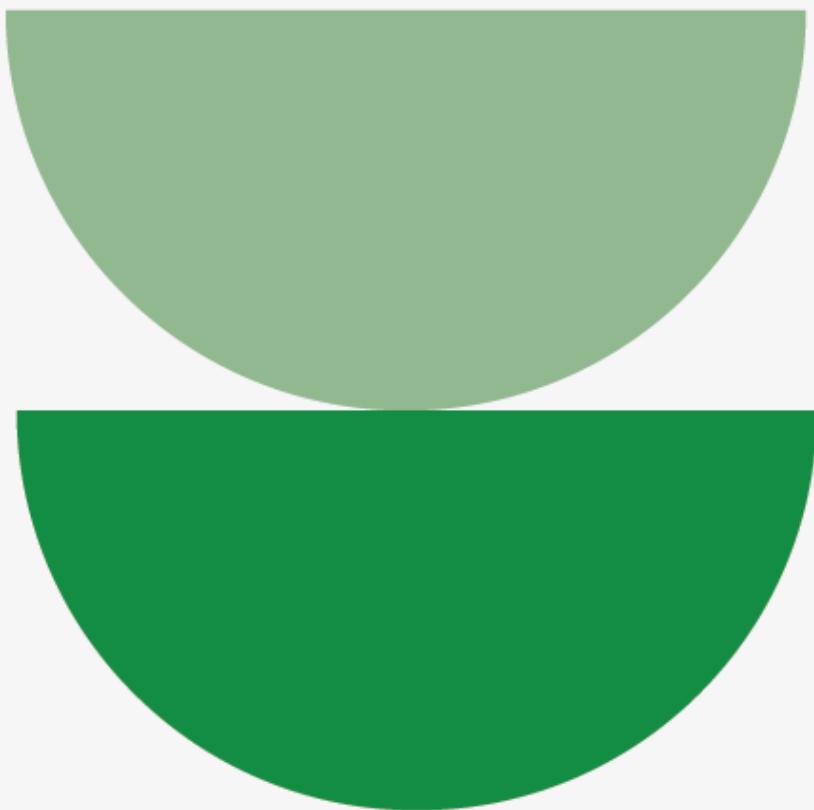


חברות מוקדמות לפי מיקוד 2025 חורף וקיץ  
להערות saritsamuel2016@gmail.com

5

# בגדיות במתמטיקה

כיתה ו' יא



שאלון 571 תוכנית חדשה

יואל גבע

עדכני ל- 2024-2025

# הקדמה

מורים ותלמידים יקרים,  
אנו שמחים להגיש לכם חוברת הכנה לkrarat הבגרות במתמטיקה  
לשאלון 571 (5 יחידות לימוד).

בחוברת תמצאו 23 מבחנים :  
17 מבחני הבגרות שנערכו עד היום בשאלון 571 (מועדן חורף וכיום)  
מועדן א', קיץ תש"ף 2020 עד וכולל מועד ב' קיץ תשפ"ד 2024.  
בנוסף, החוברת כוללת 6 מבחני דוגמה ( מבחנים 1-6 ).

כל השאלות בחוברת קיימים סרטיוני וידאו הכוללים פתרונות מלאים  
באtor [my.geva.co.il](http://my.geva.co.il)

## כיצד צופים בסרטון פתרון ?

יכנסים לאתר [my.geva.co.il](http://my.geva.co.il)  
ובחרים את מס' ייחידות הלימוד ונכנסים לפתרונות וידאו ל מבחני  
בגרות 471.  
בעת ניתנו לראות את פתרונותיו הווידאו לכל השאלות מ מבחני הבגרות.  
**פתרונות לשני המבחנים הראשונים הם בחיננס !**

**כיצד אנו ממליצים להיעזר בסרטוני הפתרון שבאתר my.geva ?**

בכל שאלה שבה אתם מתתקשים, או שההתשובה הסופית שקיבלתם  
איינה توأمת את התשובות המופיעות בסוף המבחן, מומלץ לצפות  
בסרטון הפתרון המתאים. כמו כן, אם קיימים נושא שבו אתם מרגיזים  
צורך בחיזוק נושא, מומלץ לצפות בכל סרטוני הפתרון באותו נושא.  
(מיון שאלות המבחנים לפי נושאים מופיע בהמשך החוברת).

בנוסף, ניתן לרכוש באתר [my.geva.co.il](http://my.geva.co.il) מנוי לסרטוני פתרון  
לשאלות מתוך ספרי הלימוד לשאלון 571, בהוצאה יואל גבע.

# תודות

חוּבָה נְעִמָה לְנוּ לַהֲזֹות לְכָל אֶלָו שִׁסְיִיעוּ בְמְלָאכָת הַכְנָת הַחֻבְרָת.

תודה ענקית לעפרilyn על בדיקת התרגילים בחוברת,  
על תרומתו הרבה בהערות והארות ועל תמיכתו השוטפת במורים.  
תודה רבה לארינה אדלשטיין על ההקלדה, העיצוב והעריכה של החוברת.  
תודה לצוות ההוצאה לאור על העבודה המסורה.

אריך דז'ילדי

Յואל גבע

## لتשומת ליבכם!

משך הבחינה **בשנת 2025**, **לכל המועדים** הוא ארבע שעות וחמש עשרה דקות,  
כפי שפורסם בחזרה אגף בוחינות מ-04.11.2024.

התוספת לזמן הבחינה בשאלונים המותאמים תפורסם על ידי אגף הבחינות.

הבחירה **במועד 2025** היא חמיש שאלות.

פחות שאלה אחת מן הפרק הראשון או הפרק השני,

כאשר אם בוחרים בפרק הראשון אז שני סעיפים מתוך ארבעה.

פחות שאלה אחת מכל אחד מהפרקים השלישי והרביעי.

ניקוד : 20 נקודות לשאלה.

לשאלונים מותאמים הבחירה היא ארבע שאלות.

פחות שאלה אחת מהפרק הרביעי,

כאשר אם בוחרים בפרק הראשון אז שני סעיפים מתוך ארבעה.

ניקוד : 25 נקודות לשאלה.

זכות היוצרים על שאלות הלקוחות מבחןינו בגרות שמורות למדינת ישראל.

כל הזכיות על השאלות האחרות שמורות להוצאה הספרים יואל גבע.

אנו ממחלים לכם הצלחה רבה בבחינת הבגרות.

Յואל גבע – הוצאה הספרים, צוות האתר [my.geva.co.il](http://my.geva.co.il).

# המבנה של שאלון 571

תלמידי 5 ייחידות לימוד נבחנים בשני שאלונים.  
השאלון הראשון הוא 035571 והשאלון השני הוא 035572.

בשאלון 571 ארבעה פרקים.  
משך הבדיקה: שלוש שעות וארבעים וחמש דקות.

**המבנה של שאלון 571:**

**פרק ראשון – שאלות קצרות (20 נקודות).**

הפרק כולל 4 סעיפים, מתוכם יש לענות על 3 סעיפים  
(ערך כל שאלה – 20 נקודות).

**פרק שני – הסתברות, סדרות ואיינדוקציה (20 נקודות).**

הפרק כולל 2 שאלות, מתוכן יש לבחר 1 שאלה.  
(כלל שאלה – 20 נקודות).

**פרק שלישי – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות).**

הפרק כולל 2 שאלות, מתוכן יש לבחר 1 שאלה.  
(כלל שאלה – 20 נקודות).

**פרק רביעי – חיבורו דיפרנציאלי וrintegral של פולינומיים,**

**של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות  
ושל פונקציות טריגונומטריות (40 נקודות).**

הפרק כולל 3 שאלות, מתוכן יש לבחר 2 שאלות.  
(כלל שאלה – 20 נקודות).

במועד הבא מצורף דף ההוראות לנבחן כפי שמופיע בטופס הבגרות  
של שאלון 571.

סוג הבדיקה: בגרות  
מועד הבדיקה:  
מספר השאלה: 35571  
דף נסחאות ל-5 יחידות לימוד  
נספח:

## מתמטיקה

### 5 יחידות לימוד – שאלהן ראשון

**תוכנית חדשה**

#### הוראות

- א. משך הבדיקה: שלוש שעות וארבעים וחמש דקות
- ב. מבנה השאלה ומפתחה הערכתי: בשאלון זה ארבעה פרקים, בהם שמונה שאלות.
- פרק ראשון – שאלות קצרות** פרק חובה יש לענות על 3 מתוך 4 טיעפים
- פרק שני – הסתברות, סדרות ואיינדוקציה** יש לענות על 1 מתוך 2 שאלות
- פרק שלישי – גאומטריה, טריגונומטריה במישור** יש לענות על 1 מתוך 2 שאלות
- פרק רביעי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומיים, של פונקציות שורש,**  
**של פונקציות רצינוליות ושל פונקציות טריגונומטריות** יש לענות על 2 מתוך 3 שאלות

5 \* 20 = 100 נקודות

ג. חומר עיר מותר בשימוש:

- (1) מוחسبון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכונות במוחسبון שיש בו אפשרות תכננות.
- שימוש במוחسبון גרפי או באפשרויות התכונות במוחسبון עלול לגרום לפיטילת הבדיקה.
- (2) דפי נסחאות (מצורפים).

ה. הוראות מיוחדות:

- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספורה בלבד.
- (2) יש להתחליל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מותבצעים בעזרת מוחسبון.
- יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
- חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בעין או לפיטילת הבדיקה.

יש לכתוב במחברת הבדיקה בלבד, יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.  
כתבת טיוטה בדים שאינם במחברת הבדיקה עלולה לגרום לפיטילת הבדיקה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

**בהצלחה!**

# **מיון שאלות המבחןים לפי נושאים**

## **שאלות קצרות**

**הערה:**

מיון השאלות בחלק זה כולל רק שאלות קצרות מהפרק הראשון במבחן.

## **אינדוקציה**

### **הוכחת זהויות**

עמוד 67 שאלה 1-ב, עמוד 84 שאלה 1-ב, עמוד 93 שאלה 1-ב,  
עמוד 112 שאלה 1-ב, עמוד 141 שאלה 1-א, עמוד 150 שאלה 1-א,  
עמוד 182 שאלה 1-א, עמוד 191 שאלה 1-א, עמוד 202 שאלה 1-א,  
עמוד 213 שאלה 1-א.

### **התחלקות במספר נתון**

עמוד 52 שאלה 1-ב, עמוד 60 שאלה 1-א, עמוד 76 שאלה 1-ב,  
עמוד 130 שאלה 1-א.

### **התלכדות סדרות**

אין שאלות.

### **הוכחות ויזואליות**

אין שאלות.

### **כשלים בהוכחת אינדוקציה**

עמוד 20 שאלה 1-א, עמוד 52 שאלה 1-א, עמוד 160 שאלה 1-א.

## **סדרות**

### **סדרות חשבוניות**

עמוד 2 שאלה 1-ג, עמוד 53 שאלה 1-ד.

### **סדרות הנדסיות**

עמוד 41 שאלה 1-ב.

### **סדרות אינסופיות מתכנסות**

עמוד 31 שאלה 1-ד.

### **סדרות כלליות**

עמוד 10 שאלה 1-ג, עמוד 121 שאלה 1-ב.

## **הסתברות**

עמוד 20 שאלה 1-ב, עמוד 94 שאלה 1-ד (נוסחת ברנולי),

עמוד 102 שאלה 1-ב, עמוד 172 שאלה 1-ב.

# **גיאומטריה וט्रיגונומטריה**

## **גיאומטריה**

עמוד 60 שאלה 1-ב, עמוד 67 שאלה 1-ג, עמוד 76 שאלה 1-א,  
עמוד 84 שאלה 1-א, עמוד 93 שאלה 1-א, עמוד 103 שאלה 1-ד,  
עמוד 112 שאלה 1-א, עמוד 131 שאלה 1-ד, עמוד 141 שאלה 1-ב,  
עמוד 150 שאלה 1-ב, עמוד 160 שאלה 1-ב, עמוד 171 שאלה 1-א,  
עמוד 182 שאלה 1-ב, עמוד 191 שאלה 1-ב.

## **טריגונומטריה**

עמוד 2 שאלה 1-ד, עמוד 21 שאלה 1-ג, עמוד 30 שאלה 1-א,  
עמוד 213 שאלה 1-ב.

## **שאלות משלבות**

עמוד 203 שאלה 1-ד.

## **אנליזה**

### **חשבון דיפרנציאלי (כולל קדט אנליזה)**

עמוד 1 שאלה 1-א, עמוד 1 שאלה 1-ב (פונקציה טריגונומטרית),  
עמוד 10 שאלה 1-ב, עמוד 11 שאלה 1-ד, עמוד 21 שאלה 1-ד,  
עמוד 30 שאלה 1-ב, עמוד 31 שאלה 1-ג, עמוד 41 שאלה 1-א,  
עמוד 53 שאלה 1-ג, עמוד 60 שאלה 1-ג,  
עמוד 60 שאלה 1-ד (פונקציה טריגונומטרית), עמוד 67 שאלה 1-א,  
עמוד 76 שאלה 1-ג, עמוד 76 שאלה 1-ד, עמוד 84 שאלה 1-ג,  
עמוד 103 שאלה 1-ג, עמוד 113 שאלה 1-ג, עמוד 113 שאלה 1-ד,  
עמוד 122 שאלה 1-ג (פונקציה טריגונומטרית), עמוד 122 שאלה 1-ד,  
עמוד 130 שאלה 1-ב, עמוד 142 שאלה 1-ג, עמוד 142 שאלה 1-ד,  
עמוד 151 שאלה 1-ג, עמוד 162 שאלה 1-ד, עמוד 183 שאלה 1-ג,  
עמוד 192 שאלה 1-ג, עמוד 202 שאלה 1-ב, עמוד 202 שאלה 1-ג,  
עמוד 214 שאלה 1-ג.

### **חשבון אינטגרלי**

עמוד 42 שאלה 1-ד, עמוד 52 שאלה 1-ב,  
עמוד 67 שאלה 1-ד (פונקציה ללא תבנית),  
עמוד 85 שאלה 1-ד (אינטגרל מצטבר),  
עמוד 94 שאלה 1-ג (אינטגרל מצטבר),  
עמוד 102 שאלה 1-א (אינטגרל מצטבר),  
עמוד 130 שאלה 1-ג (אינטגרל מצטבר),  
עמוד 151 שאלה 1-ד (אינטגרל מצטבר), עמוד 161 שאלה 1-ג,  
עמוד 172 שאלה 1-ג, עמוד 183 שאלה 1-ד, עמוד 193 שאלה 1-ד,  
עמוד 215 שאלה 1-ד.

## **שאלות משלבות**

עמוד 10 שאלה 1-א, עמוד 42 שאלה 1-ג, עמוד 121 שאלה 1-א,  
עמוד 173 שאלה 1-ד.

# **מיון שאלות:**

## **פרק שני, פרק שלישי, פרק רביעי**

### **סדרות**

#### **סדרה חשבונית**

עמוד 3 שאלה 2 , עמוד 32 שאלה 2 , עמוד 95 שאלה 2 ,  
עמוד 114 שאלה 2 , עמוד 174 שאלה 2 , עמוד 184 שאלה 2 ,  
עמוד 193 שאלה 2 .

#### **סדרה הנדסית**

עמוד 43 שאלה 2 , עמוד 61 שאלה 3 , עמוד 78 שאלה 3 ,  
עמוד 123 שאלה 2 .

#### **סדרה הנדסית אינסופית מתכנסת**

עמוד 11 שאלה 2 , עמוד 69 שאלה 3 , עמוד 104 שאלה 2 סעיפים א-ד ,  
עמוד 132 שאלה 2 , עמוד 143 שאלה 2 , עמוד 152 שאלה 2 ,  
עמוד 163 שאלה 2 סעיפים א-ב , עמוד 204 שאלה 2 , עמוד 216 שאלה 2 .

#### **סדרות חשבוניות והנדסיות באותה שאלה**

עמוד 86 שאלה 2 , עמוד 104 שאלה 2 סעיף ה , עמוד 163 שאלה 2 .

#### **סדרות כלליות, כלל נסיגת**

עמוד 22 שאלה 2 , עמוד 53 שאלה 2 .

# **הסתברות**

## **טבלה דו ממדית**

עמוד 33 שאלה 3, עמוד 77 שאלה 2.

## **כפל וחישור הסתברויות**

עמוד 124 שאלה 3.

## **נוסחת ברנולי – התפלגות ביןומית**

עמוד 3 שאלה 3, עמוד 23 שאלה 3, עמוד 44 שאלה 3  
עמוד 115 שאלה 3, עמוד 133 שאלה 3, עמוד 205 שאלה 3.

## **בעיות המשלבות טבלה דו ממדית**

### **או דיאגרמת עץ עם נוסחת ברנולי**

עמוד 12 שאלה 3, עמוד 54 שאלה 3, עמוד 61 שאלה 2,  
עמוד 68 שאלה 2, עמוד 87 שאלה 3, עמוד 96 שאלה 3,  
עמוד 105 שאלה 3, עמוד 144 שאלה 3, עמוד 153 שאלה 3,  
עמוד 164 שאלה 3, עמוד 175 שאלה 3, עמוד 185 שאלה 3,  
עמוד 195 שאלה 3, עמוד 217 שאלה 3.

## **גאומטריה**

### **שאלות עם משולשים ומרובעים (עם או בלי פרופורציות ודמיון)**

עמוד 87 שאלה 4 סעיפים א-ב, עמוד 125 שאלה 4 סעיפים א-ג.

### **שאלות עם מעגל (ללא דמיון משולשים)**

עמוד 24 שאלה 4, עמוד 87 שאלה 4 סעיף ג, עמוד 125 שאלה 4 סעיף ד.

### **שאלות עם מעגל (כולל דמיון משולשים)**

עמוד 4 שאלה 4, עמוד 13 שאלה 4, עמוד 34 שאלה 4,  
עמוד 45 שאלה 4, עמוד 55 שאלה 4, עמוד 62 שאלה 4,  
עמוד 69 שאלה 4, עמוד 78 שאלה 4, עמוד 96 שאלה 4,  
עמוד 106 שאלה 4, עמוד 116 שאלה 4, עמוד 134 שאלה 4,  
עמוד 145 שאלה 4, עמוד 154 שאלה 4, עמוד 165 שאלה 4,  
עמוד 176 שאלה 4, עמוד 186 שאלה 4, עמוד 196 שאלה 4,  
עמוד 206 שאלה 4, עמוד 218 שאלה 4.

# **טריגונומטריה**

## **שאלות עם משולשים ומרובעים**

עמוד 69 שאלה 5

### **שאלות עם מעגל**

עמוד 4 שאלה 5 ,עמוד 14 שאלה 5 ,עמוד 24 שאלה 5 ,עמוד 35 שאלה 5  
עמוד 46 שאלה 5 ,עמוד 55 שאלה 5 ,עמוד 62 שאלה 5  
עמוד 79 שאלה 5 ,עמוד 88 שאלה 5 ,עמוד 97 שאלה 5  
עמוד 106 שאלה 5 ,עמוד 116 שאלה 5 ,עמוד 125 שאלה 5  
עמוד 135 שאלה 5 ,עמוד 145 שאלה 5 ,עמוד 154 שאלה 5  
עמוד 165 שאלה 5 ,עמוד 176 שאלה 5 ,עמוד 186 שאלה 5  
עמוד 197 שאלה 5 ,עמוד 207 שאלה 5 ,עמוד 218 שאלה 5

# **חשבון דיפרנציאלי וaintגרלי**

## **חקירת פונקציות**

### **פולינומיים**

עמוד 155 שאלה 6.

### **פונקציות רצינונאליות**

עמוד 6 שאלה 7, עמוד 36 שאלה 6 סעיפים א-ב,  
עמוד 57 שאלה 8 סעיפים א-ד, עמוד 70 שאלה 6,  
עמוד 89 שאלה 6 סעיפים א-ג, ה, עמוד 117 שאלה 6 סעיפים א-ד,  
עמוד 126 שאלה 6 סעיפים א-ג, עמוד 136 שאלה 6 סעיפים א-ג,  
עמוד 166 שאלה 6 סעיפים א-ד, עמוד 187 שאלה 6 סעיף א,  
עמוד 208 שאלה 6, עמוד 219 שאלה 6 סעיפים א-ג.

### **פונקציות עם שורשים**

עמוד 15 שאלה 6 סעיפים א-ב, עמוד 47 שאלה 6 סעיפים א-ג,  
עמוד 63 שאלה 8, עמוד 72 שאלה 8, עמוד 97 שאלה 6 סעיפים א-ב,  
עמוד 107 שאלה 6 סעיפים א-ה, עמוד 118 שאלה 7,  
עמוד 146 שאלה 6 סעיפים א-ג, עמוד 178 שאלה 7 סעיפים א-ג,  
עמוד 188 שאלה 7 סעיפים א-ג, עמוד 198 שאלה 6 סעיפים א-ד.

### **פונקציות ללא תבנית אלגברית מפורשת**

עמוד 25 שאלה 6 סעיפים א-ד, עמוד 126 שאלה 6 סעיף א,  
עמוד 167 שאלה 7 סעיפים א-ב.

## **פונקציות טריגונומטריות**

עמוד 5 שאלה 6 , עמוד 16 שאלה 7 , עמוד 26 שאלה 7  
עמוד 37 שאלה 7 סעיפים א-ב, עמוד 48 שאלה 7  
עמוד 56 שאלה 6 סעיפים א-ד, עמוד 63 שאלה 7 , עמוד 71 שאלה 7  
עמוד 80 שאלה 7 סעיפים א-ה, עמוד 98 שאלה 7 , עמוד 108 שאלה 7  
עמוד 127 שאלה 7 , עמוד 137 שאלה 7 סעיפים א-ג  
עמוד 147 שאלה 7 סעיפים א-ה, עמוד 156 שאלה 7 סעיפים א-ד  
עמוד 177 שאלה 6 , עמוד 199 שאלה 7 סעיפים א-ד , עמוד 209 שאלה 7  
עמוד 220 שאלה 7 סעיפים א-ה.

# **שאלות ערך קיצון**

## **שאלות ערך קיצון גאומטריות**

עמוד 17 שאלה 8 , עמוד 38 שאלה 8 , עמוד 56 שאלה 7 ,  
עמוד 127 שאלה 8 , עמוד 199 שאלה 8 , עמוד 210 שאלה 8 .

## **שאלות ערך קיצון בפונקציות וגרפים**

עמוד 7 שאלה 8 , עמוד 81 שאלה 8 , עמוד 99 שאלה 8 ,  
עמוד 109 שאלה 8 , עמוד 138 שאלה 8 , עמוד 147 שאלה 8 ,  
עמוד 157 שאלה 8 , עמוד 179 שאלה 8 , עמוד 221 שאלה 8 .

## **שאלות ערך קיצון עם פונקציות טריגונומטריות**

עמוד 90 שאלה 8 , עמוד 118 שאלה 8 , עמוד 168 שאלה 8 ,  
עמוד 188 שאלה 8 .

## **שאלות ערך קיצון עם אינטגרלים**

עמוד 27 שאלה 8 .

# **אינטגרלים**

**הערה:** חלק מהסעיפים בנושא זה נרשמו גם תחת בכותרת  
חקירת פונקציות.

## **פולינומיים**

השאלות בנושא זה נמצאות באינטגרל הכלול את זיהוי הנגזרת הפנימית  
של פונקציה מורכבת.

## **פונקציות רצינליות**

עמוד 36 שאלה 6 סעיף ג, עמוד 107 שאלה 6 סעיף ו, עמוד 167 שאלה 7,  
עמוד 176 שאלה 7 סעיף ה, עמוד 187 שאלה 6 סעיף ב,  
עמוד 219 שאלה 6 סעיף ד.

## **פונקציות עם שורשים**

עמוד 146 שאלה 6 סעיף ד, עמוד 188 שאלה 7 סעיף ד.

## **פונקציות ללא תבנית אלגברית מפורשת**

עמוד 25 שאלה 6 סעיפים ה-ו.

## **פונקציות טריגונומטריות**

עמוד 37 שאלה 7 סעיף ג, עמוד 56 שאלה 6 סעיף ה,  
עמוד 80 שאלה 7 סעיפים ו-ז, עמוד 137 שאלה 7 סעיף ד,  
עמוד 147 שאלה 7 סעיף ו, עמוד 156 שאלה 7 סעיף ה,  
עמוד 199 שאלה 7 סעיף ח.

## **איןTEGRAL היכול את זיהוי הנגזרת הפנימית של פונקציה מורכבת**

הערה: חלק זה כולל פולינומים, פונקציות רצינאיות,  
פונקציות עם שורשים ופונקציות טריגונומטריות,  
שבהן לצורך מציאת האינטגרל  
יש לזיהות את הנגזרת הפנימית של פונקציה מורכבת.

עמוד 5 שאלה 6 סעיף ג, עמוד 15 שאלה 6 סעיפים ג-ד,  
עמוד 47 שאלה 6 סעיף ד, עמוד 57 שאלה 8 סעיף ה, עמוד 63 שאלה 6,  
עמוד 79 שאלה 6, עמוד 89 שאלה 6 סעיף ד,  
עמוד 97 שאלה 6 סעיפים ג-ד, עמוד 117 שאלה 6 סעיף ה,  
עמוד 126 שאלה 6 סעיף ד, עמוד 198 שאלה 6 סעיף ה,  
עמוד 220 שאלה 7 סעיף ו.

## **שאלות המשלבות אינטגרל מצטבר**

הערה: חלק זה כולל פולינומים, פונקציות רצינאיות,  
פונקציות עם שורשים ופונקציות טריגונומטריות,  
והופיעו כבר בМИונים אחרים בפרק זה.

עמוד 136 שאלה 6 סעיפים ד-ו, עמוד 178 שאלה 7.

## **שאלות המשלבות נפח גוף סיבוב**

עמוד 49 שאלה 8.

# תוכן עניינים

## מבחני בגרות – שאלון 571

1	.....	מבחן דוגמה מס' 1
10	.....	מבחן דוגמה מס' 2
20	.....	מבחן דוגמה מס' 3
30	.....	מבחן דוגמה מס' 4
41	.....	מבחן דוגמה מס' 5
52	.....	מבחן דוגמה מס' 6
60	.....	מבחן בגרות מס' 7 – קיץ תש"ף, 2020, מועד א
67	.....	מבחן בגרות מס' 8 – קיץ תש"ף, 2020, מועד ב
76	.....	מבחן בגרות מס' 9 – חורף תשפ"א, 2021
84	.....	מבחן בגרות מס' 10 – קיץ תשפ"א, 2021, מועד א
93	.....	מבחן בגרות מס' 11 – קיץ תשפ"א, 2021, מועד מיוחד
102	.....	מבחן בגרות מס' 12 – קיץ תשפ"א, 2021, מועד ב
112	.....	מבחן בגרות מס' 13 – חורף תשפ"ב, 2022, מועד א
121	.....	מבחן בגרות מס' 14 – חורף תשפ"ב, 2022, מועד נבדלים
130	.....	מבחן בגרות מס' 15 – קיץ תשפ"ב, 2022, מועד א
141	.....	מבחן בגרות מס' 16 – קיץ תשפ"ב, 2022, מועד ב
150	.....	מבחן בגרות מס' 17 – חורף תשפ"ג, 2023
160	.....	מבחן בגרות מס' 18 – קיץ תשפ"ג, 2023, מועד א
171	.....	מבחן בגרות מס' 19 – קיץ תשפ"ג, 2023, מועד מיוחד
182	.....	מבחן בגרות מס' 20 – קיץ תשפ"ג, 2023, מועד ב
191	.....	מבחן בגרות מס' 21 – חורף תשפ"ד, 2024
202	.....	מבחן בגרות מס' 22 – קיץ תשפ"ד, 2024, מועד א
213	.....	מבחן בגרות מס' 23 – קיץ תשפ"ד, 2024, מועד ב

נוסחאות מתמטיקה 5 ייחודות לימוד לתוכנית החדש



# מבחן דוגמה מספר 1

## פרק ראשון – שאלות קצרות

1. ענו על שלושה מארבעת השעיפים.

א. רשם את תחום ההגדרה ואת האסימפטוטות המקבילות לצירים

(אם יש כאלה) של הפונקציות הבאות :



$$f(x) = \frac{\sqrt{4x^2 - 9}}{x - 1} \quad (1)$$

$$g(x) = \frac{\sqrt{4x^2 - 9}}{2x - 3} \quad (2)$$

ב. נתונות שתי פונקציות :  $g(x) = \sin(x - \frac{\pi}{6})$  ,  $f(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{3})$



באיור שלפניכם שני גרפים :

graf A - מתואר בקו מקווקו

graf B - מתואר בקו רציף

נקודות A ו-B

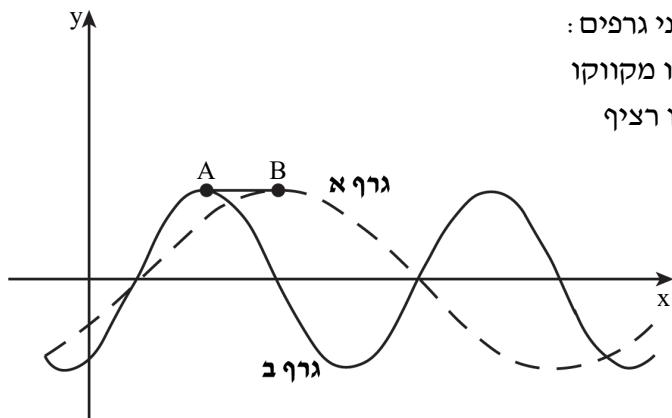
מצאות מימין

לציר ה- y

והן הנקודות

הקרובות ביותר

לציר זה



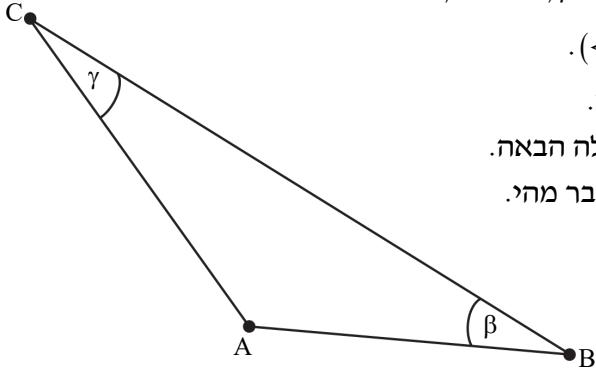
בهن הנקודות מקובלותערכים מקסימליים.

מהו אורך הקטע AB ? נמק קביעתך.

א. נתונה סדרה חשבונית  $a_1, a_2, \dots, a_{2n+1}$  ובה  $2n+1$  איברים  
(n הוא מספר טבעי)  
 הראה כי סכום סדרה שווה ל-  $(2n+1) \cdot a_{n+1}$ .



ב. במשולש ABC נתון  $AB = 3$ ,  $AC = 5$ ,  $\beta = 20^\circ$ .  
 חשב את זווית  $\gamma$  ( $\angle ACB$ ).  
 דן הגיש את הפתרון הבא.  
 בדוק פתרונו של דן לשאלת הבא.  
 אם יש טעות בפתרון, הסבר מהי.



$$\frac{5}{\sin 20^\circ} = \frac{3}{\sin \gamma}$$

$$\sin \gamma = \frac{3 \sin 20^\circ}{5}$$



$$\gamma_1 = 11.84^\circ, \quad \gamma_2 = 180 - 11.84 = 168.16^\circ$$

## פרק שני – הסתברות, סדרות ואינדוקציה

.2.  $a_n$  היא סדרה חשבונית שההפרש שלה,  $d$ , שונה מ-0.

נתון:  $a_7 = -a_{17}$ .

א. מצא את  $a_{12}$ .

ב. (1) האם קיימים בסדרה  $a$  בר שער שווה ל- $-a_1$ ? נמק.

(2) מצא מספר טבעי  $n$  כך שסכום  $n$  האיברים הראשונים בסדרה שווה ל-0.

ג. האם קיימים  $n$  טבעי ו- $a$  ? אם כן – מצא  $n$  כזה, אם לא – נמק.

ד. האם אפשר למצא כמה איברים שליליים בסדרה? נמק (הבחן בין מקרים שונים).

.3. למיכל יש קובייה מאוזנת. על שלוש מפאות הקובייה שלה כתוב המספר 2, ועל שלוש המפאות האחרות כתוב המספר 4.

לගליית יש קובייה מאוזנת אחרת. על כל אחת מפאות הקובייה של גלית כתוב אחד מן המספרים: 1 או 3.

מיכל וגלית משחקים משחקן חמשה סיבובים. המשתתפת שניצח במספר סיבובים רב יותר מהברטה, תניצח במסחק. בכל סיבוב המשחק כל אחת מהן מטילה את הקובייה שלה פעם אחת. המנצח בסיבוב היא השחקנית שהמספר שהתקבל על הקובייה שלה גובה יותר.

נתון שבסיבוב יחיד הסיכוי של מיכל לניצח את גלית הוא  $\frac{7}{12}$ .

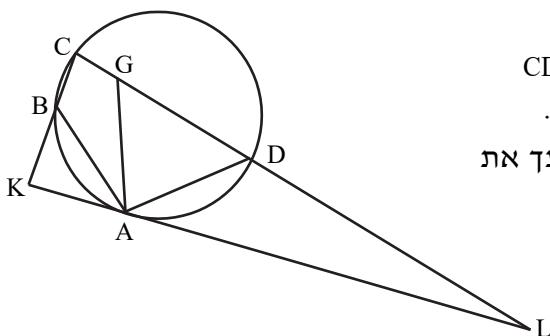
א. על כמה פאות בקובייה של גלית כתוב המספר 1? נמק את תשובהך.

ב. מהו הסיכוי שgalit תניצח במסחק?

ג. מהו הסיכוי של גלית לניצח במסחק,

אם ידוע שהיא ניצחה בסיבוב הראשון?

## פרק שלישי – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור



4. המרובע ABCD חסום במעגל.

הנקודה G נמצאת על הצלע CD  
כך ש-  $AB = AG$  וגם  $CB = CG$ .



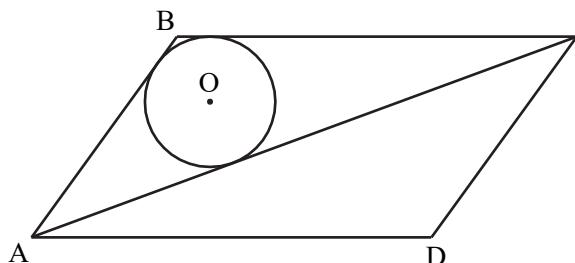
המשיק למעגל בנקודה A חותך את המשך הצלע CD בנקודה L,  
וחותך את המשך הצלע CB  
בנקודה K (ראה ציור).

א. הוכח כי  $AD = AG$ .

ב. (1) הוכח כי  $\Delta ABK \sim \Delta CDA$

. (2) הוכח כי  $AD^2 = BK \cdot CD$

$$g. \text{ הראה כי } \frac{S_{\Delta LDA}}{S_{\Delta KAB}} = \frac{LA}{AK}$$



5. נתונה מקבילית ABCD .

AC הוא האלכסון הארוך,  
כמתואר בציור.



במשולש ABC חסום  
מעגל שמרכזו O .

נתון: הנקודה O נמצאת

במרחקים 6 ו- 3 מן הישרים AD ו- AC בהתאם ;

$$OA = 10$$

א. חשב את גודלי זוויות המקבילית.

ב. חשב את אורך האלכסון AC .

ג. חשב את שטח המקבילית.

## פרק רביעי – חשבון דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינום, של פונקציות שורש, של פונקציות רצינליות ושל פונקציות טריגונומטריות

. 6. נתונות הפונקציות  $g(x) = \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}$ ,  $f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$

עננה על סעיף א עבור התחום:  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$ .



- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- (2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$ ,  $f(x)$  המאונכות לציר ה- $x$ .
- (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש לכך).
- (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

עננה גם על סעיף ב עבור תחום:  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$ .

- ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ .
  - (2) הוכח:  $g(x) = -f\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$
  - (3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .
- תוכל להיעזר בתשובותיך על הסעיפים הקודמים.

ג. נא את ערך הביטוי  $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$ . נזק את מיאבתך.

.  $a \neq 4$ ,  $a \neq 0$  הינו פרמטר,  $a$  ענה על סעיף א. הבע באמצעות  $a$  במידה הצורך.

הבחן בין  $0 > a$  ובין  $0 < a$  במידה הצורך.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

(3) מצא את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה  $f(x)$  המקבילה לציר  $-x$ .

(4) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לציר  $-x$  (אם יש כאלה).

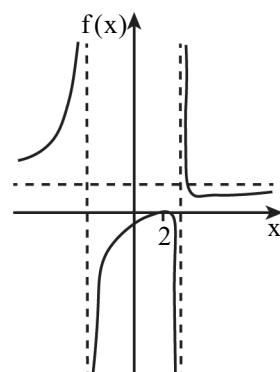
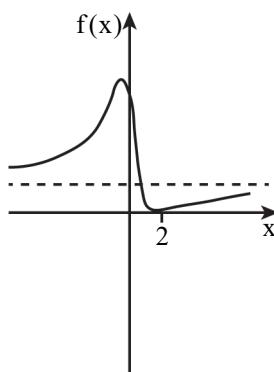
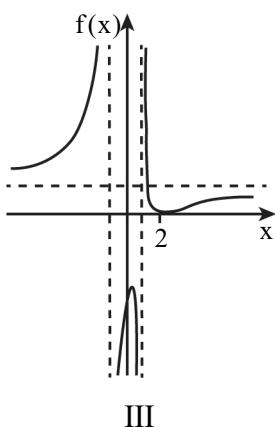
ענה על סעיף ב. הבע באמצעות  $a$  במידה הצורך.

הבחן בין  $4 > a$  ובין  $4 < a$  במידה הצורך.

ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.

ג. לפניך שלושה גרפים אפשריים של הפונקציה  $f(x)$ , כל אחד עבור ערך אחר של  $a$ .

כתב מהו תחום הערכים של  $a$  המתאים לכל אחד מן הגרפים I – III. נמק את תשובה.



.8. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{1}{x^3}$

העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה  $(x)$   $f$  בנקודת שבה  $x = t$ .  
נתון:  $1 \leq t \leq 5$ .

- המשיק חותך את ציר ה- $x$  בנקודת  $A$  ואת ציר ה- $y$  בנקודת  $B$ .
- הנקודת  $O$  היא ראשית הצירים.
- א. מצא את שיעור ה- $x$  של נקודת ההשקה שעבורו סכום ניצבי המשולש  $AOB$  הוא מינימלי.
- ב. מצא את שיעור ה- $x$  של נקודת ההשקה שעבורו סכום ניצבי המשולש  $AOB$  הוא מקסימלי.

## תשובות ל מבחן דוגמה מס' 1 :

.1. א.  $x \leq 1.5$  או  $x \geq 1.5$  (1)

.  $(x \rightarrow -\infty)y = -2$ ,  $(x \rightarrow +\infty)y = 2$

;  $x \leq 1.5$  או  $x > 1.5$  (2)

.  $x = 1.5$ ,  $(x \rightarrow -\infty)y = -1$ ,  $(x \rightarrow +\infty)y = 1$

. ב. ג. הוכחה. ד. יש טענות. יש לפסול את הפתרון  $\gamma_2 = 168.18^\circ$ . AB =  $\frac{\pi}{4}$ .

.2. א. ב. (1) כנ, (2) a<sub>23</sub> = -a<sub>1</sub>, a<sub>12</sub> = 0.

ד. אם האיבר הראשון שלילי, הסדרה עולה: 11 איברים שליליים.

אם האיבר הראשון חיובי, הסדרה יורדת: לא ניתן לדעת.

.3. א. על פאה אחת. ב. 0.3466. ג. 0.5533.

.4. א. הוכחה ב. (1) הוכחה (2) הוכחה ג. הוכחה

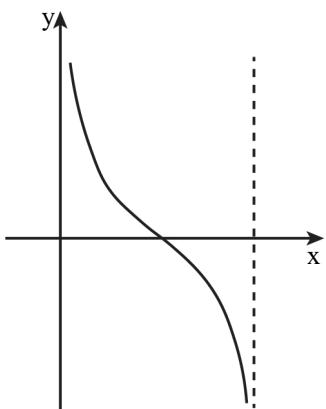
. S<sub>ABCD</sub> = 171.73. ג. AC = 27.08. ב. 54.33°, 125.67°. נ. 5

.  $x = -\frac{\pi}{2}$ ,  $x = \frac{\pi}{2}$  (2).  $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$  (1). נ .6

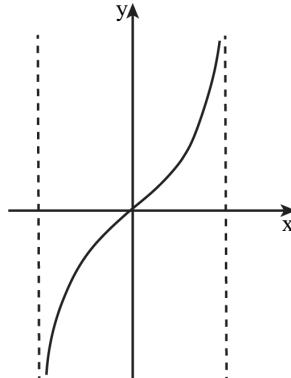
. (3) עליה:  $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$  ירידה: אין.

.  $0 < x < \pi$  (1). ג

. (2) הוכחה.



(3)



. ג.

(4)

. a. (1) עבור  $a < 0$ : כל  $x$ ,  $y = 1$  עבור  $a > 0$ :  $x \neq -\sqrt{a}$ ,  $x \neq \sqrt{a}$

.  $y = 1$  (3) .  $(0, -\frac{4}{a})$ ,  $(2, 0)$  (2)

. b. עבור  $a < 0$ : אין, עבור  $a > 0$ :  $x = -\sqrt{a}$ ,  $x = \sqrt{a}$

. b. עבור  $a > 4$ : מינימום  $(2, 0)$  (2,0) מינימום.  $\left(\frac{a}{2}, \frac{a-4}{a}\right)$

. עבור  $a < 4$ : מינימום  $(2, 0)$  (2,0) מינימום, מינימום  $\left(\frac{a}{2}, \frac{a-4}{a}\right)$ .

. 0 < a < 4 : III , a < 0 : II , a > 4 : I .ג

. x = 5 .ג . x = √3 .ג .8



## מבחן דוגמה מספר 2

### פרק ראשון – שאלות קצרות

1. ענו על שלושה מארבעת השעיפים.

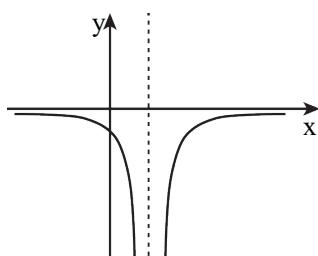
א. נתונה הסדרה :  $a_n = \sin(n\pi + \frac{\pi}{6})$ ,  $n \in \mathbb{N}$  טבעי.

- (1) רשום שלושה איברים ראשוניים בסדרה.
- (2) מצא את הסכום של 2019 האיברים הראשונים בסדרה.

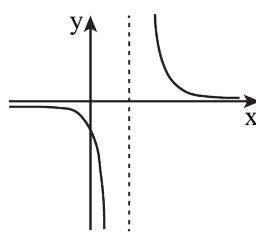


ב. לפניכם שלושה גרפים. הגרפים מתאימים לפונקציה  $f(x)$  ולשתי הנגזרות הראשונות שלה :  $f'(x)$ ,  $f''(x)$ . לשולש הפונקציות תחומי הגדרה זהה.

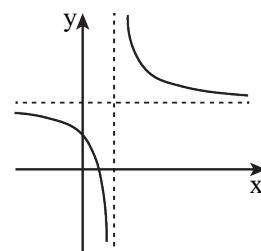
איזה גרף מתאים לכל אחת מהן? נמק את טענתך.



גרף ג



גרף ב



גרף א



ג'. נתונות שתי סדרות :  $b_1 = 3$  ו-  $b_{n+1} = b_n + 2n + 3$ ,  $a_n = n^2 + 2n$  :

(1) הראות כי  $b_1 = a_1$ . האם  $b_2 = a_2$ ? האם  $b_3 = a_3$ ? האם  $b_4 = a_4$ ?

(2) האם  $a_n$  ו-  $b_n$  זוחות? אם כן, מוכיחו זאת.

אם כן, הוכיחו כי לכל  $n \in \mathbb{N}$  טבעי מתקיים  $a_n \leq b_n$ .



- ד. נתון כי  $f(x)$  היא פונקציה זוגית.  
אלו מהפונקציות הבאות הן בהכרח זוגיות. נמק את קביעותך.

$$g(x) = f(x) + 1 \quad (1)$$

$$h(x) = f(x+1) \quad (2)$$

$$k(x) = \sqrt{f(x)} \quad (3)$$

## פרק שני – הסתברות, סדרות ואינדוקציה

.2.  $a_n$  היא סדרה הנדסית אין-סופית מתכנסת שסכוםה שלילי.

$a_1$  הוא האיבר הראשון בסדרה, ו-  $q$  היא מנת הסדרה.

א. לפניך ארבע טענות (I – IV). רק אחת מהן בהכרח נכונה.  
צין את מספירה ונמק.

.  $q < 0$  (I)

.  $q < 0$  וגם  $a_1 < 0$  (II)

.  $a_1 < 0$  (III)

.  $q < 0$  או  $a_1 > 0$  (IV)

נסמן ב- T את סכום האיברים במקומות הא-זוגיים בסדרה  $a_n$ ,

ונסמן ב- R את סכום האיברים במקומות הזוגיים בסדרה  $a_n$ .

ק הוא פרמטר.

נתון:  $T + p \cdot R = 0$

ב. הבע את p באמצעות q.

ב. היא סדרה הנדסית שהמנה שלה היא  $p$ .

ג. האם  $b_n$  היא סדרה מתכנסת? נמק.

ד. נתון:  $p$  שלילי. הראה שלכל  $n$  טבעי  $a_{n+1} > a_n$

(כלומר הראה שהסדרה  $a_n$  היא סדרה עולה).

.3

בעיר גודלה נערך מבחן לכל תלמידי התיכון.

37% מן התלמידים שניגשו لمבחן נעזרו בחבריהם כדי להתכונן למבחן.

 35  
37 מהם עברו את המבחן.

מספר התלמידים שלא נעזרו בחבריהם ולא עברו את המבחן קטן פי 5 מאשר מספר התלמידים שנעזרו בחבריהם ועברו את המבחן.

א. בחרו באקראי תלמיד שניגש למבחן, והתברר שהוא לא עבר את המבחן. מהי ההסתברות שהוא נעזר בחבריו?

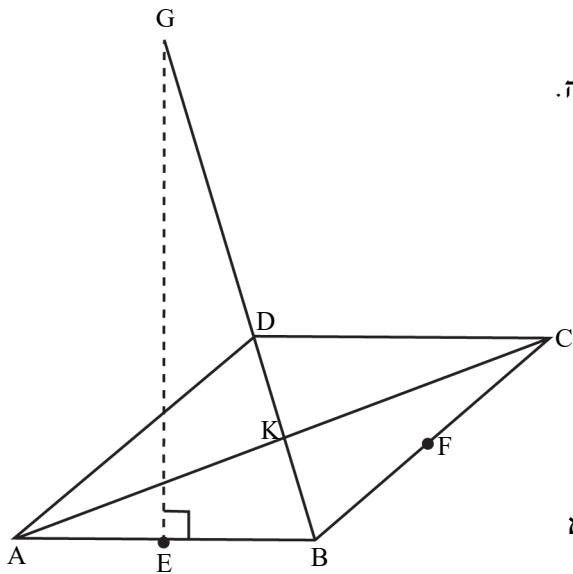
ב. יעל והדס ניגשו למבחן. ידוע שיעל נעזרה בחבריה כדי להתכונן לetest, והדס לא נעזרה בחבריה כדי להתכונן למבחן.

האם ההסתברות שיעל עברה את המבחן גבוהה מהתהסתברות שהדס עברה את המבחן? נמק.

ג. בחרו באקראי 6 תלמידים שניגשו למבחן.  
מהי ההסתברות שבבדיקה שליש מהם לא נעזרו בחבריהם  
ועברו את המבחן?

ד. בחרו באקראי תלמיד שניגש למבחן.  
מהי ההסתברות שהוא מקיים לפחות אחת משתי הטענות I – II :  
(I) התלמיד נעזר בחבריו.  
(II) התלמיד לא עבר את המבחן.

## פרק שלישי – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור



.4 ABCD הוא מעוין.

E ו- F הן אמצעי  
צלעות AB ו- BC בהתאם.



הנקודה K היא מפגש  
האלכסונים של המעוין.

מן הנקודה E  
העלו אנך ל- AB,  
חוטף את המשך  
האלכסון BD  
בנקודה G  
(ראה ציור).

a. הוכח: הנקודה G היא  
מרכז המעגל החוסם  
את המשולש ABC.

הקטע GF חותך את האלכסון AC  
בנקודה M, שהיא מרכז המעגל החוסם  
את המשולש BDC.

b. הוכח שהמשולשים MFC, MFC, BKC ו- BFG דומים זה לזה.  
נסמן ב- R את רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC  
וב- z את רדיוס המעגל החוסם את המשולש BDC.

g. (1) הוכח כי  $\frac{MF}{CF} = \frac{BK}{CK} = \frac{MC}{GB} = \frac{MF}{CF}$  וכי

(2) הראה כי היחס בין אלכסוני המעוין שווה ל-  $\frac{r}{R}$ .

.5

ABC הוא משולש ישר זווית ( $\angle ABC = 90^\circ$ ) .

M היא נקודה על היתר כל ש- $AM : MC = \sqrt{3} : 4$  .



נתון :  $BM = 8$  ,  $\angle ABM = 30^\circ$  .

א. (1) סמן :  $MC = 4x$  וחשב את זוויות המשולש ABC .

(2) חשב את הרדיוסים של המעגלים החוסמים את המשולשים

CMB ו- ABM .

ב. נסמן את מרכזי המעגלים החוסמים את המשולשים ABM

ו- CMB ו-  $O_1 O_2$  בהתאם .

(1) הסבר מדוע המרובע  $BO_1MO_2$  הוא דלטון .

(2) חשב את אורך הקטע  $O_1O_2$  .

## פרק רביעי – חישובו דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינום, של פונקציות שורש, של פונקציות רצינוליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{ax - 1}{\sqrt{ax^2 - 2x + 1}}$ ,  $a$  הוא פרמטר.

נתון: הפונקציה  $f(x)$  מוגדרת לכל  $x$ .  
א. הוכיח:  $a > 1$ .



ענה על סעיף ב. אם יש צורך, הביע באמצעות  $a$ .

ב. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

(2) כתוב את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$   
המקבילות לציר ה- $x$ .

(3) מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה  $f(x)$   
(אם יש כאה).

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתון:  $a = 3$ .

ג. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , אל ידי ציר ה- $x$ ,  
ועל ידי הישרים  $x = 2$  ו-  $x = \frac{2}{3}$ .

ד.  $f(x)$  היא פונקציה רציפה המוגדרת לכל  $x$ .

נסמן ב- $S$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ ,

על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישרים  $x = \frac{1}{3}$  ו-  $x = b$  ( $b > \frac{1}{3}$ ).

נתון: השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי גרף הפונקציה

$(x) g$  ועל ידי הישרים  $x = \frac{1}{3}$  ו-  $x = b$  שווה ל-  $-S$  בעבר כל  $b$ .

הבע את  $(x) g$  באמצעות  $(x) f$  בתחום  $x > \frac{1}{3}$  (כתב את שתי האפשרויות).  
אין צורך להוכיח את תשובה.

.7

x) f היא פונקציה גזירה, המוגדרת לכל x , כך ש-  $f(x) \neq 0$  לכל x .

**א.** הוכיח שאם הפונקציה  $f(x)$  עליה בקטע מסוים,

$$\text{או הפונקציה } \frac{1}{f(x)} \text{ יורדת באותו הקטע ;}$$

ואם הפונקציה  $f(x)$  יורדת בקטע מסוים,

$$\text{או הפונקציה } \frac{1}{f(x)} \text{ עליה באותו הקטע .}$$

נתונה הפונקציה  $g(x) = \sin^2 x + \cos x + 2$  , המוגדרת לכל x .

**ב.** האם קיים x שבבערו  $g(x) = 0$  ? נמק .

**ג.** (1) האם הפונקציה  $g(x)$  היא פונקציה זוגית ? נמק .

(2) הראה שלכל x מתקיים :  $g(x) = g(x + 2\pi)$

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$

בתוחום  $\pi \leq x \leq 0$  , וקבע את סוגן .

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$  בתוחום  $-\pi \leq x \leq 3\pi$

$$\text{נתונה הפונקציה } h(x) = \frac{1}{\sin^2 x + \cos x + 2} .$$

ענה על סעיף ד . תוכל להיעזר בתשובהותיך על השיעיפים הקודמים .

**ד.** (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $h(x)$  ? נמק .

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $h(x)$  בתוחום  $\pi \leq x \leq -\pi$

באותה מערכת צירים שבה סרטטת את גרף הפונקציה  $h(x)$  .

.8

הו ריבוע שאורך צלעו 6 ס"מ.

K ו- L הן נקודות על הצלע AB .



נתו כי הישרים CK ו- DL

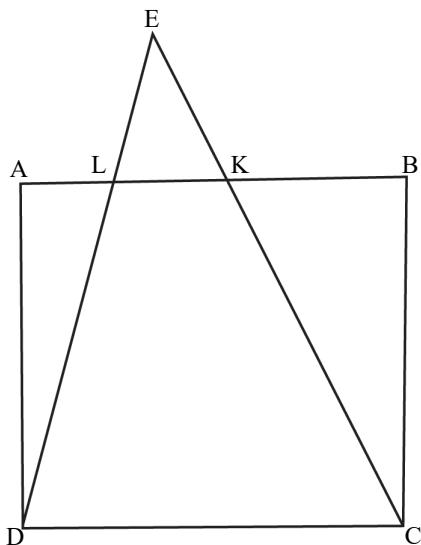
חותכים זה את זה בנקודה E ,  
הנמצאת מខוץ לריבוע ABCD  
(ראה ציור).

נסמן :  $LK = x$

a. הבע באמצעות  $x$  את גובה המשולש KLE .

b. עבור أي זיה ערך של  $x$  סכום שטחי המשולשים ADL , BCK ו- KLE הוא מינימלי ? נמק .

תוכל להסביר שורש בתשובהך .



## תשובות ל מבחון דוגמה מס' 2 :

. 1. א.  $\cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$  (2) .  $a_3 = -\frac{1}{2}$  ,  $a_2 = \frac{1}{2}$  ,  $a_1 = -\frac{1}{2}$  (1).

ב. גראף א-  $f'(x)$  , גראף ב-  $f''(x)$  , גראף ג-  $f(x)$ .

ג. (1) כן , (2) הוכחה.

ד. (x) g(x) - פונקציה זוגית, (y) h(y) - לא בהכרח זוגית, (z) k(z) - פונקציה זוגית.

. 2. א. טענה III

(סכום הסדרה הוא  $\frac{a_1}{1-q}$  , כמו כן  $-1 < q < 1$  , שכן כשה  $a_1$  שלילי הסכום שלילי)

ב. ג. לא מתכנסת ( $1 < p < -1$  ) או  $p > 1 \leftarrow -1 < q < 1$  . ד. הוכחה.

. 3. א.  $\frac{2}{9}$  . ב. כן . ג.  $0.1763 < 0.44$  . ד.  $(\frac{35}{37} > \frac{56}{63})$

. 4. א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. (1) הוכחה. (2) הוכחה.

. 5. א. (1)  $53.13^\circ$  ,  $36.87^\circ$  ,  $90^\circ$

, 5 :  $\Delta ABM$  רדיוס המעלג החוסם את (2)

.  $6\frac{2}{3} : 18 \Delta CBM$  רדיוס המעלג החוסם את (1)

.  $8\frac{1}{3}$  (2) .  $BO_2 = MO_2 = 6\frac{2}{3}$  ,  $BO_1 = MO_1 = 5$  (1)

.6. א. הוכחה.

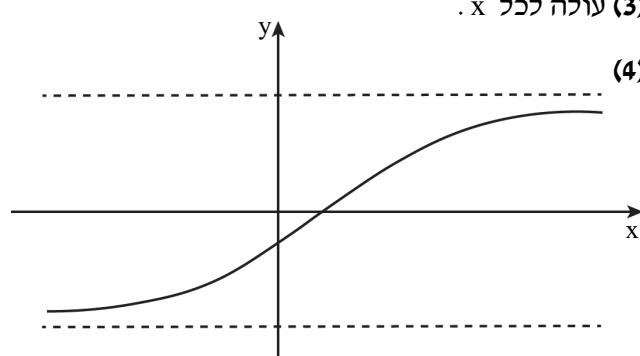
. $(x \rightarrow -\infty) y = -\sqrt{a}$  ,  $(x \rightarrow +\infty) y = \sqrt{a}$  (2) .  $(0, -1)$   $(\frac{1}{a}, 0)$  (1)

(3) עולה לכל  $x$ .

.2. ג.

,  $g(x) = -f(x)$  .4

.  $g(x) = 3f(x)$

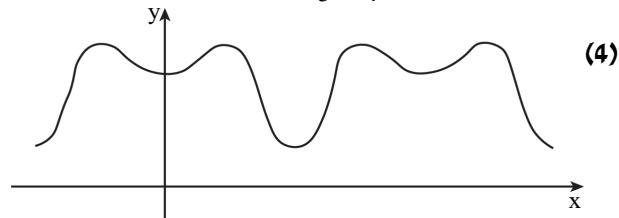


.7. א. הוכחה. ב. לא  $\cos x \geq -1$  ,  $2 + \sin^2 x \geq 2$  לכן סכום גדול מ-1 או שווה לו

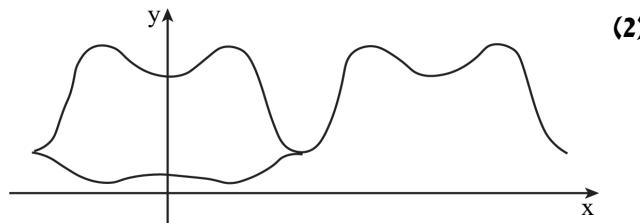
ולכן לא יכול להיות שווה 0).

ג. (1) כנ  $(x \cos x - 1)$  הן פונקציות זוגיות. (2) הוכחה.

(3) (0,3) מינימום,  $(\frac{1}{3}, \frac{\pi}{2})$  מקסימום, (1) מינימום.



.4. (1) כל  $x$ .



. $6 - 3\sqrt{2} \approx 1.76$  .5 . $\frac{6x}{6-x}$  .8



## מבחן דוגמה מספר 3

### פרק ראשון – שאלות קצרות

1. ענו על שלושה מארבעת השעיפים.

א. בסדרה מתקיה  $a_{n+1} = a_n + 3n + 3n^2$

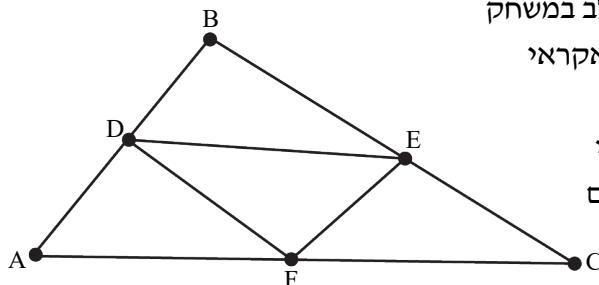
(1) הוכח :

אם ידוע כי עבור כל  $n \geq 1$  מסויים מתקיים :

$$a_n = (k+1)^3 - (k+1) + 2$$

(2) האם מתקיים  $a_n = n^3 - n + 2$  :

שלכל  $n \geq 1$  בסדרה, בהכרח מתקיים  $a_n = n^3 - n + 2$ .



ב. במשחק מחשב בכל שלב המשחק

מופיעה דמות במקום אקראי

על גבי משטח משולש.

המשולש מחולק על ידי

שלושת קטועי האמצעים

ל- 4 משולשים.

מהי ההסתברות שהדמות מופיעה בתוך המקבילית DFCE ?

ג. בדוק נכונות/ אי נכונות הטענה הבאה. אם הטענה נכונה - הוכיח אותה,

אם לא הציג דוגמה נגדית.



$\sin 2\alpha = \sin 2\beta$  ו-  $\beta$  של משולש מקיימות את השוויון  
אז המשולש הוא שווה שוקיים.

ד. לפניו שלוש פונקציות:

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{(x+1)(x+2)}$$

$$g(x) = \frac{x^2}{x^2 - 4}$$

$$h(x) = \frac{x^3 - 1}{(x-2)(x+1)}$$

לאיזה מהן התוכנה תבואה:

לפונקציה יש שתי נקודות אי הגדרה, אסימפטוטה אופקית אחת  
ואסימפטוטה אנכית אחת.

نمך בחירותך על ידי הסבר להתאמה ועל ידי פסילת האחרות.

## פרק שני – הסדרות, סדרות ואיינדוקציה

.2. הסדרה  $a_n$  מוגדרת לכל  $n \in \mathbb{N}$  על ידי כלל הנסיגה :

$$a_n = -\frac{c^{n-2}}{a_{n-1}}, \quad a_1 = -\frac{1}{c}, \quad c > 0. \quad \text{נתון : } c > 0.$$



א. הוכיחו כי האיברים בסדרה  $a_n$  הנמצאים במקומות הזוגיים מהווים סדרה הנדסית, וכי האיברים בסדרה  $a_n$  הנמצאים במקומות홀ים מהווים סדרה הנדסית.

ב. (1) רשום את תושבותיה הראשונות  $c, a_1, a_2, \dots, a_{2n-1}$ . הביע את תושבותיה הראשונות  $c, a_1, a_2, \dots, a_{2n-1}$  באמצעות  $c$  ו- $a_1$ .

(2) הביע באמצעות  $c$  את האיברים הראשוניים  $a_1, a_3, a_5, \dots, a_{2n-1}$ .

(3) הוכח שלכל  $n \in \mathbb{N}$  האיברים הראשוניים  $a_1, a_3, a_5, \dots, a_{2n-1}$  בסדרה  $a_n$  אינם תלויים זה בזה.

ג. הסדרה  $b_n$  מוגדרת כך:  $b_n = \frac{1}{a_n \cdot a_{n+1}}$ . הנה :

(1) הראה כי  $b_n$  היא סדרה הנדסית.

(2) מה ערך הזערכיהם של  $c$  שבuboրם  $b_n$  היא סדרה יורדת?

(3) האם הסדרה האין-סופית  $b_n$  היא סדרה יורדת? הביע את  $c$  באמצעות  $a_1$  את סכומה.

.3

במבחן רב-ברירה ("אמריקני") יש 5 שאלות.

לכל שאלה מוצגות 4 תשובות, אך רק אחת מהן נכונה.  
התלמידים צריכים לסמן תשובה אחת מבין 4 התשובות המוצגות.  
תלמיד שמסמן את התשובה הנכונה על השאלה מקבל 20 נקודות לשאלה זו.

תלמיד שמסמן תשובה לא נכונה על השאלה אינו מקבל נקודות לשאלה.  
כדי לעבור את המבחן יש לצבור לפחות 60 נקודות סך הכל.  
א. על 2 מן השאלות ידע שחר בודאות לענות את התשובות הנכונות,  
וסימן אותן.

בשאר השאלות הוא סימן באקראי תשובה אחת בכל שאלה.

(1) מהי הנסיבות ששחר יצבור במבחן בדיק 60 נקודות?

(2) מהי הנסיבות ששחר יעבור את המבחן?

ב. על 2 מן השאלות ידע דניאל בודאות לענות את התשובות הנכונות,  
וסימן אותן.

בכל אחת משלוש השאלות האחריות ידע דניאל בודאות שתשובה  
אחד, מבין 4 התשובות המוצגות, אינה נכונה, ולכן סימן באקראי  
אחד מן התשובות האחריות בכל שאלה.

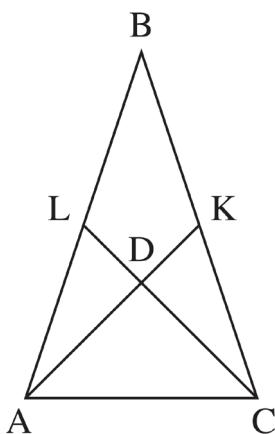
מהי הנסיבות שדניאל יצבור במבחן בדיק 60 נקודות?

ג. על 3 מן השאלות ידעה הדס בודאות לענות את התשובות הנכונות,  
וסימנה אותן.

בכל אחת משתי השאלות האחריות היא ידעה בודאות ש- k מבין 4  
התשובות המוצגות אינן נכונות, וסימנה באקראי אחת מן התשובות  
האחריות בכל שאלה.

ידעו שהנסיבות שהיא תצבור בדיק 60 נקודות במבחן שווה  
لهנסיבות שהיא תצבור 100 נקודות במבחן.  
מצא את k . נמק.

## פרק שלישי – גאומטריה וטריגונומטריה במישור



.4 ABC הוא משולש שווה שוקיים ( $AB = BC$ ) .

CL ו- AK הם תיכוןים במשולש  
החותכמים זה את זה בנקודה D .



נתון :  $AK \perp CL$

א. הוכח :  $BD = AC$  .

ב. חשב את היחס  $\frac{S_{BLDK}}{S_{\Delta ABC}}$  .

ג. M הוא מרכז המרجل החוסם את  
המרובע ALKC .

(1) הוכח :  $\angle AML = 90^\circ$  .

(2) מצא את היחס  $\frac{AM}{AD}$  . תוכל להשאיר שורש בתשובה.

.5 ABC הוא משולש שווה שוקיים ( $AB = AC$ ) .

BD הוא חוצה זווית במשולש ABC .



המשך הקטע BD חותך את המרجل החוסם את המשולש ABC בנקודה E .  
גודל הזווית ABC הוא  $2\beta$  .

א. הבן באמצעות  $\beta$  את  $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta ADE}}$  , היחס בין שטח המשולש ABC  
ובין שטח המשולש ADE . אין צורך לפשט את הביטוי שקיבלה.

נתון : BE שווה באורכו לרדיויס המרجل החוסם את המשולש ABC .

ב. חשב את היחס  $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta ADE}}$  .

נסמן ב- a את אורך השוק AB .

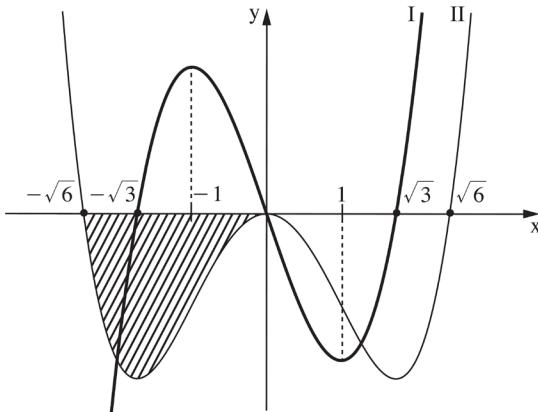
ג. הבן באמצעות a את רדיוס המרجل החוסם על ידי המשולש ABC .  
בתשובה תמצא את שאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

## פרק רביעי – חישובו דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינום, של פונקציות שורש, של פונקציות רצינוליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. לפניך הגרפים של הפונקציות  $(x)' f$  ו-  $(x)'' f$  (פונקציית הנגזרת הראשונה

ופונקציית הנגזרת השנייה של הפונקציה  $(x) f$  בתחום  $-2.5 \leq x \leq 2.5$ .

 שני הגרפים עוברים בראשית הציר.



א. התאם בין הגרפים I ו- II ובין הפונקציות  $(x)' f$  ו-  $(x)'' f$ . נמק.

ב. (1) כמה נקודות קיצון פנימיות יש לפונקציה  $(x) f$  בתחום  $-\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3}$ ? המתוואר בגרף? נמק את תשובה.

(2) כמה נקודות פיתול יש לפונקציה  $(x) f$  בתחום המתוואר בגרף?  
נמק את תשובה.

ג. עבור איזה ערך של  $x$  בתחום  $-\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3}$  – שיפוע המשיק לגרף  
פונקציית הנגזרת,  $(x)' f$ , הוא מינימלי?

נתון:  $(x) f$  היא פונקציה אי-זוגית.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $(x) f$ .

נתון: ערך הפונקציה  $(x) f$  בנקודות המקסימום שלה הוא  $t$ .

ה. הבע באמצעות  $t$  את השטח המוגבל על ידי גרף II ועל ידי החלק  
השלילי של ציר ה- $x$  (השטח המוקוקו בציור).

ו. נתון: קבועים  $a$ ,  $b$  ו-  $c$  ממשיים כך ש-  $c - b^2/a > 0$ .

מצא את  $c$  ואת היחס  $\frac{a}{b}$ .

. 7. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{1}{\sin x \cos x}$ , ונתנו התחום

בתחום הנתון ענה על השעיפים א ו-ב.



א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $(x)$ .

(2) האם הפונקציה  $(x)$  היא פונקציה זוגית או אי-זוגית? נמק.

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה  $(x)$ ,

וקבע את סוגן.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $(x)$ .

ב. נתונה הפונקציה  $a - g(x) = f(x)$ .

(1) מצא את הערכים האפשריים של  $a$  שעבורם יש

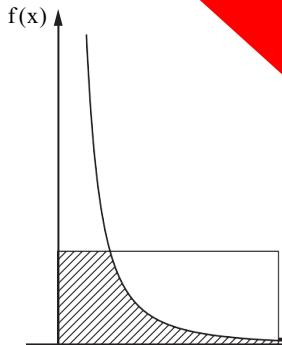
למשוואה  $0 = a - f(x)$  פתרון אחד בלבד.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $(x)$   $g$  עבור כל אחד מהערכים

של  $a$  שמצוות בתת סעיף ב(1).

8.

בציוויל שטח המלבן שמשתתף בגרף הפונקציה  $f(x) = \frac{1}{x^2}$  בתחום



ומלבן ששתיים נסמן  $a$ . נסמן  $S$  יי' נמצאות על הצירים

והוא נמצא ברביע ה-IV. נסמן  $x = 1$  ו-  $x = a$ .

נתון: שטח המלבן הוא  $S = a \cdot f(x)$ . נסמן  $b = a \cdot f(x)$ .

נסמן ב-  $a$  את אורך צלע המלבן שמשתתף ב-

$$\text{על ציר } h - x. \text{ נתון: } a \geq \frac{1}{4}.$$

א. הבע באמצעות  $a$  את שטח המלבן  $S$  המוגדר

על ידי הצירים, ו-  $b$  גובה המלבן ועל ידי הפונקציה  $(x)$

(השתח שמשתתף ב-  $a$ , בציור).

ב. עבורו ש-  $a$  גרך של  $a$  השטח שמצוות בסעיף א הוא מלי?

## תשובות ל מבחן דוגמה מס' 3:

.1. א. (1) הוכחה. (2) לא.

. ב. ג. הטענה אינה נכונה, לדוגמה:  $\gamma = 90^\circ, \alpha = 20^\circ, \beta = 70^\circ$ .  $\frac{1}{2}$ .

. ד. לפונקציה  $f(x)$ , הסבר.

.2. א. הוכחה.

. ב.  $a_1 = -\frac{1}{c}, a_2 = 1, a_3 = -1, a_4 = c, a_5 = -c, a_6 = c^2, a_7 = -c^2$  (1)

. ס. (3) הוכחה.  $S_7 = -\frac{1}{c}$  (2)

. ג. (1) הוכחה.  $\frac{2c}{1-\frac{1}{c}}$  או  $\frac{2c^2}{c-1}$  (3) .  $c > 1$  (2)

. k = 2. ג. .  $\frac{4}{9}$  . ב. .  $\frac{37}{64}$  (2) .  $\frac{27}{64}$  (1) א. . 3

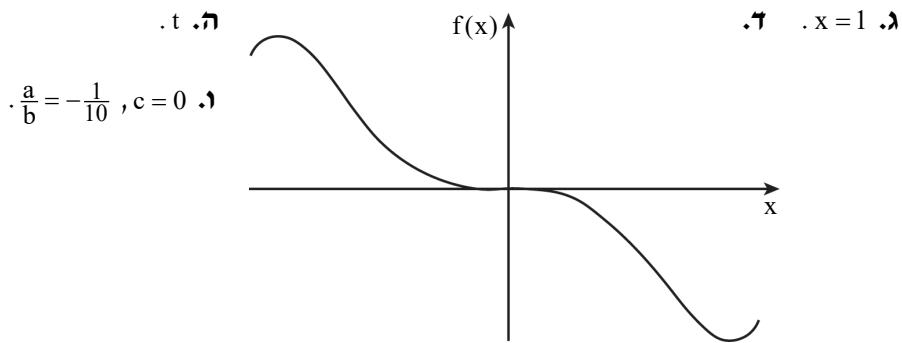
. א. הוכחה. ב. .  $\frac{S_{BLDK}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{1}{3}$

. 0.165a . ג. . 20.99 . ב. .  $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta ADE}} = \frac{\sin 2\beta \sin 3\beta \sin 4\beta}{\sin^3 \beta}$  . א. . 5

. א.  $f'(x) : II, f''(x) : I$  . 6

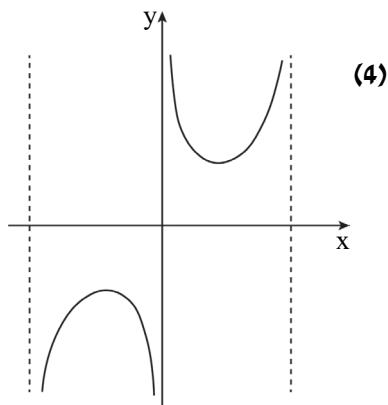
. ב. (1) 2 (כמספר נקודות החיתוך של  $f'(x)$  עם ציר x)

. (2) 3 (כמספר נקודות החיתוך של  $f''(x)$  עם ציר x).



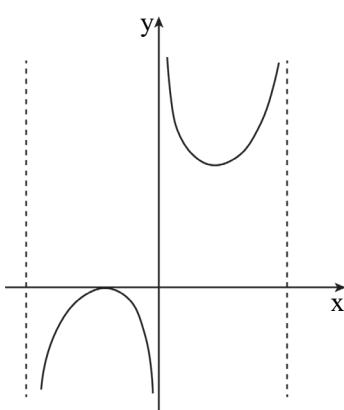
(3) מינימום  $\left(\frac{\pi}{4}, 2\right)$  (2) איזוגית. (1) א. נ . 7

מקסימום  $\left(-\frac{\pi}{4}, -2\right)$ .

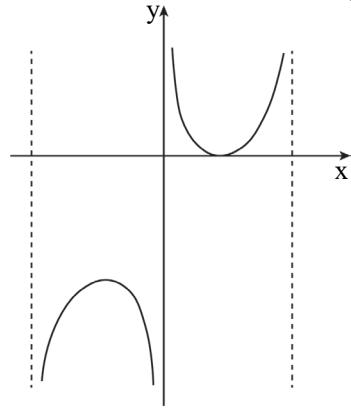


. a = -2 , a = 2 (1). ב

: a = -2 עבור



: a = 2 עבור (2)



$$\cdot a = \frac{1}{4} \cdot \text{ג} \cdot \frac{4}{\sqrt{a}} - \frac{1}{a} = \frac{4\sqrt{a}-1}{a} \cdot \text{נ} . 8$$



## מבחן דוגמה מספר 4

### פרק ראשון – שאלות קצרות

1. ענו על שלושה מארבעת השיעיפים.

א. משולש חסום במעגל שאורץ הרדיוס שלו 6 ס"מ.

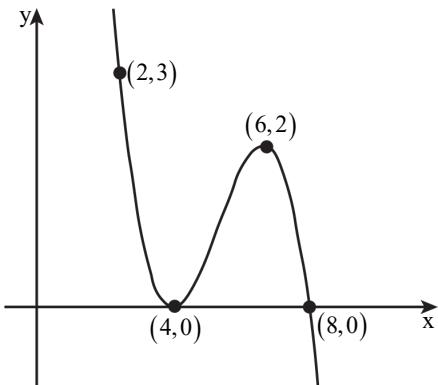


אורץ אחת הצלעות של המשולש : 4 ס"מ.

(1) כמה משולשים כאלה יש?

(2) מצא את אורך השוק במשולש שווה שוקיים שמקיים את התנאים הנ"ל.

הבחן בין שני מקרים.



ב. הגרף המצורף מתאר את גרף

הנגזרת  $(x)$  של הפונקציה  $f(x)$

בתחומי  $0 < x < 9$

נתון :  $f(6)=0$  ,  $f(8)=2$

.  $f(2)=-10$  ,  $f(4)=-1$

(1) האם לפונקציה  $f(x)$

יש נקודות קיצון?

אם כן - רשום את

שיעוריו נקודות הקיצון

ואת סוגן. נמק.

(2) האם לפונקציה  $f(x)$  יש נקודות פיתול?

אם כן - רשום את שיעורי נקודות הפיתול

ואת משוואות המשיקים העוברים דרכן.



ג. נתונה הפונקציה  $f(x)=x^5+3x+1$ .

- (1) מהם תחומי העליה והירידה של הפונקציה (אם קיימים)?  
הוכת קביעתך.

- (2) הסתמך על תשובתך, וקבע כמה פעמים חותך גראף הפונקציה  
את ציר ה-  $x$ . נמק את קביעתך.



ד. נתונה סדרה הנדסית אינסופית, שאיבריה הם :  $a_1, a_2, a_3, \dots$

כל האיברים בסדרה שונים מ- 0.

מגדירים סדרה חדשה בה מתקיים  $b_n = \frac{1}{a_n}$  לכל  $n$  טבעי.

- (1) הוכיח כי גם הסדרה החדשה היא סדרה הנדסית.  
(2) האם ניתן כי שתי הסדרות הן סדרות אינסופיות מתכנסות?  
הסביר תשובתך.

## **פרק שני – הסתרות, סדרות ואינדוקציה**

- נתונה סדרה חשבונית  $a_1, a_2, \dots, a_{2n+3}$  ובה  $2n+3$  איברים  
(מ ה老子 בראוי).

סכום הסדרה הוא  $-43$  מן האיבר האמצעי. האיבר האמצעי  $= 0$ .

א. (1) ראה כי סכום סדרה שווה ל-  $(2n+3) \cdot a_{n+2}$ .  
(2) מצא את מס' האיברים בסדרה.

ב. ידוע כי בסדרה הנתונה איברים ריבויים במקומות האיזוגיים גدول ב-  $40$  מסכום האיברים הזוגיים.  
(1) מצא את האיבר האמצעי.  
(2) מצא את סכום הסדרה.

נתון כי הפרש הסדרה הנתונה הוא  $-a$ .

ג. קבע אם הסדרה היא סדרה נזנדת.

מכל איברי הסדרה  $a_1, a_2, \dots, a_{2n+3}$  בונים סדרה חדשה על ידי אוסף כל  $k$  איברים סמוכים ( $k$  קניון טבעי טבעי) באופן זהה:

$$(a_1 + \dots + a_k), (a_2 + a_3 + \dots + a_{k+1}), (a_3 + a_4 + \dots + a_{k+2}), \dots$$

ד. הוכיח נמצאות  $k$  את מספר האיברים בסדרה החדשה.

.3

בבית ספר תיכון ניגשים תלמידי שכבת י"ב לבחינת המתכונת באזירותות

ולאחר מכן לבחינת הבגרות באזירותות.



נתון: גם בשנת 2017 וגם בשנת 2018 מספר התלמידים שעברו

את בחינת המתכונת ונכשלו בבחינת הבגרות היה שווה

למספר התלמידים שנכשלו בבחינת המתכונת ועברו את בחינת הבגרות.

א. בשנת 2017 ניגשו 250 תלמידים לבחינת המתכונת ולאחר מכן לבחינת

הבגרות באזירותות. ידוע שאם תלמיד עבר את בחינת המתכונת,

ההסתברות שהוא עבר את בחינת הבגרות היא 0.9.

שיעורם של הנכשלים בבחינת הבגרות מכל התלמידים שניגשו

בחינה השנה זו היה 20%.

(1) מהו מספר התלמידים שעברו גם את בחינת המתכונת

וגם את בחינת הבגרות?

(2) ידוע שתלמיד מסויים נכשל בבחינת המתכונת.

מהי ההסתברות שאנו תלמיד עבר את בחינת הבגרות?

(3) בוחרים באקראי (עם החזרה) שני תלמידים שנכשלו בבחינת הבגרות.

מהי ההסתברות שניהם נכשלו גם בבחינת המתכונת?

ב. נתון כי בשנת 2018 לא הייתה תלות בין המאורע

"עובר את בחינת המתכונת"

לבין המאורע "עובר את בחינת הבגרות", וכי ההסתברות שתלמיד עבר את

בחינת הבגרות השנה זו היא  $a < 1 < 0$ .

הבע באמצעות  $a$  את ההסתברות שתלמיד עבר את בחינת המתכונת

ונכשל בבחינת הבגרות השנה זו.

### פרק שלישי – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור

4. המשולש  $BCF$  חסום במעגל שמרכזו  $O$  ורדיוסו  $R$ .

הו  $BF$  הוא קוטר המעגל.

מן הנקודה  $A$  יוצאים שני משיקים למעגל –



האחד משיק מעגל בנקודה  $B$

והآخر חותך את המשך הצלע  $CF$  בנקודה  $D$ , כמתואר בציור שלפניך.

נתון:  $AD \perp CD$

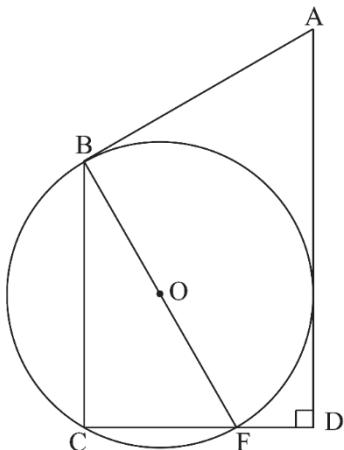
a. הוכיח:  $\angle BFC = \angle BAD$

נתון:  $K$  היא נקודה על הצלע  $BC$ , כך ש-  $FK$  חוצה את  $\angle BFC$ .

b. הוכיח:  $KC = \frac{CF \cdot BO}{AB}$

c. הוכיח:  $KB \cdot AB = 2R^2$

d. הסבר מדוע שטח  $\Delta KFC$  גדול משטח  $\Delta BFK$ .





ABC הוא משולש

החסום במעגל שרדיוסו R.

נקודות D ו- E נמצאות על

הצלעות AB ו- AC בהתאם,

ונקודה F נמצאת על

הΚשת BC

כך שהמרובע

הוא מעוין (ראה ציר).

נתון:  $\angle ABC = \beta$ ,  $\angle BAC = \alpha$

a. (1) הבע באמצעות  $\alpha$  ו-  $\beta$

את  $\angle AFB$ .

b. (2) הבע באמצעות  $R$ ,  $\alpha$  ו-  $\beta$

את אורך האלכסון AF.

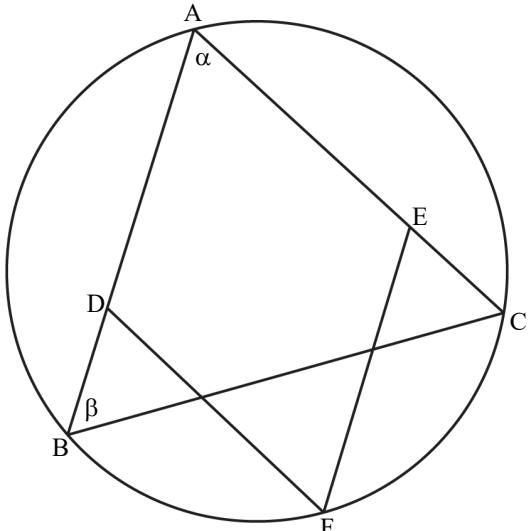
c. הבע באמצעות  $R$ ,  $\alpha$  ו-  $\beta$  את אורך צלע המעוין.

נתון כי AF הוא קוטר במעגל.

d. הראה כי שטח המעוין הוא  $2R^2 \tan \frac{\alpha}{2}$ .

נתון כי רדיוס המעלג החסום במעוין AD $F$ E הוא  $R$ .

e. חשב את  $\beta$ .



**פרק רביעי – חישובו דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינומים,  
של פונקציות שורש, של פונקציות רצינואליות ושל פונקציות טריגונומטריות**

6. נתון: הפונקציה  $g(x) = -\frac{18}{x^4} + \frac{18}{(x-4)^4}$  היא פונקציית הנגזרת השנייה

של פונקציה  $g(x)$  

הfonקציות  $(x), g'(x), g(x)$  מוגדרות באותו התחום.

נתון כי משווהת המשיק לפונקציה  $(x)$  בנקודת הפיתול שלה היא  $-3$ .  
 $y = \frac{3}{2}x$

a. (1) מצא את הפונקציה  $(x)$ .

(2) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $(x)$ .

(3) מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה  $(x)$ .

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $(x)$ .

$$\text{נדיר: } h(x) = |g(x)|$$

b. באותה מערכת צירים שבה סרטטת סקיצה של גרף הפונקציה  $(x)$ ,

הוסף בקו מקווקו סקיצה של גרף הפונקציה  $(x)$ .

g. נתון כי  $t < a < 2$ ,  $\int_a^2 g(x) dx = t$  הוא פרמטר.

הבע באמצעות  $t$  את  $\int_a^2 (h(x) - g(x)) dx$ .

7. נתונה הפונקציה  $f(x) = 2 \sin x + \cos 2x - 1$  בתחום  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}\pi$ .

a. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.



(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבע את סוגן.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

גרף הפונקציה  $f(x)$  הוז שמאלה ב-  $\frac{\pi}{2}$  כך שהתקבלה פונקציה  $g(x)$

המודדרת בתחום  $-\pi \leq x \leq \pi$ .

b. (1) בטא את הפונקציה  $g(x)$  באמצעות הפונקציה  $f(x)$ .

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

(3) הוכח כי  $g(x)$  היא פונקציה זוגית.

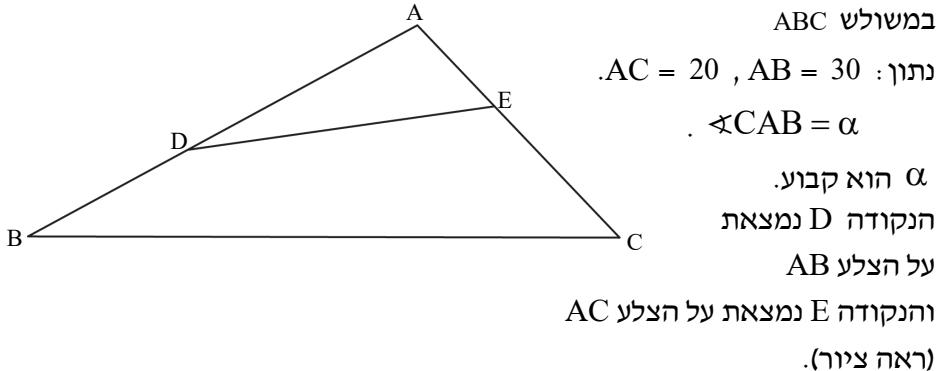
לפניך שלושה ביטויים, I - III :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(x - \frac{\pi}{2}\right) dx : \text{III} , \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 f\left(x + \frac{\pi}{2}\right) dx : \text{II} , \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x + \pi) dx : \text{I}$$

ג. צין איזה מן הביטויים I - III שווה ל  $-\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ .

نمך את תשובהך. אין צורך בחישוב.

.8



- נתון : שטח המשולש  $ADE$  שנוצר באופן הזה הוא רבע משטח המשולש  $ABC$  סמן את אורך הקטע  $AD$  ב -  $x$ .
- הבע באמצעות  $x$  את אורך המינימלי של הקטע  $DE$ .
  - (1) הבע באמצעות  $\alpha$  את האורך המינימלי של הקטע  $DE$ .
  - (2) הסק מהת-סעיף (1) את הערך של  $x$

שבעבורו היחס  $\frac{DE}{BC}$  הוא מינימלי. הסבר.

## תשובות ל מבחן דוגמה מס' 4 :

. 1. א. (1) אינספור, כל עוד הזרויות הן  $19.47^\circ$  ו-  $160.53^\circ$ .

. ב. (2) 4 ס"מ, 11.83 ס"מ או 2.029 ס"מ.

. ג. (1) מקסימום. (2)  $y = -1$  :  $(4, -1)$ ,  $y = 2x - 12$  :  $(6, 0)$ .

. ד. (1) עליה: כל  $x$ , יורדת: אף  $x$ . (2) פעם אחת. ז. (1) הוכחה. (2) לא יתכן.

. 2. א. (1) הוכחה. (2) 43. ב. (1) 40. ג. עליה. ז.  $k = 44 - 1720$ .

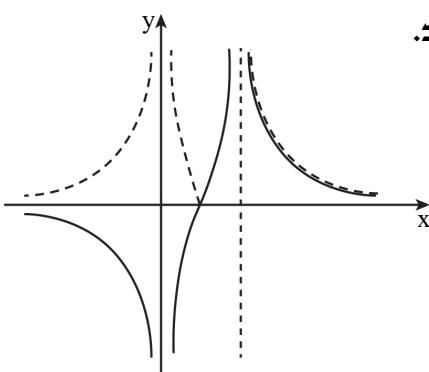
. 3. א. (1) 180 תלמידים. (2)  $a^2 - a - 0.36$ . ב. 0.4. ג. 0.5.

. 4. א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה. ז. נימוק.

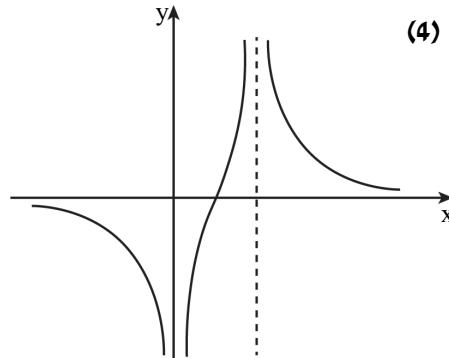
$$. 53.13^\circ \cdot \frac{R \sin\left(\beta + \frac{\alpha}{2}\right)}{\cos \frac{\alpha}{2}} \text{ ב. } . 2R \sin\left(\beta + \frac{\alpha}{2}\right) \text{ (2) } . \beta + \frac{\alpha}{2} \text{ (1) } . \alpha \text{ . 5}$$

$$. x \neq 0, x \neq 4 \text{ (2) } . g(x) = -\frac{3}{x^2} + \frac{3}{(x-4)^2} \text{ (1) } . \aleph \text{ . 6}$$

. (3) ירידה:  $x < 0$  או  $4 < x$ , עלייה:  $0 < x < 4$ .



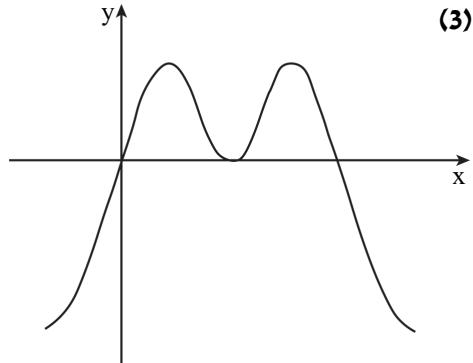
. ב.



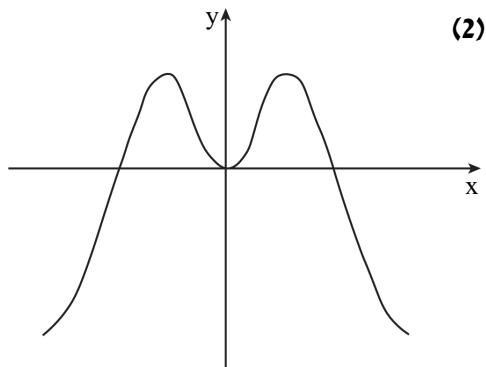
. ג.  $-2t$

.  $(0,0)$  ,  $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$  ,  $(\pi, 0)$  **(1)** .  
. 7

.  $\min\left(-\frac{\pi}{2}, -4\right)$  ,  $\max\left(\frac{\pi}{6}, \frac{1}{2}\right)$  ,  $\min\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$  ,  $\max\left(\frac{5\pi}{6}, \frac{1}{2}\right)$  ,  $\min\left(\frac{3\pi}{2}, -4\right)$  **(2)**



.  $g(x) = f\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$  **(1)** .  
**ב**



**(3)** הוכחה. ג. ביטוי II.

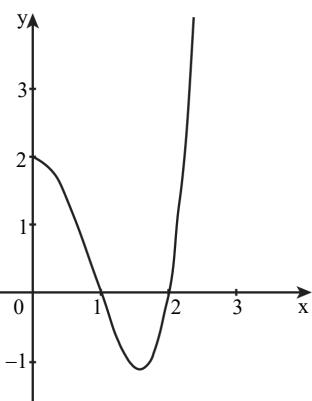
.  $\sqrt{150}$  **(2)** .  $\sqrt{300 - 300 \cos \alpha}$  **(1)** .  
**ב** .  $\frac{150}{x}$  .  
8



# מבחן דוגמה מספר 5

## פרק ראשון – שאלות קצרות

1. ענו על שלושה מארבעת השעיפים.



a. נתונה פונקציה  $f(x)$ , המוגדרת לכל  $x$ .

חלק מגראף הפונקציה מוצג בסרטוט כאשר  $x \geq 0$ .

(1) השלם את הסרטוט אם הפונקציה היא זוגית.

(2) האם ניתן שהפונקציה היא אי-זוגית?



b. נתונה סדרה הנדסית  $\dots, a_1, a_2, a_3 \dots$ .

(1) הוכיח שכלל שלושה איברים:  $(n > k > 0) \quad a_{n-k}, a_n, a_{n+k}$

$$\text{מתקיים: } a_n^2 = a_{n+k} \cdot a_{n-k}$$

(2) נתון כי בסדרה הנדסית יש  $2n+1$  איברים.

מכפלת איברי הסדרה היא  $9^9$  האיבר האמצעי שווה ל- 9.

חשב את מספר האיברים בסדרה.



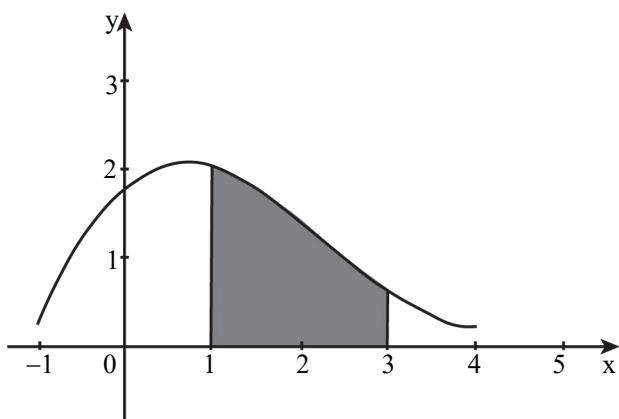
ג. מצא את הערכים האפשריים של  $x$ ,  
עבורם ערכו של הסכום האינסופי הבא:

$$\frac{1}{3} \cos x - \cos^2 x + \cos^3 x - \dots$$



ד. נתון  $\int_1^3 f(x) dx = s$

אם ניתן, רשום ביטוי לערכים של האינטגרלים הבאים: נמק קביעתך.



$$\int_4^6 f(x-3) dx \quad (1)$$

$$\int_{-1}^1 f(x+3) dx \quad (2)$$

$$\int_3^6 f(x-2) dx \quad (3)$$

$$\int_2^4 f(x-1) dx \quad (4)$$

## פרק שני – הסתברות, סדרות ואיינדוקציה

.2.  $|q| \neq 1$  .  $a_n$  היא סדרה הנדסית און-סופית שהמנה שלה היא  $q$ .

נתון :  $a_3 \cdot a_7 = 1$  

א. חשב את  $a_5$  (מצא את שתי האפשרויות).

נתון :  $a_5 > 0$

ב. (1) הבע את  $a_1$  באמצעות  $q$ .

(2) האם קיים  $n$  טבעי שuboרו  $\frac{1}{a_1}$

אם כן – מצא אותו. אם לא – נמק.

(3) האם קיים  $n$  טבעי שuboרו  $\frac{1}{a_{13}}$

אם כן – מצא אותו. אם לא – נמק.

ג. (1) הבע באמצעות  $q$  את 7 האיברים הראשונים של הסדרה  $a_n$ .

(2) נתון :  $a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_k = 1$  ( $k$  הוא מספר טבעי).

מצא את הערך של  $k$ ,

והסביר מדוע הוא הערך האפשרי היחיד של  $k$ .

.3

גלי ונטע משחקים משחק ובו אפשר לקבוע את מספר הסיבובים.



בכל סיבוב אחת מהן זוכה והאחרת מפסידה.

המנצחת במשחק כולו תהיה זו שתזכה ביותר בסיבובים מחברתה.

אם לשתייהן מספר שווה של זכויות בסיבובים, התוצאה במשחק כולו תהיה תיקו.

נתון : בכל סיבוב הסיכוי של נטע לזכות הוא  $\frac{1}{3}$ .

א. ביום ראשון ישיקו גלי ונטע 4 סיבובים במשחק.

(1) מהי ההסתברות לנטע ניצחה במשחק כולו?

(2) מהי ההסתברות לתוצאה תיקו במשחק כולו?

ב. גם ביום שני ישיקו גלי ונטע 4 סיבובים במשחק. הפעם הוא החליטו מראש שאם התוצאה במשחק של 4 הסיבובים תהיה תיקו – הוא ישיקו

עוד 3 סיבובים כדי להכריע את תוצאה המשחק, וכי שתשכה ביותר סיבובים, תנצח במשחק כולו.

מהי ההסתברות לנטע תנצח במשחק כולו?

ג. ידוע שנטע ניצחה במשחק כולו בבדיקה אחד משני הימים :

ראשון או שני.

מהו הסיכוי שהוא ניצחה במשחק כולו ביום שני?

## פרק שלישי – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור

.4 EG הוא מיתר במעגל שמרכזו M ורדיוסו r.

דרך מרכז המעגל E ו- G העבירו משיקים למעגל.

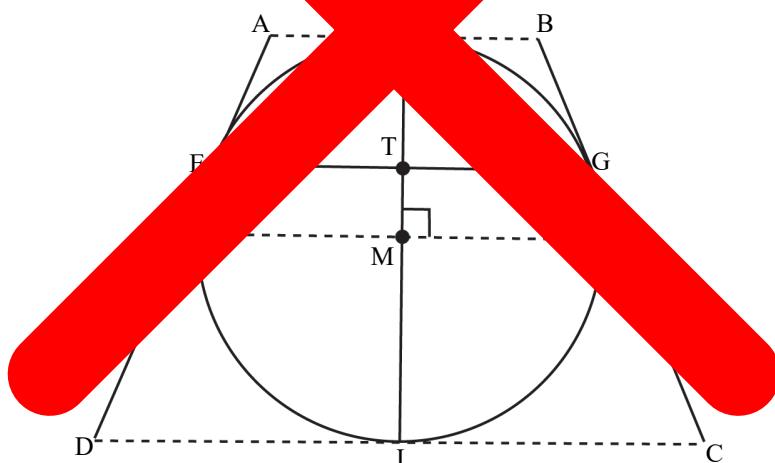
דרך מרכז המעגל K, M, L המשיקים למשולש ABC מתייחסים לנקודות A, B, C.

המשיקים K ו- L, העבירו ישר המקביל למיתר EG בנקודה T.

דרך מרכז המעגל T, G ישר TG מתייחס למשולש ABC אשר חותם את המיתר EG בנקודה T.

את המעגל בנקודות A, B, C מתחילה TG, כמתואר בציור.

נסמן :  $TG = a$ .



a. (1) הוכח :  $TG \cdot ML = MG^2$

(2) הביע אתtg הקטע KL באמצעות a ו- r.

דרך הנקודות H ו- I העבירו משיקים למעגל כך שנוצר טרפז שווה שוקיים ABCD ייחודי למעגל, כמתואר בציור.

b. (1) הוכח :  $BC = KL$

(2) הביע את tg היקף הטרפז ABCD באמצעות a ו- r.

ג. אם היחס בין tg הטרפז ABCD והיקף המעגל יכול להיות?

$$\text{נמק. } \frac{4}{\pi}$$

.5

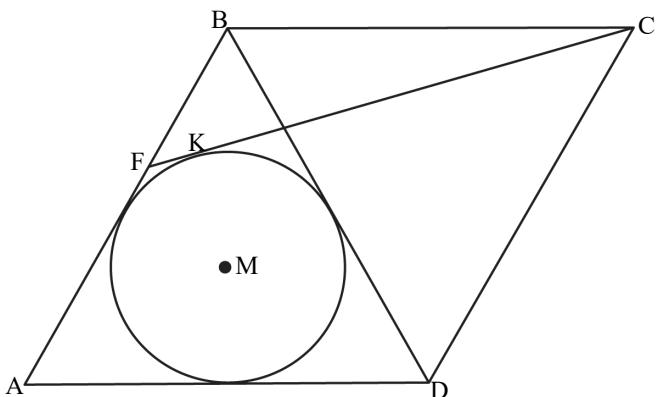
הוא מעוין שאורך צלעו הוא  $a$ .

נתון :  $\angle BAD = 60^\circ$ .



במשולש  $ABD$  חסום מעגל שמרכזו  $M$ .

מן הקודקוד  $C$  העבירו משיק למעגל שהמשכו חותך את הצלע  $AB$  בנקודה  $F$  והוא משיק למעגל בנקודה  $K$  (ראה ציור).



א. הבע באמצעות  $a$  את רדיוס המעגל.

ב. (1) הסבר מדוע הנקודה  $M$  נמצאת על אלכסון המעוין  $AC$ .

(2) חשב את גודל הזווית  $ACF$ .

ג. הבע באמצעות  $a$  את שטח המשולש  $ACF$ .

**פרק רביעי – חשבון דיפרנציאלי וrintegraliy ואינטגרלי של פולינומים,  
שורש, של פונקציות רצינונאליות ושל פונקציות טריגונומטריות של פונקציות**

6. נתונה משפחת הפונקציות  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + x - 2}}{2x - a}$ .

a הוא פרמטר המקיים  $-4 < a < 2$ .



א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) הסבר מדוע לפונקציה  $f(x)$  אין אסימפטוטה מקבילה לציר ה- $y$ .

(3) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$ .

המקבילות לציר ה- $x$ .

(4) מה הם שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$ ?

עם הצירים.

(5) מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה  $f(x)$ .

ב. (1) הבן באמצעות  $a$  את שיעורי ה- $x$  שבuboim  $f'(x) = 0$  (אם יש כálah).

(2) מצא את הערך של  $a$  שבuboim  $f'(x) = 0$  לכל  $x$  בתחום ההגדרה.

הצב  $1 = -a$  במשוואת הפונקציה  $f(x)$  ועננה על הסעיפים ג-ד.

ג. (1) מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ ?

(אם יש כálah)?

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ד. חשב את  $\int_3^4 \frac{1}{f(x)} dx$ . תוכל להשאיר שורש בתשובה.

7. נתונה הפונקציה  $f(x) = x^3 \sin x$  המוגדרת בתחום  $\pi \leq x \leq -\pi$ .

א. (1) קבע אם הפונקציה  $f(x)$  היא זוגית או אי-זוגית או לא זוגית ולא אי-זוגית. נמק.



(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$

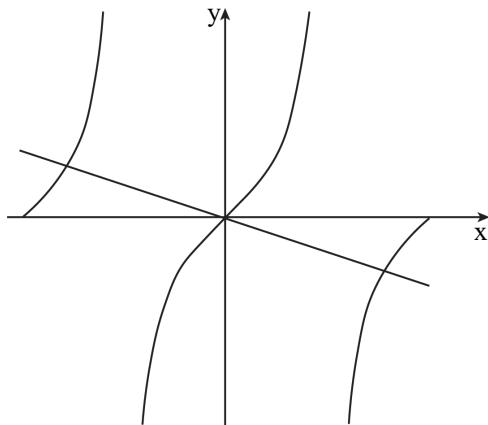
עם ציר ה- $x$  בתחום הנתון.

(3) הסבר מדוע הפונקציה  $f(x)$  היא אי-שלילית בתחום הנתון.

(4) קבע אם פונקציית הנגזרת,  $f'(x)$ , היא זוגית או אי-זוגית או לא זוגית ולא אי-זוגית. נמק.

ב. (1) הראה ששיעור ה- $x$  שעבורם  $f'(x) = 0$  מקיימים  $\tan x = -\frac{1}{3}x$ .

(2) בציור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות



$$g(x) = \tan x \quad \text{և} \quad h(x) = -\frac{1}{3}x$$

בתחום  $-\pi \leq x \leq \pi$

היעזר בציור,

וקבע כמה נקודות

בתחום  $-\pi \leq x \leq \pi$

$$\text{מקיימות } f'(x) = 0$$

נתון ששיעור ה- $x$  של אחת  
מנקודות הקיצון של

הfonקציה  $f(x)$  הוא 2.46 בקירוב.

ענה על הסעיפים ג-ד בעבור התחום  $-\pi \leq x \leq \pi$ .

ג. (1) מהם שיעורי ה- $x$  של כל נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$

בתחום? נמק וקבע את סוגן

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  בתחום.

ד. (1) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת,  $f'(x)$ , בתחום.

(2) כמה נקודות פיתול לכל הפחות יש לפונקציה  $f(x)$  בתחום? נמק.

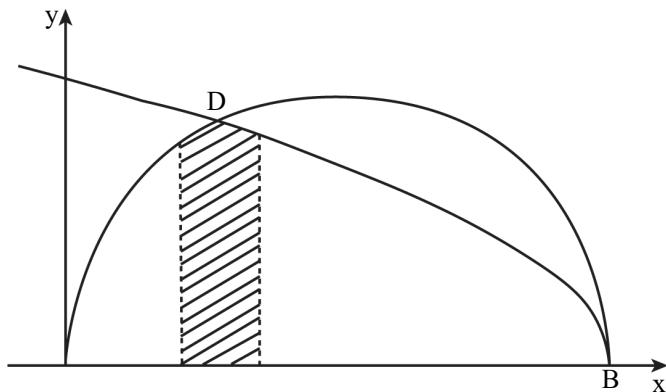
.8

בציר שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות

$$\cdot g(x) = \sqrt{14 - 2x} \quad f(x) = \sqrt{-x^2 + 7x}$$



גרף הפונקציה  $f(x)$  חותך את ציר ה- $x$  בראשית הצירים ובנקודה  $B$ , ואת גраф הפונקציה  $(x)$   $g$  הוא חותך בנקודות  $B$  ו- $D$ , כמפורט בציור.



א. (1) מצא את תחומי ההגדלה של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$ .

(2) מצא את שיעורי ה- $x$  של הנקודות  $B$  ו- $D$ .



a. הנקודה פרמטר המקיים  $1 \leq a \leq 2$ .  
השיטה הבאה ניבול על ידי הגרפים של  
הfonקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$ ,  
על ידי האנכי  $x = a$  ו- $x = b$ ,  
ועל ידי ציר ה- $x$ , ב סביב ציר ה- $x$ .



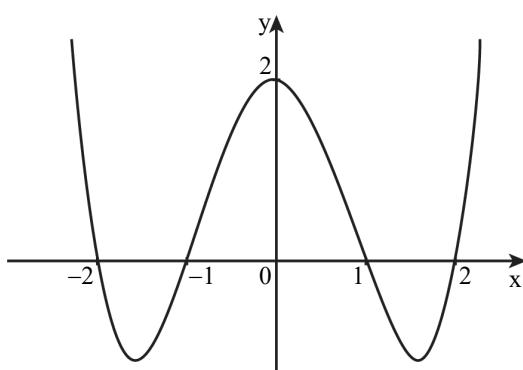
ב. (1) חשב את שטח גוף הסיבוב המתרומם והוא מילימרי.

(2) מצא את  $a$  שבעבורו גוף הסיבוב הינה ניבול הוא המינימלי.

אנו ידק, השאר בתשובות תתי ספרן נחררי הנקודה העשרונית

## תשובות ל מבחן דוגמה מס' 5:

.2) לא ניתן.



.1. א. (1)

$$\text{ב. (1) הוכחה. } \cdot x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k \quad \text{ג. (2) } \cdot .9 \quad \text{ד. (3) } \cdot .9$$

$$\cdot .(2) \text{ לא ניתן לחשב. } \cdot .(3) \text{ לא ניתן לחשב. } \cdot \int_4^6 f(x-3) dx = S \quad \text{(1)} \cdot .7$$

$$\cdot \int_2^4 f(x-1) dx = S \quad \text{(4)}$$

$$\cdot .(2) \text{ כנ, } .9 \quad \text{ב. (1) } \cdot a_1 = \frac{1}{q^4} \quad \text{ג. (3) אין כזה. } \cdot .a_5 = -1 \text{ או } a_5 = 1 \quad \text{ד. (2) } \cdot .2$$

$$\cdot .(2) \text{ להסביר יהודיות. } \cdot .(3) , k=9 \quad \text{ב. (1) } \cdot \frac{1}{q^4}, \frac{1}{q^3}, \frac{1}{q^2}, \frac{1}{q}, 1, q, q^2 \quad \text{ג. (1) } \cdot .2$$

$$\cdot .(2) \cdot \frac{137}{211} \quad \text{ג. (1) } \cdot \frac{137}{729} \quad \text{ה. (2) } \cdot \frac{8}{27} \quad \text{ו. (1) } \cdot \frac{1}{9} \quad \text{ז. (3) } \cdot .3$$

$$\cdot .(2) \text{ ב. (1) הוכחה. } \cdot .(3) \text{ לא. } \cdot .(4) \text{ נ. } P_{ABCD} = \frac{8r^2}{a} \quad \text{ג. (1) הוכחה. } \cdot .(5) \text{ נ. } KL = \frac{2r^2}{a}$$

$$\cdot .(2) \text{ ב. (1) הוכחה. } \cdot .(3) \text{ נ. } S_{AACF} \approx 0.2676a^2 \quad \text{ג. (1) הוכחה. } \cdot .(4) \text{ נ. } \angle ACF \approx 14.48^\circ \quad \text{ה. (1) הוכחה. } \cdot .(5) \text{ נ. } \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

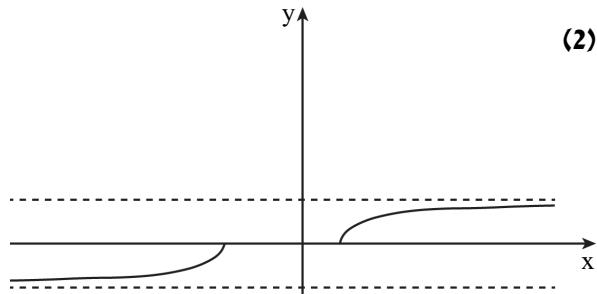
.  $(x \rightarrow -\infty) y = -\frac{1}{2}$ ,  $(x \rightarrow +\infty) y = \frac{1}{2}$  **(3)** להסביר. **(2)** .  $x \leq -2$ ,  $x \geq 1$  **(1)** **א.** **6**

.  $x > 1$  **(5)** שליליות עבור  $x < -2$ . חיוביות עבור **(4)**

$$\text{ב. } a = -1 \quad \text{b. } x = \frac{8-a}{2a+2} \quad \text{c. } (1)$$

**ג.** **(1)** עליה:  $x > 1$  או  $x < -2$  ירידה: אין.

.  $6\sqrt{2} - 2\sqrt{10} \approx 2.161$  **ד.**

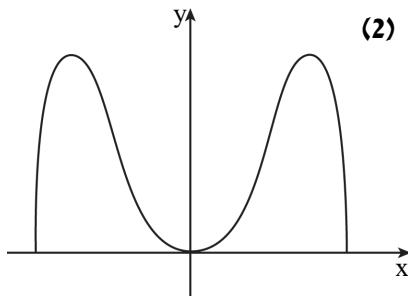
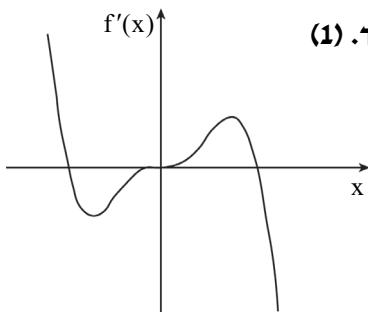


**א.** **(1)**  $f(x)$  זוגית. **(2)**  $(-\pi, 0), (0, 0), (\pi, 0)$  **(3)** להסביר. **(4)**  $(x)'$  אי-זוגית. **7**

**ב.** **(1)** להראות. **(2)** שלוש נקודות.

**ג.** **(1)**  $x = \pi$  מינימום קצה,  $x = 2.46$  מקסימום,

$x = -2.46$  מינימום,  $x = 0$  מקסימום.



**(2)** 2 נקודות פיתול לפחות.

.  $x_B = 7$ ,  $x_D = 2$  **(2)** .  $x \leq 7 : g(x)$ ,  $0 \leq x \leq 7 : f(x)$  **(1)** **א.** **8**

**ב.**  $a = 1$  **(2)** .  $a \approx 1.63$  **(1)**



# מבחן דוגמה מספר 6

## פרק ראשון – שאלות קצרות

1. ענו על שלושה מארבעת השעיפים.

א. לפניו כתוב:



אם  $n \in \mathbb{N}$  מסויים  $n - 3$  מחלק ב-3 ללא שארית,

אז גם  $(n+1) - 3$  מחלק ב-3 ללא שארית.

דן אומר:

הטענה של מעיר טפייה. להוכיח שהביטוי  $n - 3$  מחלק ב-3 ללא

שארית לרך טבעי.

האם נכון? נמק את תשובתך.



ב. לפניו גרף הפונקציה  $f(x)$ . הפונקציה  $f(x)$  מוגדרת בתחום  $x \leq 4.4$ .



נגיד:  $a > -1$ .  $F(a) = \int_{-1}^a f(x)dx$

(1) האם  $F(0)$  חיובי או שלילי?

נמק.

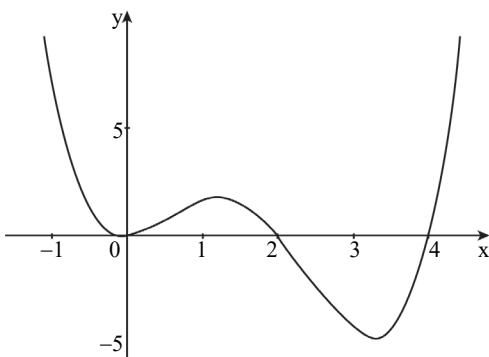
(2) תן דוגמה לערך של  $a$  שבו

$F(a)$  יורדת.

(3) באיזה ערך של  $a$

יש לפונקציה  $F(a)$

מקסימום? נמק.



- ג. נתונה פונקציה זוגית שגוזרת בכל נקודת.  
  
לפניך טענה: "פונקציית הנגזרת של הפונקציה הנתונה היא אי-זוגית".  
קבע אם הטענה נכונה או לא נכון.  
אם הטענה נכונה- הוכח אותה, אם לא- הציג דוגמה נגדית.

-  
- ד. נתונה סדרה חשבונית גובה  $n+2$  איברים. ראש הסדרה הוא  $a_1$ .  
  
(1) הוכיח כי איבר הראשון, האיבר השלישי והאיבר החמישי של הסדרה מהווים סדרה חשבונית.  
שלבסוף, הוכיח את הטענה .  
(2) הוכיח את הפרש בין איבריה של שלושת האיברים מופיעים בamusot  $n+1$  ו-  $a_1$ .

## פרק שני – הסתברות, סדרות ואיינדוקציה

2. נתונה סדרה  $a_n$  המקיימת לכל  $n$  את הכלל:  $a_{n+1} + a_n = 6n + 5$ .  
  
א. הוכיח כי   $a_{n+2} = a_n + c$  ( $c$  הוא קבוע).  
  
ב. כתוב דוגמה לסדרה  $a_n$  המקיים את הכלל, והיא אינה סדרה חשבונית (כתוב לפחות 4 איברים שונים בסדרה).  
נתו כי הסדרה  $a_n$  יכולה להיות כזו:  
ג. חשב את  $a_1$ .  
  
בנו סדרה חדשה בת 4 איברים:  
 $a_1 - 1, a_2 - 2, a_3 - 3, a_{2n+1} - (2n+1)$   
האיבר השלישי בסדרה החדשה הוא 43.  
ד. חשב את סכום הסדרה החדשה.

.3

בקופסה יש 12 כדורים כחולים, 20 כדורים אדומים

ו- 8 כדורים צהובים.



על 28 מן הcadors רשותה הספרה 1, ועל השאר רשותה הספרה 0 .

$\frac{1}{4}$  מן הcadors שרשותה עליהם הספרה 1 הם צהובים.

מספר הcadors האדומים שרשותה עליהם הספרה 1 גדול פי 4  
מספר הcadors הכהולים שרשותה עליהם הספרה 0 .

דני מוציא באקראי כדור מן הקופסה.

א. מהי ההסתברות שהכדור שהוציא דני הוא כחול ורשותה עליו הספרה 1 ?

ב. אם ידוע שדני הוציא באקראי כדור כחול אן כדור שרשותה עליו הספרה 1, מהי ההסתברות שהוא הוציא כדור שרשותה עליו הספרה 0 ?

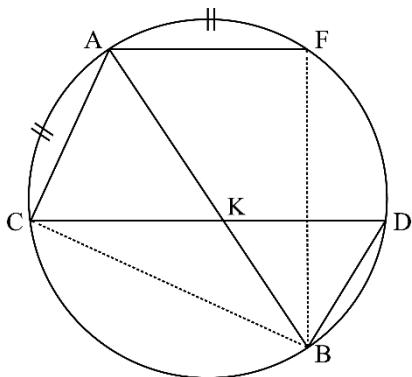
דני החזיר את הcador לקופסה, וכעת הוא משחקים במשחק:  
הוא מוציא באקראי כדור מן הקופסה, רושם לעצמו את הספרה שעליו  
ומחזיר את הcador לקופסה.

בכל פעם שהוא מוציא כדור שרשותה עליו הספרה 1 הוא צובר נקודה.  
הוא יפסיק לשחק כאשר יצבור 5 נקודות.

ג. מהי ההסתברות שדני יצBOR 5 נקודות אחרי 6 פעים בדיוק?

### פרק שלישי – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור

4. AB הוא קוטר במעגל. CD ו- AF הם שני מיתרים במעגל המקבילים זה זה. AB ו- CD נחתכים בנקודה K (ראה ציור).



זה לזה. AB ו- CD נחתכים בנקודה K (ראה ציור).

נתון כי  $\widehat{CA} = \widehat{AF}$  (הקשנות המסומנות בציור).

א. (1) הוכח כי  $\angle FAB = \angle CAB$ .

(2) הוכח כי  $BK = BD$ .

ב. הוכח כי המרובע AFKC הוא מעוין.

ג. נתון גם כי  $BD \cdot AB = CD \cdot AC$ .

(1) הוכח כי  $\triangle BDC \sim \triangle CAB$

(2) הוכח כי CD הוא קוטר במעגל.

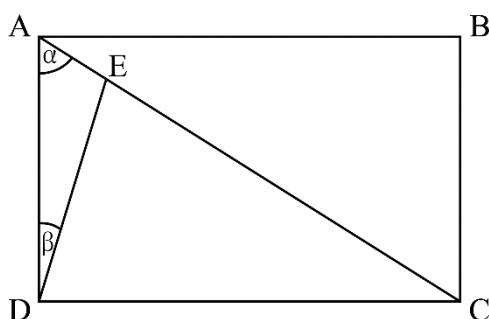
5. נתון מלבן ABCD. הנקודה E נמצאת על האלכסון AC (ראה ציור).

נתון כי  $\alpha = \angle DAC$ ,  $\beta = \angle ADE$ .



$R_1$  הוא רדיוס המעגל החוסם את המלבן ABCD.

$R_2$  הוא רדיוס המעגל החוסם את המשולש ADE.



א. הביע את היחס  $\frac{R_1}{R_2}$  באמצעות  $\alpha$  ו-  $\beta$ .

ב. הראה כי כאשר  $\alpha = \beta$

מתקיים  $\frac{R_1}{R_2} < 2$ .

ג. נתון כי  $\beta = 15^\circ$ ,  $\alpha = 60^\circ$ .

(1) הראה כי  $\triangle DEC$  הוא משולש שווה שוקיים.

(2) הביע את  $BE^2$  באמצעות  $R_1$ .

**פרק רביעי – חשבון דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינומים,  
של פונקציות רצינוליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות**

6. נתונה הפונקציה  $f(x) = a \cdot \cos 2x + \sin^2 x$  המוגדרת בתחום  $\pi \leq x \leq -\pi$ .

a הוא פרמטר.



א. האם הפונקציה  $f(x)$  היא זוגית או אי-זוגית

או אף לא אחת מהן? נמק.

ב. מה הם שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$

(הבע באמצעות a אם צריך), אם נתון כי הפונקציה אינה קבועה?

קבע את סוגן בהתאם לערך של a

(התיחס לשתי האפשרויות עבור a).

ג. מצא את הערך של a שעבורו הפונקציה  $f(x)$  היא קבועה. נמק.

נתון  $a > 1$ .

ד. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

(2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

ה. נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  ועל ידי

ציר ה- x שווה ל- 12. מצא את a.

7. נתון מעגל ובו קווטר AB. רדיוס המעגל הוא 10.

הנקודה P נמצאת על הקוטר AB בין מרכז המעגל ובין הנקודה B.

דרך הנקודה P מעבירים אנך ל-AB החותך את המעגל בנקודות C ו- D.

מצא את השטח המקסימלי של המשולש ACD.

8. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x^2 + bx - c}{x^2 - 4}$ . ו-  $a$  הם פרמטרים.

a. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

נתון כי הפונקציה  $f(x)$  היא זוגית.

b. מצא את  $a$ .

נתון: לגרף הפונקציה  $f$  יש שתי נקודות חיתוך עם ציר ה- $x$  בין שתי האסימפטוטות האנכיות שליה.

g. מצא את תחום הערכים של  $c$ .

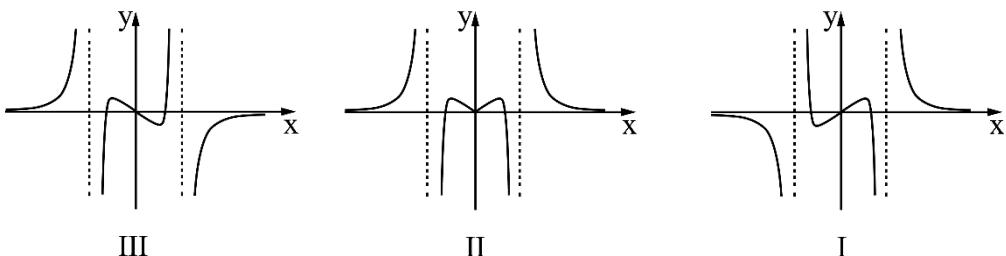
d. (1) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגה (הבע באמצעות  $c$  אם צריך).

(2) מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה  $f(x)$  וسرטט קיצה של גраф הפונקציה  $f$ .

h. נתונה הפונקציה  $g(x) = f(x) \cdot f'(x)$  המוגדרת באותו תחום שבו מוגדרות הפונקציות  $f$  ו-  $f'(x)$ .  
לפניך กรפים I – III.

(1) איזה מן הגרפים, I – III, הוא גраф הפונקציה  $g(x)$ ? נמק.

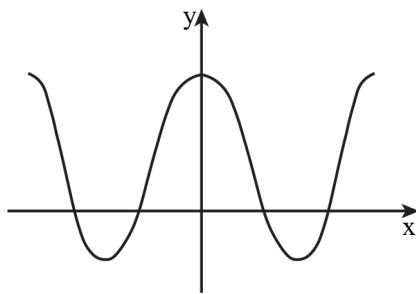
(2) הבע באמצעות  $c$  את השטח המוגבל על ידי גраф הפונקציה  $g(x)$  ועל ידי ציר ה- $x$ .



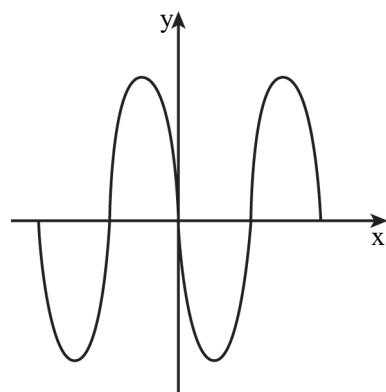
## תשובות ל מבחן דוגמה מס' 6:

- . א. דן אינו צודק. נימוק.
- . ב. (1)  $F(0)$  חיובי. (2) כל  $a$  בתחום  $2 < a < 4$ . לדוגמה:  $a = 3$ .
- . ג. הטענה נכונה. ד. (1) הוכחה. (2) הוכחה.
- . א. חזקה,  $c = 6$ . ב. דוגמה:  $a_1 = 4$ ,  $a_2 = 0, 11, 6, 17, \dots$
- . א. הוכחה,  $\frac{3}{31} < \frac{9}{40}$ . ב.  $0.252105$ .
- . א. (1) הוכחה. (2) הוכחה. ב. הוכחה. ג. (1) הוכחה. (2) הוכחה.
- . א.  $R_2 = R_1 \cdot \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha}$ . ב. להראות.
- . א.  $f(x)$  זוגית. ב. עבור  $a < \frac{1}{2}$ :  $(\pi, a)$  מקסימום,  $(0, a)$  מינימום,  $(-\frac{\pi}{2}, 1-a)$  מינימום.
- . עבור  $a > \frac{1}{2}$ :  $(0, a)$  מקסימום,  $(\pi, a)$  מינימום,  $(-\pi, a)$  מקסימום.
- .  $a = \frac{1}{2}$ .

. ٦ . (1)



(2)

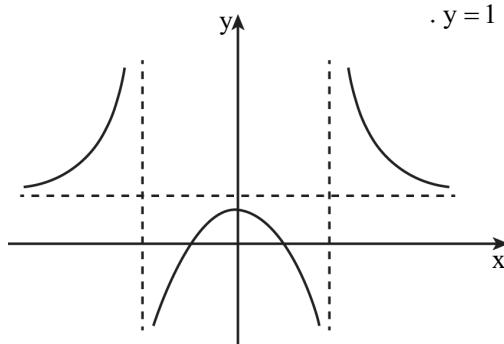


. a = 2 . ٧

. 75 $\sqrt{3}$  . ٧ . השטח המקסימלי הוא

. 0 < c < 4 . א . b = 0 . ב . x ≠ -2 , x ≠ 2 . ג . 8

. y = 1 (2) .  $\max(0, \frac{c}{4})$  (1) . ٩



.  $\frac{C^2}{16}$  (2) . III (1) . ٩



totally different  
from 35

## מבחן בגרות מספר 7

קייז תש"ף, מועד א, 2020

### פרק ראשון – שאלות קצרות

1. ענו על שלושה מארבעת הסעיפים.

א. הוכיח באינדוקציה או בכל דרך שהביטוי  $1 - \frac{5}{(x-3)^2}$  מתחלק ל- 4 ללא שארית לכל  $x$  טבעי.



ב. קבע אם הטענה הבאה נכונה : שני משולשים שדומים זה לזה והשטחים שלהם שווים – חופפים זה לזה. נמק.



ג. קבע אם הטענה הבאה נכונה : לפונקציה  $f(x) = \frac{x \cdot (x-3)}{(x-3)^2}$  אין אסימפטוטה אנכית, אך יש אסימפטוטה אופקית אחרת. נמק.



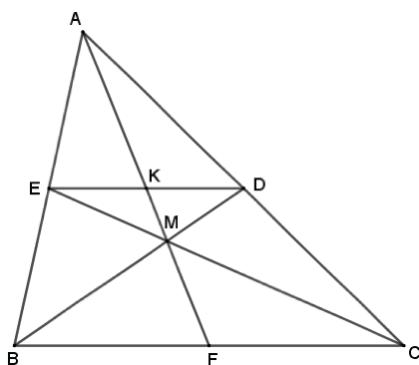
ד. קבע אם הטענה הבאה נכונה : אם נזיז את גרף הפונקציה  $\sin x$  שמאליה ב-  $-\frac{\pi}{2}$  קיבל את גרף הפונקציה  $\cos x$ . נמק.



## פרק שני – הסתברות, סדרות ואינדוקציה

2. בשנת הלימודים הראשונה במכלה גודלה בעיר נדרשים הסטודנטים לבחורו קורס חובה אחד מתוך שלושה קורסי חובה אפשריים: קורס א', קורס ב', או קורס ג'.  
הທברר כי ממחצית מהסטודנטים בחורו בקורס א', רביע מהתלמידים בחורו בקורס ב', והשאר בחורו בקורס ג'. ממחצית מהסטודנטים בשנה הראשונה גרים בעיר.  
נתון כי אין תלות בין המגורים בעיר לבין הבחירה בקורס א'.  
א. מהי ההסתברות שסטודנט בחר בקורס א' וגר בעיר?  
נתון שבקורס ב' יש תלות בין המגורים בעיר לבין הבחירה בקורס.  
ב. האם ייתכן ש-  $\frac{1}{8}$  מהסטודנטים הם כאלו שבחורו בקורס ב' וגרים בעיר? נמק.  
נתון בנוסף, כי בקורס ב', מספר הסטודנטים שלא גרים בעיר הינו כפול ממספר הסטודנטים שגרים בעיר.  
ג. (1) מבין הסטודנטים שבחורו בקורס ג', מהי ההסתברות לבחור סטודנט שגר בעיר?  
(2) לצורך השתתפות בפגישה עם ראש העיר, מוציאאים בזה אחר זה, באופן אקראי, סטודנטים מכיתה הלימוד של קורס ג', עד שיוצאים 2 סטודנטים שגרים בעיר.  
מהי ההסתברות שהווצהו 3 סטודנטים לצורך כך?
3. נתונה סדרה הנדסית בת 2 איברים.  
נתון כי סכום הסדרה גדול פי מסכום האיברים במקומות האי זוגיים.  
א. חשב את מנת הסדרה.  
נתון כי בסדרה יש 3 איברים עוקבים שמכפלתם שווה ל-1.  
ב. (1) הראה כי קיימים איבר בסדרה שערכו שווה ל-1.  
(2) האם ייתכן כי האיבר הראשון בראשון בסדרה שווה ל-1? נמק.  
נתון כי האיבר הרביעי בסדרה שווה ל-4.  
סכום 2 האיברים האחרונים בסדרה הוא 1,280.  
ג. מצא את מספר האיברים בסדרה.

## פרק שלישי – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור



4. במשולש  $ABC$  נתון כי  $CE \parallel BD \parallel AF$ .

המסתורנים לצלעות המשולש.

הנקודה  $M$  היא מפגש התיכונים במשולש.

הकטעים  $ED$  ו-  $AM$  נפגשים בנקודה  $K$

(ראה ציור).

נסמן :  $MF = a$

a. הוכח כי  $EK$  הוא קטע אמצעים  
במשולש  $ABF$ .

b. הביע את  $AK$  ו-  $KM$  באמצעות  $a$ .

c. חשב את היחס בין

שטח המשולש  $AKD$  ובין שטח המשולש  $DKM$ .

d. הוכח כי  $EK = KD$ .

דרך הנקודות  $A$ ,  $E$ ,  $M$  ו-  $D$  עובר מעגל.

ה. (1) הוכח כי  $\Delta AKD \sim \Delta EKM$ .

(2) מהו יחס הדמיון בין המשולשים  $AKD$  ו-  $EKM$ ?

5. שני מעגלים נחתכים בנקודות  $A$  ו-  $B$ .

הנקודה  $O$  היא מרכזו המרجل הגדל שרדיו  $r$ .

המעגל הקטן, שרדיו  $\alpha$ , עובר דרך הנקודה  $O$ .

הנקודה  $D$  נמצאת על המעגל הקטן,

והנקודה  $C$  נמצאת על המעגל

הגדול (ראה ציור).

נתון :  $\angle ADB = 2\alpha$ .

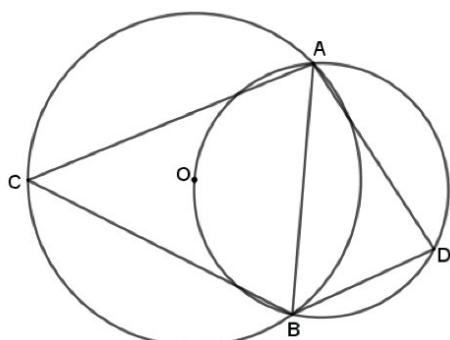
a. הבע באמצעות  $\alpha$  את  $\angle ACB$ .

ב. הוכח שמתקיים :  $R = 2r \sin \alpha$  :

ג. נתון :  $\alpha = 40^\circ$ ,  $r = 10$  ס"מ

.  $CA = CB$ ,  $AD = 1.5BD$

. חשב את היקף המרובע  $ACBD$ .



## פרק רביעי – חישובון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רצינאליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. לפניך סרטוט המתאר את הגרפים של הפונקציות  $f$ ,  $f'$ ,  $f''$  המוגדרות לכל  $x$ .

 גרפ' III חיובי לכל  $x$ .

- a. התאם כל אחד מהגרפים I, II, III לפונקציות  $f$ ,  $f'$ ,  $f''$ . נמק את קביעותך.

$$\text{נתון כי } f(x) = 2x^2 - (x^2 - 1).$$

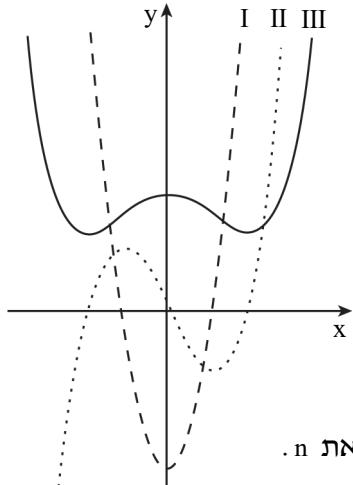
n הוא פרמטר טבעי.

- b. האם פונקציית הנגזרת  $(x)f'$  היא זוגית או אי-זוגית או לא זוגית ולא אי-זוגית?

- g. היעזר בגרף של  $(x)f'$ , וקבע אם n הוא מספר זוגי או אי-זוגי. הסבר.

- d. נתון כי השטח שבין גרפ' II לבין ציר ה- $x$

שווה ל-1 (בריבוע השני ובריבוע הרביעי). חשב את n.



7. נתונה הפונקציה:  $f(x) = \sin x \cdot \cos^2 x$  בתחום  $0 \leq x \leq \pi$ .

- a. מצא, בתחום הנתון, את:

(1) שיעורי נקודות החיתוך של גרפ' הפונקציה עם הצירים.

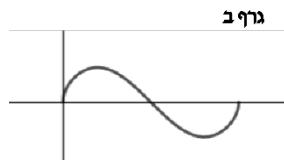
(2) שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבעו את סוגן.

- b. סרטט סקיצה של גרפ' הפונקציה בתחום הנתון.

- g. בחר, מבין הגרפים הבאים, את הגרפים המתאימים לפונקציות:

$$g(x) = \cos x \cdot \sqrt{\sin x}$$

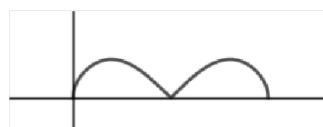
نمוק את בחרותיך.



גרף



גרף g



8. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{\sqrt{(x+1)(x-a)}}{x-2}$  .  $a > 2$  הוא פרמטר.

עננה על סעיף א. הבע באמצעות  $a$  אם צריך.

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$  ?

(2) מה הם שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים?

(3) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$ .  
המאונכות לצירים.

נתון :  $f(a+2) = -f(2-a)$

ב. מצא את  $a$ .

הצב  $5 = a$  ועננה על הסעיפים ג-ד.

ג. (1) מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x+2)$ .

## תשובות ל מבחן בגרות מס' 7 – קיץ תש"ף, מועד א, 2020:

**1.** א. הוכחה. ב. נכונה. ג. לא נכונה. ד. נכונה.

**2.** א.  $\frac{8}{27}$ . ב. לא. ג. (1). ד.  $\frac{2}{3}$ .

**3.** א. 4. ב. (1). הוכחה. (2) לא. ג. 8.

**4.** א. הוכחה. ב.  $AK = 1.5a$ ,  $KM = 0.5a$ . ג.  $3$ .

ד. הוכחה. ה. (1) הוכחה. (2)

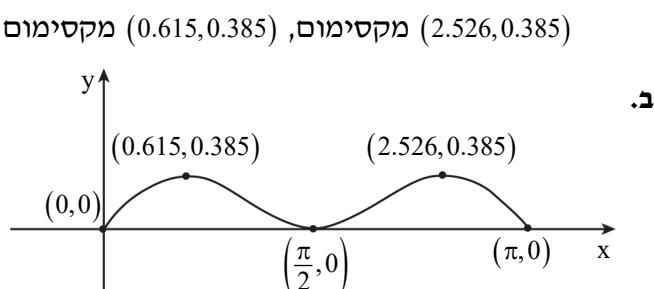
**5.** א.  $\alpha$ . ב. הוכחה. ג.  $76.427$  ס"מ.

**6.** א. גרף I -  $f''(x)$ , גרף III -  $f'(x)$ . ב. אי זוגית. ג. אי זוגי.

. n = 1.

**7.** א.  $(0,0)$ ,  $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ ,  $(\pi, 0)$ . ב.

**8.** מינימום,  $(0,0)$  ( $\frac{\pi}{2}, 0$ ) מינימום, ( $\pi, 0$ ) מקסIMUM.

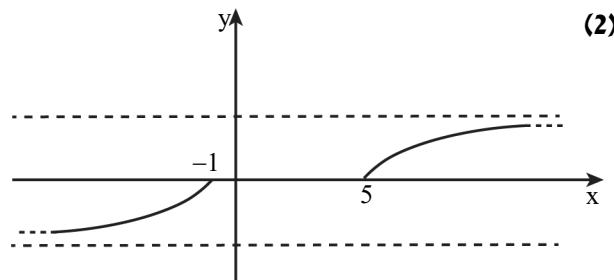


**9.** ג.  $h(x) - g(x)$ , ג'.  $g(x) - h(x)$ .

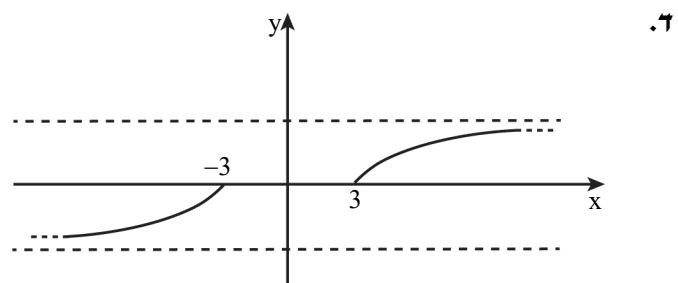
.  $(a, 0)$  ,  $(-1, 0)$  **(2)** .  $x \leq -1$  ,  $x \geq a$  **(1)** .  
. **8**

.  $a = 5$  .  
.  $y = -1$   $(x \rightarrow -\infty)$  ,  $y = 1$   $(x \rightarrow \infty)$  **(3)**

ג. **(1)** תחומי עלייה :  $x < -1$  ,  $x > 5$  ; תחומי ירידה : אין.



**(2)**



.  
**7**



totally different  
than 36

## מבחן בגרות מספר 8

קייז תש"ף, מועד ב, 2020

### פרק ראשון – שאלות קצרות

.1. ענו על שלושה מארבעת השעיפים.

א. לפניך טענה: אם פונקציה היא אי זוגית או היא חייבת לעבור דרך הראשית.  
קבע אם הטענה נכונה תמיד. אם כן, נמק. אם לא, הבא דוגמה.



ב. הוכיח באינדוקציה או בכל דרך אחרת, כי לכל  $n \in \mathbb{N}$  טבוי מתקאים:  
$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$$



ג. נתון משולש  $ADE$ . נקודה  $B$  ונקודה  $C$  מונחות על הצלעות  $AD$  ו- $AE$ .  
בהתאמה. לפניך טענה: אם  $\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE}$  אז  $BC \parallel DE$ .  
קבע אם הטענה נכונה תמיד. אם כן, נמק. אם לא, הבא דוגמה.

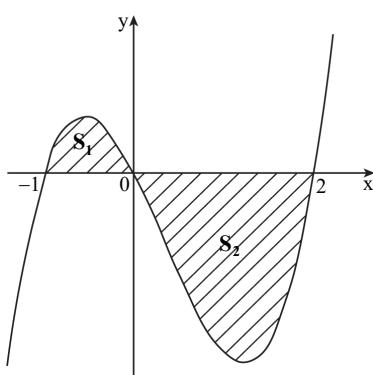


ד. גרף הפונקציה  $(x) f$  רציף וחותך את ציר ה-  $x$  ב- 3 נקודות, כמפורטಚ בציור.



נתון: השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $(x) f$  וציר ה-  $x$  שווה ל-  $S$ .

$S$  הוא השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $(x) f$  וציר ה-  $x$  בריבוע השני.



$S_2$  הוא השטח המוגבל על ידי  
גרף הפונקציה  $(x) f$  וציר ה-  $x$   
בריבוע הרביעי.

נתון גם:  $\int_{-1}^2 f(x)dx = K$  וה  
הבע באמצעות  $S$  ו-  $K$   
את השטחים  $S_1$  ו-  $S_2$ .

## פרק שני – הסתברות, סדרות ואיינטגרציה

בקורס באוניברסיטה ערכיהם שני מבחני סמסטר.

לאחר סיומים סוכמו התוצאות, ונמצא כי:

• 80% מהסטודנטים הצלחו ב מבחון הראשון.

ידעו כי אס בוחרים באקדמי סטודנט, אז ההסתברות שהוא הצלח רק ב מבחון הראשון קטנה פי 3 מההסתברות שהוא הצלח בשני המבחנים.

• 20% מהסטודנטים נכשלו בשני המבחנים.

א. בוחרים באקדמי סטודנט שידוע שהוא הצלח ב מבחון הראשון.

מיהי ההסתברות שהוא עבר בהצלחה את המבחן השני?

ב. בוחרים באקדמי סטודנט. האם יתכן שהסטודנט נכשל ב מבחון הראשון  
והצלח ב מבחון השני? נמק.

ג. בוחרים באקדמי סטודנט שהצלח לכל היותר באחד המבחנים.

מיהי ההסתברות שהוא הצלח לפחות באחד המבחנים?

ד. נתון כי בקורס לומדים 50 סטודנטים. בוחרים שלושה סטודנטים מתוכם באקדמי בלי החזרה. מיהי ההסתברות שכל השלושה עברו את שני המבחנים?

.3.

נתונה סדרה הנדסית אינסופית יורדת שכל איבריה חיוביים.

האיבר הראשון של הסדרה הוא  $a$  ומנת הסדרה היא  $q$ ,  $0 < q < 1$ .



בין כל שני איברים סמוכים של הסדרה הנתונה מכנים איבר נספ', כך שהסדרה החדשה המתקבלת היא סדרה הנדסית.

א. הבע את מנת הסדרה החדשה באמצעות  $q$  במקרים הבאים:

(1) כל האיברים שמכנים לסדרה המסויים חיוביים.

(2) כל האיברים שמכנים לסדרה המסויים שליליים.

נתון כי כל האיברים שמכנים לסדרה המסויים שליליים.

סכום הסדרה החדשה קטן פי  $m$  מסכום הסדרה הנתונה ( $m$  הוא פרמטר)

ב. הבע את  $m$  באמצעות  $q$ .

נתון כי הסכום של האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה החדשה הוא  $-6q$ .

ג. חשב את הסכום של הסדרה הנתונה.

ד. הבע באמצעות  $q$  את סכום האיברים בסדרה החדשה.

### פרק שלישי – גיאומטרייה וטיריגונומטרייה במישור

.4.

המרובע  $ABCD$  הוא דלתון החסום במעגל ( $BC = DC$ ,  $AB = AD$ ).

E נקודה על DC כך ש-  $BE$  מאונך ל-  $DC$ .



א. הוכח:  $\angle ADC = 90^\circ$ .

ב. הוכח:  $AB = NB$ .

נתון כי שטח המשולש  $NCE$  שווה

לרביע משטח המשולש  $ACD$ .

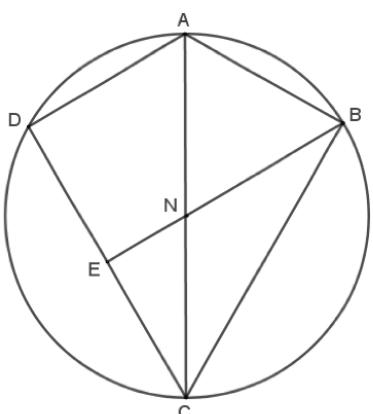
ג. הוכח: הנקודה N היא מרכזו המעגל.

ד. מצא את גודל הזווית  $BCD$ . נמק.

נסמן את שטח הדלתון  $ABCD$  ב-  $S$ .

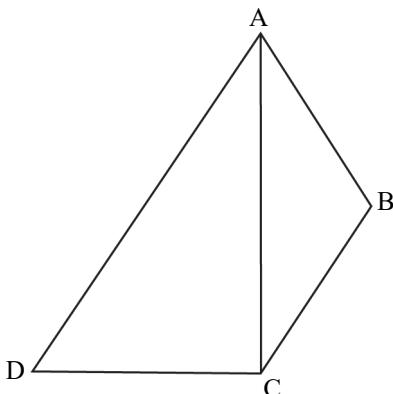
ה. הבע את שטח המרובע  $ANED$  באמצעות  $S$ .

נמק.



.5. נתון משולש ישר זווית  $ACD$  ( $\angle ACD = 90^\circ$ ) .

העבironו קטע  $CB$  כך שהתקבל טרפז  $ABCD$  ( $BC \parallel AD$ ) (ראה ציור).



נתון :  $\angle ADC = \alpha$  ,  $AD = 2K$  ,  $BC = k$

a. הבע את שוקי הטרפז  $ABCD$

באמצעות  $k$  ו-  $\alpha$  (אם צריך).

הנקודה E נמצאת על הצלע  $AD$

כך שמקיים :  $CE \parallel BA$

שטח המרובע  $ABCE$  הוא  $\frac{\sqrt{3}}{2}k^2$

b. מצא את  $\alpha$ .

ג. הבע באמצעות  $k$  את אורך הקטע  $BE$ ,

עבור הזווית  $\alpha$  הקטנה מבין השתיים שמצוות.

## פרק רביעי – חישובו דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רצינאליות ושל פונקציות טריגונומטריות

.6. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x^2 - a}{x^3}$   $a \neq 0$  הוא פרמטר.

a. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$  ?

b. רשם את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה  $f(x)$ .

g. הבע באמצעות  $a$  את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$

עם ציר ה-  $x$ . רשום לאילו ערכי  $a$  יש נקודות חיתוך.

d. הבע באמצעות  $a$  את שיעורי נקודות הקיצון של גרף הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן. רשום לאילו ערכי  $a$  יש נקודות קיצון.

עננה על סעיפים ה-ו עברו  $a > 0$ .

e. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה  $g(x) = (f(x+1))^{2020}$

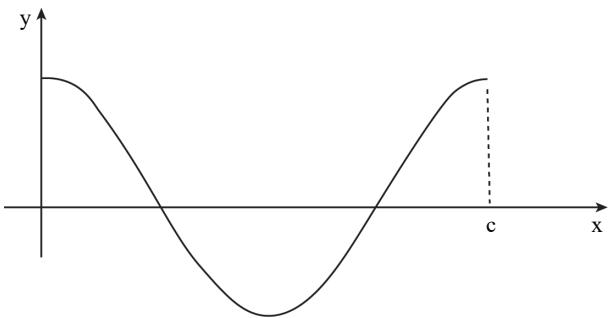
f. היעזר בסעיפים הקודמים, וקבע את מספר נקודות הקיצון של

הfonקציה  $(x) g$ . נמק.

7.

בצורך מတואר חלק מגраф הפונקציה  $f(x) = \cos 2x$

נתון:  $f(c) = f(0)$  (  $c$  מסומן בציור).



- חשב את  $c$ .
- מצא את שיעורי ה-  $x$  של נקודות החיתוך של גראף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה-  $x$ , בתחום שבין  $0$  ל-  $c$ .
- סרטט סקיצה של גראף הפונקציה  $f(x)$  בתחום  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ .
- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x) = \sqrt{\cos 2x}$  עבור  $g(x)$ .
- הוסף לסקיצה שרטטת בסעיף ג את הסקיצה של גראף הפונקציה  $g(x)$ .  
רשום ליד כל גראף את הפונקציה המתאימה.  
ישר המקביל לציר ה-  $y$  חותך את הגראפים של הפונקציות  $g(x)$  ו-  $f(x)$  בתחום  $x < 0$  בנקודות  $A$  ו-  $B$  בהתאם. שיפוע המשיק לגראף הפונקציה  $g(x)$  בנקודה  $A$  שווה לשיפוע המשיק לגראף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה  $B$ .
- מצא את שיעור ה-  $x$  של הנקודות  $A$  ו-  $B$ .

8. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - a}}{x^2}$ .  $a \neq 0$  הוא פרמטר.

עננו על סעיף א. אם צרייך, הבע את תשובה תיכן באמצעות  $a$ , והבחן בין  $0 > a$  ובין  $a < 0$ .



א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גраф הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים  
(אם יש כאלה).

(3) הראה שהפונקציה  $f(x)$  היא פונקציה זוגית.

(4) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$   
המאונכות לצירים (אם יש כאלה)

(5) מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .

ב. סרטט סקיצה של גраф הפונקציה  $f(x)$  עבור  $a > 0$

וסקיצה של גраф הפונקציה  $f(x)$  עבור  $a < 0$ .

עבור כל גраф שشرطתי כתוב את התחומים המתאימים של הפרמטר  $a$ .

ג. מצא עבור אילו ערכים של הפרמטר  $a$  גраф הפונקציה  $f(x)$

חותך את הישר  $y = 1$  או משיק לו.

## תשובות ל מבחן בגרות מס' 8 – קיץ תש"ף, מועד ב, 2020:

**1.** א. אינה נכונה תלמיד. ב. הוכחה. ג. אינה נכונה תלמיד.

$$\cdot S_2 = \frac{S-K}{2}, S_1 = \frac{S+K}{2}$$

$$\cdot \frac{29}{140} \cdot 0.75 \cdot \text{ב}. \text{לא ייתכן. ג}. 0.5 \cdot \text{ד}.$$

$$\cdot 6(1-q) \cdot \text{ד} \cdot 6 \cdot \text{ג} \cdot \cdot m = \frac{1}{1-q} \cdot -q \cdot \text{ב} \cdot \text{(2)} \cdot q \cdot \text{א} \cdot \text{ג} \cdot \text{ז}$$

$$\cdot S_{\text{ANEH}} = \frac{3}{8}S \cdot \text{ה} \cdot \angle BCD = 60^\circ \cdot \text{ב}. \text{הוכחה. ג}. \text{הוכחה. ד}.$$

$$\cdot BE = k\sqrt{3} \cdot \text{ג} \cdot \alpha = 60^\circ \text{ או } \alpha = 30^\circ \cdot \text{ב} \cdot AB = k, DC = 2k \cos \alpha \cdot \text{א} \cdot \text{ז}$$

$$\cdot x = 0, y = 0 \cdot \text{ב} \cdot x \neq 0 \cdot \text{א} \cdot \text{ז}$$

ג. עבור  $a < 0$ ,  $(-\sqrt{a}, 0), (\sqrt{a}, 0)$ :  $a > 0$

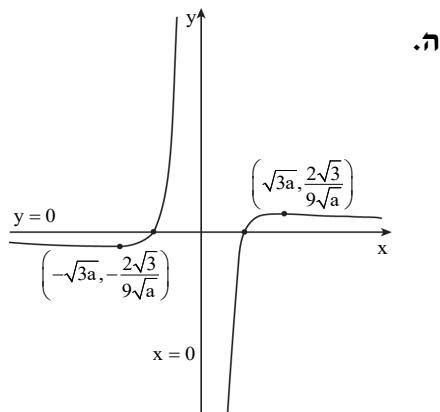
$$\text{ד. עבור } \left(-\sqrt{3a}, -\frac{2\sqrt{3}}{9\sqrt{a}}\right) \text{ מינימום, } \left(\sqrt{3a}, \frac{2\sqrt{3}}{9\sqrt{a}}\right) : a > 0$$

עבור  $a < 0$  אין נקודות קיצון.

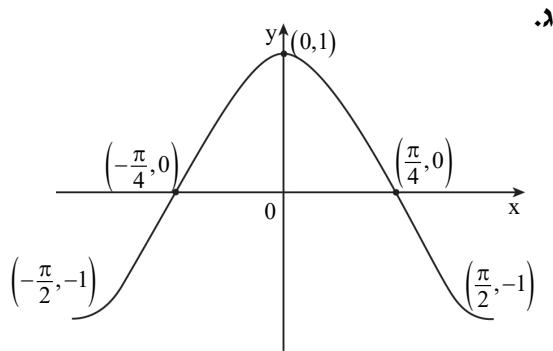
ו. 4 נקודות קיצון,

2 מינימום

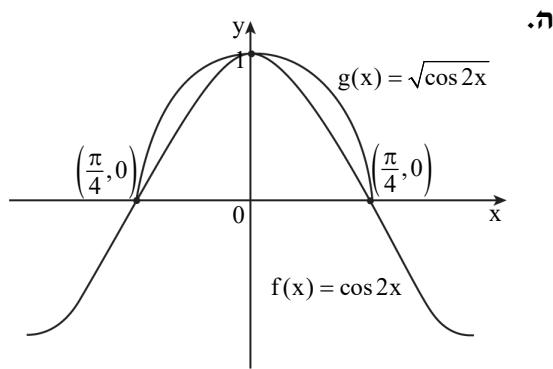
ו- 2 מקסימום.



$$\cdot \left( \frac{\pi}{4}, 0 \right), \left( \frac{3\pi}{4}, 0 \right) \dots c = \pi \cdot \mathbf{x} \quad .7$$



$$\cdot -\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4} \quad .7$$



$$\cdot x_A = x_B = 0.659 \quad .9$$

.  $x \neq 0$  :  $a < 0$  ;  $x \leq -\sqrt{a}$  ,  $x \geq \sqrt{a}$  :  $a > 0$  (1). א. .8

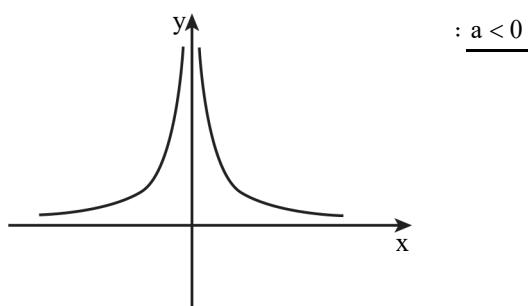
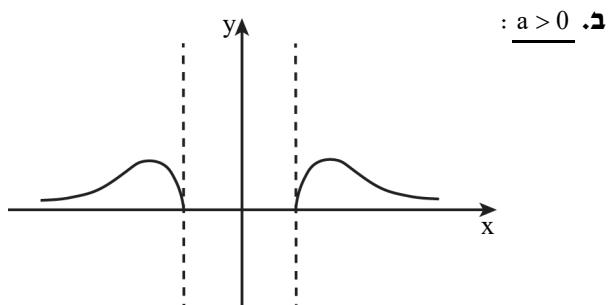
(3) הוכחה.  $a < 0$  ;  $(-\sqrt{a}, 0), (\sqrt{a}, 0)$  :  $a > 0$  (2)

.  $y = 0$  ,  $x = 0$  :  $a < 0$  ;  $y = 0$  :  $a > 0$  (4)

$x < -\sqrt{2a}$  ,  $\sqrt{a} < x < \sqrt{2a}$  :  $a > 0$  (5)

$-\sqrt{2a} < x < -\sqrt{a}$  ,  $x > \sqrt{2a}$  : תחומי ירידה

.  $x > 0$  ,  $x < 0$  : תחומי עלייה ;  $a < 0$



.  $a < 0$  ,  $0 < a \leq \frac{1}{4}$  . ג



totally different  
than 37

## מבחן בגרות מס' 9

חולף תשפ"א, 2021

### פרק ראשון – שאלות קצרות

.1. ענו על שלושה מארבעת השעיפים.

א. הוכח כי כל טרפו שיחסם במעגל הוא שווה שווקיים.



- ב.** הוכיחו כי קציה או בכל דרך הביטוי  $x - \frac{3}{n}$  גורגן ב- 6  
לא שגיאת כלל  $x$  טבעי.



Given the function  $f(x)$  is not bounded, monotonous for all  $x$  and is not even-odd.  
It is given that one of the properties of the function  $f(x)$  is either even-odd, or not even-odd.  
and not even-odd shall be given to be true. Note.

$$h(x) = -f(x) \quad I$$

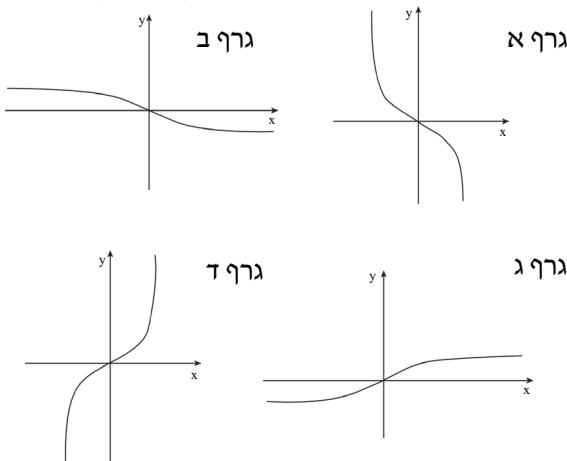
$$k(x) = (f(x))^2 \quad II$$

$$g(x) = f(x) + 4 \quad III$$

7. נתונה הפונקציה:  $\alpha > 0$ ,  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + \alpha}}$



אילו מהרטוטים הבאים הוא גרף הפונקציה? נמק בקצחה.



## פרק שני – הסתברות, סדרות ואיינדוקציה

2. ערכו סקר בין תלמידי בית הספר ומצאו: 80% מהבננים עוסקים בספרות.



מספר הבנות בבית הספר גדול פי 1.2 ממספר הבנים שעוסקים בספרות.

א. מהי הסתברות לבחור בן מבין תלמידי בית הספר?

ב. מהי הסתברות לבחור תלמיד שעוסק בספרות (בן או בת),

אם ידוע שהמאורעות: "נבחר בן" ו-"נבחר תלמיד שעוסק בספרות" "

הם בלתי תלויים? הסבר.

ג. נבחר באקראי תלמיד (בן או בת). ידוע שהוא עוסק בספרות.

מה סביר יותר, שהוא בן או בת? הסבר.

.3

נתונה סדרה הנדסית בת  $2n$  איברים  $a_1, a_2, \dots, a_{2n}$ . מנת הסדרה היא  $q$ .

א. הבע באמצעות  $q$  את היחס בין סכום הסדרה לסכום האיברים

במקומות הזוגיים.



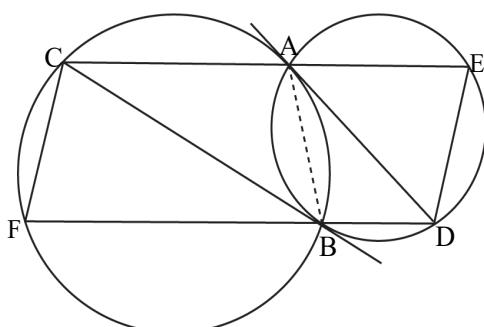
נתון כי היחס בין סכום האיברים במקומות הזוגיים לסכום האיברים במקומות הזוגיים הוא 5.

ב. מצא את  $q$ . נמק.

$$\text{נסמן: } T = a_2 - a_1 + a_4 - a_3 + a_6 - a_5 + \dots + a_{2n} - a_{2n-1}$$

ג. הבע את  $T$  באמצעות  $q$  בלבד.

### פרק שלישי – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור



.4. שני מעגלים נחתכים בנקודות A ו-B .

המיתר  $AD$  במעגל הימני משיק  
למעגל השמאלי בנקודה A .

המיתר  $CB$  במעגל השמאלי  
משיק למעגל הימני בנקודה B .

המשך המיתר  $AC$  במעגל השמאלי  
חותך את המעלג הימני בנקודה E .

המשך המיתר  $BD$  במעגל הימני  
חותך את המעלג השמאלי בנקודה F .

א. הוכיח :

$$\Delta ABC \sim \Delta BDA \quad (1)$$

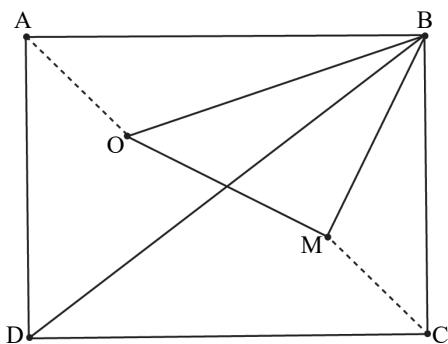
$$\angle CED + \angle FCE = 180^\circ \quad (2)$$

(3) המרובע  $CEDF$  הוא מקבילית.

ב. נתון :  $AC = 9$  ,  $BD = 4$  . נמק.

מצא פי כמה גדול שטח משולש  $ABC$  משטח משולש  $BDA$  . נמק.

.5. במלבן ABCD הנקודה O היא מרכזו המוגול החסום במשולש ABD והנקודה M



היא מרכזו המוגול החסום במשולש BDC .

נסמן :  $\angle ABD = \alpha$  ,  $BC = b$  ,  $AB = a$

a. הבע את  $AO$  ואת  $BO$

באמצעות  $a$  ו-  $\alpha$  .

b. הראה כי  $\angle OBM = 45^\circ$  .

נתון :  $BC = 6$  ,  $AB = 8$

g. חשב את  $\alpha$  .

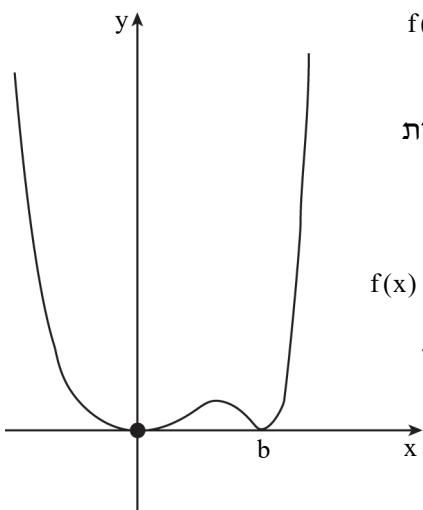
d. חשב את שטח המשולש OMB .



## פרק רביעי – חישובו דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רצינואליות ושל פונקציות טרייגונומטריות

.6. לפניך גרף הפונקציה  $(x) f$  (נתון כי  $f'(0) = 0$  ו-  $f'(b) = 0$  ) :

a. סרטט סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה  $(x) f$  . הסביר את שיקוליך.



b. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  כאשר נתון  $f(b) = 0$  .

סמן בגרף את נקודות הפיתול ונקודות

הקייזון (אם יש כאלה).

הסביר את שיקוליך.

נתון כי אחת מהפונקציות  $(x) f$  ,  $f'(x)$  ,  $f''(x)$  היא פרמטר.

היא  $x^3 - a$  .  $a$  הוא פרמטר.

g. (1) התאמס את הפונקציה  $g(x)$

לאחת מן הפונקציות הנ"ל

ונמק את בחירתך.

(2) הייזר בתווים בשאלת, ובטא את  $a$  באנצואות  $b$  .

נתון כי השטח הכלוא בין גרף הפונקציה  $(x) g$  ובין ציר ה-  $x$  הוא  $\frac{1}{9}$  .

d. חשב את  $a$  .

7. נתונה הפונקציה :  $f(x) = \frac{\cos(x)}{\sqrt{|\sin(x)|}}$

עננו על הסעיפים הבאים עבור התחומים :  $0 \leq x \leq 2\pi$

a. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

b. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .

(אם יש כאלה).

c. מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).

d. מצא את האסימפטוטות של  $f(x)$  המאונכות לציר ה- $x$ .

e. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

לפניך שלושה ביטויים :

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} f(x) dx \quad (1)$$

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx \quad (2)$$

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} f(x) dx \quad (3)$$

g. סדר אותם ממקטן@gadol. פרט את שיקוליך.

h. חשב את ערכו של הביטוי הגדול מבין השלושה.

8.

בສעיף ב' בסעיף א' מtauור גראף הפונקציה  $f(x) = \frac{4}{\sqrt{x}}$

שתחום הגדן של גראף הפונקציה  $f(x)$  הוא  $x > 0$ .



מ בין כל הנקודות על גראף הפונקציה  $f(x)$ ,

הנקודה A היא הקויה ביותר מ-0.

לאראשית הצירים, O.

א. (1) מצא את שיעורי הנקודה A.

(2) האם הישר AO מאונך ל-

לגרף הפונקציה  $f(x)$  ב-

נתונה הפונקציה  $f(-x) = -f(x)$ . אונגרת ב-

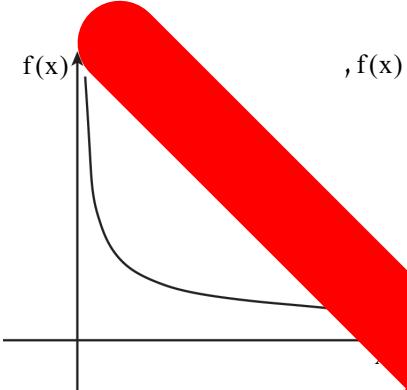
ענה על סעיף ב' בעבור  $x = -4$ .

ב. (1) מ בין כל הנקודות הנמצאות על גראף הפונקציה  $f(x) = \frac{1}{x}$  בתחום הנטוון,

מה שיעורי הנקודה הקרובה ביותר לראשית הצירים?

(2) מצא שיעורי הנקודה הרחוקה ביותר מרראשית הצירים.

כל הנקודות הנמצאות על גראף הפונקציה  $f(x) = g$  בתחום



תשובות ל מבחן בגרות מס' 9 – חורף תשפ"א, 2021:

1. א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. I-אי זוגית, II-זוגית, III-לא זוגית ולא אי זוגית.

ד. גראן ג'.

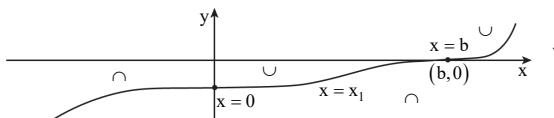
$$2. \text{ א. } \frac{25}{49} \text{ ב. } 0.8 \text{ ג. } \text{בן}$$

$$3. \text{ א. } T = \frac{5^{2n}-1}{6} \text{ ב. } 5 \text{ ג. } \frac{q+1}{q}$$

$$4. \text{ א. (1) הוכחה. (2) הוכחה. (3) הוכחה. ב. } \frac{9}{4}$$

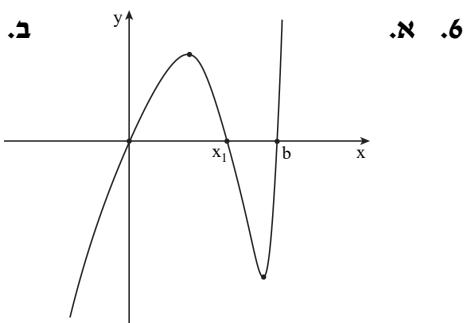
$$5. \text{ ב. להראות. } BO = \frac{a\sqrt{2}}{2\sin\left(45^\circ + \frac{\alpha}{2}\right)}, AO = \frac{a\sin\frac{\alpha}{2}}{\sin\left(45^\circ + \frac{\alpha}{2}\right)}$$

$$6. \text{ א. } \alpha = 36.87^\circ$$



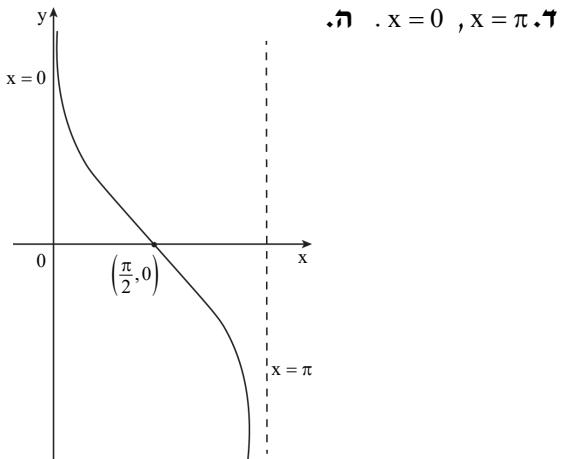
5.

6.



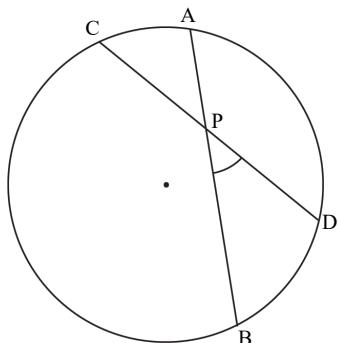
$$7. \text{ א. } a = 1 \text{ ב. } a = b^3 \text{ (2) ג. } g(x) = f'(x) \text{ (1)}$$

. x עלייה : א. ירידה : נ .  
 $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$  ב.  $0 < x < \pi$  . נ .  
**7**



$$. 2 - \sqrt[4]{2^3} \approx 0.3182 \text{ . נ } . \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} f(x) dx < \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} f(x) dx < \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx \text{ . נ }$$

$$. (-4, -2) \text{ (2)} \left(-2, -2\sqrt{2}\right) \text{ .(1). נ .} \text{ (2)} \text{ . A} \left(2, 2\sqrt{2}\right) \text{ (1). נ .} \text{ 8}$$

40  
but different 4,5. **מבחן בגרות מספר 10****קיץ תשפ"א, 2021, מועד א****פרק ראשון – שאלות קצרות****1. ענו על שלושה מארבעת הסעיפים.**

- א.** הראה כי במעגל, הזריות הנוצרת על ידי שני מיתרים שווה למחצית סכום שתי הקשתות הכלולאות בין שוקי הזריות ובין המשכיהם.

$$\text{כלומר יש להראות: } \angle BPD = \frac{\widehat{AC} + \widehat{BD}}{2}$$

**ב. לפניך שתי טענות אשר רק אחת מהן נכונה לכל  $n$  טבעי.**

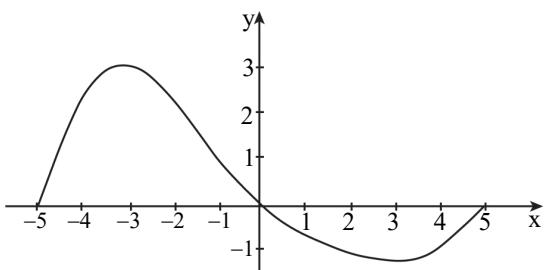
קבע איזו מהטענות נכונה.

הוכיח את הטענה הנכונה לכל  $n$  טבעי באינדוקציה (או בדרך אחרת).

$$\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{(n+1)(n+2)} = \frac{n}{2n+4} . \text{I}$$

$$\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{(n+1)(n+2)} = \frac{n}{3(n+1)} . \text{II}$$

**ג. קבע אם הטענות הבאות נכונות. נמק.**I. הפונקציה  $h(x) = \sqrt{(x+1)(x-3)}$  זהה לפונקציה  $f(x) = \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-3}$ II. הפונקציה  $h(x) = \sqrt{x^2(x+1)}$  זהה לפונקציה  $f(x) = x\sqrt{x+1}$



7. נתון גרף הפונקציה  $f(x)$  

בתוחום  $-5 \leq x \leq 5$

נתונה הפונקציה

עבור  $a > -4$

$$h(a) = \int_{-4}^a f(x) dx$$

(1) קבע באיזה תחום הפונקציה  $h(a)$  עולה. נמק.

(2) מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה והקעירות כלפי מטה של הפונקציה  $h(a)$ . נמק.

## פרק שני – הסדרות, סדרות ואינדוקציה

2. נתונה סדרה  $a_n$  שסכום n האיברים הראשונים שלה, לכל  $n$  טבעי,

$$S_n = k \cdot n^2 - p \cdot n , \quad p > 0 .$$

נמצא את האיבר הכללי של הסדרה באמצעות  $k$ ,  $p$  ו-  $a_1$ , בעברית.

שMETHOD שמצויה בתת-סעיף א(1) נכונה בעבר כל  $n$  טבעי.

(3) הוכיחו כי סדרה היא סדרה חשבונית והבע את  $d$ , הבדולחין של סדרה,

באמצעות סכום n איברים הראשונים של סדרה.

נתונות שתי סדרות  $a_n$  ו-  $b_n$  ו-  $c_n$ .

מנת הסדרה  $b_n$  שווה  $b_1 = 1$  ו-  $b_{n+1} = b_n + 2$ . הסדרה החשובה

$$\text{הסדרה } c_n \text{ היא סדרה הנדסית, } c_1 = 2 \text{ ו- } \frac{c_{n+1}}{c_n} = \frac{2}{3} , \text{ כלומר } c_n = 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} .$$

נתון :  $a_1 = 4.5$  ,  $k = 1.5$  ,  $a_1 = b_1 = c_1$

ב. הסבר מדוע  $c_n$  היא סדרה חשבונית.

נתון כי היחס בין סכום  $n$  איברים הראשונים של סדרה  $a_n$  ל-  $b_n$  הוא  $\frac{a_n}{b_n} = 40\frac{1}{3}$ .

ובין סכום כל איבר בסדרה  $a_n$  לאינסוף  $c_n$  הוא  $40\frac{1}{3}$ .

ג. חשב א

ד. ח. הוכיחו כי סדרה  $c_n$  היא סדרה עולה, סדרה יורדת

או עולה ולא יורדת? נמק את תשובהך.

3. בית ספר תיכון גדול מאוד, מספר התלמידים גדול פי 9 ממספר המורים. בית



המשתתפים בסקר נשאלו אם הם נבדקו לגילוי קורונה.

נמצא כי 80% מן המורים בבית הספר נבדקו לגילוי קורונה.

כמו כן נמצא כי  $\frac{13}{15}$  מכלל המשתתפים בסקר (מורים ותלמידים),

שנבדקו לגילוי קורונה, היו תלמידים.

א). מהי ההסתברות שambilן כל המשתנים בסקר יבחר בקראי תלמיד שלא נבדק לגילוי קורונה?

בחרו באקראי בזזה אחר זה 5 משתתפים מבין כלל משתתפי הסקר.

**ב.** מהי ההסתברות שלפחות 4 מהם נבדקו לגילוי קורונה?

ג. ידוע כי מבין החמשה שנבחרו, לפחות מעתה אחד נבדק לגילוי קורונה.

מהי ההסתברות של לפחות 4 מתוך 10 המשתתפים שנבחרו נבדקו לגילוי קורונה?

ד. ידוע כי מ בין החמשה שנבחרו, בדיק 2 נבדקו ל גילוי קורונה.

**מהי ההסתברות שהאחרון שנבחן נבדק לגילוי קורונה?**

## **פרק שלישי – גאומטריה וטריגונומטריה במישור**

.4. המרובע ABCD הוא מקבילית.

הزوית A היא זווית חדה.

הנקודה E היא אמצע הצלע BC

. והנקודה F אמצע הצלע.

א. שטח המשולש ECF הוא S.

הבע את שטח המקבילית ABCD

**באמצעות S.** נמק את תשומת

**ב.** הנקודה ל היא אמצע הקטע . BE

דרך הנקודה L העבירו ישר המקביל ל- AB וחותך את BF ואת AD

. בנקודות M ו- N בהתאם. חשב את היחס  $\frac{LM}{MN}$

ג. נתון : BE = EF

האם אפשר לחסום את המרובע ABFD במעגל? נמק את קביעותך.

.5

ו- DC משיקים למעגל שמרכזו O, כמתואר בסרטוט.

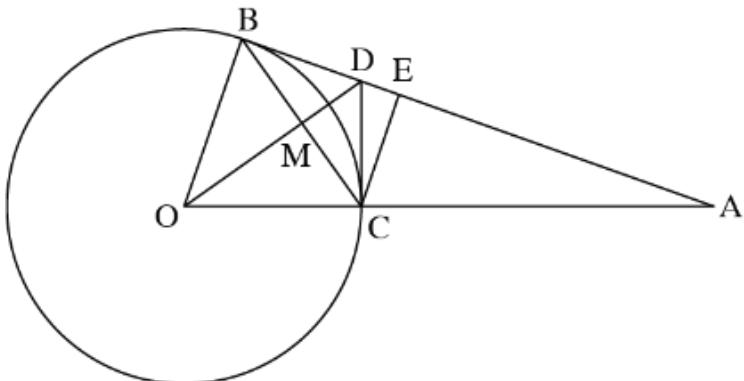


רדיוס המעגל: R. המשך BD חותך את המשך OC

בנקודה A. הקטע OD והמייתר BC נחתכים בנקודה M.

הקטע CE מאונך ל- AB.

נסמן:  $\angle ABC = \alpha$ .



א. הסבר מדוע אפשר לחסום במעגל:

(1) את המרובע OBDC

(2) את המרובע MDEC

נסמן:  $d_1$  הוא קוטר המעגל החוסם את המרובע OBDC

$d_2$  הוא קוטר המעגל החוסם את המרובע MDEC

$d_3$  הוא קוטר המעגל החוסם את המשולש AOD

ב. הביע באמצעות  $\alpha$  ו- R את  $d_1$ , את  $d_2$  ואת  $d_3$ .

ג. מצא את הערך של  $\alpha$  שבuboרו מתקיים:

## פרק רביעי – חישובון דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רצינוליות ושל פונקציות טריגונומטריות

. 6. נתונות הפונקציות :  $f(x) = \frac{x}{(x^2 - 2)^2}$ ,  $g(x) = \frac{x}{(x^2 - 2)^3}$ .

א. ענה על תתי-סעיפים (1)-(4) בעבר כל אחת משתי הפונקציות  $f(x)$  ו-  $g(x)$ .



(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) מצא את מושוואות האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.

(3) הראה כי אין לפונקציה נקודות קיצון.

(4) הוכח כי הפונקציה אי-זוגית.

ב. (1) הגרף שלפניך מתאר את אחת הפונקציות  $f(x)$  או  $g(x)$ . קבע איזו מן הפונקציות הגраф מתאר. נמק את קביעתך.

(2) סרטט סקיצה של גраф הפונקציה האחרת.

נתונה פונקציה  $(x) h$  שמקיימת  $h'(x) = f(x)$ .

$f(x)$  ו-  $h(x)$  מוגדרות באותו תחום.

ג. מה הם תחומי העליה והירידה של  $h(x)$  ?

ד. חשב את :

$$(1) \int_{-1}^1 f(x) dx . \text{ נמק את תשובתך.}$$

.  $x=1$  ,  $x=-1$  , ציר ה-  $x$  והישרים  $y=k$  הstatt ה-  $f(x)$  השטח הכלוא בין גראן הפונקציה  $f(x)$  ו-  $y=k$  הוא פרמטר.

נתונה הפונקציה  $k(x) = f(x) + b$  .  $b \neq 0$  הוא פרמטר.

ה. האם הפונקציה  $k(x)$  זוגית, אי-זוגית או לא-זוגית ולא-אי-זוגית? נמק את תשובתך.

7. נתונה הפונקציה :  $f(x) = \frac{\sqrt{3x^2 - 4a}}{x^3}$  .  $a > 0$  .  $f(x)$  הוא פרמטר.

בטעיפים א-ה, בטא את תשובותיך באמצעות  $a$  , לפי הצורך.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $(x) f$  ?

ב. הוכיח שהפונקציה  $(x) f$  אי-זוגית.

ג. (1) מה הם שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $(x) f$  עם הצירים?

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $(x) f$  , וקבע את סוגן.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $(x) f$  .

$$\text{נתונה גם הפונקציה : } g(x) = \frac{1}{f(x)} .$$

ה. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $(x) g$  ?

(2) מה הן מושוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של

הפונקציה  $(x) g$  , אם יש כאלה?

ידעו כי בכל אחת מנקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציות  $(x) f$

ו-  $(x) g$  , יש לגרף של  $(x) f$  ולגרף של  $(x) g$  משיק משותף.

ו. (1) הוסף לסרטוט שבחרברתך סקיצה של גרף הפונקציה  $(x) g$  .

פרט את שיקוליך.

(2) מהו הערך של  $a$  ? נמק את תשובתך.

8. במשולש ABC אורך הצלע BC הוא  $a$  .

נתון :  $\alpha = \angle BAC$  (  $\alpha$  ברדייאנים).

נסמן :  $x = \angle ABC$   $(0 < x < \pi - \alpha)$  .

א. הביע באמצעות  $x$  ,  $a$  ,  $1 - \alpha$  את היקף המשולש  $ABC$  .

ב. הביע באמצעות  $\alpha$  את ערך ה-  $x$  שבעבורו היקף המשולש ABC הוא מקסימלי.

ג. הסביר מדוע מתקיים המשפט הזה : מכל המשולשים בעלי צלע נתונה וזווית מוליה נתונה, המשולש בעל היקף המקסימלי הוא משולש שווה שוקיים.

**תשובות ל מבחון בגרות מס' 10 – קיץ תשפ"א, 2021, מועד א:**

**1.** א. הוכחה. ב. טענה I . הוכחה. ג. I - אינה נכונה , II - אינה נכונה.

ד. (1)  $-4 < x < 0$  (2) תחומי קיירות כלפי מעלה  $(\cup)$   $-3 < x < 3$  או  $-4 < x < -3$ .

.  $-3 < x < 3$ : (נ)

$$\therefore \left( q = \frac{2}{3} \right) \quad . \quad d = 2k \quad (3) \quad \text{ב. הסבר הוכחה.} \quad (2) \quad . \quad a_n = 2kn - k - p \quad (1). \quad \text{א. 2}$$

ג. עולה . ד.  $m = 5$

$$0.4 \cdot \frac{351}{1031} = 0.340446 \quad , \quad 0.33696 \quad , \quad 0.38 \quad , \quad 0.3$$

.ג. לא ניתן לחסום את המרובע ABFD במעגל. א.  $\frac{LM}{MN} = \frac{1}{7}$ . ב.  $S_{ABCD} = 8S$ . ג. 4.

$$\therefore d_3 = \frac{R}{\cos \alpha \cdot \cos 2\alpha}, \quad d_2 = R \tan \alpha, \quad d_1 = \frac{R}{\cos \alpha}. \quad \text{ב} \quad \text{א (1)} \text{ הוכחה. ב (2) הוכחה.}$$

$$\therefore \alpha = 30^\circ$$

$$\therefore x \neq \pm\sqrt{2} : g(x), \quad x \neq \pm\sqrt{2} : f(x) \quad (1).x .6$$

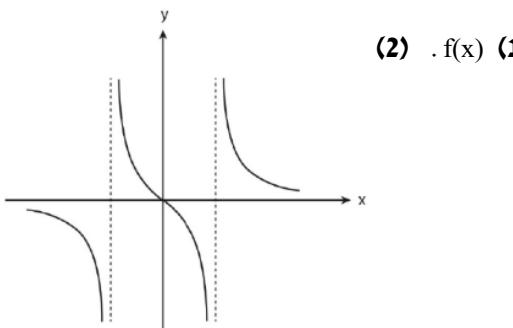
. **(4) הוכחה.**  $y = 0$  ,  $x = \sqrt{2}$  ,  $x = -\sqrt{2}$  :  $g(x) \rightarrow f(x)$  **(2)**

ג. תחומי עלייה:  $x < \sqrt{2}$  או

$$0 < x < \sqrt{2}$$

$$-\sqrt{2} < x < 0$$

$$\therefore x < -\sqrt{2} \text{ לא}$$



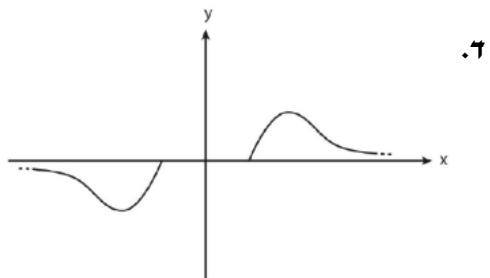
ד. (1) 0 . (2)  $\frac{1}{2}$  ה. הפוןקציה לא זוגית ולא אי-זוגית .

. ב. הוכחה.  $x \leq -\sqrt{\frac{4a}{3}}$  או  $\sqrt{\frac{4a}{3}} \leq x$ . נ. 7

$$\cdot \left( -\sqrt{\frac{4a}{3}}, 0 \right), \left( \sqrt{\frac{4a}{3}}, 0 \right) \text{ (1).ג}$$

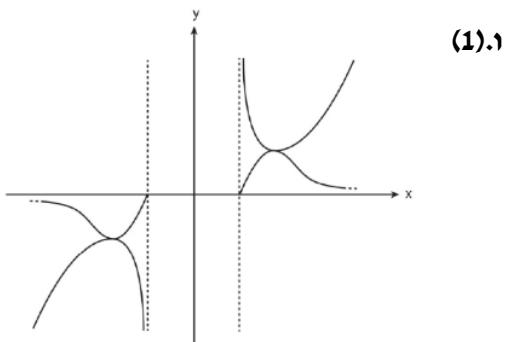
, מינימום  $\left( \sqrt{\frac{4a}{3}}, 0 \right)$ , מקסIMUM  $\left( -\sqrt{2a}, -\frac{1}{2a} \right)$ , מינימום  $\left( \sqrt{2a}, \frac{1}{2a} \right)$  (2)

מקסIMUM  $\left( -\sqrt{\frac{4a}{3}}, 0 \right)$



.  $x = -\sqrt{\frac{4a}{3}}$ ,  $x = \sqrt{\frac{4a}{3}}$  (2) .  $x < -\sqrt{\frac{4a}{3}}$  או  $\sqrt{\frac{4a}{3}} < x$  (1).ה

$$\cdot a = \frac{1}{2} \text{ (2)}$$



. ג. הוכחה.  $\frac{\pi - \alpha}{2}$  .  $a + \frac{a}{\sin \alpha} \cdot \sin x + \frac{a}{\sin \alpha} \cdot \sin(x + \alpha)$  . נ. 8

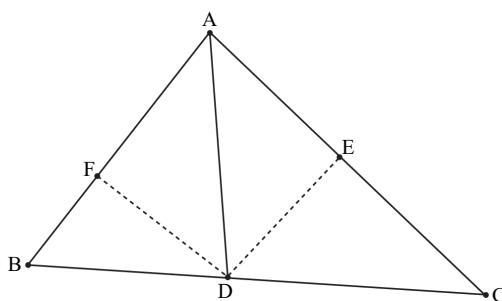


# מבחן בגרות מספר 11

**קי"ץ תשפ"א, מועד מיוחד, 2021**

## פרק ראשון – שאלות קצרות

1. ענו על שלושה מארבעת הסעיפים.



א. נתון משולש ABC. AD הוא חוצה הזווית A.



הקטיעים DE ו- DF מאונכים לצלעות AC

ובעבור מעגל שמרכזו

בנקודה D

ועובר בנקודה E :

(1) האם המעגל עובר בנקודה F ? נמק תשובתך.

(2) האם ייתכן שהמעגל עובר גם בנקודו C ? נמק את תשובתך.

ב. בחופררת לימוד ישנה ומוכתמת נמצא התרגיל הבא:

הוכיח כי לכל  $n$  טבעי מתקיים השוויון הבא:

$$1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 9 + \dots + n \cdot 3^{n-1} = \frac{(2n-1)3^n + 1}{4}$$



אחד מהמספרים באגף ימין של התרגיל נמתק.

(1) מצא את המספר שנמתק.

(2) הציב את המספר שמצאת והוכיח באינדוקציה, או בדרך אחרת, כי השוויון מתקיים לכל  $n$  טבעי.



ג. לפניו סרטוט של גרף

פונקציה אי-זוגית  $f(x)$ .

(1) קבע אם הטענה הבאה נכונה.

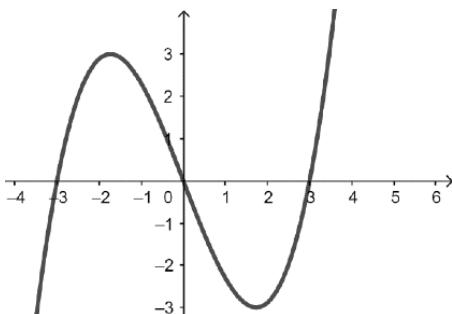
נמק.

$$\int_{-2}^2 f(x)dx > \int_{-2}^1 f(x)dx$$

(2) מצא את  $a$  עבורו מתקיים

השוויון הבא. נמק.

$$\int_0^4 f(x+a)dx = 0$$



ד. ב קופסת ממתקים יש 5 חטיפי שוקולד לב ו- 7 חטיפי שוקולד מריר.

אמיר מוציא באקראי חטיף מה קופסה ונוטן אותו לחבריו.

אם אмир חוזר על הפעולה עד שהוא מוציא חטיף שוקולד לב.

מהי ההסתברות שאmir הוציא 5 חטיפים?

## פרק שני – הסתברות, סדרות ואיינדוקציה

.2. סדרה חשבונית ובה  $2n+1$  איברים ( $n$  הוא מספר טבעי).

ב. סכום כל האיברים במספר טבעי  $a_{2n+1}$ ,  $a_{2n} \dots, a_2, a_1$  והפרש הסדרה הוא  $p$ .

א. נסמן ב-  $T$  את ההפרש בין סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגוניים לבין סכום האיברים הנמצאים במקומות홀ניים.

האנו מוכיחים כי סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגוניים שווה ל-  $T$  בסדרה.

נסמן ב-  $D$  את ההפרש בין סכום כל האיברים במקומות הזוגוניים לבין סכום כל האיברים במקומות홀ניים.

האחרונים ובין סכום האיברים במקומות הזוגוניים.

ב. הביע את  $T$  באמצעות  $p$  ו-  $D$ .

נתון :

- סכום כל איברי הרשימה הוא  $204$ .  
- סכום האיברים במקומות הזוגוניים הוא  $102$ .

ב-  $n=2$  המוקמיות של האיברים הם  $a_1, a_2, a_3, a_4$ .

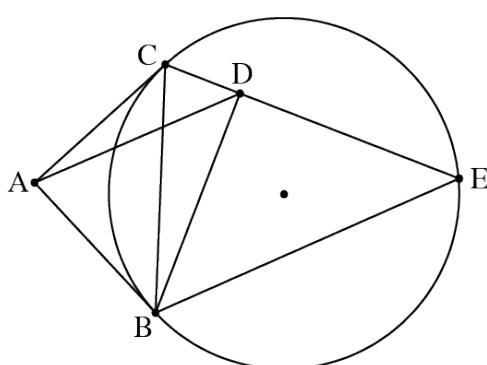
סכום האיברים  $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$  הוא  $102$  והאחרון הוא  $204$ .

$3,468 -$

ג. מילוי תבנית אמצעות  $\frac{1}{2}(S_1 + S_2)$  ייש בסדרה.

3. בחממה גדולה של פרחים יש א' וرك פרחים לבנים וסגולים.
- ההסתברות לבחור באקראי שני פרחים לבנים גדולה פי 2.25
- מן ההסתברות לבחור באקראי שני פרחים סגולים.
- א. חשב את אחוז הפרחים הסגולים בחממת הפרחים.
- בחממה זו, לכמה מן הפרחים הלבנים, וرك להם, יש עליים גדולים. לשאר הפרחים יש עליים קטנים.
- ירדן בחרה באקראי שני פרחים. ההסתברות שירדן בחרה פרח אחד שיש לו עליים קטנים ופרח אחד שיש לו עליים גדולים היא 0.455.
- ב. (1) חשב את אחוז הפרחים שираן בחרה פרח סגול, אם ידוע שرك לאחד מן הפרחים שהוא בחרה יש עליים גדולים.
- (2) חשב את ההסתברות שירדן בחרה פרח סגול, אם ידוע שرك לפחות אחד לפחות שיש לו עליים קטנים.
- ג. כינרת הכינה זר מ- 7 פרחים לבנים בדיק, שנבחרו באקראי בחממה. חשב את ההסתברות שיש בזר פרח אחד לפחות שיש לו עליים גדולים ופרח אחד לפחות שיש לו עליים קטנים.

### פרק שלישי – גיאומטריה וטראיגונומטריה במישור



4. נקודה A יוצאים שני ישרים,

המשיקים למעגל

בנקודות B ו-

(ראה סרטווט).

נתון כי  $\angle CAB = 90^\circ$ .

ו-  $CE$  הם מיתרים למעגל.

$ABC$  המ Engel החוסם את המשולש

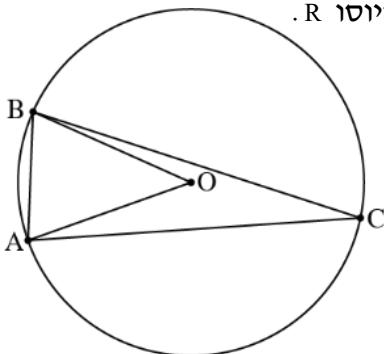
חותך את המיתר  $CE$  בנקודה D.

א. הוכח כי  $BD = DE$ .

ב. הוכח כי  $\triangle ADB \sim \triangle CEB$ .

ג. הוכח כי  $S_{\triangle CEB} = 2 \cdot S_{\triangle ADB}$ .

.5.



נתון כי  $\angle BAC = 80^\circ$ .

נסמן את הזווית  $\angle AOB$  ב- $\alpha$ ,  
ואת הצלע  $AB$  ב- $k$ .

a. הוכח כי  $\cos \alpha = 1 - \frac{k^2}{2R^2}$

נתון כי  $k = \frac{3}{4}R$ .

b. הבע באמצעות  $R$  ( בלבד) את שטח המשולש  $ABC$ .

נסמן ב- $r$  את רדיוס המעגל החסום במשולש  $AOB$ .

g. חשב את היחס  $\frac{R}{r}$ . בתשובה תחיש שתי ספרות אחרי הקודה העשרונית.

## פרק רביעי – חישוב דיפרנציאלי וaintגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רצינוליות ושל פונקציות טרייגונומטריות

.6.

נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{\sqrt{1-2x}}{x^2-x}$ .

a. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים  
(אם יש כאלה).

(3) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$   
המאונכות לצירים.

(4) מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).

b. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתון:  $f(k) = 1$ ,  $t < k < t$  הוא פרמטר.

g. קבע איזה מן הביטויים שלפניך גדול יותר. נמק את קביעתך.

$$\int_t^k f(x) dx \quad \text{או} \quad \int_t^k (f(x))^2 dx$$

d. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $(f(x))^2$

על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישרים  $x = -8$  ו- $x = -1$ .

7.

נתונה הפונקציה  $f(x) = \cos(mx) + \cos(2x)$ , המוגדרת לכל  $x$ .

$$m \text{ הוא פרמטר השונה מאפס. נתון כי בנקודה שבה } x = \frac{\pi}{4}$$



שיוף המשיק לגרף הפונקציה  $(x) f$  הוא  $-2$ .

א. הוכח כי  $m$  הוא מספרשלם שמתחלק ב- 4 ללא שארית.

הצב  $4 = m$  וענה על סעיפים ב-ד שלפניך.

ענה על סעיף ב בתחום  $0 \leq x \leq \pi$ .

ב. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $(x) f$ .

עם הצלרים.

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $(x) f$

וקבע את סוגן.

ענה על סעיפים ג-ד בתחום  $\pi \leq x \leq -\pi$ .

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $(x) f$ . הסבר את שיקוליך.

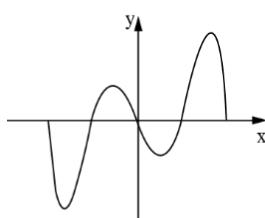
נתונה פונקציה  $k(x)$  המקיים:  $k(0) = 0$ ,  $k'(x) = f(x)$ .

ד. אחד מן הגרפים א-ד שלפניך מתרגם את הפונקציה  $k(x)$ .

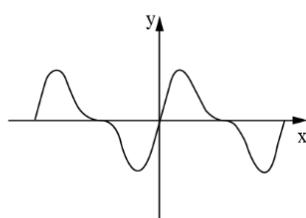
היעזר בתשובהך על סעיף ג וקבע איזה מן הגרפים שלפניך

מתאים לגרף הפונקציה  $k(x)$ . נמק את קביעותך.

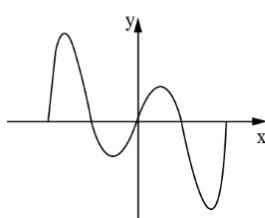
גרף ב



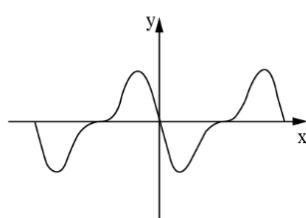
גרף א



גרף ד



גרף ג



8.

נתונות הפונקציות:

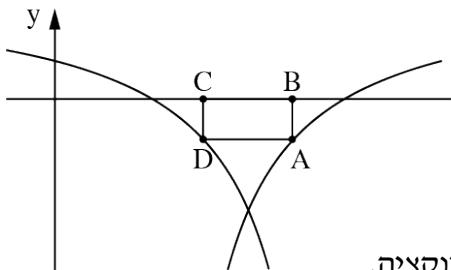
$$\cdot g(x) = \frac{x-3}{x-1}, f(x) = \frac{x-1}{x-3}$$



ענہ על סעיף א בעבור כל אחת  
משתי הƒונקציות  $f(x)$  ו-  $g(x)$ .

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הƒונקציה.  
 (2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גраф  
 הƒונקציה עם הצירים.

ב סרטוט שלפניך מתואר חלק מן הגраф של הƒונקציה  $(f)$ , חלק מן הגраф של הƒונקציה  $(g)$ , ומלבן החסום בינויהם ובין ציר ה-  $x$ .  
 צלע  $BC$  של המלבן מונחת על ציר ה-  $x$ , והצלע הנגדית,  $AD$ , מחברת בין נקודה על הגраф של  $(f)$  ובין נקודה על הגраф של  $(g)$ , כמפורט הסרטוט.  
 נסמן ב-  $t$  את שיעור ה-  $x$  של הנקודה  $A$ .  
 ב. קבע מהו תחום הערכים האפשרי של  $t$ .  
 ג. (1) הבע באמצעות  $t$  את אורך הצלע  $AB$ .  
 (2) הוכח ששיעור ה-  $x$  של הנקודה  $D$  הוא  $-4-t$ .  
 (3) הבע באמצעות  $t$  את שטח המלבן  $ABCD$ .  
 ד. מצא את  $t$  שבעבורו שטח המלבן  $ABCD$  הוא מקסימלי.



**תשובות ל מבחן בגרות מס' 11 – קיץ תשפ"א, 2021, מועד מיוחד:**

.1. א. (1) כנ. נימוק. (2) לא. נימוק. ב. (1) 1 . (2) הוכחה.

ג. (1) אינה נכונה. (2)  $a = -2$  .  
 $\frac{35}{792} \cdot 7$

.2. א. הוכחה. ב.  $T = n(n+1)d$  ג. 67

. 0.9748 ג.  $\frac{8}{13}$  (2) . 35% (1). ב. 40% א. 3

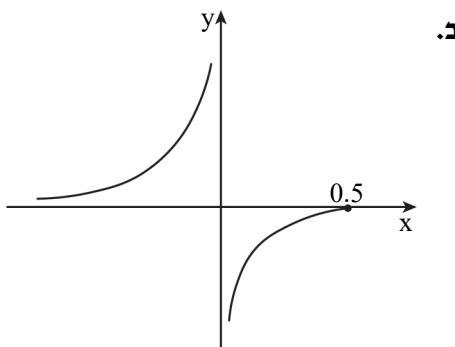
.4. א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה.

. 3.96 ג.  $0.72R^2$  ב.

.  $(x \rightarrow -\infty) y = 0 , x = 0$  (3) .  $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$  (2) .  $x \neq 0 , x \leq \frac{1}{2}$  (1). א. 6

. עליה: (4) או  $x < 0$  , ירידה: אין  $0 < x < \frac{1}{2}$

.  $\frac{35}{72} \int_t^k f(x) dx$  ג. גדול יותר. ד.

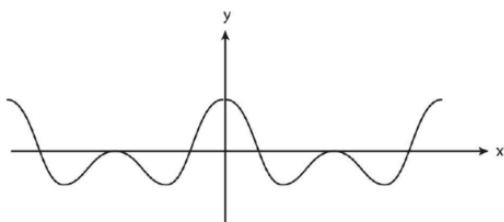


.7 א. הוכחה.

ב. (1) עם  $(0,2)$  :  $y$  עם  $\left(\frac{5\pi}{6}, 0\right), \left(\frac{\pi}{2}, 0\right), \left(\frac{\pi}{6}, 0\right)$  :  $x$

(2) מקסימום  $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ , מינימום  $(0.29\pi, -1.12)$ ,  $(0,2)$  מקסימום, מינימום  $(0.71\pi, -1.12)$ .

ד. גראן.



.גראן.

. $x \neq 1$  :  $g(x)$ ,  $x \neq 3$  :  $f(x)$  (1).ג .8

. $(0,3)$ ,  $(3,0)$  :  $g(x)$ ,  $(0,\frac{1}{3})$ ,  $(1,0)$  :  $f(x)$  (2)

. $2 < t < 3$  .ג

. $t = 2.41$  .ג . $\frac{(2t-4)(3-t)}{t-1}$  (3) (2) הוכחה. . $\frac{3-t}{t-1}$  (1).ג



42

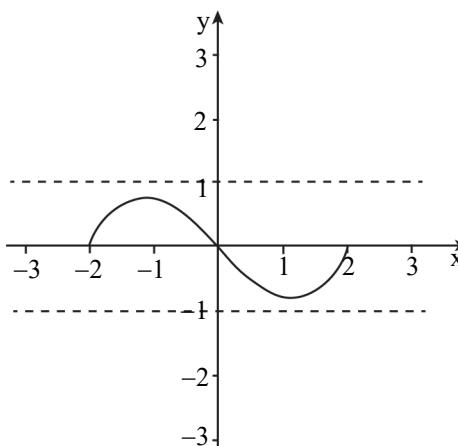
# מבחון בגרות מס' 12

**קיץ תשפ"א, מועד ב, 2021**

## פרק ראשון – שאלות קצרות

. 1. ענו על שלושה מארבעת הסעיפים.

a. בסרטוט שלפניך : גרף של פונקציה אי-זוגית  $f(x)$



בתחום  $-2 \leq x \leq 2$

והישרים  $y = 1$ ,  $y = -1$ .

קבע עבור כל אחת מן הטענות

הבאות אם היא נכונה

או לא. נמק.

$$\int_0^2 f(x)dx = 0.5 \int_{-2}^2 f(x)dx \quad (1)$$

$$\int_{-2}^0 f(x)dx > \int_0^2 (f(x))^2 dx \quad (2)$$



b. נתונה טבלת הסתברויות ובה מידע חלקי :

סה"כ	$\bar{A}$	A	
$2a$		$2a^2 - \frac{1}{8}$	B
			$\bar{B}$
1		a	סה"כ

(1) האם המאורעות A ו-  $\bar{B}$  תלויים זה בזה? נמק.

(2) נתון :  $P(A \cap B) = 5P(\bar{A} \cap \bar{B})$ . חשב את a.



ג. נתונה הפונקציה :  $f(x) = \frac{ax^2 + 10x - 12}{2x^2 - 10x + 12}$ .  $a$  הוא פרמטר חיובי.

ציר ה-  $x$  והאסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים  
יווצרים מלבן שטחיו 2.

(1) מהו הערך של הפרמטר  $a$  ?

(2) נתונה הפונקציה :  $g(x) = f(x + 3)$

מהו השטח של המלבן שנוצר על ידי ציר ה-  $x$   
והאסימפטוטות של הפונקציה  $(x) g$  המאונכות לצירים? נמק.

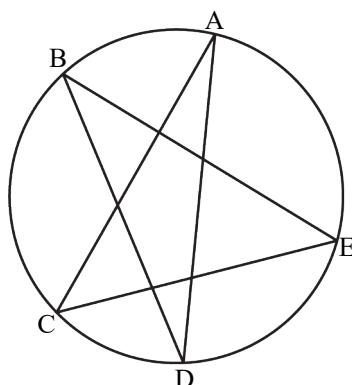


ד. במעגל שמרכזו בנקודה O חסום כוכב.

הנקודות E,D,C,B,A הן קודקודיו הכוכב (ראה סרטווט).

הוכח שסכום 5 חזויות של קודקודיו הכוכב :

$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 180^\circ.$$



## פרק שני – הסתברות, סדרות ואינדוקציה

.2. נתונה סדרה הנדסית אין-סופית,  $a_n$ , שאיabraה ... ,  $a_1$  ,  $a_2$  ,  $a_3$  , ומנה שלה  $q$ .

א. היבר את ערכי הסכומים שלפניך.

$$A = a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{40} \quad (1)$$

$$B = a_4 + a_8 + a_{12} + \dots + a_{40} \quad (2)$$



נתון כי  $a_n$  היא סדרה עולה וכי  $\frac{A}{B} = \frac{10}{9}$

ב. מצא את ערכו של  $q$ .

בונים מן הסדרה  $a_n$  הנתונה סדרה הנדסית אין-סופית  $b_n$

המקיימת לכל  $n$  טבעי:  $b_n = 3 \cdot a_{n+1}$

ג. מצא את המנה של הסדרה  $b_n$ .

בונים סדרה הנדסית אין-סופית חדשה: ...,  $-\frac{1}{b_1}, \frac{1}{b_2}, -\frac{1}{b_3}, \frac{1}{b_4}, \dots$

ד. היבר את הסכום של כל איברי הסדרה החדשה באמצעות  $a_1$ .

נתונה הסדרה:  $\frac{1}{a_1}, a_1, b_1$

ה. (1) האם ניתן לסדרה זו חישובונית? נמק את תשובתך  
X  
(2) האם ניתן לשדרה זו הנדסית? נמק את תשובתך.

.3

בתחרות ספרות שנערכت בבית ספר משתתפים תלמידים רבים.



כל משתתף צריך להצליח לעבור 3 מכהולים בזה אחר זה לפי הסדר.

משתתף שלא הצליח לעبور מכשול שונה מיד מן התחרות.

ההסתברות לעبور מכשול שונה מכשולו, אך שווה לכל המשתתפים.

משתתף שמסוגל שמליח לעبور את שלושת המכשולים עולה לשלב חצי הגמר.

28% מן המשתתפים בתחרות הצלicho לעبور את שני המכשולים הראשונים.

ההסתברות שמשתתף שמסוגל לעبور את שני המכשולים הראשונים יודחמן

התחרות גדולה פי 3 מן ההסתברות שהוא עלה לשלב חצי הגמר.

א. חשב את ההסתברות שמשתתף בתחרות עלה לשלב חצי הגמר.

ההסתברות שמשתתף יצליח לעبور את המכשול הראשון ולא יעבור את המכשול השני היא 0.42.

ב. חשב את ההסתברות שמשתתף בתחרות לא יצליח לעبور את

המכשול הראשון.

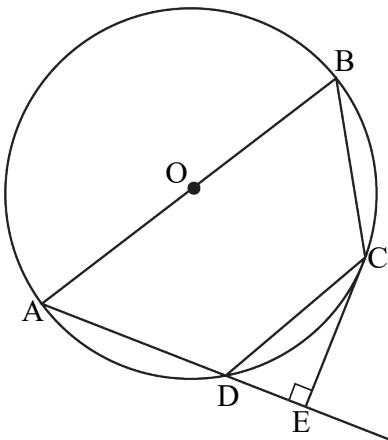
ג. בחרו באקראי שלושה משתתפים : עומר, גל וליאור.

ידועו שלושתם הצלicho לעبور את המכשול הראשון.

(1) חשב את ההסתברות שבדוק שניים מהם יעלו לשלב חצי הגמר.

(2) חשב את ההסתברות שבין השלושה, רק עומר וגל יעלו לשלב חצי הגמר.

## פרק שלישי – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור



4. מרובע ABCD חסום במעגל שמרכזו O.

הצלע AB היא קוטר.

E היא נקודה על המשך AD

. CE  $\perp$  AE

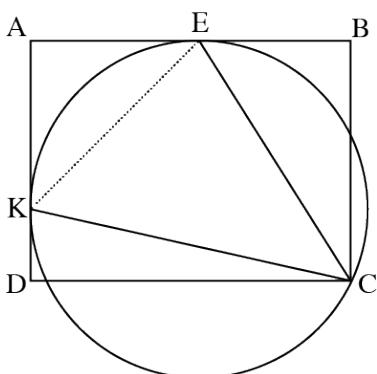
.  $\Delta CDE \sim \Delta ABC$



נתון גם :  $\frac{S_{\Delta CDE}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{1}{4}$ ,  $OD \perp AC$

. OC  $\perp$  AD

. CE משיק למעגל.



5. המרובע ABCD הוא מלבן

ששתים מצלעותיו, AB ו- AD

משיקים למעגל שרדיוסו R

בנקודות E ו- K בהתאם

(ראה סרטוט).

הנקודה C נמצאת על המעגל.

. א. הוכח כי  $\angle KCE = 45^\circ$

נתון :  $0^\circ < \alpha < 45^\circ$ ,  $\angle KCD = \alpha$

. ב. (1) הבע באמצעות  $\alpha$  את הזווויות של המשולש KCE.

. (2) הבע באמצעות R ו-  $\alpha$  את האורכים של צלעות המשולש KCE.

. ג. הבע באמצעות  $\alpha$  את היחס  $\frac{EB}{AE}$

נתון :  $\frac{EB}{AE} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

. ד. חשב את  $\alpha$ .

## פרק רביעי – חישובו דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רצינואליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 - a^2}}$ ,  $a > 0$  הוא פרמטר.

הבע את תשובה תיכן באמצעות  $a$ , אם יש צורך.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

ב. הוכח כי הפונקציה  $f(x)$  היא זוגית.

ג. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{1}{(x^2 - a^2)}$  שתחום ההגדרה שלה זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

ד. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.

נתונה הפונקציה  $g(x) = \frac{1}{(f(x))^2}$ . תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$  זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

ה. הסתמך על הטעיפים הקודמיים וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

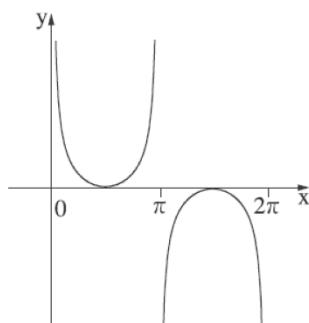
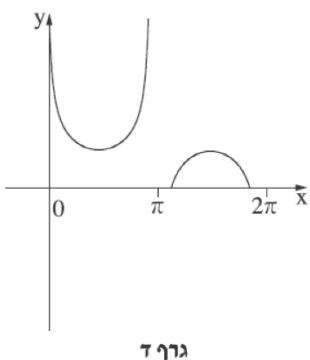
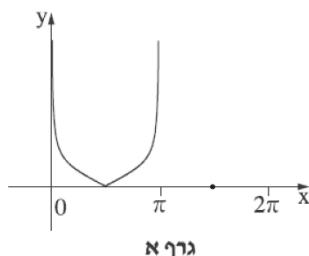
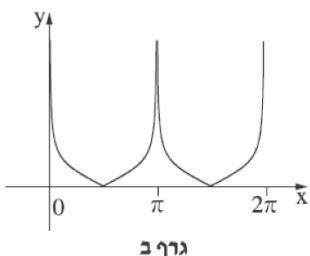
הציב:  $a = 2$ .

ו. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $g(x)$  על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי

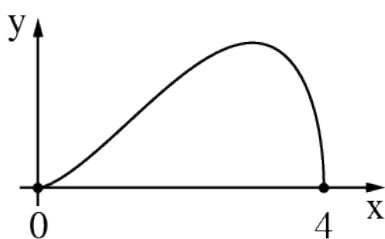
הישרים  $x = 3$  ו-  $x = 4$ .

7. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{\cos^2(x)}{\sin(x)}$ . ענה על הסעיפים שלפניך בתחום  $0 \leq x \leq 2\pi$ .

- א.**
- (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
  - (2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$ .
  - (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .
  - (4) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.
- ב.** סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- נתונות שתי פונקציות:  $g(x) = \sqrt{f(x) - 3}$ ,  $k(x) = f(x) - 3$ .
- ג.** אחד מן הגרפים א-ד שלפניך מתאר את הפונקציה  $k(x)$ , ואחד מן הגרפים מתאר את הפונקציה  $g(x)$ .
- קבע איזה מן הגרפים מתאר כל אחת מן הפונקציות, ונמק את קביעותיך.



8. ביטווט של פונקציית מוצגת



.  $f(x) = \sqrt{a \cdot x^4 + b \cdot x^3}$  הנקציה נתון בתחום הגדירה של



. הנקציה  $f(x)$  הוא  $0 \leq x \leq 4$ .

א. (1) הוכח כי  $a \cdot -4 = b$

(2) לפניך שתי טענות I-II.

רק אחת מהן נכונה.

קבע מהי הטענה הנכונה, וنمוק את קביעתך.

I.  $a > 0, b < 0$

II.  $a < 0, b > 0$

הנקודה P נמצאת על גרף הנקציה  $(f(x))^2$  המוגדרת גם בתחום

$0 \leq x \leq 4$ . מנוקודה P מעבירים ישר המאונך לציר ה- $x$ . M היא

נקודות החיתוך של האנך עם ציר ה- $x$ , ו-0 היא ראשית הצירים.

ב. מהו שיעור ה- $x$  של הנקודה P שבuboרו שטח המשולש PMO הוא מקסימלי? נמק את תשובתך.

ג. בעבור שיעור ה- $x$  שמצוות בסעיף ב, בטא באמצעות a את השטח המקסימלי של המשולש PMO.

ד. אם ידוע כי שיעור ה- $x$  של הנקודה P נמצאת בתחום שבו הנקציה  $(f(x))^2$  אינה יורדת, מהו שיעור ה- $x$  של הנקודה P שבuboרו שטח המשולש PMO הוא מקסימלי? נמק את תשובתך.

## תשובות ל מבחן בגרות מס' 12 – קיץ תשפ"א, מועד ב, 2021:

. 1. א. (1) אינה נכונה. נימוק. (2) נכונה. ב. (1) כן. נימוק. ב. (2) . a = 4 (1).

ג. 2 (2) . a = 4 (1).

$$\cdot -\frac{1}{12a_1} \cdot q \cdot q = 3 \cdot q = 3 \cdot q \cdot \frac{a_1q^3(q^{40}-1)}{q^4-1} \quad (2) \quad \cdot \frac{a_1q(q^{40}-1)}{q^2-1} \quad (1) \quad \text{א. 2}$$

ה. (1) לא. (2) כן.

. 3. א. 0.009 (2) . 0.027 (1) ב. 0.3 ג. 0.07.

. 4. א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה.

. 5. א. הוכחה.

. ב.  $\angle KCE = 45^\circ$  ,  $\angle CEK = 90^\circ - \alpha$  ,  $\angle CKE = 45^\circ + \alpha$  (1)

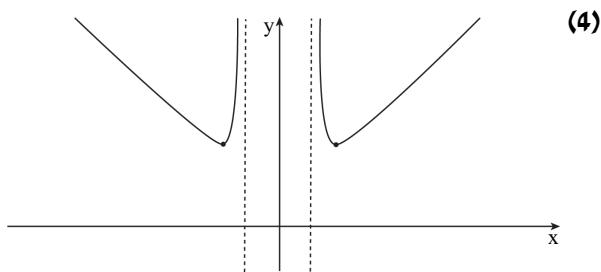
. KE =  $\sqrt{2}R$  , CK =  $2R\cos\alpha$  , CE =  $2R\sin(45^\circ + \alpha)$  (2)

$$. 22.5^\circ \cdot \frac{EB}{AE} = 2\sin(45^\circ + \alpha) \cdot \sin(45^\circ - \alpha) = \sin(90^\circ + 2\alpha) = \cos 2\alpha \quad \text{ג.}$$

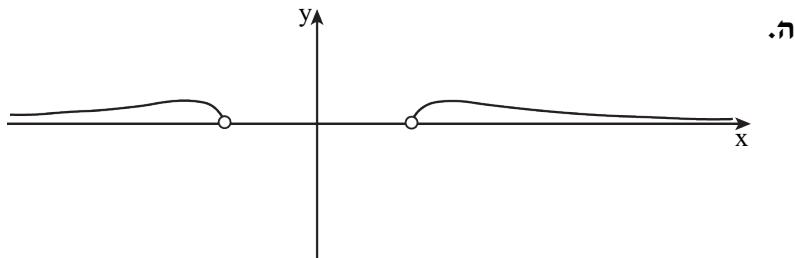
. 6. א.  $x < -a$  ו  $a < x$  ב. הוכחה.

. ג. (1) אין. (2) . x = -a , x = a

. (3) מינימום  $(-\sqrt{2}a, 2a)$  , מינימום  $(\sqrt{2}a, 2a)$



.  $(-\sqrt{2}a, 4a^2)$ ,  $(\sqrt{2}a, 4a^2)$  .  
ט.



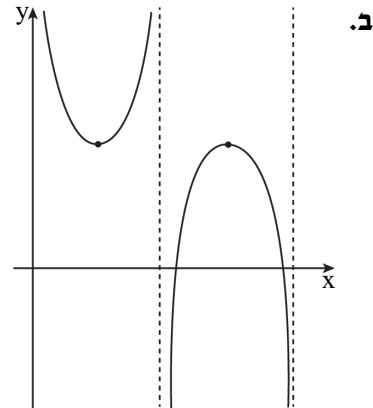
.  $\frac{71}{1,296}$  .  
ו.

.  $x = 0$ ,  $x = \pi$ ,  $x = 2\pi$  (2) .  $x \neq \pi$ ,  $0 < x < 2\pi$  (1). נ . 7

,  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$  או  $\pi < x < 1.5\pi$  (3) עליה :

.  $0 < x < \frac{\pi}{2}$  או  $1.5\pi < x < 2\pi$  ירידיה :

.  $(\frac{\pi}{2}, 3)$ ,  $(\frac{3\pi}{2}, 3)$  מקסימום מינימום (4)



. גרף ג', גרף א':  $g(x)$ ,  $k(x)$  .ג.

.  $x = 3$  .ט . $-41.94a$  .ג . $x = 3.2$  .ט .II (2) .א (1) הוכחה . 8



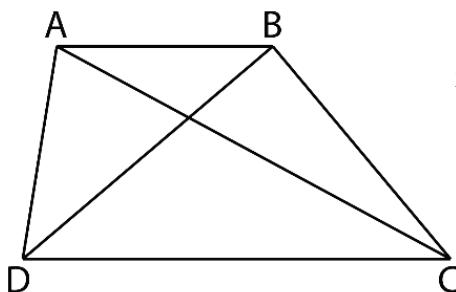
43

## מבחן בגרות מס' 13

**חולף תשפ"ב, מועד א, 2022**

**פרק ראשון – שאלות קצרות**

**1.** ענו על שלושה מארבעת הסעיפים.



א. לפניך טרפז  $(AB \parallel CD)$   $ABCD$ .

נתון: שטח המשולש  $ADC$  הוא 24

ושטח המשולש  $ADB$  הוא 12.

(1) חשב את היחס בין אורך

הבסיס הגדל

ובין אורך הבסיס הקטן

של הטרפז  $ABCD$ .

(2) חשב את שטח הטרפז  $ABCD$ .



ב. (1) הוכח באינדוקציה כי לכל  $n$  טבעי מתקאים:

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$$

(2) חשב את הסכום:



ג. בעבור כל אחת מן הטענות (1) – (2) שלפניך,

קבע אם היא נכונה לכל  $x$ . נמק.

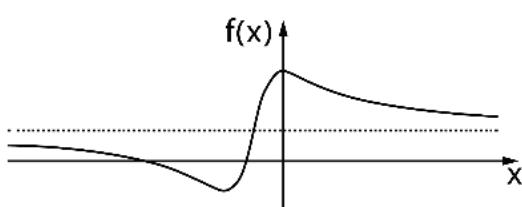


$$\cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \quad (1)$$

$$\cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \quad (2)$$

ד. לפניך הגרף של פונקציה  $f(x)$ ,

המוגדרת לכל  $x$ .



לפונקציה  $f(x)$   
אסימפטוטה אופקית  
שמשוואתה היא  
(ראה סרטוט),

ו- 2 נקודות קיצון בדיק:  
נקודות מקסימום (0,3)  
ונקודות מינימום (-2,-1).

נדיר את הפונקציה  $g(x) = f(-x) + 1$ . גם הפונקציה  $g(x)$  מוגדרת לכל  $x$ .

(1) מצא את משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקציה  $g(x)$ . נמק.

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ , וקבע את סוגן.

## פרק שני – הסדרות, סדרות ואיינדוקציה

.2. נתונה סדרה חשבונית עולה A שאיבריה הם  $a_1, a_2, a_3, \dots$ , והפרשה  $d$ .

מסמנים  $S_n$  את סכום  $n$  האיברים הראשונים בסדרה A, כלומר  $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ , לכל  $n$ .

מגדירים סדרה חדשה B, שאיבריה הם  $b_1, b_2, b_3, \dots$ , איברי הסדרה B הם  $b_n = S_{n+1} - S_n$ , כלומר  $b_n$  הוא הפרש טבעי.

א. (1) האם הסדרה B היא סדרה חשבונית? תשובתך נמק.

ב. (2) האם הסדרה B היא סדרה חשבונית? תשובתך נמק.

מסמנים ב-  $T_n$  את סכום  $n$  האיברים הראשונים בסדרה B, לכל  $n$  טבעי.

ב. הוכיח כי לכל  $n \geq 1$  מתקיים  $T_n = \frac{(b_1 + b_2)(b_1 - b_2) + (b_3 + b_4)(b_3 - b_4) + \dots + (b_{n-1} + b_n)(b_{n-1} - b_n)}{-d}$

$$\text{נתון: } b_1^2 - b_2^2 + b_3^2 - b_4^2 + \dots + b_{39}^2 - b_{40}^2 = -50$$

ג. חשב את  $b_1 + b_2 + \dots + b_{40}$ . האם אפשר להיעזר בביטוי  $T_n$ ?

מחברים בזיה אחר זה את סכום האיברים הראשונים בסדרה A הנמצאים במקומות האיזוגיים, החל באיבר הראשון.

ד. מהו המספר המינימלי של איברים שיש לחבר באופן זה כדי שהסכום יהיה מסויים?

כדי שהסכום שיופיע בסיום יהיה מסויים, צריך שסכום איברים שולם? נמק.

.3

בקופסה יש שלוש סוכריות בטעמ תות ושתי סוכריות בטעם מנטה.



• 1

• 1

אם הסוכריות היא בטעם מנטה – הוא מוחזיר אותה לקופסה, ואם היא בטעם תות – הוא אוכל אותה מייד. ליאור מוציאו מן הקופסה שלוש סוכריות בזו אחר זו באופן המתואר בתחלת השאלה.

(ג) חשב את היחסות שליאור יאל בדיק סובייה אchte.

(2) חשב את ההסתברות שליאור אכל את הסוכריות השנייה שהוא הוציא,  
אם ידוע כי ליאור אכל בדיק סוכריות אחת.

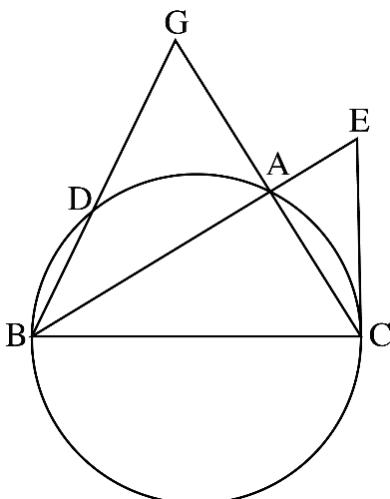
ב. ליאור מוציא מן הקופסה **ח** סוכריות בזו אחר זו באופן המתוואר בתחילת השאלה. היב בעזרת **ח** את ההסתברות שליאור יאכל סוכריה אחת לפחות.

ג. ליאור קיבל שתי קופסאות סוכריות, כל אחת מהן זהה לקופסה המתוארת בתחילת השאלה.

ליאור מוציא שלוש סוכריות מכל אחת משתי הקופסאות, באופן המתואם בתחילת השאלה.

חשב את ההסתברות שליאור יוכל לבדוק שלוש סוכריות, שלושתן מאותה קופסה.

## פרק שלישי – גאומטריה וטריוגונומטריה במישור



4. משולש ABC חסום במעגל שרדיוסו R (ראה סרטווט). הצלע BC היא קוטר במעגל.



AG הוא המשך הצלע CA.

הקטע GB חותך את המעגל

בנקודה D. נתון: GA = AC.

a. הוכח כי הישר AB חוצה את GBC.

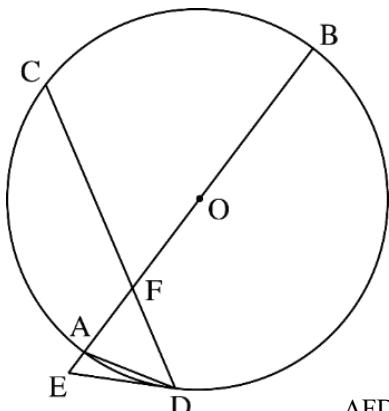
b. הוכח כי  $\Delta GBC \sim \Delta GAD$ .

$$\text{נתון כי } \frac{S_{DBCA}}{S_{GAD}} = 15.$$

g. הביע באמצעות R את אורך הצלע AC.

דרך הנקודה C העבירו משיק למעגל שחותך את המשך הקטע BA בנקודה E.

d. חשב פי כמה גדול שטח המשולש CBE משטח המשולש ABC.



5. AB הוא קוטר במעגל שרדיוסו R ומרכזו O.

הmittor CD חותך את הקוטר AB בנקודה F. המשיק למעגל בנקודה D חותך את המשך הקוטר AB בנקודה E (ראה סרטווט).

נסמן:  $\angle ADE = \alpha$

a. הראה כי  $\angle BAD = 90^\circ - \alpha$ .

נתון כי  $ED = FD$ .

b. הביע באמצעות  $\alpha$  את גודל  $\angle CDA$ .

g. הביע באמצעות R ו- $\alpha$  את שטח המשולש AFD.

d. (1) הבע באמצעות  $\alpha$  את יחס השטחים  $\frac{S_{AFD}}{S_{AED}}$ .

$$(2) \text{ נתון כי } \frac{S_{AFD}}{S_{AED}} = 1 + \sqrt{3}. \text{ מצא את } \alpha.$$

**פרק רביעי – חשבון דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינומים,  
של פונקציות שורש, של פונקציות רצינאליות ושל פונקציות טריגונומטריות**

6. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x^2}{(x^3 - m)^2}$ ,  $m$  הוא פרמטר חיובי.

א. הביע את תשובה תיך באמצעות  $m$ , אם יש צורך.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .



(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$ .

המאונכות לצירים.

ידוע כי לפונקציה  $f(x)$  יש נקודת קיצון בנקודת שבה  $x = (-1)$ .

ב. מצא את הערך של  $m$ .

הצב בפונקציה  $f(x)$  את הערך של  $m$  שמצאת, וענה על השיעיפים ג-ה.

ג. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ה. נתונה הפונקציה  $f(x) = k \cdot g(x)$ ,  $k$  הוא פרמטר שלילי.

(1) סרטט סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

(2) דרך נקודות הקיצון השמאלית של  $g(x)$  מעבירים אנך לציר ה- $x$ .

נתון כי השטח המוגבל על ידי האנך, על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$

ועל ידי ציר ה- $x$  הוא 1 (השטח שמי민 לאנך).

מצא את הערך של  $k$ .

7. נתונה הפונקציה  $f(x) = 3x + 2 \cdot \sqrt{x^2 - 2x}$ .

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .



(2) מצא תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת  $(x)$ .

(3) מצא את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים

של פונקציית הנגזרת  $(x)$ .

(4) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף פונקציית הנגזרת  $(x)$  עם

ציר ה- $x$ . בתשובהך דיק שתי ספרות אחורי הנקודה העשורה.

(5) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $(x)$ , אם ידוע כי

לפונקציית הנגזרת  $(x)$  אין נקודות קיצון.

ב. (1) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $(x)$ , וקבע את סוגן.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $(x)$ .

ג. האם ניתן שישר שמשוואתו  $c = 4x + y$  (c פרמטר) ישיק לגרף

הפונקציה  $(x)$ ? נמק.



8. תעלחת הראשית ברוחב קבוע  $a$  מחוברת

בניצבת נקודה  $C$  בפונקציית ברוחב קבוע  $b$ .

הנקודה  $C$  נמצאת בדרכן המפגש בין דופן של

התעלה הראשית, ובין דופן של התעלה המשנית (ראה סרטט). נזקפת מתחו  
סכר ישר, שיוצא מן הנקודה  $C$  ועובר דרך גURA

הראשית, יעבור דרך הנקודה  $B$  ועובר דרך גURA

הנקודה  $B$  שבדופן התעלה המשנית, וכן גURA

יצור זווית שוגוליה בין צדדי הגURA  $CD$  לצלילה המשנית, כמפורט בסרטוט.

א. הבע באמצעות  $a$  ו- $x$  את אורך הסכר  $CB$ .

נתון כי  $2b$

ב. מאי  $a > b$  שבעבורו אורך הסכר  $AB$  יהיה מינימלי?

ג. מאי  $a > b$  האורך המינימלי של הסכר הוא 8. מצא את

תשובות ל מבחן בגרות מס' 13 – חורף תשפ"ב, מועד א, 2022 :

. 1. א.  $\frac{DC}{AB} = \frac{2}{1}$  (1) . ב. (2) הוכחה.  $S_{ABCD} = 36$  . 5,865 .

ג. (1) נכונה לכל- $x$  . נימוק. (2) אינה נכונה לכל- $x$  . נימוק.

. 2. מינימום. (0,4) (2) .  $y = 2$  (1) . ב. מקסימום, (2,0)

. 3. א. (1) כנ. (2) לא. ב. הוכחה. ג. 14 איברים.  $d = \frac{1}{2}$  ,  $b_1 = -5$

$$. 0.0128 . \text{ג.} . 1 - \left(\frac{2}{5}\right)^n . \text{ב.} . \frac{20}{61} = 0.32787 \quad (2) . 0.366 \quad (1) . \text{א.} . 3$$

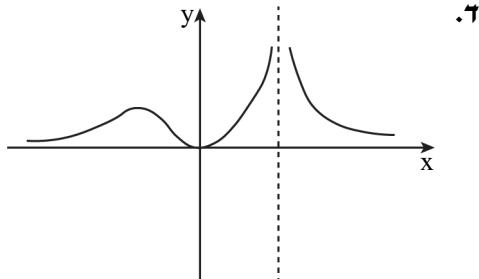
. 4. א. הוכחה. ב. הוכחה. ג.  $AC = \frac{1}{2}R$  . ב. פי .  $\frac{16}{15}$

. 5. א. הוכחה. ב. הוכחה. ג.  $\frac{R^2 \sin \alpha \sin 2\alpha \sin 3\alpha}{\cos 2\alpha} = R^2 \tan 2\alpha \cdot \sin \alpha \cdot \sin 3\alpha$

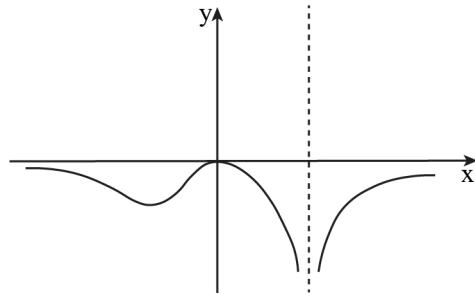
$$. \alpha = 15^\circ \quad (2) . \frac{\sin 3\alpha}{\sin \alpha} \quad (1) . \text{ג.}$$

. 6. ב.  $y = 0$  ,  $x = \sqrt[3]{m}$  (2) .  $x \neq \sqrt[3]{m}$  (1) . א .  $m = 2$

ג. מינימום,  $(0,0)$  מקסימום,  $\left(-1, \frac{1}{9}\right)$



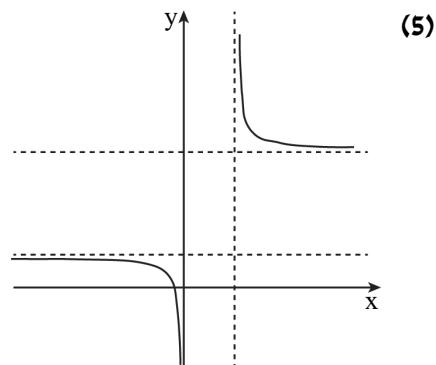
.  $k = -18$  (2)



(1).נ

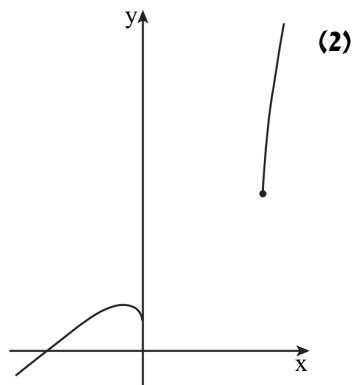
.  $x < 0 \quad \text{או} \quad x > 2$  (2) .  $x \leq 0 \quad \text{או} \quad x \geq 2$  (1).נ .7

.  $(-0.342, 0)$  (4) .  $(x \rightarrow -\infty) \ y = 1$  ,  $(x \rightarrow +\infty) \ y = 5$  ,  $x = 0$  ,  $x = 2$  (3)



(5)

ב. (1) מקסימום  $(0, 0)$  , (2, 6) מינימום ,  $(-0.342, 0.764)$  (1)



ג. לא.

.  $b = 1.922$  .  
 .  $(38.44^\circ)$   $x = 0.671$  .  
 .  $AB = \frac{b}{\sin x} + \frac{a}{\cos x}$  .  
 .8

חורף תשפ"ב, מועד נבראים, 2022

## **פרק ראשון – שאלות קצרות**

ל. ענו על שלושה מארבעת השיעיפים.

א. נתון מרובע ABCD שבו גודלי הצלויות מהווים סדרה חשבונית עולה.

איברי הסדרה הם  $a_1, a_2, a_3, a_4$

הוכיח כי אם מתקיים  $\triangle A = a_1$ ,  $\triangle B = a_2$ ,  $\triangle C = a_4$ ,  $\triangle D = a_3$ , אז אפשר לחסום את המרובע ABCD במעגל.

**ב.** נתנו מגדל סוביות ובו 5 קומות (ראה ציר).

### הקוונה הת- 25 קוביית דנובה מ-

המסודרות בצד ימין.

הקוביות מעלייה בנוין

המסודרות בצורת ריבוי

וכך הלאה עד לקומה ה

שבה יש קובייה אחת.

(1) כמה קוביות סך הכל נדרשו לבנות באותו אופן מגדל ש

**(2) נתנו מגדל ובו 10 קומות, ובאותו אגף בנווי המגדל המתואר  
בתחילת סעיף ב. בנות ציריך להוסיפה, כדי שייהיו בו 100  
ហומת הרוגניות. אונפני פרנו את חישורין**

תוכל להזמין אותה (לכל ח' טبعי):

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

ג. נתונה הפונקציה  $f(x) = [\cos(x - \pi) + \cos(\pi - x)]^2 + 4(\sin(-x))^2 - 5$ . נמק את תשובתך.



האם לפונקציה  $f(x)$  יש נקודות חיתוך עם ציר ה- $x$ ? נמק את תשובתך.

ד. הגרף שלפניך מתאר את הפונקציה  $g(x)$ .

תחום ההגדרה שלה הוא  $x \neq -1$ .

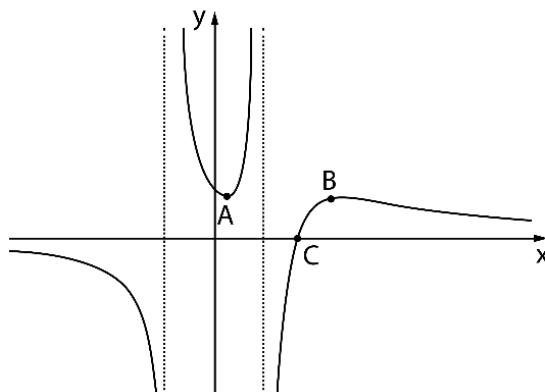
הישרים  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = -1$  הם אסימפטוטות של הפונקציה  $g(x)$ .

הנקודה  $A(0.3, 1)$  היא נקודת המינימום היחידה של הפונקציה  $g(x)$ ,

הנקודה  $B(3, 1)$  היא נקודת המקסימום היחידה של הפונקציה  $g(x)$

והנקודה  $C(2, 0)$  היא נקודת החיתוך היחידה של גраф הפונקציה  $g(x)$ .

עם ציר ה- $x$ .



(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $\frac{1}{g(x)}$ .

(2) בכמה נקודות נפגשים הגרף של  $g(x)$  והגרף של  $\frac{1}{g(x)}$ ? נמק את תשובתך.

## פרק שני – הסדרות, סדרות ואיינדוקציה

2. נתונה סדרה הנדסית A שאיבריה הם  $a_1, a_2, a_3, \dots$ , ומנתה היא q.

ב. כל איברי הסדרה A שונים מאפס.

א. האם הסדרה  $\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_3}, \dots$  היא סדרה הנדסית? הוכיח את תשובתך.

ב. (1) מסמנים ב-  $S_n$  את הסכום של n האיברים הראשונים של הסדרה A (n טבעי).

$$\text{הוכיח כי לכל } n \text{ מתקיים : } \frac{S_n}{a_1 \cdot a_n} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_n}$$

(2) נתון :  $q = 3$  ,  $a_1 = 1$  . סכום n האיברים הראשונים בסדרה A

$$\text{גדל פי } 6561 \text{ מן הסכום : } \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_n}$$

מצאו את n.

הסדרה B מתקבלת מן הסדרה A על ידי הפיכת הסימנים של האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה A.

איברי הסדרה B הם  $b_1, b_2, b_3, \dots$ .

נסמן ב-  $T_m$  את הסכום של m האיברים הראשונים של הסדרה B. נתנו כי m הוא מספר טבעי אי-זוגי.

ג. נתונה נוסחה :  $\frac{T_m}{b_1 \cdot b_m} = \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} - \dots + \frac{1}{a_m}$

קבע אם הנוסחה נכונה. הוכיח את תשובתך.

.3

כדי להתקבל ללימודים במכיליה מסוימת יש לעבור מבחן קבלה.

כל השאלות ב מבחון הן מtopic מאגר שיש בו  $\pi$  שאלות שונות.

לנבחנים יש גישה למאגר והם יכולים להתכוון ל מבחון באמצעותו.

ביום הבחינה, כל נבחן מוציא באקראי מtopic קופסה מלאה בפתרונות שלושה פתקים בזיה אחר זה, ללא החזרה.

בכל אחד מן הפתקים כתובה שאלה אחת מתוך מtopic מאגר השאלות.

מספר הפתקים שב קופסה שווה למספר השאלות שבמאגר,

ובכל פתק כתובה שאלה אחרת.

לאחר שהוציא הנבחן שלושה פתקים מן הקופסה וקרא את שלוש השאלות, הוא מחזיר את שלושת הפתקים לקופסה.

הנבחן יתקבל למכללה אם הוא יענה נכון על שתי שאלות לפחות מתוך שלוש השאלות שבפתרונות שהוא הוציא.

נתנה הוכן ל מבחון באמצעות מאגר השאלות.

הוא ידע לענות נכון רק על 20 שאלות מתוך  $\pi$  השאלות שבמאגר.

על שאר השאלות הוא לא ידע לענות נכון.

ידוע כי ההסתברות של נתנה לענות נכון על שאלה אחת לפחות מבין שתי

השאלות שבשני הפתקים הראשונים שהוא הוציא היא  $\frac{34}{69}$ .

א. (1) מצא את  $\pi$ .

(2) מהי ההסתברות שנתנה יתקבל למכללה?

ב. אם ידוע כי נתנה התקבל למכללה, מהי ההסתברות שהוא לא ענה נכון על השאלה שבפתק הראשון שהוא הוציא?

רמי הוכן גם הוא ל מבחון באמצעות מאגר השאלות.

הוא ידע לענות נכון על 40 שאלות מתוך  $\pi$  השאלות שבמאגר.

על שאר השאלות הוא לא ידע לענות נכון.

ג. האם ההסתברות שרמי יענה נכון על כל שלוש השאלות שבפתרונות שהוא הוציא באקראי גודלה פי 2 מני ההסתברות שנתנה יענה נכון על כל שלוש

השאלות שבפתרונות שהוא הוציא באקראי?

نمך את תשובה.



### פרק שלישי – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

. 4. בציור שלפניך מתואר משולש שווה-שוקיים  $ABC$ ,  $AB = BC$ , נקודה  $D$  הנמצאת על השוק  $BC$  הורידו אנך לבסיס,



והוא חותך אותו בנקודה  $K$ . מנקודה  $E$  מנקודה הנמצאת על השוק  $BA$

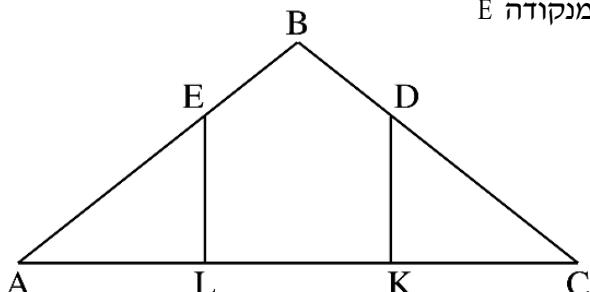


הורידו אנך לבסיס,

והוא חותך אותו בנקודה  $L$ . נתון :

$AL = LK = KC$ .

א. חשב את  $\frac{BD}{DC}$ .



הקטועים  $DL$  ו-  $EK$  נפגשים בנקודה  $G$ .

ב. הוכח כי המרובע  $BDGE$  הוא דלתון.

נתון :  $AC = 45$ . היקף המרובע  $EDKL$  הוא 54.

ג. חשב את אורך הקטע  $BG$ .

ד. האם קיימת נקודה  $F$  שנמצאת על הישר  $BG$  שעבורה המרובע  $BDFE$  הוא בר-חסימה במעגל? נמק את תשובתך.

. 5.

בציור שלפניך מתואר משולש שווה-שוקיים  $ABC$ ,  $AB = AC$ , שחסום במעגל שרדיוסו  $R$ .



האריכו את הבסיס  $BC$  עד לנקודה  $D$

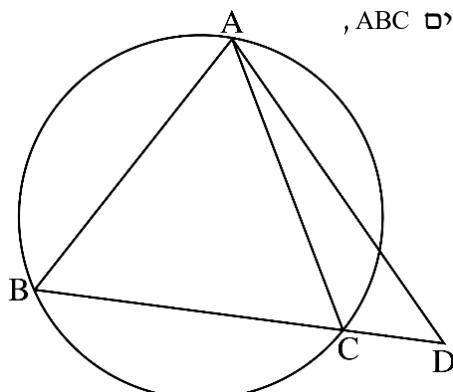
והעבירו ישר מנקודה  $D$  לנקודה  $A$ .

נתון :  $\angle BAC = \alpha$ ,  $\angle CAD = 2\alpha$ .

א. הוכח כי רדיוס המרجل החוסם

את משולש  $ABD$  שווה לרדיוס

המעגל החוסם את משולש  $ACD$ .



ב. הבע את שטח משולש  $ACD$  באמצעות  $R$  ו-  $\alpha$ .

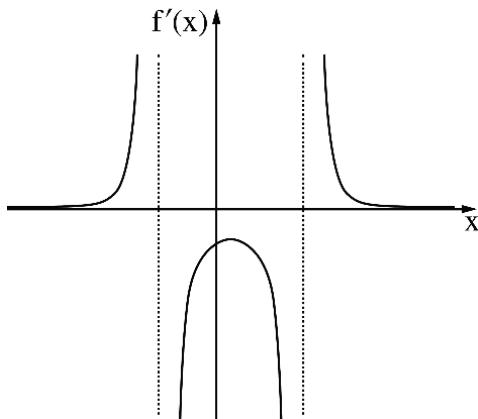
נסמן ב-  $m$  את היחס בין שטח המשולש  $ACD$  לבין שטח המשולש  $ABC$ .

ג. (1) האם ניתן כי  $m = 0.5$ ? נמק את תשובתך.

(2) נתון כי  $m = 0.6$ . מצא את גודלי זוויות המשולש  $ABC$ .

## פרק רביעי – חישובון דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רצינואליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתונה פונקציה  $f(x)$  המוגדרת בתחום  $x < b$ ,  $b < x < c$ ,  $c < a$ .



וגורלה בכל תחום הגדרתה.  
בפרטות שלפניכך מתואר הגרף  
של פונקציית הנגזרת  $(f'(x))'$ .

לפונקציית הנגזרת  $(f'(x))'$

יש נקודת קיצון אחת בלבד.

ושלוש אסימפטוטות המאונכות לצירים:

$x = c$ ,  $x = b$ ,  $y = 0$ .

שיעור ה- $x$  של נקודת הקיצון של

פונקציית הנגזרת  $(f'(x))'$  הוא  $a$ .

$a$ ,  $b$  ו- $c$  הם פרמטרים.

א. הבע את תשובותיך באמצעות  $a$ ,  $b$  ו- $c$ , אם יש צורך.

(1) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה ( $\cup$ ) ואת תחומי הקעירות

כלפי מטה ( $\cap$ ) של הפונקציה  $f(x)$ .

נתון כי גרף הפונקציה  $f(x)$  עובר בנקודת  $(a, 0)$ .

ב. סרטט סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

$$\text{נתון גם כי } f(x) = \frac{18 - 36x}{(x^2 - x - 6)^2}$$

ג. מצא את  $a$ ,  $b$  ו- $c$ .

ד. (1) הראה כי בתחום  $b < x < c$  מתקיים:  $f'(x) \cdot (f(x))^2 \leq 0$ .

(2) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ ,

על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישרים  $x = 2a$  ו- $x = b$ .

. 7. נתונה הפונקציה  $f(x) = \tan(x) + \frac{1}{x}$

 ענה על הסעיפים א-ב בעבור התחום  $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$ .

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לציר ה- $x$ .

גרף הפונקציה  $f(x)$  חותך את ציר ה- $x$  בתחום הנתון בנקודה אחת בלבד  
ששיעוריה  $(0, 2.798, 0)$  בקירוב.

ב. מצא את תחומי החיביות ואת תחומי השילילות של הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה גם הפונקציה  $g(x) = \frac{\cos(x)}{x}$ , המוגדרת לכל  $x \neq 0$ .

ג. האם הפונקציה  $g(x)$  היא זוגית, אי-זוגית, או לא זוגית  
ולא אי-זוגית? הוכיח את תשובה.

ד. (1) הראה כי בתחום  $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$  שיעור ה- $x$  של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$

הfonקציה  $g(x)$  שווה לשיעור ה- $x$  של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$   
עם ציר ה- $x$ , וקבע את סוגה של נקודות קיצון זו.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$  בתחום  $-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$

. 8. חותכים חוט שאורכו  $k$  לשני חלקים. מחלק אחד של החוט יוצרים

 משולש שווה-צלעות ומן החלק الآخر יוצרים מעגל.

 נסמן ב- $x$  את אורך צלע המשולש.

א. הבן באמצעות  $k$  את תחום ההגדרה של  $x$ .

ב. הבן באמצעות  $k$  את אורך צלע המשולש,

שבוורו סכום השטחים של שתי הצורות הוא מינימלי.

ג. הראה כי כאשר סכום השטחים של שתי הצורות הוא מינימלי,

אי אפשר לחסום את המשולש שהתקבל במעגל שהתקבל.

**תשובות ל מבחן בגרות מס' 14 – חורף תשפ"ב, מועד נבחרים, 2022:**

.**1.** א. הוכחה. ב. (1) 140 קוביות. (2) 337,965 קוביות.

ג. אין נקודות חיתוך עם ציר ה- $x$ . ד. (1) 4 פעמים. (2)  $x \neq 2, x \neq -1, x \neq 1$ .

.**2.** א. כנ. ב. (1) הוכחה. (2)  $n = 9$ . ג. הנוסחה נכונה.

.**3.** א.(1)  $n = 70$ . ב.  $\frac{25}{84}$ . ג.  $\frac{76}{391}$ . הדסתיירות אינה גדולה פי 2.

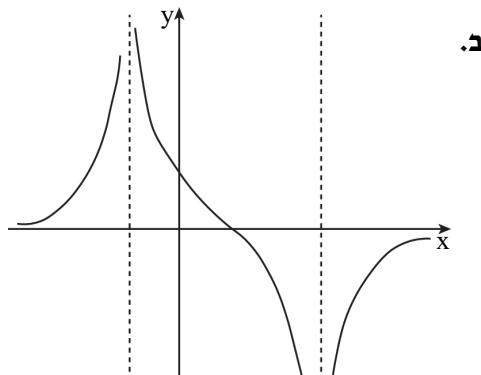
.**4.** א.  $\frac{1}{2}$ . ב. הוכחה. ג. 12. ד. כנ.

.**5.** א. הוכחה. ב.  $R^2 \cos^2 \alpha \tan 2\alpha$ . ג.(1) לא יתכן. (2)  $33.56^\circ, 73.22^\circ$ .

.**6.** א.(1) עליה:  $b < x < c$  או ירידה:  $x < b$  או  $x > c$ .

,  $b < x < a$  או  $x < b$  : (2) תחומי הקעירות כלפי מעלה ( $\cup$ )

. $c < x$  או  $a < x < c$  : (1) תחומי הקעירות כלפי מטה ( $\cap$ )



. $c = 3, b = -2, a = \frac{1}{2}$ .

.**7.** (1) הוכחה. (2)  $\frac{1}{12}$ .

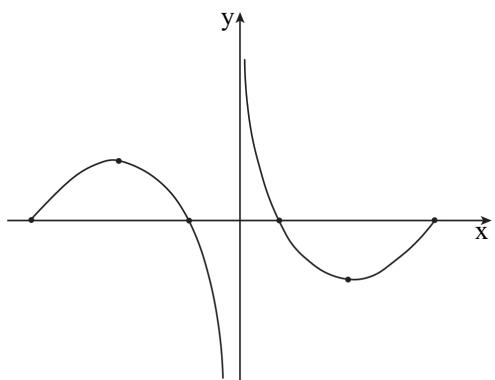
. א.  $x = 0$  ,  $x = \frac{\pi}{2}$  ,  $x = \frac{3\pi}{2}$  (2) .  $0 < x < \frac{\pi}{2}$  או  $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$  (1).

. ב. תחומי החיוביות של  $f(x)$  :  $0 < x < \frac{\pi}{2}$  או  $2.798 < x < \frac{3\pi}{2}$

. תחומי השיליות של  $f(x)$  :  $\frac{\pi}{2} < x < 2.798$

. ג. הינה פונקציה אי-זוגית.

. ד. (1) הוכחה. סוג הקיצון הוא מינימום .



. א.  $0 < x < \frac{k}{3}$  . ב.  $0.21k$  . ג. הוכחה.



45

# מבחון בגרות מס' 15

## קי"ץ תשפ"ב, מועד א, 2022

### פרק ראשון – שאלות קצירות

1. ענו על שלושה מרובעת הסעיפים.

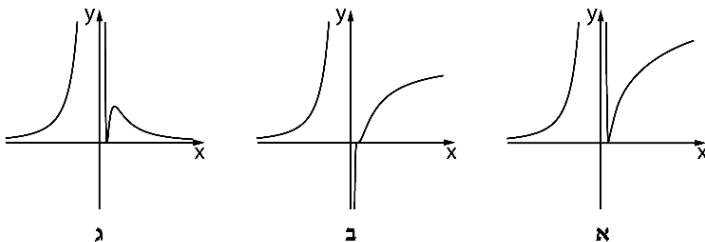
- א. (1) יבחר כל ח' טרנס הוכחו באינדוקציה. בדרך אחרת, נזכיר את תכונות המספרים הזוגיים. המספרים הזוגיים מתחולק ב-2. המספרים הזוגיים לא שרים. (2) נתון:  $x^3 + kx^2 - 12x - 1$  לא שירטוגת, לכל  $x \in \mathbb{R}$ . המספרים הזוגיים מתחולק ב-3. המספרים הזוגיים לא שרים. (3) נתון:  $x^3 + kx^2 - 12x - 1$  לא שירטוגת, לכל  $x \in \mathbb{R}$ .



ב. נתונה הפונקציה:  $f(x) = (2 - \frac{1}{x})^3$ .

- (1) אחד מן הגרפים א-ג מתאר את פונקציית הנגזרת  $(x)f'$ .

קבעו איזה מהם ונמקו בקצרה.

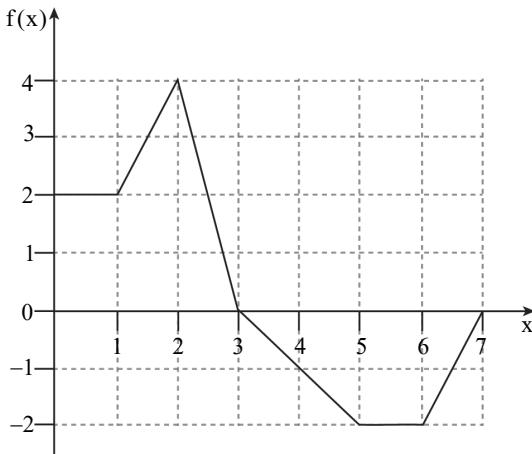


- (2) קבעו כמה נקודות פיתול יש לפונקציה  $(x)f$ . נמקו את התשובה.

ג. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקציה  $f(x)$  המוגדרת בתחום  $0 \leq x \leq 7$ .



ונתונה הפונקציה  $h(t) = \int_0^t f(x)dx$  בתחום זה.



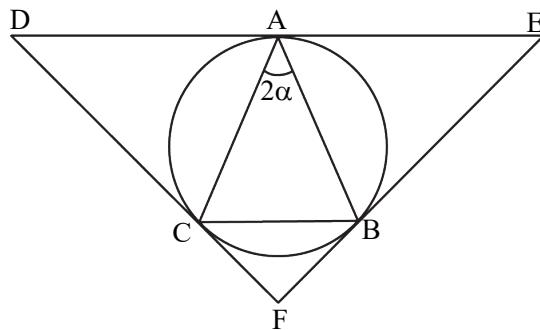
- (1) חשבו את הערכים של  $h(5)$ ,  $h(3)$ ,  $h(0)$ .
- (2) קבעו באיזה תחום  $h(t)$  יורדת. נמקו את התשובה.

ד. משולש ABC שווה שוקיים ( $AB = AC$ ) חסום במעגל (ראו סרטוט).



נסמן את זווית הראש של המשולש ב-  $2\alpha$ .

דרך כל אחד מקודקודיו המשולש מעבירים משיק למעגל. המשיקים נפגשים בנקודות D, E ו- F, כמתואר הסרטוט.



הביעו באמצעות  $\alpha$  את זווית המשולש DEF.

## פרק שני – הסתברות, סדרות ואיינדוקציה

2. סדרה I היא סדרה הנדסית אינ-סופית שאיבריה הם  $a_1, a_2, a_3, \dots$ .

$$\text{וمنתה היא } r^2 < r < \frac{1}{3} \text{. נתון :}$$



בין כל שני איברים בסדרה I הכנסו איבר נוסף, וונצרא סדרה הנדסית חדשה יורדת, סדרה II, שאיבריה הם  $b_1, b_2, b_3, \dots$  ומןתה היא  $q$ .

א. (1) הביעו את  $q$  באמצעות  $r$ .

(2) הסבירו מדוע שתי הסדרות I ו-II מתקנשות.

נתון כי סכום סדרה II גדול פי  $\frac{4}{3}$  מסכום סדרה I.

ב. חשבו את  $q$ .

נתון כי סכום האיברים במקומות הזוגיים בסדרה II הוא 12.

ג. מצאו את סכום כל האיברים של סדרה II במקומות

שמתחלקים ב- 5 ( $b_5, b_{10}, b_{15}, \dots$ ).

ד. מצאו בסדרה II את היחס בין האיבר החמישי לבין סכום כל האיברים שאחרי איבר זה.

ה. הוכחו כי בכל סדרה הנדסית מתקנשת היחס בין איבר כלשהו לבין סכום כל האיברים שאחריו אינם תלוי במיקום של האיבר בסדרה.

.3

נטע משחкат במשחק מסויים.

במשחק זה יש בדיק שולש תוצאות אפשריות:  
  
ניצחון, תיקו והפסד.

הסתברות לניצח במשחק גדולה פי 3 מן ההסתברות  
שהיא **תפסיד** במשחק.

נסמן ב- c את ההסתברות לניצח **תפסיד** במשחק ( $0 < c < 1$ ).  
בשאלה יכולה תוצאות המשחקים אין תלויות זו בזו.

נתון שאם נטע משחкат 2 משחקים בזיה אחר זה,  
הסתברות שהיא תניצח במשחק אחד לפחות היא  $c^{4.5}$ .

a. מצאו את הערך של c.

נטע שיחקה 5 משחקים בזיה אחר זה.

b. מצאו את ההסתברות לניצח ב- 3 משחקים לפחות.

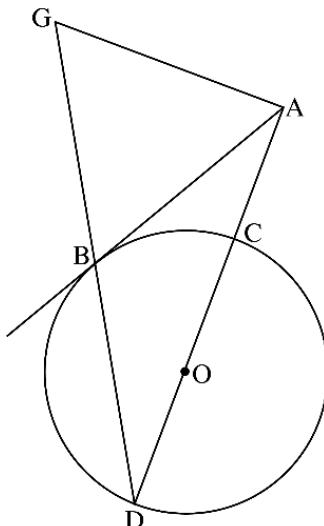
g. מצאו את ההסתברות לניצח תניצח בשלושת המשחקים הראשונים לפחות.

d. (1) מצאו את ההסתברות לניצח לא **תפסיד** בשום משחק.

(2) ידוע כי נטע הפסידה במשחק אחד לפחות.  
מהי ההסתברות שהיא ניצחה בשלושת המשחקים הראשונים  
וקיבלה תוצאה **תיקו** במשחק האחרון?

### פרק שלישי – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור

4. נתון מעגל שרדיוסו  $R$  ומרכזו  $O$ .  
  
 מנוקודה  $A$  שמחוץ למעגל יוצאים שלושה ישרים:  
  
 הישר  $AB$  משיק למעגל בנקודה  $B$ ,  
 הישר  $AD$  עובר דרך מרכזו  $O$   
 וחותך את המעגל בנקודות  $C$  ו-  $D$ , והישר  $AG$  מאונך לישר  $AD$  (ראו סרטוט).  
 הנקודות  $D$ ,  $C$  ו-  $G$  נמצאות על ישר אחד, כמפורט בסרטוט. נסמן:  $\angle ADB = \alpha$



א. הביעו את כל זויות המשולש  $ABG$  באמצעות  $\alpha$ .

ב. הוכחו:  $\frac{AB}{AC} = \frac{DB}{BC}$ .

נתון:  $AG = 8$ ,  $AC = \frac{1}{2}DC$

ג. חשבו את  $R$ .

נסמן ב-  $S$  את שטח המשולש  $BDC$ .

ד. (1) הוכחו:  $\triangle ADG \sim \triangle BDC$

(2) הביעו את שטח המשולש  $ADG$  באמצעות  $S$ .

.5. מרובע ABCD חסום במעגל שרדיוסו R

ומרכזו O (ראו סרטוט).

נסמן:  $\angle DAB = \alpha$ ,  $\alpha$  היא זוויות חדה.

a. הביעו את אורך האלכסון BD

. באמצעות  $\alpha$  ו- R.

. נתון:  $CD = R\sqrt{2}$ ,  $BC = R$ .

b. חשבו את  $\alpha$ .

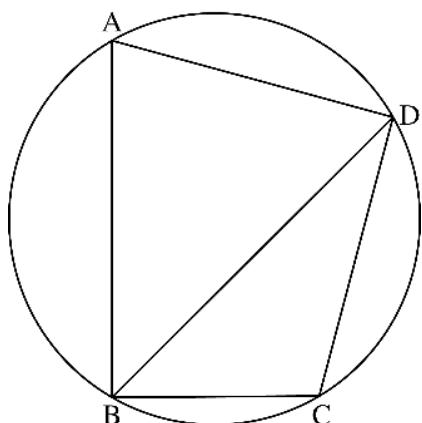
. נתון: BD הוא חוצה זוויות ABC.

g. חשבו את גודל הזווית ABD.

נסמן ב-  $h_1$  אתגובה שיוורד מקודקוד A במשולש ABD,

וב-  $h_2$  אתגובה שיוורד מקודקוד O במשולש BOD.

d. חשבו את  $\frac{h_1}{h_2}$ .



## פרק רביעי – חישובון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רצינאליות ושל פונקציות טריגונומטריות

. 6. נתונה הפונקציה  $f(x) = 2x + \frac{2}{x}$ .

**א.** (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .



(2) האם הפונקציה  $f(x)$  היא זוגית, אי-זוגית או לא זוגית ולא אי-זוגית?  
הוכחו את התשובה.

(3) מצאו את תחומי העליה ואת תחומי הירידה של הפונקציה  $f(x)$ .

נתונות שתי פונקציות:  $f'(x)$  ו-  $g(x)$ .  $f'(x)$  היא פונקציית הנגזרת של  $f(x)$

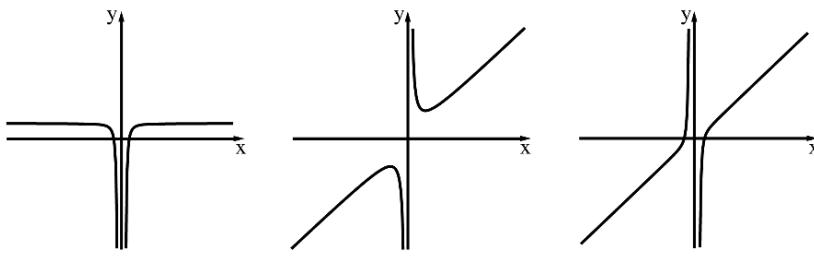
$$\text{ו- } g(x) = f(x) \cdot f'(x).$$

הפונקציות  $f(x)$  ו-  $g(x)$  מוגדרות באותו תחום כמו הפונקציה  $f(x)$ .

**ב.** כל אחד מן הגרפים I - III שלפניכם מתאר את אחת

$$\text{הפונקציות } f(x), f'(x) \text{ ו- } g(x).$$

לכל אחת מן הפונקציות כתבו איזה גרף מתאר אותה. נמקו את התשובה.



גרף III

גרף II

גרף I

**ג.** מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה  $g(x)$  עם ציר ה- $x$ .

**ד.** חשבו את השטח המוגבל על ידי הפונקציה  $g(x)$ , על ידי ציר ה- $x$

$$\text{ועל ידי הישרים } x = 4 \text{ ו- } x = \frac{1}{4}.$$

**ה.** נתון:  $a < 1$  הוא פרמטר. חשבו את  $\int_a^1 g(x) dx$ .

נתונה הפונקציה  $h(x) = \int_1^x f(t) dt$ . נתנו כי הפונקציה  $h(x)$  מוגדרת בתחום  $x \leq 1$ .

**ו.** מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $h(x)$ , וקבעו את סוגה.

. 7. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{2(\cos x)^2 + \sin 2x}{2 \cos x}$  בתחום  $0 \leq x \leq 2\pi$ .

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) הסבירו מדוע לפונקציה  $f(x)$  אין אסימפטוטות המאונכות לציר ה- $x$ .

(3) מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

ב. (1) הראו כי לכל  $x$  בתחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$

$$\text{מתקיים } f'(x) = \cos x - \sin x.$$

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ ,

וקבעו את סוגן.

ג. (1) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

(2)  $k$  הוא מספר.

מצאו את כל ערכי  $k$  שבעבורם יש למשוואת

$f(x) = k$  פתרון ייחיד (בתחום  $0 \leq x \leq 2\pi$ ).

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

$$\text{על ידי ציר ה-} x \text{ ועל ידי שני הישרים } x = \frac{5}{4}\pi \text{ ו- } x = \frac{3}{4}\pi.$$

8.

$$g(x) = \sqrt{f(x)}, f(x) = x^3$$

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$  ואת תחום ההגדרה  
של הפונקציה  $g(x)$ .

- (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם גרף  
הfonקציה  $g(x)$ .

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה  $f(x)$ , והנקודה B נמצאת על גרף  
הfonקציה  $g(x)$  כך שהקטע AB מקביל לציר ה- $x$ .

נתנו כי שיעור ה- $x$  של הנקודה A נמצא בין שיעורי ה- $x$  של נקודות החיתוך  
של הפונקציה  $f(x)$  עם הפונקציה  $g(x)$ .

נסמן ב- $\tau$  את שיעור ה- $x$  של הנקודה A. τ הוא פרמטר.

ב. הביעו באמצעות τ את אורך הקטע AB.

ג. הנקודה O היא ראשית הצירים.

מצאו את השטח המקסימלי של המשולש OAB.

ד. האם השטח המקסימלי של המשולש OAB מתקבל כאשר אורך הקטע AB  
הוא מаксימלי?  
נקטו את התשובה.

תשובות ל מבחן בגרות מס' 15 – קיץ תשפ"ב, מועד א, 2022 :

.**א.** (1) הוכחה. (2) לדוגמה :  $p = 8$  . **ב.** (1) גרא. (2) שתי נקודות פיתול.

$$. 3 < x < 7 \quad (2) \quad . h(5) = 5 , h(3) = 7 , h(0) = 0 \quad (1) . \text{ג}$$

$$. \angle F = 180^\circ - 4\alpha , \angle E = \angle D = 2\alpha . \text{ד}$$

$$. S = \frac{48}{121} \approx 0.397 \quad \text{ג} \quad . q = \frac{1}{3} \quad \text{ה. הוכחה.} \quad (2) \quad \text{הסביר.} \quad \text{ב.} \quad . q = 3r \quad (1) . \text{א} \quad . 2$$

$$. \frac{54}{4651} \approx 0.0116 \quad (2) \quad . \frac{3125}{7776} \approx 0.4019 \quad (1) . \text{ט} \quad . \frac{1}{8} \quad \text{ג} \quad . \frac{1}{2} \quad . \frac{1}{6} \quad \text{ה. א. ב.} \quad . 3$$

.  $\angle AGB = \angle ABG = 90 - \alpha$  ,  $\angle BAG = 2\alpha$  . **א.** **ב.** הוכחה.

$$. S_{ADG} = 3S \quad (2) \quad \text{(1) הוכחה.} \quad . R = \frac{8}{\sqrt{3}} \approx 4.619 \quad \text{ג}$$

$$. \frac{h_1}{h_2} = 3 + \sqrt{3} \approx 4.732 \quad \text{ט} \quad . \angle ABD = 45^\circ \quad \text{ג} \quad . \alpha = 75^\circ \quad \text{ב.} \quad . BD = 2R\sin(\alpha) \quad \text{ה. א.} \quad . 5$$

. **א.** (2) אי זוגיות.  $x \neq 0$  **(1).** **ג.**

.  $-1 < x < 0$  ,  $0 < x < 1$  :  $x < -1$  ,  $1 < x$  : תחומי ירידה :

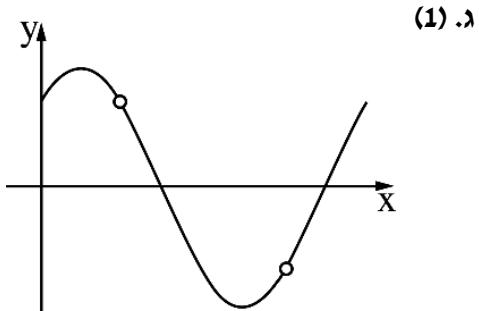
**ב.**  $(1,0)$  ,  $(-1,0)$  . **ג.**  $f(x)$  ,  $g(x)$  ,  $f'(x)$  ,  $g'(x)$  . I - gרא - III - fרא .

$$. (1,0) . \text{ה. 0. 1. מינימום : } 56.25 . \text{ט}$$

.**(2)** הסבר  $\frac{3\pi}{2} < x \leq 2\pi$  ,  $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$  ,  $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$  **(1).א .7**

,  $(0,1)$  **(2)** **ב.** **(1)** הוכחה.  $(0,1)$  ,  $\left(\frac{3\pi}{4}, 0\right)$  ,  $\left(\frac{7\pi}{4}, 0\right)$  **(3)**

.  $(2\pi, 1)$  מינימום,  $\left(\frac{5\pi}{4}, -\sqrt{2}\right)$  מקסימום  $\left(\frac{\pi}{4}, \sqrt{2}\right)$  מינימום.



.  $\sqrt{2}$  .**ג**  $k = \sqrt{2}$  ,  $k = -\sqrt{2}$  ,  $k = -1$  **(2)**

.  $(0,0)$  ,  $(1,1)$  **(2)**  $0 \leq x : g(x)$  תחום של  $f(x)$  : כל  $x$  , **א.1** **.א .8**

.  $S_{OAB} = \frac{128}{3125} \approx 0.04096$  .**ג**  $AB = t - t^2$  .**ב**



46

# מבחון בגרות מס' 16

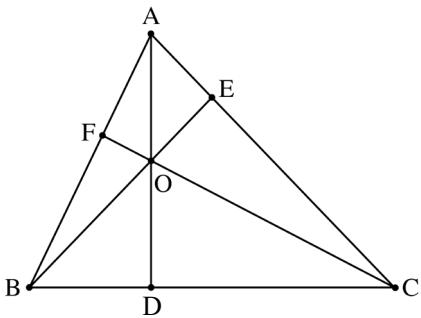
**קייז תשפ"ב, 2022, מועד ב**

**פרק ראשון – שאלות קצירות**

**1.** ענו על שלושה מארבעת הסעיפים.

**א.** הוכחו באינדוקציה או בכל דרך אחרת כי עבור כל  $n$  טבעי מתקיים :

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{6}$$



**ב.** במשולש חד זווית  $\angle A$ ,  $ABC$

הגבאים  $AD$ ,  $BE$ ,  $CF$

נפגשים בנקודה  $O$  (ראו סריגות).

נתון כי סכום המרחקים של

הנקודה  $O$  מ קודקודיו

המשולש הוא 20.

(1) הוכחו שאפשר לחסום

במעגל כל אחד מן המרובעים

.  $CDOE$ ,  $BDOF$ ,  $AEOF$

(2) מהו סכום ההיקפים של המעגלים

חווסמים את המרובעים ?  $CDOE$ ,  $BDOF$ ,  $AEOF$





ג. נתונה הפונקציה  $f(x) = 3 + \frac{x}{\sqrt{x^2 - 25}}$

(1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$  ?

(2) ידוע כי האסימפטוטות של גרף הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים,

חוותכאות זו את זו. חשבו את השיטה הכלוא בין האסימפטוטות.

נקטו את התשובה.

ד. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{a \cdot x}{x^2 - 4}$ , המוגדרת עבור  $x \neq 2$  ו-  $x \neq -2$ .

$a \neq 0$  הוא פרמטר.

אחד מן הגרפים א-ה שלפניכם מתאים לפונקציה  $f(x)$  עבור  $a > 0$ ,

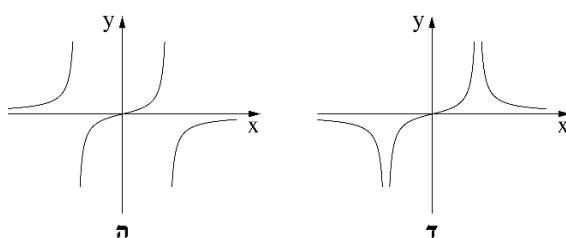
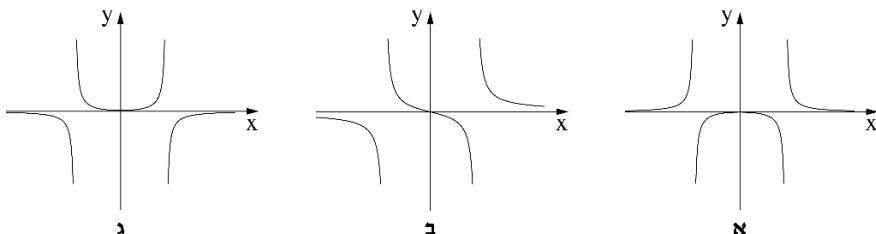
ואחד מהם מתאים לפונקציה  $f(x)$  עבור  $a < 0$ .

(1) איזה מן הגרפים מתאים לפונקציה  $f(x)$  עבור  $a > 0$  ?

נקטו את התשובה בקצרה.

(2) איזה מן הגרפים מתאים לפונקציה  $f(x)$  עבור  $a < 0$  ?

נקטו את התשובה בקצרה.



## פרק שני – הסדרות, סדרות אינדוקציה

.2. נתונה סדרה הנדסית אינ-סופית A שהאיבר הכללי שלה הוא  $a_n$  ומוגנתה היא q.

א. הוכיחו כי לכל n טבעי מתקיים  $a_1 \cdot a_{n+1} = a_n \cdot a_{2n}$ .



בעבור  $2k$  האיברים הראשונים בסדרה A מתקיים כי מכפלת שני האיברים המוצעים בסדרה שווה  $a_1 \cdot a_{2k} = 10,935$ .

נתון:  $a_{2k-2} = 1,215$

ב. מצאו את q (שתי אפשרויות).

נתון:  $a_1 = 5$

ג. (1) קבעו אם הסדרה A היא סדרה עולה, סדרה יורדת או סדרה לא עולה ולא יורדת. נמקו את התשובה.

(2) מצאו את k.

מן הסדרה A בונים את הסדרה האין סופית B באופן הזה: ... ,  $\frac{1}{a_4}, \frac{1}{a_3}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_1}$ .

ד. הוכיחו שהסדרה B היא סדרה הנדסית.

בסדרה B מחליפים את הסימן של כל האיברים במקומות האי- זוגיים

כך שמקבלת הסדרה C שלפניכם: ... ,  $-\frac{1}{a_4}, \frac{1}{a_3}, -\frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_1}$ .

ה. מצאו את סכום הסדרה C.

.3

בעיר גודלה בישראל נערכ סקר ובו נבדקה רמת השליטה בשפה האנגלית בקרב



תושבי העיר. בסקר השתתפו אנשים רבים - מבוגרים וצעירים.

בסקר נמצא שמספר המבוגרים שליטים באנגלית גדול פי 3 ממספר הצעירים

שליטים בה, ומספר המבוגרים שלא שליטים באנגלית גדול פי  $\frac{2}{3}$  ממספר

המבוגרים שליטים בה.

נסמן ב-  $c$  את ההסתברות לבחור באקראי צער ששליט באנגלית מבין כלל

המשתתפים בסקר.

א. מצאו את ההסתברות לבחור באקראי מבוגר שליט באנגלית מבין כלל

המבוגרים שליטים בסקר.

ב. בוחרים באקראי שלושה מבוגרים מבין המבוגרים שהשתתפו בסקר.

מצאו את ההסתברות שבדיוק שניים מהם שליטים באנגלית.

ג. (1) הביעו באמצעות  $c$  את ההסתברות לבחור באקראי צער שלא שליט

באנגלית מבין כלל המשתתפים בסקר.

(2) הראו כי תחום הערכים האפשרי בעבר  $c$  הוא  $0 < c < \frac{1}{12}$ .

ידוע כי ההסתברות לבחור באקראי מבוגר מבין משתתפי הסקר שלא שליטים

באנגלית שווה להסתברות לבחור באקראי צער מבין משתתפי הסקר

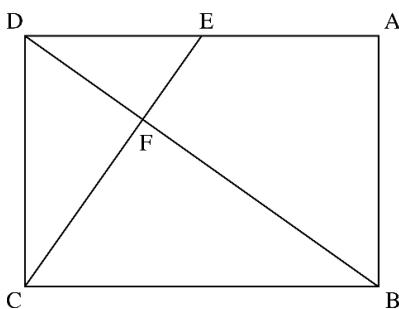
שלא שליטים באנגלית.

ד. מצאו את הערך של  $c$ .

ה. האם המאורעות "לשлот באנגלית" ו"להיות מבוגר" תלויים זה בזה?

נמקו את תשובהכם.

### פרק שלישי – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור



4. במלבן ABCD, הנקודה E נמצאת על הצלע AD. הקטע CE חותך את האלכסון BD בנקודה F.

המרובע EABF הוא בר חסימה במעגל.  
א. הוכחו:  $\Delta DAB \sim \Delta BFC$ .

נתון:  $DE = EA$

- ב. חשבו את היחס  $\frac{EF}{FC}$ .

נסמן את שטח המשולש DEF ב- S.

ג. הבינו את שטחי המשולשים DFC ו- BFC באמצעות S.

ד. חשבו את יחס הדמיון בין המשולש DAB ובין המשולש BFC.

נסמן:  $DE = a$

ה. (1) הבינו את אורך האלכסון BD באמצעות a.

(2) הבינו את קוטר המוגל החוסם את המרובע EABF באמצעות a.

5. נתון מעגל שמרכזו בנקודה O ורדיוסו R.

מנקודת A, שמחוץ למעגל, העבירו ישר ממשיק למעגל בנקודת D וישר אחר, שחותך את המעגל בנקודת B כמתואר בסרטוט.

נסמן:  $\angle AOB = \beta$ ,  $\angle AOD = \alpha$ .

א. הבינו באמצעות  $\alpha$ ,  $\beta$  ו- R.

אם יש צורך, את: (1) אורך הקטע AO

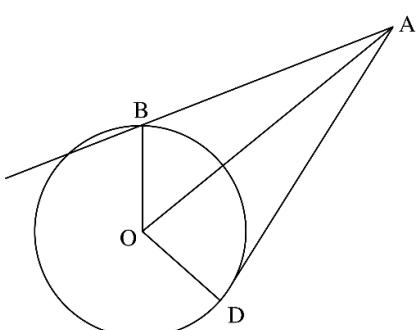
. (2) אורך הקטע AB

נתון:  $AB = \sqrt{2}R$

$$\text{ב. הוכחו כי } \cos \beta = \frac{\sin^2 \alpha}{2 \cos \alpha}$$

משולש ADO חסום במעגל אחר, שרדיוסו r. נתון:  $\frac{R}{r} = \frac{2\sqrt{7}}{5}$

ג. מצאו את גודלי הזווויות  $\alpha$  ו-  $\beta$ .



## פרק רביעי – חישובון דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רצינאליות ושל פונקציות טריוגונומטריות

**6.** נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x+a}}$ ,  $a$  הוא פרמטר חיובי.

**a.** הבינו באמצעות  $a$  את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .



נתנו כי לפונקציה  $f(x)$  אין אסימפטוטות מאונכות לצירים.

**b.** **(1)** מצאו את  $a$ .

**(2)** מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

**(3)** מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.

**(4)** סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונות הפונקציות  $h(x) = |f(x)|$ ,  $g(x) = -f(x+2)$ ,

**ג.** **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$

ואת תחום ההגדרה של הפונקציה  $h(x)$ .

**(2)** האם שיעור ה- $y$  של נקודת המקסימום של הפונקציה  $h(x)$

גדל משיעור ה- $y$  של נקודת המקסימום של הפונקציה  $g(x)$ ,

קטן ממנו או שווה לו? נמקו את התשובה.

נתון כי  $\int_{-1}^3 h(x)dx = \int_{-3}^k g(x)dx$

**ד.** מצאו את  $k$ . הסבירו את התשובה.

7. נתונה הפונקציה  $f(x) = \sin^2(x) - \cos^2(x) - 1$ , המוגדרת לכל  $x$ .

א. האם הפונקציה  $f(x)$  זוגית? נמקו.

ב. הוכחו כי לכל  $x$  מתקיים:  $-2 \leq f(x) \leq 0$ .

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים  
בתוחום  $-\pi \leq x \leq \pi$ .

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  בתוחום  $-\pi \leq x \leq \pi$ .

נתונה הפונקציה  $g(x) = f(2x)$ , המוגדרת לכל  $x$ .

ה. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$  בתוחום  $\frac{\pi}{2} \leq x \leq -\frac{\pi}{2}$   
וקבעו את סוגן.

ו. נתון כי  $S = \int_0^{\frac{\pi}{8}} (g'(x) - f'(x)) dx$ .

הביעו באמצעות  $S$  את  $\int_{-\frac{\pi}{8}}^0 (g'(x) - f'(x)) dx$ . הסבירו את התשובה.

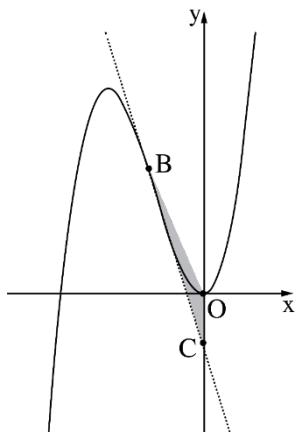
8. נתונה הפונקציה  $f(x) = x^3 + 4x^2$ , המוגדרת לכל  $x$ .

הנקודה B נמצאת על גרף הפונקציה  $f(x)$  ברגע השני (ראו סרטו).

מן הנקודה B מעבירים משיק לגרף הפונקציה  $f(x)$ . המשיק חותך את ציר ה- $y$  בנקודה C.

נסמן ב- $t$  את שיעור ה- $x$  של הנקודה B.

א. הביעו באמצעות  $t$  את משוואת המשיק  
לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה B.



ידוע כי הנקודה C נמצאת מתחילה לציר ה- $x$ .

ב. מהו תחום הערכים של  $t$ ?

הנקודה O היא ראשית הצירים.

ג. מצאו את השטח המקסימלי של המשולש OBC.

## תשובות ל מבחן בגרות מס' 16 – קיץ תשפ"ב, מועד ב, 2022:

. 1. א. הוכחה. ב. (1) הוכחה. ג. (1)  $x < -5$ ,  $x > 5$ . ד. (2)  $20\pi$ .

ד. (1) גраф ב. (2) גраф ה.

. 2. א. הוכחה. ב.  $k = 4$  (2). ג. (1) הסדרה עולה. ד.  $q_1 = -3$ ,  $q_2 = 3$ .

$$d. S_C = -\frac{3}{20} \text{ ה.}$$

$$\cdot \frac{1}{20} \cdot 7 \cdot 1 - 12p \text{ (1). ג. } \frac{216}{1331} \cdot \frac{3}{11} \text{ ב. 3}$$

ה. המאורעות תלויים זה בזה.

. 4. א. הוכחה. ב.  $\sqrt{3}a$  (2),  $\sqrt{6}a$  (1). ג.  $\sqrt{1.5}$ . ד.  $S_{ABFC} = 4S$ ,  $S_{ADFC} = 2S$ . ג.  $\frac{1}{2}$ . ה.  $\beta = 47.13^\circ$ ,  $\alpha = 58.05^\circ$ .

$$\cdot AB = R \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha} + 1 - \frac{2 \cos \beta}{\cos \alpha}} \text{ (2). AO} = \frac{R}{\cos \alpha} \text{ (1). נ. 5}$$

$$\cdot \beta = 47.13^\circ, \alpha = 58.05^\circ.$$

$$\cdot (0, -3\sqrt{3}), (3, 0) \text{ (2). נ. ב. (1). } a = 3 \cdot x > -a. \text{ נ. 6}$$

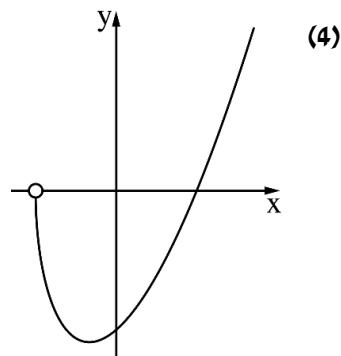
$$\cdot \left( -1, -4\sqrt{2} \right) \text{ (3). מינימום.}$$

ג. (1) תחום ההגדרה של  $g(x)$

.  $x > -3$  : תחום ההגדרה של  $h(x)$

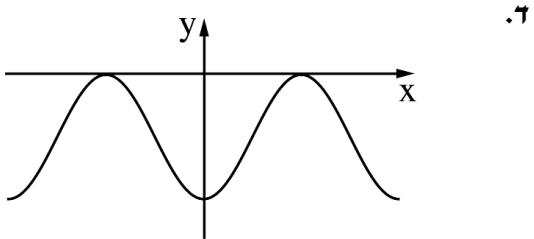
. (2) שווה לו.

$$\cdot k = 1. \text{ ד.}$$



7. א. כו. ב. הוכחה. ג.

$$\left(0, -2\right), \left(-\frac{\pi}{2}, 0\right), \left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$$



ה. מקסימום  $\left(0, -2\right)$ , מינימום  $\left(-\frac{\pi}{4}, 0\right)$ , מינימום  $\left(-\frac{\pi}{2}, -2\right)$ .

.-. $S$  מקסימום  $\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)$ , מינימום  $\left(\frac{\pi}{2}, -2\right)$

.  $S_{\Delta OBC} = 1\frac{11}{16}$  .ג.  $-2 < t < 0$  .ב.  $y = (3t^2 + 8t)x - 2t^3 - 4t^2$  .א. 8



47

# מבחון בגרות מס' 17

**חורף תשפ"ג, 2023**

## פרק ראשון – שאלות קצרות

**1.** ענו על שלושה מארבעת הסעיפים.

**a.** ידוע כל לכל  $n$  טבאי מתקיים :

$$1 \cdot 2 + 4 \cdot 7 + 7 \cdot 12 + \dots + (3n - 2)(5n - 3) = n(5n^2 - 2n - 1)$$

**(1)** חשבו את הערך של הביטוי :  $7 \cdot 12 + 10 \cdot 17 + \dots + 58 \cdot 97$

ידוע כי לכל  $n$  טבאי מתקיים :

$$1 \cdot 2 + 4 \cdot 7 + 7 \cdot 12 + \dots + (3n - 2)(5n - 3) + (3n + 1)(5n + 2) = (n + 1)(5n^2 + 8n + C)$$

**(2)** מצאו את הערך של  $C$ .

**b.** הנקודה A נמצאת על מעגל שמרכזו O.

מעבירים משיק למעגל בנקודה A,

והוא יוצר זווית של  $\alpha$  מעלotta

עם המיתר AB (ראו סרטוט).

**(1)** הבינו באמצעות  $\alpha$

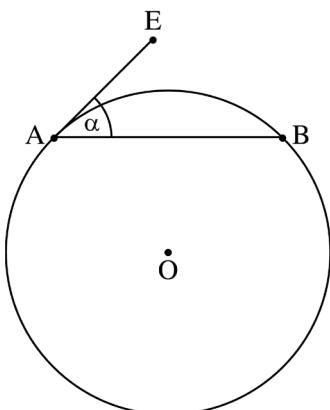
את הזווית  $\angle AOB$ .

**(2)** הבינו באמצעות  $\alpha$

את היחס בין אורך

הקשת הקטנה AB

ובין היקף המעגל.



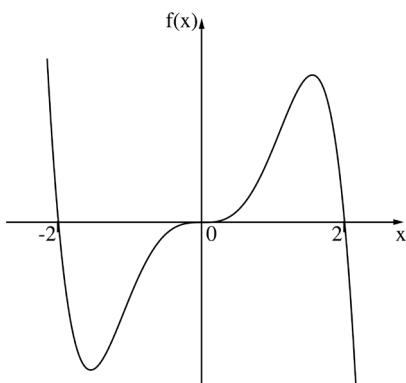
ג. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{x}$  המוגדרת לכל  $x$  השונה מ-0.



(1) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$ .  
המאונכות לצירים.

(2) נתונה הפונקציה  $g(x) = k \cdot f(x+3)$ ,  $k > 0$  הוא פרמטר.  
מצאו את הערך של  $k$  שעבורו המרחק בין האסימפטוטות האופקיות  
של הפונקציה  $g(x)$  הוא 10. נמקו את תשובתכם.

ד. היא פונקציה אי-זוגית המוגדרת לכל  $x$ .  
הגרף שלפניכם מתאר את הפונקציה  $f(x)$ .



נתונה הפונקציה  $g(t)$  המוגדרת בתחום  $-2 \leq t \leq 2$

$$\text{ומקיים } g(t) = \int_{-2}^t f(x) dx.$$

- (1) קבעו באיזה תחום הפונקציה  $g(t)$  יורדת.  
 (2) האם קיימים ערכים של  $t$  (בתחום  $-2 \leq t \leq 2$ )  
שעבורם הפונקציה  $g(t)$  חיובית? נמקו את תשובתכם.  
 (3) האם לפונקציה  $g(t)$  יש נקודות פיתול? נמקו את תשובתכם.

## פרק שני – הסדרות, סדרות ואינדוקציה

. 2. נתונה סדרה הנדסית אין סופית A שהאיבר הכללי שלה הוא  $a_n$  ומנתה היא q.

בונים סדרה חדשה B שהאיבר הכללי שלה הוא  $b_n = a_n \cdot q^{n-1}$ .

א. הוכיחו שסדרה B היא סדרה הנדסית.

ב. בנווגע לכל אחד מן ההיגדים (1)–(2) שלפניכם קבעו אם הוא נכון או לא נכון, ונמקמו את קביעתכם.

(1) אם הסדרה A לא מתכנסת – בהכרח גם הסדרה B לא מתכנסת.

(2) אם הסדרה A יורדת – בהכרח היא גם מתכנסת.

נתון כי שתי הסדרות מתכנסות, וכי היחס בין הסכום של כל איברי הסדרה B

לסכום של כל איברי הסדרה A הוא  $\frac{3}{5}$ .

ג. מצאו את q.

נתון: n הוא מספר טבעי המקיים

$$\frac{b_1}{a_1} + \frac{b_2}{a_2} + \frac{b_3}{a_3} + \dots + \frac{b_n}{a_n} = \frac{2059}{729}$$

ד. מצאו את n.

.3. בחנות פירות יש ארגזים ובתוכם פירות.

בארגו א' יש a פירות : 3 תפוחים והשאר אגסים.

בארגו ב' יש b פירות : 5 תפוחים והשאר אגסים.

ומוצאים באקראי פרי אחד מארגו א'. אם יצא תפוח – מעבירים אותו לארגו ב',  
ואם יצא אגס – מוחזרים אותו לארגו א'.

לאחר מכן מוצאים באקראי פרי אחד מארגו ב'.

a. הבינו באמצעות a ו- b את ההסתברות שיצאו 2 תפוחים.

נתון : ההסתברות להוציא באופן המתוואר 2 תפוחים היא  $\frac{9}{65}$ .

. $\frac{21}{130}$  ההסתברות להוציא באופן המתוואר תפוח אחד ולאחר מכן יצא אגס היא

b. מצאו את a ואת b.

g. חשבו את ההסתברות שמארגו ב' יצא אגס, אם ידוע כי מארגו א' יצא תפוח.

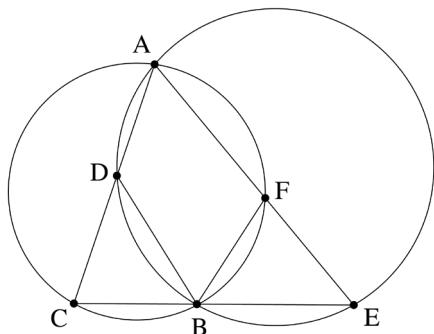
מעבירים את כל הפירות משני הארגזים לארגו שהוא ריק,  
ומוצאים ממנו באקראי פרי 6 פעמים, עם החזרה.

d. מצאו את ההסתברות שב- 4 מן הפעמים בבדיקה יצא תפוח  
או שבכל 6 הפעמים יצא אגס.

h. ידוע שב- 4 מן הפעמים בבדיקה יצא תפוח.

מצאו את ההסתברות שהתפוחים יצאו ברציפות, בזיה אחר זה.

### פרק שלישי – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור



4. שני מעגלים נחתכים בנקודות A ו-B (ראו סרטוט).

המיתר AC במעגל השמאלי חותך את

המיתר AE במעגל הימני בנקודה D.

המיתר AE במעגל הימני חותך את

המעגל השמאלי בנקודה F.

הקטע CE עובר דרך הנקודה B.

a. הוכחו כי  $\Delta ACE \sim \Delta BCD$ .

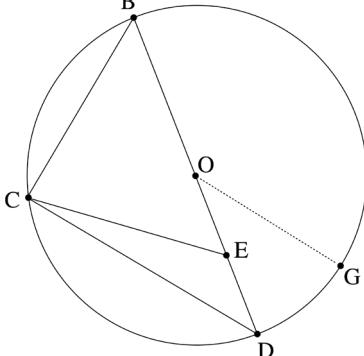
נתון :  $DC = FE$ .

b. הוכחו כי  $\Delta BFE \cong \Delta BCD$ .

c. (1) הוכחו כי  $AC \cdot BE = AE \cdot BC$ .

(2) הוכחו כי AB הוא חוצה זווית CAE.

d. הוכחו כי  $\angle DEC = \angle FCE$ .



5. משולש BCD חסום במעגל שמרכזו בנקודה O ורדיוסו R.

הנקודות O ו-E נמצאות על הצלע BD

כך שמתקיים  $OE = ED$  (ראו סרטוט).

נסמן :  $\angle CDB = \alpha$ ,  $CD = m$ .

a. הבינו את  $\cos \alpha$  באמצעות m ו-R.

$$b. \text{ הוכחו כי } CE = \frac{1}{2} \sqrt{2m^2 + R^2}$$

נתון :  $BC = EC$ .

c. חשבו את  $\alpha$ .

מעבירים רדיוס OG המקביל לצלע CD,

כמפורט בסרטוט.

d. חשבו את גודל הזווית OEG.

## פרק רביעי – חישובון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רצינאליות ושל פונקציות טריגונומטריות

נ toxins ה **פונקציה** :  $f(x) = x^n \cdot (x+1)^2$ .  $n > 1$  הוא מספר טבעי.

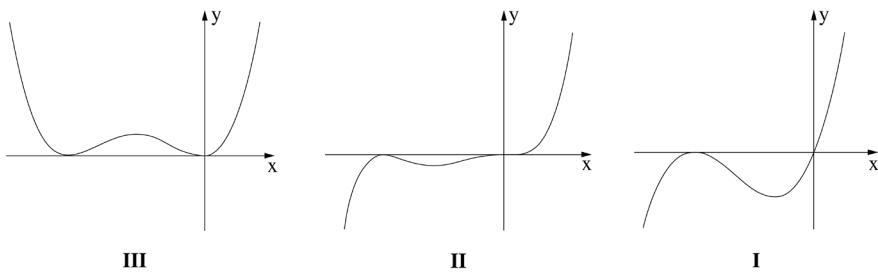
 ה **פונקציה** ( $f(x)$ ) מוגדרת לכל  $x$ .

a. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף ה **פונקציה** ( $f(x)$ ) עם הצירים.

b. מצאו את תחומי החילוביות ואת תחומי השיליות של ה **פונקציה** ( $f(x)$ ) (אם יש כאלה). הבחינו בין  $x$  זוגי ובין  $x$  אי-זוגי.

c. מצאו את שיעורי  $-x$  של נקודות הקיצון של ה **פונקציה** ( $f(x)$ ), וקבעו את סוגן. הביעו את תשובותיכם באמצעות  $x$ , אם יש צורך. הבחינו בין  $x$  זוגי ובין  $x$  אי-זוגי.

לפניכם שלושה גрафים I – III. אחד מן הגראפים מתאר את ה **פונקציה** ( $f(x)$ ) עבור  $x > 1$  ואי-זוגי, אחד מהם מתאר את ה **פונקציה** ( $f(x)$ ) עבור  $x < 1$  זוגי, ואחד מהם מתאר את ה **פונקציה** ( $f(x)$ ) עבור  $x > 1$  ואי-זוגי.



d. קבעו איזה מבין הגראפים מתאר את ה **פונקציה** ( $f(x)$ ) עבור  $x > 1$  זוגי, ואיזה גראף מתאר את ה **פונקציה** ( $f(x)$ ) עבור  $x > 1$  ואי-זוגי. נמקו את קביעותיכם.

נתונה ה **פונקציה** ( $g(x) = a \cdot f(x-2)$ ),  $a$  הוא פרמטר חיובי.

נסמן ב-  $T$  את השטח הכלוא בין גרף ה **פונקציה** ( $g(x)$ ) ובין ציר ה-  $x$ .

e. הביעו באמצעות  $a$  ו-  $T$  את השטח הכלוא בין גרף ה **פונקציה** ( $f(x)$ ) ובין ציר ה-  $x$ . נמקו את תשובתכם

7.

$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{2\sin(x)}{\cos^2(x)-1} \text{ בתחום } -2\pi \leq x \leq 2\pi.$$



א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$ .

המאונכות לציר ה- $x$ .

(3) האם הפונקציה  $f(x)$  זוגית, אי-זוגית או לא זוגית ולא אי-זוגית?

הוכחו את תשובהיכם.

ב. ענו על התת סעיפים (1)-(2) שלפניכם בעבר התחום  $0 \leq x \leq 2\pi$ .

(1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים  
(אם יש כאלה).

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  (בתחום  $-2\pi \leq x \leq 2\pi$ ).

ד. הוכחו כי לפונקציה  $f(x)$  אין נקודות פיתול.

ה. חשבו את השטח הכלוא בין גרף פונקציית הנגזרת  $(x)f'$  ובין ציר ה- $x$   
בתחום  $1.7 \leq x \leq 2$ .

. 8. לפניכם שלוש פונקציות שלכל אחת מהן שני ערכי  $x$  שבהם היא אינה מוגדרת.

$$g(x) = \frac{x^2 - 1}{(x+1)(x+2)}, \quad h(x) = \frac{x^3}{x(x+2)}, \quad k(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2(x+2)}$$



ידוע כי לאחת משלוש הפונקציות יש אסימפטוטה אופקית אחת ואסימפטוטה אנכית אחת בלבד.

- א. מבין שלוש הפונקציות הנתונות, קבעו איזו פונקציה מקיימת את כל התכונות האלה. נמקו את קביעתכם.

ענו על סעיפים ב-ד בעוד הפונקציה שקבעתם בסעיף א.

- ב. (1) מצאו את המשווה של האסימפטוטה האופקית ואת המשווה של האסימפטוטה האנכית של הפונקציה.

- (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

נתון כי לפונקציה זו אין נקודות קיצון.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

נסמן נקודה A על גרף הפונקציה, שעבורה  $t = x$ ,  $-1 < t < 1$ .

מן הנקודה A מעבירים שני ישרים, האחד מאונך לציר ה- $x$ ,

והآخر מאונך לאסימפטוטה האנכית של הפונקציה,

כך שנוצר מלבן על ידי שני הישרים,

על ידי האסימפטוטה האנכית ועל ידי ציר ה- $x$ .

- ד. מצאו את ערכו של  $t$  שבעבורו היקף המלבן המתkeletal הוא מינימלי.  
תוכלו להשאיר שורש בתשובתכם.

**תשובות ל מבחן בגרות מס' 17 – חורף תשפ"ג, 2023:**

. 1. א.  $\frac{\alpha}{180}$  (2) .  $2\alpha$  (1). ב.  $C = 2$  (2) .  $39,150$  (1).

.  $k = 2.5$  (2) .  $x = 0$  ,  $y = -2$  ,  $y = 0$  (1). ג.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x = 0$  .  $\lim_{x \rightarrow \infty} y = 0$

. 2. לא. נימוק. (3) כן. נימוק.

. 3. א. יש להוכיח. ב. (1) נכון (יש לנמק). (2) לא נכון (יש לנמק). ג.

.  $n = 7$  . 4.

. 5. א.  $\frac{1}{5}$  . ב.  $b = 12$  ,  $a = 10$  . ג.  $\frac{7}{13}$  . ד.  $\sim 0.173$  . ה.

. 6. א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. (1) הוכחה. (2) הוכחה. ד. הוכחה.

. 7. א.  $\angle OEG = 115.38^\circ$  . ב. יש להוכיח. ג.  $\alpha = 37.76^\circ$  . ד.  $\cos \alpha = \frac{m}{2R}$

. 8. א.  $(0,0)$  ,  $(-1,0)$ .

**ב. עברות זוגי:** תחומי חיוביות :  $x < -1$  ,  $-1 < x < 0$  ,  $0 < x$  (תחום שליליות : אין)

**עברות אי-זוגי :** תחומי חיוביות :  $0 < x$  תחום שליליות :  $x < -1$  ,  $-1 < x < 0$

. 9.  **עברות זוגי :** מינימום :  $x = 0$  ,  $x = -1$  מקסימום :  $x = -1$  ,  $x = -\frac{n}{n+2}$

.  **עברות אי-זוגי :** מקסימום :  $x = -1$  מינימום :  $x = -\frac{n}{n+2}$

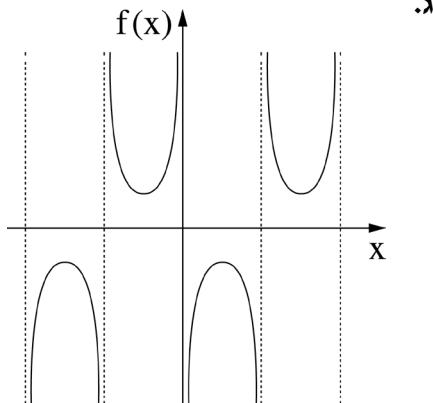
.  **10. עברות זוגי :** גרף II . ה.  **עברות 1>x אי-זוגי :** גרף III . ג.

$$. -2\pi < x < 2\pi , \quad x \neq 0 , \quad x \neq \pm\pi \quad \text{(1). נ .7}$$

.  $x = 0 , \quad x = \pi , \quad x = 2\pi , \quad x = -2\pi , \quad x = -\pi$  (2)

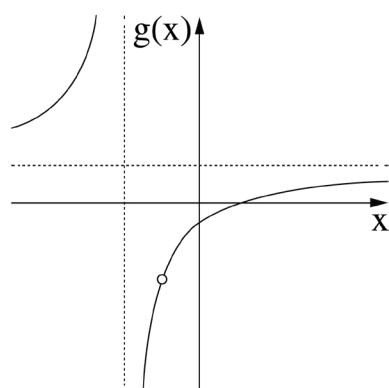
ב. (1) אין נקודות חיתוך עם הצירים. (2) מינימום :  $\left(\frac{\pi}{2}, -2\right)$  ; מקסימום :  $\left(\frac{3\pi}{2}, 2\right)$

ד. יש להוכיח. ה.  $\sim 0.18$



$$. (0, -0.5) , \quad (1, 0) \quad \text{(2)} \quad . \quad x = -2 , \quad y = 1 \quad \text{(1). ב .g(x) . נ .8}$$

$$. t = -2 + \sqrt{3} \quad \text{ט}$$





48

# מבחן בגרות מס' 18

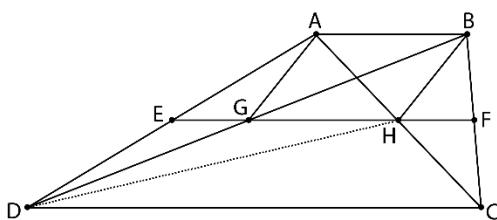
**קייז תשפ"ג, מועד א, 2023**

## פרק ראשון – שאלות קצרות

**1.** ענו על שלושה מארבעת השעיפים.

- a.** נתונות שתי סדרות המוגדרות לכל  $n \geq 1$  :  
 $b_n = 2^n$ ,  $a_n = 2n - 1$ .  
 תרשים :  $T_n = b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n$   
 (1) הוכיחו כי :  
 $T_k = \dots$  בעי כלשהו מתקיים :  $(3 \cdot 2^{k+1})$   
 אם כן יירא  
 אז מתקיים  
 להלן טענה : לכל  $n \geq 1$  רעי מתקיים  
 (2) הסבירו מדוע טענה זו וננה נכונה.  
QR

- b.** בטרפז  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ ) הקטע  $EF$  הוא קטע אמצעים.  
 הקטע  $EF$  חותך את  
 האלכסונים  $AC$  ו-  $BD$   
 של הטרפז  
 בנקודות  $H$  ו-  $G$  בהתאם.  
 נתון כי המרובע  
 $ABHG$  הוא מקבילית.  
 (1) הוכחו :  $GH = 2EG$   
 המשך הימש  $AG$  חותך את הקטע  $DH$  בנקודה  $M$ .  
 (2) הוכחו : הקטע  $AM$  חוצה את הקטע  $DH$ .



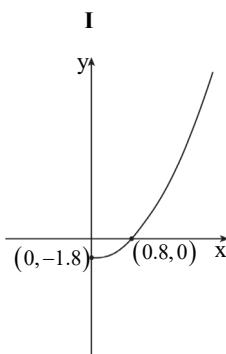
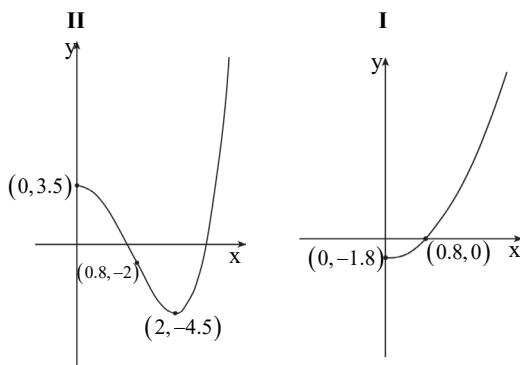
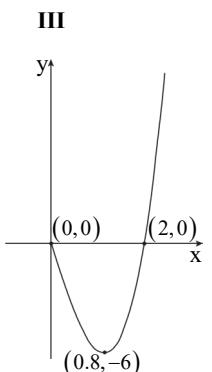


- ג. פניכם הגרפים I – III המיצגים את הפונקציה  $f(x)$ ,  
את פונקציית הנגזרת הראשונה  $(x)f'$ ,  
ו את פונקציית הנגזרת השנייה  $(x)f''$ .  
 $0 \leq x \leq 3$ .

**(1)** התאימו כל אחד מן הגרפים I – III לכל אחת מן הפונקציות  $(x)f$ ,  $(x)f'$  ו-  $(x)f''$ . נמקו.

- ענו על התח-סעיפים (2) – (3) על פי הנתונים המופיעים בגרפים I – III.  
**(2)** מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה  $(x)f$  בנקודות הפיתול שלה.

**(3)** מצאו את הערך של האינטגרל  $\int_0^{0.8} f''(x)dx$





ז. פניכם הגרף של הפונקציה  $f(x)$ .

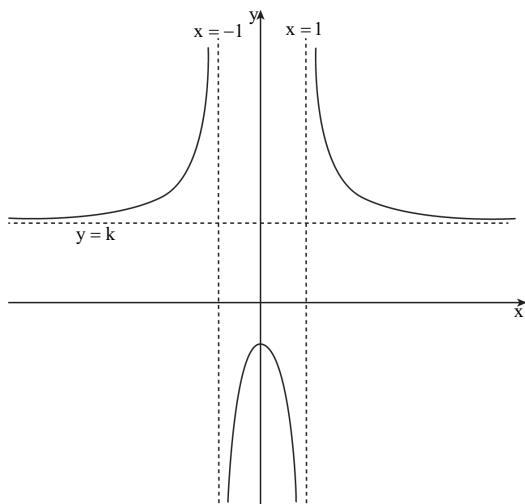
.  $x \neq -1$ ,  $x \neq 1$ ,  $f(x) \neq 0$  מוגדרת עבור

$f(x)$  משוואות האסימפטוטות של הפונקציה

$$\text{הן : } k > 1, y = k, x = -1, x = 1$$

שיעור נקודת החיתוך של גраф הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $y$  הם

$a$  הוא מספר חיובי.



(1) מצאו עבור אילו ערכים של  $a$  יש לגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו-  $\frac{1}{f(x)}$  שתי נקודות חיתוך. נמקו.

(2) נתון כי המרחק בין האסימפטוטות האופקיות של

הfonקציות  $f(x)$  ו-  $\frac{1}{f(x)}$  הוא 1.5. מהו הערך של  $k$ ? נמקו.

## פרק שני – הסדרות, סדרות אינדוקציה

2. נתונות שתי סדרות הנדסיות אינ-סופיות מתחכשות, A ו- B, שכל איבריהן שונים מ-0.

האיבר הכללי של הסדרה A הוא  $a_n$  ומנתה היא  $q_A$ .

האיבר הכללי של הסדרה B הוא  $b_n$  ומנתה היא  $q_B$ .

משתי הסדרות הנדסיות A ו- B בונים סדרה הנדסית אין-סופית מתחכשת

$$\text{חדרה חדשה, שאייריה הם : } \frac{a_1}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_3}{b_3}, \dots, \frac{a_n}{b_n}, \dots$$

כל שלוש הסדרות, הסדרה A והסדרה B והסדרה החדשה אין קבועות.

א. הבינו את המנה של הסדרה החדשה באמצעות  $q_A$  ו-  $q_B$ .

הסדרה A אינה עולה ואין לה יורדת, והסדרה B עולה.

ב. בקשר לכל אחד משני ההיגדים (1) – (2) שלפניכם, קבעו אם הוא נכון או לא נכון ונמקו את קביעתכם.

(1) מנת הסדרה החדשה היא חיובית.

(2) כל איברי הסדרה B הם שליליים.

המספרים  $c_1$ ,  $c_2$  ו-  $c_3$  הם שלושה איברים ראשוניים בסדרה חשבונית.

$$\text{נתון כי } c_2 \text{ שווה ל-} c_1 - \text{, ומתקאים גם : } \frac{c_1 \cdot c_2}{c_3} = -\frac{1}{45}$$

מצאו את  $c_1$ .

נתון כי  $c_1$  ניתן של סדרה A שווה ל-  $c_1$ .

$$\text{ומתקאים : } c_1 + c_2 + c_3 + \dots = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots}{b_1 + b_2 + b_3 + \dots}$$

או את הערך של  $q_B$ .

.3

במכלול גדולה, הועלה הצעה לcker את הפסיקת הצוראים כדי לסיים מוקדם יותר את יום הלימודים.



בקבוצה זאת ערכו משאל ובו השתתפו כל תלמידי שנה א' וכל תלמידי שנה ב'. על פי תוצאות המשאל התברר כי 80% מן המשתתפים שבعد ההצעה הם תלמידי שנה א'.

עוד התברר כי מספר תלמידי שנה א' שבعد ההצעה שווה במספר תלמידי שנה ב' שנגד ההצעה.

מבין המשתתפים במשאל לא היו נמנעים.

נסמן ב- ק את ההסתברות לבחור באקראי תלמיד שבعد ההצעה מבין כל התלמידים שהשתתפו במשאל.

א. בחרו באקראי אחד מתלמידי שנה ב'. מהי ההסתברות שהוא נגד ההצעה?

ידוע כי ההסתברות שתלמיד שנבחר באקראי מבין תלמידי שנה א' הוא بعد ההצבעה, גדולה ב-  $\frac{13}{35}$  מן ההסתברות שתלמיד שנבחר באקראי מבין תלמידי שנה ב' הוא بعد ההצעה.

ב. חשבו את הערך של ק.

ג. בחרו באקראי אחד מן המשתתפים במשאל.  
חשבו את ההסתברות שמתיקים לפחות אחד משני התנאים הבאים:

I. המשתתף שנבחר הוא תלמיד שנה ב'.

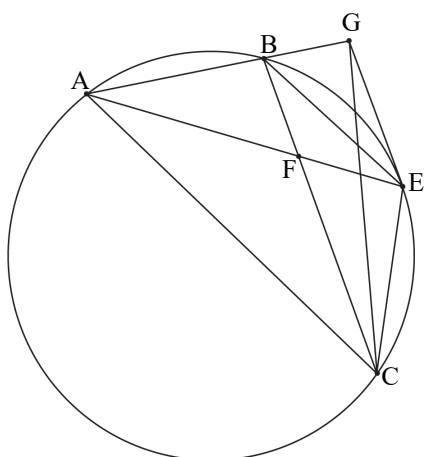
II. המשתתף שנבחר بعد ההצעה.

ד. בחרו באקראי 5 מן המשתתפים במשאל.

ידוע כי כל חמישה שנבחרו הם תלמידי שנה ב'.

מהי ההסתברות שלפחות שניים מהם بعد ההצעה וגם לפחות שניים מהם נגד ההצעה?

### פרק שלישי – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור



4. הנקודות A, B ו- C נמצאות על מעגל. נקודה E היא אמצע הקשת BC, כמתואר בסרטוט ש לפניכם. בנקודה E מעבירים משיק למעגל. המשיק חותך את המשך המיתר AB בנקודה G.

- המיתרים AE ו- BC נחתכים בנקודה F.  
א. הוכיחו:  $\Delta ACE \sim \Delta AEG$ .  
נתון:  $AE = 3\sqrt{6}$ ,  $AG = 6$ .

- ב. חשבו את אורך המיתר AC.  
ג. הוכיחו:  $BC \parallel GE$ .

נתון: שטח המשולש ABF גדול פי 2 משטח המשולש BFE.

- ד. חשבו את אורך המיתר AB.

- ה. מהו היחס בין שטח המשולש ABF ובין שטח המשולש AFC?  
נמקו את תשובה לכם.

5. דלתון ABCD חסום במעגל שרכיסתו R. המיתר AC הוא האלכסון הראשי של הדלתון. הנקודה O היא מרכזו המעגל החסום במשולש ABC (ראו סרטוט).

נסמן:  $\angle CAB = \alpha$ .

- א. (1) מצאו את זוויות המשולש AOC

(הביעו באמצעות  $\alpha$  במידת הצורך).

- (2) הביעו את אורך הקטע AO

באמצעות  $\alpha$  ו- R.

נתון כי אורך הקטע AO הוא  $R\sqrt{2}$ .

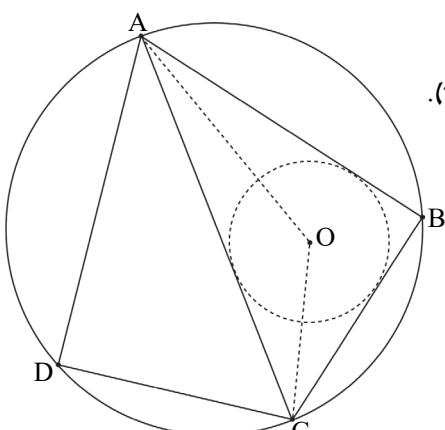
- ב. מצאו את גודל הזווית  $\alpha$ .

נתון כי שטח הדלתון הוא  $25\sqrt{3}$ .

- ג. מצאו את R.

- ד. חשבו את המרחק בין מרכזו המעגל החסום

את הדלתון לבין מרכזו המעגל החסום במשולש ABC.



## פרק רביעי – חשבון דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רצינאליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{2a - x^2}{x}$ , המוגדרת עבור  $x \neq 0$ .  $a$  הוא פרמטר חיובי.

א. הבינו את תשובותיכם באמצעות  $a$ , אם יש צורך.

(1) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים, אם יש כאלה.

(2) הראו שהפונקציה  $f(x)$  היא פונקציה אי-זוגית.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים, אם יש כאלה.

(4) מצאו את תחומי העליה ואת תחומי הירידה של הפונקציה  $f(x)$ , אם יש כאלה.

(5) מצאו את תחום הקוירות כלפי מעלה ( $\cup$ ) ואת תחום הקוירות כלפי מטה ( $\cap$ ) של הפונקציה  $f(x)$ .

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה גם הפונקציה  $g(x) = |f(x)| - b$ ,  $b$  הוא פרמטר חיובי.

הפונקציה  $g(x)$  מוגדרת באותו תחום כמו הפונקציה  $f(x)$ .

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

ידעו כי אחת נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$  היא:  $(2, -3)$ .

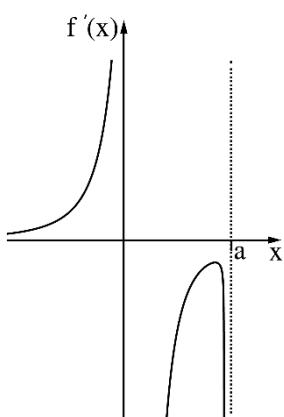
ד. מצאו את הערכים של  $a$  ו-  $b$ .

נתונה גם הפונקציה  $s(x) = \int_1^x g(t)dt$ , המוגדרת בתחום  $1 < x$ .

ה. מהו סוג נקודות הקיצון של  $s(x)$ ? נמקו את תשובתכם.

7.

נתונה הפונקציה  $f(x)$  המוגדרת בתחום  $x \neq 0, x \leq a$



a הוא פרמטר חופשי.



בפרטוט של פונקציית מתואר

גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

פונקציית הנגזרת  $f'(x)$

מוגדרת בתחום  $x < a, x \neq 0$

לפונקציית הנגזרת  $f'(x)$

יש שלוש אסימפטוטות

המאונכות לצירים שימושוותיהן:

$$x = 0, x = a, y = 0$$

בתחום  $x < 0$  פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  עולה.

הישר  $x = 0$  הוא אסימפטוטה גם לגרף הפונקציה  $f(x) = 0$ .

**א.** (1) מצאו את תחום העליה ואת תחום הירידה של הפונקציה  $f(x)$

(הביעו את תשובהם באמצעות  $a$ , אם יש צורך). נמקו.

(2) כמה נקודות פיתול יש לפונקציה  $f(x)$ ? נמקו.

נתון כי הישר  $y = 0$  הוא אסימפטוטה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

**ב.** סרטטו סキיצה אפשרית של גרף הפונקציה  $f(x)$ , בהתאם לתשובהם  
בתת-סעיף א(2).

נתון כי אחד מן הביטויים I – IV מייצג את הפונקציה  $f(x)$ .

$$\frac{\sqrt{x-a}}{x}, \text{IV} \quad \frac{\sqrt{a-x}}{x}, \text{III} \quad \frac{\sqrt{x-a}}{x^2}, \text{II} \quad \frac{\sqrt{a-x}}{x^2}, \text{I}$$

**ג.** איזה מן הביטויים I – IV מייצג את הפונקציה  $f(x)$ ? נמקו.

ידוע כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודת שבה  $x = -2$  הוא  $\frac{7}{16}$ .

**ד.** מצאו את הערך של  $a$ .

**ה.** הציבו  $a = 2$  וחשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $(f(x))^2$ ,

על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישר  $x = 1$ .

.8. נתון מעוין ABCD . נקודת E היא אמצע הצלע BC .

$$\text{נסמן } x = \angle ECD .$$

נתון : שטח המשולש ECD הוא 18 .

א. הביעו באמצעות x את אורך צלע המעוין.

ב. חשבו את האורך המינימלי של הקטע DE .

**תשובות ל מבחן בגרות מס' 18 – קיץ תשפ"ג, מועד א, 2023:**

. 1. א. (1) הוכחה. (2) הסבר. ב. (1) הוכחה. (2) הוכחה.

. -6 (3) .  $y = -6x + 2.8$  (2) .  $f'(x) = -6$ , גראף I,  $f(x) = -6x + 2.8$ , גראף II,  $f''(x) = 0$

.  $k = 2$  (2) .  $0 < a < 1$  (1) . 2

$$\cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{q_A}{q_B} \cdot \frac{-\frac{1}{15}}{\text{ב. (1) לא נכון. (2) נכון.}} \cdot \text{ג. (1) לא נכון. (2) נכון.} \cdot \text{ה. (1) לא נכון. (2) נכון.}$$

$$\cdot \frac{32}{125} = 0.256 \cdot \frac{3}{4} \cdot p = \frac{5}{12} \cdot 0.8 \cdot \text{ג. (1) לא נכון. (2) נכון.}$$

$$\cdot \frac{4}{9} \cdot \text{א. הוכחה. ב. (1) לא נכון. (2) הוכחה.} \cdot \text{ג. הוכחה.} \cdot \text{ה. (1) לא נכון. (2) נכון.}$$

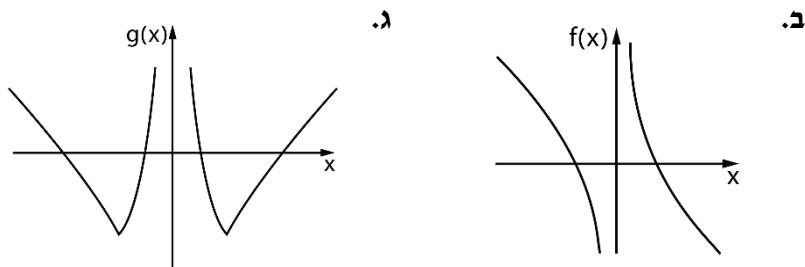
$$\cdot \alpha = 30^\circ \cdot \text{ב. (1) לא נכון. (2) נכון.} \cdot AO = 2\sqrt{2}R \sin(45^\circ - \frac{1}{2}\alpha) \cdot \text{ג. (1) לא נכון. (2) נכון.}$$

$$\cdot 2.59 \cdot \text{ד. (1) לא נכון. (2) נכון.} \cdot R = 5 \cdot \text{ה. (1) לא נכון. (2) נכון.}$$

$$\cdot (-\sqrt{2a}, 0), (\sqrt{2a}, 0) \cdot \text{ו. (1) לא נכון. (2) נכון.} \cdot x = 0 \cdot \text{ז. (1) לא נכון. (2) נכון.}$$

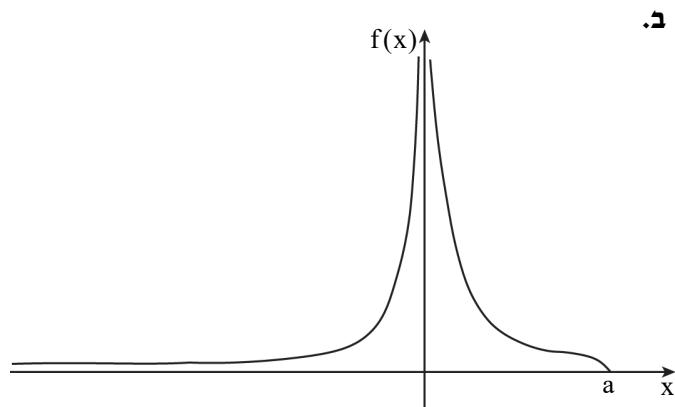
. (4) תחומי עלייה: אין, תחומי ירידיה:  $x < 0$  או  $x > 0$

. (5) קעירות כלפי מעלה ( $\cup$ ) :  $x > 0$ , קעירות כלפי מטה ( $\cap$ ) :  $x < 0$



. ה. מינימום.  $b = 3$ ,  $a = 2$  . 7

.7. א. (1) תחום עלייה :  $0 < x < a$ , תחום ירידה : (2) נקודת פיתול אחת.



.ג.  $\frac{5}{24}$ . ה.  $a = 2$ . י. 1.

~~.ג.  $\sqrt{\frac{72}{4}}$ . ה.  $\sqrt{\frac{72}{\sin x}}$ .~~ .8

~~.ג.  $\sqrt{\frac{72}{4}}$ . ה.  $\sqrt{\frac{72}{\sin x}}$ .~~ .8



no equivalent?

# מבחן בגרות מס' 19

**קי"ץ תשפ"ג, מועד מיוחד, 2023**

## פרק ראשון – שאלות קצרות

1. ענו על שלושה מארבעת הסעיפים.

**א.** בסרטוט של פניכם

מקבילית  $ABCD$



הנקודות  $E$  ו-  $F$  נמצאות

על המשכי הצלע  $AB$ ,

כמתואר בסרטוט.

הקטע  $EC$  חותך את

הצלע  $AD$  בנקודה  $G$ .

הקטע  $FD$  חותך את הצלע  $BC$

בנקודה  $H$ .

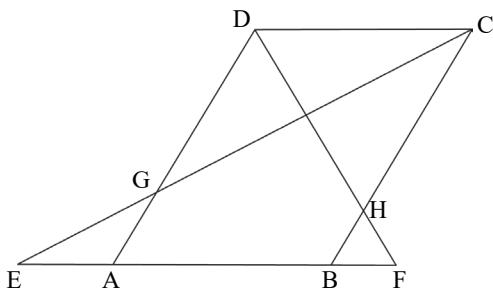
נתון :  $GE = 5$  ,  $HF = 4$

(1) מצאו את היחס בין רדיוס המעגל החוסם את משולש  $HBF$

ובין רדיוס המעגל החוסם את משולש  $GEA$ . נמוו את תשובתכם.

נתון : המרובע  $ABHD$  הוא בר-חסימה במעגל,  $BH = FH$

(2) הוכיחו כי המשולש  $HBF$  הוא שווה צלעות.



**ב.** בישוב מסוים הסתברות לבחור באקראי גבר היא 0.2,

והסתברות לבחור באקראי אישה היא 0.8.

בוחרים באקראי 4 אנשים מישוב זה.

לפניכם שני ביטויים:

$$\text{ביטוי 1 : } \binom{4}{3} \cdot 0.2^3 \cdot 0.8 + 0.2^4 : \quad \text{ביטוי 2 : } 1 - 0.2^4$$

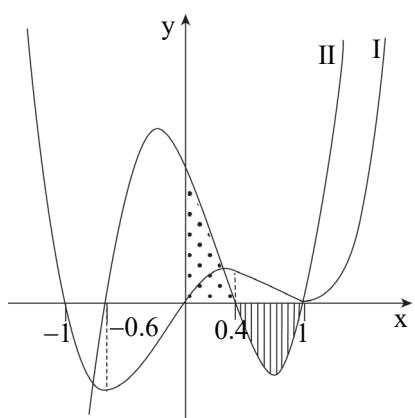
קבעו איזו מבין הסתברויות I-III שלפניכם אפשר לחשב על ידי ביטוי 1

ואיזו מהן אפשר לחשב על ידי ביטוי 2.

I. הסתברות לבחור באקראי יותר גברים מאשר נשים.

II. הסתברות לבחור באקראי יותר נשים מאשר גברים.

III. הסתברות לבחור באקראי לפחות גבר אחד ולפחות אישה אחת.



**ג.**  $f(x)$  היא פונקציה.

ב סרטוט שלפניכם מוצגים

שני גרפים: גרף I וגרף II.

אחד הגראפים הוא של פונקציית

הנגזרת  $(x)f'$ , והגרף האחר

הוא של פונקציית

הנגזרת השנייה  $(x)f''$ .

(1) איזה גרף הוא של  $(x)f'$ ?

ואיזה גרף הוא של  $(x)f''$ ?

נקו.

(2) הוכחו שהשטח המוגבל על ידי גרף II

על ידי ציר ה- x בריבוע הרביעי (השטח המוקווקו הסרטוט)

שווה לשטח המוגבל על ידי גרף II, על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y

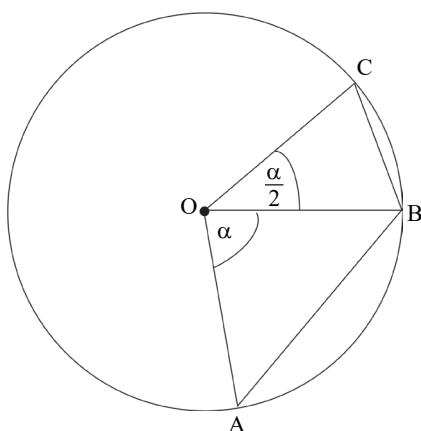
בריבוע הראשון (השטח המנווקד הסרטוט).



- ד. במעגל שמרכזו O בונים סדרה אין-סופית של משולשים שווים שוקיים.  
זווית הראש של המשולשים חוץ זוויות מרכזיות במעגל,  
ושוקי המשולשים הם רדיוסים במעגל.  
זווית הראש של המשולש הראשון ( $\triangle AOB$ ) היא  $\alpha$ .

זווית הראש של המשולש השני ( $\triangle BOC$ ) היא  $\frac{\alpha}{2}$ , כמתואר בסרטוט.

משיכים לבנות משולשים שווים שוקיים כך שזווית הראש של כל משולש  
נוסף בסדרה קטנה פי 2 מזווית הראש של המשולש לפניו.  
נתון: סכום כל זווית הראש של כל המשולשים בסדרה הוא  $240^\circ$ .



- (1) מצאו את  $\alpha$ .
- (2) האם שטחי כל המשולשים האלה הם סדרה הנדסית?  
נמקו את תשובתכם.

## פרק שני – הסתברות, סדרות ואיינדוקציה

.2. נתונה סדרה חשבונית A ובה  $n$  איברים ( $n$  הוא מספר טבעי).

d הוא ציירש הסדרה ( $d \neq 0$ ).



$$b_m = \frac{a_m + a_{m+1}}{2}$$

בסדרה B יש  $n$  איברים.

א. הוכחו כי הסכום הכולל של סדרה B הוא סדרה חשבונית.

והבינו באמצעות נוסחה נסימן מהפרש של

נסמן ב-  $S_A$  את סכום האיברים בסדרה A.

נסמן ב-  $S_B$  את סכום האיברים בסדרה B.

$$\text{ב. הוכחו: } S_B = \frac{S_A}{2n-1}$$

נתון:  $S_A = 220 + S_B$ ,  $n = 11$ ,  $a_1 = 66$ .

ג. (1) מילוי ת. (2)

(2) מילוי ת. (1) מילוי ת. n.

.3

כדי להתקבל ללימודים בפקולטה מסוימת מועמד צריך להיבחן בשני מבחנים.

ההסתברות שמועמד יכול בבחון הראשון היא  $P > 0.5$ .

אם המועמד הצליח בבחון הראשון, אז ההסתברות שהוא יצליח בבחון השני היא  $P + 0.3$ .

אם המועמד נכשל בבחון הראשון, אז ההסתברות שהוא יצליח בבחון השני היא  $P - 0.1$ .

נתון כי ההסתברות שמועמד יכול בדיקת בבחון אחד בין השניים היא  $\frac{9}{40}$ .

א. מצאו את  $P$ .

כדי להתקבל ללימודים בפקולטה המועמד צריך להצליח בשני מבחנים.

ב. ידוע כי מועמד הצליח לפחות בבחון אחד. מהי ההסתברות שהוא התקבל לפקולטה?

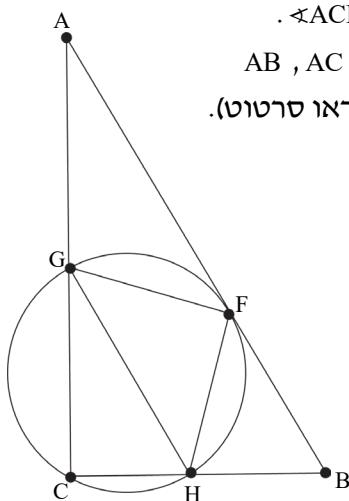
שלושה מועמדים נבחנו בשני מבחנים.

ג. מהי ההסתברות ששני מועמדים מבין השלושה התקבלו לפקולטה ואחד מהם נכשל בשני מבחנים?

ה מועמדים נבחנו בשני מבחנים ( $2 \geq n$ ).

ד. הבינו באמצעותו זה את ההסתברות שלפחות מועמד אחד התקבל לפקולטה  
וגם לפחות מועמד אחד לא התקבל לפקולטה.

### פרק שלישי – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור



4. המשולש  $ABC$  הוא משולש ישר זווית,  $\angle ACB = 90^\circ$ .

הנקודות  $H, F, G$ , נמצאות על הצלעות  $AB, AC, CB$ , בהתאם, כך שהמרובע  $GCHF$  חסום במעגל (ראו סרטווט).

נתון:  $AB \parallel GH$ ,  $F$  נקודה על  $GH$ .

א. הוכחו:  $FG = FH$ .

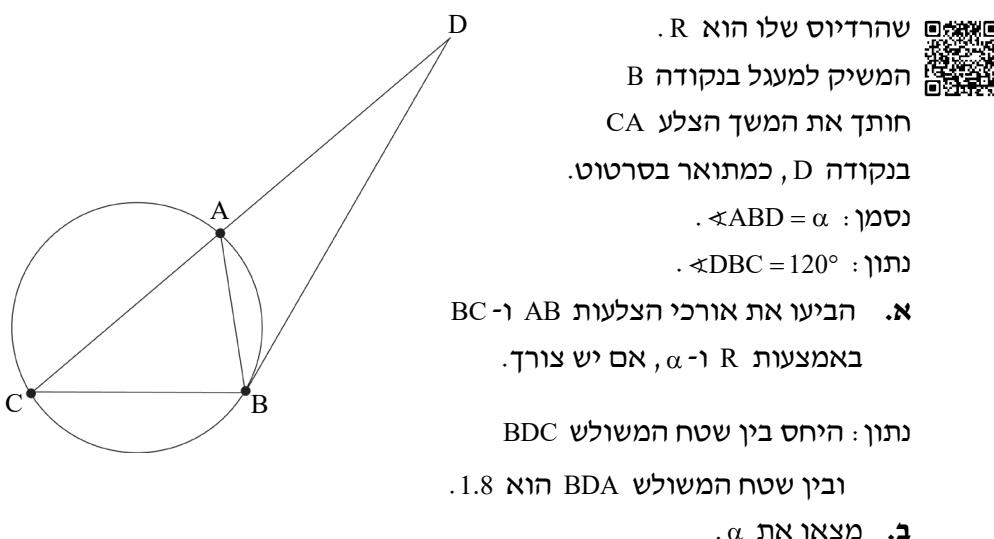
ב. (1) מצאו את גודל הזווית  $\angle ACF$ .

(2) הוכחו:  $\triangle GFC \sim \triangle FBC$ .

קוטר המעלג היוצא מנקודה  $F$

חותך את הצלע  $AC$  בנקודה  $E$

ג. הוכחו:  $\angle FEB = \angle FCB$ .



5. המשולש  $ABC$  חסום במעגל

שהרדיוס שלו הוא  $R$ .

המשיק למעגל בנקודה  $B$

חותך את המשך הצלע  $CA$

בנקודה  $D$ , כמתואר בסרטוט.

נסמן:  $\angle ABD = \alpha$ .

נתון:  $\angle DBC = 120^\circ$ .

א. הבינו את אורךי הצלעות  $AB$  ו-  $BC$

בأמצעות  $R$  ו-  $\alpha$ , אם יש צורך.

נתון: היחס בין שטח המשולש  $BDC$

ובין שטח המשולש  $BDA$  הוא 1.8.

ב. מצאו את  $\alpha$ .

נתון כי רדיוס המעלג החסום במשולש  $BDA$  הוא 4.

ג. מצאו את  $R$ .

**פרק רביעי – חשבון דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינומים,  
של פונקציות שורש, של פונקציות רצינאליות ושל פונקציות טריגונומטריות**

6. נתונה הפונקציה  $f(x) = \sin(x) \cdot \cos^3(x)$  המוגדרת בתחום  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ .

א. (1) האם הפונקציה  $f(x)$  היא זוגית או אי-זוגית? נמקו.



(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ ,

וקבעו את סוגן.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

$$\text{נתונה הפונקציה } g(x) = \frac{1}{\sqrt{f(x)}}.$$

ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ .

(2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ .

(3) סרטטו (בקו מכווקו) סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$  באוטה מערכת

ציריים שבה סרטטתם את גרף הפונקציה  $g(x)$ .

ענו על סעיף ג בעבור התחום שבו מוגדרות הפונקציות  $f(x)$  ו-  $g(x)$ .

ג. מצאו את המרחק המינימלי בין הפונקציות  $f(x)$  ו-  $g(x)$ .

7. נטוונה הפונקציה .  $f(x) = x + \sqrt{x^2 - 4}$

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גраф הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$  (אם יש כאלה).

- (3) מצאו את תחומי העליה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (4) מצאו את תחומי הקעירות כלפי מעלה ( $\cup$ ) וככלפי מטה ( $\cap$ ) של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).

ב. סרטטו סקיצה של גраф הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה  $h(x) = -f(-x)$ . הפונקציות  $f(x)$  ו-  $h(x)$  מוגדרות באותו תחום.

- ג. באותה מערכת צירים שבה סרטטתם סקיצה של גраф הפונקציה  $f(x)$ ,  
 הוסיפו בקו מקווקו סקיצה של גраф הפונקציה  $h(x)$ .

נתון :  $a > 4$  הוא פרמטר.

- ד. סדרו את הביטויים I-II-III שלפניכם מן הקטן ביותר אל הגדל ביותר  
 (כתבו בצד שמאל את מספרו של הביטוי הקטן ביותר וכן הלאה).

$$\int_a^{a+1} (f(x) - h(x)) dx . \text{I}$$

$$\int_{a+1}^{a+2} (f(x) - h(x)) dx . \text{II}$$

$$\int_{-a+1}^{-a+2} (f(x) - h(x)) dx . \text{III}$$

.8

ישר שני ישרים – חותם את החלק החיובי

של ציר ה- $x$  בנקודה B,

ואת החלק החיובי של ציר ה- $y$  בנקודה A.



הנקודה D נמצאת על הישר AB  
ברבע הראשון.

הנקודה E נמצאת על ציר ה- $x$   
כך שהקטע DE מקביל לציר ה- $y$ .

הנקודה O היא ראשית הצירים,  
כמתואר בסרטוט.

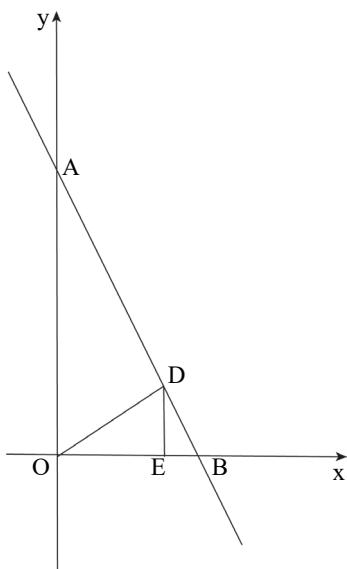
נסמן את הקטע OE ב- $p$ .

נתון: שטח המשולש OED הוא  $\frac{p}{2}$ .

a. הבינו באמצעות  $p$  את משטחן של אזור AB.

b. מצאו את הערך של  $p$  שבעבורו ניתן היה  $\frac{p}{2}$  שטח המשולש OED

ובין שטח המשולש ABO הוא מינימלי.



**תשובות לבחן בגרות מס' 19 – קיץ תשפ"ג, מועד מיוחד, 2023:**

. 1. א. (1) 4:5 . ב. (2) 3:III , ביטוי 2 : I .

ג. (1) גרף I, (2) הוכחה.

ד. (2) שטחי כל המשולשים האלה אינם סדרה הנדסית .  $\alpha = 120^\circ$  (1)

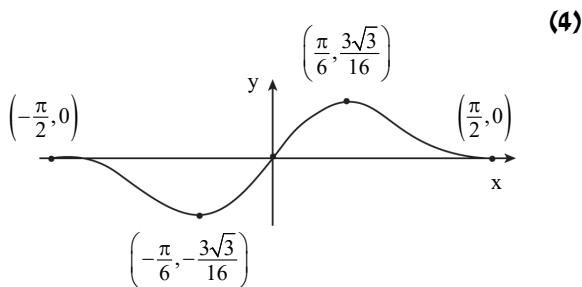
<sup>2</sup>. א. הסדרה B חשבונית, והפרש  $d$  . ב. הוכחה . ג. (1) .  $n = 33$  (2) . 440 .

$$1 - \left( 0.3825^n + 0.6175^n \right) \approx 0.1802 \quad \Rightarrow \quad \frac{247}{337} \approx 0.733 \quad \therefore P = 0.65$$

$$\therefore R = 10.26 \quad \therefore \alpha = 40.2^\circ \quad \therefore BC = R\sqrt{3}, \quad AB = 2R \sin \alpha$$

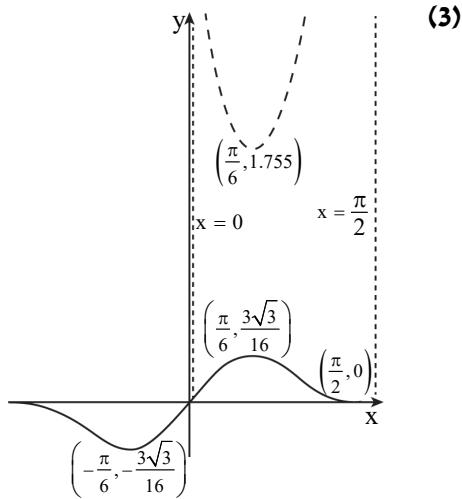
א. (1) איזוגית. (2)  $(0,0)$ . (3)  $\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$ ,  $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ ,  $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$  מינימום.

מינימום, מקסימום.  $\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$ ,  $\left(-\frac{\pi}{6}, -\frac{3\sqrt{3}}{16}\right)$ ,  $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{3\sqrt{3}}{16}\right)$



. ב. מינימום  $\left(\frac{\pi}{6}, 1.755\right)$  (2) .  $0 < x < \frac{\pi}{2}$  (1)

. 1.43 .ג

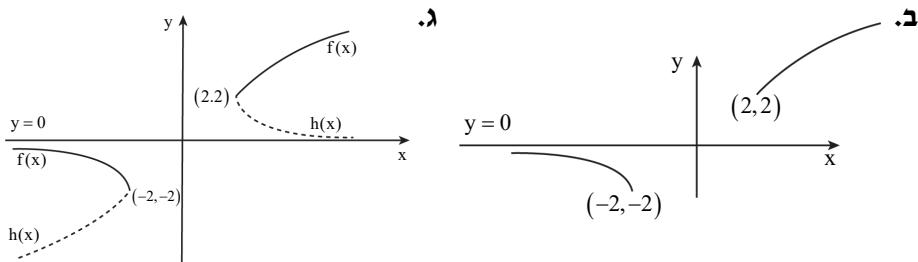


. 7. א. (1) או  $x \leq -2$   $x \geq 2$  . (2) אין לפונקציה  $f(x)$  נקודות חיתוך עם ציר ה- $x$ .

. (3) תחום עלייה :  $x < -2$  , תחום ירידה :  $x > 2$

(4) תחום קעירות כלפי מעלה ( $\cup$ ) : א.  $x$

.  $x < -2$   $x > 2$  : ( $\cap$ ) תחומי קעירות כלפי מטה



. III < I < II .ג

.  $p = 0.5$  .ג .  $y = -2x + 2p + 1$  .ג . 8

49 -  
last in PDF

# מבחן בגרות מספר 20

## קייז תשפ"ג, מועד ב, 2023

### פרק ראשון – שאלות קצרות

1. ענו על שלושה מארבעת השעיפים.

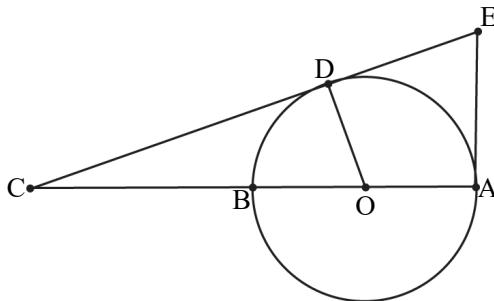
A. בעבור כל  $n$  טبعי הוכחו באינדוקציה או בדרך אחרת כי מתקיים:  $\frac{A}{2} + \frac{A}{2^2} + \dots + \frac{A}{2^n} = A\left(1 - \frac{1}{2^n}\right)$ .



B. הנקודה B היא אמצע הקטע AC.

AB הוא קוטר במעגל שמרכזו O ורדיוסו R. מן הנקודה A מעבירים ישר המשיק למעגל בנקודה D.

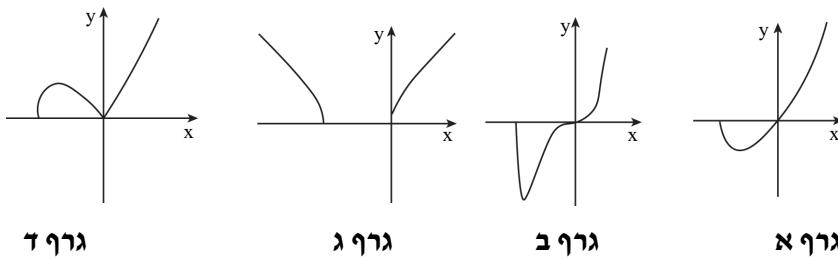
בנקודה A מעבירים משיק נוסף למעגל. שני המשיקים נחתכים בנקודה E (ראו סרטוט).



- (1) הוכחו כי המרובע AODE הוא בר חסימה במעגל.
- (2) הבינו באמצעות R את רדיוס המעגל החוסם את המרובע AODE.

ג. לפניכם שלוש פונקציות והגרפים א-ד. כל אחת מן הפונקציות מתוארת על ידי אחד מן הגרפים

$$k(x) = x\sqrt{x+2}, \quad h(x) = \sqrt{x(x+2)}, \quad f(x) = \sqrt{x^2(x+2)}$$



(1) בעבור כל אחת מן הפקנציות, קבעו איזה מן הגрафים מתאר אותה.  
נמקו את קבועותיכם.

נתונה הפונקציה  $g(x) = x^n \sqrt{x+2}$  . הוא פרמטר טבעי גדול מ-1.

(2) מצאו עבור אילו ערכים של  $a$ , הגרף הנותר מתאר את הפונקציה  $y = g(x)$ .

לפניכם גרפ של הפונקציה  $f(x)$

המודרָת לכל  $x \neq 0$ .

## הישרים 2

הם אסימפטוטות של

.  $f(x)$  הנקציה

### הfonקציית $f(x)$ קעורה כלפי מטה

**מעלה בכל תחום הגדרתה.**

(1) סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

(2) רשמו את תחומי העליה והירידה של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$

(אם יש כאלה).

נתון:  $a > 0$  הוא פרמטר.

(3) סדרו את הביטויים (1)-(4) שלפניכם מנו הקטן ביותר אל הגדול ביותר (כתבו בצד שמאל את מספרו של הביטוי הקטן ביותר וכן הלאה).

$$\text{. 2 (4) } \int_a^{a+1} f'(x) dx \quad (3), \int_{a+1}^{a+2} f(x) dx \quad (2), \int_a^{a+1} f(x) dx \quad (1)$$

## פרק שני – הסתברות, סדרות ואינדוקציה

2. נתונה סדרה חשבונית  $a_1, a_2, \dots, a_{3n}$  שבה  $3n$  איברים, וסכום כל שלה הוא  $p$ .

נסמן ב-  $\bar{a}_n$  את סכום האיברים  $a_1 + a_2 + \dots + a_n$  בסדרה.

א. הוכיחו כי  $\bar{a}_n < S$ .



נתון כי האיבר הראשון  $a_1 = p - 1$ , והסכום בין האיבר הראשון וכי הסכום של  $n$  האיברים הבאים לאחריו שווה ל-0.

ב. האם הפרש הסדרה הינו קבוע? אם כן, מהו? אם לא, מילוי? נמקו את תשובתכם.

ידעו כי מתקיים  $|p| \leq n$ .

ג. מצאו את ריבוע סכום האיברים בסדרה.

מוחקים את האיברים  $a_1, a_2, \dots, a_{3n-4}$  מהסדרה הנתונה, ונוצרת סדרה חדשה חשבונית חדשה:

ד. מצאו את  $p$ .

.3

3. עיתון יומי המופץ למוניים שגרים בחיפה או בתל אביב בלבד, אמור להישלח אל

בitem בכל יום עד השעה 00:00.



מערכת העיתון ערכה סקר בקרב המוניים, ושאלה בנוגע ליום מסויים אם הם קיבלו את העיתון בזמן.

כל המוניים השתתפו בסקר וכל אחד מהם ענה כן או לא.

מתוצאות הסקר עולה כי ההסתברות לבחור באקראי מני שקיבל את העיתון בזמן מבין המוניים שגרים בחיפה היא  $\frac{3}{4}$ , וההסתברות לבחור באקראי מני שגר

בחיפה מבין המוניים שקיבלו את העיתון בזמן היא  $\frac{5}{9}$ .

נסמן ב-  $\mathbf{c}$  את ההסתברות שמנוי שנבחר באקראי מני כל המוניים גר בחיפה. בוחרים באקראי אחד מן המוניים.

$\mathbf{a}$ . הבינו באמצעות  $\mathbf{c}$  את ההסתברות שהמנוי שנבחר גר בתל אביב וקיבל את העיתון בזמן.

נתון כי מספר המוניים שגרים בתל אביב ולא קיבלו את העיתון בזמן גדול פי 1.5 מאשר המוניים שגרים בתל אביב וקיבלו את העיתון בזמן.

$\mathbf{b}$ . כמה אחוזים מן המוניים קיבלו את העיתון בזמן?

מבין המוניים שלא קיבלו את העיתון בזמן, בוחרים באקראי שני מוניים.

$\mathbf{g}$ . מהי ההסתברות שהראשון שנבחר גר בתל אביב והשני שנבחר גר בחיפה?

באוטו היום התקשרו למערכת העיתון 6 מוניים שלא קיבלו את העיתון בזמן.

$\mathbf{d}$ . מהי ההסתברות שלכל היותר 4 מהם גרים בחיפה?

### פרק שלישי – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור

4. מנוקודה  $B$ , שמחוץ למעגל, העבירו ישר שמשיק למעגל בנקודה  $C$ ,

וישר אחר שחותך את המעגל בנקודות  $E$  ו-  $A$ , כמתואר בסרטוט.

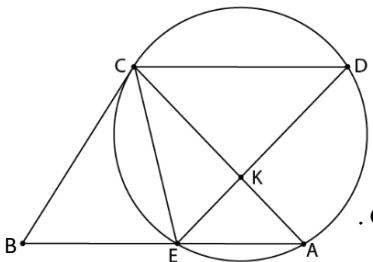
הנקודה  $D$  נמצאת על המעגל כך שהמיון  $CD$  מקביל למיון  $EA$ .

המיונים  $ED$  ו-  $AC$  נחתכים בנקודה  $K$ .

a. הוכחו:  $\Delta CEB \sim \Delta DCE$ .

$$\text{נתון: } AK = 3.$$

נסמן את שטח המשולש  $CEK$  ב-  $S$ .



b. הבינו באמצעות  $S$  את שטח המשולש  $CKD$ .

$$\text{נתון: } BC = \frac{35}{\sqrt{32}}.$$

g. הבינו באמצעות  $S$  את שטח המשולש  $CEB$ .

הנקודה  $O$  היא מרכזו המעגל.

d. הוכחו:  $\angle COE = \angle CKE$ .

$$\text{נתון: } \angle CAE = 45^\circ.$$

h. הסבירו מדוע הנקודות  $O$ ,  $E$ ,  $C$ ,  $O$  ו-  $K$  נמצאות על מעגל אחד.

5. נתון טרפז  $ABCD$  ( $AB \parallel DC$ ), החסום במעגל.

המשכי הצלעות  $AD$  ו-  $BC$  נפגשים בנקודה  $E$ , כמתואר בסרטוט.

$$\text{נתון: } \angle CDE = \alpha, \angle ACB = 60^\circ. \text{ נסמן: } \angle ACE = \alpha.$$

a. (1) מצאו את זווית המשולש  $ACE$

(הבעו באמצעות  $\alpha$  אם יש צורך).

(2) הבינו באמצעות  $\alpha$  ו-  $k$  את אורךי

הצלעות  $AB$  ו-  $DC$ .

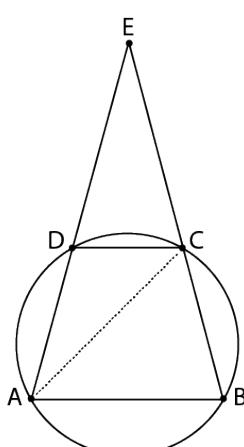
נתון כי שטח המשולש  $ABE$  גדול פי 3

משטח המשולש  $DCE$ .

b. מצאו את גודל הזווית  $\alpha$ .

g. מצאו את הערך של  $k$ , שבuboרו אורץ

התיכון לצלע  $EC$  במשולש  $AEC$  הוא  $\sqrt{7}$ .



**פרק רביעי – חשבון דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינומים,  
של פונקציות שורש, של פונקציות רצינאליות ושל פונקציות טריגונומטריות**

6. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x^2 - a^2}{(x - 4)^2}$   $0 < a < 4$  הוא פרמטר.

א. ענו על התת-סעיפים (1)-(5).



הביעו את תשובותיכם באמצעות  $a$  אם יש צורך.

(1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים  
של הפונקציה  $f(x)$ .

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גраф הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

(4) מצאו את שיעור ה- $x$  של נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ ,  
וקבעו את סוגה.

(5) סרטטו סקיצה של גраф הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה  $g(x) = \frac{x^2}{(x - 4)^2}$ ,

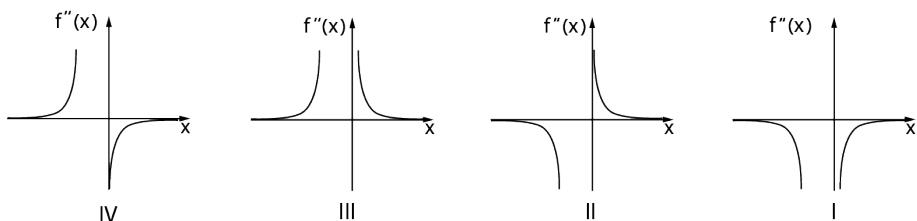
המודדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקציה  $f(x)$ .

ב. (1) הוכחו כי גраф הפונקציה  $g(x)$  נמצא כולו מעל גраф הפונקציה  $f(x)$ .

(2) הביעו באמצעות  $a$  את השטח המוגבל על ידי הגראפים של הפונקציות  
 $y = f(x)$  ו-  $y = g(x)$ , על ידי הישר  $x = 1$ .

7. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + x}}$ .

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) האם גраф הפונקציה  $f(x)$  חותך את הצירים? נמקו את תשובתכם.  
 (3) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים  
     של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (4) מצאו את תחומי העליה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .  
     נתון כי לפונקציה  $f(x)$  אין נקודות פיתול.  
 ב. סרטטו סקיצה של גраф הפונקציה  $f(x)$ .  
 ג. היעזרו בגרף הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו איזה מן הגрафים I – IV שבסוף השאלה מתאר את גраф הנגזרת השנייה  $f''(x)$ . נמקו את קביעתכם.  
 ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גראף פונקציית הנגזרת השנייה  $f''(x)$ ,  
     על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישרים  $x = 1$  ו-  $x = 2$ .



8. הנקודה  $A$  הייתה אמצע הקטע  $AB$ . על הקטע  $AB$  בונים מלבן  $ABCD$ , ומשולש יסודי  $AFB$  בזווית ישרה,  $\angle AFB = 90^\circ$ ,  $\angle FAB = x$ . נתון:  $\angle ECB = x$ . נסמן את אורק הקטע  $CE$ .  
 א. מהו תחום הערכים של  $x$  בעבור  $x$ ? הסבירו את תשובתכם.  
 ב. הבינו באמצעות גיאומטריה, מדוע  $x$  שבעבורו מושג בין אורך הקטע  $CE$  לאורק הקטע  $AF$ .  
 ג. מצאו את הערך של  $x$  שבעבורו מושג בין אורך הקטע  $CE$  לאורק הקטע  $AF$ , והוא מינימלי.  
 ד. בעבור ערך מסוים של  $x$  שמצאתם בסעיף ג' נזקנו את היחס  
     בין המלבן  $ABCD$  לשטח המשולש  $AFB$ .

**תשובות ל מבחון בגרות מס' 20 – קיץ תשפ"ג, מועד ב, 2023:**

1. א. הוכחה. ב. (1) הוכחה. (2)

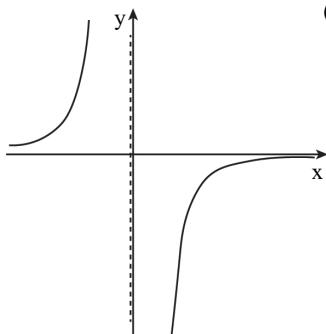
$$R \frac{\sqrt{3}}{2}$$

ג. (1) גראף ג, (2) גראף א.  $k(x) : h(x) : f(x)$

,  $x < 0$  תחומי עלייה:  $x > 0$  או  $x < 0$

תחום ירידה: אין.

. (3),(4),(2),(1) (3)



(1). ד

2. א. הוכחה. ב. שלילי. ג. 39. ד. 2.

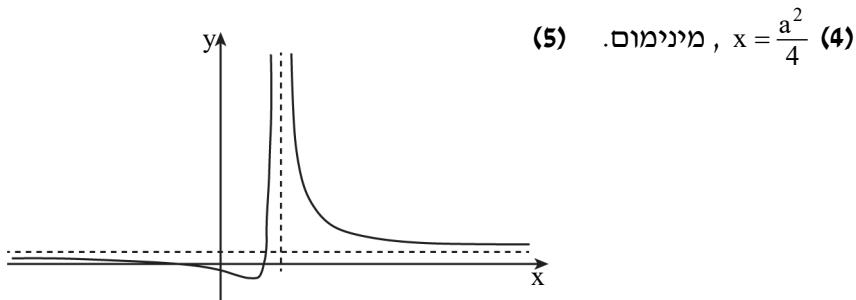
. 0.998 . ד. .  $\frac{90}{529}$  ג. . 54%. ב.  $\frac{3}{5}$  p. (3)

. 4. א. הוכחה. ב. ג. ד. הוכחה. ה. הסבר.

.  $DC = \frac{k \cdot \sin(2\alpha - 120^\circ)}{\sin \alpha}$ ,  $AB = \frac{\sqrt{3}k}{2 \sin \alpha}$  (2) .  $2\alpha - 120^\circ, 180^\circ - 2\alpha, 120^\circ$  (1). נ . 5

.  $k = 2$  ג. .  $\alpha = 75^\circ$  ב.

.  $(-a, 0)$ ,  $(a, 0)$ ,  $(0, -\frac{a^2}{16})$  (3) .  $y = 1$ ,  $x = 4$  (2) .  $x \neq 4$  (1) . נ . 6



(5) מינימום.  $x = \frac{a^2}{4}$  (4)

ב. (1) הוכחה.  $\frac{a^2}{12}$  (2)

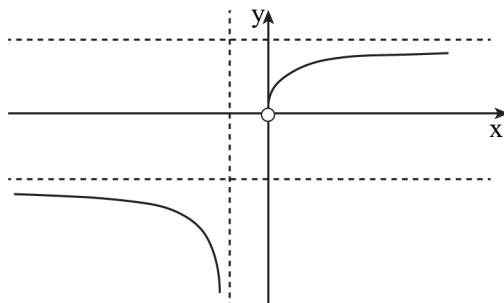
.  $0 < x$  או  $x < -1$  (1) . נ . 7

.  $x \rightarrow -\infty$   $y = -2$ ,  $x \rightarrow \infty$  עבור  $y = 2$ ,  $x = -1$  (3)

.  $x < -1$ , ירידה : (4)

. גראף . I.

. 0.217 . 7



. ב.

. 4 . 7 .  $\left(\frac{\pi}{6}\right)$   $x = 30^\circ$  . נ .  $\frac{0.5h}{\sin x} - h \cdot \cos(2x)$  . ב .  $\left(0 < x < \frac{\pi}{4}\right)$   $0^\circ < x < 45^\circ$  . נ . 8



no equivalent

# מבחן בגרות מס' 21

## חומר תשפ"ד, מועד א, 2024

### פרק ראשון – שאלות קצרות

. 1. ענו על שלושה מארבעת השעיפים.

a. הוכחו באינדוקציה או בדרך אחרת שלכל  $n$  טבעי זוגי מתקיים :

$$48 + 144 + 288 + \dots + 6n(n+2) = n(n+2)(n+4)$$



b. המרובע BCED חסום במעגל.  
המשך המיתר BD והמשך המיתר CE נפגשים בנקודה A (ראו סרטוט).

נתון :  $AD = CE$ ,  $AE = 2CE$

(1) הוכחו :  $\Delta AED \sim \Delta ABC$

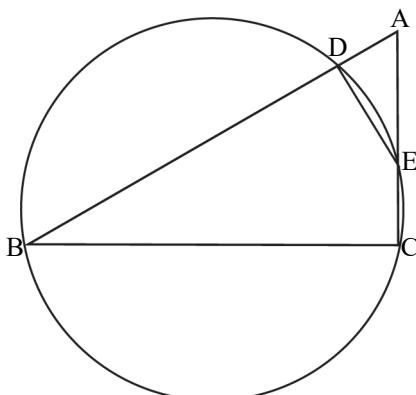
(2) מצאו את היחס  $\frac{AB}{AC}$

(3) נתון :  $\angle DEC = 150^\circ$

האם BE הוא קוטר

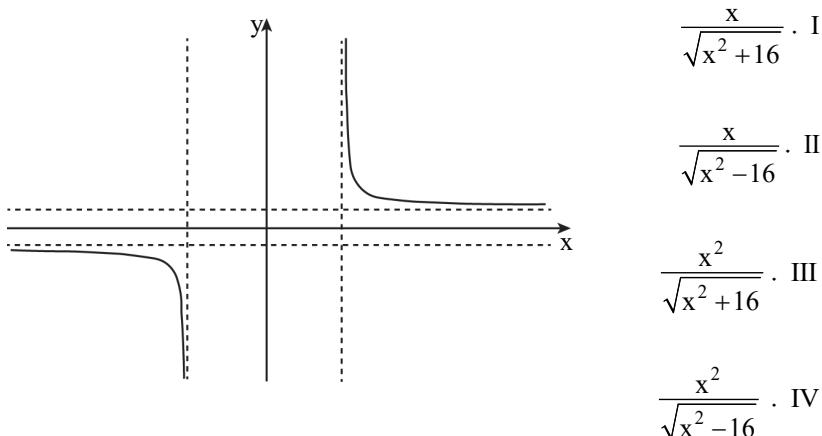
במעגל הנתון?

נמקו את תשובתכם.





- ג. לפניכם סרטוט של גרף הפונקציה  $f(x)$ .  
 לפונקציה  $f(x)$  יש שתי אסימפטוטות מאונכיות לציר ה- $x$   
 ושתי אסימפטוטות מאונכיות לציר ה- $y$   
 אחד מן הביטויים I – IV שלפניכם מותאר את הפונקציה  $f(x)$ .



- (1) קבעו איזה מן הביטויים I – IV מותאר את הפונקציה  $f(x)$   
 נמקו את קביעתכם.

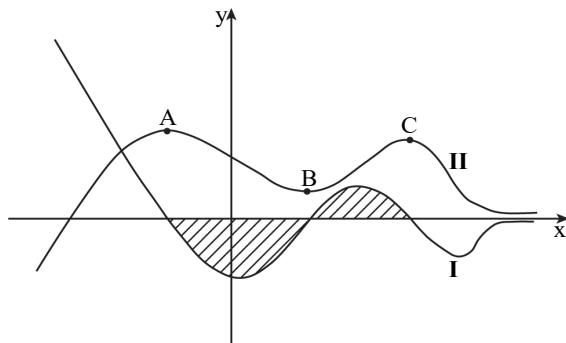
- נתונה הפונקציה  $f(x)$ , המוגדרת באותו התחום כמו הפונקציה  $g(x)$ .  
 פונקציית הנגזרת  $g'(x) = f(x) + \frac{5}{3}$  מקיימת:  
 (2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $g(x)$ .

7. הגרפים I-II בסרטוט שלפניכם מתארים את הפונקציה  $f(x)$



ו- את פונקציית הנגזרת  $(x)' f$ .

כל נקודות הקיצון של הפונקציות  $f(x)$  ו-  $f'(x)$  מתוארכות בסרטוט.



(1) קבעו איזה גרף, I או II, מתאר את הפונקציה  $f(x)$ .

نمכו את קביעתכם.

(2) כמה נקודות פיתול יש לפונקציה  $f(x)$ ? נמכו את תשובתכם.

הנקודות A, B, C הן נקודות הקיצון של גרף II, כמפורט בסרטוט.

$$\text{נתון: } y_B = 2, y_A = ?$$

השטח המוגבל על ידי גרף I ועל ידי ציר ה- $x$  (השטח המוקוκו בסרטוט)  
שווה ל- 7.

(3) מצאו את שיעור ה- $y$  של הנקודה C.

## פרק שני – הסתברות, סדרות ואינדוקציה

.2. בסעיף א' שבונית A נתון:  $a_3 = -16 + 2k$ ,  $a_1 = -4 - 4k$ .

k הוא ערך של k. א. מצאו את כל ערכי k.



(1) הסדרה A,

(2) הסדרה A

(3) הסדרה A קב'

נתון כי  $a_{17} = -232$ .

ב. מצאו את הערך

הציבו את הערך בביטוי שמצאתם וענו על השאלה הנוכחית.

נתונה סדרה A,  $a_n$ , שאיבריה מוגדרים כך:

לכל  $n \in \mathbb{N}$ :  $b_n = a_n + 24n + 17$ .

ג. האם可以在 הסדרה B היא חשבונית.

ד. חשבו את הסכום:  $b_1^2 - b_2^2 + b_3^2 - b_4^2 + \dots + b_{29}^2 - b_{30}^2$ .

.3

במושב מסוים הוחלט לערוך סקר בנוגע להקמת פארק ביישוב.

בסקר השתתפו תושבים מבוגרים וצעירים בלבד.

כל אחד מן התושבים שהשתתף בסקר כתב אם הוא תומך בהקמת הפארק או מתנגד להקמתו (לא היו נמנעים).

כל התושבים המבוגרים שהשתתפו בסקר תמכו בהקמת הפארק.

בחרו באקראי בתושב אחד מבין התושבים שהשתתפו בסקר.

נסמן ב- c את ההסתברות שהתושב שנבחר היה צעיר.

נסמן ב- b את ההסתברות שהתושב שנבחר תמכה בהקמת הפארק.

a. הבינו באמצעות c ו- b את ההסתברות שהתושב שנבחר היה צעיר הantomך בהקמת הפארק.

מחצית מן התושבים הצעירים שהשתתפו בסקר תמכו בהקמת הפארק.

$\frac{3}{7}$  מן המשתתפים בסקר שתמכו בהקמת הפארק היו צעירים.

b. מצאו את c ואת b

יוסי, כתוב חדשות מקומי, ראיין באקראי 6 מן התושבים הצעירים שהשתתפו בסקר.

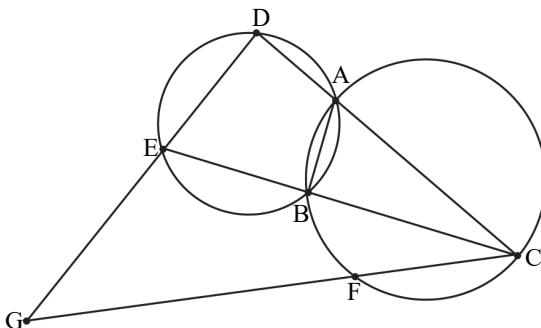
ג. מהי ההסתברות שלפחות אחד מהם תמכה בהקמת הפארק ולפחות אחד מהם מתנגד להקמת הפארק?

לאחר מכון ראיון יוסי באקראי, בז' אחר זה, 5 תושבים שהשתתפו בסקר.

d. מהי ההסתברות שבדיווק 3 מהמרואיאנים האלה היו צעירים, ושהמרואיאין الآخرון מהם היה צעיר?

### פרק שלישי – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור

- .4. שני מעגלים נחתכים בנקודות A ו-B. C היא נקודת על המעגל הימני. המשכי הקטעים CA ו-CB חותכים את המעגל השמאלי בנקודות D ו-E בהתאמה.
- הנקודה F נמצאת על הקשת BC, כמתואר בסרטוט. המשכי הקטעים CF ו-DE נפגשים בנקודה G.



א. הוכחו:  $\triangle EDA \sim \triangle CBA$

ב. הוכחו: המרובע GDAF הוא בר חסימה במעגל.

המייתרים AF ו-BC נפגשים בנקודה H.

נתון:  $\triangle GEC \sim \triangle CHA$

ג. הוכחו:  $\frac{CG}{CD} = \frac{GE}{DE}$

נתון: CE מאונך ל-AB.

.  $CD = 36$ ,  $DE = 18$

ד. חשבו את אורך הקטעים EG ו- CG.

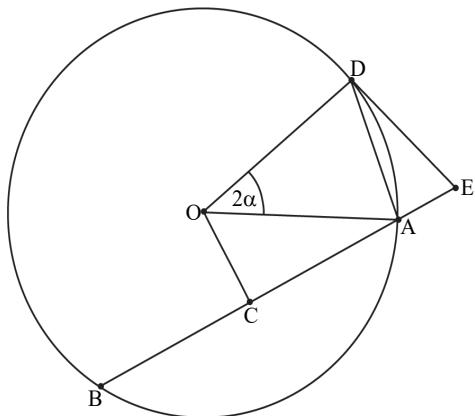
.5

נתון מעגל שמרכזו O ורדיוסו של R.

מנקודה E, הנמצאת מחוץ למעגל, העבירו ישר החותך את המעגל בנקודות A ו-B, כמתואר בסרטוט.

הנקודה D נמצאת על הקשת הגדולה AB, כך שהקטע ED משיק למעגל.  
הנקודה C היא אמצע המיתר AB.

נסמן את הזווית בין הרדיוסים OD ו-OA ב-  $2\alpha$  ( $\alpha < 60^\circ$ ).  
נתון: המרחק של הנקודה O מן המיתר AB הוא  $0.5R$ .



- א. מצאו את זוויות המרובע DOCE. הבינו באמצעות  $\alpha$  אם יש צורך.  
ב. הבינו באמצעות  $R$  ו-  $\alpha$  את אורך הקטע DE.

נתון כי רדיוס המעגל החוסם את המשולש AOD הוא  $\frac{4}{7}R$ .

- ג. מצאו את  $\alpha$ .  
ד. מצאו את היחס בין שטח המעגל החוסם את המרובע DOCE ובין שטח המעגל הנתון.

## פרק רביעי – חשבון דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינום, של פונקציות שורש, של פונקציות רצינוליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{\sqrt{x} - 4}{(\sqrt{x} - 2)^2}$



- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $(x)f$ .
- (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים  
של הפונקציה.
- (3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $(x)f$  עם הצירים.
- (4) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $(x)f$ ,  
וקבעו את סוגן.
- ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $(x)f$ .

נתונה הפונקציה  $g(x) = \frac{2x}{\sqrt{x} - 2}$  המוגדרת באותו התחום כמו הפונקציה  $(x)f$ .

- ג. הראו כי לכל  $0 < x$  בתחום ההגדרה של הפונקציות מתקיים  $(x)'g = g'(x)$ .
- ד. לפניכם טענות I – II. קבעו בוגע לכל טענה אם היא נכונה או לא נכונה.  
نمכו את קביעותיכם.

I. יש משיק לגרף הפונקציה  $(x)g$  שSHIPועו הוא 2.

II. לפונקציה  $(x)g$  יש נקודת פיתול אחת בלבד.

ה. חשבו את ערך הביטוי  $\int_{0.25}^1 g(x) \cdot f(x) dx$

7. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{\sin(x)-a}{\sin(x)+a}$ .  $a$  הוא פרמטר חיובי.

הfonקציה  $f(x)$  מוגדרת לכל  $x$  המקיימים  $\sin(x) \neq -a$ .

נתון כי הגרף של הפונקציה  $f(x)$  משיק לציר  $x$  בכל נקודות הקיצון שלו.  
א. מצאו את הערך של  $a$ .

הציבו  $1 = a$ , וענו על הסעיפים ב-ה עבור התחומים  $-2\pi \leq x \leq 2\pi$ .

ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גраф הפונקציה  $f(x)$ .

(3) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.

ג. סרטטו סקיצה של גראף הפונקציה  $f(x)$ .

ד. כמה פתרונות יש למשוואה  $-1 = f(x)$  בתחום הנתון? נמקו את תשובהיכם.

ידוע כי הפונקציה  $f(x)$  קעורה כלפי מטה בכל אחד מחלקי תחום הגדרתה.

ה. קבעו אם הטענה שלפניכם נכונה או לא נכון. נמקו את קביעותכם.

$$\int_0^{\pi} (f(x)+1)dx > \frac{\pi}{2}$$

8. נתונות שתי גינונות מלכניות הצמודות זו לזו,  
גינה A וגינה B. הרוחב של גינה A הוא  $t$  מטרים.

הרוחב של גינה B הוא 2 מטרים ושטחה

הוא  $2t+2$  מ"ר, כמוואר בסרטוט שלפניכם.

האורך הכלול של שתי הגינונות הוא  $k$  מטרים.

$k$  הוא קבוע.

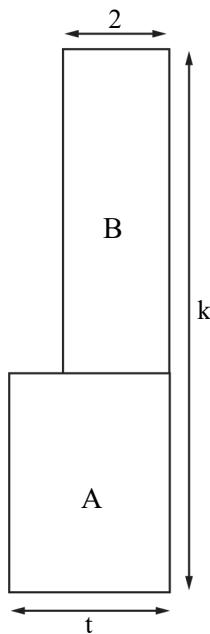
א. הבינו באמצעות  $k$  ו-  $t$  את שטח הגינה A.

ב. הבינו באמצעות  $k$  את הערך של  $t$  שבuboרו היחס בין שטח הגינה B ובין שטח הגינה A הוא מינימלי.

ג. הבינו באמצעות  $k$  את הערך של  $t$  שבuboרו

היחס בין שטח הגינה A ובין שטח הגינה B

הוא מקסימלי. נמקו את תשובהיכם.



**תשובות ל מבחון בגרות מס' 21 – חורף תשפ"ד, מועד א, 2024:**

.1. א. הוכחה. ב. (1). הוכחה. (2) 2. (3) כן.

ג. (1) ביטוי II. (2) תחומי עלייה :  $x < -5$ ,  $x > 4$  תחומי ירידה :  $-5 < x < -4$

.ד. (1) גראフ II . 3 (2) . 5 (3)

. א.  $k > 2$  (1) .  $k < 2$  (2) .  $k = 2$  (3) .  $k = -3$  ב.  $k < 2$  (2) .  $k > 2$  (1) .  $k = -3$

$$\cdot \frac{648}{3125} . \text{ג. } \cdot \frac{31}{32} . \text{ה. } \cdot p = 0.6 , k = 0.7 . \text{ו. } \cdot p + k - 1 . \text{ז. } \cdot 3$$

. א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה. ד. CG = 60, EG = 30 . א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה.

$$\cdot \frac{2R \sin \alpha \cdot \sin(60^\circ + \alpha)}{\sin(120^\circ - 2\alpha)} . \text{ב. } \cdot 120^\circ - 2\alpha , 60^\circ + 2\alpha , 90^\circ , 90^\circ . \text{ז. } \cdot 0.55 . \text{ט. } \cdot 28.96^\circ . \text{א. } \cdot 5$$

$$g. 0.55 . \text{ט. } \cdot 28.96^\circ . \text{א. } \cdot 5$$

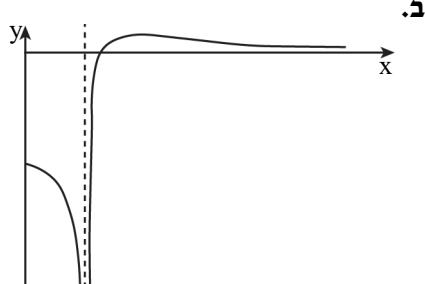
. א.  $(x \rightarrow +\infty) y = 0$ ,  $x = 4$  (2) .  $x \neq 4$ ,  $x \geq 0$  (1) . א. .6

$$\cdot \left( 36, \frac{1}{8} \right) \text{ (4)} . \cdot (0, -1) , (16, 0) \text{ (3)}$$

.ג. להראות.

.ד. טענה I - לא נכון, טענה II - נכון.

$$\cdot 1\frac{17}{18} . \text{ט.}$$



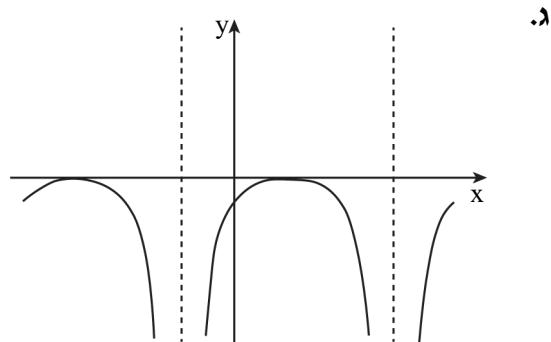
. a = 1 . א . 7

.  $-2\pi \leq x \leq 2\pi$  ,  $x \neq \frac{3\pi}{2}$  ,  $x \neq -\frac{\pi}{2}$  (1) . ב

.  $\left(-\frac{3\pi}{2}, 0\right)$  ,  $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$  ,  $(0, -1)$  (2)

. מקסימום  $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$  , מקסימום  $(2\pi, -1)$  (3)

. מינימום  $\left(-2\pi, -1\right)$  , מינימום  $\left(-\frac{3\pi}{2}, 0\right)$



. ה. נוכנה. 5 . א

.  $\sqrt{k} - 1$  . א .  $\sqrt{k} - 1$  . ב .  $t(k-t-1)$  . ג . 8



no equivalent

## מבחן בגרות מס' 22

### קי"ץ תשפ"ד, מועד א, 2024

#### פרק ראשון – שאלות קצרות

1. ענו על שלושה מרובעת הסעיפים.

א. הוכחו באינדוקציה מתמטית או בדרך אחרת כי השוויון שלפניכם מתקיים [QR]

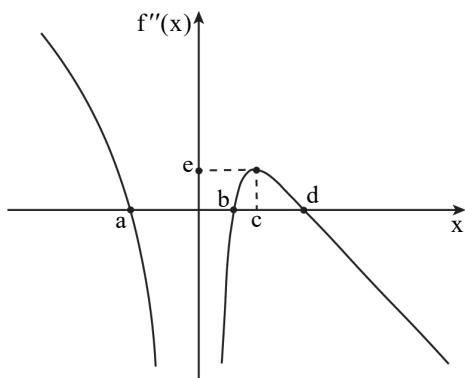
$$\text{בעבור כל } n \text{ טבעי: } 4+13+\dots+\frac{5n^2+3n}{2} = \frac{n(n+1)(5n+7)}{6}$$

ב. נתונות הפונקציות  $f(x)$ ,  $f'(x)$  ו-  $f''(x)$ , המוגדרות לכל  $x \neq 0$ .  
ברטוטו שלפניכם מתואר הגרף של פונקציית הנגזרת השנייה  $f''(x)$ .

לגרף הפונקציה  $(x) f''$  יש שלוש נקודות חיתוך עם ציר ה-  $x$   
ושיעוריהם הם  $(a, 0)$ ,  $(b, 0)$ ,  $(d, 0)$ .

הנקודה  $(c, e)$  היא נקודת הקיצון של  
הfonקצייה  $f''(x)$ .

- (1) הבינו באמצעות  $a, b, c, d, e$   
אם יש צורך,  
את תחומי העלייה והירידה  
של פונקציית הנגזרת  $(x) f'$ .

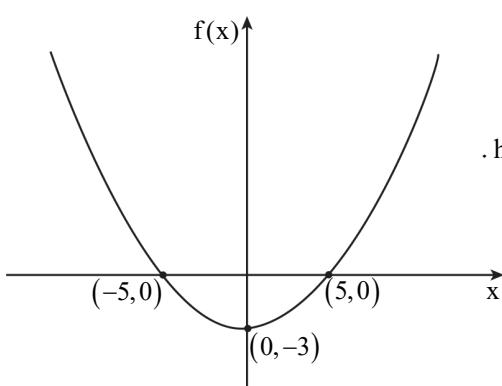


נתונה הפונקציה  $h(x) = f''(x) - e$ , המקיים  $h(x) = f''(x) - e$ ,  
הfonקצייה  $h(x)$  מוגדרת לכל  $x \neq 0$ .

- (2) מצאו כמה נקודות קיצון וכמה נקודות פיתול יש לפונקציה  $h(x)$   
(אם יש כאלה). נמקו את תשובתכם.



- ג. ב串联ות שלפניכם מתואר גרף הפונקציה  $(x) f$ , ועליו כתובים כל שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $(x) f$  עם ציר ה-  $x$



ושיעורי נקודת המינימום שלה.  
הfonקצייה מוגדרת לכל  $x$ .  
נתונות הפונקציות:  
 $. h(x) = |f(x)| + m$  ,  $g(x) = |f(x) + m|$   
.  $0 < m < 2$  .  
(1) הבינו באמצעות  $m$   
אם יש צורך, את שיעורי  
נקודת המקסימום  
של הפונקציה  $g(x)$ .

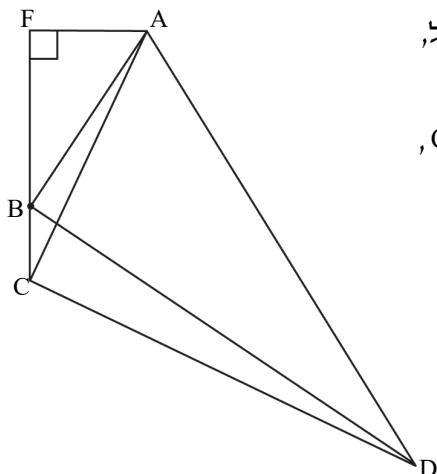
(2) הבינו באמצעות  $m$ , אם יש צורך, את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה  $h(x)$ , וקבעו את סוגן.

(3) לפניכם שתי טענות, I – II. קבעו בעבר כל טענה אם היא נכונה או אינה נכונה. נמקו את קביעותיכם.

I . הפונקציות  $(x) g$  ו-  $(x) h$  חיוויות לכל ערך של  $x$ .

II . לכל ערך של  $m$  בתחום  $0 < m < 2$  מתקיים שהישר

חותך כל אחת מן הפונקציות  $g(x)$  ו-  $h(x)$  בשלוש נקודות.



ד. המרובע ABCD הוא בר חסימה במעגל,  
כך ש- AD הוא קוטר במעגל.

הנקודה F נמצאת על המשך הצלע CB,  
כך ש-  $FA \perp FB$  , כמתואר בסרטוט.  
(1) הוכחו :  $\Delta ACD \sim \Delta AFB$  .  
נתון :  $\angle BDA = 24^\circ$  .

(2) מצאו את היחס בין שטח  
המשולש ACD ובין שטח  
המשולש AFB .

## פרק שני – סדרות והסתברות

.2. הסדרה A היא סדרה הנדסית שאיבריה הם  $a_1, a_2, a_3, \dots$

ומנתה היא  $q < 0$ ,  $-1 < q < 0$ .



נתון :  $a_1 = 1$ .

הסדרה B מוגדרת לכל  $n$  טבעי באופן הזוג :  $b_n = a_n \cdot a_{n+2}$

א. הוכיחו כי הסדרה B היא סדרה הנדסית, והביעו את מנתה באמצעות  $q$ .

ב. לפניכם שלוש טענות I – III.

קבעו עבור כל טענה אם היא נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעותיכם.

I. הסדרה A לא עולה ולא יורדת.

II. הסדרה B היא סדרה עולה.

III. האיברים שנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה A יוצרים סדרה עולה.

נתון : הסדרה B היא סדרה אינ-סופית שסכוםה הוא  $\frac{1}{8}$

ג. מצאו את ערכו של  $q$ .

נתונה סדרה הנדסית נוספת  $C$ , המוגדרת לכל  $n$  טבעי באופן הזוג :  $c_n = \frac{a_n}{b_n}$

נתון :  $m$ ,  $c_3 + c_4 + \dots + c_m = 44,307$  והוא מספר טבעי.

ד. מצאו את הערך של  $m$ .

.3. בחידון יש 5 שאלות. ההסתברות לענות נכון נכוון על כל אחת מן השאלות היא P.

ידעו כי ההסתברות שמתמודד בחידון

יענה נכון על 4 שאלות לכל היתר היא 0.83193.



א. מצאו את P.

ב. מצאו את ההסתברות שמתמודד בחידון יענה נכון על 3 שאלות בדיק.

מספר הנקודות הניתן לכל שאלה זהה למספר השאלה.

כלומר מתמודד שעונה נכון על שאלה 1, מקבל נקודה אחת.

מתמודד שעונה נכון על שאלה 2 מקבל שתי נקודות, וכן הלאה.

ג. מצאו את ההסתברות שמתמודד יצבור 14 נקודות לפחות.

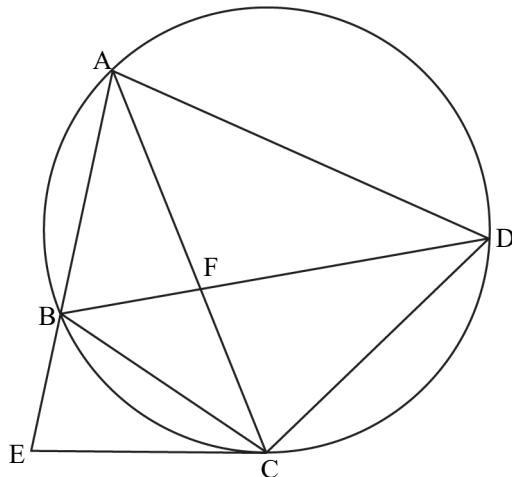
ד. מצאו את ההסתברות שמתמודד בחידון יצBOR 6 נקודות בדיק.

ה. ידוע כי אcheinעם ענתה נכון על 3 שאלות בדיק.

מצאו את ההסתברות שהיא צברת 6 נקודות בדיק.

## פרק שלישי – גאומטריה וטריוגונומטריה במישור

- .4 המרובע ABCD חסום במעגל.
- אלכסוני המרובע נחתכים בנקודה F.
- המשיק למעגל בנקודה C חותך המשך המיתר AB בנקודה E (ראו סרטוט).
- נתון :  $AB = CB$



א. הוכיחו :  $\angle EBC = 2 \cdot \angle BDC$ .

נתון : AC חוצה את זווית ECD,

$$\frac{CD}{CF} = \frac{7}{4}$$

ב. (1) הוכיחו :  $AC = AD$ .

(2) מצאו את היחס  $\frac{AD}{CD}$ .

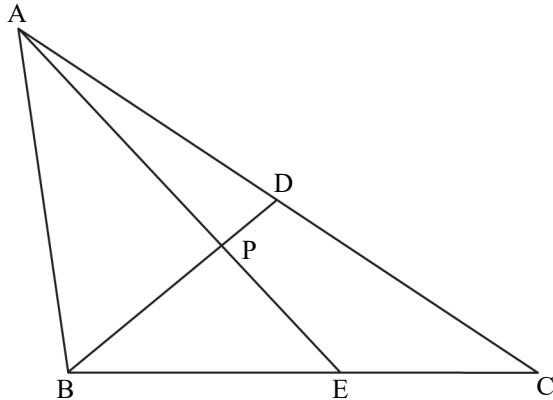
(3) מצאו את היחס בין שטח המשולש ABF ובין שטח המשולש CBF.

נסמן את שטח המשולש ABF ב- S.

ג. הביעו באמצעות S את שטח המשולש AEC.

.5. במשולש  $ABC$ ,  $BD$  הוא תיכון לצלע  $AC$ . הנקודה  $E$  נמצאת על הצלע  $BC$ .  
 ו-  $AE$  מאונכים בנקודה  $P$  (ראו סרטוט).  
 נתו :  $BP = 3 \cdot PD$

$$\text{נסמן : } \alpha < \beta, \angle ABP = \beta, \angle BAP = \alpha, AB = k$$



.א. הביעו באמצעות  $\alpha$ ,  $\beta$  ו-  $k$  את אורך הקטעים  $AP$  ו-  $BP$ .

נתו כי  $AE$  ו-  $BD$  מאונכים זה לזה, וכי שטח המשולש  $ABD$  הוא  $\frac{1}{4}k^2$ .

.ב. מצאו את גודל הזווית  $\alpha$ .

.ג. מצאו את היחס בין רדיוס המעגל החוסם את המשולש  $AEC$   
 ובין רדיוס המעגל החוסם את המשולש  $AEB$ .

## **פרק רביעי – חישוב דיפרנציאלי וaintגרלי של פולינום, של פונקציות שורש, של פונקציות רצינליות ושל פונקציה טריגונומטרית**

**6.** נתונה הפונקציה :  $f(x) = \frac{4x}{(x^2 - a)^2}$ ,  $a$  הוא פרמטר חיובי.

ענו על סעיפים א-ה.



הביעו את תשובותיכם באמצעות  $a$  אם יש צורך.

**א.** (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $(x)f$ .

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים

של הפונקציה .  $f(x)$

(3) מצאו את תחומי העליה והירידה של הפונקציה  $(x)f$ .

**ב.** סרטטו סקיצה של גраф הפונקציה  $(x)f$ .

$(x)g$  היא פונקציה המקיים  $(x)g' = f(x)$ .

граф הפונקציה  $(x)g$  עובר בנקודה  $(0,0)$ .

הפונקציות  $(x)f$  ו-  $(x)g$  מוגדרות באותו התחומים.

ג. מצאו את תחומי הקוירוט כלפי מעלה ומטה של הפונקציה  $(x)g$ .

ד. (1) מצאו פונקציה  $(x)g$  המקיים תנאים אלו.

(2) סרטטו סקיצה של גраф הפונקציה  $(x)g$  שמצאתם בתת-סעיף ד(1).

$(x)h$  היא פונקציה המוגדרת כך :  $h(x) = f(x) \cdot g(x)$ .

הפונקציות  $(x)h$  ו-  $(x)f$  מוגדרות באותו התחומים.

ה. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המקבילות לצירים

של הפונקציה .  $h(x)$

(2) מצאו את תחומי החיביות של הפונקציה  $(x)h$ .

7.

נתונה הפונקציה  $f(x) = \cos x - \sqrt{\cos x}$ , בתחום  $\pi \leq x \leq -\pi$ .



a. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) הראו כי הפונקציה  $f(x)$  היא פונקציה זוגית.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

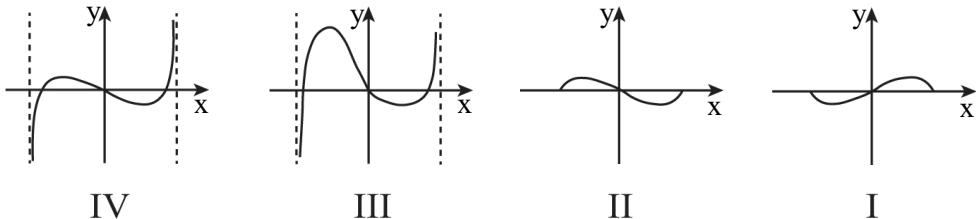
(4) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ .

וקבעו את סוג (בתשובהכם דיקו 2 ספירות אחרי הקודה העשרונית).

b. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

g. מצאו את תחומי החיובית והשליליות של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).

d. קבעו איזה מן הגрафים I – IV שלפניכם מתאר את פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .



נתונה הפונקציה  $g(x) = k - f(x)$ ,  $k$  הוא פרמטר חיובי.

הfonקציות  $f(x)$  ו-  $g(x)$  מוגדרות באותו תחום.

נסמן ב-  $S$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$  ועל ידי ציר ה-  $x$

בתחום בין  $0$  ל-  $-\frac{\pi}{2}$ .

נתון כי השטח המוגבל על ידי הגрафים של הפונקציות  $f(x)$  ו-  $g(x)$

על ידי הישרים  $x = -\frac{\pi}{2}$  ו-  $x = \frac{\pi}{2}$  הוא  $S \cdot 10$ .

ה. הבינו את  $k$  באמצעות  $S$ .

.8

הקטע  $AB$  הוא קוטר במעגל שרדיוסו  $R$ .

מסמנים על הקוטר נקודה  $C$  ועל המעל מסמנים נקודה  $D$ ,

כך שהקטע  $CD$  מאונך לקטע  $AB$ .

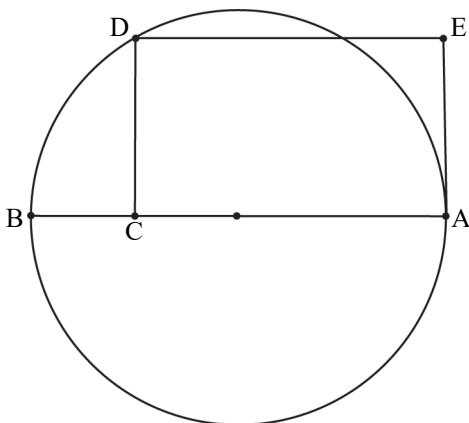
הקטע  $AC$  גדול מ-  $R$ .

דרך הנקודה  $D$  מעבירים ישר מקביל לקווטר  $AB$ .

דרך הנקודה  $A$  מעבירים משיק למעגל.

הישר המקביל והמשיק נחתכים בנקודה  $E$ .

נסמן :  $AC = x$



א. הביעו באמצעות  $R$  את הערך של  $x$  שבבבورو שטח המלבן  $ACDE$  מקסימלי.

הנקודה  $F$  נמצאת על הצלע  $DE$ .

ב. הביעו באמצעות  $R$  את סכום השטחים המקסימלי

של המשולשים  $CDF$  ו-  $AFE$ .

**תשובות ל מבחון בגרות מס' 22 – קיץ תשפ"ד, מועד א, 2024:**

.**1.** א. הוכחה.

**ב.** (1) תחומי עלייה :  $x < a$ ,  $b < x < d$

תחומי ירידה :  $x > d$ ,  $a < x < 0$ ,  $0 < x < b$

(2) נקודות קיצון אחת, ונקודות פיתול אחת.

.  $\max(0, m+3)$ ,  $\min(\pm 5, m)$  (2) .  $\max(0, 3-m)$  (1)

. ~ 6.045 (2) (1) הוכחה. **ד.** לא נכונה, II לא נכונה. **ה.** לא נכונה, המנה  $q^2$ .

.  $m = 9$  .**ט.**  $q = -\frac{1}{3}$  .**ו.** I נכונה, II לא נכונה, III נכונה. **ג.** .**ז.**  $p = 0.7$  .**ח.**

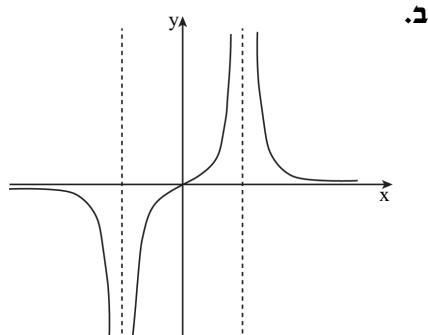
.  $\frac{1}{10}$  .**ט.** . 0.05733 .**ו.** . 0.2401 .**ג.** . 0.3087 .**ז.** .**ט.** .**ט.**

. 2.75 · S .**ט.** .  $\frac{S_{\Delta ABF}}{S_{\Delta CBF}} = \frac{4}{3}$  (3) .  $\frac{AC}{CD} = \frac{4}{3}$  (2) (1) הוכחה. **ב.** (1) הוכחה. **ג.**

. ~ 1.843 .**ט.** .  $\alpha \approx 24.3^\circ$  .**ו.** .  $BP = \frac{k \cdot \sin(\alpha)}{\sin(\alpha + \beta)}$ ,  $AP = \frac{k \cdot \sin(\beta)}{\sin(\alpha + \beta)}$  .**ט.** .**ט.**

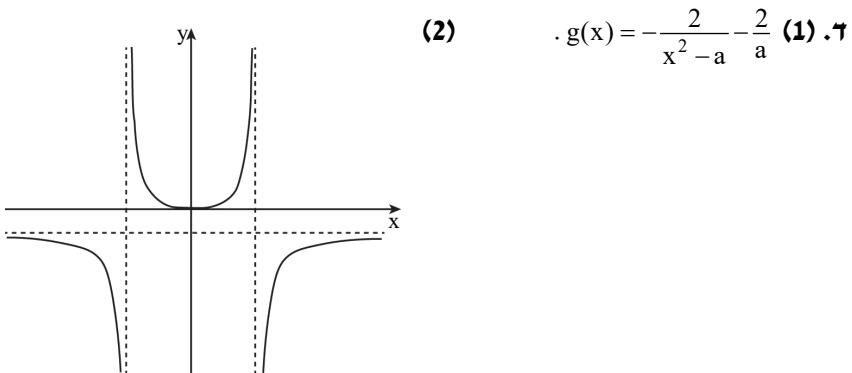
.  $x = \pm\sqrt{a}$ ,  $y = 0$  (2) .  $x \neq \pm\sqrt{a}$  (1) .**ט.** .**ט.**

,  $x < -\sqrt{a}$ ,  $x > \sqrt{a}$  : תחומי ירידה :  $-\sqrt{a} < x < \sqrt{a}$



ג. תחומי הקעירות כלפי מעלה :  $(\cup)$

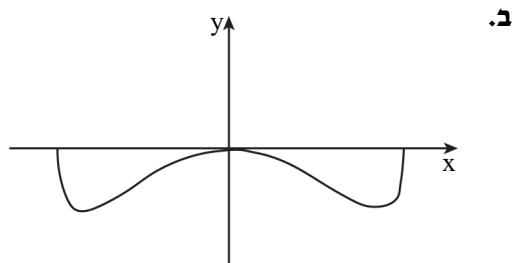
תחומי הקעירות כלפי מטה :  $(\cap)$



.  $x < -\sqrt{a}$  ,  $0 < x < \sqrt{a}$  (2) .  $x = \pm\sqrt{a}$  ,  $y = 0$  (1). ה.

.  $(0,0)$  ,  $\left(\pm\frac{\pi}{2}, 0\right)$  (3) (2) להראות .  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  (1). א. 7

(4) (0,0) מקסימום ,  $\left(\pm\frac{\pi}{2}, 0\right)$  ( $\pm 0.42\pi, -0.25$ ) מינימום . מקסימום .



ג. תחומי שליליות :  $\frac{6 \cdot S}{\pi}$  . ה . IV . ז .  $0 < x < \frac{\pi}{2}$  ,  $-\frac{\pi}{2} < x < 0$

.  $\frac{3\sqrt{3}}{8} \cdot R^2$  . ג .  $x_{max} = 1.5R$  . נ . 8



no equivalent

## מבחן בגרות מס' 23

### קי"ז תשפ"ד, מועד ב'

#### פרק ראשון – שאלות קצרות

just fine.

1. ענו על שלושה מארבעת השעיפים.

א. (1) הוכחו באינדוקציה מתמטית או בדרך אחרת כי השוויון שלפניכם מתקיים בעבור כל  $n \in \mathbb{N}$ .



$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

(2) האם הביטוי  $\frac{n+1}{n} \cdot 1 + 2 + 3 + \dots + n(n+1)$  שווה ל-  $\frac{n+1}{n}$  בעבור כל  $n \in \mathbb{N}$ ?

נמקו את תשובתכם.

ב. המשולש ABC חסום במעגל שמרכזו O.

נסמן:  $\angle ACB = \alpha$ ,  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ .



(1) הביעו באמצעות  $\alpha$  את היחס בין רדיוס המעגל החוסם את משולש AOB, ובין משולש ABC.

נתנו כי היחס שהבעתם בתת-סעיף (1) שווה ל-  $\sqrt{2}$ ,

וכי הצלע CB משיקה למעגל החוסם את משולש AOB.

(2) הוכחו כי מרכזו של המעגל O נמצא על הצלע AC.



ג. נתון כי הפונקציה  $f(x)$  היא פונקציה איזוגית וריצפה המוגדרת לכל  $x$ .

לפונקציה  $f(x)$  יש נקודת מינימום אחת בלבד ובה  $\frac{1}{2}x = -x$ .

אחד מנקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$

עם ציר ה- $x$  היא בנקודה  $(1,0)$ .

(1) סרטטו סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתון כי הפונקציה  $g(x)$  היא פונקציה זוגית המוגדרת לכל  $x$ .

פונקציית הנגזרת  $g'(x) = -f(x)$  מקיימת

נתון :  $g(1) = 2$

(2) מצאו את שיעורי נקודות המינימום של הפונקציה  $g(x)$ .

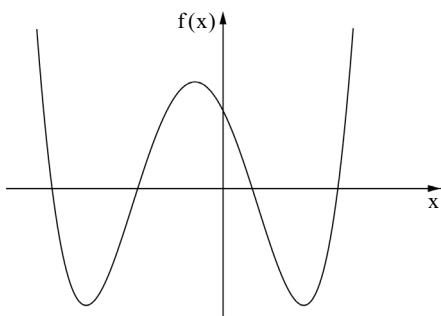
(3) לפניכם שני היגדים I – II. קבעו עבור כל היגד אם הוא נכון או לא נכון.

נמקו את קביעותיכם.

I. שיעור ה- $y$  של נקודות המקסימום של הפונקציה  $g(x)$

הוא בין 0 ל-2.

II. הפונקציה  $g(x)$  חיובית לכל  $x$ .



7. בסרטוט של פונקציות מתואר גраф הפונקציה  $f(x)$  המוגדרת לכל  $x$ .

אחד מן הביטויים I – IV שלפניכם

מייצג את הפונקציה  $f(x)$ .

(1) קבעו איזה מן הביטויים מייצג

את הפונקציה  $f(x)$ .

נקטו את קביעתכם.

$$f(x) = x(x-4)(x+6) . \text{I}$$

$$f(x) = x(x-1)(x+3)(x+6) . \text{II}$$

$$f(x) = (x-4)(x-1)(x+3)(x+6) . \text{III}$$

$$f(x) = (x-4)(x+1)(x+3)(x+6) . \text{IV}$$

$$\text{נתונה הפונקציה } g(x) = \sqrt{f(x)}$$

(2) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ .

(3) סרטטו סקיצה של גраф הפונקציה  $g(x)$ .

$$\text{נתון : } \int_4^7 g(x) dx = k$$

$$(4) \text{ חbijו באמצעות } k \text{ את הערך של } \int_5^8 [2 \cdot g(x-1) + 1] dx$$

## פרק שני – סדרות והסתברות

.2. נתונה סדרה הנדסית שבה  $a_{n+1}$  איברים ( $n$  הוא מספר טבעי).

כל איברי הסדרה  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2n+1}$  הם חיוביים.



סכום איברי הסדרה ללא שני האיברים הראשונים גדול פי 4 מסכום איברי הסדרה ללא שני האיברים האחרונים.

נתון כי סכום האיברים שנמצאים אחרי האיבר האמצעי גדול פי 256 מסכום האיברים שנמצאים לפני האיבר האמצעי.

א. מצאו את  $n$ .

המשיכו את הסדרה הנתונה, כך שנוצרה סדרה הנדסית אינטראקטיבית.

נתון:  $B$  היא סדרה אינטראקטיבית המקיימת לכל  $k$  טבעי  $b_k = \frac{1}{(a_k + a_{k+1})^2}$ .

ב. הוכחו כי הסדרה  $B$  היא סדרה הנדסית, ומצאו את מנתה.

בסדרה  $B$  כופלים כל איבר שנמצא במקום הזוגי ב-2.

נתון כי לאחר ההכפלה, סכום האיברים שנמצאים במקומות האיזוגיים גדול ב- $\frac{1}{30}$  מסכום האיברים שנמצאים במקומות הזוגיים.

ג. מצאו את  $a_1$ .

.3



- במחקר שנעשה בקרוב לתלמידים בבית ספר מסוים נבדק הקשר בין חברות בתנועת נוער ובין התנדבות בקהילה.  
80% מן החברים בתנועת נוער מתנדבים בקהילה.  
בוחרים באקראי 5 תלמידים שחבריהם בתנועת נוער (הווצהא עם החזרה).  
א. מהי ההסתברות שבחרו לפחות תלמיד אחד שמתנדב ולפחות תלמיד אחד שאינו מתנדב?

נתון כי 55% מן התלמידים אינם חברים בתנועת נוער ואיינם מתנדבים,  
ו-  $\frac{1}{12}$  מן התלמידים שאינם חברים בתנועת נוער מתנדבים.

ב. כמה אחוזים מן התלמידים חברים בתנועת נוער?

במחקר השתתפו 100 תלמידים סך הכל.

- ג. כמה מן התלמידים חברים בתנועת נוער ואיינם מתנדבים?  
ד. בוחרים באקראי 3 מן התלמידים שאינם מתנדבים (הווצהא ללא החזרה).

(1) מהי ההסתברות שהתלמיד הראשון שנבחר חבר בתנועת נוער

ושני התלמידים שנבחרו אחريו אינם חברים בתנועת נוער?

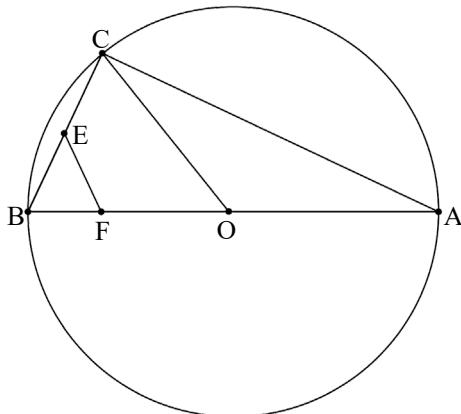
(2) מהי ההסתברות שאחד מן התלמידים שנבחרו חבר בתנועת נוער

והשניים האחרים אינם חברים בתנועת נוער,

אם ידוע שהתלמיד הראשון שנבחר אינו חבר בתנועת נוער?

## פרק שלישי – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

4. משולש ABC חסום במעגל שמרכזו O כך שה-AB הוא קוטר במעגל.



נקודה E נמצאת על הצלע BC, הנקודה F נמצאת על הקטע BO, כמוותואר בסרטוט.

נתון כי המרובע CEFO הוא בר חסימה במעגל.  
א. הוכחו:  $EF = EB$ .

המעגל החוסם את המרובע CEFO חותך את הצלע AC בנקודה D כך שה-ED מקביל ל-AB.

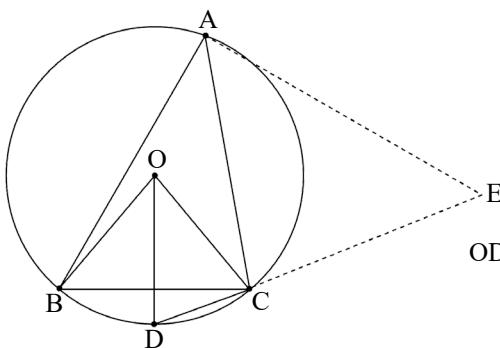
ב. (1) הוכחו כי המרובע EDOB הוא מקבילית.  
(2) הוכחו:  $OD \perp AC$ .

הישר  $\ell$ , משיק בנקודה C למעגל החוסם את המשולש ABC.

ג. הוכחו כי הישר  $\ell$ , משיק למעגל החוסם את המרובע CEFO.

5. משולש ABC חד זווית חסום במעגל שמרכזו O ורדיוסו R.

הנקודה D היא אמצע הקשת הקטנה BC, כמוותואר בסרטוט.  
נתון:  $\angle ABC = 60^\circ$ .  
נסמן:  $\angle BAC = \alpha$ .



נתון כי היחס בין שטח המשולשים ABC ו-ODC הוא  $2\sqrt{3} \sin(80^\circ)$ .  
א. הבינו באמצעות R ו- $\alpha$  את שטחי המשולשים ABC ו-ODC.

הנקודה E נמצאת על המשך המיתר DC כך שה- $\angle CAE = 50^\circ$ , כמוותואר בסרטוט.  
ג. הבינו באמצעות R את רדיוס המעלג החסום במשולש ACE.

## פרק רביעי – חישובון דיפרנציאלי וrintegral של פולינומים, של פונקציות רצינוליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x-1}{(x-a)^3}$ , המוגדרת בתחום  $x \neq a$ .

a הוא פרמטר שונה מ-0.



א. ענו על התת-סעיפים (1)-(2).

הביעו את תשובותיכם באמצעות a, אם יש צורך.

(1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים

של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $y$ .

ב. מצאו עבור אילו ערכים של a יש לפונקציה  $f(x)$  נקודת קיצון שנמצאת משמאל לאסימפטוטה האנכית לציר ה- $x$ , וקבעו את סוגה.

הגrapyים 1–4 שבסוף השאלה מתארים את הפונקציה  $f(x)$  עבור ערכים שונים של a.

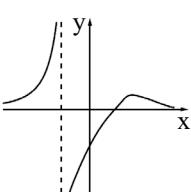
ג. התאימו לכל אחד מן הערכים I–IV של a את הגרף המתאים לו, ונמקו את תשובותיכם.

$$a = 2 . \text{IV} \quad a = 1 . \text{III} \quad a = 0.5 . \text{II} \quad a = -1 . \text{I}$$

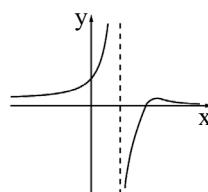
נתונה הפונקציה  $g(x) = f(x) - b$  המקיים בעבור הערך של a המתאים לגרף 2. b הוא פרמטר חיובי.

אחת מנקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $g(x)$  עם ציר ה- $x$  היא  $(t, 0)$ ,  $1 < t < 5$ .

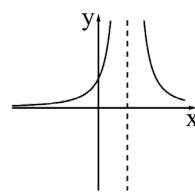
נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $g(x)$ , על ידי האסימפטוטה האופקית של הפונקציה  $g(x)$ , על ידי הישר  $t = x$  ועל ידי הישר  $x = 5$  הוא 1.75.  
ד. מצאו את הערך של b.



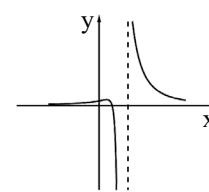
4



3



2



1

7.

נתונה הפונקציה  $f(x) = (b + \cos x) \sin x$ ,  $-\pi \leq x \leq \pi$ , המוגדרת בתחום  $\pi$ .

b. הוא פרמטר.



a. האם הפונקציה  $f(x)$  היא זוגית או אי-זוגית? נמקו את תשובתכם.

נתון כי לגרף הפונקציה  $f(x)$  יש בדיקות שלוש נקודות חיתוך עם ציר ה- $x$ .

b. לפניכם שלוש אפשרויות I – III לערכיהם של b.

קבעו איזו אפשרות יכולה להתאים לפונקציה  $f(x)$ , ונמקו את קביעתכם.

$$1 \leq b . \text{III} \quad 0 < b < 1 . \text{II} \quad b = 0 . \text{I}$$

נתון כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה  $f(x) = \frac{1}{4} \cos x$ , כאשר  $b = -\frac{5}{8}$ , והוא

g. מצאו את הערך של b.

הציבו  $b = 1$  בפונקציה  $f(x)$ , וענו על השעיפים ד – ו.

d. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.

h. (1) סרטטו סקיצה של גраф הפונקציה  $f(x)$ .

(2) סרטטו סקיצה של גраф פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

נתונה הפונקציה  $g(x) = (f(x))^2$  המקיים  $f'(x) \cdot f''(x) > 0$ .

הפונקציה  $g(x)$  מוגדרת בתחום  $0 \leq x \leq \pi$ .

i. חשבו את השטח בריבוע הראשון, המוגבל על ידי גראף הפונקציה  $g(x)$

על ידי ציר ה- $x$ .

.8

נתונה הפונקציה  $f(x) = \sqrt{x}$ , המוגדרת בתחום  $x \geq 0$ .



נתונה הפונקציה  $g(x) = \frac{16}{x^2 + 3}$ , המוגדרת לכל  $x$ .

א. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $(x)$ ,  $g(x)$ . וקבעו את סוגה.

(2) מצאו את שיעורי נקודת הפיתול של הפונקציה  $(x)$ ,  $g(x)$ .

(3) סרטטו במערכת צירים אחת סקיצה של כל אחת מן הפונקציות  $f(x)$  ו-  $g(x)$ .

בנקודה  $C(t, 0)$  מעבירים אנך לציר ה- $x$ ,  $t > 0$ .

האנך חותך את גраф הפונקציה  $(x)$ ,  $f$  בנקודה A ואת הגראף של הפונקציה  $(x)$ ,  $g(x)$  בנקודה B.

ב. הבינו באמצעות  $t$  את מכפלת אורכי הקטעים AC ו- BC.

ג. הוכחו כי מכפלת אורכי הקטעים AC ו- BC מקסימלית כאשר הנקודה B היא נקודת פיתול של הפונקציה  $(x)$ .

נתונה הפונקציה  $k(x) = \frac{8\sqrt{x-4}}{(x-4)^2 + 3}$ , המוגדרת בתחום  $x \geq 4$ .

ד. היעזרו בסעיפים הקודמים של השאלה.

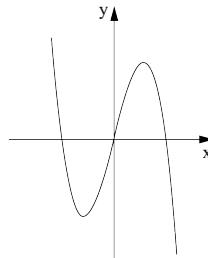
מצאו את שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה  $(x)$ ,  $k(x)$ . וקבעו את סוגה. נמקו את תשובתכם.

**תשובות ל מבחן בגרות מס' 23 – קיץ תשפ"ד, מועד ב, 2024:**

.1. א. (1) הוכחה. (2) לא. ב. (1)  $2 \cos \alpha$  הוכחה.

ג. (1)  $\pm 1,2$  (2) מינימום. (3) I - לא נכון, II - נכון

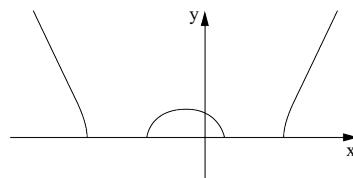
(1)



. x  $\leq -6$ ,  $-3 \leq x \leq 1$ , x  $\geq 4$  (2) . III (1) .4

.  $2k+3$  (4)

(3)



.  $a_1 = \frac{4}{3}$  ג. (1) 0.25 . n = 7 . נ .2

.  $\frac{432}{1,891}$  (2) .  $\frac{1,320}{13,237}$  (1) .7 .8 ג. 40% ב. 0.672 . נ .3

. א. הוכחה. ב. (1) הוכחה. (2) הוכחה. ג. הוכחה.

.  $S_{ODC} = \frac{1}{2} R^2 \cdot \sin(\alpha)$ ,  $S_{ABC} = \sqrt{3} \cdot R^2 \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(120^\circ - \alpha)$  . נ .5

.  $\sim 0.519 \cdot R$  ג.  $\alpha = 40^\circ$  ב.

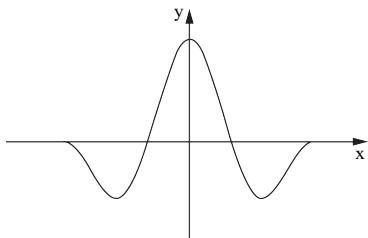
. ב.  $a > 1$  . מינימום .  
 $\left(0, \frac{1}{a^3}\right)$  (2) .  $y = 0$  ,  $x = a$  (1) . א. 6

.  $b = 4$  . גראף 3 גראף 1 . ז. 7 . א. I-גראף , II-גראף , III-גראף .

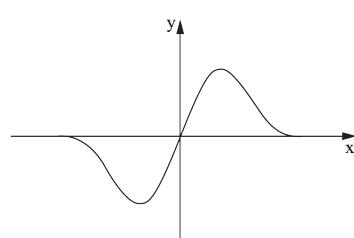
. א. אי-זוגית. ב. III . ג. 7 .

. מינימום ,  $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{3\sqrt{3}}{4}\right)$  (2) . מינימום ,  $(\pi, 0)$  (1) . ז.

. מינימום ,  $(-\pi, 0)$  (2) . מינימום ,  $\left(-\frac{\pi}{3}, -\frac{3\sqrt{3}}{4}\right)$



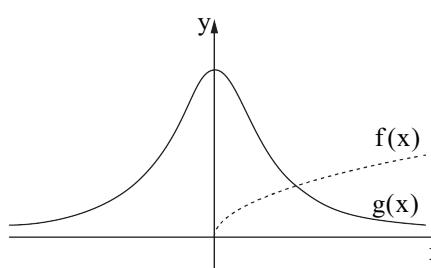
(2)



ה. (1)

$$\cdot \frac{27\sqrt{3}}{64}$$

.  $(\pm 1, 4)$  (2) . מינימום .  
 $\left(0, \frac{16}{3}\right)$  (1) . א. 8



. הוכחה . ג. מינימום .  
 $(5, 2)$  .  
 $\cdot \frac{16\sqrt{t}}{t^2 + 3}$  . ב.

# נוסחאות מתמטיקה

**תוכנית חדשה**

## 5 ייחדות לימוד

### אלגברה

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2 \quad a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 \quad a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{השורשים:} \quad (a \neq 0) \quad ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{משוואת ריבועית:}$$

**סדרות:**

סדרה הנדסית	סדרה חשבונית	
$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n \cdot q \end{cases}$	$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n + d \end{cases}$	כלל נסיגה:
$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$	$a_n = a_1 + (n-1)d$	איבר n-י:
$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} \quad q \neq 1$ $S = \frac{a_1}{1-q}$ סכום סדרה אינסופית שסכוםה מותכנס:	$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$ $S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}$	סכום:

**חזקות:**  $(b \neq 0, a \neq 0)$

$\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$	$(a^x)^y = a^{xy}$	$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$	$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$
$(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x$	$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, a > 0$	$a^{-x} = \frac{1}{a^x}$	

**לוגריתמים** (לפי אילוצי תחום ההגדלה):

$\log_a(a^b) = b$	$a^{\log_a x} = x$	$\log_a(x^b) = b \cdot \log_a x$
$\log_a x + \log_a y = \log_a(x \cdot y)$	$\log_a x - \log_a y = \log_a\left(\frac{x}{y}\right)$	$\log_c x = \frac{\log_a x}{\log_a c}$

**גדרה וدعיכה:** הנקודות לאחר t ייחדות זמן:  $f(t) = f(0) \cdot q^t$  כאשר  $q$  מקדם הגידלה / הדעיכה ליחידת זמן t

### הסתברות

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{הסתברות מותנית:}$$

**נוסחת ברנולי** – ההסתברות ל- k הצלחות מתוך n ניסיונות בהסתפוגות ביומית כאשר ההסתברות להצלחה היא p :

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad P_n(k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

**טריגונומטריה וגאומטריה**

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha \quad \text{זהיות: } \sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha \quad \sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \sin \alpha \quad \sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \quad \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \cdot \sin \beta \quad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \quad \sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \quad \cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$(a) \text{ רדיוס המעגל החום את המשולש} \quad \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R \quad \text{משפט הסינוסים:}$$

$$(b) \text{ הינו הזווית הכלואה בין הצלעות } a \text{ ו- } b \quad c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot b \cdot \cos \gamma \quad \text{משפט הקוסינוסים:}$$

$$(c) \text{ הינו הזווית הכלואה בין הצלעות } b \text{ ו- } c \quad S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin \alpha \quad \text{שטח משולש:}$$

$$(d) \text{ זווית ליד הצלע } a \text{ ו- } \gamma \quad S = \frac{a^2 \cdot \sin \beta \cdot \sin \gamma}{2 \cdot \sin(\beta + \gamma)} \quad \text{שטח עיגול:}$$

$$(e) \text{ רדיוס } P = 2\pi \cdot R \quad \text{היקף מעגל:} \quad S = \pi \cdot R^2 \quad \text{שטח עיגול:}$$

$$(f) \text{ שטח גזרה של } \alpha \text{ רדייאנים:} \quad S = \frac{1}{2} \alpha \cdot R^2 \quad \text{אורך קשת של } \alpha \text{ רדייאנים:} \quad \ell = \alpha \cdot R$$

**חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי**

נגזרות:

$(\frac{1}{x})' = -\frac{1}{x^2}$	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$(t^x)' = t \cdot x^{t-1}$ ( $t$ ממשי)
$(\sin x)' = \cos x$	$(\cos x)' = -\sin x$	$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$	$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$	

$$[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x) \quad \text{נגזרת של מכפלת פונקציות:}$$

$$\left[ \frac{f(x)}{g(x)} \right]' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2} \quad \text{נגזרת של מנת פונקציות:}$$

$$[f(u(x))]' = f'(u) \cdot u'(x) \quad \text{נגזרת של פונקציה מורכبة:}$$

$$u'(x) \text{ הינו נגזרת של } u \text{ לפני } x \quad (\text{נגזרת פנימית})$$

$$f'(u) \text{ הינו נגזרת של } f \text{ לפני } u \quad (\text{נגזרת חיצונית})$$

**אינטגרלים:**

$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$	$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int x^t dx = \frac{x^{t+1}}{t+1} + C \quad (t \neq -1)$
$\int \frac{1}{x} dx = \ln x  + C$	$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int e^x dx = e^x + C$	$\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} + C$

( $m \neq 0$ )  $\int f(mx+b)dx = \frac{1}{m}F(mx+b) + C$  אם ( $F(x)$  היא פונקציה קדומה של הפונקציה ( $f(x)$  אז:  
 $\int f[u(x)] \cdot u'(x)dx = F[u(x)] + C$

**גאומטריה אנליטית****קו ישר:**

$$(x_1 \neq x_2) \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{השיפוע } m \text{ של ישר העובר דרך הנקודות } (x_2, y_2) \text{ ו- } (x_1, y_1) \text{ הוא:}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad \text{משוואת ישר ששיפועו } m, \text{ העובר בנקודה } (y_1) \text{ ו- } (x_1, y_1)$$

$$\left( \frac{\ell x_1 + kx_2}{k + \ell}, \frac{\ell y_1 + ky_2}{k + \ell} \right) \quad \text{שיעוריו הנקודה } C \text{ המחלקת (בחלוקת פנימית) את הקטע}$$

$$\text{שכזותיו הם } B(x_2, y_2), A(x_1, y_1) \quad : \frac{AC}{BC} = \frac{k}{\ell} \text{ ביחס}$$

$$m_1 \cdot m_2 = -1 \quad \text{שני ישרים, בעלי שיפועים } m_1, m_2 \text{ מאונכים זה לזה אם ורק אם:}$$

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \quad \text{המרחק } d \text{ בין הנקודות } (x_2, y_2) \text{ ו- } A(x_1, y_1)$$

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad : Ax + By + C = 0 \text{ ובין הישר } (x_0, y_0) \text{ ו-}$$

$$d = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad : Ax + By + C_2 = 0 \text{ ו- } Ax + By + C_1 = 0 \text{ המרחק }$$

$$(x_0 - a) \cdot (x - a) + (y_0 - b) \cdot (y - b) = R^2 \quad \text{משוואת המשיק למעגל } (x_0, y_0) \text{ בנקודה } (x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2 \text{ על המעלג:}$$

**פרבולה:**

$$y \cdot y_0 = p(x + x_0) \quad \text{משוואת המשיק לפרבולה } y^2 = 2px \text{ בנקודה } (x_0, y_0) \text{ על הפרבולה:}$$

$$x = -\frac{p}{2} \quad : y^2 = 2px \text{ מדריך של פרבולה שימושו אותה}$$

$$F\left(\frac{p}{2}, 0\right) \quad : y^2 = 2px \text{ מוקד של פרבולה שימושו אותה}$$

	מרחק המוקד מהראשית	משוואת	
	$c = \sqrt{a^2 - b^2}$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	<b>אליפסה</b>
$y = \pm \frac{b}{a}x$ משוואות האסימפטוטות של היפרבולה:	$c = \sqrt{a^2 + b^2}$	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	<b>היפרבולה</b>

**מספרים מרוכבים**

$$z_2 = r_2(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2) \quad \text{ו-} \quad z_1 = r_1(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)$$

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)]$$

$$[R(\cos \varphi + i \sin \varphi)]^n = R^n (\cos n\varphi + i \sin n\varphi) \quad \text{משפט דה-מואבר:}$$

$$z_k = \sqrt[n]{R} \left[ \cos \left( \frac{\varphi}{n} + \frac{2k\pi}{n} \right) + i \sin \left( \frac{\varphi}{n} + \frac{2k\pi}{n} \right) \right] \quad \text{פתרונות המשווה: } z^n = R(\cos \varphi + i \sin \varphi)$$

$$k = 0, 1, 2, \dots, n-1$$

 **גופים במרחב**

$$(B - \text{שטח הבסיס}, h - \text{גובה הגוף}) \quad V = B \cdot h \quad \text{נפח:}$$

$$(B - \text{שטח הבסיס}, h - \text{גובה הגוף}) \quad V = \frac{B \cdot h}{3} \quad \text{נפח:}$$

$$(R - \text{רדיוס העיגול}, \ell - \text{הקו היוצר}) \quad M = \pi R \ell \quad \text{שטח מעטפת:}$$

$$(R - \text{רדיוס הכדור}) \quad V = \frac{4}{3} \pi R^3 \quad \text{נפח:}$$

$$(R - \text{רדיוס הכדור}) \quad M = 4\pi R^2 \quad \text{שטח הפנים:}$$

 **וקטורים**

$$|\underline{u}| = \sqrt{\underline{u} \cdot \underline{u}} = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \quad \text{אורקל של וקטור: } \underline{u} = (u_1, u_2, u_3)$$

$$\underline{u} \cdot \underline{v} = u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2 + u_3 \cdot v_3 \quad : \underline{v} = (v_1, v_2, v_3) \quad \text{מכפלה סקלרית של שני וקטורים}$$

$$\underline{u} \cdot \underline{v} = |\underline{u}| \cdot |\underline{v}| \cdot \cos \alpha \quad : \underline{u} = (u_1, u_2, u_3) \quad \text{המכפלה הסקלרית כאשר } \alpha \text{ היא הזווית בין הוקטוריים}$$

$$\frac{|a \cdot x_1 + b \cdot y_1 + c \cdot z_1 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \quad : ax + by + cz + d = 0 \quad \text{המרחק של נקודה } P(x_1, y_1, z_1) \text{ ממשור}$$

$$\frac{|d_1 - d_2|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \quad : ax + by + cz + d_2 = 0 \quad \text{המרחק בין מישורים מקבילים}$$

$$\sin \beta = \frac{|\underline{n} \cdot \underline{u}|}{|\underline{n}| \cdot |\underline{u}|} \quad : \underline{n} = (a, b, c) \quad \text{הזווית } \beta \text{ בין הימישור } \underline{u} + t \underline{x} = \underline{v} \text{ למישור}$$

$$\cos \alpha = \frac{|\underline{n}_1 \cdot \underline{n}_2|}{|\underline{n}_1| \cdot |\underline{n}_2|} \quad : \begin{cases} \underline{n}_1 = (a_1, b_1, c_1) \quad \text{כאשר } a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0 \\ \underline{n}_2 = (a_2, b_2, c_2) \quad \text{כאשר } a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0 \end{cases} \quad \text{הזווית } \alpha \text{ בין המישורים}$$