלקוחות שצופים בערוצי סרטים,

צופים בערוצי אקטואליה.

75% מהלקוחות שאינם צופים בערוצי סרטים, צופים בערוצי אקטואליה.

בוחרים באקרים לקוח מבין הלקוחות שהרגלי הצפיה שלהם נבדקו.

הסתברות שהוא צופה בערוצי סרטים היא P.

א. (1) הביע באמצעות P את ההסתברות שהלקוח שנבחר צופה בערוצי

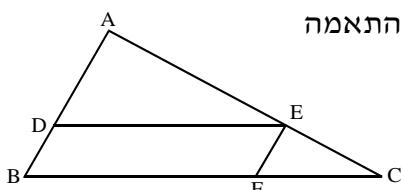
סרטים וגם בערוצי אקטואליה.

(2) מצא את P.

- ב. (1) נמצא שחלוקת שנבחר אינו צופה בעורוצי סרטים.
 מהי היחסות שהוא אינו צופה בעורוצי אקטואליה?
 (2) בחרו באקראי 5akerai לפחות שניים צופים בעורוצי סרטים.
 מהי היחסות שלפחות אחד מהם צופה בעורוצי אקטואליה?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחד מבין השאלות 4-5.

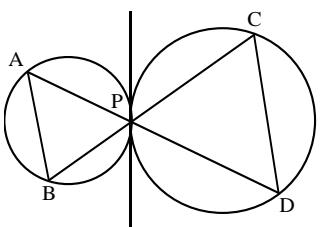


נתון משולש ABC . הנקודות D, E, F ו- C נמצאות על הצלעות BC, AC, AB בהתאם לכך $DE \parallel BC$ ו- $EF \parallel BA$ (ראה ציר).
 א. נתון: שטח המשולש ADE הוא S_1 , שטח המשולש EFC הוא S_2 .
 הבע באמצעות S_1 ו- S_2 את היחס $\frac{BF}{FC}$. נמק.
 ב. הוכח כי שטח המשולש BEF שווה ל- $\sqrt{S_1 \cdot S_2}$.

►.4



לשני מעגלים יש משיק משותף המשיק לשנייהם בנקודה P .



נקודות C ו- D נמצאות על מעגל אחד ונקודות A ו- B נמצאות על המעגל الآخر כך שהקטעים AD ו- CB נפגשים בנקודה P (ראה ציר).
 נתון: רדיוס המעגל העובר דרך הנקודות C, D, A ו- P הוא 4.5 ס''מ , $\frac{CD}{AB} = \frac{3}{2}$, $\angle DCP = \beta$, $\angle BAP = \alpha$.

►.5



א. מצא את רדיוס המעגל העובר דרך הנקודות A, B, P .

ב. הבע באמצעות α ו- β את אורך הקטע BD .

ג. אם נתון גם כי $BD = 3\sin \alpha \cdot \sqrt{1 + 24\sin^2 \alpha}$, הראה כי $\frac{PD}{PB} = \frac{3}{2}$
 (α ו- β הן זוויות חדות).

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינומים, של פונקציות רצינליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6.



$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{ax}{\sqrt{x^2 - a^2}} \text{ . } a \text{ הוא פרמטר שונה מאפס.}$$

א. עבור $a > 0$ מצא (הבע באמצעות a במידת הצורך) :

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.

(3) תחומי עלייה וירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).

(4) נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה עבור $a > 0$.

ג. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) - a$, $a > 0$.

(1) מה הן האסימפטוטות של הפונקציה $g(x)$?
(הבע באמצעות a במידת הצורך).

(2) מה הם הערךים שהפונקציה $g(x)$ יכולה לקבל?
(הבע באמצעות a במידת הצורך).

7.



$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = \cos(x^2 - 2x) \text{ בתחום } -0.5 \leq x \leq 2.5.$$

א. בתחום הנתון מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה,
וקבע את סוגן.

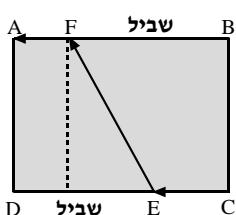
ב. בתחום הנתון שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. בתחום $0 \leq x \leq 2$ מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית
הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x .

תוכל להיעזר בסקיצה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

בתשובותיך דיקijk במידת הצורך עד שתי הספרות אחרי הנקודה העשרונית.

8.



נתונה מדשאה בצורת מלבן .
לאורך צלעות המלבן BA ו- CD יש שבילי הליכה.
אורך הצלע BA הוא 0.4 ק"מ,
ואורך הצלע BC הוא 0.3 ק"מ.
אדם עומד בקדקוד C של המדשאה
ורוצה להגיע לקדוך A . הוא הולך
לאורך הקטע CE שעל השביל ,
אחר כך הולך לאורך הקטע EF שעל המדשאה
וממשיך לאורך הקטע FA שעל השביל BA (ראה ציור).
האדם הולך ב מהירות של 6 קמ"ש לאורך השבילים,
ועל המדשאה הוא הולך ב מהירות של 4 קמ"ש.
מה צריך להיות אורך הקטע EF , כדי שהאדם יגיע ל- A בזמן הקצר
ביותר? בתשובתך דיקק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

תשובות ל מבחון בגרות מס' 7 – קיץ תשע"א, 2011, מועד א:

1. א. פי 1.5 . ב. 7 שעות. 2. $\frac{4096}{59049}$

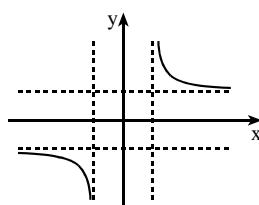
3. א. $(\frac{S_1}{S_2})^{\frac{1}{2}}$. 4. $\frac{1023}{1024} (2)$. 0.25 (1) . ב. $P = 0.6 (2) \cdot \frac{5}{6} p$

5. א. 3 ס"מ. ב. $BD = \sqrt{36\sin^2 \alpha + 81\sin^2 \beta - 108\sin \alpha \sin \beta \cos(\alpha + \beta)}$

6. א. $y = -a$, $y = a$, $x = -a$, $x = a$ (2) . $x < -a$ או $x > a$ (1)

(3) עלייה : אף x ; ירידה : $x > a$ או $x < -a$. (4) אין חיתוך עם הצירים.

ב. עבור $a > 0$:



ג. $g(x) < -2a$ ואו $g(x) > 0$ (2) . $y = -2a$, $y = 0$, $x = -a$, $x = a$ (1)

7. א. (−0.5;0.315) מינימום, (0;1) מקסIMUM, (1;0.54) מינימום, (2;1) מקסIMUM,





מבחן בגרות מס' 8

קי"ץ תשע"א, 2011, מועד ב'

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1. רוכב אופניים יצא ממושב A אל מושב B, ולאחר $\frac{1}{2}$ שעה יצא רוכב אופניים שני ממושב B אל מושב A.



(סракן אותו)
לצפייה בפתרונות

הרכובים נפגשו לאחר שהרוכב השני עבר $\frac{1}{4}$ מהמרחק שבין B ל-A.

ביום אחר יצא רוכב האופניים הראשון ממושב A למושב B $\frac{1}{2}$ שעה אחרי רוכב האופניים השני יצא ממושב B אל מושב A. הרוכבים נפגשו באמצעות הדרך שבין A ל-B. מהירותם הרוכבים לא השתנו.

א. חשב את היחס בין מהירות הרוכב הראשון ובין מהירות הרוכב השני.

ב. ידוע שגם שני הרוכבים יוצאים באותו רגע זה לקרה זה,

הם נפגשים במרחק $\mathbf{6}$ ק"מ באמצעות הדרך שבין A ל-B.

הבע באמצעות $\mathbf{6}$ את הדרך שבין A ל-B.



(סракן אותו)
לצפייה בפתרונות

א. סכום כל האיברים בסדרה הנדסית אינסופית הוא 112,

וסכום האיברים במקומות הראשון, הרביעי, השביעי וכו' של סדרה

זה הוא 64. מצא את a_1 ואת q .

ב. בסדרה נתון: $a_n + 4a_{n+1} = a_n$. בסדרה ישנו K איברים (K זוגי).



(סракן אותו)
לצפייה בפתרונות

הבע באמצעות K את ההפרש בין סכום האיברים במקומות הזוגיים

לבין סכום האיברים במקומות האי-זוגיים.



הערה: אין קשר בין סעיף א' לסעיף ב'.

3.



בקבוצה של 40 אנשים יש 16 גברים והשאר נשים. ל-12 גברים בקבוצה יש רישיון נהיגה, ול-16 נשים בקבוצה יש רישיון נהיגה.

א. בוחרים באקראי אדם מהקבוצה.

מיהי ההסתברות שיבחר אדם שיש לו רישיון נהיגה?

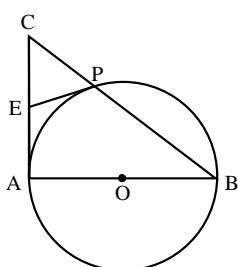
ב. בוחרים באקראי אדם מהקבוצה. לאחר שהאדם חוזר לקבוצה,שוב בוחרים באקראי אדם מהקבוצה. מיהי ההסתברות שלפחות פעמי אחת יבחר אדם שיש לו רישיון נהיגה?

ג. האם המאורע "לבחור מהקבוצה גבר" והמאורע "לבחור מהקבוצה אדם שיש לו רישיון נהיגה" הם מאורעות בלתי תלויים? נמק.

ד. לכמה נשים בקבוצה צריך שיהיה רישיון נהיגה כדי לקבוע שבקבוצה הנתונה של 40 האנשים אין תלות בין מיין האדם לכך שיש לו רישיון נהיגה? (מספר הגברים והנשים בקבוצה אינם משתנה, ומספר הגברים בעלי רישיון אינם משתנה).

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחד מבין השאלות 4-5.



במשולש ישר-זווית CAB ($\angle CAB = 90^\circ$)

הניצב AB הוא קוטר במעגל שמרכזו O .

היתר BC חותך את המעלג גם בנקודה P .

המשיק למעגל בנקודה P חותך את הניצב

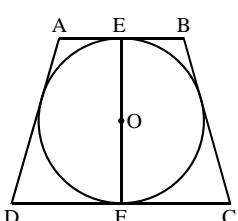
CA בנקודה E (ראה ציור).

א. הוכח כי $CE = EA$.

ב. אם נתון כי $\frac{CP}{EA} = \frac{2}{3}$, וכי שטח המשולש

הוא 2 סמ"ר, מצא את שטח המשולש PAB . נמק.

4.



נתון טרפז שווה-שוקיים $ABCD$ ($AB \parallel DC$) החוסם מעגל שמרכזו O .

AB ו- DC משיקים לمعالג בנקודות E ו- F בהתאם. EF הוא קוטר

בمعالג (ראה ציור). האורך של שוק הטרפז הוא a .

נתון כי $\angle C = \angle B - \sin^2 C = \sin(90^\circ - \angle C)$. הבע באמצעות b :

א. את רדיוס המעגל החסום בטרפז.

ב. את אורך הבסיס הקטן AB .

בתשובותיך השאיר שלוש ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

5.



פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינומים, של פונקציות רצינליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6 ►



$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{1}{\cos x}.$$

א. מצא אם הפונקציה $f(x)$ היא זוגית או אי-זוגית או לא זוגית ולא אי-זוגית. נמק.

ב. בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$:

(1) מצא את תחומי ההגדרה של הפונקציה, ואת האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים (אם יש כאלה).

(2) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן. נמק.

(3) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. לשרטוט שרטוט בתת-סעיף (3) הוסף סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $-2\pi \leq x \leq 0$.

ד. השטח בריבוע הראשון המוגבל על ידי הגרף של $f(x)$,

על ידי הישר $y=2$, על ידי הישר $\frac{\pi}{2}=x$, על ידי ציר ה- x

ועל ידי ציר ה- y , מסתובב סביב ציר ה- x .

מצא את הנפח של גוף הסיבוב שנוצר.

ה. בתחום שבין $-\infty$ ל- ∞ , רשום בצדקה כללית את השיעורים :

(1) של נקודות המינימום של הפונקציה $f(x)$.

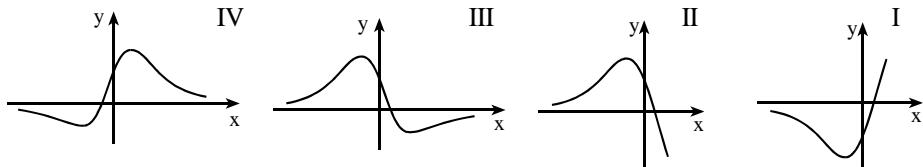
(2) של נקודות המקסימום של הפונקציה $f(x)$.

►.7



$$f''(x) = \frac{-6x^2 - 3x + 3}{\sqrt{(1+x^2)^5}} : f(x) \text{ הפונקציה השנייה של הפונקציה } f(x) \text{ מוגדרת לכל } x.$$

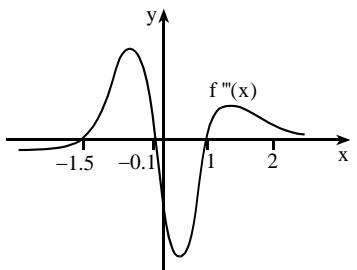
א. מבין הגрафים I, II, III, IV שלפניך, איזה גраф מתאר את פונקציית הנגזרת $(f')'$? נמק.



ב. (1) מצא תחומי קיירותו של גраф $f(x)$ ותחומי קיירותו של גраф $f'(x)$ של הפונקציה $f(x)$. נמק.

(2) הייעזר בגרף של $f(x)$ שבסעיף א', ומצא בין אילו שני מספרים שלמים עוקבים נמצא שיאור ה- x של נקודת הקיצון של $f(x)$. נמק.

(3) שרטט סקיצה של גראף הפונקציה $f(x)$, אם ידוע כי הגרף חותך את ציר ה- x רק בנקודה אחת שבה $x = 3$.



לפניך סקיצה של גראף פונקציית הנגזרת השלישי $f'''(x)$.

ג. מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של $f'''(x)$, על ידי ציר ה- x וציר ה- y ועל ידי הימשר $x = 2$ בתחום $x \geq 0$.

ד. על פי הגרף של $f'''(x)$ שבסעיף א',

הסביר מדוע הגרף של פונקציית הנגזרת השלישי $f'''(x)$ חותך את ציר ה- x בשלוש נקודות.

נתונות המשוואות של שתי פרבולות: $g(x) = x^2 - x$, $f(x) = -a^2x^2$

א. הוא פרמטר שונה מ-0.

הפרבולות נפגשות בנקודות O ו-A (ראשית הצירים).

א. הבע באמצעות a את השיעורים של הנקודה A.

ב. מצא את השיעורים של הנקודה A שעבורה השטח, המוגבל על ידי הגרף של $f(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי האנך לציר ה- x העובר דרך הנקודה A, הוא מקסימלי.

►.8



תשובות ל מבחון בגרות מס' 8 – קיץ תשע"א, 2011, מועד ב:

1. א. $\frac{5}{3}$. ב. 8b ק"מ.

2. א. $K^2 + 3K = 0.5$, $a_1 = 56$. ב. $q = 0.5$.

3. א. 0.7. ב. 0.91. ג. לא. המאורעות תלויים. ד. 18.

4. ב. 32 סמ"ר.

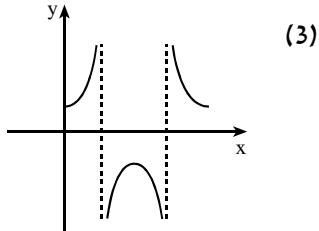
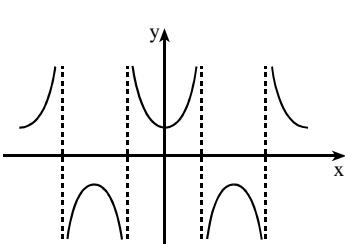
5. א. 0.393b. ב. 0.382b.

6. א. הפונקציה $f(x)$ היא זוגית.

ב. (1) תחום הגדירה: $x \neq \frac{3\pi}{2}, x \neq \frac{\pi}{2}, 0 \leq x \leq 2\pi$.

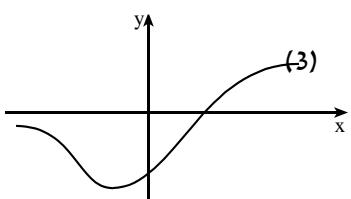
אסימפטוטות מקבילות לצירים: $x = \frac{3\pi}{2}, x = \frac{\pi}{2}$

(2) $(0;1)$ מינימום, $(-\pi; -1)$ מקסIMUM, $(2\pi, 1)$ מינימום.



$$d. \frac{2}{3}\pi^2 + \sqrt{3}\pi = 12.02$$

ה. (1) מינימום. (2) מקסIMUM. הערכה: k מספר שלם.



7. א. IV.

ב. (1) $x < -1$ או $x > \frac{1}{2}$: \cap (1)

(2) $-1 < x < \frac{1}{2}$: \cup

(3) בין -1 ל 0 .

ג. 4.638.

ד. הפונקציה $f'''(x)$ היא למעשה הנגזרת השנייה של $f(x)$.

בגרף של $f'(x)$ שבסעיף א', יש 3 נקודות פיתול ולכון הנגזרת השנייה של $f'(x)$ מתאפשרת ב-3 נקודות ומכאן שבגרף של $f'''(x)$ יש 3 נקודות חיתוך עם ציר ה- x .

$$A\left(\frac{2}{3}; -\frac{2}{9}\right) \quad b. \quad A\left(\frac{1}{1+a^2}; \frac{-a^2}{(1+a^2)^2}\right) \quad 8. \quad a.$$



מבחן בגרות מספר 9

חורף תשע"ב, 2012

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.



(מבחן או תרגום
לצפייה בפתרונות)

משאית יצאה מעיר A לעיר B.

בדיווק באותו רגע יצאה מכונית מעיר B לעיר A.

כאשר הגיעה המכונית ל-A היא חזרה מיד ל-B, וכאשר הגיעה ל-B היא מיד שוב יצאה ל-A. המכוניתפגשה בדרך את המשאית שלוש פעמים, לפני שהמשאית הגיעה ל-B.

הפגישה הראשונה הייתה בעבר 2 שעות מרגע היציאה של המכונית והמשאית לדרך. הפגישה השנייה הייתה בעבר $4\frac{2}{3}$ שעות מרוגע היציאה. הפגישה השלישית הייתה במרחק 40 ק"מ מ-B. מצא את מהירותן של המשאית (המהירות של המשאית והמכונית אינן משתנות).



(מבחן או תרגום
לצפייה בפתרונות)

A. בסדרה חשבונית יש נ-2 איברים. סכום n איברים הראשונים הוא 760 וסכום n האיברים האחרונים הוא 1960.

מצא את n אם האיבר הראשון בסדרה הוא 10.

$$b_{n+1} = \frac{b_n}{b_n - 1}$$

$$b_{19} + b_{20} = 4.5, b_{19} > 2$$

$$b_{n+2} = b_n$$

מצא את b_{10} .

הערה: אין קשר בין סעיף A לסעיף B.

3.



חברה מייצרת טלפונים ניידים חדשים עם "מסך תלת ממד". כדי לבדוק את הביקוש לטלפונים אלה, ערכה החברה סקר טלפון. בסקר השתתפו צעירים ומבוגרים. חלק מהמשתתפים בסקר הצביעו שלא יקנו את הטלפון החדשני והשאר הצביעו שייקנו אותו. נמצא כי 50% מהמבוגרים הצביעו כי יקנו את הטלפון החדשני. $\frac{2}{3}$ מבין אלה שהצביעו כי לא יקנו את הטלפון החדשני, היו צעירים. $\frac{1}{3}$ מהמשתתפים בסקר היו צעירים שגם טענו כי לא יקנו את הטלפון החדשני.

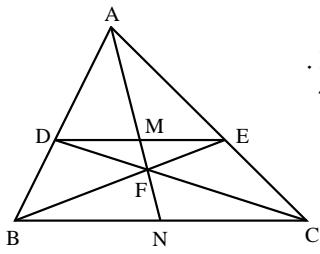
א. בסקר השתתפו 2,000 איש. כמה צעירים השתתפו בסקר?

ב. כמה צעירים, מבין הצעירים שהשתתפו בסקר, הצביעו שייקנו את הטלפון החדשני?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחת מבין השאלות 4-5.

4.



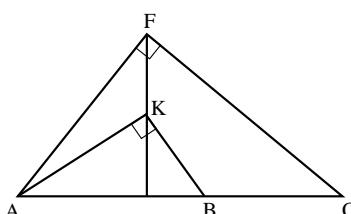
במשולש ABC הנקודות D ו- E נמצאות על הצלעות AB ו- AC בהתאם לכך $Sh-CD$. $DE \parallel BC$. $DE \parallel BC$ ו- BE נחתכים בנקודה F . AF חותך את DE בנקודה M , והמשכו חותך את BC בנקודה N (ראה ציור).

$$\text{הוכיח: א. } \frac{DM}{BN} = \frac{EM}{CN}$$

$$\text{ב. } \frac{EM}{BN} = \frac{DM}{CN}$$

ג. $BN = CN$ ו- $DM = EM$

5.



במשולש ישר-זווית AFC ($\angle AFC = 90^\circ$), הנקודה K נמצאת על הגובה ליתר כך $Sh-FAK = \beta$ ו- $\angle KAC = \alpha$.

B היא נקודה על היתר AC היא $\angle AKB = 90^\circ$ (ראה ציור).

רדיוס המעגל החוסם את המשולש AFC הוא R , ורדיוס המעגל החוסם את המשולש AKB הוא r .

א. (1) הבע באמצעות α ו- β את היחס $\frac{AF}{AK}$

(2) הבע באמצעות α ו- β את היחס $\frac{R}{r}$

ב. הבע באמצעות R ו- r בלבד רדיוס המעגל החוסם את המשולש AKF .

פרק שלישי – חישוב דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינומים, של פונקציות רצינליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6.

$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{x}{\sqrt{2x-2}}$$



א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לציריים
(אם יש כאלה).

(3) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הציריים
(אם יש כאלה).

(4) מצא את השיעוריים של נקודות הקיצון של הפונקציה,
וקבע את סוגם.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ב. נתונה הפונקציה $f(x) = g(x)$, המוגדרת בתחום ההגדרה של x .
הנגזרת של $g(x)$ מקיימת: $(g'(x)) = f(x) \cdot f'(x)$.

מצא את תחום הירידה של הפונקציה $g(x)$. נמק.

7.

$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{-a \cdot 16 \cos x}{\sqrt{16 \sin x + 9}} \text{ בתחום } -\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{7\pi}{6}$$



a הוא פרמטר גדול מ-0. הפונקציה מוגדרת לכל x בתחום הנתון.

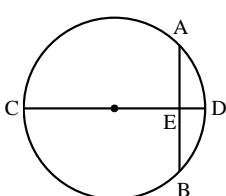
א. בתחום הנתון מצא עבור אילו ערכי x :

$(1) f(x) < 0$. נמק. $(2) f(x) > 0$. נמק.

ב. מצא את ערך האינטגרל $\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} f(x) dx$.

ג. נתון כי השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- x

ועל ידי הישרים $x = -\frac{\pi}{6}$ ו- $x = \frac{7\pi}{6}$, שווה ל-8. מצא את הערך של a.



CD הוא קוטר במעגל שרדיוסו R.
AB הוא מיתר במעגל המאונך
לקוטר CD וחותמן אותו בנקודה E
כך ש- $CE > R$ (ראה ציור).
הבע באמצעות R את השטח המקסימלי
של המשולש ABC.

8.



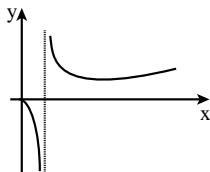
תשובות ל מבחון בגרות מס' 9 – חורף תשע"ב, 2012:

1. 40 קמ"ש.

$$b_{10} = 1\frac{1}{2} \cdot n = 16 \quad \text{ב.}$$

3. א. 1200 צעירים. ב. 1600.

$$\cdot \sqrt{R} \sqrt{r} \quad \text{ב.} \quad \frac{R}{r} = \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2(\alpha + \beta)} \quad (2) \quad \cdot \frac{AF}{AK} = \frac{\cos \alpha}{\cos(\alpha + \beta)} \quad (1) \quad \text{א. 5}$$



(5)

. (0;0) (3) . $x = 2$ (2) . $x \neq 2$, $x \geq 0$ (1) . א. 6

. (0;0) מקסימום, (8;4) מינימום.

ב. $2 < x < 8$

$$\cdot a = \frac{1}{2} \quad \text{ג.} \quad 0 \quad \cdot \quad -\frac{\pi}{6} \leq x < \frac{\pi}{2} \quad (2) \quad \cdot \frac{\pi}{2} < x \leq \frac{7\pi}{6} \quad (1) \quad \text{א. 7}$$

$$\cdot \frac{3\sqrt{3}}{4} R^2 \quad .8$$

חכמים את כל הפתרונות לכל שאלות בחינות הבגרות?

הכי פשוט להיכנס
ל-MY.GEVA.CO.IL
ולצפות בפתרונות וידאו
מלאים לכל השאלות!





מבחן בגרות מס' 10

קי' תשע"ב 2012, מועד א

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

צינור הזרים לברכה 10 מ"ק מים בקצב קבוע.

לאחר הפסקה של $\frac{1}{3}$ שעה הוגבר קצב החזרמה של הצינור ב- 3 מ"ק לשעה.
בקצב המוגבר הזרים הצינור עוד 20 מ"ק מים.

הזמן שהצינור הזרם את המים, כולל ההפסקה, בקצב שלפני ההגברת.
לצינור, לו היה מזרמים 30 מ"ק מים בלבד הפסיקת בקצב ההגברת.

א. חשב כמה זמן הזרם הצינור את המים עד ההפסקה.

ב. נתון גם כי הצינור מלא $\frac{1}{3}$ מנפח ברכה ריקה ב- 18 שעות,
כאשר הוא מזרם מים בקצב שלפני ההגברת.

שני צינורות מזרימים יחד מים לברכה הריקה באותוקצב.

קצב זה קטן מהקצב המוגבר של הצינור הנתון וגדול מהקצב שלפני
הגברת.

באיזה תחום שעת יהיה הזמן שבו שני הצינורות ימלאו את הברכה?



סракן אותו
לצפייה בפתרון

נתונה הסדרה $\dots, -2, -5, -8, 11, -14, 17$.

הסימנים של איברי הסדרה מתחלפים לסירוגין, והערכיהם המוחלטים
של האיברים מהווים סדרה חשבונית.

א. הבע באמצעות n את הסכום של :

(1) n האיברים הראשונים של הסדרה.

(2) $n+1$ האיברים הראשונים של הסדרה.

ב. בסדרה הנתונה יש מספר אי-זוגי של איברים,

ושוכם כל איברי הסדרה הוא -65.

מצא את סכום האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים.



סראקן אותו
לצפייה בפתרון

3.



א. מחלקים 2 כדורים לבנים וכדור 1 שחור בין שני כדים.

בכל כד חייב להיות לפחות כדור אחד.

ובחרים באקראי כד ומוציאים ממנו כד אחד.

מצא באיזה אופן צריך לחלק את ה כדורים בין שני ה כדים,

כדי שהסיכוי להוציא כדור לבן יהיה גדול ביותר.

ב. בצד אחד יש 5 כדורים: 2 לבנים ו-3 שחורים.

(1) מוציאים באקראי 5 פעמים כדור מהצד עם החזרה
(בכל פעם מוחזרים לכד את הכדור שהוציא).

מהי ההסתברות להוציא בדיקות 5 פעמים כדור לבן?

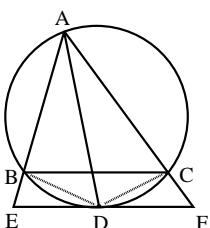
(2) מוציאים באקראי 6 פעמים כדור מהצד עם החזרה.

מהי ההסתברות להוציא בדיקות 3 פעמים כדור לבן כך שהכדור הלבן השלישי יוצא בפעם השישית?

הערה: אין קשר בין סעיף א' לסעיף ב'.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחד מבין השאלות 4-5.



נתון כי במשולש AEF חוצה-זווית EAF הוא AD.

D היא נקודת החשכה של הצלע EF למעגל,

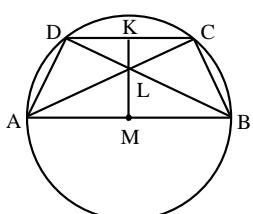
החותך את הצלעות AE ו- AF בנקודות B ו- C בהתאם. המעגל עובר גם דרך קדקוד A
(ראה ציור).

. BC || EF .

. $\Delta ABD \sim \Delta DCF$.

. $AD \cdot BD = DF \cdot AB$.

4.



טרפז שווה-שוקיים ABCD ($DC \parallel AB$) חסום במעגל שמרכזו M .

הבסיס AB הוא קוטר במעגל זה.

אלכסוני הטרפז נפגשים בנקודה L .
המשך ML חותך את DC בנקודה K
(ראה ציור). נתון כי $\angle BAD = \alpha$.

הבע באמצעות α את היחס $\frac{KL}{LM}$

5.



פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינומים, של פונקציות רצינליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6.

א. נתון כי הפונקציה $f(x)$ היא פונקציה רצינלית המקיימת:

- לפונקציה יש שלוש אסימפטוטות: $x = -1$, $x = 4$, $y = 0$.
- הפונקציה מוגדרת לכל $x \neq -1, x \neq 4$.
- $f(0) > 0$
- $f(1.5) = 0$
- $-1 < x < 4$ בק' עבור $f'(x) < 0$
- $x < -1$ ו- $x > 4$ בק' עבור $f(x) > 0$
- $x < -1$ ו- $x > 4$ בק' עבור $f'(x) < 0$



(1) על פי הנתונים שבסעיף זה, סרטט סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה $f(x)$.

(2) על פי הגרף שסרטטת, הראה כי לפונקציית הנגזרת $f'(x)$ יש נקודות קיצון בתחום $x < -1$, וקבע את סוגה. נמק. אין צורך למצוא את השיעורים של נקודות הקיצון.

ב. נתון גם כי הפונקציה $f(x)$ מקיימת $f(x) = \frac{3a - 3bx}{(x^2 - ax - 4)^2}$. מצא את הפונקציה $f(x)$ ו- a ו- b הם פרמטרים.

7.

נתונה הפונקציה $x \cdot \cos^2 x \cdot \sin^2 x$ בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

בתחום הנתון:

- מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.



ד. (1) נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}\sin(4x)$. הראה כי $g'(x) = f(x)$.

(2) בתחום הנתון מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x .

8.

ישר משיק לפרבולת $x^2 = y$ בנקודה שבה $x < 1$.

המשיק יוצר משולש עם ציר ה- x ועם הישר $x = 1$.

מצא את השטח המקסימלי של המשולש הנוצר באופן שתואר.



תשובות ל מבחון בגרות מספר 10 – קיץ תשע"ב 2012, מועד א':

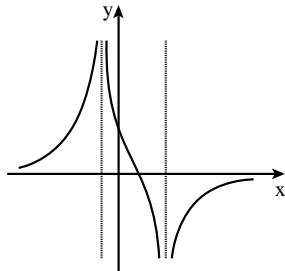
1. א. $\frac{5}{6}$ שעות, כולל 50 דקות. ב. בין 21.6 שעות ל- 27 שעות.

2. א. (1) -1430 . $S_{2n+1} = -3n - 2$ (2) $S_{2n} = 3n$. ב.

3. א. כד א': 1 לבן ; כד ב': 1 לבן ו- 1 שחור. ב. (1) $\frac{432}{3125}$ (2) $\frac{216}{625}$

. $-\cos 2\alpha$. 5

(1) א. 6



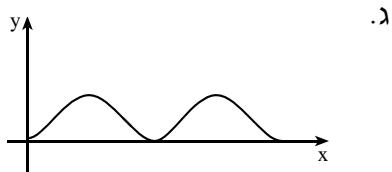
(2) קיימת נקודת קיצון מסווג מקסימום.

$$\text{ב. } f(x) = \frac{9-6x}{(x^2-3x-4)^2}$$

. $(\pi; 0)$, $\left(\frac{\pi}{2}; 0\right)$, $(0; 0)$. 7. א.

ב. (0; 0) מינימום, $\left(\frac{3\pi}{4}; 1\right)$ מקסימום, $\left(\frac{\pi}{2}; 0\right)$ מינימום, $\left(\frac{\pi}{4}; 1\right)$ מקסימום,

. מינימום $(\pi; 0)$.



. $\frac{\pi}{2}$ (2) . 7

. $\frac{8}{27}$. 8



מבחן בגרות מספר 11

קיץ תשע"ב, 2012, מועד ב

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

רוכב אופנו עזב מ- A , ובאותה שעה יצא רוכב אופניים מ- B .
הם רכבו זה לקרה זה ונפגשו בדרך. רוכב האופנו הגיע ל- B
בעבור $\frac{1}{4}$ שעה מרגע הפגישה, ורוכב האופניים הגיע ל- A
בעבור 4 שעות מרגע הפגישה (מהירותם הרוכבים היו קבועות).
א. מצא את היחס בין מהירותם של רוכב האופנו למהירות של רוכב
האופניים.

ב. נתון כי המרחק בין A ל- B גדול מ- 90 ק"מ.
מצא באיזה תחום מספריים נמצאת מהירותם של כל אחד מהרוכבים.
(מהירות רוכב האופנו אינה עולה על 120 קמ"ש).



סרקו אותו
לצפייה בפתרונות

$$\text{סדרה מוגדרת על-ידי כלל הנסיגה: } a_{n+1} = \frac{a_n}{1-a_n}$$

א. מגדירים סדרה חדשה לפי $b_n = \frac{a_n - 3}{a_n}$. הוכח:

ב. נתון: $a_1 = 5$. חשב את $b_1 + b_2 + b_4 + b_6 + \dots + b_{30} = 667.5$.



סרקו אותו
לצפייה בפתרונות

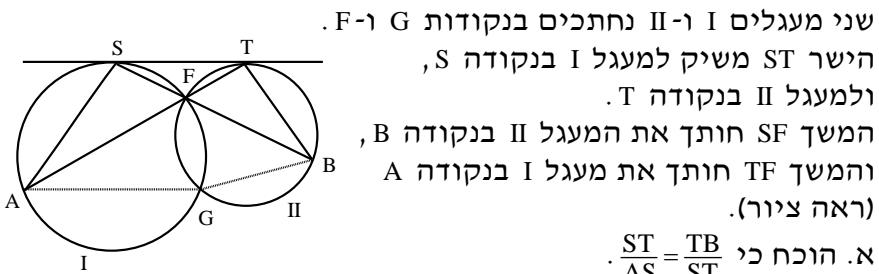
נערך סקר בקרבת מספר גדול של סטודנטים (בנים ובנות).
חצى מהסטודנטים המשתתפים בסקר היו בניים.
בסקר נמצא כי מספר הבנות הסובלות מרעש גדול פי 3 ממספר הבנים
הסובלים מרעש. נמצא גם כי 5% מבין הבנים סובלמים מרעש.
א. ידוע כי אחד המשתתפים בסקר שנבחר באקראי, סובל מרעש.
מהי ההסתברות שהנבחר הוא בת?

ב. בחרו באקראי 5 סטודנטים מבין משתתפי הסקר.
ידוע כי ככל היוטר 2 מבין הסטודנטים שנבחרו באקראי,
סובלמים מרעש. מהי ההסתברות שבבדיקה אחד מהם סובל מרעש?



פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחד מבין השאלות 4-5.



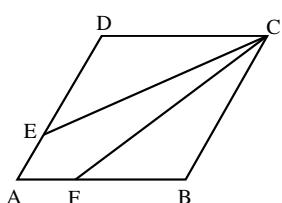
שני מעגלים I ו-II נחתכים בנקודות G ו-F .
הישר ST משיק למעגל I בנקודה S ,
ולמעגל II בנקודה T .
המשך SF חותך את המעגל II בנקודה B ,
והמשך TF חותך את מעגל I בנקודה A
(ראה ציור).

$$\text{א. הוכח כי } \frac{ST}{AS} = \frac{TB}{ST}$$

$$(1) \text{ הוכח כי } \angle AGF = \angle SFA + \angle SAF .$$

$$(2) \text{ הוכח כי אם הנקודות A , G ו-B נמצאות על ישר אחד אז } \angle SFA = 60^\circ .$$

4.



נתון מעוין ABCD . E ו- F הן נקודות על הצלעות AD ו- AB בהתאם לכך ש- AE = AF ו- FB = 2AF .
נתון כי $\angle FCB = 60^\circ$.
א. מצא את גודל הזווית FCB .
ב. נתון כי אורך האלכסון AC הוא b .
הבע באמצעות b את היקף המרובע AECF .

5.



פרק שלישי – חישוב דיפרנציאלי וaintגרלי של פולינומים, של פונקציות רצינליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

נתונה הפונקציה $f(x) = \cos^3(3x - \pi)$, המוגדרת לכל x .

א. בתחום $0 \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$ מצא :

(1) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים .

(2) את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה , וקבע את סוגן .

6.



ב. (1) הוכח כי הפונקציה זוגית.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה בתחום $-\frac{2\pi}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$

ג. רשם את משוואות הישרים המשיקים לגרף הפונקציה
בתחום $-\frac{2\pi}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$ ומאונכים לציר ה- y .

7



$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2 - 9}}$$

א. מצא :

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה.

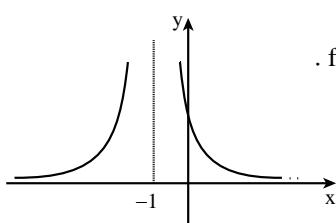
(2) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.

(4) את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. מצא את הסימן של האינטגרל המסוים $\int_k^t f'(x) dx$
אם נתון כי $k < t$ ו- t גדולים מ-3. נמק.



הfonקציה $f(x)$ היא פונקציה שהיא
המוגדרת עבור $x \neq -1$.

. בציור מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
א. מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה ו כלפי מטה של הפונקציה $f(x)$. נמק.

ב. נתון כי לפונקציה $f(x)$ יש שתי אסימפטוטות בלבד : $x = -1$, $y = 1$.
גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- y בנקודה שבה $-1 = y$. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$,
על פי תשובתך לסעיף א' ועל פי הנתונים שבסעיף ב'.

ג. נתון גם $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ו- a, b, c, d הם פרמטרים שונים מאפס.

(1) הבע באמצעות a, b, c ו- d .

(2) חשב את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$,
על ידי הישר $x = 1$ ועל ידי הצירים.

8



תשובות ל מבחון בגרות מס' 11 – קיץ תשע"ב, 2012, מועד ב:

. 1. א. היחס הוא 4.

. ב. מהירות רוכב האופני גדולה מ- 72 קמ"ש וקטנה או שווה ל- 120 קמ"ש.

מהירות רוכב האופניים גדולה מ- 18 קמ"ש וקטנה או שווה ל- 30 קמ"ש.

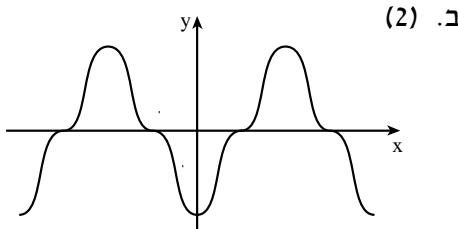
. 2. ב. $a_1 = 2$

. 3. א. ב. $\frac{45}{136}$

. 5. א. ב. 23.41°

. 6. א. $\left(\frac{\pi}{2}; 0\right), \left(\frac{\pi}{6}; 0\right), (0; -1)$ (1) (2)

. 7. ב. (2) $\left(\frac{2\pi}{3}; -1\right)$ מקסימום, $\left(\frac{\pi}{3}; 1\right)$ מינימום.



. 8. א. $y = 0, y = -1, y = 1$

. 7. א. $x < -3$ או $x > 3$ (1) (2)

. אין.

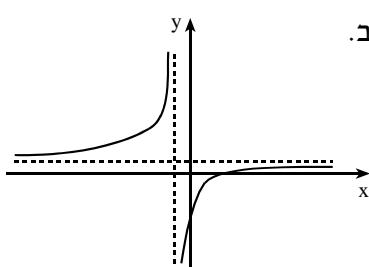
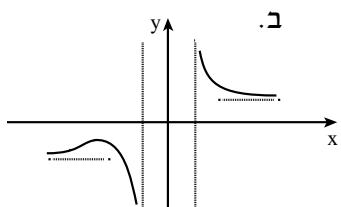
. 9. א. $y = -1, y = 1, x = -3, x = 3$ (3)

; $x < -9$: (4)

. ירידה : $-9 < x < -3$ או $x > 3$

. ג. הסימן שלילי.

. 8. א. ב. $x > -1 : \cap, x < -1 : \cup$



. 1 (2) . $d = a, c = a, b = -a$ (1) . א.

מבון בגרות מס' 12

חורף תשע"ג, 2013

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

עננה על שתיים מבין השאלות 1-3.

- ד- ייצא מtel Aviv להרצליה על אופניו, ורכב במהירות קבועה של 7 קמ"ש. כעבור $\frac{1}{2}$ שעה מרגע היציאה של דן, גם אילנית יצא על אופניה מtel Aviv להרצליה, ורכבה באותו מסלול במהירות הגדולה ב- 2 קמ"ש ממהירותו של דן.

אילנית ודן נפגשו בדרך להרצליה, ו- $\frac{1}{2}$ שעה לאחר הפגישה הגיעו אילנית להרצליה.

מצא באיזה תחום מספריים נמצאת מהירות 7, אם נתון כי מסלול הרכיבה מtel Aviv להרצליה קצר מ- 25 ק"מ וגדול מ- 9 ק"מ.



3	א. נתונה סדרה הנדסית $\dots, 3, 6, 12, 24$
6 ,12	מסדרים את איברי הסדרה בשורות כז
24 , 48 , 96	שבשורה הראשונה יש איבר אחד ובכל
.....	שורה אחרת מספר האיברים גדול באחד
.....	מזה שבשורה הקודמת. הבע באמצעות ח
	את סכום האיברים ב- n השורות הראשונות.



- הערה:** אין קשר בין סעיף א' לסעיף ב'.



3.



בחדר I נמצאים k נשים ו- k גברים ($k > 1$).
בחדר II נמצאים k נשים ו- $3k$ גברים.
מטילים קובייה מאוזנת.

אם מתkowski מספר המתחלק ב-3, בוחרים בזזה אחר זה בלי החזרה,
2 אנשים מחדר I.

אם מתkowski מספר שאינו מתחלק ב-3, בוחרים בזזה אחר זה בלי החזרה,
2 אנשים מחדר II.

כאשר בוחרים באופן זה, הסתברות לבוחר 2 נשים מחדר I גדולה פי $\frac{15}{7}$
מההסתברות לבוחר 2 נשים מחדר II.
א. מצא את k .

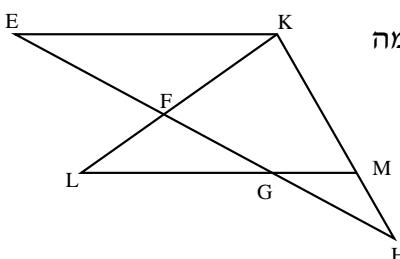
ב. מצא את ההסתברות לבוחר 2 נשים באופן שתואר.
ג. ידוע שנבחר לפחות גבר אחד באופן שתואר.

מהי ההסתברות שנבחרו במדויק 2 גברים מחדר I?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחת מבין השאלות 4-5.

4.



נתון משולש KHE. נקודות M ו- G
מצאות על הצלעות KH ו- EH בהתאם
כך ש- $EK \parallel GM$.

נקודה F נמצאת על הצלע EH.
המשכי הקטעים GM ו- FK
נפגשים בנקודה L (ראה ציור).

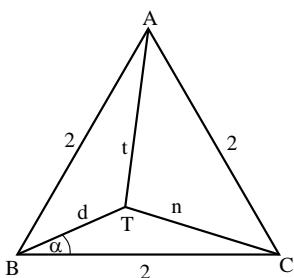
נתון: $\angle KFH = \angle KML$.
א. הוכח כי $\triangle KHE \sim \triangle FLG$.

ב. נתון גם: $EF : GE = 3 : 5$, $EH = 12.5$, $LG = 5$ ס"מ.
 $\frac{EF}{GE} = \frac{3}{5}$

(1) מצא את האורך של EK.

(2) מצא את היחס $\frac{MH}{KH}$.

5.



- . נתון משולש שווה-צלעות $\triangle ABC$. נקודת T נמצאת בתחום המשולש (ראה ציור).
- נתון: $\angle TBC = \alpha$, $n = CT = d$.
- אורך צלע המשולש הוא $2\sqrt{d}$.
- א. הוכח כי $\sin(\alpha - 30^\circ) = \frac{n^2 - d^2}{4d}$.
- ב. הבע את שטח המשולש $\triangle ATC$ באמצעות α ו- d .

פרק שלישי – חישוב דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינומים, של פונקציות רצינליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טרייגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6.



נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{6}{x^2 + 3a^2}$. $a > 0$ הוא פרמטר.

א. מצא (הבע באמצעות a במידת הצורך):

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים
(אם יש כאלה).

(3) את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$
(אם יש כאלה).

(4) אם נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה),
וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. ידוע שלפונקציה $f(x)$ יש שתי נקודות פיתול בלבד ובהן $x = \pm a$.

(1) הייעזר בגרף של $f(x)$, והבע באמצעות a את התחום
שבו פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$ חיובית, ואת התחום
שבו היא שלילית. נמק.

(2) הבע באמצעות a את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של $f'(x)$,
וקבע את סוגן.

ד. הבע באמצעות a את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$,
על ידי הישר $x = a$ ועל ידי ציר ה- x .
סמן במערכת צירים את השטח המבוקש.

7.



- נתונה הפונקציה $f(x) = -\sqrt{\sin x} + \frac{1}{2}\sin x$ בקטע $0 \leq x \leq 3\pi$.
- בקטע הנתון מצא:
 (1) עבור אילו ערכי x הפונקציה מוגדרת.
 (2) את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.
 - שרטט סקיצה של גраф הפונקציה בקטע הנתון.
 - מצא משווה יתר המשיק לגרף הפונקציה בשתי נקודות בדיק.
 - האם יש ערכים של x בקטע הנתון שעבורם מתקיים הא-שוויון $\frac{1}{2}\sin x > \sqrt{\sin x}$.

8.



מחלקים חוט שאורכו a לשני חלקים (לאו דווקא חלקים שווים).
 חלק אחד של החוט יוצרים מעגל ומהחלק الآخر יוצרים ריבוע.
 סכום השטחים של שתי הצלעות הוא מינימלי כאשר היקף המרجل
 הוא $\frac{5\pi}{\pi+4}$. מצא את הערך של a .



הרשםו לאתר מייגבע וקבעו

נ פתרונות וידאו לשאלות מבחינות הבגרות
ו מנגר של אלף פתרונות וידאו נוספים
 למנון שאלות לפי נושאים.

תשובות ל מבחן בגרות מס' 12 – חורף תשע"ג, 2013:

. 1. $4 < v < 8$

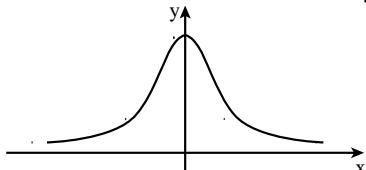
. 2. $2n^2 + 8n - 384$. ב. . 3. $(2^{\frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n} - 1)$. א.

. 4. $\frac{15}{188}$. ג. . $\frac{11}{105}$. ב. . $k = 4$. א.

. 5. $\frac{MH}{KH} = \frac{2}{5}$ (2) . EK = 7.5 ס"מ (1) ב.

. 6. $\sqrt{3} - d \cos(30^\circ - \alpha)$ או $\sqrt{3} - d[\sin(60^\circ - \alpha) + \sin \alpha]$. ב.

. 7. כל x . א.



. ב.

. $\left(0; \frac{2}{a^2}\right)$ (2)

. $y = 0$ (3)

. מינימום $\left(0; \frac{2}{a^2}\right)$ (4)

. 8. $-a < x < a$. ב. $f''(x) < 0$. $x < -a$ או $x > a$ כאשר $f''(x) > 0$ (1) ג.

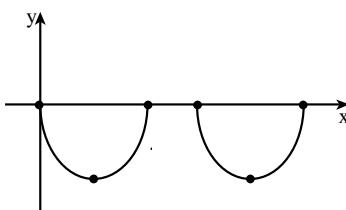
. (2) $x = a$ מינימום, $x = -a$ מקסIMUM.

. $\frac{1}{2a^2}$. ט

. 9. $2\pi \leq x \leq 3\pi$ או $0 \leq x \leq \pi$ (1) . א.

. (0;0) מקסIMUM, $\left(\frac{1}{2}\pi; -\frac{1}{2}\right)$ מינימום, $(\pi; 0)$ מינימום,

. (2 π ;0) מינימום, $(3\pi; 0)$ מקסIMUM.



. ב. (1).

. $y = -\frac{1}{2}$ (2)

. ג. לא.

. k = 5 . 8



מבחן בגרות מספר 13

קיץ תשע"ג, 2013, מועד א

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.



סרךן אותו
לצפייה בפתרון

1. **פועל I ופועל II עובדים במפעל לייצור חלקי חילוף.**
שני הפעלים מבצעים יחד עבודה מסויימת.
קצב העבודה הרגיל של פועל I שונה מקצב העבודה הרגיל של **פועל II**.
אם כל אחד מהפעלים יגבר את קצב העבודה הרגיל שלו ב- 50%,
ההפרש בין הזמן העבודה של שני הפעלים יחד בקצב הרגיל לבין זmeno
העבודה שלהם יחד בקצב המוגבר יהיה $\frac{2}{5}$ מהזמן שנדרש לפועל I
לבצע לבד את העבודה בקצב הרגיל שלו.
A. מצא את היחס בין הזמן שבו פועל I מבצע לבד את העבודה
ובין הזמן שבו פועל II מבצע לבד עבודה זו.
B. העבודה שני הפעלים ממבצעים יחד היא הינה של 300 חלקי חילוף.
הפעלים ביצעו יחד עבודה זו בקצב הרגיל שלהם ב- 6 ימים.
C. כמה חלקי חילוף ביום מכין לפחות פועל I בקצב הרגיל שלו?



סרךן אותו
לצפייה בפתרון

2. **נתונה סדרה a_n . סכום n האיברים הראשונים בסדרה הוא :**
 $S_n = n^2 - 5n + [2 + 6 + 10 + \dots + (4n - 2)]$
A. מצא נוסחה לאיבר הכללי a_n בסדרה הנתונה.
B. מתבוננים באיברים של הסדרה הנתונה, שערץ כל אחד מהם
קטן מ- 102.
C. חשב את הערך הגודל ביותר שיוכל להתקבל עבור סכום מסוימים
של איברים כאלה (לאו דווקא הסכום של כל האיברים).

3.

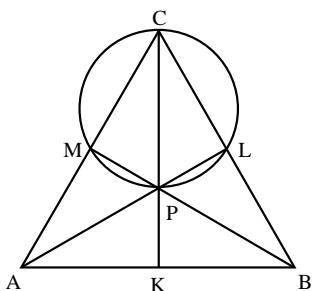


הוועדה המארגנת של תחרות "נולד לשיר" מطلבת אם ישפט בתחרות רק שופט א' או יצטרפו אליו שני שופטים נוספים : שופט ב' ושופט ג'.
ההצעה של שופט א' לא תשתנה אם הוא ישפט בלבד או אם ישפט עם האחרים. ההצעה של כל אחד מהשופטים אינה תלולה בהצעה של השופטים האחרים.
אם ישפט בתחרות רק שופט א' – יעבור המתחרה לשלב נוסף בתחרות אם השופט יקבע עבדו.
אם ישפטו שלושת השופטים – יעבור המתחרה לשלב נוסף בתחרות אם לפחות 2 מהשופטים יקבעו עבדו.IOSI הוא אחד המתמודדים בתחרות.
נתון כי הסתברות ששופט א' יקבע بعد IOSI שווה להסתברות ששופט ב' יקבע עבדו. הסתברות ששופט ג' יקבע עבדו IOSI היא 0.5.
א. האם הסתברות רק שופט א', שווה להסתברות IOSI יעבור לשלב נוסף בתחרות אם ישפטו בתחרות שלושת השופטים ? נמק.
ב. לבסוף הוחלט שבתחרות ישפטו שלושת השופטים. נתון כי הסתברות, ששופט א' הקבע עד IOSI אם ידוע כי IOSI עבר לשלב נוסף בתחרות, גדולה מ- 0.8.
מצאת תחום הערכים של הסתברות ששופט א' הקבע עד IOSI.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחד מבין השאלות 4-5.

4.



- א. הוכח כי אם במשולש שני תיכונים שוויים זה לזה, המשולש הוא שווה-שוקיים.
ב. במשולש ABC הנקודות L, M ו- K הן אמצעי הצלעות , CB , CA ו- AB , בהתאמה. הנקודה P היא נקודת מפגש של התיכונים במשולש, נתון שהיא נמצאת על מעגל העובר דרך הנקודות L, M ו- C (ראה ציור).
(1) הוכח כי $AL = BM$.
(2) הוכח כי $AK = AM$.

►.5



הנקודה O היא מרכז המעגל החוסם במשולש ABC.

המשך AO חותך את הצלע BC בנקודה E.

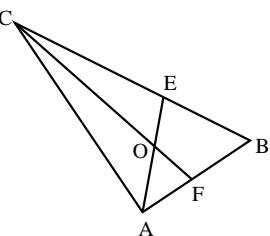
המשך CO חותך את הצלע AB בנקודה F

(ראה ציור).

נתון: $\angle ABC = \beta$, $\angle BAC = \alpha$.

א. הבע באמצעות α ו- β את היחס $\frac{AE}{CF}$

$$\text{ב. נתון גם: } \beta = 60^\circ, \frac{AE}{CF} = \frac{1}{2}$$



הראה כי רדיוס המעגל החוסם את המשולש ACB שווה ל- $\frac{1}{2}BC$.

פרק שלישי – חישוב דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינומים, של פונקציות רצינוליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

►.6



נתונה הפונקציה $g(x) = \sin\left(\frac{2\pi}{3}x\right)$ בתחום $0 \leq x \leq \frac{7}{3}\pi$.

א. מצא את נקודות החיתוך של גраф הפונקציה $(x) g$ עם הצירים.

ב. מצא את השיעוריים של נקודות החיתוך של גраф הפונקציה $(x) g$ עם גраф הפונקציה $f(x) = \sin x$.

ג. הנקודה A נמצאת על גраф הפונקציה $(x) g$ והנקודה B נמצאת

על גраф הפונקציה $(x) f$ כך שהקטע AB מקביל לציר ה- y.

(1) מצא את האורך המקסימלי של הקטע AB.

(2) כמה קטעים כמו AB שאורכם מаксימלי מתאפשרים בתחום הנתון?
נמק.

7.



$$\begin{aligned} \text{נתונות שתי פונקציות : } & b \\ f(x) = x^2 + 4x + b & \\ g(x) = -x^2 + c & \\ \text{ב ו- c הם פרמטרים גדולים מ- 0 .} & \end{aligned}$$

- לגרפים של שתי הפונקציות יש משיק משותף בנקודת מינימום P. א. הבע באמצעות b (במידת הצורך) את השיעורים של הנקודה P. ב. סרטט במערכת ציריים אחת סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ וסקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$, אם ידוע כי $b > 4$.

הישר $x = a$ חותך את המשיק המשותף בנקודה P, את הגרף של $f(x)$ בנקודה A ואת הגרף של $g(x)$ בנקודה B (D, A ו- B הן שלוש נקודות שונות).

- ג. הראה כי הישר PD הוא תיקון במשולש PAB.
ד. השטח המוגבל על ידי הגרף של $f(x)$, על ידי המשיק המשותף ועל ידי הישירים $x = a$ ו- $x = -a$, הוא S.
הבע באמצעות S את השטח המוגבל על ידי הגרף של $f(x)$, על ידי הגרף של $g(x)$ ועל ידי הישירים $x = a$ ו- $x = -a$.

8.



$$\text{נתון כי הפונקציה הזוגית } f(x) = \sqrt{8 - ax + bx^2} + c \text{ מוגדרת בתחום } -2 \leq x \leq 2 \text{ בלבד.}$$

- א. b ו- c הם פרמטרים, $a > 0$.
א. מצא את הערך של הפרמטר a ואת הערך של הפרמטר b .

- הציב את הערך של a ואת הערך של b , ועננה על הסעיפים ב-ג.
ב. מעבירים ישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = \sqrt{2}$ ומעבירים ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = -\sqrt{2}$.
השטח המוגבל על ידי שני המשיקים ועל ידי ציר ה- x הוא $\frac{49\sqrt{2}}{2}$.
מצא את הערך של הפרמטר c .

- ג. בתחום $-2 \leq x \leq 2$ נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיים: $g(x) = -f(x)$
מעבירים ישר המשיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה שבה $x = \sqrt{2}$ ומעבירים ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = -\sqrt{2}$.
מהו סוג המרובע שנוצר על ידי שני הישירים המשיקים לגרף הפונקציה $f(x)$ ושני הישירים המשיקים לגרף הפונקציה $g(x)$? נמק.

תשובות ל מבחון בגרות מס' 13 – קיץ תשע"ג, מועד א:

1. א. היחס הוא $\frac{3}{2}$. ב. 20 חלקים חילופי.

2. א. $a_n = 6n - 8$. ב. 84.

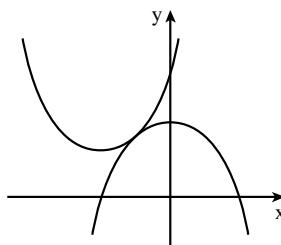
3. א. הסתברות שווה. ב. $0.6 < P \leq 1$.

$$\cdot \frac{AE}{CF} = \frac{\sin(\alpha + \beta) \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\alpha}{2} + \beta\right) \sin \alpha} . \text{ נ. 5}$$

. $\left(\frac{7\pi}{3}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $\left(\frac{4\pi}{3}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $\left(\frac{\pi}{3}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. ב. $\left(\frac{5\pi}{3}; 0\right)$, $\left(\frac{2\pi}{3}; 0\right)$, $\left(0; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. א. 6

ג. (1) 1. (2) שני קטועים.

7. א. ב. $(-1; b-3)$.



. 2S.

8. א. $b = -2$, $a = 0$. ב. $c = 3$. ג. מעוין.

מה הקטע של סומנו ה-► ליד כל שאלה?

לכל שאלה ממחכה לכם סרטון הסבר

מלא באפליקציה או באתר MY.GEVA

- 01 מורים את אפליקציית MY.GEVA
02 סוחרים דרכה את הקוד שmorphיע לד השאלות

(לא יעבוד טוב עם סוחרים אחרים)

- 03 צופים בפתרונות היודאו לשאלות



יותר נח לכם מכך איזו? אז תני
הכמסו לאחר זו IL
MY.GEVA.CO.IL



מבחן בגרות מס' 14

קייז תשע"ג, 2013, מועד ב

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

ראובן ושמעון חופרים יחד תעלה אחת ב-12 שעות.

אם רAOBן CHופר בלבד $\frac{1}{3}$ מהתעלה, ולאחר שהוא מסיים את חלקו שמעון CHופר בלבד יותר התעלה, החפירה MSTימית בעבור $\frac{1}{3} \cdot 23$ שעות. כמה תעלות שלמות לכל היותר יCHופר RAOBן בלבד בפחות מ-100 שעות? התעלות אלה לתעלה הנתונה. הספקי העבודה של שמעון ושל RAOBן אינם משתנים.

1.



(סракן אותו
לצפייה בפתרונות)

נתונה סדרה $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$:
ונתונה סדרת הסכומים $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n, \dots$: $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ הוא סכום n האיברים הראשונים בסדרה a_n . סדרת הסכומים S_n מקיימת לכל n טבעי : $S_{n+1} = b \cdot S_n + 3$.
א. הוכח כי הסדרה a_n היא סדרה הנדסית שהמנה שלה היא b .
ב. נתון כי $|b| < 1$.

2.



(סракן אותו
לצפייה בפתרונות)

I. $a_3, a_7, a_{11}, a_{15}, \dots$

II. $a_1, -a_3, a_5, -a_7, \dots$

T הוא הסכום של אינ-סוף איברי הסדרה I,

M הוא הסכום של אינ-סוף איברי הסדרה II.

הבע באמצעות b את היחס $\frac{M}{T}$. פשט את הביטוי בכל האפשר.

►.3

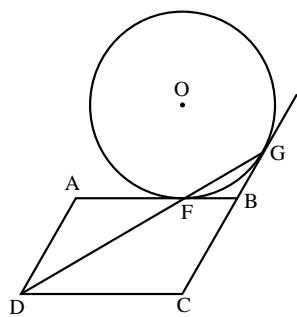


מבחן כל תלמידי י"ב בעיר מסויימת מאתרים תלמידים שיתאימו לקורס ייחודי. הקורס מתאים לתלמידים שיש להם יכולת טכניתה הבוחנות מאבחןות 80% מבין התלמידים שאכן יש להם יכולת טכנית בעלי יכולת טכנית, ומאבחןות 10% מבין התלמידים שאין להם יכולת טכנית בעלי יכולת טכנית.

מבין התלמידים שאובחנו בעלי יכולת טכנית, אחוז התלמידים שאכן יש להם יכולת טכנית גדול פי 4 מאשר התלמידים (בקבוצה זו) שאין להם יכולת זו.

א. מהי ההסתברות של תלמיד י"ב בעיר זו אכן יש יכולת טכנית?
ב. באותה עיר כל אלה שאובחנו בעלי יכולת טכנית השתתפו בקורס, ורק הם. בעיר יש 600 תלמידי י"ב.

מבין המשתתפים בקורס כמה תלמידים אין יכולת טכנית?



ענה על அதை מבין השאלות 4-5.

נתונה מקבילית ABCD .

הצלע AB משיקה למעגל שמרכזו O
בנקודה F. המשך הצלע CB משיק
למעגל בנקודה G (ראה ציור).

נתון : $AF = AD$.

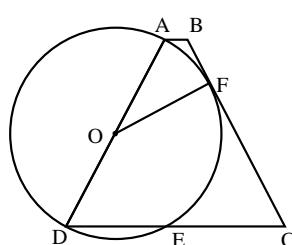
א. הוכח כי הנקודה F נמצאת על הישר DG .

ב. נתון גם : $BO = BC$, $FC \perp DC$.

(1) הוכח כי $OF = FC$.

(2) הוכח כי $FB = \frac{1}{2}BO$

►.4



נתון טרפז שווה-שוקיים ABCD $(AD = BC)$.

השוק AD היא קוטר למעגל שמרכזו O .

השוק BC משיקה למעגל בנקודה F .

המעגל חותך את הבסיס DC בנקודה E
(ראה ציור). נתון : $\angle BCD = \alpha$.

א. הבע באמצעות α את גודל הזווית FOD .

ב. (1) הבע באמצעות α את גודל הזווית ODF .

(2) הבע באמצעות α את היחס $\frac{DE}{DC}$.

►.5



פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינומים, של פונקציות רצינליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6.



$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = x^2 - \cos\frac{x}{2} \text{ בתחום } 2\pi \leq x \leq 5\pi$$

- א. (1) מצא תחומי עלייה וירידה של פונקציית הנגזרת (x')
(אם יש לפחות) בתחום הנתון.
- (2) הראה כי פונקציית הנגזרת (x') חיובית בתחום הנתון.
- (3) רק על פי התשובות לתרגסלים (1) ו-(2), סרטט סקיצה של פונקציית הנגזרת (x') , בתחום הנתון.
- (4) כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = 40$ בתחום הנתון? נמק.
ב. (1) רשם את הערך המקסימלי של פונקציית הנגזרת השנייה (x'')
בתחום הנתון.
- (2) האם השטח, המוגבל על ידי הגраф של פונקציית הנגזרת (x')
ועל ידי הגраф של פונקציית הנגזרת השנייה (x'') בתחום הנתון,
שווה לערך של האינטגרל המסוים $\int_{2\pi}^{5\pi} (f'(x) - f''(x)) dx$? נמק.

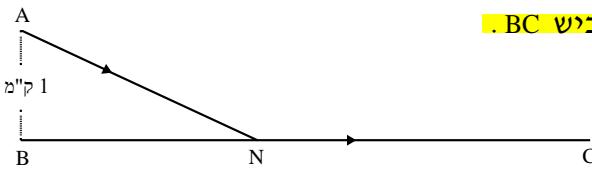
7.



נתונה הפונקציה $f(x)$ המוגדרת לכל x , וננתונה הפונקציה $g(x)$.

$$\text{נתון: } \int_0^1 g(x) dx = 0, \quad g(x) = k + 2x. \quad k \text{ הוא פרמטר.}$$

- א. מצא את נקודות החיתוך של גраф הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- ב. נתון גם כי בתחום $0 \leq x \leq 1$ מתקיים: $f(0) = k$, $f''(x) > 0$, $f(x) \geq g(x)$.
סרטט באותה מערכת ציריים סקיצה של הפונקציה $f(x)$
וסקיצה של הפונקציה $g(x)$ בתחום $0 \leq x \leq 1$. נמק.
- ג. בתחום $0 \leq x \leq 1$ איזה שטח גדול יותר: השטח המוגבל על ידי גраф הפונקציה $f(x)$ והצירים או השטח המוגבל על ידי גраф הפונקציה $g(x)$,
על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = 1$? נמק.
- ד. נתון גם: $f(0) = x^3 + 3x^2 + ax + f$, a הוא פרמטר,
הgraf של $g(x)$ משיק לגרף של $f(x)$ בנקודת הנמצאת בתחום $0 \leq x \leq 1$.
מצא את הפונקציה $f(x)$.



דני יצא מנקודה A, הנמצאת בשדה

במרחק 1 ק"מ מהכיביש BC.

הוא הלך בשדה בקו

אלכסוני ב מהירות

קבועה v ,

והגיע לכיביש BC

בנקודה כלשהי N (ראה ציור).

דמי הלך בכיביש ב מהירות הגדולה פי $\frac{13}{12}$ מהמהירות שבת ההלך בשדה,
והגיע לנקודה C בכיביש. המרחק בין B-L-C הוא 6 ק"מ.

מהו אורך המסלול ANC אם ידוע שדמי עבר אותו בזמן המינימלי?

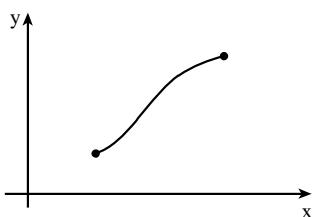
תשובות ל מבחון בגרות מס' 14 – קיץ תשע"ג, מועד ב:

1. לכל היוטר 3 תעלות שלמות. 2. ב. $\frac{M}{T} = \frac{1-b^2}{b^2}$

3. א. $\frac{1}{3}$. ב. 40 תלמידים.

5. נ. $\frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\sin(135^\circ - \alpha) \sin(\alpha + 45^\circ)} = \frac{\sin 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha}$ (2). א. (1) $270^\circ - 2\alpha$. ב. (1) $270^\circ - 2\alpha$ / .

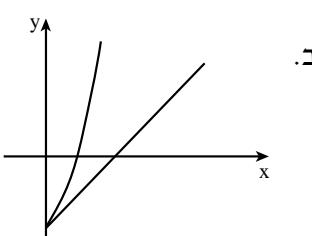
6. א. (1) תחום עלייה : $\pi < x < 5\pi$; $2\pi < x < 5\pi$.
תחום ירידיה : אין.



(4) אין פתרונות בתחום הנתון.

ב. (1) (2) כנ.

7. א. $\left(\frac{1}{2}; 0\right), (0; -1)$



ג. השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $y=g(x)$, על ידי ציר ה- x

ועל ידי הישר $x=1$ הוא גדול יותר.

ד. $f(x) = x^3 + 3x^2 + 2x - 1$

8. 6.2 ק"מ.



מבחן בגרות מס' 15

חורף תשע"ד, 2014

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

נמל A ונמל B נמצאים על אותה גדה של נהר, שכיוון הזרם שלו הוא מ- A ל- B . רפסודה הפליגה בשעה 9:00 בבוקר מנמל A אל נמל B והיא נישאה על גבי הזרם של הנהר כך שמהירות הרפסודה היא מהירות הזרם. באותו שעה הפליגה סירה מנמל B (נגד כיוון הזרם) לכיוון נמל A . מהירות הסירה במים עומדים היא 15 קמ"ש. הסירה הגיעו לנמל A , ומיד חזרה אל נמל B . ידוע כי הרפסודה והסירה הגיעו לנמל B באותו שעה. נתון כי הרפסודה והסירה נפגשו לראשונה כעבור 5 שעות מרגע הפלגתן. האם הסירה והרפסודה הגיעו לנמל B עד לשעה 9:00 בערב באותו יום? נמק.

מהירות הזרם ומהירות הסירה במים עומדים הן קבועות.

הערה : בחישוביך דיק Ud שתי ספרות אחרי הנקודה עשרונית.



(סרקו אותו
לצפייה בפתרונות)

נתונה סדרה הנדסית אינ-סופית יורדת : ... $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$.
סכום כל איברי הסדרה בלי האיבר הראשון הוא 6 .

מחליפים את הסימנים של כל האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה, ומתבלטת סדרה הנדסית חדשה : ... $-a_1, -a_2, a_3, -a_4, \dots$.
סכום כל איברי הסדרה החדשה בלי האיבר הראשון הוא -3 .

מהאיברים של הסדרה הנתונה בנו סדרה שלישיית : $\frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_3}, \frac{1}{a_4}$.

- א. הוכח כי הסדרה השלישיית היא סדרה הנדסית.
ב. נתון כי סכום n האיברים הראשונים בסדרה השלישיית הוא 273.25 .
מצא את n .



(סרקו אותו
לצפייה בפתרונות)

3.



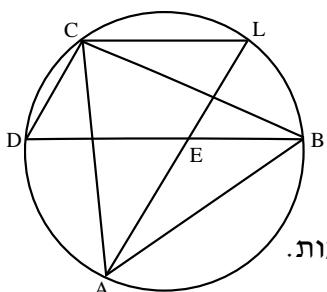
בעיר מסוימת יש תושבים המשתתפים בחוג לריוקודי עס, יש תושבים המשתתפים בחוג לתאטרון ויש תושבים המשתתפים בשני החוגים. נמצא כי המאוורע "תושב העיר משתתף בחוג לריוקודי עס" והמאורע "תושב העיר משתתף בחוג לתאטרון" הם מאורעות בלתי תלויים.

מספר התושבים המשתתפים בחוג לתאטרון. מבין התושבים המשתתפים בחוג לתאטרון, 60% משתתפים בחוג לריוקודי עס וגם מהו אחוז התושבים בעיר המשתתפים בחוג לריוקודי עס וגם בחוג לתאטרון?

- ב. يوم אחד נערך בעיר כנס שהשתתפו בו כל התושבים המשתתפים בחוג לריוקודי עס, ורק הם.
uiteconi ראיין 6 משתתפים בכנס שנבחרו באקראי.
מהי ההסתברות שלפחות 2 מהם משתתפים בחוג לתאטרון?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחד מבין השאלות 4-5.



משולש שווה-צלעות ABC חסום במעגל
נקודות D ו- L נמצאות על המרجل
כך ש- $LC \parallel BD$.

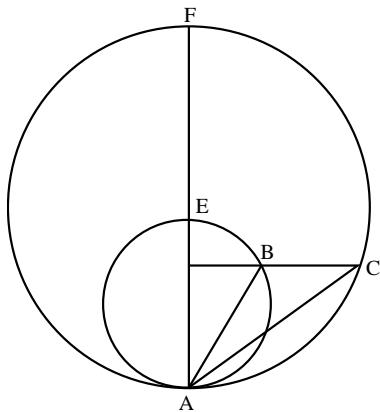
הmittarim AL ו- BD נחתכים בנקודה E
(ראה ציור).

- א. הוכח כי המרובע LEDC הוא מקבילית.
ב. (1) הוכח כי $\triangle ADE$ הוא משולש שווה-צלעות.
(2) הוכח כי $LC + LB = LA$.

4.



5.



שני מעגלים, גדול וקטן, משיקים
 מבחוץ בנקודה A. נקודה F נמצאת
 על המרجل הגדל **כך שקטע המרכזים**
 של שני המעגלים נמצא על AF.
 AF חותך את המרجل הקטן בנקודה E.
 דרך נקודה B שעלה המרجل הקטן
 העבירו ישר המקביל למשיק המשותף
 לשני המעגלים. המקביל חותך את
 המרجل הגדל בנקודה C (ראה ציור).
 רדיוס המרجل הגדל הוא R,
 ורדיוס המרجل הקטן הוא r.
 נתון: $\angle FAB = \alpha$, $\angle BAC = \beta$.

A. (1) הבע באמצעות α ו- β את $\angle BCA$. נמק.

(2) הבע רק באמצעות α ו- β את היחס $\frac{AC}{AB}$.

B. הבע באמצעות α ו- β את היחס $\frac{R}{r}$.

פרק שלישי – חישוב דיפרנציאלי וaintegral של פולינומיים, של פונקציות רצינליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6.



נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2 + x - a}{x^2 - x + a}$. a הוא פרמטר גדול מ-1.

הfonקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x .

A. (1) מצא את האסימפטוטות של $f(x)$ המקבילות לצירים

(אם יש כאלה).

(2) מצא את השיעוריים של נקודות הקיצון של $f(x)$, וקבע את סוגם.

(הבע באמצעות a במידת הצורך).

(3) ידוע כי גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בשתי נקודות

בדיק. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. בתחום $0 \leq x$, השטח המוגבל על ידי הגרף של $f(x)$,

על ידי הישר $x = -1$ ועל ידי ציר ה- x , שווה $-\frac{1}{2}$.

חשב את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x

(מצא ערכיים מספריים).

7.



במשולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$) אורך השוק הוא a .
 BD הוא גובה לשוק AC . DE הוא אnek לבסיס BC .
 $\text{סמן } x = \frac{1}{2}BAC$, ומצא מה ציריך להיות הגודל של AC ,
כדי שאורך האnek DE יהיה מקסימלי.
בתשובהך דיק Ud שתि ספרות אחרי הקודה העשרונית.

8.



בטבלה שלפניך מוצגים ערכים מסוימים של הפונקציה $f(x)$
בקטע $1 < x < 2$.

x	1.1	1.2	1.3	1.4
$f(x)$	1.19	1.28	1.36	1.43

הfonקציה $f(x)$ חיובית בקטע הנתון, ואין לה נקודות קיצון פנימיות.
בקטע זה. נתון כיfonקציית הנגזרת השנייה $(x)^2$ שלילית בקטע הנתון.
א. קבע מהו הסימן של $f'(1.2)$. נמק.
ב. קבע אם הטענה $f(1.3) < f(1.2) < f(1.1)$ נכונה. נמק.

נתונה הפונקציה $g(x) = \sqrt{f(x)}$ בקטע $1 < x < 2$.
ג. בקטע הנתון מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה $g(x)$
אם יש כאלה). נמק.
ד. הראה כי בתחום $1.1 \leq x \leq 1.3$ אין פתרון למשוואת $f'(x) = g'(x)$.

תשובות ל מבחון בגרות מס' 15 – חורף תשע"ד, 2014:

1. לא. הם הגיעו לנמל B 12.07 שעות לאחר יציאתם.

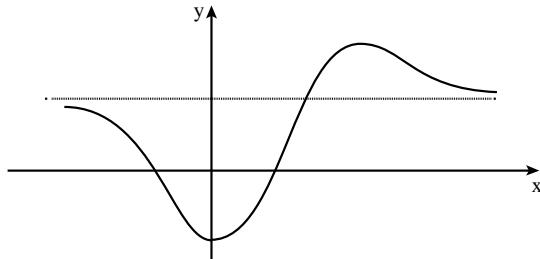
2. ב. $n = 7$

3. א. 18%. ב. 0.579825

$$\cdot \frac{\cos^2 \beta}{\cos^2(\alpha + \beta)} \cdot \frac{\cos \beta}{\cos(\alpha + \beta)} (2) \cdot 90^\circ - (\alpha + \beta) (1) \text{ א. 5}$$

. א. מינימום, $\left(2a; \frac{4a+1}{4a-1}\right)$ מקסIMUM. ב. $y=1$ (1). 6

(3)



ב. $(-2; 0), (1; 0)$

7. 109.47°

8. א. הסימן הוא חיובי. ב. הטענה נכונה. ג. עלייה: $1 < x < 2$; ירידה: אין.





מבחן בגרות מס' 16

קי"צ תשע"ד, 2014, מועד א

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1. משאית יצאה מעיר A , וכעבור 6 שעות מרגע יציאתה הגיעה לעיר B .
 זמן מה אחרי יציאת המשאית יצאה מכונית מעיר A ,
 והגיעה לעיר B 2 שעות לפני המשאית.
 המשאית והמכונית נפגשו בעבר שעה מרגע היציאה של המכונית.
 המהירות של המשאית ושל המכונית היו קבועות.
 מצא כמה שעות אחרי רגע היציאה של המשאית יצאה המכונית
 (מצא את שני הפתרונות).



סракן אותו
לצפייה בפתרונות

2. בסדרה חשבונית יש 3 איברים. סכום α האיברים האחרונים גדול פי
 2 מסכום α האיברים הקודמים להם.
 א. הוכח שסכום α האיברים הראשונים הוא 0 .
 ב. נתון גם שסכום האיברים החמישי והשישי הוא 0 .
 סכום כל איברי הסדרה הוא 726 . מצא את הפרש הסדרה.



סראקן אותו
לצפייה בפתרונות

3. אבא ודני משחקים בזריקת כדורים לסל. בכל משחק שני סיבובים. המנצח בסיבוב מקבל נקודה אחת. אם הסיבוב מסתויים בתיקו, כל אחד מקבל חצי נקודה.
 נתון: ההסתברות שדני ינצח בסיבוב היא 0.1 ,
 ההסתברות שאבא ינצח בסיבוב היא 0.2 ,
 ההסתברות שהסיבוב מסתויים בתיקו היא 0.7 .
 הסיבובים אינם תלויים זה בזה.
 א. מהי ההסתברות שאבא יצבור בשני הסיבובים יותר מנקודה אחת?
 ב. מהי ההסתברות שדני יצBOR בשני הסיבובים לפחות נקודה אחת?
 ג. ידוע כי דני צבר בשני הסיבובים לפחות נקודה אחת.
 מהי ההסתברות שאחד הסיבובים הסתויים בתיקו והאחר הסתויים בניצחון של דני?

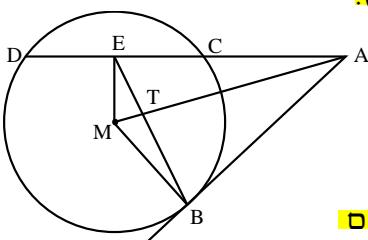


סראקן אותו
לצפייה בפתרונות

- ד. אבא ודני משחקים 4 פעמים את המשחק שמתואר בפתח.
 (בכל משחק שני סיבובים).
 מהי ההסתברות שדני יצבור לפחות נקודה אחת 2 פעמים בבדיקה?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחד מבין השאלות 4-5.



מנקודת A יוצא ישר המשיק למעגל בנקודת B,
 ויוצא ישר החותך את המעגל בנקודות C ו-D.
 הנקודה E היא אמצע המיתר DC.
 הנקודה M היא מרכז המעגל (ראה ציור).

►.4



א. הוכח כי המרובע AEMB

הוא בר חסימה במעגל.

ב. אלכסוני המרובע AEMB, שהוא בר חסימה במעגל,

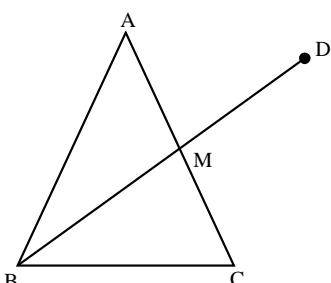
נפגשים בנקודת T.

נתון כי הנקודה T היא מפגש התיכונים

במשולש BDC. הוכח כי $TB^2 = 2MT \cdot TA$

ג. נתון $\frac{\sqrt{10}}{2}$ ס"מ, $TE = 1$ ס"מ, $MT =$

מצא את רדיוס המעגל החוסם את המרובע AEMB.



במשולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$) הוא תיכון לשוק (ראה ציור).

נתון: $\angle BAC = 50^\circ$.

א. חשב את גודל הזווית הקחה AMB.

משיכים את BM עד הנקודה D.

נתון גם:

רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC

הוא 10 ס"מ. רדיוס המעגל החוסם

את המשולש ABD הוא 14 ס"מ.

ב. חשב את זוויות המשולש AMD.

►.5



פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינומים, של פונקציות רצינליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

. נתונות שתי פונקציות : $0 \leq x \leq \pi$, $f(x) = \sin(2x)$, $g(x) = 2\sin^2 x$, בתחום $\pi \leq x \leq 0$.
א. בתחום הנתון מצא :

- (1) את שיעורי ה- x של נקודות החיתוך בין הגרפים של שתי הפונקציות.
- (2) את נקודות החיתוך של כל אחת משתי הפונקציות עם ציר ה- x .



ב. (1) נתונה הפונקציה $h(x) = x - \frac{\sin(2x)}{2}$
הראה כי $h'(x) = f(x)$

(2) בתחום $\pi \leq x \leq 0$ מצא את השטח הכלוא בין הגרפים של שתי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.



נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{ax^2 + 9}$. a הוא פרמטר גדול מ- 0 .

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

(2) הראה כי לפונקציה $f(x)$ אין נקודות פיתול.

ב. (1) מהו תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$?

(2) הבן באמצעות a את האסימפטוטות האופקיות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(3) מצא תחומי עלייה וירידה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
(אם יש כאלה).

(4) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ג. השטח, המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$,

על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = -4$, שווה ל- 2 .

בלי לחשב את הערך של a , חשב את הערך המספרי של $f(-4)$.
ואת הערך המספרי של $f(4)$.

8.



בציר שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת $(x)f'$.

האסימפטוטה **היחידה**

של הפונקציה $(x)f$ היא $x=0$.

נתון כי יש פתרון אחד בלבד

למשוואה $2 = f(x)$ ופתרונו

אחד בלבד למשוואה $-2 = f(x)$.

אך על פי נתוני השאלה,

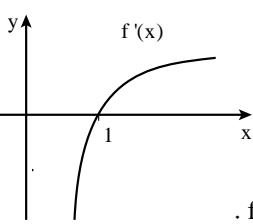
סרטט סקיצה של הפונקציה $f(x)$.

נק.

ב. נתון גם כי פונקציית הנגזרת $(x)f'$ היא $\frac{ax^2 - b}{ax^2}$.

a ו- b הם פרמטרים שונים מ-0.

מצא את הפונקציה $f(x)$ (בלי פרמטרים).



תשובות ל מבחון בגרות מס' 16 – קי"ץ תשע"ד, מועד א:

1. שעה או שעתיים.

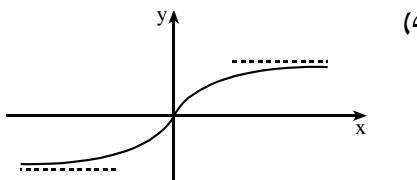
2. ב. $d = 2$. 3. א. $\frac{7}{34}$. ב. 0.32 . ג. 0.68 . ד. 0.2841 .

4. ג. 3 ס"מ. 5. א. 40.34° , 79.44° , 60.22° . ב. 100.56° .

6. א. $(\pi; 0)$, $(0; 0)$: $f(x) = (2)$. ב. $x = \pi$, $x = \frac{\pi}{4}$, $x = 0$ (1).

7. א. $(\pi; 0)$, $(\frac{\pi}{2}; 0)$, $(0; 0)$: $g(x)$

ב. $2 + \frac{\pi}{2}$ (2).



(4)

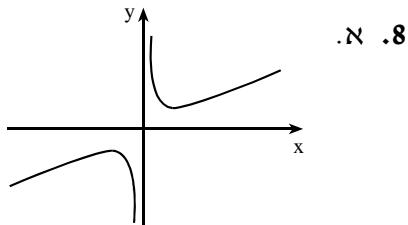
7. א. (1) כל x . ב. (1) כל x .

8. א. $y = -\sqrt{a}$, $y = \sqrt{a}$ (2)

עליה: כל x ; ירידה: אין.

ג. $f(-4) = 5$, $f(4) = 5$.

ב. $f(x) = x + \frac{1}{x}$





מבחן בגרות מס' 17

קיץ תשע"ד, מועד ב'

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

רץ I ורץ II יצאו באותו רגע מאותו מקום. הם רצוי במתירות קבועה
ובאותו כיוון.

המתירות של רץ I הייתה 6 קמ''ש, ומהירות של רץ II
הייתה 7.5 קמ''ש. בעבר 20 דקות מרגע היציאה של שני הרצים,
יצא רץ III מאותו מקום ובאותו כיוון, והוא רץ במתירות קבועה.
רץ IIIפגש בדרך את רץ I, ושעה אחר כך הואפגש את רץ II.
מצא כמה שניות עברו מרגע היציאה של רץ III עד לפגישתו עם רץ II.

1.



נתונה סדרה חשבונית: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, a_{n+1}, a_{n+2}$

שלושה איברים עוקבים בסדרה,

$$a_{n+2}^2 - a_n^2 = 216$$

$$a_n + a_{n+1} + a_{n+2} = 54$$

א. מצא את האיבר a_n .

2.



ב. לקרו חלק מהאיברים בסדרה הנתונה ובנו סדרה חשבונית חדשה:

$$a_5, a_9, a_{13}, \dots, a_{4k+1}$$

סכום כל האיברים בסדרה החדשה הוא 450.

האיבר הראשון בסדרה הנתונה בפתחת הוא $a_1 = -21$.

מצא את הערך של k .

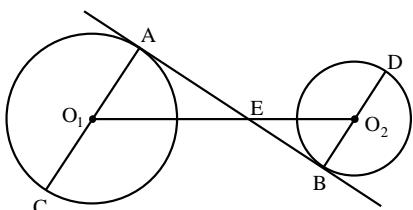
3.



- בעיר גודלה כל אחד מתלמידי כיתות י"ב בשנה מסוימת בוחר באחד משני המסלולים לטיוול שנתי: מסלול א' או מסלול ב'. נמצא: 75% מן התלמידים שבחרו במסלול א' הן בנות. 10% מן הבנות בחרו במסלול ב'. 40% מן התלמידים הם בנות.
- א. בוחרים באקראי תלמיד י"ב (בן/בת) מהי ההסתברות שהוא במסלול א'?
- ב. כאשר בוחרים באקראי תלמיד (בן/בת), האם המאrove "התלמיד הוא בת" והמאrove "התלמיד (בן/בת) בחר במסלול א'" הם מאורעות בלתי תלויים? נמק.
- ג. בחרו באקראי כמה בנות מבין התלמידים. נמצא שהסתברות של לפחות אחת מהן בחרה במסלול א' היא 0.99. (הבחירה של המסלולים על ידי הבנות שנבחרו הן בלתי תלויות).
- כמה בנות נבחרו?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחת מבין השאלות 4-5.

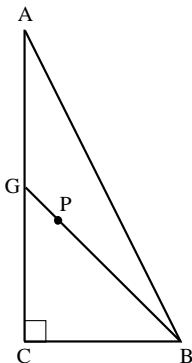


- . AC הוא קוטר במעגל שמרכזו O_1 .
 BD הוא קוטר במעגל שמרכזו O_2 .
 יש משיק למעגלים O_1 ו- O_2 בנקודות A ו- B בהתאם.
 המשיק חותך את קטע המרכזים O_1O_2 בנקודה E (ראיה ציור).
 נתון: רדיוס המעגל O_1 הוא 30 ס"מ,
 רדיוס המעגל O_2 הוא 20 ס"מ,
 אורץ קטע המרכזים O_1O_2 הוא 90 ס"מ.
- א. (1) מצא את היחס $\frac{O_1E}{O_1C}$. נמק.
 (2) הוכח כי $\triangle EO_1C \sim \triangle EO_2D$.
- ב. הוכח כי הנקודה E נמצאת על הישר CD.

4.



5.



במשולש ישר-זווית ACB ($\angle ACB = 90^\circ$) נקודת G היא אמצע הצלע AC . נקודת P נמצאת על GB כך ש- $PG = 4 \cdot BG$ (ראה ציור). רדיוס המעגל החוסם את המשולש CGB הוא R . נתון: $GC = BC$. הבע באמצעות R את רדיוס המעגל החוסם את המשולש ACB . ב. הבע באמצעות R את מרחק הנקודה P ממרכז המעגל החוסם את המשולש ACB .

פרק שלישי – חישובו דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינומים, של פונקציות רצינליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6.

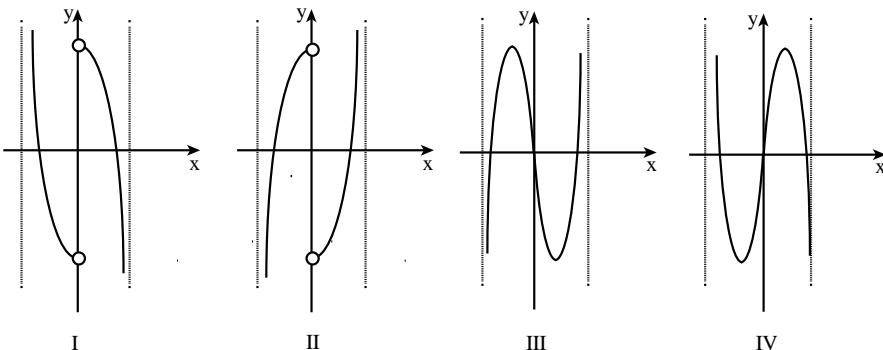
$$\begin{aligned} f(x) &= x\sqrt{8-x^2} \\ g(x) &= \sqrt{8x^2-x^4} \end{aligned}$$



- א. (1) לשתי הפונקציות יש אותו תחום הגדרה. מצא את תחום ההגדרה.
 (2) מצא את נקודות החיתוך של כל אחת מהפונקציות (x) ו- $f(x)$ ו- $g(x)$ עם הצירים.

- ב. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון המוחלט של כל אחת מהפונקציות, וקבע את סוגן.
 ג. על פי הסעיפים א-ב, סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$, ו- $g(x)$.
 ד. לפניך ארבעה גרפים, I-IV.

איזה מהגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $(x)' g$? נמק.



7.



$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{(x-2)^2}{x^2 - 1}$$

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לצירים.

(3) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(4) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגם.

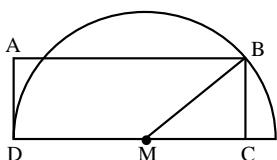
ב. רק על פי סעיף א, סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. רק על פי הסקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ שسرטת,

מצא את התחומים שבו מתקיים: פונקציית הנגזרת (x') שלילית

ופונקציית הנגזרת השנייה (x'') חיובית.

nymk.



נתון מלבן $ABCD$.

הצלע DC מונחת על הקוטר של חצי מעגל

שהרדיוס שלו R ומרכזו M כך ש- $DC \geq R$.

הצלע AD משיקה לחצי המעגל בנקודה D ,

והקדקוד B נמצא על המעגל (ראה ציור).

$$\text{נסמן: } x = \angle BMC$$

$.ABCD$ – שטח המלבן $S(x)$

א. מצא מה צריך להיות x , כדי ששטח המלבן $(x) S$ יהיה מקסימלי.

ב. הבע באמצעות R את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $(x) S$

$$\text{ועל ידי ציר ה- } x \text{ בתחום } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}.$$

8.



תשובות ל מבחון בגרות מס' 17 – קיץ תשע"ד, מועד ב :

. 1. $\frac{1}{3}$ שעות (שעה ו- 40 דקות).

. 2. א. $a_n = 15$. ב. $k = 10$

. 3. א. 0.48 . ב. לא, המאורעות הם מאורעות תלויים. ג. שתי בנות.

. 4. א. $\frac{9}{5}$ (1)

. 5. א. $\frac{\sqrt{10}}{2}R$. ב. $\frac{R}{2}$

. 6. א. $-\sqrt{8} \leq x \leq \sqrt{8}$ (1)

. (− $\sqrt{8}; 0$) , (0;0) , ($\sqrt{8}; 0$) : $f(x)$ (2)

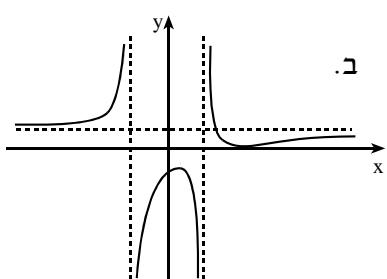
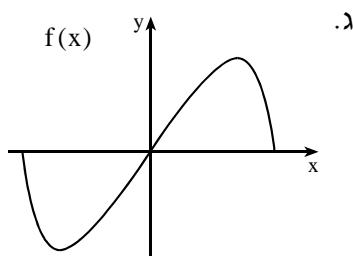
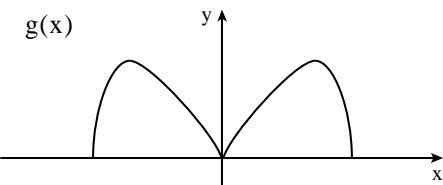
. (− $\sqrt{8}; 0$) , (0;0) , ($\sqrt{8}; 0$) : $g(x)$

. ב. (2;4) מקסימום מוחלט, (−2;−4) מינימום מוחלט.

. (2;4) מקסימום מוחלט, (−2;4) מינימום מוחלט.

. ($\sqrt{8}; 0$) מינימום מוחלט, (0;0) מינימום מוחלט,

. (− $\sqrt{8}; 0$) מינימום מוחלט.



. 7. גראף I

. $x \neq -1, x \neq 1$ (1)

. $y = 1, x = -1, x = 1$ (2)

. (2;0) , (0;−4) (3)

. (2;0) מינימום, $\left(\frac{1}{2}; -3\right)$ מקסימום. (4)

. $1 < x < 2$. ג

. $\frac{1}{2}R^2$. ב. $\frac{\pi}{3}$. א. 8



מבחן בגרות מס' 18

קייז תשע"ד, מועד ג

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על **שתיים** מבין השאלות 1-3.

שני פעולים, פועל I ופועל II, מתקנים כביש. ההספק של כל אחד משני הפעלים קבוע. ביום הראשון עבד פועל I בלבד 4 שעות, ואז ה策רף אליו פועל II, והם עבדו יחד עוד 3 שעות. התברר כי ביום הראשון ביצעו הפעלים סך הכל 60% מהתיקון כולם. ביום השני עבדו הפעלים יחד כל הזמן כך שסך הכל בשני ימי העבודה ביצעו כל אחד מהפעלים בדיקת מחצית מהתיקון כולם. מצא כמה שעות עבדו הפעלים יחד ביום השני.



(סרקו אותו
לצפייה בפתרונות)

נתונה סדרה חשבונית שיש בה n איברים ($n > 2$) :
 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n$

הפרש הסדרה הנתונה הוא d .

הסדרה הנתונה בנו סדרה חדשה של הפרשי ריבועים :

$$a_2^2 - a_1^2, a_3^2 - a_2^2, \dots, a_n^2 - a_{n-1}^2$$

א. הוכח כי הסדרה החדשה היא סדרה חשבונית שהפרש שלה הוא $2d^2$.

$$\text{ב. נתון : } a_2^2 - a_1^2 = 64$$

הבע את האיבר האחרון בסדרה החדשה באמצעות n ו- d .

$$\text{ג. נתון גם : } d^2 > 1, a_n^2 - a_{n-1}^2 = 192$$

מצא את תחום הערכים של n .



(סרקו אותו
לצפייה בפתרונות)

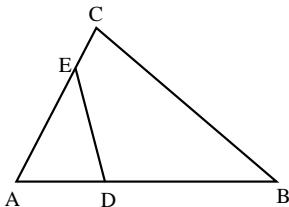
מ בין העובדים בחברה גודלה בוחרים באקראי 4 עובדים.
 ההסתברות שלכל היוטר ל- 3 עובדים יש השכלה גבוהה היא $\frac{255}{256}$

א. לאיזה אחוז מהעובדים יש השכלה גבוהה?
 ב. מהי ההסתברות שambilן 4 עובדים שבוחרים באקראי,
 ל- 3 אין השכלה גבוהה?
 ג. 40% מעובדי החברה הם נשים. ל- $\frac{1}{4}$ מהנשים יש השכלה גבוהה.
 מ בין העובדים שיש להם השכלה גבוהה בחרו באקראי שני עובדים.
 מהי ההסתברות שני העובדים הם נשים?



פרק שני – גאומטריה וטريוגונומטריה במישור

עננה על אחת מבין השאלות 4-5.



במרובע $BDEC$ המשכי הצלעות BD ו- CE נפגשים בנקודה A , כמתואר בציור.

נתון כי המרובע $BDEC$ הוא בר-חסימה במעגל.

א. הוכח כי $\Delta ADE \sim \Delta ACB$.



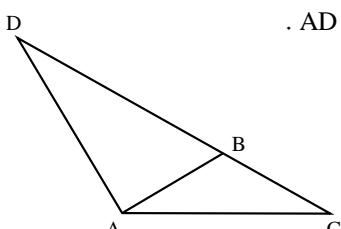
. נתון: שטח המשולש ACB גדול פי 4 משטח המשולש ADE . נקודה F נמצאת על הצלע ED כך ש- $\angle EAF = \angle DAF$.

. המשך AF חותך את BC בנקודת G .

. ב. (1) הוכח כי $\Delta AEF \sim \Delta ABG$

. (2) מצא את היחס $\frac{EF}{BG}$

. ג. הוכח כי $\frac{GC}{BG} = \frac{AD}{AE}$



. נ�ון משולש שווה-שוקיים $AD = AC$ שבו ADC נקודת B נמצאת על הצלע DC ב**ז** - $AB = BC$ ו- $DC = 3BC$ (ראה ציור).

א. מצא את גודל הזוויות במשולש ADC .

ב. נתון גם כי שטח המשולש ADC הוא $16\sqrt{3}$ סמ"ר.

ג. BT הוא גובה לצלע AC במשולש ABC. מצא את האורך של הקטע DT.



פרק שלישי – חישוב דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינומים, של פונקציות רצינליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6.



נתונה הפונקציה $f(x) = 2x + \frac{\cos x}{\sin x}$ בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ב. (1) מצא את האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

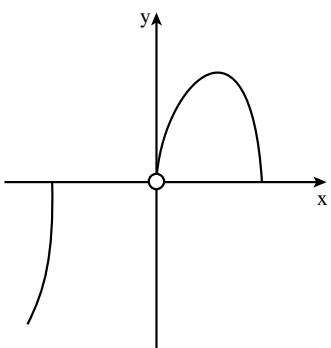
(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. העבירו משיק לגרף הפונקציה $f(x)$.

השיפוע של משיק זה הוא המקסימלי מבין השיפועים של כל המשיקים

לגרף הפונקציה בתחום הנתון.

מצא את הזווית שמשיק זה יוצר עם הכיוון החיובי של ציר ה- x .



בצור שלפניך מוצגת סקיצה של גרף

$$\text{הfonקציה } f(x) = \frac{\sqrt{12x^3 - x^5}}{x}$$

שתחים ההגדרה שלה
הוא $0 < x \leq 2\sqrt{3}$.

א. הישר $y = k$ חותך את גרף

הfonקציה $f(x)$ בשתי נקודות בדיק.

מצא את תחומי הערכים של k .

$$\text{ב. נתונה הפונקציה } g(x) = \sqrt{12x - x^3}$$

שתחים ההגדרה שלה הוא $0 \leq x \leq 2\sqrt{3}$.

(1) מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה $g(x)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

(3) עבור הערכים של k שמצאת בסעיף א', מצא בכמה נקודות

חותך הישר $y = k$ את גרף הפונקציה $g(x)$.

7.



בצור שלפניך מוצגת סקיצה של גרף

$$\text{הfonקציה } f(x) = \frac{\sqrt{12x^3 - x^5}}{x}$$

שתחים ההגדרה שלה
הוא $0 < x \leq 2\sqrt{3}$.

א. הישר $y = k$ חותך את גרף

הfonקציה $f(x)$ בשתי נקודות בדיק.

מצא את תחומי הערכים של k .

$$\text{ב. נתונה הפונקציה } g(x) = \sqrt{12x - x^3}$$

שתחים ההגדרה שלה הוא $0 \leq x \leq 2\sqrt{3}$.

(1) מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה $g(x)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

(3) עבור הערכים של k שמצאת בסעיף א', מצא בכמה נקודות

חותך הישר $y = k$ את גרף הפונקציה $g(x)$.

8.



נתון כי הפונקציה $f(x) = x^2 - 6x + 5$ מוגדרת לכל x , ומקיימת: $f'(x) = 2x - 6$.
א. הישר $y = 10\frac{2}{3}$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת המקסימום שלה.
מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

נתון כי הפונקציה $g(x) = g'(x) = x^2 - 6x + 5$ מוגדרת לכל x , ומקיימת: $g(x) = 2x - 6$.
ב. המרחק בין נקודת המקסימום של $f(x)$ לנקודת המינימום של $g(x)$ הוא 1. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן. מצא את שתי האפשרויות.

- ג. (1) סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ וסקיצות של שני הגרפים האפשריים של $g(x)$.
(2) כמה נקודות פגיעה עם ציר ה- x יש לכל אחד משלושת הגרפים שסרטטו?

תשובות ל מבחון בגרות מס' 18 – קיץ תשע"ד, 2014, מועד ג:

. 1. 3 שעות. 2. ב. $64 + (n-2) \cdot 2d^2$. ג. 66 .

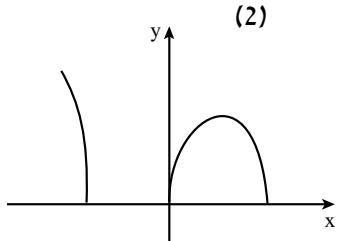
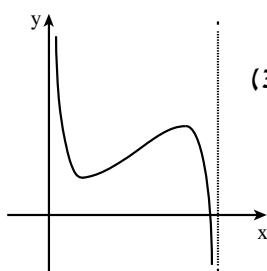
. 3. א. $\frac{1}{2}$. ב. 0.16. ג. $\frac{27}{64}$. ד. 25%.

. 5. א. 120° , 30° , 30° . ב. 10.58 . ג. $4\sqrt{7}$ ס"מ.

. 6. א. $x = \pi$, $x = 0$. ב. (1) $0 < x < \pi$. ג. $x = \pi$, $x = 0$.

(3) מינימום, $\left(\frac{3\pi}{4}; \frac{3\pi}{2} - 1\right)$ מקסימום, $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2} + 1\right)$ (2)

. ג. 45° .

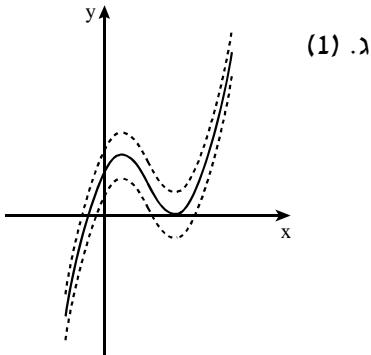


(3) ב- 3 נקודות.

. 8. א. (1; 10 $\frac{2}{3}$) מקסימום, (5; 0) מינימום.

ב. אפשרויות א': (1; 11 $\frac{2}{3}$) מקסימום, (5; 1) מינימום.

אפשרויות ב': (1; 9 $\frac{2}{3}$) מקסימום, (-1; 5) מינימום.



(2) לגרף של $f(x)$ (המצויר בקו מלא) יש שתי נקודות פגיעה עם ציר ה- x .

לgraf העליון של $g(x)$ (המצויר בקו מקווקו) יש נקודה פגיעה אחת עם ציר ה- x .

לgraf התחתון של $g(x)$ (המצויר בקו מקווקו) יש 3 נקודות פגיעה עם ציר ה- x .



מבחן בגרות מס' 19

חורף תשע"ה, 2015

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1.



לצפייה בפתרונות

צבעים ותיקים וצבעים מתלמידים צריכים לצבע מספר מסוים של דלתות.

צבע אחד ותיק ו- 2 צבעים מתלמידים יסימנו את הצבעה בזמן הארוך

ב- 25% מהזמן שבו יסימנו את הצבעה 2 צבעים ותיקים וצבע אחד

מתלמיד. לכל צבע ותיק אותו קצב עבודה בלתי משתנה, ולכל צבע

מתלמיד אותו קצב עבודה בלתי משתנה.

(צבע ותיק עובד מהר יותר מאשר מתלמיד).

א. מצא את היחס בין הזמן שצבע מתלמיד יסימן לבדוק את צביעת הדלתות

לבין הזמן שצבע ותיק יסימן לבדוק את צביעת הדלתות.

ב. מצא כמה צבעים מתלמידים צריכים לעבור עם צבע אחד ותיק,

כדי שהם יסימנו את צביעת הדלתות במשךן אותו הזמן שבו יסימנו

את הצבעה 2 צבעים ותיקים וצבע אחד מתלמיד.

2.



לצפייה בפתרונות

סדרה מוגדרת לכל n טבעי על ידי הכלל :

$$a_1 = 4$$

$$a_n + a_{n+1} = 4n + 2$$

א. אם בסדרה יש 100 איברים, מצא את הסכום של שני האיברים העומדים במקומות האמצעיים בסדרה.

ב. הוכיח כי איברי הסדרה העומדים במקומות אי-זוגיים מהווים

סדרה חשבונית, וגם איברי הסדרה העומדים במקומות זוגיים

מהווים סדרה חשבונית.

אם בסדרה יש 101 איברים, מצא :

ג. את האיבר העומד באמצע הסדרה.

ד. את הסכום של כל איברי הסדרה.

►.3



בישוב גדול $\frac{1}{3}$ מהתושבים הם נשים, והשאר הם גברים.

מ בין התושבים בוחרים באקראי שתי קבוצות :

קבוצת של 4 אנשים (נשים/גברים) לראיון ברדיו

և קבוצה של 4 אנשים (נשים/גברים) לראיון בטלוויזיה.

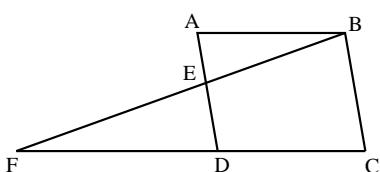
א. מהי ההסתברות שכל קבוצה יש לבדוק 2 גברים?

ב. ידוע כי קבוצה שנבחרה לראיון ברדיו היו לכל היותר 2 גברים.

מהי ההסתברות שהם בקבוצה זו בבדיקה 2 גברים?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחד מ בין השאלות 4-5.



במקבילית ABCD הנקודה E נמצאת

על הצלע AD. המשך BE חותך

את המשך CD בנקודה F (ראה ציור).

נתון : שטח המשולש ABE

הוא 27 סמ"ר.

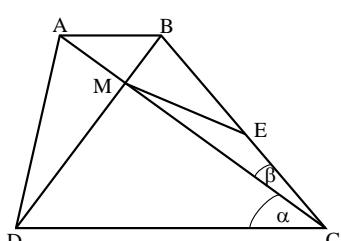
שטח המשולש DFE הוא 48 סמ"ר.

א. מצא את שטח המשולש BED.

ב. נתון גם כי המרובע BCDE הוא בר חסימה במעגל.

$$\text{מצא את היחס } \frac{AB}{EF}.$$

►.4



אלכסוני הטרפז ABCD מאונכים זה לזה

.

ונפגשים בנקודה M.

E היא אמצע השוק BC (ראה ציור).

נתון : $DC = a$, $\angle ACB = \beta$, $\angle ACD = \alpha$

א. הביע באמצעות a ו- α ו- β

את האורך של ME .

►.5



$$\text{נתון : } \frac{\tan \beta}{\tan \alpha} = \frac{1}{3}, \text{ ס"מ} = 6.6$$

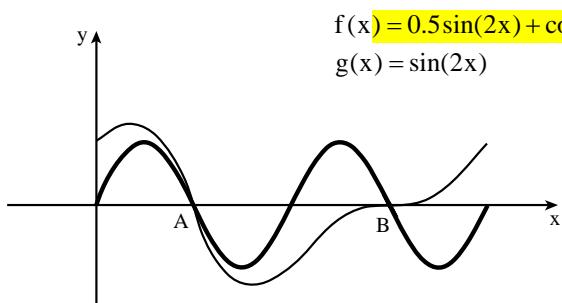
ב. מצא את האורך של AB .

נתון גם : $BM = 1.3 \text{ ס"מ}$.

ג. מצא את הזווית DCB .

פרק שלישי – חישוב דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינומים, של פונקציות רצינליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.



נתונות שתי פונקציות :

$$g(x) = \sin(2x)$$

בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.

בתוחום הנתון הגרפים של הפונקציות נפגשים בשתי נקודות, A ו-B, הנמצאות על ציר ה- x , כמפורט בציור.



א. דרך נקודה על ציר ה- x ,

הנמצאת בין הנקודות A ו-B, מעבירים אנך לציר ה- x .

האנך חותך את הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ בנקודות M ו-N.
מצא את האורך המקסימלי של הקטע MN.

ב. דרך נקודה על ציר ה- x , הנמצאת בתחום $\frac{\pi}{2} \leq x \leq 0$, מעבירים אנך
לציר ה- x .

האנך חותך את הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ בנקודות K ו-L.
מצא את האורך המקסימלי של הקטע KL.

נתונות הפונקציות

$$f(x) = \sqrt{\frac{x}{1+x^2}}$$



א. מצא עבור כל אחת מהפונקציות :

(1) את תחום ההגדרה.

(2) את האסימפטוטות המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(3) את השיעורים של נקודות הקיצון (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

ב. סרטט במערכת צירים אחת סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$
וסקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$, אם ידוע כי הפונקציות נחתכות
בנקודה אחת בלבד.

ג. נתונה הפונקציה $h(x) = g(x) - k$, $k > 0$.

עבור אילו ערכים של k אין לפונקציה $h(x)$ נקודות חיתוך עם
הfonקציה $f(x)$? נמק.



נתון כי הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$

$$\text{מקיימות } \int_0^3 \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}} dx = 3$$

נתון גם: $f(0) = 1$, $f'(x) = kx + 2$. k הוא פרמטר.

א. מצא את הערך המספרי של $f(3)$, ומצא את הפונקציה $(g(x))$ (בלי פרמטרים).

ב. הפונקציה $(g(x))$ מקיימת

$$(1) \text{ הראה כי } |x+1| \leq g(x)$$

(2) סרטט במערכת ציריים את סקיצה של גраф הפונקציה $(g(x))$

וסקיצה של גраф הפונקציה $(f(x))$.

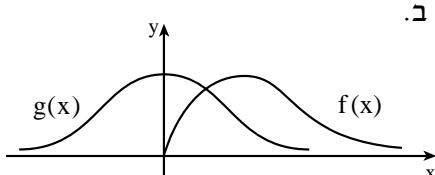
תשובות ל מבחון בגרות מס' 19 – חורף תשע"ה, 2015:

1. א. יחס הזמנים הוא 2. ב. 3 צבעים מהתלמידים.

. $S_{101} = 10,304$. ז. $a_{51} = 104$. א. $a_{n+2} - a_n = 4$. ב. $a_{50} + a_{51} = 202$. נ. 2

. $\frac{AB}{EF} = \frac{3}{4}$. ב. 36 סמ"ר. 4. א. $\frac{8}{11}$. ב. $\frac{64}{729}$. נ. 3

. $\frac{3\sqrt{3}}{4} \approx 1.299$. ב. 49.94° . א. $AB = 2.2$ ס"מ. 5. א. $ME = \frac{a \cos \alpha}{2 \cos \beta}$. נ. 5



ב.

. $x \geq 0 : f(x)$ (1). נ. 7

. $y = 0 : g(x)$, $y = 0 : f(x)$ (2)

, $(0;0) : f(x)$ (3)

. מקסימום $\left(1; \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

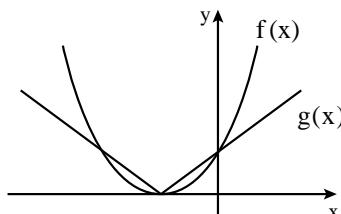
. מקסימום $\left(0; \frac{1}{\sqrt{2}}\right) : g(x)$

. $k > \frac{1}{\sqrt{2}}$. ג.

. $f(x) = x^2 + 2x + 1$, $f(3) = 16$. נ. 8

. $g(x) = \sqrt{f(x)} = \sqrt{x^2 + 2x + 1} = \sqrt{(x+1)^2} = |x+1|$ (1). ב.

(2)





מבחן בגרות מס' 20 קי"ז תשע"ה, מועד א

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

- מכוניות I ומכוניות II יצאו באותו זמן מאותו מקום ולאותו כיוון. מהירות של מכונית I הייתה 50 קמ"ש, ומהירות של מכונית II הייתה 40 קמ"ש. בעבר חצי שעה מרגע היציאה של שתי המכוניות, יצאה גם מכונית III מאותו מקום ולאותו כיוון. ברגע שמכונית IIIפגשה במכונית II, המרחק בין מכונית I למכונית II היה 15 ק"מ. מהירות של כל המכוניות היו קבועות.
- א. מצא את מהירות של מכונית III.
- ב. האם ניתן שאחרי הפגישה בין מכונית III למכונית II, יהיה המרחק בין מכונית III למכונית I שווה למרחק בין מכונית II למכונית I?
- נמק.

1.



מבחן או תי
לצפייה בפתחון

- נתונה סדרה הנדסית אין-סופית יורדת שכל איבריה חיוביים: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$.
 כל איבר בסדרה זו (חוץ מהראשון) הוא $\frac{2}{5}$ מסכום שני האיברים הסמוכים לו, אחד לפניו ואחד לאחריו.
 א. מצא את המנה של הסדרה a_n .
- ב. נתונה הסדרה $b_n = \frac{a_{n+1}}{(a_n)^2}$.
- (1) הוכח כי הסדרה b_n היא סדרה הנדסית.
 (2) סכום עשרת האיברים הראשונים בסדרה b_n הוא 20,460.
 מצא את סכום כל האיברים בסדרה a_n .

2.



מבחן או תי
לצפייה בפתחון

3.

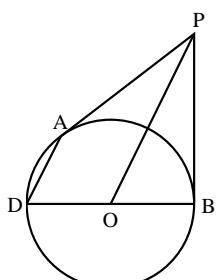


- נתונה קבוצה של ספרות שונות :
 3 ספרות הן זוגיות (שונות מ-0) והשאר הן ספרות אי-זוגיות.
 יוני יוצר מספר דו ספרתי מן הספרות שבקבוצה הנתונה באופן זה :
 הספרה הראשונה שיווני בוחר באקראי היא ספרת העשרות,
 והספרה השנייה שהוא בוחר באקראי היא ספרת הединות.
 יוני בוחר כל ספרה בדיקוק פעמיים אחת בלבד הזרה.
 א. נתון כי ההסתברות שיווני ייצור מספר אי-זוגי היא $\frac{4}{7}$.
 מהו מספר הספרות האי-זוגיות בקבוצה הנתונה?
 ב. אם ידוע שהמספר שנוצר הוא זוגי, מהי ההסתברות ששתי הספרות
 שיווני בחר הן זוגיות?

AMILI יוצרת מספר תלת-ספרתי מן הספרות שבקבוצה הנתונה באופן זה :
 הספרה הראשונה שאAMILI בוחרת באקראי היא ספרת המאות,
 הספרה השנייה שהיא בוחרת באקראי היא ספרת העשרות,
 והספרה השלישית שהיא בוחרת באקראי היא ספרת הединות.
 AMILI בוחרת כל ספרה בדיקוק פעמיים אחת בלבד הזרה.
 ג. ידוע כי הספרה הראשונה שאAMILI בחרה היא זוגית.
 מהי ההסתברות שבמספר התלת-ספרתי שאAMILI יוצר,
 סכום הספרות יהיה זוגי?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחד מבין השאלות 4-5.



A. הוכח : $PO \parallel AD$
 המשך BO חותך את המרجل בנקודה D (ראה ציור).

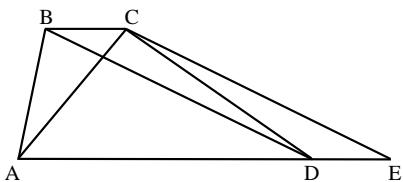
הנקודה C נמצאת על הקוטר DB כך ש- $DB \perp AC$.
 B. הוכח :

PD חותך את AC בנקודה E .
 ג. הוכח : $\Delta DEC \sim \Delta DPB$.
 ד. הוכח : $AC = 2EC$.

4.



5.

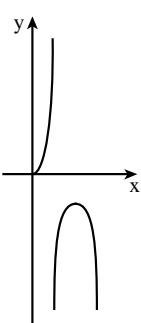


נתון טרפז $ABCD$ ($BC \parallel AD$).
הנקודה E נמצאת על המשך AD
כך ש- $CE \parallel BD$ (ראה ציור).
נתון: $\angle CAD = 2\angle DBC$,
 $DB = 1.8AC$.

- א. מצא את גודל הזווית CEA .
ב. נתון גם כי שטח המשולש ACE הוא 87.873 סמ"ר.
מצא את גובה הטרפז.

פרק שלישי – חישובו דיפרנציאלי וaintגרלי של פולינומים, של פונקציות רצינליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.



נתונה הפונקציה $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{4}$ $f(x) = \frac{\sin x}{\cos 2x}$ ונתנו התחום (ראה ציור).

- ענה על הסעיפים א, ב ו-ג עבור התחום הנתון.
א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה (x) .
(2) מצא את האסימפטוטות האנכיות
של הפונקציה (x) .

- (3) מצא את השיעוריים של נקודות הקיצון
של הפונקציה (x) , וקבע את סוגן על פי הציור.
ב. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $(x)'$.
ג. נתונה הפונקציה (x) $g(x)$ המקיים $(x)' \cdot g(x) = 2f(x)$.
מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה (x) ,
על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = \frac{\pi}{6}$.

6.



7 ►



$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{(x+2)^2}{(x-1)^3}$$

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 (2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.
 (3) מצא את נקודות החיתוך של גраф הפונקציה עם הצירים.
 (4) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.
 (5) סרטט סקיצה של גраф הפונקציה.
- ב. לפונקציה $f(x)$ יש שתי נקודות פיתול בלבד.
 על סמך הגраф של הפונקציה $(x)f$, ציין באיזה תחום נמצאת כל אחת
 מנקודות אלה.
- ג. האם השטח, המוגבל על ידי גраф הפונקציה $(x)f$ ועל ידי הצירים,
 גדול מ- 4, קטן מ- 4 או שווה ל- 4 ? נמק.

8 ►



- נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - a^2x + a^2$, $a > 0$ פרמטר גדול מ- 0 .
 א. הראה כי המקסימום של הפונקציה מתקיים בנקודה $y = 0$.
 ב. מצא עבור איזה ערך/איזה תחום ערכיים של a נקודת המינימום
 של הפונקציה :
 (1) נמצאת על ציר ה- x .
 (2) נמצאת מעל ציר ה- x .
 (3) נמצאת מתחת לציר ה- x .
- ג. סרטט סקיצה של גраф הפונקציה עבור כל אחד משלושת המקרים
 שבסעיף ב.
 ד. כמה פתרונות יש למשוואה $\frac{1}{3}x^3 - x + 1 = 0$? נמק.

תשובות ל מבחון בגרות מס' 20 – קיץ תשע"ה, 2015, מועד א:

1. א. 60 קמ"ש. ב. לא ניתן.

2. א. $\frac{1}{2}$. ב. (1) הוכחה. מנת הסדרה a_n היא 2. (2)

3. א. 4 ספרות אי-זוגיות. ב. $\frac{1}{3}$. ג. $\frac{7}{15}$.

5. א. 25.84° . ב. ס"מ.

6. א. $\frac{\pi}{4} < x < \frac{3\pi}{4}$ או $0 \leq x < \frac{\pi}{4}$ (1). ב. $0 \leq x < \frac{\pi}{4}$ (1).

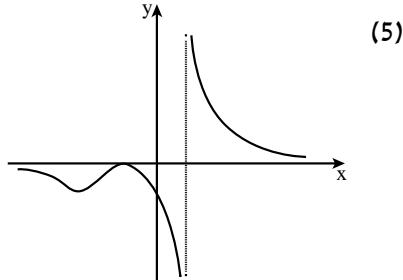
7. א. $x = \frac{3\pi}{4}$, $x = \frac{\pi}{4}$ (2)

8. א. (0;0) מינימום, $\left(\frac{\pi}{2}; -1\right)$ מקסימום.

ג. 1.

9. א. $(0;-4)$, $(-2;0)$ (3). ב. $y=0$, $x=1$ (2). ג. $x \neq 1$ (1).

10. א. מינימום $(-8; -\frac{4}{81})$, מקסימום $(-2; 0)$ (4).



ב. נקודות פיתול אחת נמצאת בתחום $x < -8$,

ונקודות פיתול שנייה בתחום $-8 < x < -2$.

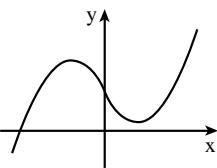
ג. השטח קטן מ-4.

11. א. שיעור ה- y בנקודות המקסימום הוא $\frac{2}{3}a^3 + a^2$.

מהחר $a > 0$ שיעור ה- y הוא חיובי.

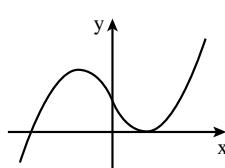
ב. $a > 1.5$ (3). ג. $0 < a < 1.5$ (2). ד. $a = 1.5$ (1).

12. עבור $a > 1.5$



עבור $0 < a < 1.5$

ג. עבור $a = 1.5$



ד. פתרון אחד.



מבחן בגרות מס' 21

קי"ז תשע"ה, מועד ב

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

בזמן הנסיעה באוטובוס הבחן יוסי ברגע מסוים באימה שלו, הולכת ליד האוטובוס בכיוון הפוך לכיוון הנסיעה של האוטובוס. כעבור 10 שניות מהרגע שיויסי הבחן באימו, עצר האוטובוס בתחנה, וIOSI רץ מיד כדי להשיג את אימנו, מהירות הריצה של IOSI גדולה פי 2 ממהירות הליכה של אימנו, והוא $\frac{1}{7}$ ממהירות הנסעה של האוטובוס. כל מהירותו הנו קבועות. א. כמה זמן רץ IOSI כדי להשיג את אימנו?



סרקו אותו
לצפייה בפתרונות

ברגע שיויסי השיג את אימנו, הם הילכו יחד 3 דקות במהירות הליכה של אימנו (בכיוון הליכה שלה). מיד בתום 3 הדקות רץ IOSI בחזרה לתחנת האוטובוס שירד בה. מהירות הריצה של IOSI היא כמו בסעיף א. ב. כמה זמן רץ IOSI בחזרה לתחנת האוטובוס?



סרקו אותו
לצפייה בפתרונות

נתונה סדרה b_n המקיימת את הכלל $b_{n+1} = \frac{1}{2^n} \cdot b_n$.
 א. הוכח כי האיברים העומדים במקומות הזוגיים בסדרה מהווים סדרה הנדסית, וגם האיברים העומדים במקומות הזוגיים מהווים סדרה הנדסית.
 ב. סכום 8 האיברים הראשונים בסדרה b_n שווה $-\frac{7}{16}$.
 מצא את b_1 (מצא את שתי האפשרויות).

3.



חוקר עורך מחקר על הרגלי האכילה של סטודנטים באוניברסיטה גדולה במשך יום לימודים.

חלק מהסטודנטים מביאים תלמיד אוכל מהבית, והשאר אינם מביאים אוכל מהבית. כל הסטודנטים שמביאים אוכל מהבית אוכלים אותו במשך היום ואינם אוכלים בקפטריה.

הסטודנטים שאינם מביאים אוכל מהבית אוכלים בקפטריה או אינם אוכלים במשך היום.

א. נמצא כי אם בוחרים באקראי 4 סטודנטים, ההסתברות שבדוק 2 מהם מביאים אוכל מהבית אחד מהם מביא אוכל מהבית.

(1) מהו אחוז הסטודנטים שמביאים אוכל מהבית?

(2) החוקר בחר באקראי 8 סטודנטים באוניברסיטה.

מהי ההסתברות שלפחות אחד מהם מביא אוכל מהבית,
אבל לא כולם?

ב. נמצא כי 60% מהסטודנטים שאינם מביאים אוכל מהבית אינם אוכלים במשך היום.

(1) מהו אחוז הסטודנטים באוניברסיטה שאוכלים בקפטריה?

(2) מהי ההסתברות לבחור סטודנט שמביא אוכל מהבית
בין הסטודנטים שאוכלים במשך היום?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

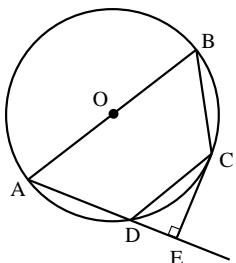
ענה על אחת מ בין השאלות 4-5.

4.

מרובע ABCD חסום במעגל שמרכזו O.

הצלע AB היא קוטר.

E היא נקודה על המשך AD כך שה- AE \perp AD .
א. הוכיח : $\triangle CDE \sim \triangle ABC$.

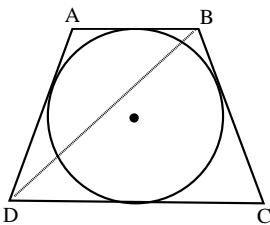


נתון גם : $\frac{S_{\triangle CDE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{4}$, $OD \perp AC$

ב. הוכיח כי $AD \parallel OC$.

ג. הוכיח כי CE משיק למעגל.

5.



מעגל שרדיוסו r חסום בטרפז שווה-שוקיים $ABCD$ ($AB \parallel DC$), מתאים בציור.

נתון: $\angle BCD = 70^\circ$.

א. הבע באמצעות r :

(1) את הבסיס הגדול של הטרפז.

(2) את שוק הטרפז.

(3) את אלכסון הטרפז.

ב. מצא את היחס בין רדיוס המעגל החסום בטרפז ובין רדיוס המעגל החוסם את הטרפז.

פרק שלישי – חישוב דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינומים, של פונקציות רצינליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6.



נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{\sin x \cos x}$, נתון התחום $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, בתחום הנתון ענה על הסעיפים א-ב.

א. (1) מצא את תחומי ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) האם הפונקציה $f(x)$ היא פונקציה זוגית או אי-זוגית? נמק.

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$,

וקבע את סוגן.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. נתונה הפונקציה $a - g(x) = f(x)$.

(1) מצא את הערכים האפשריים של a שעבורם יש למשוואה

$f(x) - a = 0$ פתרון אחד בלבד.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $(x)g$ עבור כל אחד מהערכים

של a שמצויה בתת סעיף ב (1).

7



$$\text{נתונה פונקציית הנגזרת } f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 9}}$$

הישר $y = \frac{1}{3}x + 3$ חותך את הגרף של הפונקציה $f(x)$ בנקודת שבה $x = 0$.

א. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מהו תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $(x) f'$ ושל הפונקציה $(x) f$?

(2) מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של פונקציית הנגזרת $(x) f'$.

(3) מצא את נקודות החיתוך של גраф פונקציית הנגזרת $(x) f'$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(4) מצא את תחומי העליה והירידה של פונקציית הנגזרת $(x) f'$ (אם יש כאלה).

(5) סרטט סקיצה של גраф פונקציית הנגזרת $(x) f'$.

(6) הוסף לסקיצה שרטוט בתת-סעיף ב (5) סקיצה של גраф הפונקציה $(x) f$.

ג. נתונות שתי משוואות, I ו- II : $I: \frac{x}{\sqrt{x^2 + 9}} = k$ ו- $II: x = k\sqrt{x^2 + 9}$

נתון כי $k > 0$.

מצא את תחום הערכים של k שעבורם אין פתרון למשוואה I
וגם אין פתרון למשוואה II.

8



נתונה הפונקציה $f(x)$, ונთון כי כל אחת מהפונקציות $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)$ מוגדרת בתחום $x > 0$.

נתנו גם: הgraf של $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודת שבה $x = 1$, $x < 3$ עליה בתחום $0 < x < 3$, ו יורדת בתחום $x > 3$,

האסימפטוטות של $f(x)$ הן $x = 0$ ו- $y = 0$.
א. סרטט סקיצה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

נתנו גם כי לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אחת שמשוואתה $x = 0$.

ב. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

ג. מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה ו כלפי מטה של הפונקציה $f(x)$. נמק.

ד. הפונקציה $f(x)$ מקבלת את כל הערכים בטוחה $y \geq 4$ ורק אוטם.

סרטט סקיצה של גраф הפונקציה $f(x)$.

צין על ציר ה- x ועל ציר ה- y את הערכים שמצוות.

ה. נתונה הפונקציה $g(x) = -[f(x)]^3$.

מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה $g(x)$.

תשובות ל מבחון בגרות מס' 21 – קיץ תשע"ה, 2015, מועד ב:

.1. א. 150 שניות. ב. 240 שניות.

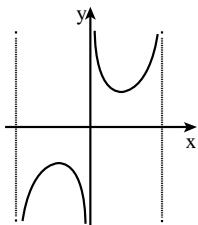
.2. א. הוכחה (q = $\frac{1}{2}$). ב. $b = \frac{1}{3}$ או .

.3. א. $\frac{10}{11}$ (2) . 8% (1) . 0.8322 (2) . 80% (1)

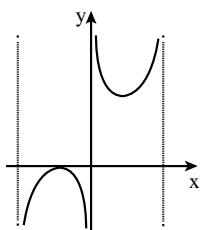
.5. א. 0.6435 . 2.92r (3) . 2.128r (2) . 2.856r (1)

.6. א. $-\frac{\pi}{2} < x < 0$ או $0 < x < \frac{\pi}{2}$ (1) . (2) אי-זוגית.

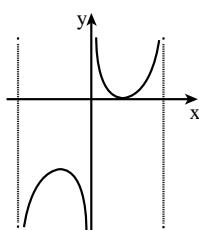
. מינימום, $(-\frac{\pi}{4}; -2)$ מקסימום, $(\frac{\pi}{4}; 2)$ (3)



$$a = -2$$



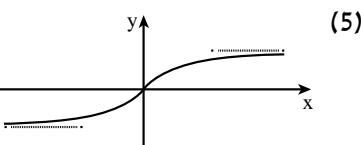
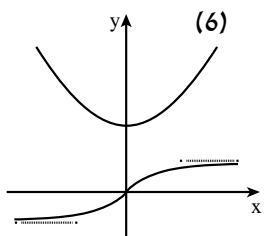
$$a = 2 \quad (2) . a = -2, a = 2 \quad (1)$$



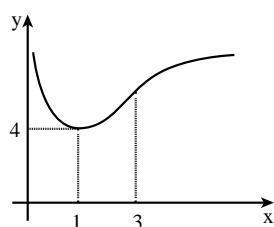
$$\text{. } f(x) = \sqrt{x^2 + 9} \quad .7$$

. (0;0) (3) . $y = -1, y = 1$ (2) . ב. (1) $f'(x) =$ כל x ; $f(x)$ - כל x .

. (4) עליה : כל x ; ירידה : אין.

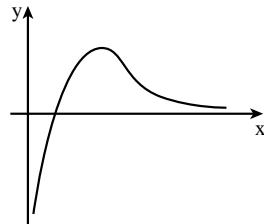


$$\text{. } 1 \leq k < 3 \quad .g$$



.7

.8



. ב. $x = 1$ מינימום.

. ג. $\cup : x > 3 ; 0 < x < 3$:

. ה. עליה : $x > 1 ; 0 < x < 1$; ירידה :



מבחן בגרות מספר 22

chorf תשע"ו, 2016

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

רוכב אופניים ורוכב אופנו יצאו באותו רגע זה לקריאת זה משני יישובים שונים. הם נפגשו בעבר 3 שעות.

רוכב האופנו עבר $\frac{2}{3}$ מהדרך שבין שני היישובים ב- 1.25 שעות פחות מהזמן שרוכב האופניים עבר $\frac{1}{4}$ מהדרך שבין שני היישובים. מהירות הרוכבים אינן משתנות.

א. מצא פי כמה מהירותו של רוכב האופנו גדולה מן מהירות של רוכב האופניים.

ב. מצא בכמה שעות עבר רוכב האופנו את כל הדרך שבין שני היישובים.

1.



סракו אותו
לצפייה בפתרון

נתונה סדרה הנדסית עולה: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ הפרש בין האיבר הרביעי בסדרה לאיבר השלישי גדול פי 4.

מההפרש בין האיבר השני לאיבר הראשון.

האיבר השלישי בסדרה גדול ב- 31 מהיבר הראשון.

א. מצא את מנת הסדרה, ואת האיבר הראשון בסדרה.

ב. מהתדרה הנתונה בנו שתי סדרות חדשות, I ו-II :

2.



סראקו אותו
לצפייה בפתרון

$$\text{I. } a_1 \cdot a_2, a_2 \cdot a_3, a_3 \cdot a_4, \dots, a_n \cdot a_{n+1}, a_{n+1} \cdot a_{n+2}$$

$$\text{II. } \frac{a_2}{a_1} + \frac{a_3}{a_2}, \frac{a_3}{a_2} + \frac{a_4}{a_3}, \frac{a_4}{a_3} + \frac{a_5}{a_4}, \dots, \frac{a_{n+1}}{a_n} + \frac{a_{n+2}}{a_{n+1}}$$

(1) האם כל אחת מהסדרות החדשות היא סדרה הנדסית עולה? נמק.

הסכום של כל האיברים בסדרה I הוא 2730.

(2) מצא את מספר האיברים בסדרה I.

(3) מצא את הסכום של כל האיברים בסדרה II.

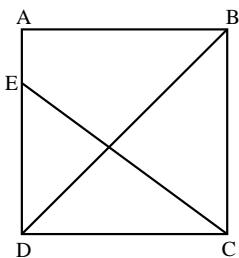
►.3



- במכוונת מזל אפשר לזכות ב- 50 שקל, ב- 100 שקל או לא לזכות כלל.
דן משחק 5 משחקים במכוונה זו.
- ההסתברות שדן יזכה ב- 50 שקל בבדיקה פעם שווה להסתברות
שהוא יזכה ב- 50 שקל בבדיקה פעם אחת.
- (ההסתברות לזכות ב- 50 שקל שונה מאשר מאפס).
ההסתברות שדן לא יזכה באף משחק היא $\frac{1}{32}$.
- א. מהי ההסתברות שדן יזכה ב- 50 שקל במשחק בודד?
ב. מהי ההסתברות שדן יזכה ב- 100 שקל במשחק בודד?
ג. ידוע כי לאחר שדן שיחק שני משחקים הוא זכה סך הכל ב- 100 שקל
בדיקות.
מהי ההסתברות שהוא לא זכה ב- 50 שקל באף אחד ממשחקים?

פרק שני – גאומטריה וט्रיגונומטריה במישור

ענה על אחד מבין השאלות 4-5.

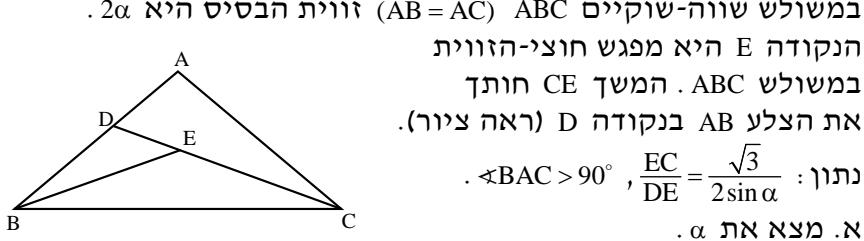


- בריבוע ABCD הנקודה E
נמצאת על הצלע AD (ראה ציור).
מעגל העובר דרך הנקודות E, D ו-C
חותך את האלכסון BD בנקודה M,
ו את הצלע BC בנקודה N.
הנקודה M נמצאת בין הקודקוד B
ובין נקודת החיתוך של BD עם CE.
א. הוכח כי $CD = EN$.
ב. האם הקטע DM קצר מהקטע CE, ארוך ממנו או שווה לו? נמק.
ג. הוכח כי $BM \cdot BD = AE \cdot AD$.

►.4



5.



- ב. מצא את היחס בין רדיוס המרגל החוסם את המשולש ABC
ובין רדיוס המרגל חסום במשולש ABC .
- ג. נתון כי ההפרש בין רדיוס המרגל החוסם את המשולש ABC
ובין רדיוס המרגל חסום במשולש ABC הוא 2 ס"מ.
מצא את אורך הקטע AE .

פרק שלישי – חישוב דיפרנציאלי וaintגרלי של פולינומים, של פונקציות רצינליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6.



נתונה הפונקציה $f(x) = a \cdot \sin^2 x + b \cdot \cos(4x)$ בתחום $0 \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$
ו- a ו- b הם פרמטרים.

לפונקציה $f(x)$ יש קיצון בנקודה שבה $x = \frac{\pi}{3}$. נתון כי $b < 0$.

א. הבע באמצעות b (במידת הצורך) את השיעוריים של נקודות הקיצון
של הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון, וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון.

ג. סרטט סקיצה של גוף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום הנתון.

ד. (1) מצא את הערך של האינטגרל $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{2\pi}{3}} f''(x) dx$.

(2) בתחום $x \leq \frac{2\pi}{3}$, הגраф של פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$

חותך את ציר $-x$ בנקודה אחת שבה $x = k$.

בתחום $k \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, השטח המוגבל על ידי הגраф של $f''(x)$,

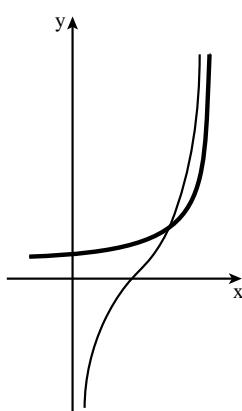
על ידי ציר $-x$ ועל ידי הישר $x = \frac{\pi}{2}$, שווה ל- S .

הבע באמצעות S את השטח המוגבל על ידי הגраф של $f''(x)$,

על ידי ציר $-x$ ועל ידי הישר $x = \frac{2\pi}{3}$ בתחום $k \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$. נמק.

הערה: אין צורך למצוא את $f''(x)$.

7



$$\text{נתונות הפונקציות: } f(x) = \frac{1}{\sqrt{3-x}}$$

$$g(x) = \frac{2x-3}{\sqrt{x(3-x)}}$$

(ראה ציור).

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$, ואת תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$, ואת האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $g(x)$.

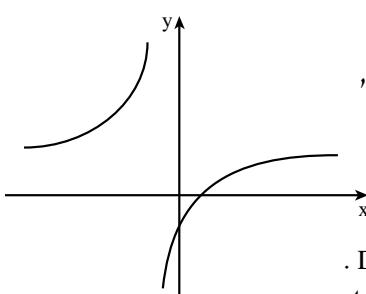
ב. מצא את השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ על ידי ציר $-x$ ועל ידי הישר $x=1$.

$$\text{ג. נתונות הפונקציות } t(x) = \frac{2x-3}{\sqrt{x(3-x)}} + 2, h(x) = \frac{1}{\sqrt{3-x}} + 2$$

S_1 הוא השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ ועל ידי הישר $x=2.5$.

S_2 הוא השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות $h(x)$ ו- $t(x)$ ועל ידי הישר $x=2.5$.

אם השטח S_1 גדול מהשטח S_2 , קטן ממנו או שווה לו? נמק.



$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{x-1}{x+1} \quad (\text{ראה ציור}).$$

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה, ואת האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.

ב. העבירו ישר המקביל לציר $-x$. הישר חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה C.

נסמן את שיעור $-x$ של הנקודה C ב- t . מצא מה צריך להיות הערך של t ,

כדי שהאורך של הקטע CD יהיה מינימלי:

(1) עבר $-1 < t < 1$. (2) $t < -1$.

ג. מצא את האורך המינימי של הקטע CD עבור כל $t \neq -1$.

8



תשובות ל מבחון בגרות מספר 22 – חורף תשע"ו, 2016:

. 1. א. פי 4 . ב. 3.75 שניות.

. 2. א. $a_1 = 1$, $q = 2$

ב. (1) סדרה I הנדסית עולה (המנה שלה היא 4),
סדרה II היא סדרה קבועה, אינה סדרה הנדסית עולה.

. 3. 20 איברים. (3) (2)

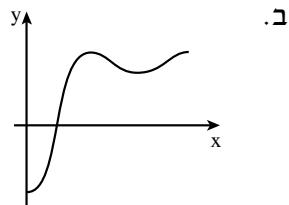
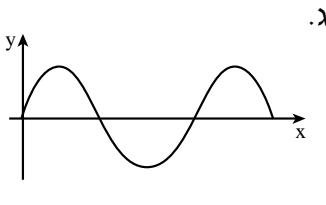
. 3. א. $\frac{1}{6}$. ב. $\frac{1}{3}$. ג. $\frac{3}{5}$

. 4. ב. DM קצר מ- CE.

. 5. א. $\alpha = 20^\circ$. ב. 2.79 . ג. 1.459 ס"מ.

. 6. א. (0;b) מינימום, $\left(\frac{\pi}{3}; -3\frac{1}{2}b\right)$ מקסIMUM,

. 6. א. $\left(\frac{2}{3}\pi; -3\frac{1}{2}b\right)$ מקסIMUM.



. 7. א. S (2) . ב. 0 (1) . ג.

. 0 < x < 3 : g(x) , x < 3 : f(x) (1) . א. 7

. x = 3 , y = 0 : f(x) (2)

. x = 3 , x = 0 : g(x)

. 0.6945 . ב.

. S₁ = S₂ . ג.

. א. תחום הגדרה : x ≠ -1 . ב. t ≠ -2 (2) . ג. t = 0 (1)

. אסימפטוטה אנכית : x = -1

. אסימפטוטה אופקית : y = 1

. 9. א. $\frac{1}{2}$. ב. 98



מבחן בגרות מס' 23

קי"ג תשע"ו, 2016

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1. שתי מכוניות יוצאות באותו זמן מעיר א' לעיר ב'.

המרחק בין שתי הערים הוא 300 ק"מ.
המכונית הראשונה נסעה ב מהירות הדולבה ב- 25 קמ"ש מהמהירות של המכונית השנייה. בעבר 1.5 שעות מרגע הייצאה מעיר א',
הקטינה המכונית הראשונה את מהירותה לחצי מהירותה הקודמת,
והגיעה לעיר ב' $\frac{1}{2}$ שעיה אחרי המכונית השנייה.
א. מצא את מהירותה של המכונית השנייה אם ידוע שמהירותה גודלה מ- 60 קמ"ש.

ב. מצא בעבר כמה שעות מרגע הייצאה מעיר א' ולפניהם שהמכונית השנייה השיגה את המכונית הראשונה, היה המרחק בין שתי המכוניות 12.5 ק"מ. (מצא את שתי האפשרויות).

1.



לפרק אחד
לפתרונות

נתונה סדרה חשבונית a_n המקיימת :

$$a_4 + a_8 + a_{12} + a_{16} = 224$$

 א. מצא את הסכום של 19 האיברים הראשונים בסדרה a_n .

2.



לפרק אחד
לפתרונות

הסדרה S_n היא סדרת הסכומים החלקיים של הסדרה נתון כי $a_n = S_n - S_{n-1}$ לכל n טבעי.
ב. הראה כי הפרש הסדרה a_n הוא 0.
ג. היעזר בסעיפים הקודמים, ומצא את a_1 .

נתונה סדרה b_n המקיימת את הכלל : $b_n - b_{n+1} = a_n + S_n$ לכל n טבעי.
ד. היעזר בסעיפים הקודמים, ומצא את הסכום $(b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + (b_4 - b_3) + \dots + (b_{20} - b_{19})$

3.



במבחן כניסה למכללה 20% מן הנבחנים היו מקיובצים. 40% היו ממושבים ו- 40% היו מערירים. 70% מן הנבחנים הצלicho ב מבחן. $\frac{1}{8}$ מן הנבחנים שהיו ממושבים נכשלו ב מבחן.

ההסתברות לבחור באקראי מבין כל הנבחנים נבחן שהיה העיר ו גם הצלich ב מבחן, גודלה פי 2.5 מן ההסתברות לבחור באקראי מבין כל הנבחנים נבחן שהיה מקיובץ וגם הצלich ב מבחן.

א. מבין הנבחנים שנכשלו ב מבחן, מהי ההסתברות לבחור באקראי נבחן שלא היה בעיר?

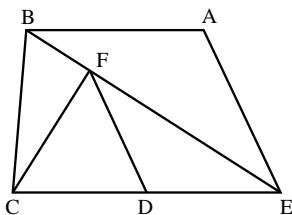
ב. (1) משה הצלich ב מבחן. מהי ההסתברות שהוא לא היה ממושב?

(2) חמישה נבחנים הצלichו ב מבחן.

מהי ההסתברות שלפחות אחד מהם היה ממושב?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחד מבין השאלות 4-5.



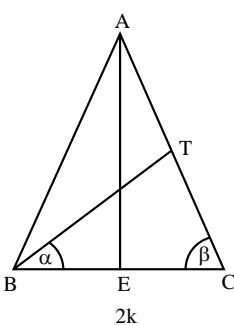
נתון טרפז $ABCE$ ($AB \parallel EC$)
הנקודה F נמצאת על האלכסון BE
כך ש- $CF \perp BE$.
הנקודה D היא אמצע הבסיס CE
(ראה ציור).

נתון : $ED = 3a$, $EA = 4a$, $\angle CEB = \angle AEB$.
 $\triangle AEB \sim \triangle EDF$.
א. הוכח כי $\angle EAB = \angle EDF$.

ב. נתון כי שטח המשולש EAB הוא S .
הבע באמצעות S את שטח המשולש CEF .

ג. המשך DF חותך את AB בנקודה G .
הבע באמצעות S את שטח המשולש BFG .

4.



נתון משולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$)
AE הוא גובה לבסיס BC ,
ו- BT הוא תיכון לשוק AC (ראה ציור).

נתון : $BC = 2k$, $\angle TBC = \alpha$, $\angle ACB = \beta$.
א. (1) הבע את האורך של TC בamusoot k ו- β בלבד.

(2) היעזר בתת-סעיף (1), והראה כי
 $\sin(\alpha + \beta) = 4\sin\alpha \cdot \cos\beta$

ב. נתון גם : $5 \text{ ס''מ} = TE$, $4 \text{ ס''מ} = k$.
(1) מצא את β . (2) מצא את α .

5.



**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רצינליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות
טריגונומטריות**

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6.  **נתונה הפונקציה** $f(x) = x^2 - \sin(2x)$ **בתחום** $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

ענה על הסעיפים שלפניך עבור התחום הנתון.

א. מצא את השיפוע הגדול ביותר ואת השיפוע הקטן ביותר

של גוף הפונקציה $(x)f$.

ב. סרטט סקיצה של גוף פונקציית הנגזרת $(x)f'$.

ג. (1) מצא את תחומי הקוירוט כלפי מעלה ו כלפי מטה

של גוף הפונקציה $(x)f$.

(2) סרטט סקיצה של גוף הפונקציה $(x)f$.

7.  **נתונה הפונקציה** $f(x) = \frac{ax^3 + 2ax}{\sqrt{x^4 + 4x^2 + 4}}$

a הוא פרמטר גדול מ-0.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $(x)f$.

ב. האם הפונקציה $(x)f$ היא זוגית או אי-זוגית? נמק.

ג. השטח, המוגבל על ידי גוף הפונקציה $(x)f$, על ידי ציר ה-

על ידי הישרים $1 = x$ ו $-1 = x$, שווה ל-4.

מצא את הערך של a.

ד. נתון כי הפונקציה $(x)g$ מקיימת $(x)g' = f(x)$.

אחת מנקודות החיתוך בין הגрафים של הפונקציות $(x)f$ ו $(x)g$

היא נקודת שבה $x = 0$.

(1) הראה כי הפונקציה $(x)g$ מקיימת: $g(x) = 2x^2$.

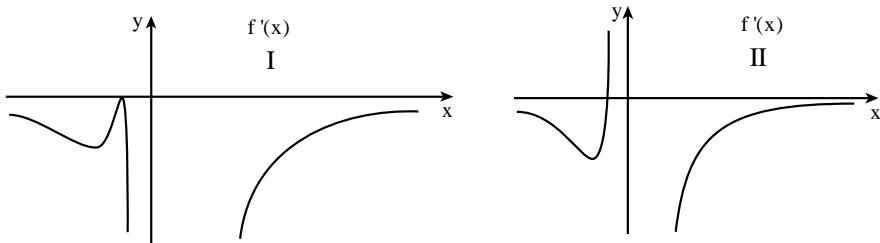
(2) מצא את התחומים שבו מתקיים $f(x) > g(x)$.

8.



- נתונה הפונקציה $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^n$, $f'(x) \neq 0$. א. הוא מספר טבעי גדול מ-1.
 א. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.
 ב. הראה כי עבור $x < 0$ אי-זוגי $0 \leq f(x) < f(0) = 1$.

לפניך שני גרפים, I ו-II. (בגרפים מוצגות כל נקודות הקיצון).



אחד הגראפים מייצג סקיצה של פונקציית הנגזרת $(x)f'$ עבור $x < 0$ זוגי, והgraf الآخر מייצג סקיצה של פונקציית הנגזרת $(x)f'$ עבור $x > 0$ אי-זוגי.

היעזר בגרפים I ו-II, וענה על הטעיפים ג, ד, ו-ה.

ג. עבור $x < 0$ אי-זוגי :

- (1) מצא כמה נקודות קיצון (אם יש כאליה) יש לפונקציה $f(x)$. נמק.
- (2) מצא כמה נקודות פיתול יש לפונקציה $f(x)$. נמק.

ד. עבור $x > 0$ זוגי :

- (1) מצא כמה נקודות קיצון (אם יש כאליה) יש לפונקציה $f(x)$. נמק.
- (2) מצא כמה נקודות פיתול יש לפונקציה $f(x)$. נמק.
- (3) סרטט סקיצה של graf הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונות הפונקציות : $h(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^4$, $g(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^3$. מהו הסימן של המכפלה $g''(x) \cdot h''(x) > 0$? נמק.

תשובות ל מבחון בגרות מס' 23 – קיץ תשע"ו, 2016:

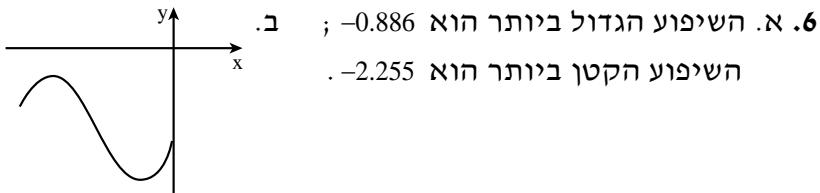
1. א. 75 קמ"ש. ב. $\frac{1}{2}$ שעה, 2.5 שעות.

. א. 11,704 . ט. $a_1 = 56$. ג. 1,064 . 2.

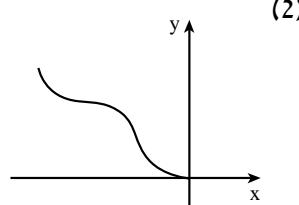
. א. $\frac{31}{32}$ (2) . ב. $\frac{1}{2}(1)$. ג. $\frac{1}{2}$ 3.

. ב. $\frac{1}{16}S$. ג. $\frac{9}{8}S$ 4.

. $\alpha = 37.37^\circ$ (2) . $\beta = 66.42^\circ$ (1) . ב. $TC = \frac{k}{2\cos\beta}$ 5. א.



. $-\frac{5\pi}{12} < x < -\frac{\pi}{12} : \cap$; $-\frac{\pi}{12} < x < 0$, $-\frac{\pi}{2} < x < -\frac{5\pi}{12} : \cup$ (1) (2)



7. א. כל x . ב. אי-זוגית. ג. 4 . ד. (2) . א. 0 < x < 2 (2) . ט. $a = 4$

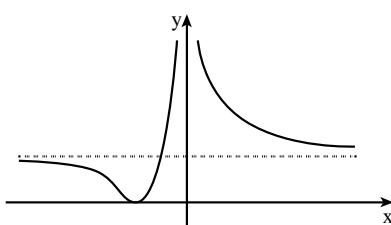
. א. 8. $y = 0$. ב. $x = 1$

ג. (1) אין. (2) שתי נקודות פיתול.

ד. (1) נקודה קיצון אחת.

(2) נקודות פיתול אחת.

ה. חיובי.





מבחן בגרות מס' 24

קייז תשע"ו, 2016, מועד ב

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.



סракן אותו
לצפייה בפתרון

שני הטכנאים גל ודני עבדו בהרכבת מחשבים.

קצב העבודה של כל אחד מהם קבוע.

א. ביום העבודה הראשון הרכיבו שני הטכנאים אותו מסך של מחשבים.

gal התחליל לעבוד בשעה 08:00, וסיים לעבוד בשעה 15:00.

Dani התחליל לעבוד לאחר השעה 08:00 ולפני השעה 09:00, וסיים לעבוד

שעה 09:13:00.

ידעו שלג ודני הרכיבו אותו מסך של מחשבים מהרגע שכל אחד

מהם התחליל לעבוד ועד השעה 09:00.

כמה זמן אחרי השעה 08:00 התחליל Dani לעבוד?

ב. ביום העבודה השני, התחלילו גל ודני לעבוד באותו שעה וסיימו

לעבוד באותו שעה. ביום זה הם הרכיבו סך הכל ייחד את אותו מסך

מחשבים שהרכיבו יחד ביום העבודה הראשון.

כמה זמן עבדו הטכנאים ביום העבודה השני?



סракן אותו
לצפייה בפתרון

נתונה סדרה חשבונית שיש בה n איברים. הפרש הסדרה הנתונה הוא 3.

א. בין כל שני איברים עוקבים הכניסו איבר אחד נוסף, ונוצרה סדרה

חשבונית חדשה.

(1) הראה כייחס בין סכום האיברים בסדרה החדשה לסכום

$$\text{האיברים בסדרה הנתונה הוא } \frac{2n-1}{n}.$$

(2) נתון כייחס שופיע בתת-סעיף (1) שווה ל-1.9.

הסכום של כל האיברים הנקисו לסדרה הנתונה הוא 130.5.

מצא את האיבר הראשון בסדרה הנתונה.

ב. יוצרים סדרה חשבונית נוספת על ידי הכנסת k איברים בין כל

שני איברים עוקבים של סדרה הנתונה.

הבע באמצעות k את הפרש הסדרה המתבקשת.

3.



שחמט הוא משחק בין שני שחקנים שיכולים להסתoisים בניצחון של אחד מהם או בתיקו.

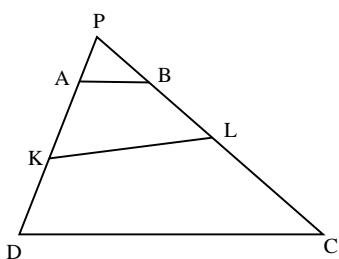
יעל ו安娜 משחקים זו מול זו בטורניר שחמט בשני סבבים. ההסתברות של כל אחת מן השחקניות לניצח במשחק בודד היא קבועה בכל הטורניר.

א. בסבב הראשון יש 4 משחקים. ההסתברות שייעל תנצח ב- 2 משחקים או ב- 3 משחקים גדולה פי 10 מן ההסתברות שייעל תנצח ב- 4 משחקים. חשב את ההסתברות שייעל תנצח במשחק בודד.

בسبב השני יש 2 משחקים. ההסתברות שתוצאת הסבב השני תהיה שוויה – היא 0.34. ב. מהי ההסתברות שאנה תנצח במשחק בודד? ג. חשב את ההסתברות שאנה תנצח במשחק השני, אם ידוע שתוצאה סבב זה היא שוויה.

פרק שני – גאומטריה וטראיגונומטריה במישור

ענה על אחד מבין השאלות 4-5.



נתון משולש PDC.

הנקודות B ו- L מונחות על הצלע PC. הנקודות A ו- K מונחות על הצלע PD, כמתואר בציור.

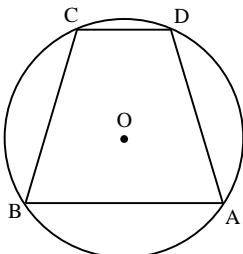
נתון כי המרובע ABLK הוא בר חסימה במעגל וגם המרובע KLCD הוא בר חסימה במעגל. א. הוכח $AB \parallel DC$.

נתון: 3 ס"מ = PA , 4 ס"מ = PB , שטח המשולש ABP הוא S סמ"ר, שטח המרובע ABCD הוא $24S$ סמ"ר.
ב. האם אפשר לחסום במעגל את המרובע ABCD ? נמק.
ג. מצא את אורך הצלע PD .
ד. נתון גם : 5 ס"מ = BL .
היעזר בדמיון משולשים והבע באמצעות S את שטח המרובע KLCD .

4.



5.



- . במעגל חסום טרפז $ABCD$ ($AB \parallel DC$)
מרכז המעגל O בתוך הטרפז (ראה ציור).
רדיוס המעגל הוא R וגובה הטרפז הוא h .
נתון: $\angle COD = \alpha$, $\angle BOA = 3\alpha$.
א. הבע באמצעות α את $\angle DAB$.
ב. הבע את האורך של שוק הטרפז
באמצעות α ו- R .
ג. הבע את האורך של שוק הטרפז באמצעות α ו- h .

ד. נתון כי שטח המשולש COD הוא
$$\cdot \frac{h^2}{12 \cos^2 \frac{\alpha}{2}}$$

מצאת α .

פרק שלישי – חישוב דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינומים, של פונקציות רצינליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6.



נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2\cos^2 x - 1}{2\cos^2 x}$

א. בתחום $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$:

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$
המאונכות לציר ה- x (אם יש כ אלה).

(3) מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x
(אם יש כ אלה).

(4) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כ אלה),
וקבע את סוגן.

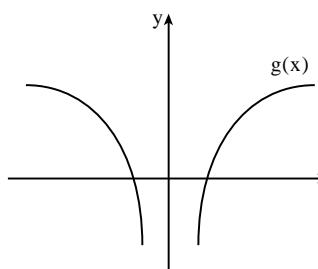
ב. בתחום $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$:

(1) הראה שפונקציה $f(x)$ היא זוגית.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את השטח בربיע הראשוֹן המוגבל על ידי גраф הפונקציה $f(x)$,
על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y .

7.



בສרטוט שלפניך מתואר גרף הפונקציה $g(x)$.
הfonקציות $(x), g, g'(x), g''(x)$ השונה מ-0, מוגדרת לכל x השונה מ-0, ואין להן נקודות קיצון או נקודות פיתול.
הישר $x = 0$ הוא האסימפטוטה האנכית לכל אחד מן הגרפים של הפונקציות האלה.
א. (1) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $(x)'g$. נמק את שיקולך.
(2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $(x)''g$. נמק את שיקולך.

נתון כי השטח המוגבל על ידי הגраф של פונקציית הנגזרת השנייה $(x)''g$, על ידי ציר x ועל ידי הישרים $x=1$ ו- $x=2$ שווה ל- 5.25.
ב. הישר $x=1$ חותך את הגראף של פונקציית הנגזרת $(x)'g$ בנקודה A, והישר $x=2$ חותך גראף זה בנקודה B.
מצאת ההפרש בין שיעור ה- y של הנקודה A ובין שיעור ה- y של הנקודה B. נמק.

ג. הביטוי $y = \frac{a}{x^3}$ מתאר אחת מן הפונקציות $(x), g'(x), g''(x)$.
הו פרמטר גדול מ-0.
(1) קבע איזו מן הפונקציות הביטוי מתאר. נמק את קביעתו.
(2) מצא את הערך של a .

8.



במשולש ישר-זווית ABC ($\angle ABC = 90^\circ$) אורך היתר הוא k ס"מ
(k הוא פרמטר).
הניצב AB הוא גם יתר המשולש ADB, שהוא שווה-שוקיים וישר זווית ($\angle ADB = 90^\circ$).
א. סמן $x = AB$ וhabע את BC באמצעות x ו- k .
ב. נתון כי הערך המקסימלי של המכפלה $BC \cdot AD^2$ הוא $3\sqrt{3}$.
מצאת שטח המשולש ADB (ערך מסווני), כאשר המכפלה $BC \cdot AD^2$ היא מקסימלית.

תשובות ל מבחון בגרות מס' 24 – קיץ תשע"ו, 2016, מועד ב:

. א. 20 דקוט. ב. 5.6 שעות.

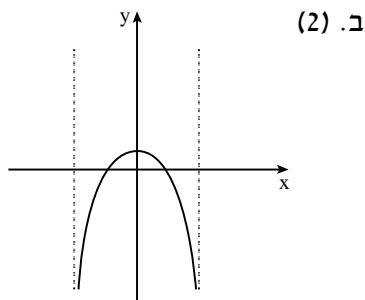
$$\cdot d = \frac{3}{k+1} \quad \text{ב. } \therefore a_1 = 1 \quad (2) \quad \text{. א. 2}$$

$$\cdot \frac{15}{34} \quad \text{ג. } 0.3 \quad \text{. ב. } \frac{1}{2} \quad \text{. א. 3}$$

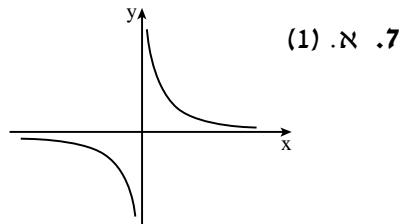
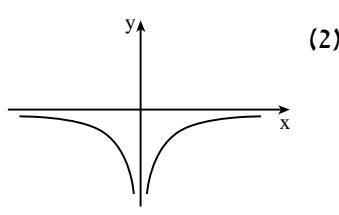
. ב. לא. ג. 15 ס"מ. ד. 16S סמ"ר.

$$\cdot 30^\circ \quad \cdot \frac{h}{\cos \frac{\alpha}{2}} \quad \cdot 2R \cos \alpha \quad \cdot \text{ג. } \text{. ד. } 90^\circ - \frac{\alpha}{2} \quad \text{. א. 5}$$

. א. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$, $\left(\frac{\pi}{4}; 0\right)$. ג. $x = \frac{\pi}{2}$ (2). $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$ (1). א. 6.



$$\cdot \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} = 0.2854 \quad \text{. ג.}$$



. ב. 5.25.

$$\cdot a = 6 \quad (2) \quad \cdot g'(x) \quad (1) \quad \text{. ג.}$$

$$\cdot \sqrt{k^2 - x^2} \quad \text{. ב. } 1.5 \quad \text{. סמ"ר. } \cdot \text{ א. 8}$$



מבחן בגרות מס' 25

חורף תשע"ז, 2017

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1.

שני צינורות א' ו-ב' מזרימים מים לברכה בקצב קבוע.

כאשר צינור א' בלבד פתוח, הברכה הריקה מתמלאת לגמרי ב- m שעות.

כאשר צינור ב' בלבד פתוח, הברכה הריקה מתמלאת לגמרי ב- $m+2$ שעות.

כאשר שני הצינורותפתוחים במקביל, הברכה הריקה מתמלאת לגמרי ביותר מ- 4 שעות.



סרקי אותו
 לצפייה בפתרון

ביום מסויים הברכה הייתה ריקה.

פתחו את צינור א' בלבד למשך שעתיים.

אחר כךפתחו גם את צינור ב', ושני הצינורות היופתוחים בו בזמן
 שעתיים נוספת.

בתום אותן שעתיים נוספות יותר מ- $\frac{1}{2}$ הברכה הייתה מלאה.

א. מצא את תחום הערכים האפשריים של m .

ב. ביום אחר מ- $\frac{1}{2}$ הברכה הייתה מלאה. פתחו את שני הצינורות,

אלא שבשל התקלה טכנית צינור ב' רוקן מים מן הברכה במקומות מלא
 בה מים. שני הצינורות היופתוחים בו בזמן במשך שעה אחת,

ובמהלכה צינור א' מילא מים בברכה וצינור ב' רוקן ממנה מים.

בתום אותה שעה תוקנה התקלה, ושני הצינורות החלו למלא

את הברכה יחד, עד שהיא הת מלאה לגמרי בעבר שעתיים וחצי נוספת.

נתון שהקצב שבו צינור ב' מרוקן מים מהברכה שווה לקצב שבו הוא

מלא אותה במים. מצא את m .

►.2

נתונה סדרה a_n המקיים את כלל הנסיגה : $a_1 = -1$, $a_{n+1} = \frac{a_n}{4 \cdot a_n + 3}$

. $b_n = \frac{1}{a_n} + 2$: b_n נגידיר סדרה חדשה

א. הוכח כי b_n היא סדרה הנדסית.

. $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}$ ב. הבعد באמצעות n את הסכום :

ג. נתון : n הוא מספר זוגי.

. $\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} - \frac{1}{a_4} + \dots - \frac{1}{a_{n-1}} - \frac{1}{a_n}$ הדע בתוצאות n את הסכום :



סракן אותו לצפייה בפתרונות

►.3

אבייגיל משתתפת במשחק של זרייקת חצים למטרה.

הסיכוי שלה לפגוע במטרה בנסיון בודד הוא P ($P > 0$),

ואינו תלוי בנסיבות הקודמים.

כל משתתף זורק 5 זרייקות רצופות.

הסיכוי של avigil לפגוע במטרה באربع זרייקות מתוך החמש גדול פי 3

מן הסיכוי שלה לפגוע בה בכל חמישה זרייקות.

א. מצא את P .

משתתף מנצח במשחק אם מתוך 5 זרייקות רצופות,
מספר הפגיעה שלו במטרה גדול ממספר החטאות שלו
(יכול להיות יותר מנצח אחד במשחק).

ב. מהי ההסתברות שאבייגיל תנצח במשחק?

ג. (1) אם avigil תחתיא את המטרה בזריקה השנייה, מהי ההסתברות
שהיא תנצח במשחק?

(2) גם תמר משתתפת במשחק, וגם הסיכוי שלה לפגוע במטרה בנסיון

בודד שווה ל- C ואינו תלוי בנסיבות הקודמים.

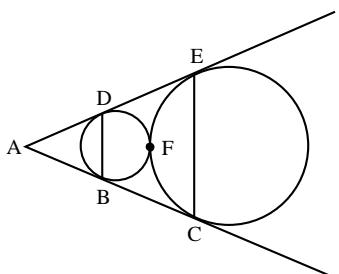
תמר החטיאה בזריקה הראשונה.

מה ההסתברות שהיא תנצח במשחק?



פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחד מבין השאלות 4-5.

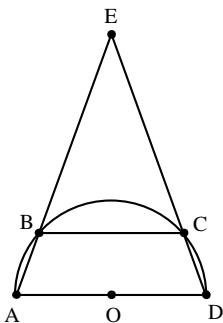


נתונים שני מעגלים בעלי רדיוס שונה, המשיקים זה זהה מבחוץ בנקודה F.
AC משיק לשני המעגלים
בנקודות B ו-C,
AE משיק לשני המעגלים
בנקודות D ו-E,
כמתואר בציור.

4.



- א. הוכח שהמרובע BDEC הוא טרפז שווה שוקיים.
- ב. המשיק המשותף למעגלים עבר בנקודה F חותך את שוקי הטרפז, DE, BC ו-G, H בהתאם.
- הוכח: GH הוא קטע אמצעים בטרפז.
- ג. נסמן ב-R את רדיוס המעגל הגדול וב-r את רדיוס המעגל הקטן.
הוכח כי $R \cdot BD = r \cdot CE$.



נתון טרפז ABCD ($BC \parallel AD$) החסום
בחצי מעגל שמרכזו O ורדיוסו R.
כך ש-AD הוא קוטר של חצי המעגל.
המשכי השוקיים AB ו-DC נפגשים
מחוץ למעגל בנקודה E (ראה ציור).
נתון: $\angle EAD = \alpha$.

5.



- א. הבע באמצעות R ו- α את אורך הקטע BC.
- ב. מהו התיכון של כל הערכים האפשריים עבור הזווית α ? נמק.
- ג. נתון כי שטח המשולש AED גדול פי 9 משטח משולש COD.
- מהו היחס בין רדיוס המעגל החוסם את המשולש AED לבין R?

פרק שלישי – חיבור דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינומיים, של פונקציות רצינליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6.



$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{ax^2 + 4x}{x^2 + 3x + b}.$$

a ו- b הם פרמטרים.

נתון: $x=1$, $y=1$ הן אסימפטוטות של הפונקציה.

א. מצא את a ואת b.

ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) מצא את נקודות החיתוך של גраф הפונקציה עם הצירים
(אם יש כאלה).

(3) האם יש לפונקציה אסימפטוטות נוספות המאונכות לציריהם
(מלבד $x=1$ ו- $y=1$)? הסבר.

4. מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).
ג. סרטט סקיצה של גраф הפונקציה.

ד. עבור אילו ערכי x מתקיים: $-f(x) = |f(x)|$. נמק.

ה. נגדיר $(x')f(x) - g(x) = f^2(x)$. הראה כי השטח המוגבל על ידי ציר ה- x, על ידי גраф הפונקציה $(x)g$ ועל ידי הישר $x=0.5$ הוא $\frac{1}{3}$.
נמק את תשובתך.

7.



$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - a^2}}, \text{ a הוא פרמטר.}$$

ענה על הסעיפים א-ו עברו $0 > a$.

הבע את תשובותיך באמצעות a במידת הצורך.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לציריהם.

ג. מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).
ד. סרטט סקיצה של גраф הפונקציה $(x)f$.

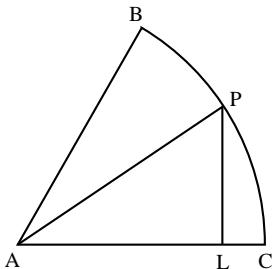
ה. (1) רשום את האסימפטוטות המאונכות לציריהם של גراف הנגזרת $(x)f'$.
(2) סרטט סקיצה של גראף הנגזרת $(x)f'$.

$$. \int_{2a}^{3a} f(x)dx + \int_{-3a}^{-2a} f(x)dx$$

ענה על סעיף ז' עברו $0 < a$.

ז. (1) מצא את תחום ההגדרה של $f(x)$.

(2) סרטט סקיצה של גראף הפונקציה $(x)f$.



נתונה גזרת עיגול BAC שהיא $\frac{1}{6}$ מעיגול
שבדיוiso R ומרכזו A .
מנקודה כלשהי P , הנמצאת על הקשת BC,
הורידו אנך ל- AC החותן
את הרדיוס AC בנקודה L (ראה ציור).
השטח האפור שבעציוור הוא השטח הכלוא
בין הקשת BC ובין הרדיוסים AB ו- AP ,
והקטעים LP ו- LC .

• 8



א. (1) מצא את הזרות PAC שעבורה השטח האפור שמתකבל תונן שהשתתח האפור המינימלי הוא $24\pi - 36$.

ב. מהו השטח המקסימלי של המושולש APL ? נמק.
ג. מצא את R .
ה. הוא מינימלי.

תשובות למחון בגרות מס' 25 – חורף תשע"ז, 2017:

, $m = 8.5$, \exists , $6 \leq m \leq 10$, \forall , 1

2. א. הוכחה : $S_n = \frac{1-3^n}{4}$.
 $S_n = \frac{3^n - 1}{2} - 2n$. (q = 3)

$$0.5188(2) \quad 0.5188(1) \quad 0.7248(2) \quad P = \frac{5}{8} \quad \text{N} \quad 3$$

$$1.59 \text{ , } 45^\circ < \alpha < 90^\circ \text{ . } \text{ ב } \text{ , } BC = -2R \cos 2\alpha \text{ . נ } 5$$

. b = -4 , a = 1 . N . 6

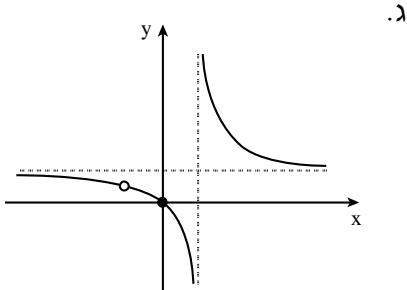
$\therefore x \neq 1, x \neq -4$ (1). ב

. (0;0) (2)

. (3) אין. יש "חור" ב-

ירידה : (4) $x < -4$ או $-4 < x < 1$ או $1 < x$

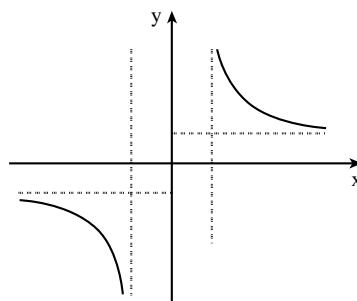
עליה: אין.



. 7 . $0 \leq x < 1$. ב . $y = -1, y = 1, x = -a, x = a$. ב . $x < -a \text{ או } x > a$. א . 7

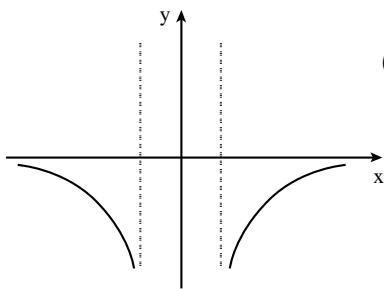
ג. ירידה : אין $x < -a$ או $x > a$; עלייה :

. 7

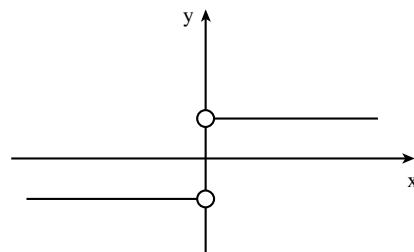


(2)

ח. 1) $y = 0, x = -a, x = a$



1. ערך הביטוי שווה ל 0 . נ .



. 36 . ב . R = 12 (2) . א . $\frac{\pi}{4}$ (1) . 8



מבחן בגרות מספר 26

קי"ז תשע"ז, מועד א

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

נגה רכבה על אופניים במסלול באורך מסויים, ארבע מהירויות קבועות שונות. בכל פעם, לאחר שעברה מקטע שאורכו רבע מן המסלול, היא הגבירה את מהירותה, ורכבה במהירות הגדולה פי 2 מן המהירות הקודמת. בקטע האחרון היא רכבה במהירות של 40 קמ"ש. נגה יוצאה לדרכן בשעה 00:00 בוקר וסיימה את המסלול בשעה 11:45 בוקר.

1.



(סракן אותו
לצפייה בפתחו)

- A. מהו אורך המסלול?
B. דניאל יצא לדרכן באותו מסלול בשעה 9:45, ונסע במהירות קבועה לאורך כל המסלול. גם הוא הגיע לסוף המסלול בשעה 11:45.
באיזה מארבעת מקטעי המסלולפגש דניאל את נגה בפעם הראשונה, ובאיזה שעיה?

$$\text{נתונה סדרה } a_n = \frac{(2^n + 1)(2^n - 1)}{2^n}$$

- b. ו- c_n הן סדרות הנדסיות שכל איבריהן חיוביים,
המקיימות לכל n טבעי : $b_6 = 64$, $c_3 = \frac{1}{8}$. נתון : $a_n = b_n - c_n$.
א. (1) מצא את b_1 ואת המנה של הסדרה b_n .
 (2) מצא את c_1 ואת המנה של הסדרה c_n .

2.



(סракן אותו
לצפייה בפתחו)

- את סכום n האיברים הראשונים בסדרה a_n נסמן ב- A_n ,
את סכום n האיברים הראשונים בסדרה b_n נסמן ב- B_n ,
ואת סכום n האיברים הראשונים בסדרה c_n נסמן ב- C_n .
ב. הראה ש- $C_n = B_n - A_n$.
ג. עבור אילו ערכי n מתקיים האילו-שוויון : $0.9 < B_n - A_n < 1$?

3.



- בבית אבות גדול יש לכמה מן הדיררים קלנווית, ולשאר אין.
- אם בוחרים באקראי 9 דיררים מבית האבות הזה, הסתברות של- 4 מהם בדיקן יש קלנווית גדולה פי 24 מן ההסתברות של- 6 מהם בדיקן יש קלנווית.
- א. מהי ההסתברות שלDIRECTOR שנבחר באקראי יש קלנווית?
- ב. בוחרים באקראי 6 דיררים מבית האבות.
- ידוע שפחות של- 3 מהם יש קלנווית.
- מהי ההסתברות של- 4 מהם בדיקן יש קלנווית?
- ג. בוחרים באקראי 6 דיררים מבית האבות, בזה אחר זה, עד של- 3 מהם בדיקן יש קלנווית.
- מהי ההסתברות שייבחרו בדרכז 6 דיררים?

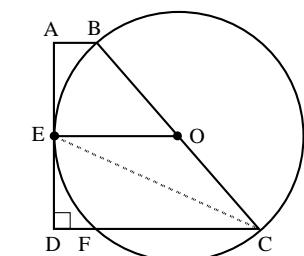
פרק שני – גאומטריה וט्रיגונומטריה במישור

ענה על אחד מבין השאלות 4-5.

4.



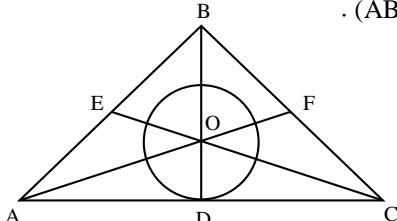
- נתון מעגל שמרכזו O .
 $\angle ADC = 90^\circ$, $AB \parallel DC$ ($\angle ACD = 90^\circ$).
 הצלע AD משיק להמעגל בנקודה E , והנקודות B ו- C נמצאות על המעלג כך ש- BC הוא קוטר.
 הצלע DC חותכת את המעלג בנקודה F , כמתואר בציור.
 א. הוכח : $\angle BCD = 2\angle DEF$.
 ב. הוכח : $\triangle ABE \cong \triangle DFE$.
 ג. הוכח : $BC = DF + DC$.



5.



- ABC הוא משולש שווה-שוקיים ($AB = BC$) .
 CE ו- BD הם תיכוןים במשולש הנחたちים בנקודה O (ראה ציור).
 א. הוכח : $S_{\triangle BOE} = S_{\triangle COD}$.
 מעגל שמרכזו O משיק לצלע AC בנקודה D .
 נתון כי שטח העיגול שווה לשטח המשולש AOC .
 ב. חשב את גודל הזווית ACE .
 ג. הבע את אורך הקטע OE באמצעות רדיוס המעגל .



**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רצינליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות
טריגונומטריות**

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6.



$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{x-5}{\sqrt{x^2 - 10x + 24}}$$

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים
 (אם יש כאלה).
 (3) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לציר.
 (4) מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה $f(x)$
 (אם יש כאלה).
 (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

$$\text{נתונה הפונקציה } g(x) = f(x+5) \text{ המקיימת:}$$

- ב. (1) הוכח ש- $g(x)$ היא פונקציה אי-זוגית.
 (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ג. הסבר מדוע לכל $b < a < 1$ מתקיים השוויון: $\int_a^b g(x) dx = \int_{a+5}^{b+5} f(x) dx$

7.



$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{2 \sin x}{\cos^3 x}$$

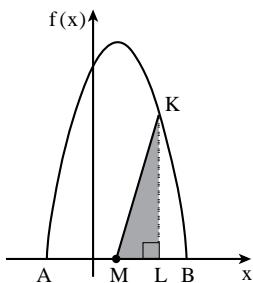
- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 (3) מצא את האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה $f(x)$ 。
 (4) מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה $f(x)$
 (אם יש כאלה).

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$.

ג. נתון: $0 < a < \frac{\pi}{2}$.

השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, הישר $x = a$ וציר ה- x
 שווה ל-1. מצא את a .

8.



בציר שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x) = -x^2 + 2x + c$ בתחום האי-שליליות שלו.

A ו-B הן נקודות החיתוך

של הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

נתון: $t > 0$, $x_A = -t$, $x_B = 2t$.

A. מצא את t ואת c .

M היא נקודה החיתוך של ציר הסימטריה של הפרבולה עם ציר ה- x .

K היא נקודה כלשהי על גраф הפונקציה $f(x)$ מעל ציר ה- x .

מHENKO�ה K הורידו אנך לציר ה- x , החותך את הקטע AB בנקודה L.

ב. מצא עבור אילו שיעורי x של הנקודה K שטח המשולש KLM

הוא מקסימלי.

מצא את שני הפתרונות האפשריים.

תוכל להסביר שורש בתשובהך.

רצים את כל הפתרונות לכל שאלות בחינות הבגרות?

הכי פשוט להיכנס
ל-LI.O.MY.GEVA.CO
ולצפות בפתרונותות וידאו
מלאים לכל השאלות!



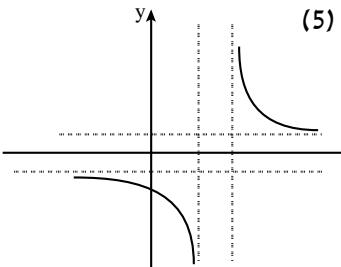
תשובות ל מבחון בגרות מס' 26 – קיץ תשע"ז, מועד א:

. א. 40 ק"מ. ב. במקטע השני בשעה 10:30 .

$$\cdot n \geq 4 \quad \text{ג}. \quad c_1 = \frac{1}{2}, q_c = \frac{1}{2} \quad (2) \quad \cdot q_b = 2, b_1 = 2 \quad (1) \quad \text{א. 2}$$

$$\cdot \frac{64}{15625} = 0.004096 \quad \text{ג}. \quad \cdot \frac{16}{103} = 0.15534 \quad \text{ב}. \quad p = \frac{1}{5} \quad \text{א. 3}$$

$$\cdot OE = \frac{R\sqrt{1+\pi^2}}{2} = 1.648R \quad \text{ג}. \quad \angle ACE = 17.66^\circ \quad \text{ב}. \quad \text{5. 5}$$



$$\cdot x < 4 \quad \text{ו}. \quad x > 6 \quad (1) \quad \text{א. 6}$$

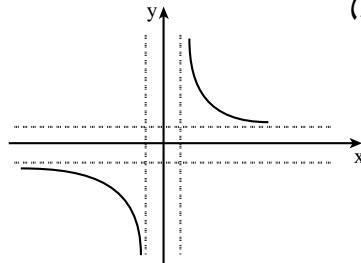
$$\cdot (0; -1.02) \quad (2)$$

$$\cdot y = -1, y = 1, x = 6, x = 4 \quad (3)$$

$$\cdot x > 6 \quad \text{ו}. \quad x < 4 \quad (4)$$

עליה: א. x

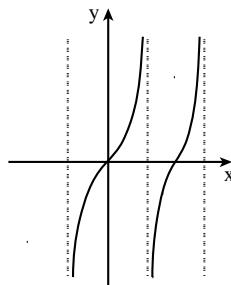
ב. (2)



$$\cdot x = \frac{\pi}{2} + \pi k \quad (3) \quad \cdot (\pi k; 0) \quad (2) \quad \cdot x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k \quad (1) \quad \text{א. 7}$$

. f(x) עולה לכל x בתחום ההגדרה שלה. (4)

ב.



$$\cdot a = \frac{\pi}{4} \quad \lambda$$

$$\cdot x = 1 - \sqrt{3} \quad \text{ו}. \quad x = 1 + \sqrt{3} \quad \text{ב}. \quad \cdot c = 8, t = 2 \quad \text{א. 8}$$

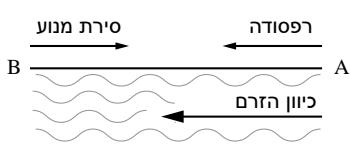


מבחון בגרות מס' 27

קיץ תשע"ז, 2017, מועד ב

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.



העיירות A ו-B נמצאות על גדת נהר
הזרם במהירות קבועה.

.

כיוון הזרם הוא מ- A ל- B.
מן העיירה B יצאäh סירת מנוע
לכיוון העיירה A.

הסירה שטה נגד כיוון הזרם.
באוטו הזמן יצאäh רפסודה מן העיירה A לכיוון העיירה B.
הרפסודה שטה עם כיוון הזרם.



(
סракן אותו
לצפייה בפתרון

מהירות סירת המנוע במים עומדים היא קבועה וגדולה פי 4 מהירות
הזרם של הנהר. מהירות הרפסודה במים עומדים היא אפס.
במים זורמים הרפסודה שטה עם הזרם.

הסירה והרפסודה נפגשו 3 שעות ו- 45 דקות אחרי יציאתן לדרך
והמשיכו בדרךן. סירת המנוע הגיעה לעיירה A ומיד הסתובבה ושטה
בחזרה לעיירה B. כאשר סירת המנוע הגיעה לעיירה B, הרפסודה הייתה
במרחק של 35 ק"מ מן העיירה B.

א. חשב את מהירות הזרם ואת מהירות סירת המנוע במים עומדים.

ב. בדרךן חזרה לעיירה B פגשה סירת המנוע את הרפסודה בפעם השנייה.
כמה זמן עבר מרגע יציאתה של הרפסודה מן העיירה A עד שהסירה
והרפסודה נפגשו בפעם השנייה?

►.2



סolutions
לצפייה בפתרונות

נתונה סדרה כללית a_n .

נסמן ב- S_n את סכום n האיברים הראשונים בסדרה a_n .

נמצא: $\frac{1}{3^{n+1}} - S_n = k$ לכל n טבעי. k הוא מספר קבוע.

א. הבע את a_1 ואת האיבר הכללי a_n עבור $n > 1$ באמצעות n ו- k במדויק.

ב. מצא את k שעבורו הסדרה a_n היא סדרה הנדסית. נמק.

$$\text{נגיד}: \dots = a_2^2 + a_5^2 + a_8^2 + \dots$$

(סכום ריבועי כל איבר שלישי בסדרה a_n החל ב- a_2).

ג. חשב את T .

►.3



בקופסה I יש 10 כדורים, כמה מהם כחולים והשאר אדומים,

בקופסה II יש 7 כדורים כחולים ו- 3 כדורים אדומים.

מוציאים באקראי כדור מקופסה I.

אם יצא כדור אדום, מעבירים אותו לקופסה II.

אם יצא כדור כחול, מוחזירים אותו לקופסה I.

שוב מוציאים באקראי כדור מקופסה I, ושוב,

אם יצא כדור אדום, מעבירים אותו לקופסה II,

אם יצא כדור כחול, מוחזירים אותו לקופסה I.

לאחר מכן מוציאים באקראי כדור אחד מקופסה II.

א. נתון כי ההסתברות שאחרי שתי הוצאות מקופסה I

יועבר כדור אדום אחד בלבד מקופסה I לקופסה II היא $\frac{19}{36}$.

חשב את מספר ה כדורים הכהולים שהיו בקופסה I לפני הוצאה

הראשונה.

ענה על השיעיפים ב-ג' עבור מספר ה כדורים הכהולים שחייבת בסעיף א.

ב. מהי ההסתברות שהכדור שהוציאו מקופסה II הוא כדור אדום?

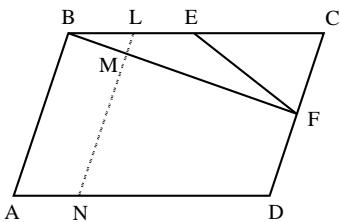
ג. ידוע שהכדור שהוציאו מקופסה II הוא כדור אדום.

מהי ההסתברות שאחרי שהוציאו את הכדור האדום מקופסה II

נשארו בה שלושה כדורים אדומים בדיק?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחד מבין השאלות 4-5.



4



המרובע $ABCD$ הוא מקבילית.
הזווית A היא זווית חדה.
הנקודה E היא אמצע הצלע BC
והנקודה F אמצע הצלע CD
(ראה ציור).

- השטח המשולש ECF הוא S .
הבע את שטח המקבילית $ABCD$
באמצעות S . נמק את תשובתך.
- הנקודה L היא אמצע הקטע BE .
- דרך הנקודה L העבירו ישר המקביל ל- AB וחוטק את BF ואת AD
בנקודות M ו- N בהתאם. חשב את היחס $\frac{LM}{MN}$.
- נתון $EF = BE$. האם אפשר לחסום את המרובע $ABFD$ במעגל?
נמק את קביעותך.

5



. ($AB \parallel DC$) חסום במעגל
נתון : $CD = b$, $AB = a$.
 $\angle C = 60^\circ$
א. הבע את שוקי הטרפז, BC ו- AD , באתריות a ו- b .

- נתון : $a = 4$, אורך האלכסון BD הוא $4\sqrt{7}$
ב. חשב את b .
- (1) R הוא רדיוס המעגל החוסם את הטרפז. מצא את R .
(2) הסביר מדוע אפשר לחסום מעגל בטרפז $ABCD$.
(3) r הוא רדיוס המעגל החוסם בטרפז. מצא את r .

פרק שלישי – חישוב דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינומים, של פונקציות רצינליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6.



$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = a - \frac{2}{x-2} + \frac{1}{(x-2)^2}. \text{ } a \text{ הוא פרמטר.}$$

ענה על סעיף א. הבע את תשובה תיכון באמצעות a במידה הצורך.

א.(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את המשוואות של האסימפטוטות המאונכות לצירים.

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש לפחות אחת). וקבע את סוגן.

(4) מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ משיק לציר ה- x .

ב. מצא את a .

הציב את הערך של a שמצאת וענה על הסעיפים ג-ד.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. נתונה הפונקציה $g(x) = |f(x) + k|$. מצא לאסימפטוטה האופקית של גרף

יוזע שגרף הפונקציה $g(x)$ משיק לאסימפטוטה האופקית של גרף הפונקציה $f(x)$.

מצא את k (מצא את שתי האפשרויות). נמק את תשובתך.

7.

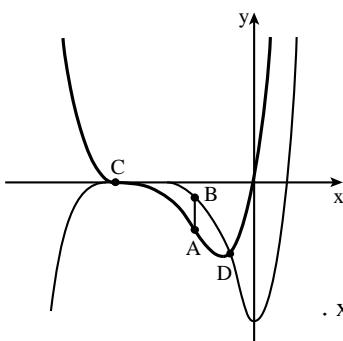


לפניך הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$.

א. התאמם בין הגרפים I ו- II.

ב. בין הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$.

נמק.



$$\text{נתון: } f'(x) = x(x+b)^3$$

$b > 1$ הוא פרמטר.

לגרף הפונקציה $f(x)$ יש נקודת פיתול ב- $-1 = x$.

ב. מצא את b .

C ו- D הן נקודות החיתוך של הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$ בתחום $x < 0$, כמתואר בציור.

הנקודות A ו- B נמצאות על הגרפים I ו- II בהתאם,

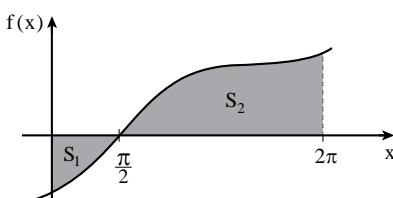
כך הישר AB מאונך לציר ה- x .

נתון : $x_D < x_C < x_A$, $x_C < -4$, $x_D = 1 - \sqrt{5}$.
 ג. מצא את שיעור ה- x של הנקודות A ו- B שעבורו אורך הקטע AB הוא מקסימלי (אפשר לפתרור את הסעיף בלי למצוא את הפונקציה $f(x)$).

8.



(x) $f(x)$ היא פונקציה המוגדרת לכל x .
 גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- y בחלקו השיליי .
 נקודת החיתוך היחידה של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x היא $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ (ראה ציור) .
 נתון : השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הצירים
 ועל ידי הישר $x = 2\pi$ (השטח האפור בציור) שווה ל- $16\pi^2 + 16$.



נתון גם : $\int_0^{2\pi} f(x)dx = 8\pi^2$

א. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הצירים
 (שטח S_1 המסומן בציור) .
 ה- $f(x)$ הפונקציה קדומה לפונקציה $F(x)$. נתון : $F(0) = 0$.
 ב. מצא את $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

נתון : $f'(x) = 8\sin x + 8$
 ג. מצא את $f(x)$.

תשובות ל מבחון בגרות – קיץ תשע"ז, 2017, מועד ב:

1. א. מהירות הזרם : 5 קמ"ש, מהירות הסירה : 20 קמ"ש. ב. $6\frac{1}{4}$ שעות.

$$\text{. T} = \frac{1}{182} \text{ ג. } k = \frac{1}{3} \text{ ב. } a_n = \frac{2}{3^{n+1}}, a_1 = k - \frac{1}{9} \text{ ז.}$$

3. א. מספר הבודדים הכהולים הוא 5. ב. 0.3595. ג. 0.5338.

$$\text{. א. } \frac{LM}{MN} = \frac{1}{7} \text{ ב. } S_{ABCD} = 8S \text{ ג. לא ניתן לחסום את המרובע ABFD במעגל.}$$

$$\text{. r} = 2\sqrt{3} \text{ (3) ב. R} = 6.11 \text{ (1) ג. b} = 12 \text{ ב. AD} = BC = b - a \text{ ז.}$$

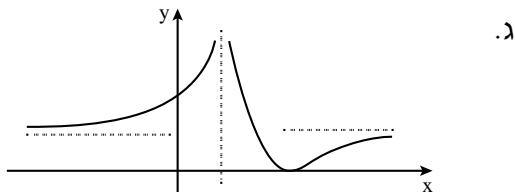
$$\text{. x} \neq 2 \text{ (1) א.}$$

$$\text{. y} = a, x = 2 \text{ (2)}$$

$$\text{. (3; a-1) (3)}$$

$$\text{. } 2 < x < 3 \text{ או } x < 2 \text{ ירידה : (4) (4)}$$

$$\text{. a} = 1 \text{ ב.}$$



$$\text{. k} = -1 \text{ ו } k = 1 \text{ ז.}$$

$$\text{. } x_A = x_B = -2 \text{ ג. } b = 4 \text{ ב. } f'(x) : I, f(x) : II \text{ ז.}$$

$$\text{. } f(x) = -8 \cos x + 8x - 4\pi \text{ ג. } f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\pi^2 - 8 \text{ ב. } S_I = \pi^2 + 8 \text{ ז.}$$



מבחן בגרות מס' 28

חורף תשע"ח, 2018

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1.1 בכפר נופש יש שתי בריכות: בריכה א' ובריכה ב'.

הנפח של בריכה א' הוא 17 והנפח של בריכה ב' הוא 27.
את הבריכות ממלאים באמצעות 4 צינורות בעלי אותו קפָּק.
ביום כלשהו שתי הבריכות היו ריקות.
התחלו למלא את בריכה א' באמצעות ארבעת הצינורות.
כאשר התמלאה בריכה א' לכדי $\frac{1}{6}$ מנפחה, העבירו אחד מן הצינורות
לבריכה ב' והתחלו למלא אותה באמצעותו. כאשר התמלאה בריכה א'
עד מחציתה, העבירו עוד שני צינורות למילוי בריכה ב'.
מילוי שתי הבריכות הסתיים באותו הזמן.
כל הצינורות הזרימו מים ללא הפסקה עד שהתמלאו שתי הבריכות.
חשב את היחס $\frac{V_1}{V_2}$.



סракן אותו
לצפייה בפתרון

1.2 a היא סדרה חשבונית שההפרש שלה, d, שונה מ-0.

$$\text{נתון: } a_7 = -a_{17} .$$

א. מצא את a_{12} .

ב. (1) האם קיימים בסדרה איבר שערכו שווה ל- $-a_1$? נמק.

(2) מצא מספר טבעי n שבעורו סכום n האיברים הראשונים בסדרה

שווה ל-0.

ג. האם קיימים n טבעי שעורו: $0 < a_{n+1} \cdot a_n$? אם כן — מצא n כזה,

אם לא — נמק.

ד. האם אפשר לדעת כמה איברים שליליים יש בסדרה? נמק

(הבחן בין מקרים שונים).



סראקן אותו
לצפייה בפתרון

3



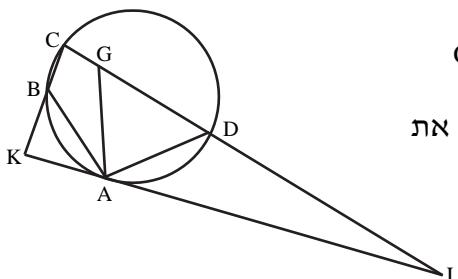
למייל יש קובייה מאוזנת. על שלוש מפאות הקובייה שלה כתוב המספר 2, ועל שלוש הפאות האחרות כתוב המספר 4. לגליית יש קובייה מאוזנת אחרת. על כל אחת מפאות הקובייה של גלית כתוב אחד מן המספרים: 1 או 3.

מייל וגליית משחקים משחק בין חמישה סיבובים. המשתתפת שניצח במספר סיבובים רב יותר מחברתה, תנצח המשחק. בכל סיבוב של המשחק כל אחת מהן מטילה את הקובייה שלה פעם אחת. המנצח בסיבוב היא השחקנית שהמספר שהתקבל על הקובייה שלה גבוה יותר.

- . נתון שבסיבוב יחיד הסיכוי של מייל לניצח את גלית הוא $\frac{7}{12}$.
- . א. על כמה פאות בקובייה של גליית כתוב המספר 1? נמק את תשובהך.
- . ב. מהו הסיכוי שגליית ניצח המשחק?
- . ג. מהו הסיכוי של גליית לניצח המשחק, אם ידוע שהיא ניצחה בסיבוב הראשון?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחד מבין השאלות 4-5.

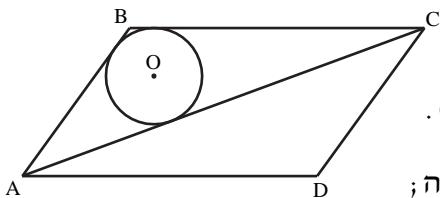


4



- . המרובע ABCD חסום במעגל. הנקודה G נמצאת על הצלע CD כך ש- $AB = AG$ וגם $CB = CG$.
- . המשיק למעגל בנקודה A חותך את המשך הצלע CD בנקודה L, וחותך את המשך הצלע CB בנקודה K (ראה ציור).
- . הוכח כי $AD = AG$.
- . ב. (1) הוכח כי $\Delta ABK \sim \Delta CDA$.
- . (2) הוכח כי $AD^2 = BK \cdot CD$.
- . ג. הראה כי $\frac{S_{\Delta LDA}}{S_{\Delta KAB}} = \frac{LA}{AK}$.

5.



נתונה מקבילית ABCD .
AC הוא האלכסון הארוך,
כמתואר בציור.
במשולש ABC חסום מעגל שמרכזו O .
נתון : הנקודה O נמצאת במרחקים
6 ו- 3 מניישרים AD ו- AC בהתאם ;
 $OA = 10$.

- חשב את גודלי זוויות המקבילית.
- חשב את אורך האלכסון AC .
- חשב את שטח המקבילית.

פרק שלישי – חיבור דיפרנציאלי וaintגרלי של פולינומים, של פונקציות רצינליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6.



$$\text{נתונות הפונקציות } g(x) = \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}, f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$$

ענה על סעיף א עבור התחום : $\pi \leq x \leq -\frac{\pi}{2}$

- מזהה את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- מזהה את המשוואות של האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$, המאונכות לציר ה- x .
- מזהה את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ענה גם על סעיף ב עבור תחום : $\pi \leq x \leq -\frac{\pi}{2}$

- מזהה את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

$$(2) \text{ הוכח : } g(x) = -f\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$$

- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
תוכל להיעזר בתשובה**תיך על הסעיפים הקודמים.**

- מזהה את ערך הביטוי $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} x f(x) dx$. נמק את תשובה**תיך**.**

$$\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} x f(x) dx$$



נתונה משפחת הפונקציות: $a \neq 4$, $a \neq 0$. $f(x) = \frac{(x-2)^2}{x^2-a}$. a הוא פרמטר.

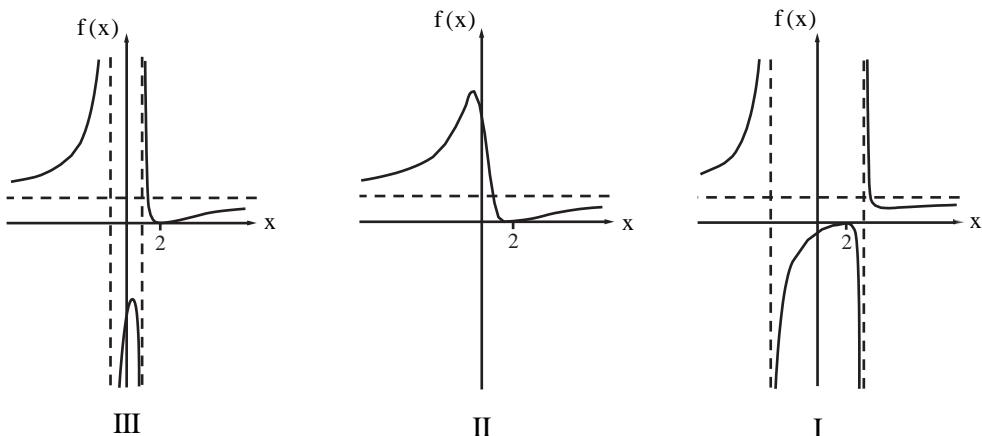
ענוה על סעיף א. הבע באמצעות a במידה הצורך.
הבחן בין $a > 0$ ובין $a < 0$ במידה הצורך.
א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$
עם הצירים.

(3) מצא את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המקבילה
לציר ה- x .

(4) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$
המאונכות לציר ה- x (אם יש כאלה).

ענוה על סעיף ב. הבע באמצעות a במידה הצורך.
הבחן בין $a > 4$ ובין $a < 4$ במידה הצורך.
ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
ג. לפניה שלושה גרפים אפשריים של הפונקציה $f(x)$, כל אחד עבור
ערך אחר של a .
כתוב מהו תחום הערכים של a המתאים לכל אחד מן הגרפים I–III.
נמק את תשובה.



►.8



- נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{x^3}$.
ה庖ירו ישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = t$.
נתון: $1 \leq t \leq 5$.
- . המשיק חותך את ציר ה- x בנקודה A ואת ציר ה- y בנקודה B.
הנקודה O היא ראשית הצירים.
- א. מצא את שיעור ה- x של נקודת ההשקה שעבורו סכום ניצבי המשולש AOB הוא מינימלי.
- ב. מצא את שיעור ה- x של נקודת ההשקה שעבורו סכום ניצבי המשולש AOB הוא מקסימלי.

תשובות ל מבחן בגרות מס' 28 – חורף תשע"ח, 2018:

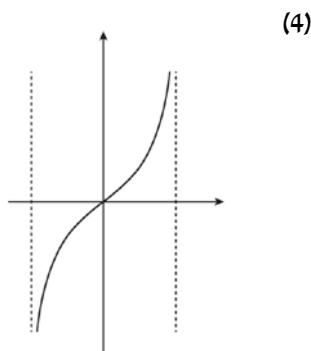
$$\cdot \frac{V_1}{V_2} = \frac{18}{29} . \textbf{1}$$

2. א. $a_{12} = 0$. ב. (1) כן, (2) $a_{23} = -a_1$. c. $n = 23$. d. ג. לא.
ד. אם האיבר הראשון שלילי, הסדרה עולה: 11 איברים שליליים.
אם האיבר הראשון חיובי, הסדרה יורדת: לא ניתן לדעת.

3. א. על פאה אחת. ב. 0.3466 . ג. 0.5533 .
5. א. $S_{ABCD} = 171.73$. ב. $AC = 27.08$. ג. $54.33^\circ, 125.67^\circ$

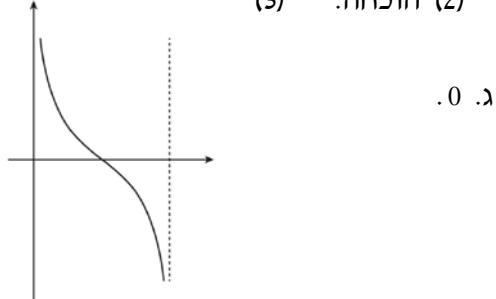
$$\cdot x = -\frac{\pi}{2}, x = \frac{\pi}{2} \quad (2) \quad \cdot -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \quad (1) . \textbf{6}$$

$$\text{עליה: } -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} . \text{ ירידה: אין.} \quad (3)$$



. 0 < x < π (1). ב

(3) הוכחה. (2)



. א. (1) עבור $a < 0$: כל x

. $x \neq -\sqrt{a}$, $x \neq \sqrt{a}$: $a > 0$

$$\cdot y = 1 \quad (3) \quad \cdot (0, -\frac{4}{a}), (2, 0) \quad (2)$$

. א. (4) עבור $a < 0$:

. $x = -\sqrt{a}$, $x = \sqrt{a}$: $a > 0$

. ב. א. (2) מקסימום, $(\frac{a}{2}, \frac{a-4}{a})$ מינימום.

. א. (2) מינימום, $(\frac{a}{2}, \frac{a-4}{a})$ מקסימום.

. א. $a > 4$: I

. א. $a < 0$: II

. א. $0 < a < 4$: III

. א. ב. א. $x = 5$. ב. א. $x = \sqrt{3}$. א. 8



מבחון בגרות מס' 29

קייז תשע"ח, 2018, מועד א

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

שני רוכבי אופניים, אמיר ומשה, יצאו בשעה 00:06 זה לכיוונו של זה. אמיר רכב במהירות קבועה מעיר א לעיר ב, ומשה רכב במהירות קבועה מעיר ב לעיר א. אמיר ומשה עברו זה על פני זה והמשיכו כל אחד ליעדו. אמיר הגיע לעיר ב שעתים אחרי שעבר על פני משה, ואילו משה הגיע לעיר א 8 שעות אחרי שעבר על פני אמיר. באיזו שעה עברו אמיר ומשה זה על פני זה?



סракן אותו
לצפייה בפתרון

- נסמן את מהירות נסיעתו של אמיר באות **V**.
בדיווק כאשר עברו אמיר ומשה זה על פני זה יצאה יסמין, רוכבה על אופניים, מעיר א לעיר ב, במהירות קבועה.
נתון שיסמין הגיעה לעיר ב אחרי אמיר, אך לפני שהיא הגיעה לעיר א.
 ב. (1) הבע באמצעות **V** את המרחק בין עיר א לעיר ב.
 (2) הבע באמצעות **V** את טווח המהירות האפשרי של יסמין.



סракן אותו
לצפייה בפתרון

- a_n היא סדרה הנדסית אין-סופית מתכנסת שסכוםה שלילי.
 a₁ הוא האיבר הראשון בסדרה, ו-q היא מנת הסדרה.
 א. לפניך ארבע טענות (I – IV). רק אחת מהן בhcrcrh נכונה.
 ציין את מספרה ונמק.
 I) $0 < q$.
 II) $a_1 < 0$ וגם $0 < q$.
 III) $a_1 < 0$.
 IV) או $a_1 > 0$.

3.



בעיר גדולה נערכן מבחן לכל תלמידי התיכון.

37% מן התלמידים שניגשו לבחון נעזרו בחבריהם כדי להתכוון לבחון.

$\frac{35}{37}$ מהם עברו את המבחן.

מספר התלמידים שלא נעזרו בחבריהם ולא עברו את המבחן קטן פי 5 מאשר מספר התלמידים שנעזרו בחבריהם ועברו את המבחן.

א. בחרו באקראי תלמיד שניגש לבחון, והתרברר שהוא לא עבר את המבחן. מהי הנסיבות שהוא נעזר בחבריו?

ב. יעל וחדס ניגשו לבחון. ידוע שיעל נזורה בחבריה כדי להתכוון לבחון, וחדס לא נזורה בחבריה כדי להתכוון לבחון.

האם הנסיבות שיעל עבירה את המבחן גובהה מהתוצאות של חדים עברה את המבחן? נמק.

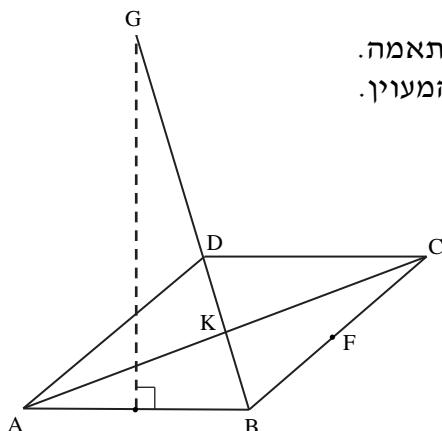
ג. בחרו באקראי 6 תלמידים שניגשו לבחון. מהי הנסיבות שבדוק שליש מהם לא נעזרו בחבריהם ועברו את המבחן?

ד. בחרו באקראי תלמיד שניגש לבחון.

מהי הנסיבות שהוא מקיים לפחות אחת משתי הטענות I – II :
I) התלמיד נזorer בחבריו.
II) התלמיד לא עבר את המבחן.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחד מבין השאלות 4-5.



.abcd הוא מעוין.
ו- F הוא אמצעי צלעות AB ו- BC בהתאם.
הנקודה K היא מפגש האלכסונים של המעוין.
מן הנקודה E העלו אנך ל- AB,
החותך את המשך האלכסון BD
בנקודה G (ראה ציור).
א. הוכח: הנקודה G היא מרכז
המעגל החוסם את המשולש ABC.

4.



הקטע GF חותך את האלכסון AC
בנקודה M, שהיא מרכז המעגל החוסם
את המשולש BDC.
ב. הוכח שהמשולשים BFG, BKC, MFC ו- FGC
דומים זה לזה.

נסמן ב- R את רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC
וב- r את רדיוס המעגל החוסם את המשולש BDC.

ג. (1) הוכח כי $\frac{MF}{CF} = \frac{MC}{CK} = \frac{MF}{CF}$ וכי $\frac{MC}{CB} = \frac{MF}{CF}$

(2) הראה כי היחס בין אלכסוני המעוין שווה $-\frac{r}{R}$.

.ABC הוא משולש ישר זווית ($\angle ABC = 90^\circ$).
. AM : MC = $\sqrt{3} : 4$.
M היא נקודה על היתר כל ש- 4 : $\sqrt{3}$.
נתון : $\angle ABM = 30^\circ$, $BM = 8$.
א. (1) סמן : MC = $4x$ וחשב את זוויות המשולש ABC.
(2) חשב את הרדיוסים של המעגלים החוסמים את המשולשים ABM ו- CMB .

5.



ב. נסמן את מרכזים המעגלים החוסמים את המשולשים ABM ו- CBM ב- O_1 ו- O_2 בהתאם.
(1) הסבר מדוע המרובע BO_1MO_2 הוא דלטון.
(2) חשב את אורך הקטע O_1O_2 .

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינומים, של פונקציות רצינליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6. ◉ נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{ax-1}{\sqrt{ax^2 - 2x + 1}}$, a הוא פרמטר.

נתון: הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x .
 $a > 1$. הוכח:



ענה על סעיף ב. אם יש צורך, הביע באמצעות a .

ב. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גраф הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) כתוב את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לציר $-x$.

(3) מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כálה).

(4) סרטט סקיצה של גраф הפונקציה $f(x)$.

נתון: $a = 3$.

ג. חשב את השטח המוגבל על ידי גראף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר $-x$,

ועל ידי הישרים $x = \frac{2}{3}$ ו- $x = -\frac{1}{3}$.

ד. (x, g) היא פונקציה רציפה המוגדרת לכל x .

נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גראף הפונקציה $f(x)$, על ידי

$x = -\frac{1}{3}$ ו- $x = \frac{1}{3}$ ($b > \frac{1}{3}$).

נתון: השטח המוגבל על ידי גראף הפונקציה $f(x)$, על ידי גראף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי הישרים $x = -b$ ו- $x = b$ שווה ל- $2S$ בעבר כל b .

הבע את (x, g) באמצעות (x, f) בתחום $x > \frac{1}{3}$ (כתוב את שתי האפשרויות).

אין צורך להוכיח את תשובהך.

►.7



(x) f היא פונקציה גזירה, המוגדרת לכל x , כך ש- $0 \neq f(x)$ לכל x .
א. הוכח שאם הפונקציה $(x) f$ עולה בקטע מסוים, אז הפונקציה $\frac{1}{f(x)}$
ירדמת באותו הקטע; ואם הפונקציה $(x) f$ יורדת בקטע מסוים,
אז הפונקציה $\frac{1}{f(x)}$ עולה באותו הקטע.

נתונה הפונקציה $g(x) = \sin^2 x + \cos x + 2$, המוגדרת לכל x .
ב. האם קיימים x שבעבורו $g(x) = 0$? נמק.

ג. (1) האם הפונקציה $(x) g$ היא פונקציה זוגית? נמק.

(2) הראה שלכל x מתקיים: $g(x) = g(x + 2\pi)$.

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $(x) g$ בתחום $-\pi \leq x \leq 0$, וקבע את סוגן.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $(x) g$ בתחום $-\pi \leq x \leq 3\pi$.

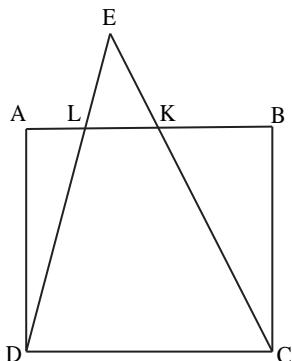
$$\text{נתונה הפונקציה } h(x) = \frac{1}{\sin^2 x + \cos x + 2}$$

עננה על סעיף ד. תוכל להיעזר בתשובה תיך על הסעיפים הקודמים.

ד. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $(x) h$? נמק.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $(x) h$ בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$ – באותה
מערכת צירים שבה סרטטת את גרף הפונקציה $(x) g$.

►.8



ABCD הוא ריבוע שאורך צלעו 6 ס"מ.
K ו- L הן נקודות על הצלע AB.

נתון כי הישרים CK ו- DL חותכים זה
את זה בנקודה E, נמק.

הנמצאת מחוץ לריבוע ABCD (ראה ציור).
נסמן: $LK = x$.

א. הבע באמצעות x את גובה המשולש KLE.

ב. עבור أيיה ערך של x סכום שטחי
המשולשים KLE, BCK ו- ADL

הוא מינימלי? נמק.

תוכל להסביר שורש בתשובה תיך.

תשובות ל מבחון בגרות מס' 29 – קיץ תשע"ח, 2018, מועד א:

1. א. אמיר ומשה עברו זה על פני זה בשעה 10:00.

ב. $\frac{3}{4}V < x < 3V$. (1) x : מהירותה של יסמין, (2) $6V$.

2. א. טענה III (סכום הסדרה הוא $\frac{a_1}{1-q}$, כמו כן $-1 < q < 1$, לכן כשה- a_1 שלילי הסכום שלילי).

ב. $P = -\frac{1}{q}$. ג. לא מתכוונת ($q < 1 \leftarrow -1 < q < 1 \leftarrow p > 1 \leftarrow p < -1$). ד. הוכחה.

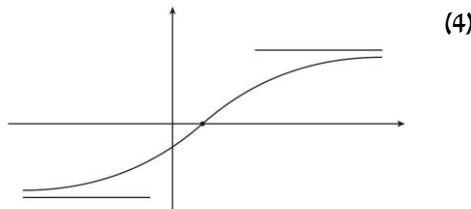
3. א. $\frac{2}{9}$. ב. כן ($\frac{35}{37} > \frac{56}{63}$). ג. 0.1763. ד. 0.44.

4. $R_{ACBM} = 6\frac{2}{3}$, $R_{\Delta ABM} = 5$ (2). 90° , 36.87° , 53.13° (1).

ב. $8\frac{1}{3}$ (2). $BO_2 = MO_2 = 6\frac{2}{3}$, $BO_1 = MO_1 = 5$ (1).

5. א. הוכחה.

ב. (1) $y = -\sqrt{a}$, $y = \sqrt{a}$ (2). (3) עולה לכל x .



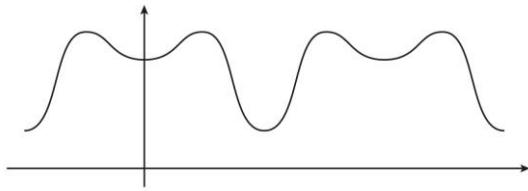
ג. $g(x) = 3f(x)$, $g(x) = -f(x)$. ד. 2.

6. א. הוכחה.

ב. לא ($\cos x \geq -1$, $2 + \sin^2 x \geq 2$ וכן סכום נדול מ-1 או שווה לו ולכן לא יכול להיות שווה 0).

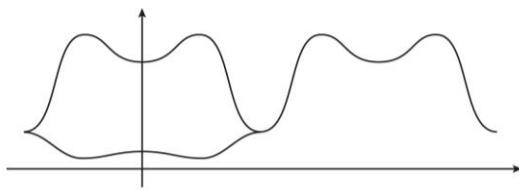
ג. (1) כנ"ז ($\sin^2 x$ ו- $\cos x$ הן פונקציות זוגיות). (2) הוכחה.
(3) מינימום, ($\frac{\pi}{3}, 3\frac{1}{4}$) מקסימום, ($0, 3$) מינימום.

(4)



ד. (1) כל x .

(2)



. 6 - 3 $\sqrt{2}$. ב. א. $\frac{6x}{6-x}$. 8



הרשםו לאתר מייגבע וקבעו

ם פתרונות וידעו לשאלות מבחינות הבגרות
ונם מאגר של אלפי פתרונות וידעו נוספים
למנון שאלות לפי נושאים.



מבחון בגרות מס' 30

קייז תשע"ח, 2018, מועד ב

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

הмарחק מביתה של רננה עד בית הספר הוא 500 מטרים.

רננה יצא מהביתה אל בית הספר ולהלכה בmphירות קבועה.

3 דקות לאחר שייצא מהביתה, יצא אביה בעקבותיה כדי להביא

לה כרייך ששכחה. הוא רץ mphירות קבועה של 2.5 מטרים לשנייה.

1.



סракן אותו
לצפייה בפתרון

כאשר הגיע האב לרננה הם עמדו ושותחו במשך 2 דקות והוא נתן לה את

הcareיך, ולאחר מכן הלך כל אחד מהם לדרךו – רננה לבית הספר והאב

בחזרה אל הבית. רננה המשיכה ללכת באותו mphירות שהלכה לפני כן,

והאב הלך mphירות של 1.5 מטרים לשנייה.

אביה של רננה הגיע אל הבית בדיקוק באותו הזמן שהגיעה רננה אל בית

הספר.

א. חשב את mphירות ההליכה של רננה.

ב. כמה זמן עבר מרגע שרננה יצא מהביתה ועד שהגיעה אל בית

הספר?

2.

הסדרה a_n מוגדרת לכל n טبוי על ידי כלל הנסיגה: $a_{n+1} = -\frac{c^{n-2}}{a_n}$

$$\frac{1}{c} = -a_1 \text{ . נתון : } c > 0 .$$



סקרו אותו
לצפייה בפתחו

א. הוכח כי האיברים בסדרה a_n הנמצאים במקומות הזוגיים

מהווים סדרה הנדסית, וכי האיברים בסדרה a_n הנמצאים

במקומות הזוגיים גם הם סדרה הנדסית.

ב. (1) רשום את 7 האיברים הראשונים בסדרה a_n .

הבע את תשובתך באמצעות c אם יש צורך.

. (2) הבע באמצעות c את סכום 7 האיברים הראשונים בסדרה a_n .

(3) הוכח שלכל n טبוי, הסכום של $1-a_n$ האיברים הראשונים

בסדרה a_n אינו תלוי ב- n .

ג. הסדרה b_n מוגדרת באופן הזה: $b_n = -\frac{2}{a_n \cdot a_{n+1}}$

(1) הראה כי b_n היא סדרה הנדסית.

(2) מהו תחום הערכים של c שבעבורם b_n היא סדרה יורדת?

(3) נתון שהסדרה האין-סופית b_n היא סדרה יורדת.

הבע באמצעות c את סכומה.

3.

במבחן רב-ברירה ("אמריקני") יש 5 שאלות.

כל שאלה מוצגות 4 תשובות, אך רק אחת מהן נכונה.

התלמידים צריכים לסמן תשובה אחת מבין 4 התשובות המוצגות.

תלמיד שמסמן את התשובה הנכונה על השאלה מקבל 20 נקודות

לשאלת זו.

תלמיד שמסמן תשובה לא נכונה על השאלה אינו מקבל נקודות לשאלת.

כדי לעبور את המבחן יש לצבור לפחות לפחות 60 נקודות סך הכל.

א. על 2 מן השאלות ידע שחר בזדאות לענות את התשובות הנכונות,

ויסמן אותן.

בשאר השאלות הוא סימן באקראי תשובה אחת בכל שאלה.

(1) מהי ההסתברות ששחר יצבור במבחן בדיק 60 נקודות?

(2) מהי ההסתברות ששחר יעבור את המבחן?



ב. על 2 מן השאלות ידע דניאל בודאות לענות את התשובות הנכונות, וסימן אותן.

בכל אחת משלוש השאלות האחרות ידע דניאל בודאות שתשובה אחת, מבין 4 התשובות המוצגות, אינה נכונה, ולכן סימן באקראי אחת מן התשובות האחרות בכל שאלה.

מהי הסתברות שדניאל יצבור ב מבחון בדיק 60 נקודות?

ג. על 3 מן השאלות ידעה הדס בודאות לענות את התשובות הנכונות, וסימנה אותן.

בכל אחת משתי השאלות האחרות היא ידעה בודאות ש- k מבין 4 התשובות המוצגות אינו נכון, וסימנה באקראי אחתמן התשובות האחרות בכל שאלה.

ידעו שהסתברות שהדס תצבור בדיק 60 נקודות ב מבחון שווה להסתברות שהיא תצבור 100 נקודות ב מבחון. מצא את k. נמק.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחד מבין השאלות 4-5.

4

. (AB = BC).

וקווים CL AK החותכים זה את זה בנקודה D.

נתון : $AK \perp CL$.

א. הוכח : $BD = AC$.

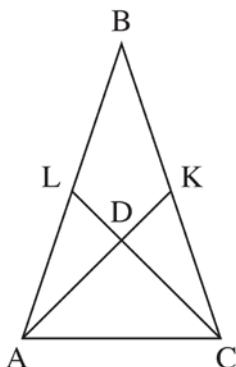
ב. חשב את היחס $\frac{S_{BLDK}}{S_{\Delta ABC}}$.

ג. M הוא מרכז המעגל החוסם את המרובע ALKC.

(1) הוכח : $\angle AML = 90^\circ$.

(2) מצא את היחס $\frac{AM}{AD}$.

תוכל להשאיר שורש בתשובהך.



►.5



.ABC הוא משולש שווה שוקיים ($AB = AC$).
BD הוא חוצה זווית במשולש ABC.
המשך הקטע BD חותך את המרגל החוסם את המשולש ABC בנקודה E.
גודל הזווית ABC הוא 2β .

א. הביע באמצעות β את $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta ADE}}$, היחס בין שטח המשולש ABC ובין שטח המשולש ADE.
אין צורך לפשט את הביטוי שקיבלת.

נתון: BE שווה באורךו לרדיוס המרגל החוסם את המשולש ABC.

ב. חשב את היחס $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta ADE}}$.

נסמן ב- a את אורך השוק AB.
ג. הביע באמצעות a את רדיוס המרגל החוסם על ידי המשולש ABC.

בתשובותotic השאר שתי ספרות אחורי הנקודה העשרונית.

מה ה欓ע של סומני ה-► ליד כל שאלה?

כל שאלה מחייבת לכם סרטון הסבר מלא באפליקציה או באתר MY.GEVA

- 01 מורידים את אפליקציית MY.GEVA
- 02 סוחרים דרך את הקוד שMOVED עלייה לצד השאלה
(לא יעבור טוב עם סוחרים אחרים)
- 03 צופים בפתרון הידוע לשאלת



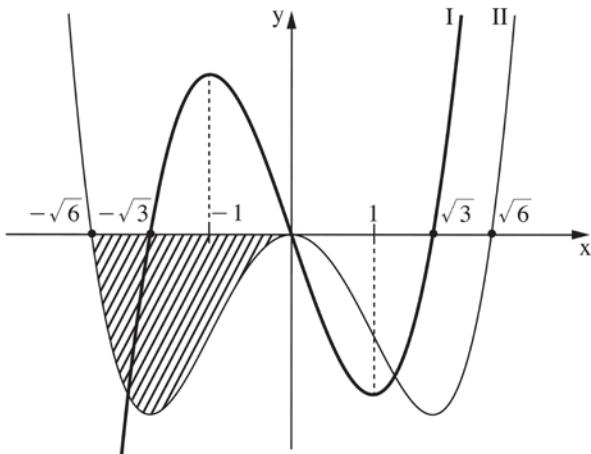
ויתר נח לכם מכך איזו? און טעה!
הכנסו לאתר IL.MY.GEVA.CO

פרק שלישי – חישוב דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינומים, של פונקציות רצינליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

לפניך הגרפים של הפונקציות $(x) f$ ו- $(x) f'$ (פונקציית הנגזרת הראשונה ופונקציית הנגזרת השנייה של הפונקציה $(x) f$) בתחום $-2.5 \leq x \leq 2.5$.
שני הגרפים עוביים בראשית הצירים.

6.



- א. התאם בין הגרפים I ו- II ובין הפונקציות $(x) f$ ו- $(x) f'$. נמק.
 ב. (1) כמה נקודות קיצון פנימיות יש לפונקציה $(x) f$ בתחום המתוואר בגרף? נמק את תשובתך.
 (2) כמה נקודות פיטול יש לפונקציה $(x) f$ בתחום המתוואר בגרף?
 נמק את תשובתך.
 ג. עבור איזה ערך של x בתחום $\sqrt{3} \leq x \leq -\sqrt{3}$ – שיפוע המשיק לגרף פונקציית הנגזרת, $(x) f'$, הוא מינימלי?

נתון: $(x) f$ היא פונקציה אי-זוגית.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $(x) f$.

7



נתונה הפונקציה $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{x}\right)$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

עננה על הסעיפים ב-ה עבור התחומים $x \geq \frac{2}{\pi}$.

ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ג. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ד. לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית.

מצא את משווהת האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$.

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

עננה על סעיף ו עבור התחום $x > 0$.

ו. נסתכל על נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

לפניך 3 טענות (i)-(iii). אחת מהן נכונה. איזו מהן היא הנכונה? נמק.

(i) ככל שמתקרבים ל- $x = 0$, המרחק בין שתי נקודות חיתוך סמוכות

הולך וקטן.

(ii) המרחק בין כל שתי נקודות חיתוך סמוכות נשאר קבוע.

(iii) ככל שמתקרבים ל- $x = 0$, המרחק בין שתי נקודות חיתוך סמוכות

הולך וגדל.

8.



בציר שלפניך מתואר גраф הפונקציה $f(x) = \frac{1}{x^2}$ בתחום $x > 0$

ומלבן שתים מצלעותיו נמצאות על הצירים

והוא נמצא בربיע הראשון.

נתון: שטח המלבן הוא 4.

נסמן ב- a את אורך צלע המלבן שנמצאת

על ציר ה- x . נתון: $a \geq \frac{1}{4}$.

א. הבע באמצעות a את השטח המוגבל

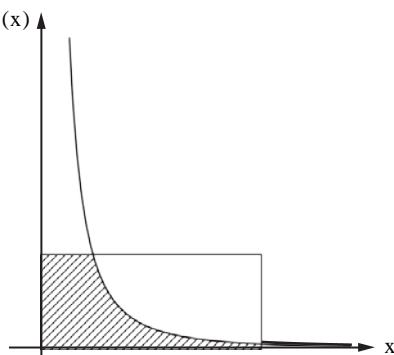
על ידי הצירים, על ידי צלעות

המלבן ועל ידי גраф הפונקציה $f(x)$

(השטח המוקווקו בציור).

ב. עבור أيזה ערך של a השטח שמצוות

בסעיף א הוא מקסימלי?



תשובות ל מבחון בגרות מס' 30 – קיץ תשע"ח, 2018, מועד ב:

1. א. 1 מטר לשניה. ב. 620 שניות ($\frac{1}{3} 10$ דקות).

2. א. הוכחה.

$$\cdot a_1 = -\frac{1}{c}, a_2 = 1, a_3 = -1, a_4 = c, a_5 = -c, a_6 = c^2, a_7 = -c^2 \quad (1) \text{ ב.}$$

$$\cdot S_7 = -\frac{1}{c} \quad (2) \text{ הוכחה.}$$

$$\cdot S = \frac{2c^2}{c-1} \quad (3) \cdot c > 1 \quad (2) \text{ ג. (1) הוכחה.}$$

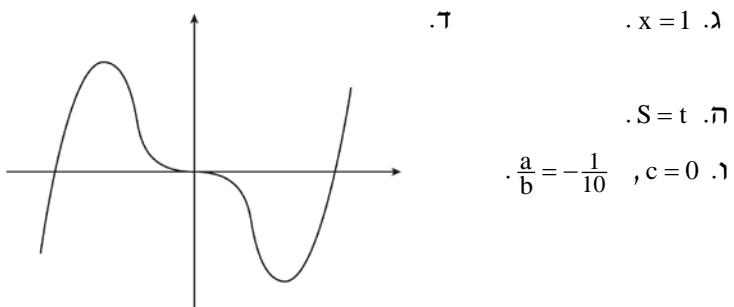
$$\cdot k = 2 \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{37}{64} \cdot \frac{27}{64} \quad (1) \text{ א. 3}$$

$$\cdot \frac{AM}{AD} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}} = 0.79 \quad (2) \text{ ג. (1) הוכחה.} \cdot \frac{S_{BLDK}}{S_{ABC}} = \frac{1}{3}$$

. $r = 0.165a$.ג . 20.99 ב . $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta ADE}} = \frac{\sin 2\beta \sin 4\beta \sin 3\beta}{\sin^3 \beta}$ א .**5**

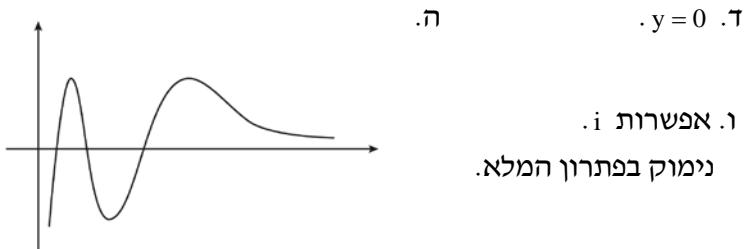
. $f'(x) : II$, $f''(x) : I$ א .**6**

ב . (1) 2 (כמספר נקודות החיתוך של (x') עם ציר x).
ב . (2) 3 (כמספר נקודות החיתוך של (x'') עם ציר x).



. $(\frac{1}{3}, 0)$, $(\frac{1}{2}, 0)$, $(1, 0)$ ב .
א .**7**

ג . (2,1) מקסימום, $(\frac{2}{7}, -1)$ מינימום, $(\frac{2}{5}, 1)$ מקסימום, $(\frac{2}{3}, -1)$ מינימום.



. $a = \frac{1}{4}$ ב . $S = \frac{4\sqrt{a}-1}{a}$ א .**8**



מבחן בגרות מס' 31

חורף תשע"ט, 2019

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1. **קבוצת פועלים, חוטבי עצים מנוסים, תכונה לכ rotor 216 מ"ק עץ במספר ימים מסוימים (ההספק של הפועלים הוא קבוע).**
בשלושת הימים הראשונים עבדו הפועלים על פי ההספק המתוכנן. החל מן היום הרביעי הם הגבירו את קצב העבודה מ-8 מ"ק עץ יותר מן המתוכנן. הם עבדו בפועל يوم אחד פחות מאשר מספר הימים המתוכנן, וכרכטו 232 מ"ק עץ סך הכל.
א. (1) על פי התכנון, כמה מ"ק עץ היו אמורים הפועלים לכ rotor ביום?
(2) כמה ימים עבדו הפועלים בפועל?

- ב. במהלך איזה יום מתחילה העבודה סיימו הפועלים לכ rotor $\frac{2}{3}$ מן הכמות המתוכננת?**
לאחר מכן החזמיד פועל מתלמיד לכל פועל מנוסה בקבוצה, וכך נוצרה קבוצה חדשה ובה 20 פועלים סך הכל (30 מנוסים ו- 10 מתלמידים).
ההספק היומי של הפועלים המנוסים הוא ההספק היומי המתוכנן. כל הפועלים המנוסים עובדים באותו הספק יומי. ההספק היומי של פועל מתלמיד קטן ב- 1 מ"ק מן ההספק היומי של פועל מנוסה. הקבוצה החדשה עבדה 8 ימים.
ג. (1) בטאת את ההספק היומי של פועל מנוסה יחיד ושל פועל מתלמיד יחיד באמצעות זו.
(2) כמה פועלים יש בקבוצה החדשה אם ידוע שהם כרכטו 336 מ"ק עץ סך הכל?



2.



לצפייה בפתרונות

מספר טבאי).

סכום הסדרה גדול פי 43 מן האיבר האמצעי. האיבר האמצעי שונה מ - 0 .

א. (1) הראה כי סכום הסדרה שווה ל- $a_{n+2} \cdot (2n+3)$.

(2) מצא את מספר האיברים בסדרה.

ב. ידוע כי בסדרה הנתונה סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים - זוגיים

גודל ב - 40 מסכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים .

(1) מצא את האיבר האמצעי.

(2) מצא את סכום הסדרה.

נתון כי הפרש הסדרה הנתונה הוא $a_1 - a_0$.

ג. קבע אם הסדרה עולה או יורדת.

מכל איברי הסדרה הנתונה בונים סדרה חדשה על ידי חיבור של כל k איברים סמוכים (k הוא מספר טבעי) באופן הזה :

$(a_1 + a_2 + \dots + a_k), (a_2 + a_3 + \dots + a_{k+1}), (a_3 + a_4 + \dots + a_{k+2}), \dots$

ד. הבע באמצעות k את מספר האיברים בסדרה החדשה.

3.



בבית ספר תיכון ניגשים תלמידי שכבת י"ב לבחינת המתכונות באזירותות ולאחר מכן לבחינת הבגרות באזירותות. נתון : גם בשנת 2017 וגם בשנת 2018 מספר התלמידים שעברו את בחינת המתכונות ונכשלו לבחינת הבגרות היה שווה למספר התלמידים שנכשלו לבחינת המתכונות ועברו את בחינת הבגרות.

א. בשנת 2017 ניגשו 250 תלמידים לבחינת המתכונות ולאחר מכן מכנ לבחינת הבגרות באזירותות. ידוע שם תלמיד עבר את בחינת המתכוונית, ההסתברות שהוא עבר את בחינת הבגרות היא 0.9. שיעורם של הנכשלים לבחינת הבגרות מכל התלמידים שניגשו לבחינות שנה זו היה 20% .

(1) מהו מספר התלמידים שעברו גם את בחינת המתכוונית וגם את בחינת הבגרות?

(2) ידוע שתלמיד מסוים נכשל לבחינת המתכוונית. מהי ההסתברות שאותו תלמיד עבר את בחינת הבגרות?

(3) בוחרים באקראי (עם החזרה) שני תלמידים שנכשלו לבחינת הבגרות. מהי ההסתברות שניהם נכשלו גם בבחינת המתכוונית?

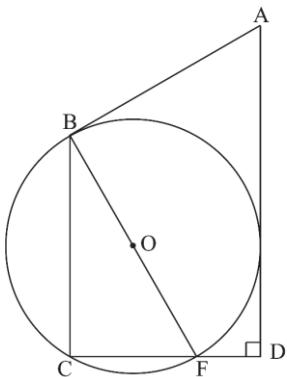
ב. נתון כי בשנת 2018 לא הייתה תלות בין המאורע "עובד את בחינת המתכוונית" לבין המאורע "עובד את בחינת הבגרות", וכי ההסתברות

שתלמיד עבר את בחינת הבגרות בשנה זו היא $a < 1$. הבע באמצעות a את ההסתברות שתלמיד עבר את בחינת המתכוונית ונכשל בבחינת הבגרות בשנה זו.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחד מבין השאלות 4-5.

המשולש BCF חסום במעגל שמרכזו O ורדיוסו R . BF הוא קוטר המעגל. מן הנקודה A יוצאים שני משיקים למעגל - האחד משיק למעגל בנקודה B והאחר חותך את המשך הצלע CF בנקודה D , כמפורט בציור שלפניך.



4.



נתון: $AD \perp CD$

א. הוכח: $\angle BFC = \angle BAD$

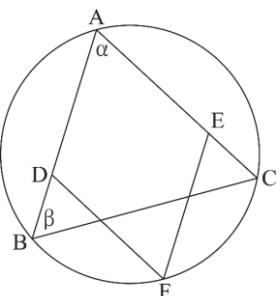
נתון: K היא נקודה על הצלע BC , כך ש- FK חוצה את $\angle BFC$.

$$\text{ב. הוכח: } KC = \frac{CF \cdot BO}{AB}$$

$$\text{ג. הוכח: } KB \cdot AB = 2R^2$$

ד. הסבר מדוע שטח $\triangle BFK$ גדול משטח $\triangle KFC$.

ABC הוא משולש החסום במעגל שרדיוסו R . הנקודות D ו- E נמצאות על הצלעות AB ו- AC בהתאם, והנקודה F נמצאת על הקשת BC כך שהמרובע $ADFE$ הוא מעוין (ראה ציור).



5.



נתון: $\angle ABC = \beta, \angle BAC = \alpha$

א. (1) הבע באמצעות α ו- β את $\angle AFB$.

. (2) הבע באמצעות R , α ו- β את אורך האלכסון AF .

ב. הבע באמצעות R , α ו- β את אורך צלע המעוין.

נתון כי AF הוא קוטר במעגל.

$$\text{ג. הראה כי שטח המעוין הוא } 2R^2 \tan \frac{\alpha}{2}$$

נתון כי רדיוס המעגל החסום במעוין $ADFE$ הוא $\frac{3}{5}R$

ד. חשב את β .

פרק שלישי – חישון דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציניות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6. נתון: הפונקציה $g''(x) = -\frac{18}{x^4} + \frac{18}{(x-4)^4}$

של הפונקציה $g(x)$.



הfonקציות $g''(x), g'(x), g(x)$ מוגדרות באותו תחום.

נתון כי משוואת המשיק לפונקציה $g(x)$ בנקודת הפיתול שלה היא

$$y = \frac{3}{2}x - 3$$

א. (1) מצא את הפונקציה $g(x)$.

(2) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$?

(3) מצא את תחומי העליה ואת תחומי הירידה של הפונקציה $g(x)$.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

$$\text{נגיד}: h(x) = |g(x)|$$

ב. באוטה מערכת צירים שבה סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$,

הוסף בקו מקווקו סקיצה של גרף הפונקציה $h(x)$.

ג. נתון כי $t < a < 2$, $\int_a^2 g(x)dx = t$ הוא פרמטר.

. $\int_a^2 (h(x) - g(x))dx$ את הבן באמצעות t

►.7



נתונה הפונקציה $f(x) = 2\sin x + \cos 2x - 1$ בתחום $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}\pi$

א. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

גרף הפונקציה $f(x)$ הוז שמאלה ב $\frac{\pi}{2}$ כך שהתקבלה פונקציה $g(x)$

המודדרת בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

ב. (1) בטא את הפונקציה $g(x)$ באמצעות הפונקציה $f(x)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

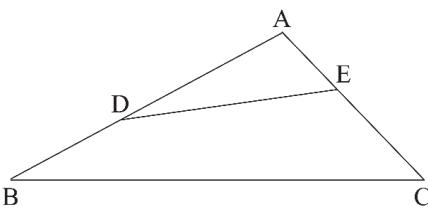
(3) הוכח כי $g(x)$ היא פונקציה זוגית.

לפניך שלושה ביטויים, I - III :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x - \frac{\pi}{2}) dx : \text{III} \quad \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 f(x + \frac{\pi}{2}) dx : \text{II} \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x + \pi) dx : \text{I}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx : \text{I} - \text{III} \text{ שווה ל } 0$$

נמק את תשובהך. אין צורך בחישוב.



במשולש ABC נתו: $AC = 20$, $AB = 30$

$\angle CAB = \alpha$. α הוא קבוע.

הנקודה D נמצאת על הצלע AB והנקודה E נמצאת על הצלע AC (ראי ציור)

נתון: שטח המשולש ADE שנוצר באופן הזהה

הוא רבע משטח המשולש ABC ב- $b - x$.

סמן את אורך הקטע AD ב- x .

א. הבע באמצעות x את אורך הקטע AE.

ב. (1) הבע באמצעות α את האורך המינימלי של הקטע DE.

(2) חסוך מהתת-סעיף ב(1) את הערך של x שבubo היחס $\frac{DE}{BC}$ הוא

מינימלי. הסבר.

►.8



תשובות ל מבחון בגרות מס' 31 – חורף תשע"ט, 2019:

1. א. (1) 24, (2) 8 ימים. ב. במהלך היום השישי.
 ג. (1) $\frac{24}{m}$ הספק יומי של פועל מנוסה, (2) הספק יומי של פועל מתלמיד
 (2) 12 פועלים.

2. א. (1) הוכחה. (2) 43. ב. (1) 40. (2) 1720. ג. עולה. ד. k – 44.

3. א. (1) 180 תלמידים. (2) 0.36. ב. $a^2 - a$.

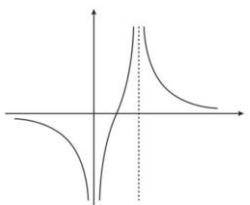
4. א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה.

ד. KC > S_{ΔABFK} כיון של שני המשולשים יש גובה משותף לצלעות KB ו KC

בנוסף לפיה משפט חזקה זוויתית KC < KB

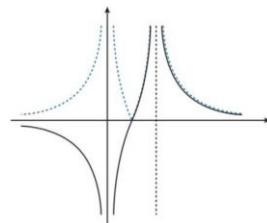
$$53.13^\circ \text{ ג. הוכחה. ד. } \frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{\frac{R \sin(\beta + \frac{\alpha}{2})}{2}} \cdot \text{ ב. } 2R \sin(\beta + \frac{\alpha}{2}) \cdot \beta + \frac{\alpha}{2} \text{ (1). א. } 5$$

$$\text{. } x \neq 0, x \neq 4 \text{ (2). } g(x) = -\frac{3}{x^2} + \frac{3}{(x-4)^2} \text{ (1). א. 6}$$



(3) ירידיה : 0 < x < 4 . עלייה : x < 0, 4 < x .

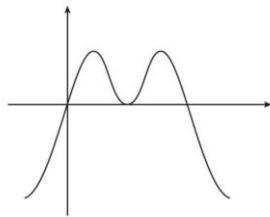
. -2t . ג . ב.



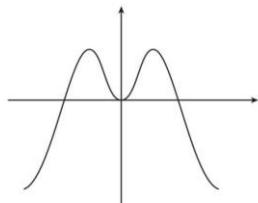
$$\text{. א. 7 : } (0,0), (\frac{\pi}{2}, 0), (\pi, 0)$$

$$\text{. } \min(-\frac{\pi}{2}, -4) \max(\frac{\pi}{6}, \frac{1}{2}) \min(\frac{\pi}{2}, 0) \max(\frac{5\pi}{6}, \frac{1}{2}) \min(\frac{3\pi}{2}, -4) \text{ (2)}$$

(3)



(3) הוכחה.



(2)

ב. $g(x) = f(x + \frac{\pi}{2})$ (1)

ג. גרפ II.

א. $\frac{150}{x}$. ב. $\sqrt{300 - 300 \cos \alpha}$ (1). ג. $\sqrt{150}$ (2)

מורדים את האפליקציה GEVA.MY.



איך
משתמשים
בחומר?

סורקים את הבrcode המופיע ליד כל שאלה



צופים בסרטון ההסבר המלא לשאלה





מבחן בגרות מס' 32

קייז תשע"ט, 2019, מועד א

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1.1 **במאפייה יש שתי מכוניות לייצור עוגות : מכונה I ומכונה II .**

כל אחת מן המכוניות מייצרת עוגות בקצב קבוע משלה.
ביום ראשון זמן העבודה של שתי המכוניות היה שווה.
ביום שני יוצרת מכונה I 80 עוגות יותר מאשר מכונה II .
לכפייה בפתחו מכונה II .

ביום שלישי יוצרת מכונה II את אותו מספר עוגות שייצרה מכונה I ביום ראשון, ומכונה I יוצרת את אותו מספר עוגות שייצרה מכונה II ביום ראשון.

ביום שני היה זמן העבודה של מכונה II ארוך פי $\frac{25}{9}$ מזמן העבודה של

מכונה I באותו יום.

א. חשב כמה עוגות סך הכל ייצרו שתי המכוניות ביום ראשון.

נסמן : T_1 - הזמן הדרוש למכונה I לייצר עוגה אחת,

T_2 - הזמן הדרוש למכונה II לייצר עוגה אחת.

ב. חשב את היחס $\frac{T_1}{T_2}$. נמק.

ג. (1) בפרק זמן מסוים מכונה I יצרה בדיקוק 47 עוגות.

כמה עוגות שלמות יצרה מכונה II בפרק הזמן זה? הסבר.

(2) ידוע שתתי המכוניות עבדו אותו פרק זמן, וכל אחת מהן יצרה מספרשלם של עוגות. האם יתכן שבפרק הזמן הזה שתי המכוניות יחד ייצרו 26 עוגות? נמק.

►.2



לצפייה בפתחון
סракן אוטי

- a_n היא סדרה הנדסית אין-סופית שהמנה שלה היא q . $|q| \neq 1$.
 נתון : $a_3 \cdot a_7 = 1$.
 א. חשב את a₅ (מצא את שתי האפשרויות).
 נתון : $a_5 > a_5$.
 ב. (1) הבא את a₁ באמצעות q .

(2) האם קיים n טבעי שעבורו $a_n = \frac{1}{a_1}$? אם כן - מצא אותו.
 אם לא - נמק.

(3) האם קיים n טבעי שעבורו $a_n = \frac{1}{a_{13}}$? אם כן - מצא אותו.
 אם לא - נמק.

ג. (1) הבע באמצעות q את 7 האיברים הראשונים של הסדרה a_n .

(2) נתון : $a_k \cdot a_{k-1} \cdot a_{k-2} \cdots a_1 = 1$ (k הוא מספר טבעי).
 מצא את הערך של k , וסביר מדוע הוא הערך האפשרי היחיד
 של k .

►.3



גלי ונטע משחקים משחק ובו אפשר לקבוע את מספר הסיבובים. בכל סיבוב אחת מהן זוכה והאחרת מפסידה. המנצח במשחק כולם יהיה זו שתשכח ביותר סיבובים מחברתה.
 אם לשתייהן מספר שווה של זכיות בסיבובים, התוצאה במשחק כולם תהיה תיקו.

נתון : בכל סיבוב הסיכוי של נטע לזכות הוא $\frac{1}{3}$.

א. ביום ראשון שיחקו גלי ונטע 4 סיבובים במשחק.
 (1) מהי הסתברות שנטע נצח במשחק כולם?
 (2) מהי הסתברות לתוצאה תיקו במשחק כולם?

ב. גם ביום שני שיחקו גלי ונטע 4 סיבובים במשחק. הפעם הם החלטו מראש שאם התוצאה במשחק של 4 סיבובים תהיה תיקו - הם ישחקו עוד 3 סיבובים כדי להכריע את תוצאה המשחק, וממי שתזכה ביותר סיבובים, תנצח במשחק כולם.
 מהי הסתברות שנטע נצח במשחק כולם?

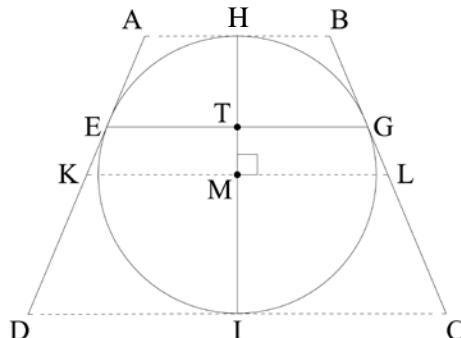
ג. ידוע שנטע ניצחה במשחק כולם בבדיקה אחד משני הימים : ראשון או שני. מהו הסיכוי שהוא ניצחה במשחק כולם ביום שני?

פרק שני – גאומטריה וט्रיגונומטריה במישור

ענה על אחד מבין השאלות 4-5.

. EG הוא מיתר במעגל שמרכזו M ורדיוסו r.
דרך נקודות E ו- G העבירו משיקים למעגל.

דרך מרכז המעגל, M, העבירו ישר המקביל למיתר EG
וחותך את המשיקים בנקודות K ו- L,



כמתואר בציור.
דרך מרכז המעגל, M, העבירו אנך KL אשר חותך את המיתר EG בנקודה T ואת המעגל בנקודות H ו- I, כמתואר בציור.
נסמן : $TG = a$

$$\text{א. (1) הוכח : } TG \cdot ML = MG^2$$

(2) הבע את אורך הקטע KL

באמצעות a ו- r.

דרך הנקודות H ו- I העבירו משיקים למעגל כך שנוצר טרפז שווה שוקיים ABCD שחותם את המעגל, כמתואר בציור.

$$\text{ב. (1) הוכח : } BC = KL$$

(2) הבע את היקף הטרפז ABCD באמצעות a ו- r.

ג. האם היחס בין היקף הטרפז ABCD והיקף המעגל יכול להיות קטן

$$\text{מ- } \frac{4}{\pi} ? \text{ נמק.}$$

. ABCD הוא מעוין שאורך צלעו הוא a
נתון : $\angle BAD = 60^\circ$.

במשולש ABD חסום מעגל
王先生 M.

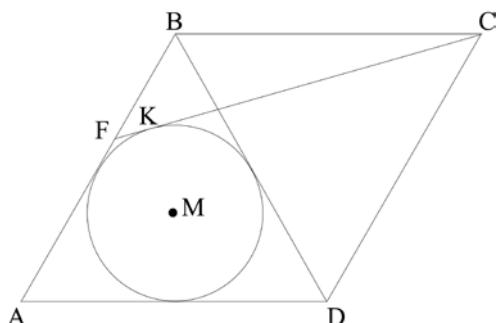
מן הנקודה C העבירו משיק
למעגל שהמשכו חותך את הצלע
AB בנקודה F והוא משיק למעגל
בנקודה K (ראה ציור).

א. הבע באמצעות a את רדיוס
המעגל.

ב. (1) הסבר מדוע הנקודה M
נמצאת על אלכסון המעוין AC.

(2) חשב את גודל הזווית ACF.

ג. הבע באמצעות a את שטח המשולש ACF.



4.



פרק שלישי – חיבור דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינומים, של פונקציות רצינליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

- 6.** נתונה משפחת הפונקציות $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + x - 2}}{2x - a}$.
המקיים $2 < a < -4$.
- ממצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - הסביר מדוע לפונקציה $f(x)$ אין אסימפטוטה מקבילה לציר ה- y .
 - ממצא את מושאות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לציר ה- x .
 - מה הם שיעורי נקודות החיתוך של גраф הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 - ממצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$.
- ב. (1) הביע באמצעות a את שיעורי ה- x שבUberom $f'(x) = 0$ (אם יש כאלה).
- (2) ממצא את הערך של a שבUberom $f'(x) \neq 0$ לכל x בתחום ההגדרה.
- ג. הציב $a = -1$ במשוואת הפונקציה $f(x)$ וענה על הסעיפים ג-ד.
- (1) מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$? (אם יש כאלה)?
- (2) סרטט סקיצה של גраф הפונקציה $f(x)$.

ד. חשב את $\int_{-3}^{4} \frac{1}{f(x)} dx$. תוכל להשאיר שורש בתשובה?



7



נתונה הפונקציה $f(x) = \sin^3 x$ המוגדרת בתחום $\pi \leq x \leq -\pi$
א. (1) קבע אם הפונקציה $f(x)$ היא זוגית או אי-זוגית או לא זוגית
ולא אי-זוגית. נמק.

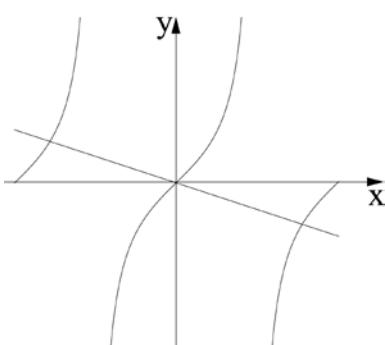
(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם
ציר ה- x בתחום הנתון.

(3) הסבר מדוע הפונקציה $f(x)$ היא אי-שלילית בתחום הנתון.

(4) קבע אם פונקציית הנגזרת, $f'(x)$, היא זוגית או אי-זוגית או
לא זוגית ולא אי-זוגית. נמק.

ב. (1) הראה שישוורי ה- x שבעבורם $f'(x) = 0$ מקיימים

(2) בציור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות



$$g(x) = \tan x \quad \text{և} \quad h(x) = -\frac{1}{3}x$$

בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$

היעזר בצייר,

וקבע כמה נקודות בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$ מקיימות $g(x) = h(x)$.

מתקיים $0 = f'(x)$.

נתון שיעור ה- x של אחת מנקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ הוא
בקירוב. 2.46

עננה על הסעיפים ג-ד בעבר התחום $\pi \leq x \leq -\pi$.

ג. (1) מהם שיעורי ה- x של כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$
בתחום? נמק וקבע את סוגן.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום.

ד. (1) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$, בתחום.

(2) כמה נקודות פיתול לכל היותר יש לפונקציה $f(x)$ בתחום?
נמק.

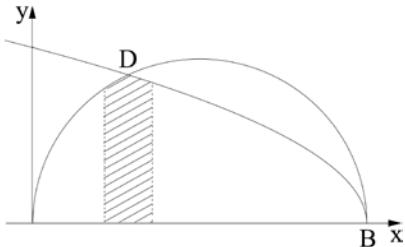
8.



$$f(x) = \sqrt{-x^2 + 7x} \quad \text{and} \quad g(x) = \sqrt{14 - 2x}$$

גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בראשית הצירים ובנקודה B , ואת גרף הפונקציה (x) $g(x)$ הוא חותך בנקודות B ו- D , כמפורט בציור.

- A. (1) מצא את תחומי ההגדרה של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.
 (2) מצא את שיעורי ה- x של הנקודות B ו- D .



a הוא פרמטר המקיים $2 \leq a \leq 1$.
 השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות (x) $f(x)$ ו- $g(x)$,

על ידי האנכים $x = a$ ו- $x = a + 1$,
 ועל ידי ציר ה- x , מסתובב סביב ציר ה- x .

- b. (1) חשב את a שבעבורו נפח גוף הסיבוב המתקבל הוא המקסימלי.
 (2) מצא את a שבעבורו נפח גוף הסיבוב המתקבל הוא המינימלי.
 אם נדרש, השאר בתשובותיך שתי ספרות אחרונות לאחר הנקודה העשורה.

תשובות ל מבחון בגרות מספר 32 – קיז תשע"ט, 2019, מועד א:

1. א. 320 עוגות. ב. (1) 28 עוגות שלמות: (2) לא ניתן.

2. א. $a_5 = 1$ או $a_5 = -1$. ב. $a_1 = \frac{1}{q^4}$ (1) $a_5 = -1$ (3) אין כזה.

ג. $k = 9$ (2) . $\frac{1}{q^4}, \frac{1}{q^3}, \frac{1}{q^2}, \frac{1}{q}, 1, q, q^2$ (1)

3. א. $\frac{137}{211}$. ב. $\frac{137}{729}$. ג. $\frac{8}{27}$ (2) (1) $\frac{1}{9}$

4. א. (1) הוכחה. (2) $KL = \frac{2r^2}{a}$. ב. (1) הוכחה. (2) הוכחה. ג. לא.

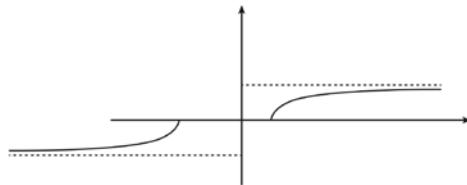
5. א. $R = \frac{a\sqrt{3}}{6}$. ב. (1) הוכחה. (2) $\angle ACF = 14.478^\circ$. ג. $S_{ACF} = 0.267a^2$

. $y = \frac{1}{2}$, $y = -\frac{1}{2}$ (3) (2) הוכחה. . $x \leq -2$, $x \geq 1$ (1). א. 6

. $x > 1$ עבור $f(x) > 0$. $x < -2$ עבור $f(x) < 0$ (5) . $(-2, 0)$, $(1, 0)$ (4)

. ב. $f(x)$ עולה לכל x בתחום ההגדרה. (1). ג. $a = -1$ (2) . $x = \frac{8-a}{2a+2}$ (1)

(2)



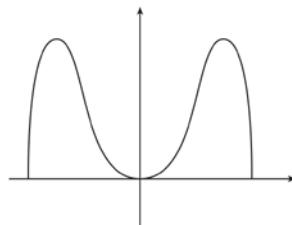
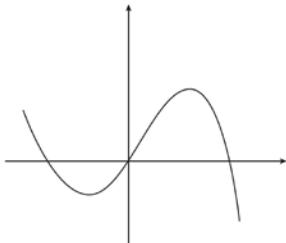
. $6\sqrt{2} - 2\sqrt{10} = 2.16$ ד. יחס'ר

. א. (1) $f(x)$ זוגית. (2) $(-\pi, 0)$, $(0, 0)$, $(\pi, 0)$ (4) (3) הוכחה. (1) $f'(x)$ אי-זוגית.

. ב. (1) הוכחה. (2) שלוש נקודות.

. ג. (1) $\pi = x$ מינימום קצה, $x = 2.46$ מקסimum, $x = 0$ מינימום, $x = -\pi$ מינימום קצה.

. ד. (1) (2)



. ד. (2) נקודות פיתול לפחות.

. $x_B = 7$, $x_D = 2$ (2) . $x \leq 7 : g(x)$, $0 \leq x \leq 7 : f(x)$ (1). א. 8

. ב. $a = 1$ (2) . $a = 1.63$ (1)



מבחון בגרות מס' 33

קייז תשע"ט, 2019, מועד ב'

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1.1



לצפייה בפתחון

בציור שלפניך מתואר מסלול לרכיבה אופניים בצורת משולש שווה

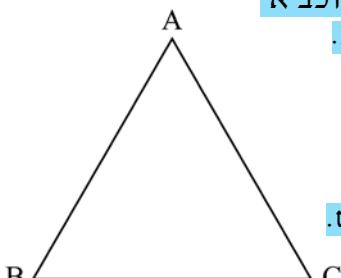
צלעות ABC, שאורך כלעו a מטר.

ביום מסוים יצא שני רוכבי אופניים באותו הזמן מן הנקודה A לכיוון הנקודה B.

הם רכבו באותו הכיוון לאורך המסלול המשולש.

כל אחד מהם רכב במהירות קבועה. מהירותם של רוכב A גדולה ב- 2 מטרים לשנייה מן מהירותם של רוכב B.

כאשר הגיע רוכב A אל הנקודה A לאחר שהשלים פעמיים את המסלול המשולש, הגיע רוכב B אל הנקודה B בפעם השנייה.



A. מצא את מהירותם של כל אחד מרכיבי האופניים.

B. באיזו נקודה על המסלול יהיה רוכב B,

כאשר יגיע רוכב A אל הנקודה A אחרי

שהשלים 5 פעמיים את המסלול המשולש?

כאשר הגיע רוכב A אל הנקודה A אחרי שהשלים 5 פעמיים את המסלול,

הוא הסתובב והחל לרכיב בכיוון הנגדי – מן הנקודה A לכיוון הנקודה

C – בלי לשנות את מהירותו.

רוכב B המשיך לרכיב בכיוון הנסיעה המקורי, בלי לשנות את מהירותו.

רוכבים נפגשו בנקודה M.

ג. מצא על איזו צלע של המשולש נמצאת הנקודה M, ומצא באיזה יחס

הנקודה M מחלקת את הצלע שמצוות.

B למחמת שוב יצאו הרוכבים מן הנקודה A, רכבו לכיוון הנקודה B והמשיכו לרוכב במסלול המשולש, כל אחד מהם רכב באוטה מהירותו 6 שרכב ביום שלפני כן. רוכב A החל עלי פניו רוכב ב בפעם הראשונה 6 דקות אחורי שייצאו לדרך.

D. מצא את היקף המשולש. נמק את תשובה.

2.

נתונה סדרה a_n המקיימת לכל n את הכלל: $a_{n+1} + a_n = 6n + 5$

A. הוכח כי מתקיים $c = a_n + a_{n+2}$ (c הוא מספר קבוע), ומצא את c.

B. כתוב דוגמה לסדרה a_n המקיימת את הכלל, והוא אינה סדרה חשבונית (כתבו לפחות 4 איברים ראשוניים בסדרה).



נתון כי הסדרה a_n כולה היא חשבונית.

G. חשב את a_1 .

בנו סדרה חדשה בת $1+2n$ איברים:

$$a_1 - 1, a_2 - 2, a_3 - 3, \dots, a_{2n+1} - (2n+1)$$

האיבר האמצעי בסדרה החדשה הוא 43.

D. חשב את סכום הסדרה החדשה.



בקופסה יש 12 כדורים כחולים, 20 כדורים אדומים ו- 8 כדורים צהובים. על 28 מן ה כדורים רשומה הספרה 1, ועל השאר רשומה הספרה 0.

א. $\frac{1}{4}$ מן ה כדורים רשומה עליהם הספרה 1 הם צהובים.
מספר ה כדורים האדומים רשומה עליהם הספרה 1 גדול פי 4 מאשר
ה כדורים הכחולים רשומה עליהם הספרה 0.

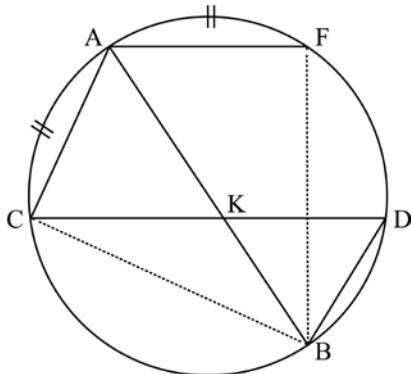
- דני מוציא באקראי כדור מן הקופסה.
א. מה ההסתברות שהכדור שהוציא דני הוא כדור כחול ורשומה עליו הספרה 1?
ב. אם ידוע שדני הוציא באקראי כדור כחול או כדור רשומה עליו הספרה 1, מהי ההסתברות שהוא הוציא כדור רשומה עליו הספרה 0?

- דני החזיר את הכדור לקופסה, וכעת הוא משחקים במשחק: הוא מוציא באקראי כדור מן הקופסה, רושם לעצמו את הספרה שעליו ומוחזיר את הכדור לקופסה.
בכל פעם שהוא מוציא כדור רשומה עליו הספרה 1 הוא צובר נקודה.
הוא יפסיק לשחק כאשר יצBOR 5 נקודות.
ג. מהי ההסתברות שדני יצBOR 5 נקודות אחרי 6 פעמים בדיקות.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחד מבין השאלות 4-5.

4. נתון AB הוא קוטר במעגל. CD ו- AF הם שני מיתרים במעגל המקבילים זה לזה. AB ו- CD נחתכים בנקודה K (ראה ציור).



$$\widehat{CA} = \widehat{AF}$$

(הקששות המסומנות בציור).

א. $\angle FAB = \angle CAB$.

ב. $\angle BKC = \angle BDC$.

ג. נתון גם $BD \cdot AB = CD \cdot AC$.

ד. $\triangle BDC \sim \triangle CAB$

ה. $\angle BDC = \angle CAB$.

ו. CD הוא קוטר במעגל.



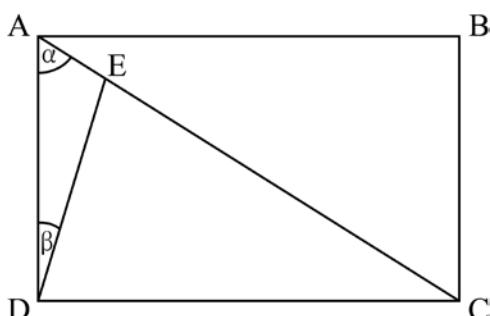
5. נתון מלבן $ABCD$. הנקודה E נמצאת על האלכסון AC (ראה ציור).

$$\widehat{DAC} = \alpha$$

$$\widehat{ADE} = \beta$$

א. רדיוס המעגל החוסם את המלבן R_1 .

ב. רדיוס המעגל החוסם את המשולש ADE R_2 .



א. הביע את היחס $\frac{R_1}{R_2}$

באמצעות α ו- β .

ב. הראה כי כאשר $\alpha = \beta$

$$\frac{R_1}{R_2} < 2$$

ג. נתון כי $\beta = 15^\circ$, $\alpha = 60^\circ$.

ד. הראה כי $\triangle ADE$ הוא משולש שווה שוקיים.

ה. הביע את BE^2 באמצעות R_1 .



פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינומים, של פונקציות רצינליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

נתונה הפונקציה $f(x) = a \cdot \cos 2x + \sin^2 x$ המוגדרת בתחום $\pi \leq x \leq -\pi$.
הו פרמטר.

א. האם הפונקציה $f(x)$ היא זוגית או אי-זוגית או אף לא אחת מהן?
נמק.

►.6



ב. מה הם שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$?
(הבע באמצעות a אם צריך), אם נתון כי הפונקציה אינה קבועה?
קבע את סוגן בהתאם לערך של a (התיחס לשתי האפשרויות
עבור a).

ג. מצא את הערך של a שעבורו הפונקציה $f(x)$ היא קבועה. נמק.

נתון $a > 1$.

ד. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ה. נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי
ציר x שווה ל- 12. מצא את a .

נתון מעגל ובו קוטר AB . רדיוס המעגל הוא 10. הנקודה P נמצאת על
הקו AB בין מרכז המעגל ובין הנקודה B .
דרך הנקודה P מעבירים אנך ל- AB החותך את המעגל בנקודות C ו- D .
מצא את השטח המקסימלי של המשולש ACD .

►.7





נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2 + bx - c}{x^2 - 4}$. ו- a הם פרמטרים.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי הפונקציה $f(x)$ היא זוגית.

ב. מצא את a .

נתון: לגרף הפונקציה $f(x)$ יש שתי נקודות חיתוך עם ציר ה- x בין שתי האסימפטוטות האנכיות שלה.

ג. מצא את תחום הערכים של c .

ד. (1) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה (הבע באמצעות c אם צריך).

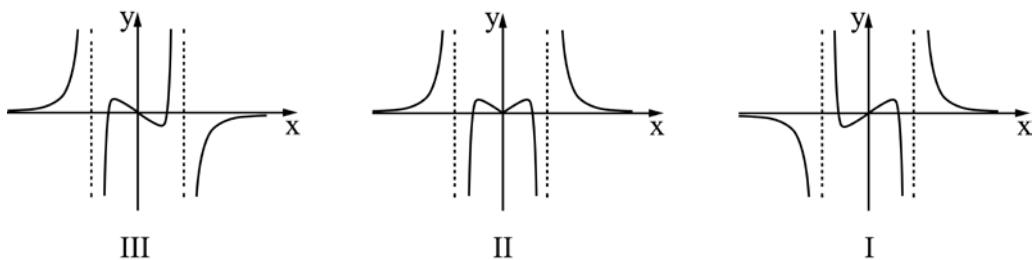
(2) מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$, וسرטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) \cdot f'(x)$ המוגדרת באותו תחום שבו מוגדרות הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$.

לפניך גрафים I – III.

(1) איזה מן הגрафים, I – III, הוא גרף הפונקציה $g(x)$? נמק.

(2) הבע באמצעות c את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי ציר ה- x .



תשובות ל מבחון בגרות מס' 33 – קיץ תשע"ט, 2019, מועד ב':

1. א. מהירות רוכב א': 6 מ'./שניה. מהירות רוכב ב': 4 מ'./שניה.

ב. רוכב ב' יהיה על נקודה B. ג. $\frac{BM}{MC} = \frac{4}{1}$ נמצא בין B ל- C.

ד. $P_{\triangle ABC} = 720$ מ'.

. 1,763 : ז. סכום הסדרה החדשה הוא : $a_1 = 4 \cdot 2 \cdot 0,11,6,17,\dots$ ב. $c = 6 \cdot 2$

$$\therefore 0,252105 \cdot 2 \cdot \frac{3}{31} \cdot \frac{9}{40} \text{ ז. 3}$$

א. (1) הוכחה. (2) הוכחה. ב. הוכחה. ג. (1) הוכחה. (2) הוכחה

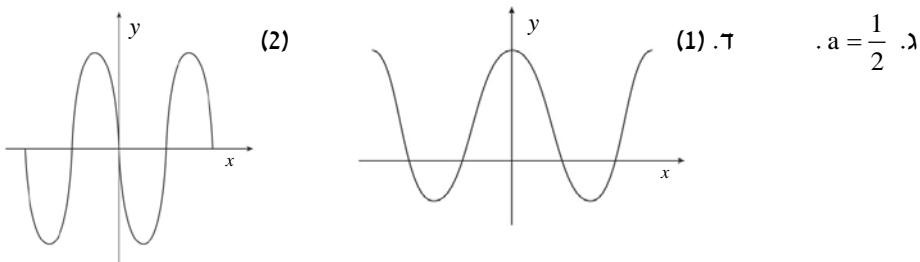
$$\therefore BE^2 = R_1^2(4 - \sqrt{3}) \quad \text{(2) הוכחה. ג. (1) הוכחה. ב. הוכחה.} \quad \text{ז. 5}$$

$$\therefore a < \frac{1}{2} \quad \text{ב. עברו} \quad \text{ב. } f(x) \text{ זוגית. א.} \quad \text{ז. 6}$$

$$\min(-\pi, a), \max(-\frac{\pi}{2}, 1-a), \min(0, a), \max(\frac{\pi}{2}, 1-a), \min(\pi, a)$$

$$\therefore a > \frac{1}{2} \quad \text{מעבר}$$

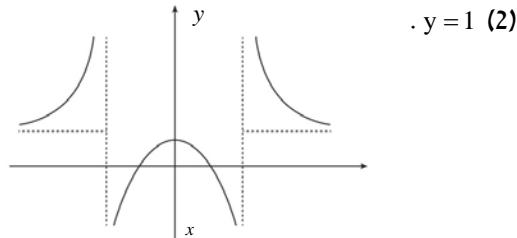
$$\max(-\pi, a), \min(-\frac{\pi}{2}, 1-a), \max(0, a), \min(\frac{\pi}{2}, 1-a), \max(\pi, a)$$



$$\therefore a = 2 \quad \text{ז}$$

$$S_{\triangle ACD} = 75\sqrt{3} \quad \text{ז. 7}$$

$$\therefore \max(0, \frac{c}{4}) \quad \text{(1). ז. } 0 < c < 4 \quad \text{ג. } b = 0 \cdot \text{ב. } x \neq -2, x \neq 2 \quad \text{ז. 8}$$



$$\therefore S = \frac{C^2}{16} \quad \text{(2). III (1). ז}$$



מבחון בגרות מס' 34

חורף תש"ף, 2020

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

- המරחיק בין עיר א' ובין עיר ב' הוא 96 ק"מ. מכונית ומשאית יצאו באותו הזמן מעיר א' ונסעו לכיוון עיר ב'.
בתחילת נסעה המכונית במהירות קבועה של V_1 קמ"ש. לאחר שעבירה 15 ק"מ מן הדרך, היא עצרה בצד הדרך למשך חצי שעה, לצורך תיקון תקלת.
לאחר שתוקנה התקלה, המשיכה המכונית בדרך מהירות קבועה של 90 קמ"ש. המשאית נסעה כל הדרך במהירות קבועה של V_2 קמ"ש.
היא חלפה על פני המכונית 3 דקות לאחר שהמכונית עצרה בצד הדרך. המכונית והמשאית הגיעו לעיר ב' באותו הזמן.
א. מצא את V_1 ואת V_2 .
ב.כמה זמן אחורי שהמכונית והמשאית יצאו לדרך היה המרחק ביןיהן 3 ק"ם? (מצא שניים משלושת המקנים).

1.



סракן אווטי
לצפייה בפתרון

.2



סמן אותו
לצפייה בפתרונות

a_n היא סדרה חשבונית.

ו- k הם מספרים טבעיות $k < p$.

$$\text{נתון: } p = k, a_p = a_k$$

א. (1) הוכיח שהפרש הסדרה a_n הוא -1 .

(2) הביע את a_1 באמצעות k ו- p .

$$\text{הסדרה } a_n \text{ מוגדרת כך: } a_n = p - n$$

נתון כי סכום 6 האיברים הראשונים בסדרה c_n הוא 0.

ב. (1) מצא את a_1 .

(2) מה הם ערכי k ו- p ? מצא את כל האפשרויות.

ג. חשב את הסכום $\left(c_1 - c_2\right)^2 + \left(c_3 - c_4\right)^2 + \dots + \left(c_{99} - c_{100}\right)^2$. נמק.

.3



בקופסה יש 12 כדורים. רובם כחולים והשאר אדומים. הוציאו באקראי כדור מן הקופסה, החזירו אותו לקופסה, ושוב הוציאו באקראי כדור והחזירו אותו.

הסתברות שני ה כדורים שהוציאו היו בצבעים שונים היא $\frac{4}{9}$.

א. מצא כמה כדורים כחולים יש בкопסה.

ב. הוסיפו لكופסה כדורים צהובים.

לאחר ההוספה הוציאו באקראי כדור, החזירו אותו, ושוב הוציאו באקראי כדור והחזירו אותו.

הסתברות שהוציאו שני כדורים בצבעים שונים נשארה $\frac{4}{9}$.

כמה כדורים צהובים הוסיפו لكופסה?

העיבו את כל ה כדורים הצהובים לכלי אחר והשאירו בкопסה רק את ה כדורים הכהולים והאדומים.

ג. הוציאו באקראי מן הקופסה כדור אחרי כדור שוב ושוב (לא החזרה), עד שהוציאו כדור אדום.

מהי הסתברות שמספר ההוצאות היה גדול מ- 3?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחת מבין השאלות 4-5.

►.4

CE ו- AD הם חוצי זוית במשולש ABC, ונקודות החיתוך שלהם היא F.
נתון: $\angle ABC = 60^\circ$.

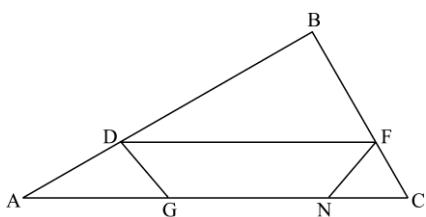


- הוכח כי אפשר לחסום את המרובע BDFE במעגל.
- נתון: FB הוא קוטר במעגל החוסם את המרובע BDFE.
- הוכח שהמשולש ABC הוא משולש שווה צלעות.
- המשך הקטע BF חותך את הצלע AC בנקודה G.
- הוכח כי הקטע FG שווה באורכו לרדיו של המעגל החוסם את המרובע BDFE.
- בנקודה F מעבירים משיק למעגל החוסם את המרובע BDFE המשיק חותך את הצלעות BA ו- BC בנקודות K ו- L בהתאמה.

ד. מצא את היחס $\frac{KL}{AC}$. נמק את תשובה.

►.5

במשולש ABC הנקודות D ו- F נמצאות על הצלעות BA ו- BC בהתאמה כך ש- $DF \parallel AC$.
הנקודות G ו- N נמצאות על הצלע AC כך שהמרובע DFNG הוא טרפז שווה שוקיים, כמתואר בציור.
נסמן: $\angle FNC = \alpha$, $\angle BAC = \beta$.



- נתון: $\angle FCN = 2\alpha$, $FC = 4$, $AD = 7$.
א. (1) הראה כי: $\frac{FN}{\sin \alpha} = \frac{AD}{\sin \beta}$
(2) חשב את α .
- נתון: שטח המשולש BDF הוא 56.
ב. מצא את אורך הקטע DF.
- ג. מהו היחס בין רדיוס המעגל החוסם את המשולש FCN ובין רדיוס המעגל החוסם את המשולש DAG? נמק.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינומים, של פונקציות רצינוליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{6}{2\cos^2 x - 5\cos x - 3}$ בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.
 ענה על הצעיפים א-ג בעבור התחום הנתון.

עננה על הסעיפים א-ג בעברות התחום הנוכחי.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $h(x) = |f(x) + 2|$, שתחום ההגדרה שלה זהה לתחום $f(x)$.
ההגדרה של הפונקציה $f(x)$

ב. (1) סרטט סקיצה של גרפ' הפונקציה $h(x)$.

y = k הוא פרמטר. מצא את כל הערכים של k שבverbos הישר $h(x)$ חותך את גורף הפונקציה בארבע נקודות שונות.

נתונה הפונקציה $g(x) = |f(x)| + 2$, שתחום ההגדרה שלה זהה לתוחם
ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ג. האם לכל x בתחום ההגדרה $h(x) < g(x)$? נמק.



7.



נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{3x}{4x^2 - 1}$. $x \neq \pm \frac{1}{2}$ בתחום הגדרתה הוא

א. (1) מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(2) מצא את תחומי החיויבות והשליליות של הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = \sqrt{\frac{3x}{4x^2 - 1}}$

ב. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$?

(2) מה הן משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $g(x)$ המאונכות לצירים?

נתון כי לפונקציה $g(x)$ יש בדיקות נקודת פיתול אחת. שיעור ה- x של נקודת זו קטן מאפס.

ג. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף הנגזרת, $g'(x)$.

ד. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $h(x) = \frac{\sqrt{3x}}{\sqrt{4x^2 - 1}}$?

נתונה הפונקציה $f(x) = -x^2 + 1$.
t הוא פרמטר. נתון: $0 < t < 1$.

בנוקודה שבה $t = x$ העבירו משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ (ראה ציור).

א. ראה כי מישואת המשיק היא $y = -2tx + t^2 + 1$.

נסמן ב- S את השטח המוקף בציור (השטח המוגבל

על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי המשיק ועל ידי הצירים)

ב. מצא בעבורו איזה ערך של t השטח S הוא מינימלי.

תוכל להשאיר שורש בתשובהך.

נסמן ב- A את השטח המונוקד

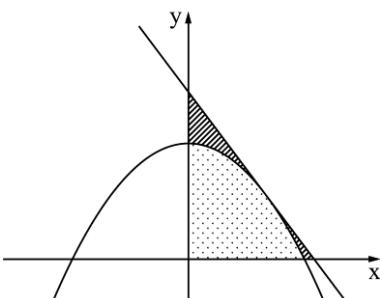
(השטח בריבוע הראשוני המוגבל

על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הצירים).

ג. קבע בעבור כל אחת משתי הטענות שלפניך (ז-ז'')

אם היא נכונה או לא נכונה. נמק את תשובתך.

ז) **קיים ערך של t בעבורו $\frac{A}{S}$ הוא מקסימלי.**



ii) קיימע ערך של $\frac{A}{S}$ שבuboרו הוא מינימלי.

תשובות ל מבחון בגרות מס' 34 – חורף תש"ג, 2020

1. א. $V_1 = 75$ קמ"ש, $V_2 = 60$ קמ"ש. ב. 12 דקות או 18 דקות או 90 דקות.
 2. א. (1) הוכחה. $p=5$, $k=2$ (2). $a_1 = p+k-1$ (2). $a_1 = p+k-1$ (2).
 ב. (1) $a_1 = p+k-1$ (2). $a_1 = p+k-1$ (2).

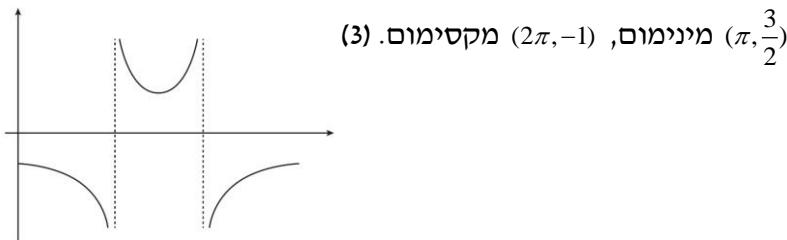
או 200. ג. $p=4$, $k=3$

$$3. \text{ א. } \frac{14}{55} \text{ ג. } 30 \text{ ב. } 8$$

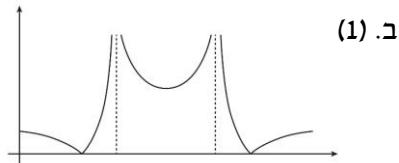
4. א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה. ד. $\frac{2}{3}$

5. א. (1) הוכחה. (2). $DF = 16.51$. ב. $\alpha = 28.995^\circ$ (2)

6. א. (1) מקסימום, $(0, -1)$ (2). $0 \leq x < \frac{2\pi}{3}$, $\frac{2\pi}{3} < x < \frac{4\pi}{3}$, $\frac{4\pi}{3} < x \leq 2\pi$ (1). מינימום, $(-\infty, 0]$ (2). מינימום, $(-\infty, 0]$ (3).



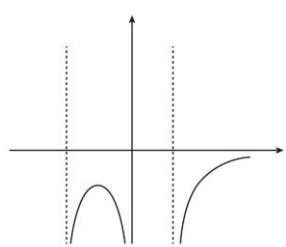
לא. ג. . $0 < k \leq 1$ או $3.5 < k$ (2)



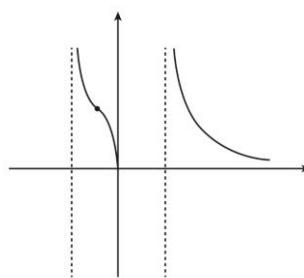
7. א. (1) עליה: אין, ירידה: $x < -\frac{1}{2}$ או $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$ או $x > \frac{1}{2}$

ב. (2) חיוביות: $x < -\frac{1}{2}$ או $0 < x < \frac{1}{2}$, שילילות: $-\frac{1}{2} < x < 0$ או $x > \frac{1}{2}$

ב. (1) $y = 0$, $x = -\frac{1}{2}$, $x = \frac{1}{2}$ (2). $-\frac{1}{2} < x \leq 0$ או $x > \frac{1}{2}$



(2)



ג. (1)

$$\frac{1}{2} < x < \infty$$

8. א. הוכחה. ב. ג. (i) הטענה נכונה. (ii) הטענה לא נכונה. $t = \frac{1}{\sqrt{3}}$

איך משתמשים בחוברת?

הורידים את האפליקציה GEVA.MY.

סורקים את הבקרוד המופיע ליד כל שאלה

צופים בסרטון ההסביר המלא לשאלת



totally different

מבחן בגרות מס' 35

קי"ז תש"ף, מועד א

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

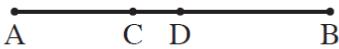
1.1



לצפייה בפתחון

רוייטל מתאמנת ברכיבה על אופניים, וזיהה מתאמת
בחליכה ובריצה. שתיהן יצאו באותו הזמן מן הנקודה A
לכיוון הנקודה B. רוייטל רכבה מהירות קבועה, וזיהה
הליכה מהירות קבועה. רוייטל הגיעו לנקודה B כאשר זיהה
הגיעה לנקודה C, הנמצאת בין הנקודה A לנקודה B

$$\text{כך ש-} \frac{AC}{AB} = \frac{3}{8}$$



A. מהו היחס בין מהירות
החליכה של זיהה ל מהירות
הרכיבה של רוייטל? נמק.

מיד לאחר מכן המשיכה זיהה ללבת מהנקודה C לכיוון
הנקודה B ב מהירות התחלה שלה, ואילו רוייטל חזרה
ברכיבה מהנקודה B לכיוון הנקודה A ב מהירות שבורה ב-
קמ"ש מהירותה התחלה. רוייטל וזיהה נפגשו בנקודה D
הנמצאת בין הנקודה C לנקודה B (ראה איור). נתון:

$$\frac{CD}{DB} = \frac{6}{19}$$

B. חשב את מהירות התחלה של רוייטל, ואת מהירות
התחלה של זיהה.

מיד אחרי שרוייטל וזיהה נפגשו בנקודה D, הן יצאו לכיוון
הנקודה A: רוייטל המשיכה לרכיב באותה מהירות שבה רכבה

לכיוון הנקודה A , ואילו זיווה הגבירה את מהירותה ב- k קמ"ש (A הוא מספר חיובי).

רוייטל הגיע אל הנקודה A לפני שזיווה הספיקה לעבור את מחצית הדרך מ- D ל- A .

ג. מהו תחום הערכים האפשריים לעבור k ? נמק.

a_n היא סדרה הנדסית בעלת n איברים שהמנה שלה היא q .
כל האיברים בסדרה a_n הם מספרים טבעיות.
נתון : סכום 4 –n האיברים הראשונים של הסדרה קטן פי 16 מסכום איברי הסדרה החל באיבר החמישי (כולל) .
א. (1) הבע את סכום איברי הסדרה a_n החל באיבר החמישי (כולל) באמצעות a₅ ו- q .
(2) מצא את מנת הסדרה.

נגדיר סדרה חדשה, b_k , בת 2 –n איברים, שבה מתקיים :
 $b_k = a_k + a_{k+1} + a_{k+2}$ לכל $k \leq n - 2$

ב. (1) הוכח שהסדרה b_k היא סדרה הנדסית.
(2) הוכח כי כל אחד מאיברי הסדרה b_k מתחלק ב-7 ללא שארית.

ג. c_n היא סדרה הנדסית אין-סופית שבה $c_2 = \frac{1}{b_2}$ ו- $c_1 = \frac{1}{b_1}$ סכום הסדרה c_n שווה ל- $\frac{1}{91}$.
חשב את a₁ .





בכד יש 11 כדוּרים הממוספרים בסדר עולה, מ- 1 עד 11. מוצאים באקראי כדור מן הצד ורושמים את המספר על הצדור.

אם המספר שעל הצדור הוא אי-זוגי, מחזירים אותו לצד, ואם הוא זוגי, לא מחזירים אותו.

לאחר מכן שוב מוצאים באקראי כדור מן הצד ורושמים את המספר שעליו.

א. מהי הסתברות שנרשמו שני מספרים שמכפלתם זוגית?

ב. ידוע שהמכפלה של שני המספרים שנרשמו היא זוגית.

מצא את הסתברות שהמספר שעל הצדור הראשון שהוציאו הוא אי-זוגי.

בכד אחר יש מספר זוגי של כדוּרים הממוספרים בסדר עולה (1, 2, 3 ..).

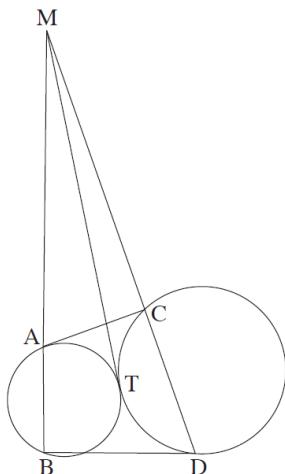
מוצאים באקראי כדור מן הצד ורושמים את המספר על הצדור, מחזירים אותו לצד, ולאחר מכן שוב מוצאים באקראי כדור מן הצד ורושמים את המספר שעליו.

ג. (1) מצא את הסתברות שמכפלת שני המספרים שנרשמו היא זוגית.

(2) מוצאים מן הצד k כדוּרים. בכל פעם שמוצאים כדור, רושמים את המספר שעליו ומחזירים אותו לצד. הבע באמצעות k את הסתברות שמכפלת כל המספרים שנרשמו היא זוגית.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחד מבין השאלות 4-5.



נתונים שני מעגלים, המשיקים זה
לזה מבחוץ בנקודה T .
דרך הנקודה T העבירו משיק
המשותף לשני המעגלים.

מן הנקודה M שעל המשיק העבירו
שני ישרים החותכים את המעגלים
בנקודות A , B , C , D , כמתואר
בציור.

- א.** (1) הוכח: $MA \cdot MB = MC \cdot MD$
- ב.** (2) הוכח כי המרובע $ABDC$ הוא
בר חסימה במעגל

נתון: שטח המשולש MAC שווה
לשטח המרובע $ABDC$.

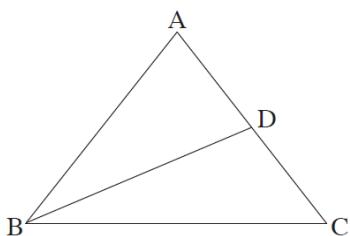
ב. מצא את היחס $\frac{BD}{AC}$

נתון: אלכסוני המרובע $ABDC$ מאונכים זה לזו, AD הוא קוטר
במעגל החוסם את המרובע $ABDC$.

ג. הוכח כי המשולש ABC הוא משולש שווה שוקיים.



. ABC הוא משולש שווה שוקיים שבו $AB = AC = a$ (ראה ציור).



הנקודה M היא מפגש
התיכוןים במשולש ABC.

- . א. הבע את BC באמצעות a .
- . ב. חשב את זוויות המשולש BMC .
- . ג. נתון: $AM = 6$.
חשב את שטח המשולש ABC.

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי וaintגרלי של פולינומים,
של פונקציות רצינליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות
טריגונומטריות**

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\sqrt{(x+1)(x-a)}}{x-2}$ $a > 2$. הוא פרמטר.

►.6



ענה על סעיף א. הבע באמצעות a אם ציריך.

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

(2) מה הם שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$

עם הצירים?

(3) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$

המאונכות לצירים.

נתון : $f(a+2) = -f(2-a)$.

ב. מצא את a .

הצב $5 = a$ וענה על הסעיפים ג-ד.

ג. (1) מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה $f(x)$

(אם יש כאלה).

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$

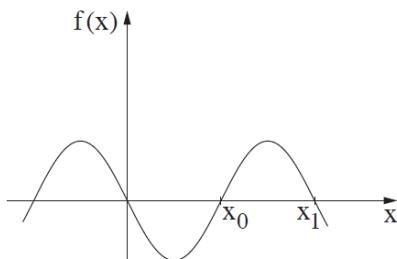
ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x+2)$.

►.7



לפניך חלק מן הגרף של הפונקציה המחזورية $f(x)$.
גרף הפונקציה $f(x)$ עובר בראשית הצירים, וחותך את ציר ה- x גם בנקודות שבהן $x_0 < x = x_1 < 0$, כמפורט בציור.
אחת המשוואות שפנוי (I–IV) מתארת את הפונקציה $f(x)$.

$a \neq 0$ הוא פרמטר.



A. (1) קבע איזו מן המשוואות I–IV היא משווהת הפונקציה $f(x)$. נמק.

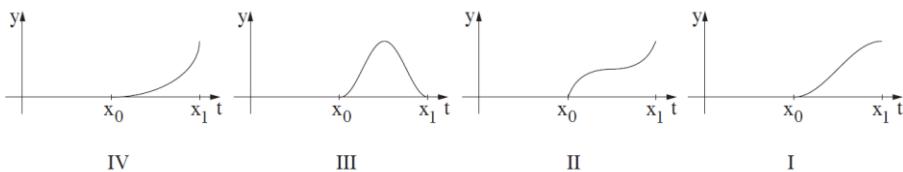
(2) קבע מהו תחום הערכים האפשריים עבור הפרמטר a . נמק.

(3) מה הם הערכים של x_0 ושל x_1 ?

B. הבע באמצעות a את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x בתחום $x_0 \leq x \leq x_1$.

$$\text{נסמן: } S(t) = \int_{x_0}^t f(x)dx$$

ג. לפניך ארבעה גרפים (I–IV). איזה מן הגרפים I–IV מתאר את הפונקציה $S(t)$? נמק.



8.



$$f(x) = \frac{x^4 + 2x^3 - 21x^2 - 22x + 40}{x+2} \quad \text{נתונה הפונקציה}$$

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

(2) האם לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אנכית? נמק.

$$\text{נתונה הפונקציה } g(x) = x^3 - 21x + 20.$$

ב. (1) עבור אילן ערכי x $f(x) = g(x)$? נמק.

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$,

וקבע את סוגן.

נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x הן $(4,0)$,

$(1,0)$ ו- $(-5,0)$.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. $0 > t$ הוא פרמטר. עבור أيיה ערך של t הביטוי $\int_0^t f(x) dx$ מקבל ערך מינימלי? נמק.

מתקיים $\boxed{\text{ט}}$

תשובות ל מבחון בגרות מס' 35 – קיז תש"נ, מועד א

. 1. א. $\frac{3}{8}$. ב. זיווה: 6 קמ''ש, רויטל: 16 קמ''ש. ג. $0 < k < 3.5$

$$S_{n-4} = \frac{a_5(q^{n-4} - 1)}{q - 1} \quad (1) \text{ א. 2}$$

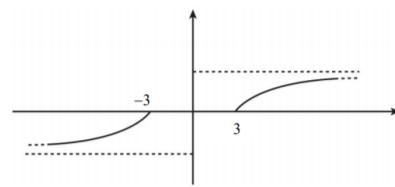
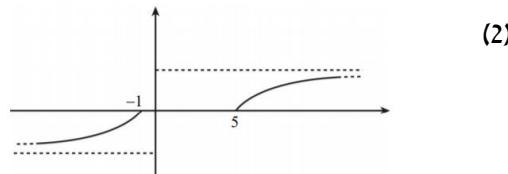
. ב. (1) הוכחה, (2) הוכחה. ג. $q = 2$ (2)

$$1 - \left(\frac{1}{2}\right)^k (2) \cdot 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} (1) \text{ ג. } \cdot \frac{6}{17} \cdot \frac{85}{121} \text{ א. 3}$$

. 4. א. (1) הוכחה, (2) הוכחה. ב. $\sqrt{2}$. ג. הוכחה.

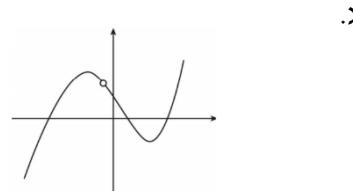
$$\begin{aligned} & .23.28^\circ, 23.28^\circ, 133.44^\circ \text{ ב } \sqrt{1.5} \cdot a = 1.2247a \text{ א } 5 \\ & .62.74 = \frac{81\sqrt{15}}{5} \text{ ג} \end{aligned}$$

. $y = -1$, $y = 1$ (3) . $(a, 0)$, $(-1, 0)$ (2) . $x \leq -1$, $a \leq x$ (1) . א . 6
 ב. עלייה: אין, $x < -1$, $5 < x$: ירידה: אין. ג. $a = 5$



. $x_1 = \pi$, $x_0 = \frac{\pi}{2}$ (3) . $a < 0$ (2) . $y = a \sin 2x$, II (1) . א . 7
 ב. א. גראף I. ג. $-a$

. א. $(\sqrt{7}, -17.04)$ (2) . $x \neq -2$ (1) . ב. (2) לא. ב. $x \neq -2$ (1) . א . 8
 מינימום, $(-\sqrt{7}, 57.04)$ מקסימום.



. t = 4 . ט

totally different
than 8

מבחן בגרות מס' 36

קץ תש"ף, 2020, מועד ב

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

טל ואלון הם ספורטאים המשתתפים בתחרות טרייאטлон.

התחרות מורכבת משלשה מקצים רצופים: המקצה הראשון הוא שחיה, המקצה השני הוא רכיבה על אופניים ואורכו 180 קילומטרים, והמקצה השלישי הוא ריצה ואורכו 42 קילומטרים.

בפתרון השאלה, הנח שמהירות השחיה, מהירות הרכיבה ומהירות הריצה של כל אחד מן הספורטאים, טל ואלון, הן קבועות לאורך כל אחד מן המקצים.

►.1



סракן אותו

לצפייה בפתרון

ריצה	רכיבה על אופניים	שחיה
נתון: טל התחיל את מקצת הריצה בשעה 13:30 ואלון התחיל את מקצת הריצה בשעה 15:00. טל הגיע לקו הסיום של הטרייאטلون חצי שעה לפני אלון. מהירות הריצה של אלון גדולה ב-1 קמ"ש מהירות הריצה של טל.		

א. באיזו שעה סיים אלון את מקצת הריצה?

באוטהו היום התחיל אלון את מקצת השחיה בשעה 00:00 וסיים אותו לפני השעה 10:00.

ב. לפני שני היגדים I-II. קבוע בוגע לכל אחד מהם אם הוא אפשרי או אינו אפשרי.

I. מהירות הרכיבה על אופניים של אלון היא 18 קמ"ש.

II. מהירות הרכיבה על אופניים של אלון היא 25 קמ"ש.

►.2



לצפייה בפתרונות

בסדרה a_n נתון כי לכל n טבעי סכום S_n של האיברים הראשונים של הסדרה הוא $S_n = 2 \cdot 3^n - 2$.

- א. (1) מצא את a_1 ואת האיבר הכללי של הסדרה a_n עבור $n > 1$.
 (2) הראה כי a_n היא סדרה הנדסית, ומצא את המנה שלה.

$$\text{נתונה סדרה } c_n = S_{n+1} - S_n$$

- ב. (1) הראה כי סדרה c_n היא סדרה הנדסית.
 (2) הראה כי לכל k טבעי הסכום של k האיברים הראשונים בסדרה c_n גדול פי 3 מן הסכום של k האיברים הראשונים בסדרה a_n .

יעדי הטיסות של חברת תעופה מסוימת הם היבשות: אירופה, אмерיקה ואסיה בלבד (אין טיסות ללא נוסעים). נתון כי מ בין הנוסעים בחברה, מספר הנוסעים לאמריקה הוא $\frac{3}{5}$ ממספר הנוסעים לאירופה.

►.3



בוחרים באקראי נושא מ בין הנוסעים בחברה. נסמן ב- P את ההסתברות שנושא זה טס לאירופה. בוחרים באקראי 2 נוסעים מ בין הנוסעים בחברה. נתון כי ההסתברות ש-2 הנוסעים שנבחרו אינם טסים אותה היבשת היא 0.62. נתון: $P > 0.4$.

א. מצא את P .

ב. בוחרים באקראי 5 נוסעים מ בין הנוסעים בחברה.

מהי ההסתברות של לפחות 2 מהם נושאים שנבחרו טסים

לאמריקה וגם לפחות 2 מהם אינם טסים לאמריקה?

ג. באוטובוס לנמל התעופה היו 50 נוסעים שטסים בחברה זו.

התפלגות יעדי הטיסה של הנוסעים באוטובוס זהה להתפלגות

יעדי הטיסה של כל הנוסעים בחברה התעופה. בחרו באקראי 2

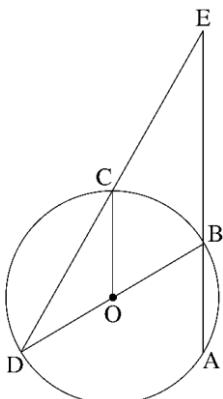
נוסעים מן האוטובוס זה אחריו זה (ללא החזרה), והתברר

ששנייהם טסים אותה היבשת. מהי ההסתברות ש-2 הנוסעים

שנבחרו טסים לאמריקה?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחד מבין השאלות 4-5.



AB הוא מיתר במעגל שמרכזו O. הרדיוס OC מקביל למיתר AB, כמתואר בציור.
BD הוא קוטר במעגל.
הנקודה E היא מפגש היסרים AB ו- DC (ראה ציור).

► .4



. א. הוכח: $\triangle AED \sim \triangle CDO$.

. ב. הוכח כי CO חוצה את הזווית DCA.

$$\text{נתון: } \frac{EB}{BA} = 2$$

. ג. הוכח כי המשולש ABO הוא שווה צלעות.

. ד. נתון: שטח הטרפז COBE הוא 9.

מצא את סכום שטחי המשולשים COD ו- ABO ($S_{\triangle COD} + S_{\triangle ABO}$)

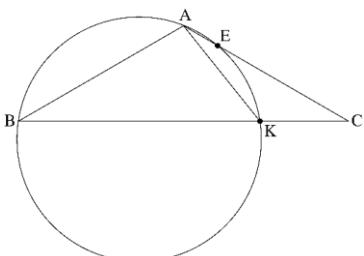
AABC הוא משולש שווה שוקיים ($AB = AC$) שניים מקודקודיו, ו- B, נמצאים על מעגל שרדיוסו r, כמתואר בציור. המעגל חותך את הצלעות AC ו- BC בנקודות E ו- K בהתאמה.

נסמן: $\angle KAC = \beta$, $\angle BAK = \alpha$.

► .5



. א. (1) הראה כי רדיוס המעגל החוסם את המשולש AKC שווה ל- r.



$$\text{. (2) הוכח: } \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{BK}{KC}$$

. ידוע: $\alpha + \beta = 120^\circ$, נתון: $\angle ABK > \beta$.

. ב. הראה כי α היא זווית קחה.

. נתון: $BK = 55$, $AK = 28$

. ג. חשב את α ואת אורך הקטע BC.

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי וaintגרלי של פולינומים,
של פונקציות רצינליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות
טריגונומטריות**

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

► 6



נתונה הפונקציה $f(x) = (x+3)^4(2-x)$ המוגדרת לכל x .
א. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה
 $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$,
וקבע את סוגן.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

$$\text{נתונה הפונקציה } g(x) = \frac{1}{f(x-3)}.$$

ב. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$?
(2) האם הפונקציה $g(x)$ חותכת את הצירים, ואם כן,
באילו נקודות? נמק את תשובהך.
(3) מה הם תחומי העליה והירידה של הפונקציה $g(x)$?
(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ג. (1) הראה כי $\int_{-1}^1 f(x) dx \geq 48$ לכל $-1 \leq x \leq 1$.

$$(2) \text{ הסבר מדוע } \int_2^4 g(x) dx \leq \frac{1}{24}$$

►.7



- נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - a}}{x^2}$. $a \neq 0$ הוא פרמטר.
עננה על סעיף א. אם צריך, הביע את תשובהותיך באמצעות a ,
והבחן בין $0 > a$ ובין $a < 0$.
- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה (x) .
 (2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה (x)
עם הצירים (אם יש כאלה).
 (3) הראה שהפונקציה (x) היא פונקציה זוגית.
 (4) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה
 (x) $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).
 (5) מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה
 $f(x)$.

- ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה (x) f עבור $0 > a$ וסקיצה
של גרף הפונקציה (x) f עבור $0 < a$.
בעבור כל גרף שרטטת כתוב את התחומים המתאים של
הפרמטר a .
ג. מצא בעבור אילו ערכים של הפרמטר a גраф הפונקציה (x)
חותך את הישר $y = 1$ או משיק לו.

►.8



- המשולש ABC חסום במעגל.
נתון: $AC = 2$, $AB = 1$.
נסמן: $\angle BAC = x$.
- א. (1) הראה כי רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC שווה

$$L = \frac{\sqrt{5 - 4 \cos x}}{2 \sin x}$$
- (2) מצא את הערך של x שבעבורו רדיוס המעגל החוסם את
המשולש ABC הוא מינימלי.
- ב. מצא את קוטר המעגל עבור ערך x שמצוות בסעיף א(2).

תשובות למבחן בגרות מס' 36 – קיץ תש"ף, 2020, מועד ב

.1. א. 21:00. ב. (I) אין אפשרות. (II) אפשרי.

$$\cdot q = 3 \quad \cdot a_1 = 4, a_n = \frac{4}{3} \cdot 3^{n-1} \quad (1) \text{ נ } .2$$

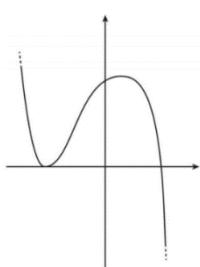
$$\cdot \frac{C_{n+1}}{C_n} = 3 \quad \cdot \text{(1) הוכחה, (2) הוכחה.}$$

$$\cdot \frac{7}{30} \quad \cdot 0.441 \quad \cdot p = 0.5 \quad \cdot \text{א.ג.} .3$$

.4. א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה. ד.

.5. א. (1) הוכחה. (2) הוכחה. ב. הוכחה. ג.

$$\cdot \alpha = 100.844^\circ, BC = 73.376$$



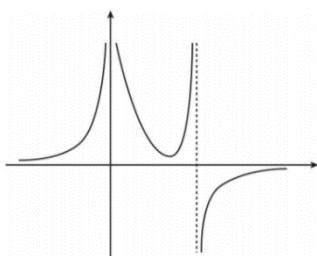
$$\cdot (0, 162), (2, 0), (-3, 0) \quad (1) \text{ נ } .6$$

$$(3) \cdot (-3, 0) \min, (1, 256) \max \quad (2)$$

.6. ב. (1) לא חותכת. (2) לא חותכת.

.7. תחומי עלייה : (3) $0 < x < 4, x < 0, 4 < x < 5, 5 < x$; תחומי ירידה :

(4)



.8. ג. (1) הוכחה. (2) הוכחה.

$$\cdot x \neq 0 : a < 0, x \leq -\sqrt{a}, \sqrt{a} \leq x : 0 < a \quad (1) \text{ נ } .7$$

$$\cdot (3) \text{ הוכחה. אין. } a < 0 : (-\sqrt{a}, 0), (\sqrt{a}, 0) : 0 < a \quad (2)$$

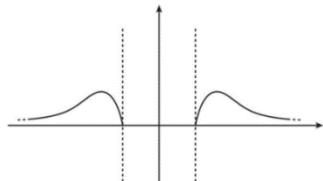
$$\cdot y = 0, x = 0 : \underline{a < 0}, y = 0 : \underline{0 < a} \quad (4)$$

$$x < -\sqrt{2a}, \sqrt{a} < x < \sqrt{2a} : \underline{\text{תחומי עלייה}} \quad (5)$$

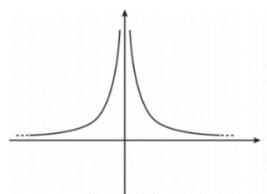
$$-\sqrt{2a} < x < -\sqrt{a}, \sqrt{a} < x < \sqrt{2a}$$

$$, x > 0 : \underline{\text{תחומי ירידה}}$$

$$: \underline{0 < a} \quad \text{ב.}$$



$$: \underline{a < 0}$$



$$, a < 0, 0 < a \leq \frac{1}{4} \quad \text{ג.}$$

.2. ב. $x = 60^\circ$ (2) (1). הוכחה. .8



totally different than 9

מבחון בגרות מס' 37

חורף תשפ"א, 2021, מועד א

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

שני שליחים, אייל וברק, יצאו בשעה 8:00 זה לקראת זה כדי למסור חבילה. אייל יצא מעיר A וברק יצא מעיר B.

לאחר שאיל עבר $\frac{1}{6}$ מן הדרך לכיוון עיר B, הוא גילתה כי

שכח את החבילה בעיר A. הוא חזר לעיר A, אסף את החבילה, וממיד יצא שוב לכיוון עיר B. אייל נסע כל הזמן במהירות קבועה.

ברק נסע גם הוא במהירות קבועה, הגובהה ב- 20% מהירות הנסיעה של אייל. ברק ואיל נפגשו בנקודת הנמצאת 75 ק"מ מעיר A. מצא את אורך הדרך שבין שתי הערים.

אייל וברק נסעו בכבישים בין-עירוניים, שמהירות הנסיעה המותרת בהם היא מ- 50 עד 110 קמ"ש. גם אייל וגם ברק נסעו במהירות מותרת.

ב. (1) האם ייתכן שאיל וברק נפגשו בשעה 40:40 ? נמק.

(2) האם ייתכן שאיל וברק נפגשו בשעה 00:10 ? נמק.

1.



סракן אותו
לצפייה בפתחון



a_n היא סדרה הנדסית אין-סופית שהמנה שלה היא q.

$$\text{נתון: } 0 < q < 1, \quad 0 < a_1$$

b_n היא סדרה הנדסית אין-סופית עולה שהמנה שלה היא r.

$$\text{נתון: } b_1 = a_6$$

$$\text{הסדרה } c_n \text{ מוגדרת כך: } c_n = \frac{a_{n+5}}{b_n}$$

א. הסבר מדוע כל איברי הסדרות a_n ו- b_n, ו- c_n הם

חיוביים.

ב. הוכח כי c_n היא סדרה הנדסית, ומצא את c₁.

ג. (1) הסבר מדוע המנה של c_n גדולה מ- 0 וקטנה מ- 1.

$$\text{. (2) נתון: סכום הסדרה של } c_n \text{ הוא } \frac{6}{5} \text{.}$$

מצא את q ואת r.



3.

ההסתברות שלילד שנולד במשפחה לוי יהיה שיער מתולTEL
היא x . ההסתברות שלילד שנולד במשפחה לוי יהיו עיניים
חומות היא x 2 . ההסתברות שעיניו של ילד שנולד במשפחה
לי יהיו חומות, אם ידוע שערכו מתולTEL, קטנה פי 1.5 מן
ההסתברות שערכו לא יהיה מתולTEL אם ידוע שעיניו
חומות. יונתן הוא אחד הילדים במשפחה לוי.

א. (1) הראה שההסתברות שעיניו של יונתן הן חומות

$$\text{ושערו מתולTEL היא } \frac{1}{2}.$$

(2) מצא את ההסתברות שערכו של יונתן הוא מתולTEL,
אם ידוע שעיניו חומות.

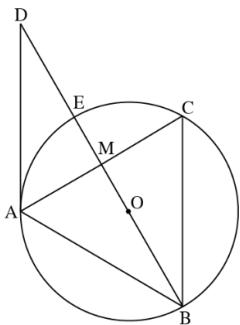
ב. (1) הבעת באמצעות x את ההסתברות שערכו של יונתן
איינו מתולTEL וגם עיניים אינן חומות.

$$(2) \text{נתון : } x = 0.2$$

במשפחה לוי נולדו ארבעה ילדים בבדיקה.

מהי ההסתברות שלפחות שלושה מארבעת הילדים
במשפחה לוי יש שיער מתולTEL ועיניים חומות?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור



הישר AD משיק למעגל בנקודה A .

הנקודה B נמצאת על המעגל כך שהקטע

BD עובר דרך מרכז המעגל, O ,

וחותך את המעגל בנקודה נוספת, E .

הנקודה C נמצאת על המעגל כך ש- $BC \parallel AD$.

הישרים BD ו- AC חותכים זה את זה

בנקודה M (ראה ציור).

א. הוכח: $AB = AC$

נתון: AE חוצה את הזווית MAD .

ב. הוכח: $BM \perp AC$

ג. הוכח כי הקטע AE שווה לרדיוס המעגל.

ד. הוכח כי $ABCD$ הוא מעוין.

4.



.
. $\triangle ABC$ הוא משולש קהה זוויות ($\angle BAC > 90^\circ$).

נתון: $a = AB + AC$ (a הוא פרמטר),

, $AB : AC = 3 : 5$

. $\frac{15\sqrt{3}}{16}a^2$ הוא שטח המשולש ABC

א. (1) חשב את גודל הזווית BAC .

(2) חשב את גודלי הזווית ABC ו- ACB .

5.



במעגל החוסם את משולש ABC אפשר לחסום מחרום

משוכפל שטחו הוא 100.

ב. חשב את a .

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי וrintegral של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רצינליות ושל פונקציות טריוגונומטריות

6.



נתונה הפונקציה $f(x) = 6x(x^3 - 1)^3$, המוגדרת לכל x .
עננה על הסעיפים א-ג. אם נדרש, השאר בתשובותיך שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

- א. (1) מה הם שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים?
- (2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן (אם יש כאלה).
- (3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- (4) בעברו אלו ערכי k הישר $y = k$ מישיק לגרף הפונקציה $f(x)$?

- ב. נתונה המשוואה $m = 6x(x^3 - 1)^3$. m הוא פרמטר. הסתמך על גרף הפונקציה $f(x)$, וקבע בעברו אילו ערכי m למשווהה הנתונה יש בדיק שני פתרונות חיוביים שונים, ובעבר אוילו ערכי m יש לה פיתרון אחד שלילי ואחד חיובי. נמק עת תשובה.
- ג. היעזר בסרטוט וקבע אם קיימים $a > 0$ שבבערו האינטגרל $\int_0^a f(x) dx$ מקבל ערך מינימלי.

אם כן, מהו ערכו של a זה?
נמק את תשובה.

. 7



נתונה הפונקציה $f(x) = 2\sin^2 x - 1$, המוגדרת לכל x .
עננה על הסעיפים א-ג בעבור התחום $\pi \leq x \leq -\pi$.

א. (1) הראה כי הפונקציה $f(x)$ היא פונקציה זוגית.

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גраф
הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$,
וקבע את סוגן.

$$\text{נתונה הפונקציה } g(x) = \frac{\cos 2x(1 - \sin x)}{\sin x - 1}$$

ב. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$?

(2) בעבור אילו ערכים של x $f(x) = g(x)$? נמק.

(3) האם לפונקציה $g(x)$ יש אסימפטוטות אנכיות? נמק.

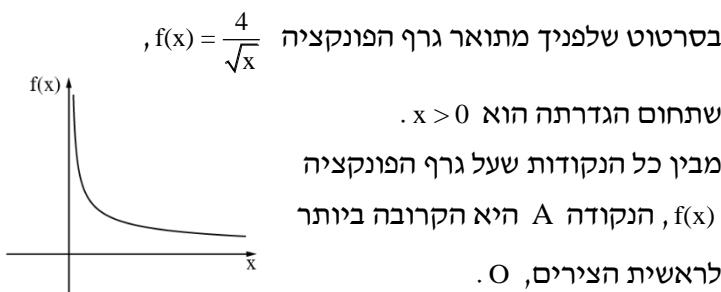
(4) סרטט סקיצה של גраф הפונקציה $g(x)$.

נתונה הפונקציה b $h(x) = -f(x) + b$ (**הוא פרמטר**),

שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של
הפונקציה $f(x)$.

נתון: $\int_{-\pi}^0 h(x) dx = \frac{3\pi}{2}$. **מצא את ערכו של הפרמטר** b .

8.



- . א. מצא את שיעורי הנקודה A .
- ב. (1) אם הישר AO מאונך לישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה A ? נמק.

נתונה הפונקציה $g(x) = -f(-x)$, המוגדרת בתחום $x < 0$
עיה על סעיף ב בעבר $-4 \leq x \leq -1$.

- ב. (1) מ בין כל הנקודות הנמצאות על גраф הפונקציה $g(x)$ בתחום הנתון, מה הם שיעורי הנקודה הקרובה ביותר לראשית הצירים?
- ב. (2) מצא את שיעורי הנקודה הרחוקה ביותר מראשית הצירים, מ בין כל הנקודות הנמצאות על גראף הפונקציה $g(x)$ בתחום הנתון.

תשובות ל מבחון בגרות מס' 37 – חורף תשפ"א, 2021, מועד א:

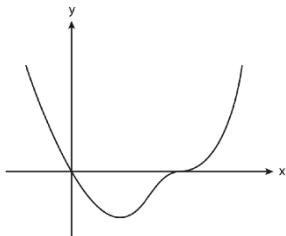
. 1. א. 275 ק"מ ב. (1) לא (2) כן

. r = 2 , q = $\frac{1}{3}$ ג. (1) הוכחה (2) c₁ = 1 א. הוכחה . 2.

. 0.0037 (2) 1 - 2 $\frac{1}{2}$ x (1) ב. $\frac{1}{4}$ א. (1) הוכחה (2) . 3.

. א. הוכחה ב. הוכחה ג. הוכחה ד. הוכחה . 4.

. $\angle ACB = 21.79^\circ$, $\angle ABC = 38.21^\circ$, (2) $\angle BAC = 120^\circ$ (1) . 5.



. a = 3.21 ב. (3) (0.464, -2.03) (2) (1,0) , (0,0) (1) . 6.

. k = -2.03 או k = 0 (4)

. $-2.03 < m < 0$ ב. שני פתרונות חיוביים :

. m > 0 פתרון אחד שלילי ואחד חיובי :

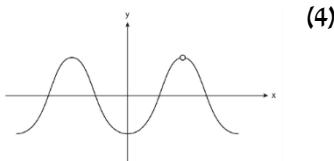
. a = 1 ג.

. (0,-1) , $(-\frac{3}{4}\pi, 0)$, $(-\frac{1}{4}\pi, 0)$, $(\frac{1}{4}\pi, 0)$, $(\frac{3}{4}\pi, 0)$ (2) א. (1) הוכחה . 7.

. (3) (π, -1) מקסימום , $(\frac{1}{2}\pi, 1)$ מינימום .

. $(-\frac{1}{2}\pi, 1)$ מקסימום , $(-\pi, -1)$ מינימום .

. ב. (1) $x \neq \frac{1}{2}\pi$, $-\pi \leq x \leq \pi$ (2) ג. (3) לא .



. b = $1\frac{1}{2}$ ג.

. (-4,-2) (2) (-2,-2 $\sqrt{2}$) (1) ב. (2) כן (2) A (2,2 $\sqrt{2}$) (1) נ. . 8.



מבחן בגרות מספר 38

חורף תשפ"א, 2021, מועד נבחנים

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

יואב ואודי רכבו על אופניים מישוב A לישוב B, באותו הדרך.

יואב יצא מישוב A, וכעבור 3 שעות הגיעו לישוב B.

זמן מה לאחר יציאתו של יואב מישוב A, יצא גם אודי מישוב A והגיע לישוב B רבע שעה לפני יואב.

יואב ואודי נפגשו בדרך לישוב B כעבור שעה וחצי מרגע יציאתו של אודי מישוב A.

מהירות הרכיבה של יואב ומהירות הרכיבה של אודי היו קבועות.

א. מצא כמה זמן עבר מרגע יציאתו של יואב מישוב A ועד רגע יציאתו של אודי מישוב A (מצא את שתי האפשרויות).

ב. נתון: יואב ואודי נפגשו במרחק 12 ק"מ מישוב B.

מהירות הרכיבה של אודי גדולה מ- 20 קמ"ש.

מצא מהי מהירות הרכיבה של יואב ומהי מהירות הרכיבה של אודי.



(סракן אותו
לצפיה בפתחו)

2.



סרקו אותו
לצפיה בפתחון

נתונה סדרה הנדסית אין סופית יורדת : ... , a_1 , a_2 , a_3 , a_4 ,

סכום כל איברי הסדרה בלי האיבר הראשון הוא 4.

מחליפים את הסימנים של כל האיברים הנמצאים במקומות

הזוגיים בסדרה, ומתקבלת סדרה הנדסית חדשה :

$$\dots, -a_4, -a_3, -a_2, -a_1, \dots$$

סכום כל איברי הסדרה החדשה בלי האיבר הראשון הוא 2.4.

א. מצא את האיבר הראשון ואת המנה של הסדרה a_n

(סדרה המקורית).

מן האיברים של הסדרה הנתונה בנו סדרה שלישיית :

$$\frac{a_2}{a_1^2}, \frac{a_3}{a_2^2}, \frac{a_4}{a_3^2}, \dots, \frac{a_{n+1}}{a_n^2}, \dots$$

נסמן את הסדרה השלישיית ב- c_n .

ב. הוכח כי הסדרה c_n היא סדרה הנדסית, מצא את המנה שלה

ואת c_1 .

ג. נתון כי הסכום $c_{k+1} + c_{k+2} + \dots + c_{3k}$

גדל פי 4,096 מסכום 2k האיברים הראשונים בסדרה c_n .

מצא את k.



בחברת תקשורתגדולה נבדקו הרגלי הצפיה של הלקוחות.

נמצא כי מספר הלקוחות שצופים בערוצי מוזיקה גדול פי 1.5

מספר הלקוחות שאינם צופים בהם.

$\frac{2}{3}$ מן הלקוחות שצופים בערוצי ספורט, צופים בערוצי מוזיקה.

40% מן הלקוחות שאינם צופים בערוצי ספורט, צופים בערוצי מוזיקה.

בוחרים באקרים ל Koh מן הלקוחות של החברה.

א. מהי ההסתברות שהלכה שנבחר צופה גם בערוצי ספורט
וגם בערוצי מוזיקה?

ב. נמצא שהלכה שנבחר צופה בערוצי מוזיקה או בערוצי ספורט.

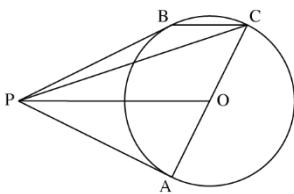
מהי ההסתברות שהוא אינו צופה בערוצי מוזיקה?

ג. מן הלקוחות שאינם צופים בערוצי ספורט,
בחרו באקרים 4 ל Kohot.

מהי ההסתברות שלפחות 2 מהם צופים בערוצי מוזיקה?

פרק שני – גאומטריה וטיריגונומטריה במישור

4.



הנקודות A ו-B נמצאות על מעגל שמרכזו O .



המשיקים למעגל בנקודות A
ו- B נפגשים בנקודה P .

ההמשך של AO חותך את
המעגל בנקודה C (ראה סרטווט).

א. הוכח : $PO \parallel BC$

$$\text{נסמן : } k = \frac{PO}{BC}$$

ב. הבע באמצעות k את היחס בין שטח המשולש PBC ובין שטח המשולש OPC .

ג. נסמן ב- S את שטח המשולש PAO .

הבע באמצעות S ו- k את שטח המרובע PACB .

5.

. (AB || DC) ABCD הוא טרפז חסום במעגל

נתון : (a < b) $CD = b$, $AB = a$:

$$\angle BCD = 60^\circ$$



א. הבע את אורך שוקי הטרפז, BC ו- AD , באמצעות a ו- b .

נתון : a = 6 , אורך האלכסון BD הוא $6\sqrt{7}$.

ב. חשב את b .

ג. (1) R הוא רדיוס המעגל החוסם את הטרפז. מצא את R .

(2) הסבר מדוע אפשר לחסום מעגל בטרפז ABCD

(3) r הוא רדיוס המעגל החוסם בטרפז. מצא את r .

פרק שלישי – חיבור דיפרנציאלי ואנטוגרי של פולינומיים, של פונקציות שורש, של פונקציות רצינליות ושל פונקציות טריגונומטריות.

6.



$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{ax}{\sqrt{x^2 - 16}}, \text{ } a \neq 0 \text{ הוא פרמטר.}$$

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ענה על סעיפים ב-ד בעבור $a > 0$.

ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות

לציריים (אם יש צורך, הביע באמצעות a).

ג. מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאה).

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בעבור $a < 0$.

נתונה הפונקציה $(x) = f(x) \cdot g(x)$ המוגדרת בתחום שבו מוגדרות

הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$. נתון: $a = 1$.

ו. (1) מצא את תחום השילויות של הפונקציה $f(x) \cdot g(x)$.

(2) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, $g(x)$.

הישר $x = 5$, הישר $x = 6$ וציר ה- x .

. 7



$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} - 4$$

עננה על הסעיפים **א-ה** בעבר התחום $-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- (2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות

לציר $h-x$.

ב. הראה כי הפונקציה $f(x)$ היא זוגית.

ג. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונה הפונקציה $g(x) = -f(-x) + b$. b הוא פרמטר.

נתון כי גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לציר $h-x$.

מצא את b .

ו. מצא בתחום $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ את השטח המוגבל על ידי גרף

הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר $h-x$.

.8



$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = 1 - \frac{2}{x+1}.$$

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$, ואת האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. העבירו ישר המקביל לציר ה- x .

הישר חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה A

$$\text{וاث הישר } x = \frac{1}{2}y \text{ בנקודה B.}$$

. t < -1 נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- $-t$. נתון :

מצא את הערך של t שבabboaro האורך של הקטע AB
הוא מינימלי.

תשובות ל מבחון בגרות מס' 38 – חורף תשפ"א, 2021, מועד נבצרים:

$$\text{ב. יואב : } 16 \text{ קמ''ש, אודי : } 24 \text{ קמ''ש. } \quad \text{א. } t = \frac{1}{2} \text{ או } t = \frac{3}{4} \quad .1$$

$$\text{. } k = 6 \quad c_1 = \frac{1}{48}, q_c = 4 \quad \text{ב. } q = \frac{1}{4}, a_1 = 12 \quad .2$$

$$\text{. } \frac{328}{625} = 0.5248 \quad \text{ג. } p = \frac{5}{17} \quad \text{ב. } p = \frac{1}{2} \quad .3$$

$$\text{. } \frac{2k+1}{k} S \quad \text{ג. } \frac{1}{k} \quad \text{ב. } \quad .4$$

$$\text{. } R = 2\sqrt{21} \quad (1) \quad \text{ג. } b = 18 \quad \text{ב. } b-a \quad .5$$

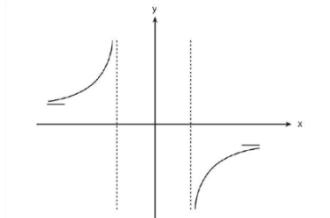
$$\text{. } r = 3\sqrt{3} \quad (3) \quad AB + CD = AD + BC = 24 \quad (2)$$

$$\text{. } x = -4, x = 4 \quad \text{ב. אנכיות : } x < -4 \text{ או } x > 4 \quad .6$$

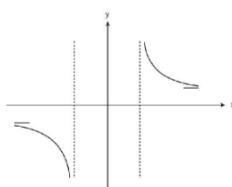
$$\text{. } y = -a, y = a \quad \text{אופקיות :}$$

. ג. עלייה : אין , ירידה : $x < -4$ או $x > 4$

. ה.



. ז.



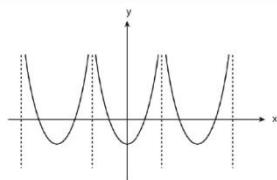
$$\cdot \frac{22}{45} (2) \quad x > 4 \quad (1) \text{ ו}$$

$$\cdot x \neq -\frac{\pi}{2}, x \neq \frac{\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2} \quad (1) \text{ נ} \quad .7$$

$$\cdot x = -\frac{3\pi}{2}, x = -\frac{\pi}{2}, x = \frac{\pi}{2}, x = \frac{3\pi}{2} \quad (2) \text{ נ}$$

. ב. הוכחה ג. $(\pi, -3)$ מינימום , $(0, -3)$ מינימום , $(-\pi, -3)$ מינימום .

. ז.

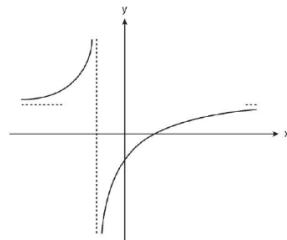


$$\cdot 4.91 \text{ ו} \quad b = -3$$

$$\cdot y = 1, x = -1 : \text{אסימפטוטות} \quad (1) \text{ נ} \quad .8$$

. עלייה : אין או $-1 < x$, ירידה : $x < -1$ (2)

(3)



$$\cdot t = -3 \text{ ב}$$



has no equivalent

מבחון בגרות מס' 39

חורף תשפ"א, 2021, מועד מאוחר

פרק ראשוני – אלגברה והסתברות

יואב ודני יצאו באותו הזמן לרכוב על אופניים.

הם רכבו במסלול ישר שהחל בנקודה A והסתיים בנקודה B. לאורך המסלול רכב כל אחד מהם במהירות קבועה.

יואב הגיעו לנקודה B, וממיד חזר באותו המסלול לנקודה A.

כאשר היה יואב בדרכו חוזרת מ- B ל- A והגיע לאמצע המסלול AB, הגיעו דני לנקודה B.

א. מהו היחס בין מהירות של יואב לבין מהירות של דני? נמק.

40. דקوت לאחר שהתחילה לרכוב, כאשר יואב היה בדרכו חוזרת מ- B ל- A, נפגשו יואב ודני.

ב. הבע את אורך המסלול AB באמצעות מהירות של דני.

30. דקוט לאחר שהתחילה לרכוב, יואב עדיין לא הגיעו לנקודה B,

והמרחק של דני מן הנקודה A היה גדול ב- 5 ק"מ מן המרחק של יואב מן הנקודה B.

ג. מצא את אורך המסלול AB.

ד. כמה זמן עבר מרגע יציאתם של יואב ודני מן הנקודה A עד שהמרחק ביניהם היה 2 ק"מ?

מצא שתיים מבן שלוש האפשרויות.

1. ▶



ורקע אותו
צפייה בפתחון

2.



לצפייה בפתרון
ורקע אוטי

הסדרה a_n היא סדרה המקיימת לכל n טובי את הכלל :

$$3a_{n+2} + 5a_{n+1} - 2a_n = 0$$

. a. מצא את שני הערכים האפשריים למנת הסדרה a_n

נסמן את איבריה של הסדרה המקיימת את הכלל **ולא מתכננת**

ב- b_1, b_2, b_3, \dots

נסמן את איבריה של הסדרה המקיימת את הכלל **ומתכננת**

ב- c_1, c_2, c_3, \dots

ב. הסבר מדוע הסדרה $b_1c_1, b_2c_2, b_3c_3, \dots$ היא סדרה הנדסית מתכננת.

נתון : $b_1c_1 + b_2c_2 + b_3c_3 + \dots = 15$

$$b_1 = c_1 = m$$

ג. מצא את m (רשום את שתי האפשרויות).

עננה על סעיף ד בעבור ה- m הקטן מבין שתי האפשרויות

שמיצאת בסעיף ג.

ד. נתון : $b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_k = 1,705$

. מצא את k

3.



בכד יש כדורים בשלושה צבעים בלבד : אדום, צהוב, כחול.

נתון :

$$\frac{5}{8}$$
 מהסתברות להוציא כדור אדום היא

מספר הcadורים הצהובים גדול פי 3 מאשר�数目

$\frac{4}{5}$ מן הcadורים האדומים שבכד ו- $\frac{8}{9}$ מן הcadורים הצהובים שבכד

מחוספסים, וכל שאר הcadורים שבכד **חלקיים**.

הוציאו באקראי כדור מן הcad והחזירו אותו לכך. את הפעולה
הזאת (הוצאתה באקראי והחזרה) עשו 8 פעמים.

א. מהי ההסתברות שבדיווק 3 מן הcadורים שהוציאו הם

מחוספסים?

ענה על סעיף ב בעבור כד שבו 32 כדורים.

ב. הוציאו באקראי בזוז אחר זה 2 כדורים מן הcad
(ללא החזרה).

(1) מהי ההסתברות שני הcadורים שהוציאו היו בצבעים
שוניים?

(2) ידוע שני הcadורים שהוציאו היו בצבעים שונים. מהי
ההסתברות שהcad הראשון הראשון שהוציאו היה בצבע אדום?

ענה על סעיף ג בעבור כד שבו n כדורים.

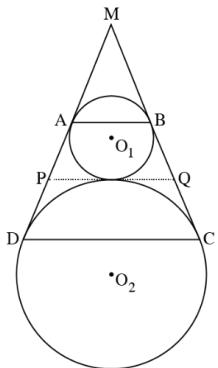
נתון : $50 < n < 100$.

ג. מצא את n (את **שתי** האפשרויות).

► 4.



בציור שלפניך מתוארים שני מעגלים המשיקים זה לזה מבחוץ. מרכזיהם הם הנקודות O_1 ו- O_2 , והרדיוסים שלהם הם R_1 ו- R_2 בהתאם.



מן הנקודה M , הנמצאת מחוץ לשני המעגלים, יוצאים שני ישרים המשיקים למעגל O_1 בנקודות A ו- B , ולמעגל O_2 בנקודות D ו- C , כמתואר בציור. המשיק בנקודה המשותפת לשני המעגלים חותך את הישרים MD ו- MC בנקודות P ו- Q בהתאם.

- הוכח כי המרובע $ABCD$ הוא טרפז שווה שוקיים.
- הוכח כי PQ שווה לשוק הטרפז $ABCD$.
- הוכח כי $\angle O_1QO_2 = 90^\circ$.

נתון : $R_1 = 4$, $R_2 = 9$

ד. מצא את PQ .

5.



בציר שלפניך מתואר משולש חד-זווית ABC

החותם במעגל שהרדיוס שלו R.

המשך למעגל בנקודה C

חותך את המשך הקטע AB בנקודה D.

נתון כי רדיוס המעגל החותם

את המשולש ACD הוא $2R$.

נסמן: $\angle BAC = \alpha$.

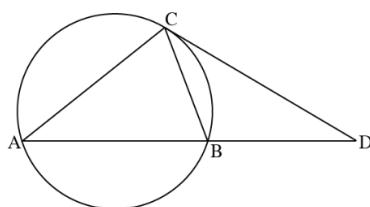
א. הבע את BD באמצעות R ו- α .

$$\text{נתון: } \frac{CD}{BD} = \frac{3}{2}$$

ב. מצא את α .

נתון: שטח המשולש CBD הוא 27.

ג. מצא את R.



פרק שלישי – חישובו דיפרנציאלי ואנטוגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רצינגוליות ושל פונקציות טריוגונומטריות

6.



נתונה הפונקציה $f(x) = \cos^3(x) \cdot \sin(x)$ בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

א. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$,

וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גраф הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = a \cdot f(x) = a \cdot \cos^3(x) \cdot \sin(x)$. $a > 0$ הוא פרמטר.

ג. הבע באמצעות a את משוואת הישר המשיק

לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה שבה $x = 0$.

הישר שמצאת בסעיף ג אינו חותך את גраф הפונקציה $g(x)$ בנקודה נוספת. נתון כי השטח המוגבל על ידי גраф הפונקציה $g(x)$, על ידי הישר שמצאת בסעיף ג ועל ידי הישר

על ידי הישר שמצאת בסעיף ג ועל ידי הישר $x = \frac{\pi}{2}$ שווה ל-

$$\cdot \left(\frac{\pi^2}{2} - 1 \right)$$

ד. מצא את a .

. 7



נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x+a}{\sqrt{x}}$. a הוא פרמטר.

א. מצא את תחומי ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) בעבור אילו ערכים של הפרמטר a אין לפונקציה נקודות קיצון? נמק.

(2) במקרים שיש לפונקציה $f(x)$ נקודות קיצון, הבע באמצעות

a את שיעוריה וקבע את סוגה.

ג. סרטט בפרט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ לכל אחד מן

התחומים i-iii של הפרמטר a שלפניך :

$$a > 0 \quad \text{i}$$

$$a < 0 \quad \text{ii}$$

$$a = 0 \quad \text{iii}$$

נתונה הפונקציה $b - g(x) = f(x)$. b הוא פרמטר.

נתון כי גרף הפונקציה $g(x)$ חותך את ציר ה- x בשתי נקודות.

ד. (1) מצא את התחום של הפרמטר a . נמק.

(2) הבע את התחום של הפרמטר b באמצעות a . נמק.

8.



נתונה הפונקציה $f(x) = x \cdot \sqrt{a - x^2}$. $a > 0$ הוא פרמטר.

- א. (1) הבע באמצעות a את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- (2) הוכיח שהפונקציה $f(x)$ היא אי-זוגית.
- (3) בסרטוט שלפניך מתואר חלק מגраф הפונקציה $f(x)$. העתק את הסרטוט למחברתך והשלם אותו כך שיתאר את גראף הפונקציה $f(x)$ כולם.

דרך הנקודה A הנמצאת על גראף הפונקציה $f(x)$ בربיע הראשון מעבירים אנך לציר ה- x . האנך חותך את ציר ה- x בנקודה B. ישר העובר דרך נקודה A ודרך ראשית הצירים, O, חותך את גראף הפונקציה $f(x)$ בנקודה נוספת, C. דרך הנקודה C מעבירים אנך לציר ה- x . האנך חותך את ציר ה- x בנקודה D.

נתון: הסכום המקסימלי של שטחי המשולשים AOB ו-COD

$$\text{הוא } 4\sqrt{2}.$$

ב. מצא את a .

תשובות למבחן בגרות מס' 39 – חורף תשפ"א, 2021, מועד מאוחר:

1. א. $\frac{5}{6}$ ב. 1.5 ג. 10 ק"מ ד. 20 דקות, 36 דקות, 44 דקות.

2. א. $k = 10$ ב. $m = -5$ ג. $m = 5$ או $q = -2$ ד. $q = \frac{1}{3}$

3. א. $n = 96$ ב. $n = 64$ ג. $\frac{40}{89}$ (2) ד. $\frac{267}{496}$ (1) או $\frac{189}{8,192}$

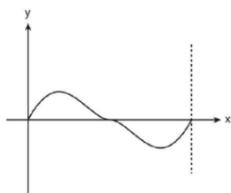
4. א. הוכחה ב. הוכחה ג. הוכחה ד. $PQ = 12$.

. 5. 6.96° ג. $\alpha = 36.34^\circ$ ב. $2R \sin \alpha \sqrt{5 - 4 \cos \alpha}$ א. 5

6. א. מינימום, ($\frac{\pi}{6}, \frac{3\sqrt{3}}{16}$) מקסIMUM, ($0, 0$) מינימום, ($\pi, 0$) מקסIMUM.

. ב. ($\frac{5\pi}{6}, -\frac{3\sqrt{3}}{16}$) מקסIMUM.

. ב.

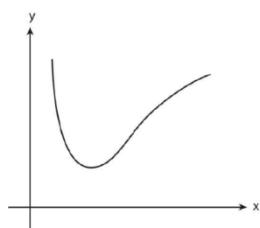
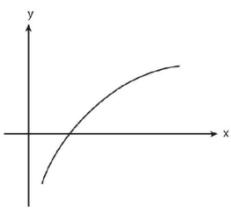


. a = 4. ט. y = ax א. 6

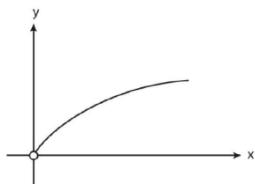
. ב. (1). ב. a ≤ 0 (2). ב. y = a(x - 2)^(1/2) א. 7

II

I. א.



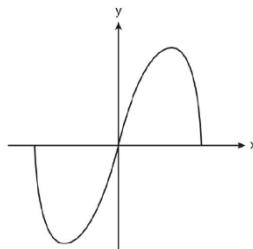
III



. b < 2√a (2). ט. a < 0 (1). ב.

. א. $x \leq -\sqrt{a}$ (1) והוכחה . ב. $x \leq \sqrt{a}$ (2) הוכחה .

|(3)



. ב. $a = 6$.

מה הקטע של סימנו ה- ליד כל שאלה?

לכל שאלה מחייבת לכם סריטון הסבר
מלא באפליקציה או באתר MY.GEVA

-
- 01 מורידים את אפליקציית MY.GEVA
 - 02 סוחרים דרך את הקוד ש הופיע | ליד השאלה (לא יעבוד טוב עם סוחרים אחרים) |
 - 03 צופים בפתרון הויידאו לשאלה



יותר נח לכם מסך גודל? אוון טעה!
הכנסו לאתר IL.MY.GEVA.CO



10

מבחון בגרות מס' 40

קי"ץ תשפ"א, 2021, מועד א

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

1.



לורקו אותו,
לצפייה בטלפון

בבית מלון יש שתי מעליות, מעלית א ומעלית ב. שתי המעליות התחילה לעלות מקומת הקרקע (גובה 0) באותו מעלית א עזרה בדרכה עיצרת ביןיהם שנמשכה 14 שניות, ולאחר מכן המשיכה לעלות עד שהגיעה לקומת שగובה 33 מטרים. מעלית ב עזרה בדרכה עיצרת ביןיהם שנמשכה 7 שניות, ולאחר מכן המשיכה לעלות עד שהגיעה לקומת שגובה 81 מטרים. מעלית א הגיעה לקומת שגובה 33 מטרים בבדיקה באותו זמן שבו הגיעה מעלית ב לקומת שגובה 81 מטרים.

לאחר מכן התחילה שתי המעליות לרדת בבדיקה באותו זמן. מעלית א ירדה 15 מטרים, ובדרךה עזרה עיצרת ביןיהם, שנמשכה 9 שניות. בזמן ירידתה מעלית א, ירדה מעלית ב 63 מטרים בקצב קבוע, ללא עיצרות ביןיהם. ידוע כי מהירות של כל אחת מן המעליות בעלייה שווה למהירות של כל אחת מהן בירידה. כמו כן ידוע כי המעליות נעות במהירות קבועות. א. חשב את מהירות של כל אחת משתי המעליות.

מעלית א הייתה בקומת הקרקע של בית המלון, ואילו מעלית ב הייתה בקומת הנמצאת מעל קומת שגובה 42 מטרים. שתי המעליות התחילה לנוע באותו זמן לכיוון הקומת שגובה 42 מטרים. מעלית א עלה לקומת זו מוקומת הקרקע ללא עיצרות ביןיהם. מעלית ב ירדה לקומת זו מוקומת שבת היא הייתה ובדרכה עזרה עיצרת ביןיהם אחת, שנמשכה 6 שניות. שתי המעליות הגיעו לקומת שגובה 42 מטרים בבדיקה באותו זמן.

ב. האם מעלית ב הייתה בקומת העליונה של בית המלון כאשר היא התחילה לרדת? נמק את תשובתך.

. 2



לרכז אווי, צפייה בפתרונות

נתונה סדרה a_n שסכום m האיברים הראשונים שלה,

לכל $n \in \mathbb{N}$ טבעי, הוא :

$$S_n = k \cdot n^2 - p \cdot n, \quad p > 0, \quad k > 0 \quad \text{הם פרמטרים.}$$

א. (1) הבע את האיבר הכללי של הסדרה באמצעות p, k ו- n .

בעבור $n \geq 2$.

(2) הנוסחה שמצוות בתת-סעיף א(1) נכונה בעבור כל $n \in \mathbb{N}$ טבעי.

הסביר מדוע.

(3) הוכיח כי הסדרה היא סדרה חשבונית והבע את d , ההפרש

של הסדרה, באמצעות k .

נתונות שתי סדרות הנדסיות b_n ו- c_n . מנת הסדרה b_n שווה

$-d$ (הפרש הסדרה החשבונית a_n). הסדרה c_n היא סדרה

$$\frac{2}{d} \text{ הנדסית אינסופית שהמנה שלה שווה ל-} -$$

$$\text{נתון : } p = 4.5, \quad k = 1.5, \quad a_1 = b_1 = c_1$$

ב. הסביר מדוע c_n היא סדרה מתכננת.

נתון כי היחס בין סכום m האיברים הראשונים של הסדרה b_n

$$\text{ובין סכום כל אברי הסדרה האינסופית } c_n \text{ הוא } 40\frac{1}{3}.$$

ג. חשב את m .

ד. האם הסדרה c_n היא סדרה עולה, סדרה יורדת או סדרה לא

ולא יורדת? נמק את תשובה.

3. ►



בבית ספר תיכון גדול מאוד, מספר התלמידים גדול פי 9 ממספר המורים. בבית הספר נערכ סקר שהשתתפו בו כל המורים והתלמידים בבית הספר, והם בלבד.

המשתתפים בסקר נשאלו אם הם נבדקו לגילוי קורונה. נמצא כי 80% מן המורים בבית הספר נבדקו לגילוי קורונה.

כמו כן נמצא כי $\frac{13}{15}$ מכל המשתתפים בסקר (מורים ותלמידים),

שנבדקו לגילוי קורונה, היו תלמידים.

א. מהי הנסיבות שמיין כלל המשתתפים בסקר יבחר באקראי תלמיד שלא נבדק לגילוי קורונה?

בחרו באקראי בזזה אחר זה 5 משתתפים מבין כלל המשתתפי הסקר.

ב. מהי הנסיבות שלפחות 4 מהם נבדקו לגילוי קורונה?

ג. ידוע כי מבין החמשה שנבחרו, לפחות משתתף אחד נבדק לגילוי קורונה. מהי הנסיבות שלפחות 4 מן המשתתפים שנבחרו נבדק לגילוי קורונה?

ד. ידוע כי מבין החמשה שנבחרו, בדיק 2 נבדק לגילוי קורונה. מהי הנסיבות שהאחרון שנבחר נבדק לגילוי קורונה?

פרק שני – גאומטריה וטרייגונומטריה במישור

4.



שני מעגלים משיקים זה לזה בנקודה A (ראה סרטו).
הנקודה O היא מרכזו המעגל השמאלי.
מעבירים בנקודה A משיק משותף לשני המעגלים.

B ו- C הן נקודות ההשכה של ישר נסף
שמשיק לשני המעגלים.

שני המשיקים נחתכים בנקודה M.

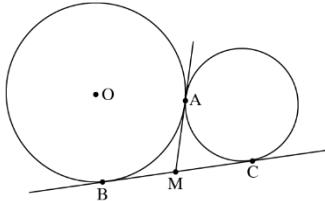
א. הוכח כי הזווית $\angle BAC \Rightarrow$ ישרה.

ב. הוכח כי $4 \cdot AM^2 = AC^2 + AB^2$

נתון : $AB = 8$, $AC = 6$

ג. חשב את רדיוס המעגל שמרכזו הוא בנקודה O .

ד. חשב אתיחס השטחים $\frac{S_{\Delta OBM}}{S_{\Delta AMC}}$



► .5



ו- DC DB משיקים למעגל שמרכזו O , כמתואר בסרטוט.

רדיוס המעגל : R . המשך BD חותך את המשך OC

בנקודה A . הקטע OD והמייתר BC נחתכים בנקודה M .

הקטע CE מאונך ל- AB . נסמן :

$$\angle ABC = \alpha$$

א. הסבר מדוע אפשר לחסום במעגל :

. OBDC (1)

. MDEC (2)

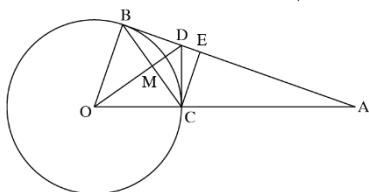
נסמן : d_1 הוא קוטר המעגל החוסם את המרובע OBDC והוא

קוטר המעגל החוסם את המרובע MDEC .

d_2 הוא קוטר המעגל החוסם את המשולש AOD .

ב. הבע באמצעות α ו- R את d_1 , את d_2 ואת d_3 .

ג. מצא את הערך של α שבubo מתקיים :

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{d_1}{d_3}$$


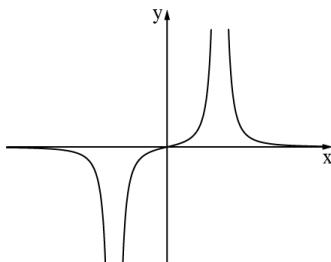
פרק שלישי – חישוב דיפרנציאלי ואנטוגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רצינגוליות ושל פונקציות טריגונומטריות

. $f(x) = \frac{x}{(x^2 - 2)^2}$, $g(x) = \frac{x}{(x^2 - 2)^3}$ נתונות הפונקציות :

6.



א. ענה על תת סעיפים (1)-(4) בעבור כל אחת משתי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.



- (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- (2) מצא את מושוואות האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.
- (3) הראה כי אין לפונקציה נקודות קיצון.
- (4) הוכח כי הפונקציה אי-זוגית.

ב. (1) הגרף שלפניך מתאר את אחת הפונקציות $f(x)$, $g(x)$. קבע איזה מן הפונקציות הגרף מתאר. נמק את קביעתך.

(2) סרטט סקיצה של גраф הפונקציה האחרת.

נתונה פונקציה $h(x) = f(x)$ שמקיימת $h'(x) = f(x)$ ו- $h(x) \neq f(x)$ מוגדרות באותו תחום.

ג. מה הם תחומי העליה והירידה של $h(x)$? ד. חשב את :

$$\int_{-1}^1 f(x) dx \quad (1) \quad \text{נמק את תשובתך.}$$

(2) השטח הכלוא בין גראף הפונקציה $f(x)$, ציר ה- x והישרים $x = 1$, $x = -1$.

נתונה הפונקציה $b = k(x) + f(x)$, $k(x) \neq 0$ הוא פרמטר.

ה. האם הפונקציה b זוגית, אי-זוגית או לא זוגית ולא אי-זוגית? נמק את תשובתך.

7.



$$\text{נתונה הפונקציה: } f(x) = \frac{\sqrt{3x^2 - 4a}}{x^3} \quad a > 0 \quad \text{הוא פרמטר.}$$

בסעיפים א-ה, בטא את תשובותיך באמצעות a , לפי הצורך.
א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ב. הוכח שהפונקציה $f(x)$ אי-זוגית.

ג. (1) מה הם שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$
עם הצירים?

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$,

וקבע את סוגן.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

$$\text{נתונה גם הפונקציה: } g(x) = \frac{1}{f(x)}.$$

ה. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$?

(2) מה הן משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של
הfonקציה $g(x)$, אם יש כאלה?

ידעו כי בכל אחת מנקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציות $f(x)$

ו- $(x, g(x))$, יש לגרף של $f(x)$ ולגרף של $g(x)$ משיק משותף.

ו. (1) הוסף לסרטוט שבמחברתך סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$
פרט את שיקוליך.

(2) מהו הערך של a ? נמק את תשובתך.

8.



במשולש ABC אורך הצלע BC הוא a . נתון: $\alpha = \angle BAC$

($0 < x < \pi - \alpha$). נסמן: $\angle ABC = x$

א. הבע באמצעות x , a , α את היקף המשולש ABC.

ב. הבע באמצעות α את ערך ה- x שבuboרו היקף המשולש ABC

הוא מקסימלי.

ג. הסבר מדוע מתקיים המשפט הזה: מכל המשולשים בעלי צלע

נתונה וזוויות מולה נתונה, המשולש בעל היקף המקסימלי

הוא משולש שווה שוקיים.

תשובות ל מבחון בגרות מס' 40 – קיץ תשפ"א, 2021, מועד א:

1. א. מעליות א - 3 מטרים בשניה, מעליות ב - 4.5 מטרים בשניה ב. לא.

2. א. $(q = \frac{2}{3})$ (1) הוכחה (2) הוכחה (3) $d = 2k$ ב. הסביר $a_n = 2kn - k - p$

ג. 5 ד. עולה.

3. א. 0.4 ב. 0.340446 ג. 0.33696 ד. 0.38

4. א. הוכחה ב. הוכחה ג. $\frac{25}{18}$ ד. $\frac{20}{3}$

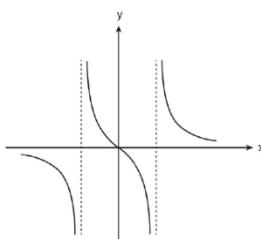
5. א. (1) הוכחה (2) הוכחה ב. $d_3 = \frac{R}{\cos \alpha \cdot \cos 2\alpha}$, $d_2 = \tan \alpha$, $d_1 = \frac{R}{\cos \alpha}$

ג. $\alpha = 30^\circ$

6. $x \neq \pm\sqrt{2} : g(x)$, $x \neq \pm\sqrt{2} : f(x)$ (1). נ.

. (3) $y = 0$, $x = \sqrt{2}$, $x = -\sqrt{2} : g(x) \rightarrow f(x)$ (2)

ב. (2) $f(x)$ (1) $f(x)$



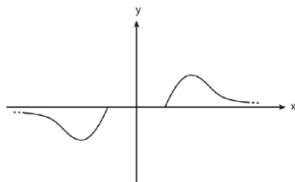
ג. עלייה : $x < -\sqrt{2}$ או $-\sqrt{2} < x < 0$, ירידה : $0 < x < \sqrt{2}$ או $\sqrt{2} < x$

ד. (1) 0 (2) ח. לא זוגית ולא אי זוגית .

. $(-\sqrt{\frac{4a}{3}}, 0)$, $(\sqrt{\frac{4a}{3}}, 0)$ ב. הוכחה (1). ג $x \leq -\sqrt{\frac{4a}{3}}$ או $\sqrt{\frac{4a}{3}} \leq x$. נ . 7

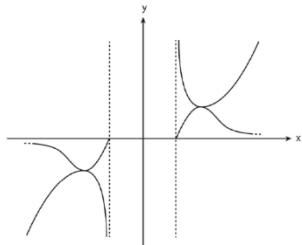
, $(-\sqrt{\frac{4a}{3}}, 0)$ מינימום , $(\sqrt{\frac{4a}{3}}, 0)$ מקסימום , $(-\sqrt{2a}, -\frac{1}{2a})$ מינימום , $(\sqrt{2a}, \frac{1}{2a})$ מקסימום .

. 7



. $x = -\sqrt{\frac{4a}{3}}$, $x = \sqrt{\frac{4a}{3}}$ (2) $x < -\sqrt{\frac{4a}{3}}$ או $\sqrt{\frac{4a}{3}} < x$ (1). ח

(1). 1



. $a = \frac{1}{2}$ (2)

. ג. הוכחה . ב. $\frac{\pi-a}{2}$. $a + \frac{a}{\sin \alpha} \cdot \sin x + \frac{a}{\sin \alpha} \cdot \sin(\alpha+x)$. נ . 8



11

מבחן בגרות מס' 41

קי"ץ תשפ"א, 2021, מועד מיוחד

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ביום ראשון יצא אודי ברכיבה על אופניים ממtoolbox לכיוון טבריה.

באotta שעה בדיקן יצא רעות ברכיבה על אופניים מטבריה לכיוון

מטולח, ורכבה באותו הדרך. כל אחד מן הרוכבים רכב במהירות

קבועה. בעבר 2 שעות נפגשו שני רוכבי האופניים. הזמן שנדרש

לאודי כדי לעبور את הדרך ממtoolbox לטבריה גדול ב- 54 דקותמן

הזמן שנדרש לרעות לעبور דרך זו.

א. מצא את היחס בין מהירות הרכיבה של רעות לבין מהירות

הרכיבה של אודי.

ב. מצא כמה זמן נדרש לכל אחד מן הרוכבים כדי לעبور את כל

הדרך שבין מטולח לבין טבריה.

ביום שני יצאו 2 רוכבי האופניים יחד מטבריה לכיוון מטולח

באotta הזמן. הם רכבו באותו הדרך ובאותו מהירות כמו ביום

ראשון. רעות הגיעה למtoolbox ומיד הסתובבה וחזרה לכיוון

טבריה. היא נפגשה עם אודי לאחר שעברה מרחק של 7 ק"מ

ממtoolbox.

ג. מצא את אורך הדרך בין מטולח ובין טבריה.

ד. מצא את מהירותם שבה רכב כל אחד משני הרוכבים.

1. ◀



מבחן אחד
לצפייה בפורטו

. 2.



לצפייה בפתרונות
סך כל איברי הסדרה הוא

- נתונה סדרה חשבונית ובה $a_1 + a_2$ איברים (n הוא מספר טבעי).
איברי הסדרה הם $a_1, a_2, \dots, a_{2n+1}$ והפרש הסדרה הוא p .
א. הוכח כי ההפרש בין סכום האיברים הנמצאים במקומות האי-זוגיים ובין סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים שווה לאיבר האמצעי בסדרה.

נסמן ב- T את ההפרש בין סכום האיברים ב- n המיקומות

האחרונים ובין סכום האיברים ב- n המיקומות הראשונים.

ב. הבע את T באמצעות p ו- n.

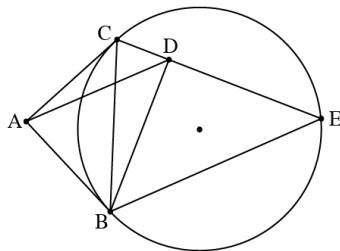
נתון:

- סכום כל איברי הסדרה שווה לסכום האיברים ב- $n = 2$ המיקומות האחרונים.
- סכום האיברים הראשון והאחרון הוא 204.
- $T = 3,468$
- ג. מצא כמה איברים יש בסדרה.

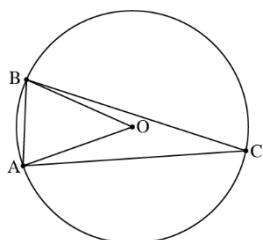


- בחממה גודלה של פרחים יש אך ורק פרחים לבנים וסגולים. החסתברות לבחור באקראי שני פרחים לבנים גודלה פי 2.25 מן החסתברות לבחור באקראי שני פרחים סגולים.
- א. חשב את אחוז הפרחים הסגולים בחמתת הפרחים. בחממה זו, כמו מגן הפלחים הלבנים, ורק להם, יש עליים גדולים. לשאר הפלחים יש עליים קטנים. ירדן בחרה באקראי שני פרחים. החסתברות שירדן בחרה פרח אחד שיש לו עליים קטנים ופרח אחד שיש לו עליים גדולים היא 0.455.
- ב. (1) חשב את אחוז הפלחים בחמתה שיש להם עליים גדולים.
 (2) חשב את החסתברות שירדן בחרה פרח סגול, אם ידוע שרק לאחד מן הפלחים שהוא בחרה יש עליים גדולים.
- ג. כינרת הכינה זר מ- 7 פלחים לבנים בדיק, שנבחרו באקראי בחמתה. חשב את החסתברות שיש בזר פרח אחד לפחות שיש לו עליים גדולים ופרח אחד לפחות שיש לו עליים קטנים.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור



4. מקודה A יוצאים שני ישרים, המשיקים למעגל בנקודות B ו-C (ראה סרטו). נתון כי $\angle CAB = 90^\circ$.
- המעגל החוסם את המשולש ABC חותך
את המיתר CE בנקודה D.
- . הוכח כי $BD = DE$.
 - . $\triangle ADB \sim \triangle CEB$
 - . הוכח כי $S_{\triangle CEB} = 2 \cdot S_{\triangle ADB}$.



5. משולש ABC חסום במעגל שמרכזו O ורדיוסו R. נתון כי $\angle BAC = 80^\circ$. נסמן את הזווית $\angle AOB$ ב- α , ואת הצלע AB ב- k .
- . הוכח כי $\cos \alpha = 1 - \frac{k^2}{2R^2}$
 - . נתון כי $k = \frac{3}{4}R$



- ב. הבע באמצעות R (בלבד) את שטח המשולש ABC.
נסמן ב- r את רדיוס מהמעגל החסום במשולש AOB.

ג. חשב את היחס $\frac{R}{r}$.

בתשובהך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

**פרק שלישי – חישובו דיפרנציאלי ואנטוגרלי של פולינומיים, של פונקציות שורש,
של פונקציות רציניות ושל פונקציות טריגונומטריות**

6.



$$\text{נתונה הפונקציה: } f(x) = \frac{\sqrt{1-2x}}{x^2-x}.$$

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גраф הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(4) מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ב. סרטט סקיצה של גраф הפונקציה $f(x)$.

נתון: $f(k) = 1$, $t < k$, t הוא פרמטר.

ג. קבע איזה מן הביטויים שלפניך גדול יותר. נמק את קביעתך.

$$\int_t^k f(x) dx \quad \underline{\text{או}} \quad \int_t^k (f(x))^2 dx$$

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי גראף הפונקציה $, (f(x))^2$,

על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = -1$ ו- $x = 1$.



נתונה הפונקציה $f(x) = \cos(mx) + \cos(2x)$, המוגדרת לכל x .

m הוא פרמטר השונה מאפס. נתון כי בנקודה שבה $x = \frac{\pi}{4}$

שיעור המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ הוא -2.

א. הוכח כי m הוא מספר שלם שמתחלק ב-4 ללא שארית.

הצב $m = 4$ וענה על סעיפים ב-ד שלפניך.

ענה על סעיף ב בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

ב. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

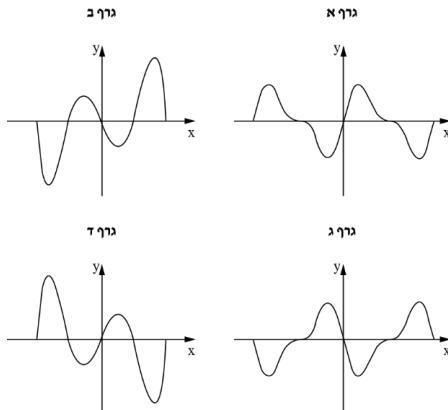
(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ענה על סעיפים ג-ד בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. הסבר את שיקוליך.

נתונה פונקציה $k(x)$ המקיימת: $k(0) = 0$, $k'(x) = f(x)$.

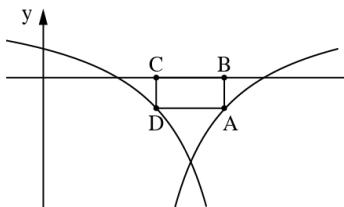
ד. אחד מני הגרפים א-ד שלפניך מתאר את הפונקציה $k(x)$.
היעור בתשובהך על סעיף ג וקבע איזה מן הגרפים שלפניך
מתאים לגרף הפונקציה $k(x)$. נמק את קביעותך.





נתונות הפונקציות:

$$\cdot g(x) = \frac{x-3}{x-1}, f(x) = \frac{x-1}{x-3}$$



ענוה על סעיף א בעבור כל אחד משתי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 (2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

ב סרטוט שלפניך מתואר חלק מן הגרף של הפונקציה $f(x)$, חלק מן הגרף של הפונקציה $g(x)$, ומלבן החסום ביניהם ובין ציר ה- x . צלע BC של המלבן מונחת על ציר ה- x , והצלע הנגדית, AD , מחברת בין נקודה על הגרף של $f(x)$ ובין נקודה על הגרף של $g(x)$, כמתואר הסרטוט. נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה A .

- ב. קבע מהו תחום הערכים האפשרי של t .
 ג. (1) הבע באמצעות t את אורך הצלע AB .
 (2) הוכחSSI ששיעור ה- x של הנקודה D הוא -4 .
 (3) הבע באמצעות t את שטח המלבן $ABCD$.
 ד. מצא את t שבעבורו שטח המלבן $ABCD$ הוא מקסימלי.

תשובות ל מבחון בגרות מס' 41 – קיץ תשפ"א, 2021, מועד מיוחד:

.1. א. ב. רעות: 3.6 שעות, אודי: 4.5 שעות ג. 63 ק"מ . $\frac{5}{4}$

ד. רעות: 17.5 קמ"ש, אודי: 14 קמ"ש.

.2. א. הוכחה ב. $d = n(n+1)$

.3. ג. $0.9748 \cdot \frac{8}{13} (2) 35\% (1) 40\% (2)$

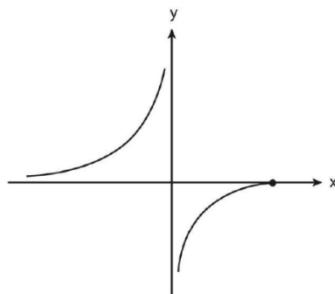
.4. א. הוכחה ב. הוכחה ג. הוכחה.

.5. א. הוכחה ב. $0.72R^2$ ג. 3.96

.6. $y = 0, x = 0 (3) \left(\frac{1}{2}, 0\right) (2) x \neq 0, x \leq \frac{1}{2} (1)$

.7. עליה: אין $x < 0$ או $0 < x < \frac{1}{2}$: ירידה: אין.

ב.

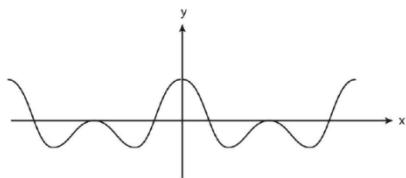


.8. ד. יותר יורד ג. $\int_t^k f(x) dx$. $\frac{35}{72}$

.9. א. הוכחה ב. (1) עם $y = \left(\frac{5\pi}{6}, 0\right), \left(\frac{\pi}{2}, 0\right), \left(\frac{\pi}{6}, 0\right)$: $x = 0$ (2)

.10. מינימום, $(0, 2)$ מקסימום, $(\frac{\pi}{2}, 0)$ מינימום, $(0.29\pi, -1.12)$ מקסימום, $(\pi, 2)$ (2)

.11. מינימום, $(0.71\pi, -1.12)$ מקסימום, $(\pi, 2)$



. גראן .

. $x \neq 1 : g(x)$, $x \neq 3 : f(x)$ (1) .8 נ.

. $(0,3)$, $(3,0) : g(x)$, $(0,\frac{1}{3})$, $(1,0) : f(x)$ (2)

. $2 < t < 3$.ג

. $t = 2.41$.ג $\frac{(2t-4)(3-t)}{t-1}$ (2) הוכחה (3) ג. $\frac{3-t}{t-1}$ (1)



הרטמו לאתר מיגבע וקבעו

בם פתרונות וידאו לשאלות מבחינות הבגרות
ונם מאגר של אלף פתרונות וידאו נוספים
 למגוון שאלות לפי נושאים.



12

מבחון בגרות מס' 42

קי"ץ תשפ"א, 2021, מועד ב

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

- נטע, דニアלה ורוני מתאמנות בהליכה ובריצה במסלול AB
שאורכו 40 ק"מ. בשעה 8:00 יצאה נטע מנקודה A והלכה
במהירות של 4 קמ"ש לכיוון נקודה B.
בשעה 9:36 יצאה דニアלה מנקודה B וריצה לכיוון נקודה A.
שעתים לאחר צאתה של נטע, יצא רוני מנקודה B וריצה
במהירות של 12 קמ"ש לכיוון נקודה A.
נטע ורוני נפגשו ולאחר מכן המשיכו בדרכו.
שעה ו-36 דקות אחרי שנטע ורוני נפגשו,
הגיעה דニアלה לנקודה A.
המהירות של כל אחת מן המתאמנות היא קבועה באימון כולם.
א. באיזו שעה נפגשו נטע ורוני?
ב. מהי מהירות הריצה של דニアלה? נמק את תשובתך.
ג. האם שלוש מתאמנות נפגשו באותו אורך המסלול?
נמק את תשובתך.



(ורקו אותו, לצפייה בפתרון)

כל מתאמנת שגיעה לקצה המסלול מיד מסתובבת וחוזרת
לנקודה שמןנה היא יצאה.

ד. באיזה מרחק מן הנקודה B נפגשו נטע ורוני בפעם השנייה?
נמק את תשובתך.

. 2



לצפייה בפתרונות
ורקע אותו

נתונה סדרה הנדסית אין-סופית, $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$, שאיבריה ... a_n והמנה שלה q .

א. הבע באמצעות a_1 ו- q את ערכי הסכומים שלפניך.

$$A = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{40} \quad (1)$$

$$B = a_4 + a_8 + a_{12} + \dots + a_{40} \quad (2)$$

נתון כי a_n היא סדרה עולה וכי $\frac{A}{B} = \frac{10}{9}$

ב. מצא את ערכו של q .

בונים מן הסדרה a_n הנתונה סדרה הנדסית אין-סופית b_n

המקיימת לכל n טבעי: $b_n = 3 \cdot a_{n+1}$

ג. מצא את המנה של הסדרה b_n .

בונים סדרה הנדסית אין-סופית חדשה: $-\frac{1}{b_1}, \frac{1}{b_2}, -\frac{1}{b_3}, \frac{1}{b_4}, \dots$

ד. הבע את הסכום של כל איברי הסדרה החדשה באמצעות a_1 .

נתונה הסדרה: $\frac{1}{a_1}, a_1, b_1$

ה. (1) האם ייתכן שסדרה זו חשבונית? נמק את תשובתך.

(2) האם ייתכן שסדרה זו הנדסית? נמק את תשובתך.



בתחרות ספורט שנערכת בבית ספר משתתפים תלמידים רבים. כל משתתף צריך להצליח לעבור 3 מכשולים בזו אחר זה לפי הסדר. משתתף שלא מצליח לעبور מכשול שונה ממכשול מייד מן התחרות. ההסתברות לעبور מכשול מודח מייד לאך שווה לכל המשתתפים.

משתתף שמסוגל לעبور את שלושת המכשולים עולה לשלב חצי הגמר. 28% מן המשתתפים בתחרות הצלicho לעبور את שני המכשולים הראשונים. ההסתברות שמשתתף שמסוגל לעبور את שני המכשולים הראשונים יודח מן התחרות גדולה פי 3 מן ההסתברות שהוא עלה לשלב חצי הגמר.

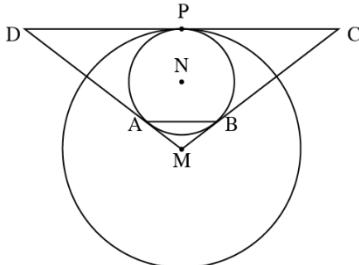
א. חשב את ההסתברות שמשתתף בתחרות עלה לשלב חצי הגמר.

ההסתברות שמשתתף יצליח לעبور את המכשול הראשון ולא יעבור את המכשול השני הוא 0.42.

ב. חשב את ההסתברות שמשתתף בתחרות לא יצליח לעبور את המכשול הראשון.

- ג. בחרו באקראי שלושה משתתפים : עומר, גל וליאור. ידוע שלושתם הצלicho לעبور את המכשול הראשון.
- (1) חשב את ההסתברות שבבדיקה שניים מהם יعلו לשלב חצי הגמר.
- (2) חשב את ההסתברות שambilן השלושה, רק עומר וגל יعلו לשלב חצי הגמר.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור



שני מעגלים משיקים זה לזה מפנים
בנקודה P (ראה סרטוט).

מרכזוֹי המعالגים הם הנקודות M ו- N,

והרדיוסים שלהם הם R_1 ו- R_2 . מעבירים משיק
בהתאמה, $R_1 < R_2$. מעבירים משיק
משותף לשני המעגלים דרך הנקודה P.

מן הנקודה M יוצאים שני ישרים
המשיקים למעגל שמרכזו N בנקודות A ו- B.
ישרים אלה חותכים את המשיק המשותף לשני המעגלים
בנקודות C ו- D, כמתואר בסרטוט.

א. הוכח כי $MN \perp AB$.

ב. הוכח כי $AB \parallel DC$.

ג. הוכח כי $NB \cdot MC = MN \cdot \frac{DC}{2}$

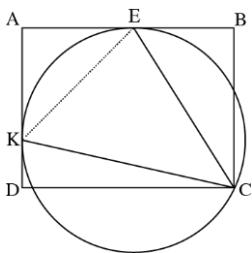
$$\text{נתון: } MN = 8, \frac{R_1}{R_2} = \frac{7}{3}$$

ד. (1) מצא את R_1 ואת R_2 .

(2) מצא את DC.

4.





המרובע $ABCD$ הוא מלבן ששתיים מצלעותיו, AB ו- AD , משיקות למעגל שרדיוסו R בנקודות E ו- K בהתחאה (ראה סריגות). הנקודה C נמצאת על המעגל.

א. הוכח כי $\angle KCE = 45^\circ$.

נתון : $0^\circ < \alpha < 45^\circ$, $\angle KCD = \alpha$

ב. (1) הבע באמצעות α את הזוויות של המשולש KCE .

(2) הבע באמצעות R ו- α את האורכים של צלעות KCE .

ג. הבע באמצעות α את היחס $\frac{EB}{AE}$.

$$\text{נתון : } \frac{EB}{AE} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

ד. חשב את α .

**פרק שלישי – חיבור דיפרנציאלי ואנטוגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש,
של פונקציות רציניות ושל פונקציות טריגונומטריות**

$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 - a^2}} \quad \text{הו} \text{ פרמטר.}$$



- הבע את תשובותיך באמצעות a , אם יש צורך.
- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - הוכח כי הפונקציה $f(x)$ היא זוגית.
 - (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גраф הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 - (2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).
 - (3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
 - (4) סרטט סקיצה של גраф הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $f(x)^2$ שתחום ההגדרה שלה זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 ד. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)^2$, וקבע את סוגן.

$$\text{נתונה הפונקציה } g(x) = \frac{1}{(f(x))^2}. \text{ תחום ההגדרה של}$$

הfonקציה $f(x)$ זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.
 ה. הסתמך על הסעיפים הקודמים וסרטט סקיצה של גראף הפונקציה $g(x)$.

- הצב: $a = 2$.
- чисב את השטח המוגבל על ידי גראף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 3$ ו- $x = 4$.



$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{\cos^2(x)}{\sin(x)} + 3$$

ענוה על הסעיפים שלפניך בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את מושוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$

המאונכות לצירים.

(3) מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

(4) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$,

וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

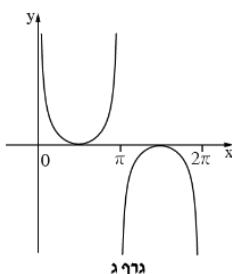
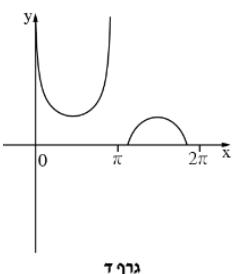
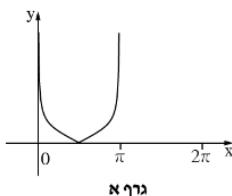
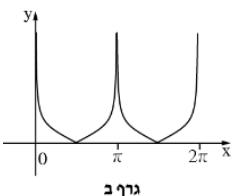
$$\text{נתונות שתי פונקציות: } g(x) = \sqrt{f(x) - 3}, \quad k(x) = f(x) - 3$$

ג. אחד מן הגרפים א-ד שלפניך מתאר את הפונקציה $k(x)$

ואחד מן הגרפים מתאר את הפונקציה $g(x)$.

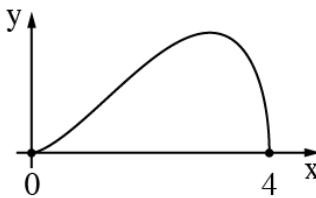
קבע איזה מן הגרפים מתאר כל אחת מן הפונקציות, ונמק את

קבעותך.





בנרטוט שלפניך מוצגת הפונקציה
 $f(x) = \sqrt{a \cdot x^4 + b \cdot x^3}$
 נתון שתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$ הוא $0 \leq x \leq 4$



א. (1) הוכח כי $a < -4 \cdot b$.

(2) לפניך שתי טענות I-II. רק אחת מהן נכונה. קבע מהי הטענה הנכונה, וنمוק את קביעותך.

. $a > 0$, $b < 0$. I.

. $a < 0$, $b > 0$. II.

הנקודה P נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)^2$ המוגדרת גם בתחום $0 \leq x \leq 4$. מנוקודה P מעבירים ישר המאונך לציר ה- x . M היא נקודת החיתוך של האנך עם ציר ה- x , ו- O היא ראשית הצירים.

ב. מהו שיעור ה- x של הנקודה P שבубורו שטח המשולש PMO הוא מקסימלי? נמק את תשובתך.

ג. בעבר שיעור ה- x שמצוות בסעיף ב, בטא באמצעות a את השטח המקסימלי של המשולש PMO.

ד. אם ידוע כי שיעור ה- x של הנקודה P נמצא בתחום שבו הפונקציה $f(x)^2$ איינה יורדת, מהו שיעור ה- x של הנקודה P שבубורו שטח המשולש PMO הוא מקסימלי? נמק את תשובתך.

תשובות ל מבחון בגרות מס' 42 – קיץ תשפ"א, 2021, מועד ב:

.1. א. 12:00 ב. 10 קמ"ש ג. כנ 2. 8 קמ"ש .

$$\cdot -\frac{1}{12a_1} \cdot T q = 3 \cdot \text{ג. } q = 3 \cdot \text{ב. } \frac{a_1 q^3 (q^{40}-1)}{q^4-1} \text{ (2) } \frac{a_1 q (q^{40}-1)}{q^2-1} \cdot \text{א. } \text{.2}$$

ה(1) לא (2) כנ .

. א. 0.009 (2) 0.027 (1). ג. 0.3 ב. 0.07 .3

. א. הוכחה ב. הוכחה ג. הוכחה ד. (1). הוכחה .4

. $\angle KCE = 45^\circ$, $\angle CEK = 90^\circ - \alpha$, $\angle CKE = 45^\circ + \alpha$ (1). הוכחה ב. (2). הוכחה .5

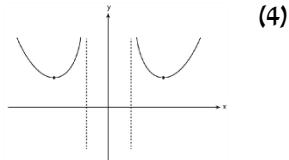
$$\cdot KE = \sqrt{2} R , CK = 2R \cos \alpha , CE = 2R \sin(45^\circ + \alpha) \text{ (2)}$$

$$\cdot 22.5^\circ \cdot \text{ט. } \frac{EB}{AE} = 2 \sin(45^\circ + \alpha) \cdot \sin(45^\circ - \alpha) = \sin(90^\circ + 2\alpha) = \cos 2\alpha . \text{ג.}$$

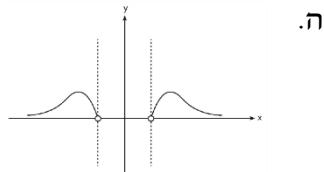
. x = -a , x = a (2) הוכחה ג. (1) אין ב. הוכחה ג. (1) אין א. x < -a ו a < x . נ .6

. (-\sqrt{2}a, 2a) , (\sqrt{2}a, 2a) (3)

$$\cdot (-\sqrt{2}a, 4a^2) , (\sqrt{2}a, 4a^2) . \text{ט}$$



$$\cdot \frac{71}{1,296} . \text{ו.}$$



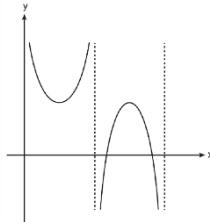
. $x = 0$, $x = \pi$, $x = 2\pi$ (2) $x \neq 0$, $0 < x < 2\pi$.(1).
. 7

, $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ או $\pi < x < 1.5\pi$: (3)

. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ או $1.5\pi < x < 2\pi$: ירידה

. $(\frac{\pi}{2}, 3)$ מקסימום , $(\frac{3\pi}{2}, 3)$ מינימום (4)

. ג' גראן ג' : $g(x)$, ג' גראן ג' : $k(x)$.
. ב.



. x = 3 . ט -41.94 a . ג x = 3.2 . II (2) (1) הוכחה ב. 8



13

מבחן בגרות מס' 43

חורף תשפ"ב, 2022, מועד א

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

שלושה שחיניים – איתן, גל ויעקב – מתאימים בשחיה בבריכה שאורכה 50 מטרים. כל שחין מתחילה את שחיתה בתחילת הבריכה, שוחה עד סוף הבריכה, ומיד מסתובב ושותה חורה לתחילת הבריכה. מהירות השחיה של כל אחד מן השחיניים היא קבועה. ביום א' התחיל כל אחד משלושת השחיניים את שחיתה בזמן אחר. גל התחיל לשחות 10 דקות אחרי איתן. יעקב התחיל לשחות 15 דקות אחרי איתן. 15 דקות אחרי שהתחיל יעקב לשחות, עברו כל השחיניים את אותו המרחק מתחילת הבריכה, אך עדין לא הגיעו לסוף הבריכה. מיד לאחר שהגיע גל לסוף הבריכה, הוא הסתובב והתחיל לשחות חורה לEndInit הבריכה. בדרכו חורה, הוא פגש את איתן במרחק של 4 מטרים מסוף הבריכה.

- א. חשב את המהירות של כל אחד משלושת השחיניים.
ב. במרחק של כמה מטרים מסוף הבריכה נפגשו איתן ויעקב בפעם השנייה?

ביום ב' התחילו גל ויעקב את שחיטתם באותו זמן בIntialized הבריכה, וכל אחד מהם שחה באותה מהירות שבה שחה ביום א'. כשהגיע כל אחד משני השחיניים לסופם הבריכה, וכשהגיע לשם, הוא הסתובב מיד ושחה לכיוון תחילת הבריכה, וכשהגיע לשם, הסתובב שוב ושותה לכיוון סוף הבריכה, וחזר חלילה. שני השחיניים הפסיקו לשחות ברגע שהם נפגשו בEndInit הבריכה.

ג. כמה מטרים שחה יעקב ביום זה?

1. ◀



לצפייה בפתרון

. 2.



ורקעו אותו
לצפייה ב�פיהם

נתונה סדרה חשבונית A עולה שאיבריה הם ... , a_1, a_2, a_3, \dots

והפרשہ d .

משמעותם ב- S_n את סכום n האיברים הראשונים בסדרה A,

לכל n טבעי.

מגדירים סדרה נוספת, B, שאיבריה הם ... , b_1, b_2, b_3, \dots

איברי הסדרה B מקיימים $b_n = S_{n+1} - S_n$, לכל n טבעי.

א. (1) האם הסדרה B היא סדרה חשבונית? נמק.

(2) האם הסדרה B זהה לסדרה A? נמק.

משמעותם ב- T_n את סכום n האיברים הראשונים של הסדרה B,

לכל n טבעי.

ב. הוכח כי לכל n טבעי זוגי מתקיים :

$$T_n = \frac{(b_1 + b_2)(b_1 - b_2) + (b_3 + b_4)(b_3 - b_4) + \dots + (b_{n-1} + b_n)(b_{n-1} - b_n)}{-d}$$

$$\text{נתון : } b_1^2 - b_2^2 + b_3^2 - b_4^2 + \dots + b_{39}^2 - b_{40}^2 = -95$$

$$\therefore T_5 = -20$$

ג. חשב את b_1 ואת d (אפשר להיעזר בסעיף ב).

מחברים בזזה אחר זה את איברי הסדרה A הנמצאים במקומות

האי-זוגיים, החל באיבר הראשון.

ד. מהו המספר המינימלי של איברים שיש לחבר באופן זה

כדי שהסכום שיתקבל יהיה מספר חיובישלם? נמק.



בקופסה יש שלוש סוכריות בטעם תות

ושתי סוכריות בטעם מנטה.

ליאור מוציא באקראי סוכריה מן הקופסה.

אם הסוכריה היא בטעם מנטה – הוא מחזיר אותה לקופסה,

ואם היא בטעם תות – הוא אוכל אותה מיד.

א. ליאור מוציא מן הקופסה שלוש סוכריות בזו אחר זו באופן המתוואר בתחילת השאלה.

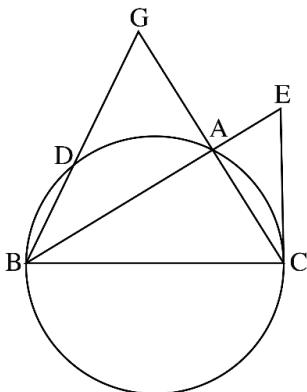
(1) חשב את ההסתברות שליאור יוכל לבדוק סוכריה אחת.

(2) חשב את ההסתברות שליאור יוכל את הסוכריה השנייה שהוא הוציא, אם ידוע כי ליאור יוכל לבדוק סוכריה אחת.

ב. ליאור מוציא מן הקופסה 2 סוכריות בזו אחר זו באופן המתוואר בתחילת השאלה. הבע בעורת 2 את ההסתברות שליאור יוכל סוכריה אחת לפחות.

ג. ליאור קיבל שתי קופסאות סוכריות, כל אחת מהן זהה לקופסה המתווארת בתחילת השאלה.

ליאור מוציא שלוש סוכריות מכל אחת משתי הקופסאות, באופן המתוואר בתחילת השאלה.
חשב את ההסתברות שליאור יוכל לבדוק שלוש סוכריות, שלושתן מאותה קופסה.



משולש ABC חסום במעגל

שרדיוסו R (ראה סרטוט).

הצלע BC היא קוטר

במעגל.

4.



. CA הוא המשך הצלע AG

. הקטע GB חותך את המעלג בנקודה D.

נתון : GA = AC

. א. הוכח כי הישיר AB חוצה את GBC .

. ב. הוכח כי $\Delta GBC \sim \Delta GAD$.

$$\text{נתון כי } \frac{S_{DBCA}}{S_{GAD}} = 15$$

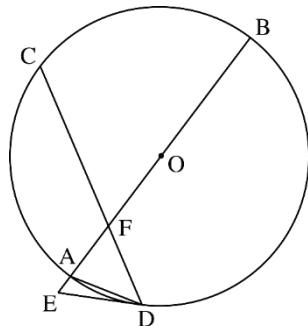
. ג. הביע באמצעות R את אורך הצלע AC .

דרך הנקודה C העבירו משיק למעגל שחותך את המשך

. הקטע BA בנקודה E.

. ד. חשב פי כמה גדול שטח המשולש CBE משטח המשולש ABC .

5.



AB הוא קוטר במעגל שרדיוסו R
ומרכזו O.

המיינר CD חותך את הקוטר AB
בנקודה F.

המשיק למעגל בנקודה D חותך
את המשך הקוטר AB בנקודה E
(ראה סרטוֹט)

נסמן: $\angle ADE = \alpha$

א. הראה כי $\angle BAD = 90^\circ - \alpha$.

נתון כי $ED = FD$.

ב. הבע באמצעות α את גודל $\angle CDA$.

ג. הבע באמצעות R ו- α את שטח המשולש AFD.

ד. (1) הבע באמצעות α את יחס השטחים $\frac{S_{AFD}}{S_{AED}}$.

$$(2) \text{ נתון כי } \frac{S_{AFD}}{S_{AED}} = 1 + \sqrt{3}$$

מצא את α .

**פרק שלישי – חיבור דיפרנציאלי ואנטוגורי של פולינומים, של פונקציות שורש,
של פונקציות רציניות ושל פונקציות טריגונומטריות**

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2}{(x^3 - m)^2}$, m הוא פרמטר חיובי.

6.



א. הבע את השובוטיך באמצעות m , אם יש צורך.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את מושאות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$.

המאונכות לצירים.

ידוע כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x = -1$.

ב. מצא את הערך של m .

הצב בפונקציה $f(x)$ את הערך של m שמצא,

וענה על הטעיפים ג-ה.

ג. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$,

וקבע את סוגן.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונה הפונקציה $g(x) = k \cdot f(x)$, k הוא פרמטר שלילי.

(1) סרטט סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה $g(x)$.

(2) דרך נקודת הקיצון השמאלית של $g(x)$ מעבירים אנך

לציר ה- x .

נתון כי השטח המוגבל על ידי האנך, על ידי גרף הפונקציה

$g(x)$ ועל ידי ציר ה- x הוא 1 (השטח שמיוני לאנך).

מצא את הערך של k .



$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = 3x + 2 \cdot \sqrt{x^2 - 2x}$$

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- (2) מצא תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
- (3) מצא את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים

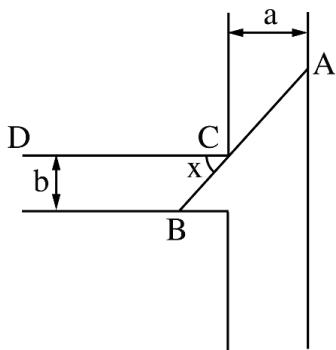
של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

- (4) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גраф פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עם ציר ה- x .
- בתשובהך דיביך שתי ספורות אחרי הנקודה העשרונית.
- (5) סרטט סקיצה של גраф פונקציית הנגזרת $f'(x)$, אם ידוע כי לפונקציית הנגזרת $f'(x)$ אין נקודות קיצון.

- ב. (1) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

- (2) סרטט סקיצה של גраф הפונקציה $f(x)$.
- ג. האם ניתן שישר שמשוואתו $y = 4x + c$ (כ פרמטר) ישיק לגרף הפונקציה $f(x)$? נמק.

. 8



תעלת מים ראשית ברוחב קבוע a

מחוברת בנקודת התעלה משנית

ברוחב קבוע b .

הנקודה C היא נקודת המפגש בין

דופן של התעלה הראשית ובין דופן

של התעלה המשנית (ראה סרטוט).

מהנדסת מתכנתת סכר ישר,

שיצא מן הנקודה A

שבדופן התעלה הראשית,

יעבור דרך הנקודה C ויגיע עד הנקודה B שבדופן התעלה

המשנית. הסכר ייצור זווית שגדלה x עם הדופן CD של התעלה

המשנית, כמוואר בסרטוט.

א. הבע באמצעות a , b ו- x את אורך הסכר AB .

נתון כי $b = 2a$.

ב. מצא את x שבuboaro אורך הסכר AB יהיה מינימלי.

ג. ידוע כי האורך המינימלי של הסכר הוא 8. מצא את b .

תשובות ל מבחון בגרות מס' 43 – חורף תשפ"ב, 2022, מועד א:

.1. א. איתן : 1 מטר לשנייה , גל : 1.5 מטר לשנייה , יעקב : 2 מטר לשנייה.

$$\text{ב. } \frac{2}{3} \text{ מטרים. ג. } 400 \text{ מטרים.}$$

.2. א.(1) כן. (2) לא. ב. הוכחה. ג. $b_1 = -5 - d$. ד. 14 איברים.

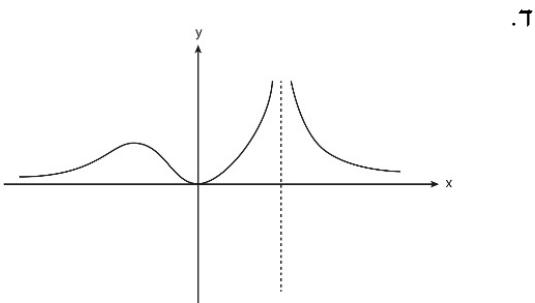
$$\cdot 0.0128 \cdot 1 - \left(\frac{2}{5}\right)^n \cdot \text{ב. } 0.32787 \cdot \text{(2)} \cdot 0.366 \cdot \text{(1). נ. } .3$$

$$\cdot \frac{16}{15} \cdot AC = \frac{1}{2} R \cdot \text{ד. פי}$$

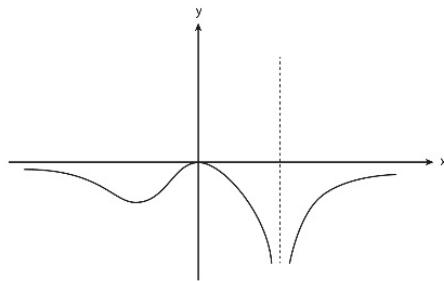
$$\cdot \frac{R^2 \sin \alpha \sin 2\alpha \sin 3\alpha}{\cos 2\alpha} \cdot \text{א. הוכחה. ב. } .3\alpha \cdot \text{ג. } .15^\circ \cdot \text{(2)} \cdot \frac{\sin 3\alpha}{\sin \alpha} \cdot \text{(1). ת}$$

$$\cdot m = 2 \cdot \text{ב. } y = 0 \cdot x = \sqrt[3]{m} \cdot \text{(2)} \cdot x \neq \sqrt[3]{m} \cdot \text{(1). נ. } .6$$

$$\cdot \text{ג. } (0,0) \text{ מינימום, } \left(-1, \frac{1}{9}\right) \text{ מקסימום.}$$



(1).נ

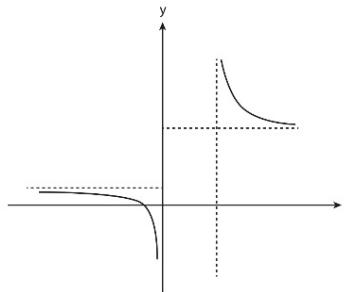


. $k = -18$ (2)

. $x < 0 \text{ או } x > 2$ (2) . $x \leq 0 \text{ או } x \geq 2$ (1).נ .7

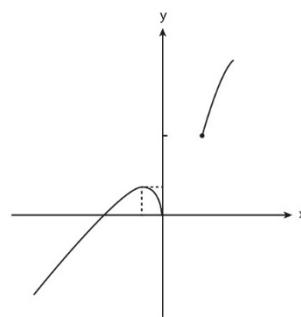
. $(-0.342, 0)$ (4) . $y = 1$, $y = 5$, $x = 0$, $x = 2$ (3)

(5)



ב.(1) (2,6) מקסימום , (0,0) מינימום , (-0.342,0.764) מינימום.

(2)



. נ. ל.

. $b = 1.922$. λ . $x = 38.44^\circ$.ג . $AB = \frac{b}{\sin x} + \frac{a}{\cos x}$.נ .8



14

מבחן בגרות מס' 44

חומר תשפ"ב, 2022, מועד נצרים

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

1. ◎ בין הבית של תמר ויואב לבין ביתו של דן יש שביל אופניים. לאורך שביל האופניים, בין שני הבתים, נמצא חדר כושר. המרחק בין חדר הכוורת ובין הבית של תמר ויואב הוא 24 ק"מ. תמר יצאה מן הבית בשעה 00:00 ורכבה על אופניים במהירות קבועה לעבר ביתו של דן. בשעה 07:00 יצא ויואב גם הוא מן הבית ורכב על אופניו לעבר ביתו של דן במהירות שבוגהה ב- 5 קמ"ש מהירות הרכיבה של תמר. בשעה 07:30 יצא דן מחדר הכוורת ורכיב על אופניו במהירות קבועה לעבר ביתו. תמר, ויואב ודן רכבו שלושתם על אותו שביל אופניים. תמר השיגה את דן וחילפה על פניו בשעה 08:00. ויואב ודן הגיעו שניהם לביתו של דן בשעה 09:15. א. מצא את המהירות של כל אחד משלשות הרוכבים.
ב. מה הייתה המרחק בין ויואב ובין דן כאשר תמר הגיעה לביתו של דן?



(סקרו אותו, לצפייה בפתרון)

2.



נתונה סדרה הנדסית A שאיבריה הם a_1, a_2, a_3, \dots ומנתה היא q . כל איברי הסדרה A שונים מאפס.

א. האם הסדרה $\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_3}, \dots$ היא סדרה הנדסית? הוכיח את תשובתך.

ב. (1) מסמנים ב- S_n את הסכום של n האיברים הראשונים של הסדרה A (n טבעי).

$$\frac{S_n}{a_1 \cdot a_n} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_n}$$

$$(2) \text{ נתון : } q = 3, a_1 = 1$$

סכום n האיברים הראשונים בסדרה A גדול פי 1561

$$\text{מן הסכום : } \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_n}$$

מצאו את n .

הסדרה B מתתקבלת מן הסדרה A על ידי הפיכת הסימנים של האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה A.
איברי הסדרה B הם b_1, b_2, b_3, \dots

נסמן ב- T_m את הסכום של m האיברים הראשונים של הסדרה B. נתון כי m הוא מספר טבעי אי-זוגי.

$$g. \text{ נתונה נוסחה : } \frac{T_m}{b_1 \cdot b_m} = \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} - \dots + \frac{1}{a_m}$$

קבע אם הנוסחה הנתונה נכונה. הוכיח את תשובתך.



כדי להתקבל ללימודים במכלה מסויימת יש לעבור מבחון קבלה.

כל השאלות ב מבחון הן מtopic מאגר שיש בו ח' שאלות שונות.

לນבחנים יש גישה למ Lager והם יכולים לה��ון ל מבחון באמצעותו.

ביום הבחן, כל נבחן מוצא באקראי מtopic קופסה מלאה

בפטקים שלושה פטקים בזזה אחר זה, ללא החזרה.

בכל אחד מן הפטקים כתובה שאלה אחת מתוך מאגר השאלות.

מספר הפטקים שב קופסה שווה למספר השאלות שבמאגר,

ובכל פטק כתובה שאלה אחרת.

לאחר שהוציא הנבחן שלושה פטקים מן הקופסה וקרא את שלוש

השאלות, הוא מחזיר את שלושת הפטקים לקופסה.

הבחן יתקבל למכללה אם הוא יענה נכון על שתי שאלות לפחות

מtopic שלוש השאלות שבפטקים שהוא הוציא.

נתנהל התיכון ל מבחון באמצעות מאגר השאלות.

הוא ידע לענות נכון רק על 20 שאלות מתוך ח' השאלות שבמאגר.

על שאר השאלות הוא לא ידע לענות נכון.

ידעו כי ההסתברות של נתנהל לענות נכון על שאלה אחת לפחות

בין שתי השאלות שבשני הפטקים הראשונים שהוא הוציא

$$\text{היא } \frac{34}{69}$$

א. (1) מצא את ח'.

(2) מהי ההסתברות שתנתנהל י התקבל למכללה?

ב. אם ידוע כי נתנהל התקבל למכללה, מהי ההסתברות שהוא

לא יוכל על השאלה שבפטק הראשון שהוא הוציא?

רמי התיכון גם הוא ל מבחון באמצעות מאגר השאלות.

הוא ידע לענות נכון על 40 שאלות מתוך ח' השאלות שבמאגר.

על שאר השאלות הוא לא ידע לענות נכון.

ג. אם ההסתברות שרמי יענה נכון על כל שלוש השאלות

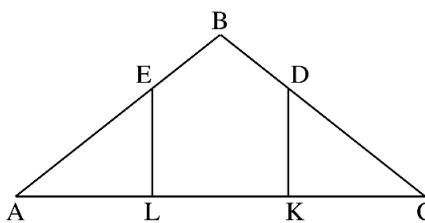
שבפטקים שהוא הוציא באקראי גודלה פי 2 מן ההסתברות

שנתנהל יענה נכון על כל שלוש השאלות שבפטקים שהוא

הוציא באקראי? נמק את תשובתך.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

4.



בציר שלפניך מתואר משולש

. $BA = BC$, ABC שווה-שוקיים

מנקודה D הנמצאת על השוק BC

הוירדו אנך לבסיס,

והוא חותך אותו בנקודה K .

מנקודה E הנמצאת על השוק BA

הוירדו אנך לבסיס, והוא חותך אותו בנקודה L .

נתון : $AL = LK = KC$

א. חשב את $\frac{BD}{DC}$

. הקטעים DL ו- EK נפגשים בנקודה G

ב. הוכח כי המרובע $BDGE$ הוא דלתון.

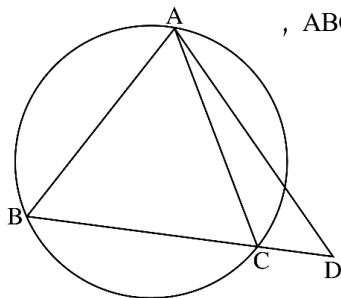
נתון : $AC = 45$

. היקף המרובע $EDKL$ הוא 54.

ג. חשב את אורך הקטע BG .

ד. האם קיימת נקודה F שנמצאת על הישר BG שעוברת
המרובע $BDFE$ הוא בר-חסימה במעגל? נמק את תשובה.

5.



בציר שלפניך מתואר משולש שווה-שוקיים ABC , $AB = AC$, שחסום במעגל שרדיוסו R .

האריכו את הבסיס BC עד נקודה D

והעבירו ישר מנקודה D לנקודה A .

נתון: $\angle BAC = \alpha$, $\angle CAD = \alpha$.

א. הוכח כי רדיוס המרجل החוסם

את משולש ABD שווה לרדיוס

המעגל החוסם את משולש ACD .

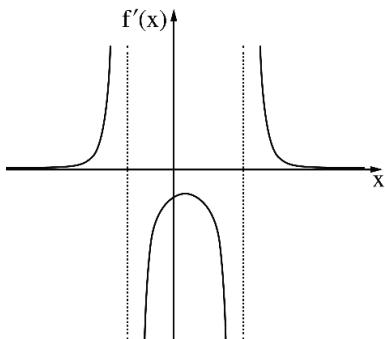
ב. הבע את שטח משולש ACD באמצעות R ו- α .

נסמן ב- m את היחס בין שטח המשולש ACD לבין שטח המשולש ABC .

ג. (1) האם ניתן כי $m = 0.5$? נמק את תשובהך.

(2) נתון כי $m = 0.6$. מצא את גודלי זוויות המשולש ABC .

פרק שלישי – חישוב דיפרנציאלי ואנטוגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש של פונקציות רציניות ושל פונקציות טריגונומטריות



נתונה פונקציה $f(x)$ המוגדרת בתחום

$$x < b, \quad b < x < c, \quad c < x$$

וగזירה בכל תחום הגדרתה.

בפרטוט שלפניך מתואר הגרף
של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

לפונקציית הנגזרת $f'(x)$ יש נקודות קיצון

אחת בלבד ושלוש אסימפטוטות

המאונכות לצירים:

$$x = c, \quad x = b, \quad y = 0$$

שיעור ה- x של נקודת הקיצון של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ הוא a.

b ו- c הם פרמטרים.

a. הבע את תשובה תי באתרים a, b ו- c אם יש צורך.

(1) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$

(2) מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה (U) ואת תחומי הקעירות

כלפי מטה (U) של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ עובר בנקודת (a, 0).

b. סרטט סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה $f(x)$.

$$\text{נתון גם כי } f(x) = \frac{18 - 36x}{(x^2 - x - 6)^2}$$

g. מצא את a, b ו- c .

d. (1) הראה כי בתחום $c < x < b$ מתקיים: $f'(x) \cdot (f(x))^2 \leq 0$

(2) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$

על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 0$ ו- $x = 2a$

6.



7.



נתונה הפונקציה $f(x) = \tan(x) + \frac{1}{x}$.

ענעה על הטעיפים א-ב בעבר תחומיים $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$.

המאונכות לציר ה- x .

גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בתחום הנתון בנקודה אחת בלבד ששיעוריה $(2.798, 0)$ בקירוב.

ב. מצא את תחומי החיוביות ואת תחומי השילילות של הפונקציה $f(x)$.

נתונה גם הפונקציה $g(x) = \frac{\cos(x)}{x}$, המוגדרת לכל $x \neq 0$.

ג. האם הפונקציה $g(x)$ היא זוגית, אי-זוגית, או לא זוגית ולא אי-זוגית? הוכיח את תשובה.

ד. (1) הראה כי בתחום $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$ שיעור ה- x של אחת מנקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ שווה לשיעור ה- x של נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x , וקבע את סוגה של נקודת קיצון זו.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ בתחום $-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$.

8.



- חותכים חוט שאורכו k לשני חלקים.
מחלק אחד של החוט יוצרם משולש שווה-צלעות
וمنן החלק الآخر יוצרם מעגל.
נסמן ב- x את אורך צלע המשולש.
- א. הבע באמצעות k את תחום ההגדרה של x .
- ב. הבע באמצעות k את אורך צלע המשולש,
שבוורו סכום השטחים של שתי הצורות הוא מינימלי.
- ג. הראה כי כאשר סכום השטחים של שתי הצורות הוא מינימלי,
אי אפשר לחסום את המשולש שהתקבל במעגל שהתקבל.

תשובות ל מבחון בגרות מספר 44 – חורף תשפ"ב, 2022, מועד נבקרים:

.1. א. תמר - 15 קמ"ש , יואב - 20 קמ"ש , דן - 12 קמ"ש . ב. 2 ק"מ.

.2. א. כן. ב.(1) הוכחה. (2) $n = 9$. ג. הנוסחה נכונה.

.3. ג. ההסתברות אינה גדולה פי 2 . ב. $\frac{25}{84}$. ג. $\frac{76}{391}$ (2) . $n = 70$ (1). א. .4

.א. $\frac{1}{2}$. ב. הוכחה. ג. 12 . ד. כן.

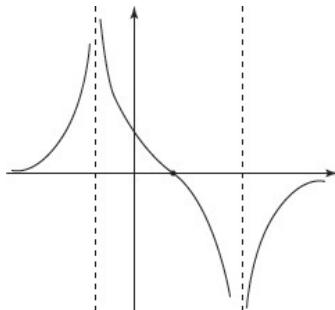
.5. א. הוכחה. ב. $R^2 \cos^2 \alpha \tan 2\alpha$

.ג. (1) לא ניתן. (2) 33.56° , 73.22°

.6. א.(1) עלייה : $b < x < c$ או $x > c$ ירידה : $x < b$ או $x > a$

.ב.(2) $a < x < c$: \cap , $b < x < a$ או $x < b$: \cup

.ב.



.ג. $c = 3$, $b = -2$, $a = \frac{1}{2}$

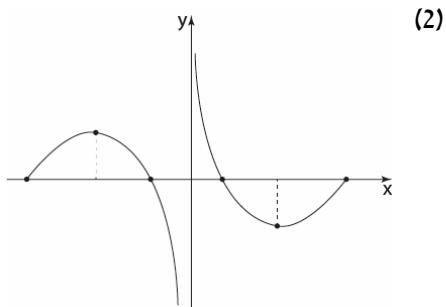
.ד. $\frac{1}{12}$ (1) הוכחה. (2)

$$\cdot x = 0 \quad , \quad x = \frac{\pi}{2} \quad , \quad x = \frac{3\pi}{2} \quad (2) \quad . \quad 0 < x < \frac{\pi}{2} \quad \text{או} \quad \frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2} \quad (1). \quad \text{א}. \quad .7$$

ב. תחומי החיוויות של $f(x)$: $0 < x < \frac{\pi}{2}$ או $2.798 < x < \frac{3\pi}{2}$

תחומי השליליות של $f(x)$: $\frac{\pi}{2} < x < 2.798$

ג. (הינה פונקציה אי-זוגית. ד.(1) הוכחה. סוג הקיצון הוא מינימום .



$$\cdot 0 < x < \frac{K}{3} \quad \text{ב.} \quad 0.21K \quad \text{ג.} \quad \text{הוכחה.} \quad .8$$



15

מבחון בגרות מס' 45

קייז תשפ"ב, 2022, מועד א

גראסה 1

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

מכונית יצאה מבאר שבע לחיפה ב מהירות קבועה v_1 . באותו הזמן

בדיוק יצאה משאית מחיפה לבאר שבע ב מהירות קבועה v_2 .

המרחק בין חיפה לבאר שבע הוא 210 ק"מ.

המשאית נעצרה בצד הדרך עקב תקלת, לפני שהחלפה המכונית על פניה. באותו הזמן המרחק בין המשאית לבין המכונית

הייה 96 ק"מ.

א. הbijeo באמצעות v_1 ו- v_2 את הזמן שהלך מרגע תחילת הנסיעה ועד שנעצרה המשאית בצד הדרך.

זמן שהייתה המכונית בצד הדרך היה גדול פי 1.5 מן הזמן שהלך מרגע יציאתה מחיפה עד לרגע עצירתה.

המשאית יצאה שוב לדרך באותה מהירות, v_2 , בдиוק ברגע שבו החלפה המכונית על פניה.

ב. מצאו את היחס בין מהירות המכונית לבין מהירות המשאית.

128 דקות לאחר שייצאה המשאית שוב לדרך, היא הגיעו לבאר שבע.

ג. מצאו את מהירות המכונית ואת מהירות המשאית.



סachen Automotiv
לצפייה בפתרון

. 2

סדרה I היא סדרה הנדסית און-סופית שאיבריה הם a_1, a_2, a_3, \dots

וمنתה היא $r \cdot 9$.

$$\text{נתון : } r < \frac{1}{3} < 0.$$

בין כל שני איברים בסדרה I הכנסו איבר נוסף, ונוצרה סדרה הנדסית חדשה יורדת, סדרה II, שאיבריה הם b_1, b_2, b_3, \dots ומןתה היא q.



א. (1) הביעו את q באמצעות r.

(2) הסבירו מדוע שתי הסדרות I ו-II מתכננות.

נתון כי סכום סדרה II גדול פי $\frac{4}{3}$ מסכום סדרה I.

ב. חשבו את q.

נתון כי סכום האיברים במקומות הזוגיים בסדרה II הוא 12.

ג. מצאו את סכום כל האיברים של סדרה II במקומות

שמתחלקים ב- 5 ($\dots, b_{10}, b_{15}, b_5$).

ד. מצאו בסדרה II את היחס בין האיבר החמישי לבין סכום כל האיברים שאחורי איבר זה.

ה. הוכחו כי בכל סדרה הנדסית מתכננת היחס בין איבר כלשהו לבין סכום כל האיברים שאחורי אינו תלוי במיקום של האיבר בסדרה.

3.



נטע משחקת במשחק מסויים.

במשחק זה יש בדיק ששלוש תוצאות אפשריות: ניצחון, תיקו והפסד. ההסתברות לניצח במשחק גדולה פי 3 מן ההסתברות שהיא תפסיד במשחק.

נסמן ב- k את ההסתברות לניט תפסיד במשחק ($0 < k$).

בשאלה יכולה תוצאות המשחקים אין תלויות זו בזו. נתון שאם נטע משחקת 2 משחקים בזזה אחר זה, ההסתברות שהיא תניצח במשחק אחד לפחות היא $k^{4.5}$.

א. מצאו את הערך של k .

נטע שиграה 5 משחקים בזזה אחר זה.

ב. מצאו את ההסתברות לניט תניצח ב- 3 משחקים לפחות.

ג. מצאו את ההסתברות לניט תניצח בשלושת המשחקים הראשונים לפחות.

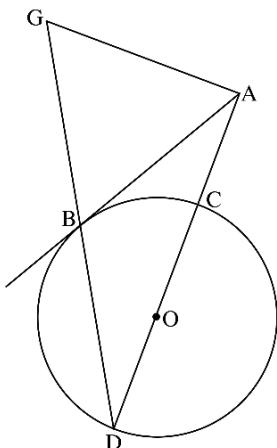
ד. (1) מצאו את ההסתברות לניט לא תפסיד בשום משחק.

(2) ידוע כי נטע הפסידה במשחק אחד לפחות.

מהי ההסתברות שהיא ניצחה בשלושת המשחקים

הראשונים וקיבלה תוצאה תיקו במשחק האחרון?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור



.4. נתון מעגל שרדיוסו R ומרכזו O.

נקודה A שמחוץ למעגל יוצאים
שלושה ישרים:

הישר AB משיק למעגל בנקודה B,

הישר AD עובר דרך מרכז המעגל O

וחותך את המעגל בנקודות C ו-D,

והישר AG מאונך לישר AD
(ראו סרטווט).

נקודות D ו-G נמצאות על ישר אחד,
כמתואר בסרטוט.

נסמן: $\angle ADB = \alpha$.

א. הביעו את כל זוויות המשולש ABG בampooות α .

ב. הוכחו: $\frac{AB}{AC} = \frac{DB}{BC}$

נתון: $AG = 8$, $AC = \frac{1}{2}DC$

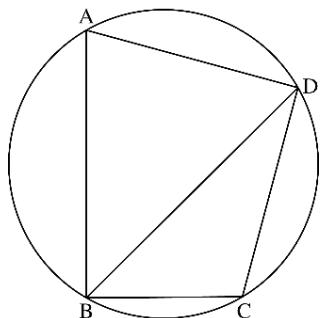
ג. חשבו את R.

נסמן ב- S את שטח המשולש BDC.

ד. (1) הוכחו: $\Delta ADG \sim \Delta BDC$.

(2) הביעו את שטח המשולש ADG בampooות S.

5.



מרובע $ABCD$ חסום במעגל שרדיוסו R ומרכזו O (ראו סרטווט).

נסמן: $\angle DAB = \alpha$, \angle היא זוויות חדות.

א. הביעו את אורך האלכסון BD באמצעות α ו- R .

נתון: $CD = R\sqrt{2}$, $BC = R$:

ב. חשבו את α .

נתון: BD הוא חוצה זוית $\angle ABC$:

ג. חשבו את גודל הזווית $\angle ABD$.

נסמן ב- h_1 את הגובה שיורט מקודקוד A במשולש ABD ,

וב- h_2 את הגובה שיורט מקודקוד O במשולש BOD .

ד. חשבו את $\frac{h_1}{h_2}$.

פרק שלישי – חישוב דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רצינגוליות ושל פונקציות טריגונומטריות

. 6. נתונה הפונקציה $f(x) = 2x + \frac{2}{x}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) האם הפונקציה $f(x)$ היא זוגית, אי-זוגית או לא זוגית



ולא אי-זוגית? הוכיחו את התשובה.

(3) מצאו את תחומי העליה ואת תחומי הירידה

של הפונקציה $f(x)$.

נתונות שתי פונקציות: 1- $f(x)$

2- $f(x)$ היא פונקציית הנגזרת של $f(x)$

$f'(x) = g(x)$ מקיימת $g(x) \cdot f'(x) = 1$.

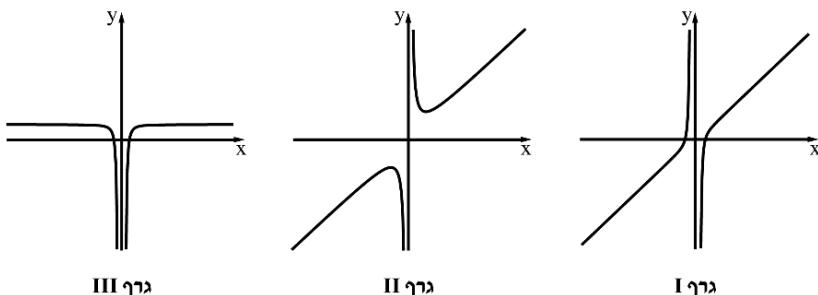
הפונקציות $f'(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו תחום כמו

הפונקציה $f(x)$.

ב. כל אחד מן הגרפים I-III שלפניכם מתאר את אחת

הפונקציות $f(x)$, $f'(x)$ ו- $g(x)$. לכל אחד מן הפונקציות כתבו

איזה גרפ' מתאר אותה. נמקו את התשובה.



ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה (x) , $g(x)$

עם ציר ה- x .

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי הפונקציה (x) , $g(x)$

$$\text{על ידי ציר ה- } x \text{ ועל ידי הישרים } x = 1 - 4 \text{ ו- } x = \frac{1}{4}.$$

ה. נתון: $\int_{\frac{1}{a}}^a g(x) dx < 1$ הוא פרמטר. חשבו את

$$\text{נתונה הפונקציה } h(x) = \int_1^x f'(t) dt.$$

נתון כי הפונקציה (x) , $h(x)$ מוגדרת בתחום $x \leq 1$.

ו. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה (x) , $h(x)$

וקבעו את סוגה.

7.



נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2(\cos x)^2 + \sin 2x}{2 \cos x}$ בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
(2) הסבירו מדוע לפונקציה $f(x)$ אין אסימפטוטות המאונכות לציר ה- x .
(3) מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
ב. (1) הראו כי לכל x בתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$ מתקיים:
$$f'(x) = \cos x - \sin x$$

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
ג. (1) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
(2) k הוא מספר. מצאו את כל ערכי k שבעבורם יש למשוואה $k = f(x)$ פתרון ייחיד (בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$).
ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי שני הישרים $x = \frac{5}{4}\pi$ ו- $x = \frac{3}{4}\pi$.

. 8



- נתונות שתי פונקציות : $g(x) = \sqrt{f(x)}$, $f(x) = x^3$
- א. (1) מצאו את תחומי ההגדרה של הפונקציה $(x)f$ ואות תחומי
ההגדרה של הפונקציה $(x)g$.
- (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גраф הפונקציה $(x)f$
עם גраф הפונקציה $(x)g$.

הנקודה A נמצאת על גраф הפונקציה $(x)f$, והנקודה B נמצאת
על גраф הפונקציה $(x)g$ כך שהקטע AB מקביל לציר ה- x .
נתון כי שיעור ה- x של הנקודה A נמצא בין שיעורי ה- x של נקודות
החיתוך של הפונקציה $(x)f$ עם הפונקציה $(x)g$.
נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה A . t הוא פרמטר .
ב. הבינו באמצעות t את אורך הקטע AB .
ג. הנקודה O היא ראשית הצירים .
מצאו את השטח המקסימלי של המשולש OAB .
ד. האם השטח המקסימלי של המשולש OAB מתקבל כאשר
אורך הקטע AB הוא מקסימלי ? נמקו את התשובה .

תשובות ל מבחון בגרות מס' 45 – קיץ תשפ"ב, מועד א, גראDEDה 1:

$$\cdot \frac{v_1}{v_2} = \frac{32}{25} \quad \text{ב. } t = \frac{114}{v_1 + v_2} \quad \text{א. 1}$$

ג. מהירות המכונית v_2 : $96 \text{ קמ''ש} ; \text{ מהירות המשאית } (v_1) : 75 \text{ קמ''ש}$.

$$\cdot 2 \cdot \text{ד. } S = \frac{48}{121} \approx 0.397 \quad \text{ג. } q = \frac{1}{3} \quad \text{ב. } (2) \text{ להסביר. } \text{א. 2}$$

ה. להוכיח .

$$\cdot \frac{54}{4651} \approx 0.0116 \quad (2) \cdot \frac{3125}{7776} \approx 0.4019 \quad (1) \cdot \text{ד. } \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} \cdot \text{ב. } \text{א. 3}$$

. $\angle AGB = \angle ABG = 90 - \alpha$, $\angle BAG = 2\alpha$. נ . 4

$$\cdot S_{ADG} = 3S \quad \text{ד. (1) להוכיח. (2) } \cdot R = \frac{8}{\sqrt{3}} \approx 4.619 \quad \text{ג.}$$

$$\cdot \angle ABD = 45^\circ \quad \text{ג. } \alpha = 75^\circ \quad \text{ב. } BD = 2R\sin(\alpha) \quad \text{נ. 5}$$

$$\cdot \frac{h_1}{h_2} = 3 + \sqrt{3} \approx 4.732 \quad \text{ד.}$$

א. (2) אי זוגיות. . 6

1 < x , 1 < x : (3)

תחומי ירידה : $-1 < x < 0$, $0 < x < 1$

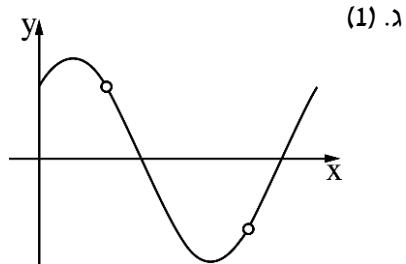
ב. $f(x) - g(x)$ – גראף I . ג. $(1,0)$, $(-1,0)$. II – גראף II . ג.

ד. מינימום : $(1,0)$. ה. 0 . 56.25 . ו.

$$\text{לhesbiv} \quad (2) \quad \frac{3\pi}{2} < x \leq 2\pi , \quad \frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2} , \quad 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \quad (1). \text{N} .7$$

ב. $(0,1)$ לheravot (2) מינימום : $(0,1)$, $\left(\frac{3\pi}{4}, 0\right)$, $\left(\frac{7\pi}{4}, 0\right)$ (3)

מקסימום : $\left(\frac{5\pi}{4}, -\sqrt{2}\right)$, מקסימום : $\left(\frac{\pi}{4}, \sqrt{2}\right)$



$$. \sqrt{2} . \tau \quad k = \sqrt{2} , \quad k = -\sqrt{2} , \quad k = -1 \quad (2)$$

א. (1) תחום של $f(x)$: כל x , תחום של $g(x)$: $0 \leq x$.8

$$\text{ד. לא} . \quad S_{OAB} = \frac{128}{3125} \approx 0.04096 \quad \text{ג.} \quad AB = t - t^2 \quad \text{ב.}$$



16

מבחן בגרות מס' 46

קייז תשפ"ב, 2022, מועד ב

גראסה 1

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ארבעה רצים משתתפים במרוץ שליחים במסלול שאורכו 1,440 מטר. המסלול מחולק ל- 4 מקטעים שווים ובתחילת כל מקטע עומד אחד מן הרוצים.

כאשר נשמעת ירידת הזינוק הראשון י יצא לדרכ. מייד כשהוא מגיע לסוף המקטע הראשון, הרץ השני י יצא לדרכ, וכך הלאה עד שהרץ הרביעי מגיע לסוף המקטע שלו.

מהירות הרץ השני גדולה פי 1.5 מהירות הרץ הראשון.
 מהירות הרץ השלישי קטנה פי 2 מהירות הרץ השני,
 ומהירות הרץ הרביעי שווה ל מהירות הרץ השלישי.
 מהירות של כל אחד מן הרוצים קבועה לאורך המקטע שלו.
 ארבעת הרוצים השלימו יחד את המסלול כולו
 בשלוש דקות ו- 54 שניות סך הכל.
 א. מצאו את מהירות הריצה של כל אחד מן הרוצים.



ולקח אותה
לצפייה בפתרון

הרץ השלישי והרץ הרביעי התאמנו כדי להגדיל את מהירות הריצה שלהם. בעבר זמן שוב השתתפו ארבעת הרצים במרוץ שליחים, באותו המסלול. כל אחד מהם רץ באותו מקטע שבו רץ בעפם הקודמת. סך זמן הריצה של הרץ השלישי והרץ הרביעי היה גדול פי 1.5 מסך זמן הריצה של שני הרצים הראשונים.

הרץ הראשון והרץ השני רצו באותה מהירות שבה רצו בעפם הקודמת. הרץ השלישי עבר כל 100 מטר ב- 2.5 דקות פחות מן הרץ הרביעי.

ב. (1) מצאו בכמה שניות זמן הריצה של הרץ השלישי קטן מזמן הריצה של הרץ הרביעי.

(2) האם כל אחד משני הרצים האלה, השלישי והרביעי, הגביל את מהירות הריצה שלו? נמקו את התשובה.

2.



נתונה סדרה הנדסית אין-סופית A שהאיבר הכללי שלה הוא a_n ומנתה היא q.

$$\text{א. הוכחו כי לכל } n \text{ טبعי מתקיים } a_n \cdot a_{n+1} = a_1 \cdot a_2 \dots$$

בעבור $2k$ האיברים הראשונים בסדרה A מתקיים כי מכפלת שני האיברים האמצעיים בסדרה שווה $a_1 \cdot a_{2k}$.

$$\text{נתון: } a_{2k-2} = 1,215$$

ב. מצאו את q (שתי אפשרויות).

$$a_1 = 5$$

ג. (1) קבעו אם הסדרה A היא סדרה עולה, סדרה יורדת או סדרה לא עולה ולא יורדת. נמקו את התשובה.

(2) מצאו את k.

מן הסדרה A בונים את הסדרה האין סופית B באופן זה:

$$\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_3}, \frac{1}{a_4}, \dots$$

ד. הוכחו שהסדרה B היא סדרה הנדסית.

בסדרה B מחליפים את הסימן של כל האיברים במקומות

האי-זוגיים כך שמתקבלת הסדרה C שלפניכם:

$$-\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, -\frac{1}{a_3}, \frac{1}{a_4}, \dots$$

ה. מצאו את סכום הסדרה C.

3.



בעיר גודלה בישראל נערך סקר ובו נבדקה רמת השליטה בשפה האנגלית בקרב תושבי העיר.

בסקר השתתפו אנשים רבים - מבוגרים וצעירים.

בסקר נמצא שמספר המבוגרים שליטים באנגלית גדול פי 3 ממספר הצעירים שליטים בה, ומספר המבוגרים שלא שליטים

באנגלית גדול פי $\frac{2}{3}$ ממספר המבוגרים שליטים בה.

נסמן ב- p את ההסתברות לבחור באקראי צער ששלט באנגלית מבין כלל המשתתפים בסקר.

א. מצאו את ההסתברות לבחור באקראי מבוגר שליט באנגלית מבין כלל המבוגרים שהשתתפו בסקר.

ב. בוחרים באקראי שלושה מבוגרים מבין המבוגרים שהשתתפו בסקר. מצאו את ההסתברות לבדוק שניים מהם שליטים באנגלית.

ג. (1) הבינו באמצעות p את ההסתברות לבחור באקראי צער שלא שלט באנגלית מבין כלל המשתתפים בסקר.

(2) הראו כי בתחום הערכים האפשרי בעבר p

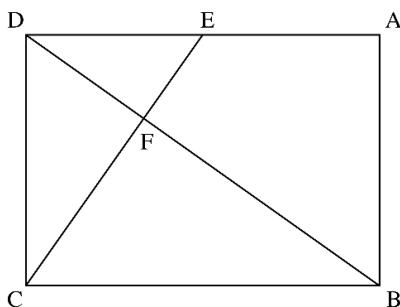
$$0 < p < \frac{1}{12} .$$

יזוע כי ההסתברות לבחור באקראי מבוגר מבין המשתתפי הסקר שלא שליטים באנגלית שווה להסתברות לבחור באקראי צער מבין המשתתפי הסקר שלא שליטים באנגלית.

ד. מצאו את הערך של p .

ה. האם המאורעות "לשלוט באנגלית" ו"להיות מבוגר" תלויים זה בזה? נמקו את תשובהיכם.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור



- במלבן $ABCD$, הנקודה E נמצאת על הצלע AD .
הקטע CE חותך את האלכסון BD בנקודה F .
המרובע $EABF$ הוא בר חסימה.
במיעגלאן.
א. הוכחו: $\Delta DAB \sim \Delta BFC$.



נתון: $DE = EA$

ב. חשבו את היחס $\frac{EF}{FC}$

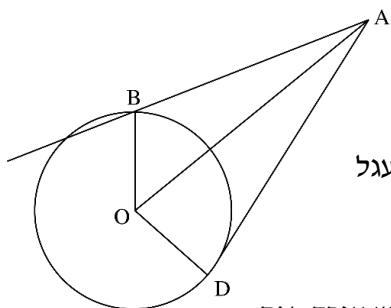
נסמן את שטח המשולש DEF ב- S .

- ג. הבינו את שטחי המשולשים DFC ו- BFC באמצעות S .
ד. חשבו את יחס הדמיון בין המשולש DAB
ובין המשולש BFC .

נסמן: $DE = a$

- ה. (1) הבינו את אורך האלכסון BD באמצעות a .
(2) הבינו את קוטר המיעגלאן החוסם את המרובע $EABF$
באמצעות a .

. 5



נתון מעגל שמרכזו בנקודה O
ורדיוסו R . מנקודה A , שמחוץ
למעגל, העבירו ישר שמשיק למעגל
בנקודה D וישר אחר, שחותך את המעגל
בנקודה B כמתואר בסרטוט.
נסמן : $\angle AOB = \beta$, $\angle AOD = \alpha$

א. הביעו באמצעות α ו- R , אם יש צורך , את :

(1) אורך הקטע AO .

(2) אורך הקטע AB .

$$\text{נתון : } AB = \sqrt{2}R$$

$$\text{ב. חוכיחו כי } \cos \beta = \frac{\sin^2 \alpha}{2 \cos \alpha}$$

משולש ADO חסום במעגל אחר , שרדיוסו r .

$$\text{נתון : } \frac{R}{r} = \frac{2\sqrt{7}}{5}$$

ג. מצאו את גודלי הזווית α ו- β .

**פרק שלישי – חיבור דיפרנציאלי ואנטוגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש,
של פונקציות רציניות ושל פונקציות טריגונומטריות**

6.



נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x+a}}$, $a > -9$ הוא פרמטר חיובי.

א. הביעו באמצעות a את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי לפונקציה $f(x)$ אין אסימפטוטות מאונכות לצירים.

ב. (1) מצאו את a .

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של

גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$,

וקבעו את סוגה.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונות הפונקציות $h(x) = |f(x)|$, $g(x) = -f(x+2)$.

ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $h(x)$

ואת תחום ההגדרה של הפונקציה $h(x)$.

(2) האם שיעור ה- y של נקודת המקסימום

של הפונקציה $h(x)$ גדול משיעור ה- y

של נקודת המינימום של הפונקציה $h(x)$

קטן ממנו או שווה לו? נמקו את התשובה.

נתון כי $\int_{-1}^3 h(x)dx = \int_{-3}^k g(x)dx$.

ד. מצאו את k . הסבירו את התשובה.

. 7



- נתונה הפונקציה $f(x) = \sin^2(x) - \cos^2(x) - 1$, המוגדרת לכל x .
- א. האם הפונקציה $f(x)$ זוגית? נמקו.
- ב. הוכיחו כי לכל x מתקיים: $-2 \leq f(x) \leq 0$.
- ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.
- ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

נתונה הפונקציה $g(x) = f(2x)$, המוגדרת לכל x .

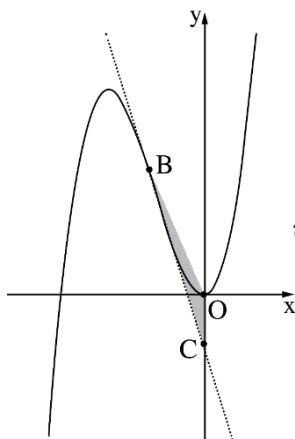
ה. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ בתחום $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

ו. נתון כי $\int_0^{\frac{\pi}{8}} (g'(x) - f'(x))dx = S$

הביעו באמצעות S את $\int_{-\frac{\pi}{8}}^0 (g'(x) - f'(x))dx$.

הסבירו את התשובה.

8.



נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 + 4x^2$
המוגדרת לכל x .

הנקודה B נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ בربיע ה- x (ראו סרטוט). מן הנקודה B מעבירים משיק לגרף הפונקציה $f(x)$. המשיק חותך את ציר ה- y בנקודה C .
נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה B .
א. הביעו באמצעות t את משוואת המשיק לגרף
הפונקציה $f(x)$ בנקודה B .

ידוע כי הנקודה C נמצאת מתחת לציר ה- x .

ב. מהו תחום הערכים של t ?

הנקודה O היא ראשית הצירים.

ג. מצאו את השטח המקסימלי של המשולש OBC .

תשובות ל מבחון בגרות מס' 46 – קיץ תשפ"ב מועד ב, 2022 – גרסה 1:

1. א. מהירות הרצ' הראשון : $\frac{2}{3}$ מטר לשנייה

מהירות הרצ' השני : 10 מטר לשנייה

מהירות הרצ' השלישי : 5 מטר לשנייה

מהירות הרצ' הרביעי : 5 מטר לשנייה.

ב. (1) ב- 9 שניות. (2) הרצ' השלישי הגדיל את המהירות שלו
הרצ' הרביעי לא הגדיל את המהירות שלו.

.
2. א. הוכחה. ב. $k = 4$. ג. (1) הסדרה עולה. (2) $q_1 = -3$, $q_2 = 3$

. ד. הוכחה. ה. $S_C = -\frac{3}{20}$

3. א. $\frac{1}{20}$. ב. $\frac{3}{11}$. ג. (1) $p = 1 - 12k$. (2) הוכחה. ד. $\frac{216}{1331}$

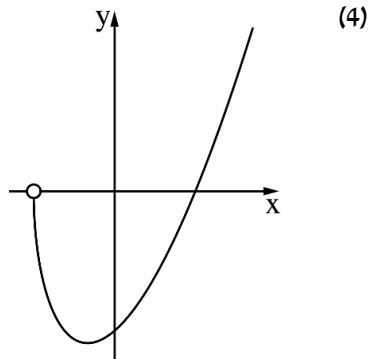
ה. המאורעות תלויים זה בזה.

.
4. א. הוכחה. ב. $\sqrt{1.5}$. ג. $S_{\Delta BFC} = 4S$, $S_{\Delta DFC} = 2S$. ד. $\frac{1}{2}$.
ה. $\sqrt{3}a$ (2) . $\sqrt{6}a$ (1)

5. א. $AB = R \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha} + 1 - \frac{2 \cos \beta}{\cos \alpha}}$ (2) .
ב. הוכחה.
ג. $AO = \frac{R}{\cos \alpha}$ (1) .
ד. $\beta = 47.13^\circ$, $\alpha = 58.05^\circ$

. $(0, -3\sqrt{3})$, $(3, 0)$ (2) . $a = 3$ (1). ב. $x > -a$. נ . 6

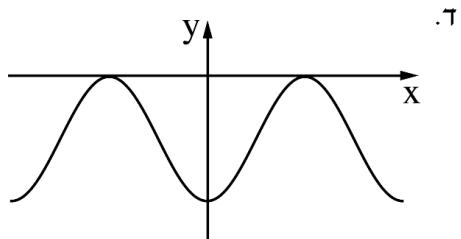
מינימום. $(-1, -4\sqrt{2})$ (3)



ג. (1) תחום ההגדרה של $g(x)$

. $k = 1$. $x > -3$: $h(x)$ (2) שווה לו. ד. תחום ההגדרה של $h(x)$

. $(0, -2)$, $\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$, $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ ג. א. כנ. ב. הוכחה. 7



ה. $(0, -2)$, $\left(-\frac{\pi}{4}, 0\right)$ מקסIMUM מינימום $\left(-\frac{\pi}{2}, -2\right)$

. $S_{\Delta OBC} = \frac{27}{16}$ א. $-2 < t < 0$ ב. $y = (3t^2 + 8t)x - 2t^3 - 4t^2$ נ . 8



17

מבחן בגרות מס' 47

חורף תשפ"ג, 2023

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענו על שתיים מבין השאלות 1-3.

1. לאורך גדת נהר יש שלוש תחנות: תחנה A, תחנה B ותחנה C שנמצאת בנקודה מסויימת בין תחנה A ובין תחנה B.

הנהר זורם מכיוון תחנה A לכיוון תחנה B במהירות קבועה.

שתי סירות, סירה I וסירה II, יצאו בשעה 8:00 מנקודה C

ושטו לכיוונים הפוכים:

סירה I שטה (נגד הזרם) אל תחנה A, וסירה II שטה (עם הזרם) אל תחנה B.

מיד לאחר שכל אחת מן הסירות הגיעו לתחנה המתאימה, היא הסתובבה ושתה בכיוון ההפוך.

נתנו כי מהירות של כל אחת מן הסירות במים עומדים היא קבועה.

המהירות של סירה I כאשר היא שטה עם הזרם הייתה גדולה פי 1.5 ממהירותה כאשר היא שטה נגד הזרם.

המהירות של סירה II כאשר היא שטה עם הזרם הייתה גדולה פי 4 ממהירותה

של סירה I כאשר היא שטה נגד הזרם.

נסמן ב- x את מהירות הזרם בנהר.

א. הבינו באמצעות x את המהירות של סירה I במים עומדים ואת המהירות

של סירה II במים עומדים.

סירה I הגיעו לתחנה A לאחר 3 שעות מרוגע היחידה לדרכ, ומיד הסתובבה

ושטה לכיוון תחנה B. סירה II הגיעו לתחנה B לאחר 7 שעות מרוגע היחידה

לדרך, ומיד הסתובבה ושתה לכיוון תחנה A.

ב. (1) באיזו שעה נפגשו הסירות?

(2) האם הסירות נפגשו בין תחנה A לתחנה C או בין תחנה B לתחנה C?

נמקו את תשובהיכם.

הסירות נפגשו במרחק של 84 ק"מ מתחנה C.

ג. מהי מהירות הזרם בנהר?

2. נתונה סדרה הנדסית אין סופית A שהאיבר הכללי שלה הוא a_n וממנה היא q.

בונים סדרה חדשה B שהאיבר הכללי שלה הוא $b_n = a_n^{-n} \cdot q^n$.

א. הוכיחו שגם סדרה B היא סדרה הנדסית.

ב. בוגע כל אחד מן ההיגדים (1)–(2) שלפניכם קבעו האם הוא נכון או לא נכון, וنمכו את קביעתכם.

(1) אם הסדרה A לא מתכנסת – בהכרח גם הסדרה B לא מתכנסת.

(2) אם הסדרה A יורדת – בהכרח היא גם מתכנסת.

נתון כי שתי הסדרות מתכנסות, וכי היחס בין הסכום של כל איברי הסדרה B

לסכום של כל איברי הסדרה A הוא $\frac{3}{5}$.

ג. מצאו את q.

נתון: q הוא מספר טבעי המקיים $\frac{b_1}{a_1} + \frac{b_2}{a_2} + \frac{b_3}{a_3} + \dots + \frac{b_n}{a_n} = \frac{2059}{729}$

ד. מצאו את q .

3. בוחנות פירות יש ארוגים ובתוכם פירות.

בארגז א' יש a פירות: 3 תפוחים והשאר אגסים.

בארגז ב' יש b פירות: 5 תפוחים והשאר אגסים.

מוחאים באקראי פרי אחד מארגז א'. אם יצא תפוח – מעבירים אותו לארגז ב',
ואם יצא אגס – מוחזרים אותו לארגז א'.

לאחר מכון מוחאים באקראי פרי אחד מארגז ב'.

א. הבינו באמצעות a ו- b את הסתברות שיצאו 2 תפוחים.

נתון: הסתברות להוציא באופן המתואר 2 תפוחים היא $\frac{9}{65}$.

הסתברות להוציא באופן המתואר 1 תפוח אחד ולאחר מכן אחד היא $\frac{21}{130}$.

ב. מצאו את a ואת b.

ג. חשבו את הסתברות שמארגז ב' יצא אגס, אם ידוע כי מארגז א' יצא תפוח.

מעבירים את כל הפירות משני הארגזים לארגז אחר שהיה ריק, ומוחאים ממנו באקראי פרי 6 פעמים, עם החזרה.

ד. מצאו את הסתברות שב- 4 מן הפעמים יצא תפוח.

או שבעל 6 הפעמים יצא אגס.

ה. ידוע שב- 4 מן הפעמים בבדיקה יצא תפוח. מצאו את הסתברות שהתפוחים יצאו ברציפות, בזאת אחר זה.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענו על אחת מבין השאלות 4-5.

4. ◎ שני מעגלים נחתכים בנקודות A ו-B

 (ראו סרטוט).

המיתר AC במעגל השמאלי חותך

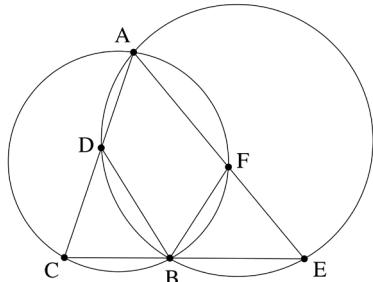
את המעגל הימני בנקודה D.

המיתר AE במעגל הימני חותך

את המעגל השמאלי בנקודה F.

הקטע CE עובר דרך הנקודה B.

a. הוכחו כי $\Delta ACE \sim \Delta BCD$



נתון : $DC = FE$

b. הוכחו כי $\Delta BFE \cong \Delta ABCD$

c. (1) הוכחו כי $AC \cdot BE = AE \cdot BC$

(2) הוכחו כי AB הוא חוצה זווית CAE

d. הוכחו כי $\angle DEC = \angle FCE$.

5. ◎ משולש BCD חסום במעגל שמרכזו

 בנקודה O ורדיוסו R.

הנקודות O ו-E נמצאות על הצלע BD,

כך שמקיים $OE = ED$ (ראו סרטוט).

נסמן : $\angle CDB = \alpha$, $CD = m$

a. הבינו את $\cos \alpha$ באמצעות m ו-R.

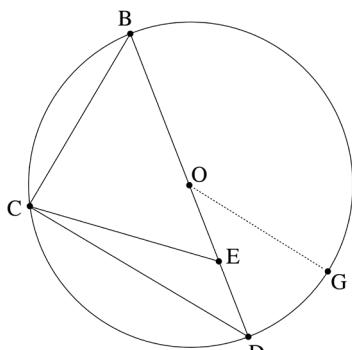
b. הוכחו כי $CE = \frac{1}{2}\sqrt{2m^2 + R^2}$

נתון : $BC = EC$

ג. חשבו את α .

מעבירים רדיוס OG המקביל לצלע CD, כמתואר בסרטוט.

d. חשבו את גודל הזווית OEG.



פרק שלישי – חישוב דיפרנציאלי וaintגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רצינליות ושל פונקציות טריגונומטריות

ענו על שתיים מבין השאלות 6-8.

6. נתונה הפונקציה: $f(x) = x^n \cdot (x+1)^2$. $n > 1$ הוא מספר טבעי.

הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x .

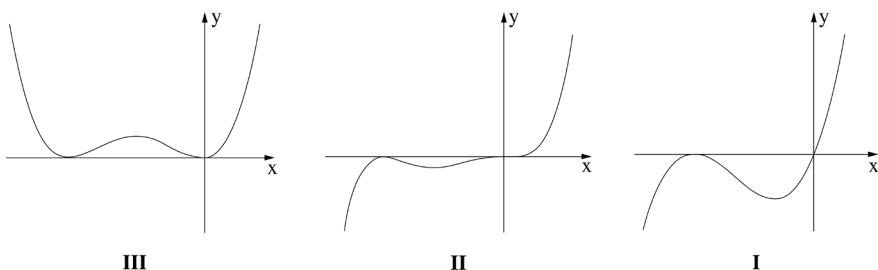
a. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

b. מצאו את תחומי החיוביות ואת תחומי השילילות של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה). הבחינו בין x זוגי ובין x אי-זוגי.

c. מצאו את שיעורי x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן. הביעו את תשובותיכם באמצעות x , אם יש צורך. הבחינו בין x זוגי ובין x אי-זוגי.

לפניכם שלושה גרפים I – III. אחד מן הגרפים מתאר את הפונקציה $f(x)$

עבור x זוגי, ואחד מהם מתאר את הפונקציה $f(x)$ עבור $x > n$ ואי-זוגי.



d. קבעו איזה גרף מתאר את הפונקציה $f(x)$ עבור x זוגי, ואיזה גרף מתאר את הפונקציה $f(x)$ עבור $x > n$ ואי-זוגי. נמקו את קביעותיכם.

נתונה הפונקציה $g(x) = a \cdot f(x-2)$, a הוא פרמטר חיובי.

נסמן ב- T את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $g(x)$ ובין ציר x .

e. הביעו באמצעות a ו- T את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f(x)$ ובין ציר x . נמקו את תשובתיכם.



7. ◉ **נתונה הפונקציה** $f(x) = \frac{2\sin(x)}{\cos^2(x)-1}$ **בתחום** $-2\pi \leq x \leq 2\pi$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואת האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$.

המאונכות לציר ה- x .

(3) האם הפונקציה זוגית, אי-זוגית או לא זוגית ולא אי-זוגית?
הוכחו את תשובתכם.

ב. ענו על התת-סעיפים (1) – (2) שלפניכם בעבר התחום $0 \leq x \leq 2\pi$.

(1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים
(אם יש כאלה).

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ (בתחום $-2\pi \leq x \leq 2\pi$).

ד. הוכחו כי לפונקציה $f(x)$ אין נקודות פיתול.

ה. חשבו את השטח הכלוא בין גраф פונקציית הנגזרת $(f')'$ ובין ציר ה- x ,
בתחום $1.7 \leq x \leq 2$.

8. לפניכם שלוש פונקציות שלכל אחת מהן שני ערכי x שבהם היא אינה מוגדרת.

$$g(x) = \frac{x^2 - 1}{(x+1)(x+2)}, \quad h(x) = \frac{x^3}{x(x+2)}, \quad k(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2(x+2)}$$



ידוע שלاثת שלוש הפונקציות יש אסימפטוטה אופקית אחת ואסימפטוטה אנכית אחת בלבד.

א. מבין שלוש הפונקציות הנתונות, קבעו איזו פונקציה מקיימת את כל התכונות האלה. נמקו את קביעתכם.

ענו על סעיפים ב-ד עבור הפונקציה שקבעתם בסעיף א.

ב. (1) מצאו את המשווה של האסימפטוטה האופקית ואת המשווה של האסימפטוטה האנכית של הפונקציה.

(2) מצאו את שיורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

נתנו כי לפונקציה זו אין נקודות קיצון.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

נסמן נקודה A על גרף הפונקציה, שעבורה $t = x = 1 < t < -1$.

מן הנקודה A מעבירים שני ישרים, אחד מאונך לציר $-x$ והآخر מאונך לאסימפטוטה האנכית של הפונקציה, כך שנוצר מלבן על ידי שני הישרים, על ידי האסימפטוטה האנכית ועל ידי ציר $-x$.

ד. מצאו את ערכו של t שבעבורו היקף המלבן המתkeletal הוא מינימלי. תוכלו להשair שורש בתשובתכם.

תשובות ל מבחן בגרות מס' 47 - חורף תשפ"ג, 2023:

1. א. מהירות סירה I בימים עומדים היא $5x$,

מהירות סירה II בימים עומדים היא $15x$.

ב. (1) בשעה 20:00 (2) בין תחנה B לתחנה C . ג. 2 קמ"ש.

2. א. הוכחה. ב. היגד (1) הוא נכון , היגד (2) הוא לא נכון . $\frac{b_{n+1}}{b_n} = q^2$

$$\text{ג. } n = 7 \quad \text{ד. } q = \frac{2}{3}$$

$$\text{.5. א. } \frac{1}{5} \cdot 0.1726 \cdot \frac{7}{13} \cdot \frac{7}{13} \cdot b = 12, a = 10 \cdot \frac{3}{a} \cdot \frac{6}{b+1} = \frac{18}{a(b+1)}$$

4. א. הוכחה . **ב.** הוכחה . **ג.** (1) הוכחה . (2) הוכחה . **ד.** הוכחה .

$$\text{.5. א. } \angle OEG = 115.38^\circ \quad \text{ב. הוכחה . ג. } \alpha = 37.76^\circ \quad \cos \alpha = \frac{m}{2R}$$

$$\text{.6. א. } (0,0), (-1,0)$$

ב. עברות זוגי : תחום חיוביות : $x < 0$ או $-1 < x < 0$.

תחומיות שליליות : אין .

עברות אי-זוגי : תחום חיוביות : $0 < x$.

תחומיות שליליות : $-1 < x < 0$ או $x < -1$.

ג. עברות זוגי : $x = 0$ מינימום , $x = -1$ מקסימום .

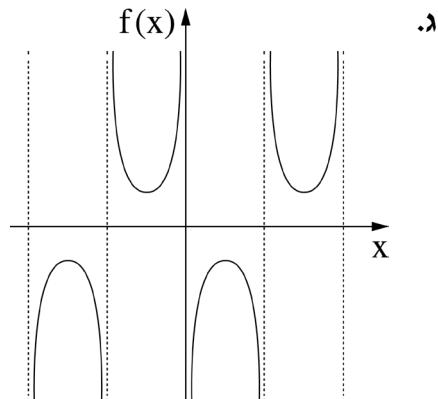
עברות אי-זוגי : $x = -1$ מקסימום , $x = 0$ מינימום .

ד. עברות זוגי : גרא III **עברות אי-זוגי :** גרא II . ה.

. $x \neq 0$, $x \neq \pi$, $x \neq -\pi$, $-2\pi < x < 2\pi$ (1). נ .7

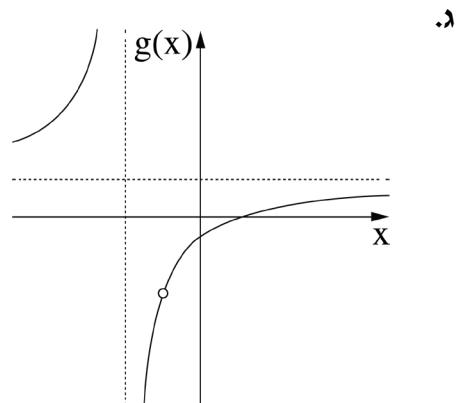
. (3) אי-זוגית . $x = 0$, $x = \pi$, $x = 2\pi$, $x = -2\pi$, $x = -\pi$ (2)

ב. (1) אין נקודות חיתוך עם הצירים. (2) מקסימום , $\left(\frac{\pi}{2}, -2\right)$ מינימום .



. 0.182 . ה .7

. $(0, -0.5)$, $(1, 0)$ (2) . $x = -2$, $y = 1$ (1). ג . g(x) . נ .8



. $t = -2 + \sqrt{3} = -0.268$. ג



18

מבחן בגרות מס' 48

קייז תשפ"ג, מועד א, 2023

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענו על שתיים מבין השאלות 1-3.

1. שני רוכבי אופניים, רוכב א' ורוכב ב', יצאו משני מקומות, A ו-B, בהתאם, ורכבו זה לקראות זה.



המרחק בין המקומות A ו-B הוא 3d ק"מ (d הוא פרמטר חיובי).
רוכב ב' יצא לדרך 2.5 שעות אחרי רוכב א' יצא לדרך.

בשעה 15:30 התברר שככל אחד מן הרוכבים עבר שליש מן המרחק בין המקומות A ו-B. מהירותו של כל אחד מן הרוכבים הייתה קבועה.
למהרתו שוב יצאו הרוכבים מאותם המקומות, A ו-B, ורכבו זה לקראות זה.
כל אחד מן הרוכבים רכב באותו מהירות שבה רכב ביום הראשון.

הפעם הם יצאו באותו הזמן ונפגשו כעבור 9 שעות.

א. (1) באיזו שעה ביום הראשון יצא רוכב א' ממוקם A?

(2) הבינו באמצעות d את מהירותו של כל אחד מן הרוכבים.

הזמן שנדרש לרוכב א' לעבור קילומטר אחד גדול ב- 1.25 דקות מן הזמן שנדרש לרוכב ב' לעבור קילומטר אחד.

ב. מצאו את המרחק בין A ל-B.

2.  נתונות שתי סדרות הנדסיות אין-סופיות מתחכניות, A ו-B,

שכל איבריהן שונים מ-0.

 האיבר הכללי של הסדרה A הוא a_n ומנתה היא q_A .

האיבר הכללי של הסדרה B הוא b_n ומנתה היא q_B .

משתי הסדרות הנדסיות A ו-B, בונים סדרה הנדסית אין-סופית מתחכנית

$$\text{חדרה, שאיבריה הם : } \frac{a_1}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_3}{b_3}, \dots, \frac{a_n}{b_n}, \dots$$

כל שלוש הסדרות, הסדרה A, הסדרה B והסדרה החדשה אין קבועות.

א. הבינו את המנה של הסדרה החדשה באמצעות q_A ו- q_B .

הסדרה A אינה עולה ואיןיה יורדת והסדרה B עולה.

ב. בוגרנו לכל אחד משני ההיגדים (1)-(2) שלפניכם, קבעו אם הוא נכון או לא

נכון ונמקו את קביעותכם.

(1) מנת הסדרה החדשה היא חיובית.

(2) כל איברי הסדרה B הם שליליים.

המספרים c_1 , c_2 ו- c_3 הם שלושה איברים ראשוניים בסדרה חשבונית.

$$\text{נתון כי } c_2 \text{ שווה ל-} -c_1, \text{ ומתקיים גם : } \frac{c_1 \cdot c_2}{c_3} = -\frac{1}{45}$$

ג. מצאו את c_1 .

נתון כי המנה של הסדרה A שווה ל- c_1 ,

$$\frac{a_1}{b_1} + \frac{a_2}{b_2} + \frac{a_3}{b_3} + \dots = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots}{b_1 + b_2 + b_3 + \dots} \quad \text{ומתקיים גם :}$$

ד. מצאו את הערך של q_B .

3. ► במכילה גדולה, הoulתת הצעה לcker את הפקת הצוראים כדי לסיים מוקדם

ויתר את יום הלימודים.



בקבוצות זאת ערכו משאל ובו השתתפו כל תלמידי שנה א' וכל תלמידי שנה ב'.

על פי תוצאות המשאל התברר כי 80% מן המשתתפים שבعد ההצעה הם תלמידי שנה א'. עוד התברר כי מספר תלמידי שנה א' שבعد ההצעה שווה למספר תלמידי שנה ב' שנגד ההצעה. מבין המשתתפים במשאל לא היו נמנעים.

נסמן ב- ק את ההסתברות לבחור באקראי תלמיד שבعد ההצעה מבין כל התלמידים שהשתתפו במשאל.

א. בחרו באקראי אחד מתלמידי שנה ב'. מהי ההסתברות שהוא נגד ההצעה?

ידעו כי ההסתברות שתלמיד שנבחר באקראי מבין תלמידי שנה א' הוא بعد ההצעה, גדולה ב- $\frac{13}{35}$.

ב' הוא بعد ההצעה.

ב. חשבו את הערך של ק.

ג. בחרו באקראי אחד מן המשתתפים במשאל.

חשבו את ההסתברות שמתיקיים לפחות אחד משני התנאים האלה:

I. המשתתף שנבחר הוא תלמיד שנה ב'.

II. המשתתף שנבחר הוא بعد ההצעה.

ד. בחרו באקראי 5 מן המשתתפים במשאל.

ידעו כי כל החמשה שנבחרו הם תלמידי שנה ב'.

מהי ההסתברות שלפחות שניים מהם بعد ההצעה וגם לפחות שניים מהם

נגד ההצעה?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענו על אחת מבין השאלות 4-5.

4. ◀️ הנקודות A, B ו- C נמצאות על מעגל.

נקודה E היא אמצע הקשת BC, כמתואר בסרטוט ש לפניכם.

בנקודה E מעבירים משיק למעגל.

המשיק חותך את המשך המיתר AB בנקודה G.

המיתרים AE ו- BC נחתכים בנקודה F.

a. הוכחו: $\Delta ACE \sim \Delta AEG$.

נתון: $AE = 3\sqrt{6}$, $AG = 6$.

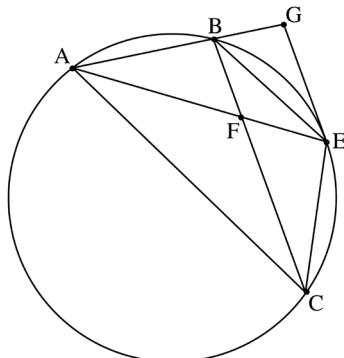
b. חשבו את אורך המיתר AC.

g. הוכחו: $BC \parallel GE$.

נתון: שטח המשולש ABF גדול פי 2 משטח המשולש BFE.

d. חשבו את אורך המיתר AB.

h. מהו היחס בין שטח המשולש ABF ובין שטח המשולש AFC? נמקו.



5. ◀️ דלתון ABCD חסום במעגל שרדיוסו R.

המיתר AC הוא האלכסון הראשי של הדלתון.

הנקודה O היא מרכזו המעגל החסום

במשולש ABC (ראו סרטוט).

נסמן: $\angle CAB = \alpha$.

a. (1) מצאו את זוויות המשולש AOC

(הביעו באמצעות α במידת הצורך).

(2) הביעו את אורך הקטע AO

באמצעות α ו- R.

נתון כי אורך הקטע AO הוא $R\sqrt{2}$.

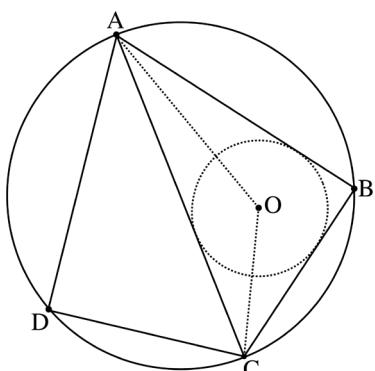
b. מצאו את גודל הזווית α .

נתון כי שטח הדלתון הוא $25\sqrt{3}$.

g. מצאו את R.

d. חשבו את המרחק בין מרכזו המעגל החסום את הדלתון לבין מרכזו המעגל

ח�סום במשולש ABC.



**פרק שלישי – חישוב דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות שורש, של פונקציות רצינליות
ושל פונקציות טריוגונומטריות**

ענו על שתיים מבין השאלות 6-8.

6. ◉ נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2a-x^2}{x}$, המוגדרת עבור $x \neq 0$. a הוא פרמטר חיובי.

א. הבינו את תשובותיכם באמצעות a , אם יש צורך.

(1) מצאו את משועאות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$.

המאוכנות לצירים, אם יש בכלל.

(2) הראו שהפונקציה $f(x)$ היא פונקציה אי-זוגית.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים, אם יש בכלל.

(4) מצאו את תחומי העליה ואת תחומי הירידה של הפונקציה $f(x)$, אם יש בכלל.

(5) מצאו את תחומי הקוירוט כלפי מעלה (↑)

ואת תחומי הקוירוט כלפי מטה (↓) של הפונקציה $f(x)$.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה גם הפונקציה $b = |f(x)|$, b הוא פרמטר חיובי.

הפונקציה $b = g(x)$ מוגדרת באותו תחום כמו הפונקציה $f(x)$.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $b = g(x)$.

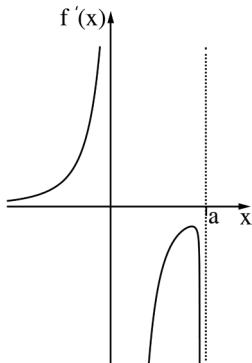
ידוע כי אחת מנקודות הקיצון של הפונקציה $b = g(x)$ היא: $(2, -3)$.

ד. מצאו את הערכיהם של a ו- b .

נתונה גם הפונקציה $s(x) = \int_1^x g(t)dt$, המוגדרת בתחום $x < 1$.

ה. מהו סוג נקודת הקיצון של $s(x)$? נמקו את תשובתכם.

7. **נתונה הפונקציה** $f(x)$, **המוגדרת בתחום** $x \leq a$, $x \neq 0$.



a. **הוּא פְרִמְטֵר חַיּוֹבִי.**



בָּסֶרֶטֶות שֶׁלְפִנְיכֶם מִתּוֹאָר גַּרְף שֶׁל פּוֹנְקְצִיָּה הַגְּזֻרָת (x'f)(x).

פּוֹנְקְצִיָּה הַגְּזֻרָת (x'f) מִוגְדְּרָת בְּתְחֽוֹם : $x < a$, $x \neq 0$.

לְפּוֹנְקְצִיָּה הַגְּזֻרָת (x'f) יִשְׁשַׁלְוֶשׁ אֲסִימְפְּטוֹת

הַמְאוֹנוֹכָות לְצִירִים שִׁמְשׂוֹוֹאָוֹתִיהָן :

$x = 0$, $x = a$, $y = 0$.

בְּתְחֽוֹם $0 < x$ **פּוֹנְקְצִיָּה הַגְּזֻרָת (x'f)** **עוֹלָה**.

הַיְשֵׁר $x = 0$ **הוּא אֲסִימְפְּטוֹתָה**

גַּם לְגַרְף הַפּוֹנְקְצִיָּה (x'f) $f(a) = 0$.

א. **(1)** **מִצָּאוּ** את תחום העלייה ואת תחום הירידה של הפונקציה $f(x)$.

(הביעו את תשובתכם באמצעות a , אם יש צורך). נמקו.

(2) **כַּמָּה נְקוּדוֹת פִּיטוֹל** **יִשְׁלַׁח** **לְפּוֹנְקְצִיָּה (x'f)**? נמקו.

נְטוּן **כִּי** **הַיְשֵׁר** $0 = y$ **הוּא אֲסִימְפְּטוֹתָה** **שֶׁל גַּרְף הַפּוֹנְקְצִיָּה (x'f)**.

ב. **סְרִטְטוּ** **סְקִיצה אֲפָשָׁרִית** **שֶׁל גַּרְף הַפּוֹנְקְצִיָּה (x'f)**,

בְּהַתְּאָם לְתִשְׁבוֹתְכֶם **בְּתַת-סְעִיף** **(2)**.

נְטוּן **כִּי** **אֶחָד** **מִן** **הַבִּיטּוּיִם I – IV** **שֶׁלְפִנְיכֶם** **מִיצָּג** **אֶת** **הַפּוֹנְקְצִיָּה (x'f)**.

$$\frac{\sqrt{x-a}}{x} \text{ IV} \quad \frac{\sqrt{a-x}}{x} \text{ III.} \quad \frac{\sqrt{x-a}}{x^2} \text{ II.} \quad \frac{\sqrt{a-x}}{x^2} \text{ I.}$$

ג. **איּוֹזה** **מִן** **הַבִּיטּוּיִם I – IV** **מִיצָּג** **אֶת** **הַפּוֹנְקְצִיָּה (x'f)**? נמקו.

יְדַעַּן **כִּי** **שִׁיפּוּעַ** **הַמְשִׁיק** **לְגַרְף הַפּוֹנְקְצִיָּה (x'f)** **בְּنְקוּדָה** **שְׁבָה (-2)**, **הַוָּא** : $\frac{7}{16}$.

ד. **מִצָּאוּ** **אֶת** **הַעַרְך** **שֶׁל** **a**.

ה. **הַצִּיבוּ** $a = 2$, **וְחַשְׁבוּ** **אֶת** **הַשְׁטָח** **הַמּוּגְבָּל** **עַל** **יְדֵי** **גַּרְף הַפּוֹנְקְצִיָּה** $(f(x))^2$, **עַל** **יְדֵי** **צִיר ה- x** **וְעַל** **יְדֵי** **הַיְשֵׁר** $x = 1$.

8. **נְטוּן** **מְעוֹין ABCD**, **נְקוּדָה E** **הִיא אֶמֶּצֶע הַצְּלָע BC**.



נְסִמּוֹן : $ECD = x$. **נְטוּן :** **שְׁטָח** **הַמְשֻׁולֵש ECD** **הַוָּא 18.**



א. **הַבִּיעּוּ** **בְּאַמְצָעָה x** **אֶת** **אָוֹרֶךְ** **צָלָע** **הַמְּעוֹין.**



ב. **חַשְׁבוּ** **אֶת** **אָוֹרֶךְ** **הַמִּינְימָלִי** **שֶׁל** **הַקְּטוּע DE**.

תשובות ל מבחן בגרות מס' 48 - קיץ תשפ"ג, מועד א, 2023:

1. א. (1) 08:00 . (2) מהירות רוכב א' : $\frac{2}{15} d$, מהירות רוכב ב' : $\frac{1}{5} d$

ב. 360 ק"מ.

2. א. $\frac{q_A}{q_B}$. ב. (1). לא נכון. (2) נכון. ג. $\frac{1}{15} d$

3. א. $\frac{32}{125} = 0.256$. ב. $\frac{3}{4}$. ג. $p = \frac{5}{12}$. ד. 0.8

4. א. הוכחה. ב. $AB = 4$. ג. הוכחה . ד. $AC = 9$. ה. α

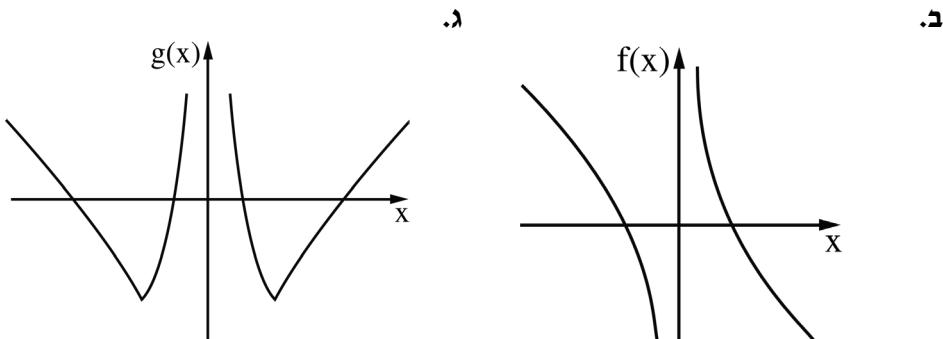
. $AO = 2\sqrt{2}R \sin(45^\circ - \frac{1}{2}\alpha)$ (2) . $45^\circ - \frac{1}{2}\alpha$, $\frac{1}{2}\alpha$, 135° (1) . 5

ב. $R = 5$. ג. $\alpha = 30^\circ$

6. א. $(-\sqrt{2a}, 0)$, $(\sqrt{2a}, 0)$ (2) הוכחה. (3) . $x = 0$ (1)

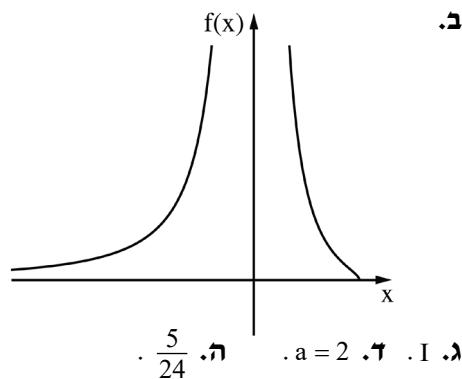
. (4) תחומי עלייה: אין , תחומי ירידה: $x < 0$ או $x > 0$

. (5) קעירות כלפי מעלה (\cup) : $x > 0$, קעירות כלפי מטה (\cap) : $x < 0$:



7. ה. מינימום. $b = 3$, $a = 2$

.7. א. (1) תחום עלייה : $0 < x < a$, תחום ירידה : . (2) נקודת פיתול אחת.



$$\cdot \sqrt{54} \cdot ב \cdot \sqrt{\frac{72}{\sin x}} \cdot נ \cdot 8$$



20

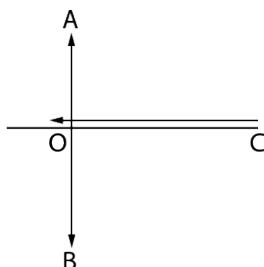
מבחן בגרות מס' 49

קי"ץ תשפ"ג, מועד ב, 2023

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענו על שתיים מבין השאלות 1-3.

- 1.** ◎ הנקודה A נמצאת מצפון לנקודה O והנקודה B נמצאת מדרום לנקודה O.



הנקודה C נמצאת ממזרח לנקודה O  במרחק של 15 ק"מ ממנה, כמתואר בסרטוט.

ביום ראשון יצא אורי להליכה מן הנקודה O בכיוון הנקודה A. באותו הזמן יצא סמדר לריצה מן הנקודה C בכיוון הנקודה O.

מהירות הריצה של סמדר גדולה פי 3 מהירות ההליכה של אורי.

נתון כי ברגע שהגיע אורי לנקודה A, המרחק האויריאנטי בין סמדר היה $\sqrt{145}$ ק"מ. מהירותו של אורי ושל סמדר קבועות.

a. מצאו את המרחק שהלך אורי ואת המרחק שרצה סמדר ביום ראשון, אם נתון שסמדר חלפה בריצתה על פני הנקודה O.

באותו יום יצא בוועז להליכה מן הנקודה O בכיוון הנקודה B.

בוועז יצא להליכה 20 דקoot לאחר מכן יצא אורי להליכה. מהירות ההליכה של בוועז הייתה קבועה וגדולה ב- 50% מהירות ההליכה של אורי. כאשר הגיע אורי לנקודה A, המרחק בין בוועז היה 18 ק"מ, ובאותו רגע הגיע שנייהם עצרו.

b. מצאו את מהירות ההליכה של אורי ואת מהירות ההליכה של בוועז.

ביום שני יצא אורי ובוועז להליכה באותו הזמן. כל אחד מהם יצא מאותו הנקודה שבח עצר ביום ראשון, והמשיך ללכת באותו הכיוון שהלך ביום ראשון. בוועז הקטין את מהירות הליכתו ב- $\frac{1}{7}$ קמ"ש, ואורי הגדיל את מהירות הליכתו ב- $\frac{1}{7}$ קמ"ש. שניהם עצרו כאשר המרחק ביניהם היה 24 ק"מ.

g. מצאו כמה דקoot הילך אורי ביום שני.

2.  **נתונה סדרה חשבונית** a_1, a_2, \dots, a_{3n} שבה n איברים, והפרש שלה הוא d .

נסמן ב- S_n^* את הסכום של n האיברים האמצעיים של הסדרה.

$$\text{א. הוכחו כי } S_n^* = \frac{1}{3} \cdot S_{3n}.$$



נתון כי האיבר הראשון של הסדרה הוא חיובי וכי הסכום של n האיברים האמצעיים שווה ל-0.

ב. האם הפרש הסדרה הוא חיובי או שלילי? נמקו את תשובתכם.

ידוע כי מתקיים $|d| = 19$. $a_1 = ?$

ג. מצאו את מספר האיברים בסדרה.

מוחקים כמה מן האיברים בסדרה הנתונה, ונוצרת סדרה חשבונית חדשה:

ד. סכום האיברים של הסדרה החדשה הוא 36. $a_2, a_5, a_8, \dots, a_{3n-4}$

ד. מצאו את d .

3.  **עתונן יומי המופץ** למוניים שגרים בחיפה או בתל אביב בלבד, אמרו להישלח אל

בitem בכל יום עד השעה 00:00. מערכת העיתון ערכה סקר בקרב המוניים,

ושאלה בנוגע ליום מסויים אם הם קיבלו את העיתון בזמן.

כל המוניים השתתפו בסקר וכל אחד מהם ענה כן או לא.

מתוצאות הסקר עולה כי ההסתברות לבחור באקראי מני שקיבל את העיתון

בזמן מבין המוניים שגרים בחיפה היא $\frac{3}{4}$, וההסתברות לבחור באקראי מני שגר

בחיפה מבין המוניים שקיבלו את העיתון בזמן היא $\frac{5}{9}$.

נסמן ב- k את ההסתברות שמנוי שנבחר באקראי מני בין כל המוניים גר בחיפה.

ובחרים באקראי אחד מן המוניים.

א. הבינו באמצעות k את ההסתברות שהמנוי שנבחר גר בתל אביב וקיבל את העיתון בזמן.

נתון כי מספר המוניים שגרים בתל אביב ולא קיבלו את העיתון בזמן גדול פי 1.5.

מספר המוניים שגרים בתל אביב וקיבלו את העיתון בזמן.

ב. כמה אחוזים מן המוניים קיבלו את העיתון בזמן?

מבין המוניים שלא קיבלו את העיתון בזמן, בוחרים באקראי שני מוניים.

ג. מהי ההסתברות שהראשון שנבחר גר בתל אביב והשני שנבחר גר בחיפה?

באותו היום התקשרו למערכת העיתון 6 ממוניים שלא קיבלו את העיתון בזמן.

ד. מהי ההסתברות שלכל היוטר 4 מהם גרים בחיפה?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

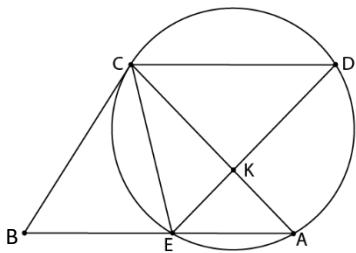
ענו על אחד מבין השאלות 4-5.

4. ◉ מנקודה B , שמחוץ למעגל, העבירו ישר שמשיק למעגל בנקודה C , וישר אחר שחותך את המעגל בנקודות E ו- A , כמתואר בסרטוט. הנקודה D נמצאת על המעגל כך שהמיתר CD מקביל למיתר EA .
המיתרים ED ו- AC חתכים בנקודה K .

א. הוכחו: $\Delta CEB \sim \Delta DCE$.

$$\text{נתון: } ED = 7, AK = 3.$$

נסמן את שטח המשולש CEK ב- S .



ב. הבינו באמצעות S את שטח המשולש CKD .

$$\text{נתון: } BC = \frac{35}{\sqrt{32}}.$$

ג. הבינו באמצעות S את שטח המשולש CEB .

הנקודה O הייתה מרכזו המעגל.

ד. הוכחו: $\angle COE = \angle CKE$.

$$\text{נתון: } \angle CAE = 45^\circ.$$

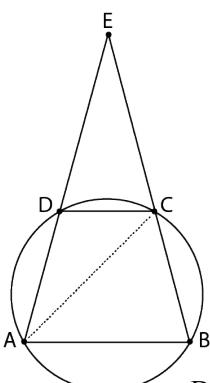
ה. הסבירו מדוע הנקודות O, C, E ו- K נמצאות על מעגל אחד.

5. ◉ נתון טרפז $ABCD$ ($AB \parallel DC$), החסום במעגל. המשכי הצלעות AD ו- BC נפגשים בנקודה E , כמתואר בסרטוט. נתון: $\angle ACB = 60^\circ$.
נסמן: $\angle CDE = \alpha$, $AC = k$.

א. (1) מצאו את זוויות המשולש ACE

(הביעו באמצעות α אם יש צורך).

(2) הביעו באמצעות α ו- k את אורך הצלעות AB ו- DC .



נתון כי שטח המשולש ABE גדול פי 3 משטח המשולש DCE .

ב. מצאו את גודל הזווית α .

ג. מצאו את הערך של k שבעברו אורץ התיכון לצלע EC במשולש AEC הוא $\sqrt{7}$.

**פרק שלישי – חישוב דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינומים,
של פונקציות שורש, של פונקציות רצינוליות ושל פונקציות טריגונומטריות**

ענו על שתיים מבין השאלות 6–8.

6. ◀ נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2 - a^2}{(x-4)^2}$, $0 < a < 4$ הוא פרמטר.

a. ענו על התת-סעיפים (1)–(5). הבינו את תשובותיכם באמצעות a אם יש צורך.



(1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(4) מצאו את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(5) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{x^2}{(x-4)^2}$, המוגדרת באותו תחום שבו מוגדרת

הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) הוכחו כי גרף הפונקציה $g(x)$ נמצא כולו מעל גרף הפונקציה $f(x)$.

(2) הבינו באמצעות a את השטח המוגבל על ידי הגראפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$, על ידי הישר $x = 1$ ועל ידי ציר ה- y .

. $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + x}}$  .7



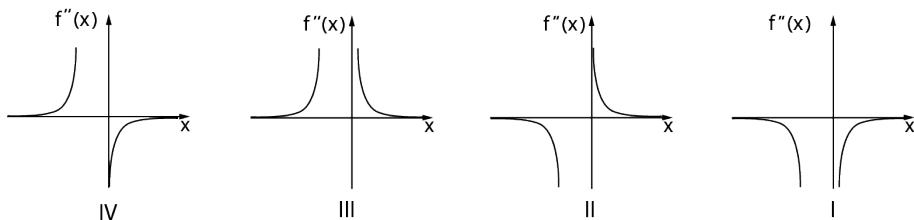
- (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - (2) האם גраф הפונקציה $f(x)$ חותך את הצירים? נמקו את תשובתכם.
 - (3) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים
של הפונקציה $f(x)$.
 - (4) מצאו את תחומי העליה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי לפונקציה f אין נקודות פיתול.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג'. היערו בגרף הפונקציה $(x)f$, וקבעו איזה מון הגрафים I – IV שבסוף השאלה מתאר את גרפ' הנגזרת השנייה $(x)f''$. נמקו את קביעותכם.

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת השנייה ($f''(x)$) ועדי היסרים $x = 1$ ו- $x = 2$.



. AB הנקודה E היא אמצע הקטע .8

על הקטע AB בונים מלבן ABCD

ומושולש ישר זווית $\angle AFB = 90^\circ$, כמתואר בסרטוט.

. $\angle FAB = 2x$, $\angle ECB = x$: נתון

נסמן את אורך הקטע AB ב- h.

א. מהו תחום הערכים האפשרי בעבר x ? הסבירו את תשובהכם.

ב. הבינו באמצעות x ו- h את ההפרש בין אורך הקטע CE לאורך הקטע AF.

ג. מצאו את הערך של x שבverbו ההפרש בין אורך הקטע CE

לאורך הקטע AF הוא מינימלי.

ד. בעבר הערך של x שמצאתם בסעיף ג', מצאו את היחס

• בין שטח המלבן ABCD לשטח המשולש AFB

תשובות ל מבחון בגרות מס' 49 - קיץ תשפ"ג, מועד ב, 2023:

1. א. אורי - 8 ק"מ, סמדר - 24 ק"מ. ב. אורי - 4 קמ"ש, בווע - 6 קמ"ש.

ג. 36 דקות.

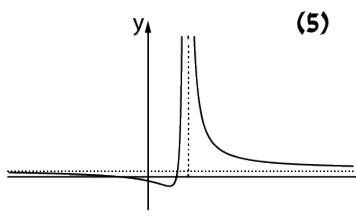
2. א. הוכחה. ב. שלילי. ג. 39. ד. -2.

$$\text{א. } \frac{3}{5} p \cdot \frac{90}{529} \text{ ג. } 54\% \text{ ב. } \frac{4}{3} S \text{ . } \frac{175}{96} S \text{ . } \frac{4}{3} \text{ ד. } \frac{k \cdot \sin(2\alpha - 120^\circ)}{\sin \alpha}, AB = \frac{\sqrt{3}k}{2 \sin \alpha} \text{ (2) . } 2\alpha - 120^\circ, 180^\circ - 2\alpha, 120^\circ \text{ (1). נ. } 5$$

א. הוכחה. ב. S. ג. $\frac{4}{3}S$. ד. הוכחה. ה. הסבר.

$$\text{א. } DC = \frac{k \cdot \sin(2\alpha - 120^\circ)}{\sin \alpha}, AB = \frac{\sqrt{3}k}{2 \sin \alpha} \text{ (2) . } 2\alpha - 120^\circ, 180^\circ - 2\alpha, 120^\circ \text{ (1). נ. } 5$$

$$\text{ב. } k = 2 \text{ ג. } \alpha = 75^\circ$$

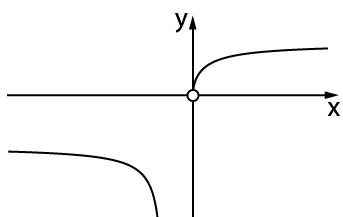


א. $y = 1, x = 4$ (2) . $x \neq 4$ (1)

$$\text{ב. } (-a, 0), (a, 0), (0, -\frac{a^2}{16}) \text{ (3)}$$

$$\text{ג. } x = \frac{a^2}{4} \text{ , מינימום. (4)}$$

$$\text{ד. } \frac{a^2}{12} \text{ (2) . } \text{הוכחה. (1)}$$



א. $0 < x$ או $x < -1$ (1) לא.

$$\text{ב. } x \rightarrow \infty \text{ עבור } y = 2, x = -1 \text{ (3)}$$

$$\text{ג. } x \rightarrow -\infty \text{ עבור } y = -2$$

ד. עליה: $x > 0$; ירידת: $x < -1$ (4)

ג. גראף I. ד. 0.217.

$$\text{א. } 4 \text{ ג. } x = 30^\circ \text{ ג. } \frac{0.5h}{\sin x} - h \cdot \cos(2x) \text{ ב. } 0 < x < 45^\circ \text{ נ. } 8$$

נוסחאות מתמטיקה

5 ייחוזות לימוד

אלגברה

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2 \quad a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 \quad a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{השורשים: } (a \neq 0) \quad ax^2 + bx + c = 0$$

סדרות:

סדרה הנדסית	סדרה חשבונית	
$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n \cdot q \end{cases}$	$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n + d \end{cases}$	כלל נסיגה:
$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$	$a_n = a_1 + (n-1)d$	איבר ח-י:
$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$ $S = \frac{a_1}{1-q}$, סכום און-סופי,	$S_n = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$	סכום:

גדילה ודעיכה: כעבור זמן t : $M_t = M_0 \cdot q^t$, q – שיעור הגדילה (או הדעיכה) ליחידת זמן

לוגריתמים:

$$(a, b, c > 0 ; a, b \neq 1) \quad \log_a(a^b) = b, \quad a^{\log_a b} = b, \quad \log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$$

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c, \quad \log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c, \quad \log_a(b^t) = t \cdot \log_a b$$

הסתברות

נוסחת ברנולי – ההסתברות ל- k -הצלחות מתוך n ניסיונות בהסתפלגות ביןומית כאשר

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}, \quad P_n(k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

$$P(A/B) = \frac{P(B/A) \cdot P(A)}{P(B)} \quad \text{נוסחת בייס:} \quad P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{הסתברות מותנית.}$$

נושאים מתמטיים, 5 ייחדות לימוד

טריגונומטריה וגאומטריה

זהויות:

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

(R — רדיוס המעל החום)

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

(γ היא הזווית הכלואة בין a ל- b)

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$$

$$S = \frac{1}{2} \alpha R^2 \quad \text{שטח גזרה של } \alpha \text{ רדיאנים:} \quad \ell = \alpha R \quad \text{אורך קשת של } \alpha \text{ רדיאנים:}$$

$$\text{שטח משולש: } S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin \alpha \quad (\alpha \text{ היא הזווית הכלואة בין } b \text{ ל- } c)$$

גופים במרחב

$$\text{פירמידה וחרוט: } V = \frac{B \cdot h}{3} \quad \text{נפח:}$$

$$(R — רדיוס העיגול, \ell — היקו היוצר) \quad M = \pi R \ell \quad \text{שטח מעטפת:} \quad \text{חרוט:}$$

חישוב דיפרנציאלי ואינטגרלי

נגזרות:

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad (x^t)' = tx^{t-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x} \cdot \ln a$$

$$[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x) \quad \text{נגזרת של מכפלת פונקציות:}$$

$$\left[\frac{f(x)}{g(x)} \right]' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2} \quad \text{נגזרת של מנת פונקציות:}$$

$$[f(u(x))]' = f'(u) \cdot u'(x)$$

נגזרת של פונקציה מורכבת:

u' היא נגזרת של u לפי x (נגזרת פנימית)

$f'(u)$ היא נגזרת של f לפי u (נגזרת חיצונית)

נושחאו מותמטייה, 5. יחידות לינארית

אינטגרלים:

$$\int x^t dx = \frac{x^{t+1}}{t+1} + C \quad (t \neq -1)$$

אם $f(x)$ היא פונקציה קדומה של הפונקציה $f(x)$ אז $\int f(mx+b)dx = \frac{1}{m}F(mx+b)+C$

$$\int f[u(x)] \cdot u'(x) dx = F[u(x)] + C$$

מספרים מרוכבים

$$[R(\cos\varphi + i \sin\varphi)]^n = R^n(\cos n\varphi + i \sin n\varphi)$$

מישפט דה-מואבר:

$$z_k = \sqrt[n]{R} [\cos\left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2k\pi}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2k\pi}{n}\right)] \quad : z^n = R(\cos\varphi + i \sin\varphi)$$

פתרונות המשוואת $k = 0, 1, 2, \dots, n-1$

וקטוריים

$$|\underline{x}| = \sqrt{\underline{x} \cdot \underline{x}} = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$$

אורך של וקטור:

$$\underline{x} = \underline{a} + t(\underline{b} - \underline{a}) + s(\underline{c} - \underline{a}) \quad : \underline{c}, \underline{b}, \underline{a}$$

מישור דרך קצוט הווקטוריים \underline{a}

$$\underline{x} \cdot \underline{y} = x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 = |\underline{x}| \cdot |\underline{y}| \cos \alpha$$

מכפלה סקלרית:

$$\frac{|\underline{v} \cdot \underline{p} + \underline{e}|}{|\underline{v}|} \quad : \underline{v} \cdot \underline{x} + \underline{e} = 0$$

מרחק בין נקודה \underline{p} למישור

$$\sin \beta = \frac{|\underline{v} \cdot \underline{b}|}{|\underline{v}| \cdot |\underline{b}|} \quad : \underline{v} \cdot \underline{x} + \underline{e} = 0$$

מציאת זווית בין הישר \underline{b} למשור $\underline{a} + t\underline{b}$

$$\cos \alpha = \frac{|\underline{v}_1 \cdot \underline{v}_2|}{|\underline{v}_1| \cdot |\underline{v}_2|} \quad : \underline{v}_2 \cdot \underline{x} + \underline{e}_2 = 0, \quad \underline{v}_1 \cdot \underline{x} + \underline{e}_1 = 0$$

מציאת זווית בין המישורים

נוסחאות מיטמיטיקה, 5 ייחודות לימוד

גאומטריה אנליטית

קו ישר:

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, של ישר העובר דרך הנקודות (x_2, y_2) (x_1, y_1) $\therefore (x_2, y_2) - (x_1, y_1) = m(x_2 - x_1)$

משוואת ישר $y = mx + b$ עם שיפוע m , העובר בנקודה (x_1, y_1)

שיעוריו הנקודה C המכולקת (בחלוקת פנימית) את הקטע
 $\left(\frac{\ell x_1 + kx_2}{k + \ell}, \frac{\ell y_1 + ky_2}{k + \ell} \right)$ $\therefore \frac{AC}{BC} = \frac{k}{\ell}$ ביחס $B(x_2, y_2), A(x_1, y_1)$

שני ישרים, בעלי שיפועים m_1, m_2 מאונכים זה לזה אם ורק אם

$d = \sqrt{\frac{Ax_0 + By_0 + C}{A^2 + B^2}}$ $\therefore Ax + By + C = 0$ מתיישר (x_0, y_0) בנקודה על המעגל:

$$(x_0 - a) \cdot (x - a) + (y_0 - b) \cdot (y - b) = R^2$$

פרבולה:

משוואת המשיק לפרבולה $ax^2 + 2px + q = 0$ בנקודה (x_0, y_0) על הפרבולה:

$x = -\frac{p}{2}$ מדריך של פרבולה:

$F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ מוקד של פרבולה:

אליפסה:

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ משוואת אליפסה:

$c = \sqrt{a^2 - b^2}$ מרחק המוקד מהראשית:

$r_1 + r_2 = 2a$ סכום מרחקי נקודה על האליפסה מهماוקדים: