24/3/2025

שם התלמיד/ה:_____ כיתה יב/_____

שם המורה_____

מבחן מסכם במתמטיקה 4 יח"ל

שאלון 482 (שאלון שני)

הוראות

א. **<u>משך הבחינה</u>** : שעתים ורבע

ב. **<u>מבנה השאלון ומפתח הערכה</u>** : בבחינה ארבע שאלות ויש לענות על <u>שלוש</u> מהן בלבד.

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש:</u>

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. **<u>הוראות מיוחדות:</u>**

(1) אין להעתיק את השאלה , אלא יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה <u>בעמוד חדש</u>. יש לרשום את כל שלבי הפתרון בצורה ברורה.
(חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה).

(3) תלמיד שעונה על השאלה בטריגו במרחב <u>חייב</u> לשרטט את הציור שבשאלה ולהראות בניות עזר בעת הצורך.

(4) אם החלטת לפסול שאלה יש לרשום איקס בגדול וליד לרשום "טיוטה".

רישום טיוטה בראש הדף יגרום לאי קריאת כל מה שנמצא באותו הדף.

אם פתרת את השאלה פעמים ולא פסלת את אחת מהדרכים – רק הדרך הראשונה תיבדק.

ב ה צ ל ח ה !!!!
צוות מורי 4 יח"ל

השאלות

יש לענות על שלוש מתוך השאלות 1 – 4 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

פרק ראשון – סדרות וטריגונומטריה במרחב

.1 **נתון האיבר הכללי של סדרה : $a_n = -8n + 5$**

(א) הוכיחו כי הסדרה a_n היא סדרה חשבונית.

(ב) מצאו את האיבר הראשון שלה ואת הפרשה.

(ג) מצאו את n , אם נתון כי סכום n האיברים הראשונים בסדרה a_n הוא -1139.

(ד) נתונה סדרה כללית חדשה המוגדרת באופן הבא : $b_n = -4n + 3$

הוכיחו כי הסדרה : $c_n = a_n + b_n$ היא סדרה חשבונית.

(ה) נתון כי $c_k = -112$.

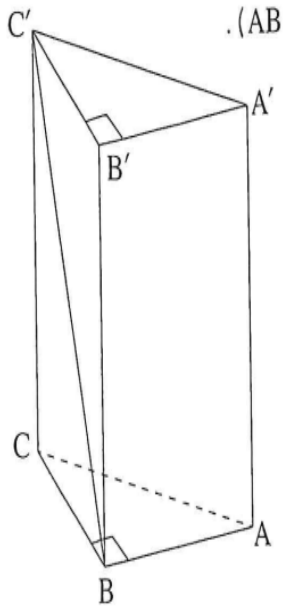
(1) מצאו כמה איברים בסדרה?

(2) חשבו את סכום ששת האיברים האחרונים בסדרה.

.2 $ABCA'B'C'$ היא מנסרה משולשת ישרה (ראה ציור).

בסיס המנסרה, ABC , הוא משולש ישר זווית ושווה שוקיים ($\sphericalangle ABC = 90^0$, $AB = BC$).

נתון כי גובה המנסרה הוא 8 ואורך היתר של בסיס המנסרה שווה ל- $4\sqrt{2}$.



א. מצא את גודל הזווית בין אלכסון הפאה הצדדית $BB'C'C$ ובין בסיס המנסרה.

ב. מצא את גודל הזווית $AC'B$.

ג. מצא את שטח המשולש $AC'B$.

הנקודה D היא אמצע הצלע CB .

ד. חשב את אורך הקטע $A'D$.

פרק שני – פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

3. נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{e^{(ax-1)}}{x^2}$, a הוא פרמטר.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואת האסימפטוטה של הפונקצייה $f(x)$ המאונכת לציר ה־ x .

(3) הסבירו מדוע הפונקצייה $f(x)$ חיובית, בעבור כל x בתחום ההגדרה שלה.

נתון כי הנקודה $\left(-1,\frac{1}{e^3}\right)$ נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את הערך של a .

הציבו $a=2$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג–ד.

ג. **(1)** מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x)=f(x)+k$, k הוא פרמטר.

נתון כי לישר $y=-2e$ ולגרף הפונקצייה $g(x)$ יש בדיוק שתי נקודות משותפות.

ד. מצאו את הערך של k .

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = ax \cdot \ell n(2x)$, a הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

נתון כי שיפוע המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודה שבה $x = \frac{e}{2}$ הוא 6 .

ב. מצאו את a .

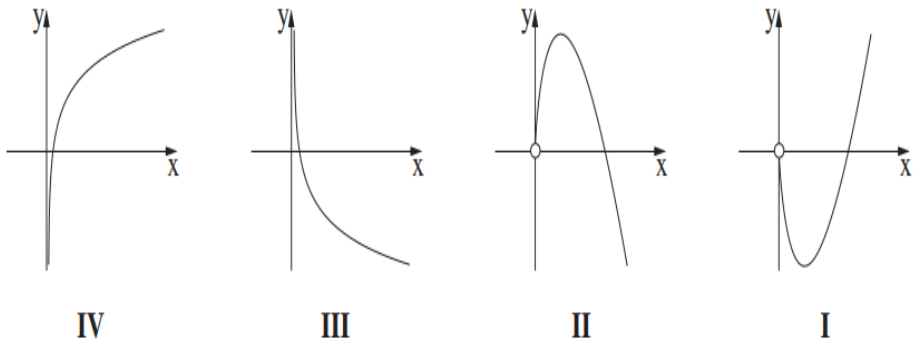
הציבו $a = 3$ בפונקצייה $f(x)$ וענו על הסעיפים ג–ו.

ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ x .

ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ה. קבעו איזה מן הגרפים I–IV שבסוף השאלה מתאר את הפונקצייה $f(x)$, ואיזה מהם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעותיכם.

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x = e$ ועל ידי ציר ה־ x .



בהצלחה!!!