

שאלון

582

(5 י"ח'נ. 807)

# **ברזיות במתמטיקה**

לכל השאלות בחוברת פתרונות ידאו מלאים

באתר [MY GEVA CO IL](http://MY GEVA CO IL)

## **מדהים! מה הלאה?**



**פותחים את המצלמה בסלולר**

סוחרים את הברקווד המופיע ליד כל שאלה

**צופים בסרטון ההסבר המלא לשאלת**

ממצאים בברחות



יואל גבע

דנוי 7-2024-2025

# הקדמה

מורים ותלמידים יקרים,  
אנו שמחים להגיש לכם חוברת הכנה לkrarat הבגרות במתמטיקה  
לשאלון 582 (5 יחידות לימוד).

בחוברת תמצאו את 52 מבחני הבגרות שנערכו עד היום בשאלון 582  
(מועד חורף וקי"ז) עד וכול מועד ב', קיץ 2024.

## מה מיוחד בחוברת זו?

כל השאלות בחוברת קיימים סרטוני וידעו הכוללים פתרונות מלאים  
באטר [my.geva.co.il](http://my.geva.co.il)

### כיצד צופים בסרטון פתרון?

נכנים לאתר [my.geva.co.il](http://my.geva.co.il)  
בוחרים את מס' ייחדות הלימוד ונכנים לפתרונות וידעו ל מבחני  
בגרות 582.  
עת ניתן לראות את פתרונות הוידאו לכל השאלות ממבחן הבגרות.  
**פתרונות לשני המבחנים הראשונים הם בחרינט!**

### כיצד אנו ממליצים להיעזר בסרטוני הפתרון שבאתר [my.geva.co.il](http://my.geva.co.il)?

בכל שאלה שבה אתם מתתקשים, או שהתשובה הסופית שקיבלתם  
איןנה توأمת את התשובות המופיעות בסוף המבחן, מומלץ לצפות  
בסרטון הפתרון המתאים. כמו כן, אם קיימים נושא שבו אתם מרגישים  
צורך בחיזוק נוסף, מומלץ לצפות בכל סרטוני הפתרון באותו נושא.  
(מיון שאלות המבחנים לפי נושאים מופיע בהמשך החוברת).

בנוסף, ניתן לרכוש באתר [my.geva.co.il](http://my.geva.co.il) מנוי לסרטוני פתרון  
 לשאלות מתוך ספרי הלימוד לשאלון 582, בהוצאת יואל גבע.

זכות היוצרים על שאלות הלקוחות מבחן בגרות שמורות למדינת ישראל.  
כל הזכויות על השאלות האחרות שמורות להוצאה הספרים יואל גבע.

אנו מחלים לכם הצלחה רבה בבחינת הבגרות.  
יואל גבע – הוצאה הספרים, צוות האתר [my.geva.co.il](http://my.geva.co.il)

# המבנה של שאלון 582

תלמידי 5 ייחידות לימוד נבחנים בשני שאלונים.  
השאלון הראשון הוא 035581 והשאלון השני הוא 035582.

בשאלון 582 שני פרקים.

משק הבחינה: שעתיים וחצי.

בסק הכלול צריך לענות על 3 שאלות מתוך 5 שאלות.

המבנה של שאלון 035582:

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,  
מספרים מרוכבים ( $\frac{2}{3}$  נקודות).

הפרק כולל 3 שאלות, מתוכן יש לענות על 2 שאלות  
(לכל שאלה  $\frac{1}{3}$  נקודות).

פרק שני – גדרה ודמיון, פונקציות חזקה,  
פונקציות מעירכיות ולוגריתמיות ( $\frac{1}{3}$  נקודות).

הפרק כולל 2 שאלות, מתוכן יש לענות על שאלה אחת  
(לכל שאלה  $\frac{1}{3}$  נקודות).

בעמוד הבא מצורף דף ההוראות לנבחן כפי שמופיע בטופס הבגרות של  
שאלון 582.

סוג הבחינה: בגרות לבתי ספר על-יסודיים  
מועד הבחינה:  
מספר השאלה: 035807  
דף נסחאות ל-5 יחידות לימוד  
נספח:

## **מתמטיקה**

### **5 יחידות לימוד – שאלון שני**

#### **הוראות לנבחן**

- א. משך הבחינה: שעתיים וחצי.
- ב. מבנה השאלון ופתחה הערכיה: בשאלון זה שני פרקים.  
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטוריים,  
טריגונומטריה במרחב,  
מספרים מורכבים
- פרק שני – גדרה ודעיכה,  
פונקציות מעירכיות ולוגריתמיות –  $1 \times 33\frac{1}{3}$  נקודות  
סה"כ –  $2 \times 33\frac{1}{3} = 66\frac{2}{3}$  נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכונות במחשבון הנitinן לתכונות.  
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכונות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.  
(2) דפי נסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספירה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעוזרת מחשבון.  
הסביר את בל פועלתי, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בזכין או לפסילת הבחינה.
- (3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדף שקיבלת מהמשגיחים.  
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

**הנחיות בשאלון זה מנושאות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות לנבחנים אחד.**

**ב ה צ ל ח ה !**

# **מיון שאלות המבחןים לפי נושאים**

## **גאומטריה אנליטית**

### **הישר**

עמוד 4 שאלה 1 סעיף א, עמוד 21 שאלה 1, עמוד 33 שאלה 1,  
עמוד 83 שאלה 1 סעיף ב(1), עמוד 145 שאלה 1 סעיף א.

### **המעגל**

עמוד 1 שאלה 1 סעיף א, עמוד 7 שאלה 1, עמוד 30 שאלה 1 סעיף א,  
עמוד 71 שאלה 1, עמוד 75 שאלה 1, עמוד 83 שאלה 1 סעיף ב(2),  
עמוד 134 שאלה 1 סעיפים ב-ג, עמוד 139 שאלה 1 סעיף א,  
עמוד 170 שאלה 1 סעיפים ב-ד, עמוד 177 שאלה 1, עמוד 192 שאלה 1,  
עמוד 199 שאלה 1, עמוד 245 שאלה 1 סעיפים א-ג.

### **הפרבולת**

עמוד 24 שאלה 1, עמוד 30 שאלה 1, עמוד 47 שאלה 1, עמוד 53 שאלה 1,  
עמוד 63 שאלה 1, עמוד 67 שאלה 1, עמוד 79 שאלה 1,  
עמוד 83 שאלה 1 סעיף א, עמוד 92 שאלה 1 סעיף ב,  
עמוד 129 שאלה 1 סעיפים ב-ג, עמוד 145 שאלה 1 סעיף ב,  
עמוד 152 שאלה 1, עמוד 158 שאלה 1 סעיפים א-ב.

### **האליפסה**

עמוד 14 שאלה 1, עמוד 27 שאלה 1, עמוד 36 שאלה 1 סעיף א,  
עמוד 56 שאלה 1 סעיפים א-ב, עמוד 87 שאלה 1, עמוד 107 שאלה 1,  
עמוד 129 שאלה 1 סעיף א, עמוד 184 שאלה 1, עמוד 213 שאלה 1 סעיף א,  
עמוד 219 שאלה 1.

## **מקומות גאומטריים**

עמוד 1 שאלה 1, עמוד 4 שאלה 1, עמוד 10 שאלה 1, עמוד 17 שאלה 1,  
עמוד 36 שאלה 2, עמוד 40 שאלה 1, עמוד 50 שאלה 1, עמוד 56 שאלה 1,  
עמוד 60 שאלה 1, עמוד 92 שאלה 1 סעיף א, עמוד 96 שאלה 1  
עמוד 101 שאלה 1, עמוד 113 שאלה 1 סעיף ב, עמוד 118 שאלה 1  
עמוד 123 שאלה 1, עמוד 129 שאלה 1 סעיף ד, עמוד 134 שאלה 1 סעיף א,  
עמוד 139 שאלה 1 סעיף ב, עמוד 145 שאלה 1 סעיף ג,  
עמוד 158 שאלה 1 סעיף ג, עמוד 164 שאלה 1, עמוד 170 שאלה 1 סעיף א,  
עמוד 177 שאלה 1 סעיף ד, עמוד 206 שאלה 1, עמוד 213 שאלה 1 סעיף ב,  
עמוד 226 שאלה 1, עמוד 232 שאלה 1, עמוד 238 שאלה 1  
עמוד 245 שאלה 1.

**שילוב של גאומטריה אנליטית עם קטוראים/מספריים מרוכבים**  
עמוד 36 שאלה 1, עמוד 44 שאלה 1.

## **וקטורים**

### **הווקטור הגאומטרי**

עמוד 7 שאלה 2, עמוד 21 שאלה 2, עמוד 40 שאלה 2 סעיף א,  
עמוד 41 שאלה 3 סעיף א, עמוד 45 שאלה 3, עמוד 47 שאלה 2  
עמוד 50 שאלה 2, עמוד 53 שאלה 2, עמוד 56 שאלה 2, עמוד 75 שאלה 2,  
עמוד 93 שאלה 2, עמוד 108 שאלה 2.

### **הווקטור האלגברי**

עמוד 4 שאלה 2, עמוד 10 שאלה 2, עמוד 14 שאלה 2  
עמוד 24 שאלה 2, עמוד 27 שאלה 2, עמוד 30 שאלה 2, עמוד 44 שאלה 2,  
עמוד 60 שאלה 2, עמוד 63 שאלה 2, עמוד 67 שאלה 2, עמוד 71 שאלה 2  
עמוד 79 שאלה 2, עמוד 84 שאלה 2, עמוד 102 שאלה 2, עמוד 114 שאלה 2  
עמוד 119 שאלה 2, עמוד 124 שאלה 2, עמוד 130 שאלה 2,  
עמוד 140 שאלה 2, עמוד 171 שאלה 2, עמוד 185 שאלה 2  
עמוד 200 שאלה 2, עמוד 214 שאלה 2, עמוד 233 שאלה 2  
עמוד 239 שאלה 2.

## **בעיות המשלבות וקטור גאומטרי עם וקטור אלגברי**

עמוד 1 שאלה 2 , עמוד 17 שאלה 2 , עמוד 33 שאלה 2 , עמוד 37 שאלה 3 ,  
עמוד 40 שאלה 2 , עמוד 88 שאלה 2 , עמוד 96 שאלה 2 , עמוד 135 שאלה 2 ,  
עמוד 146 שאלה 2 , עמוד 152 שאלה 2 , עמוד 159 שאלה 2 ,  
עמוד 165 שאלה 2 , עמוד 178 שאלה 2 , עמוד 193 שאלה 2 ,  
עמוד 207 שאלה 2 , עמוד 220 שאלה 2 , עמוד 227 שאלה 2 ,  
עמוד 246 שאלה 2 .

## **מספרים מרוכבים**

עמוד 2 שאלה 3 סעיף א, עמוד 5 שאלה 3 סעיף ב, עמוד 7 שאלה 3 סעיף א,  
עמוד 11 שאלה 3 , עמוד 15 שאלה 3 , עמוד 18 שאלה 3 , עמוד 22 שאלה 3 ,  
עמוד 25 שאלה 3 סעיף א, עמוד 25 שאלה 3 סעיף ב ,  
עמוד 28 שאלה 3 סעיף א, עמוד 30 שאלה 3 סעיף א ,  
עמוד 34 שאלה 3 סעיף א, עמוד 41 שאלה 3 סעיף ב, עמוד 48 שאלה 3 ,  
עמוד 50 שאלה 3 , עמוד 54 שאלה 3 , עמוד 57 שאלה 3 , עמוד 61 שאלה 3 ,  
עמוד 64 שאלה 3 , עמוד 68 שאלה 3 , עמוד 72 שאלה 3 , עמוד 76 שאלה 3 ,  
עמוד 80 שאלה 3 סעיף א, עמוד 80 שאלה 3 סעיף ב, עמוד 84 שאלה 3 ,  
עמוד 88 שאלה 3 , עמוד 93 שאלה 3 , עמוד 97 שאלה 3 , עמוד 102 שאלה 3 ,  
עמוד 108 שאלה 3 , עמוד 114 שאלה 3 , עמוד 119 שאלה 3 ,  
עמוד 125 שאלה 3 , עמוד 130 שאלה 3 , עמוד 135 שאלה 3 ,  
עמוד 141 שאלה 3 , עמוד 147 שאלה 3 , עמוד 153 שאלה 3 ,  
עמוד 160 שאלה 3 , עמוד 166 שאלה 3 , עמוד 172 שאלה 3 ,  
עמוד 179 שאלה 3 , עמוד 186 שאלה 3 , עמוד 194 שאלה 3 ,  
עמוד 201 שאלה 3 , עמוד 208 שאלה 3 , עמוד 214 שאלה 3 ,  
עמוד 221 שאלה 3 , עמוד 227 שאלה 3 , עמוד 233 שאלה 3 ,  
עמוד 240 שאלה 3 , עמוד 247 שאלה 3 .

## **טריגונומטריה במרחב**

עמוד 2 שאלה 3 סעיף ב, עמוד 5 שאלה 3 סעיף א, עמוד 8 שאלה 3 סעיף ב,  
עמוד 28 שאלה 3 סעיף ב, עמוד 31 שאלה 3 סעיף ב, עמוד 34 שאלה 3 סעיף ב,  
עמוד 45 שאלה 3 סעיפים א-ב.

## **בעיות גדילה ודעיכה**

עמוד 2 שאלה 4 סעיף א, עמוד 5 שאלה 4 סעיף א, עמוד 8 שאלה 4 סעיף א,  
עמוד 29 שאלה 5, עמוד 45 שאלה 4 סעיף ב, עמוד 48 שאלה 5 סעיף א.

## **חשבון דיפרנציאלי ואנטגרלי**

### **חקרת פונקציות**

#### **פונקציות מעריכיות**

עמוד 11 שאלה 4, עמוד 15 שאלה 4 סעיפים א-ו,  
עמוד 19 שאלה 5 סעיפים א-ד, עמוד 35 שאלה 5 סעיפים א-ג,  
עמוד 42 שאלה 5, עמוד 54 שאלה 4, עמוד 64 שאלה 4 סעיפים א, ב, ד,  
עמוד 69 שאלה 5 סעיף א, עמוד 85 שאלה 4, עמוד 89 שאלה 4,  
עמוד 94 שאלה 4, עמוד 98 שאלה 4, עמוד 103 שאלה 4,  
עמוד 109 שאלה 3, עמוד 115 שאלה 4, עמוד 116 שאלה 5,  
עמוד 121 שאלה 5, עמוד 127 שאלה 5, עמוד 131 שאלה 4,  
עמוד 137 שאלה 5, עמוד 142 שאלה 4, עמוד 148 שאלה 4,  
עמוד 155 שאלה 4, עמוד 161 שאלה 4, עמוד 167 שאלה 4,  
עמוד 173 שאלה 4, עמוד 180 שאלה 4, עמוד 202 שאלה 4 סעיפים א-ד,  
עמוד 222 שאלה 4, עמוד 241 שאלה 4 סעיפים א-ה, עמוד 248 שאלה 4.

## **פונקציות לוגרิตמיות**

עמוד 12 שאלה 5 סעיף א, עמוד 15 שאלה 5 סעיף א,  
עמוד 16 שאלה 5 סעיף ב, עמוד 34 שאלה 4 סעיפים א-ב,  
עמוד 46 שאלה 5 סעיפים א-ב, עמוד 49 שאלה 5 סעיף ב,  
עמוד 51 שאלה 5, עמוד 61 שאלה 5, עמוד 65 שאלה 5, עמוד 68 שאלה 4,  
עמוד 85 שאלה 5, עמוד 90 שאלה 5, עמוד 94 שאלה 5, עמוד 99 שאלה 5,  
עמוד 104 שאלה 5, עמוד 110 שאלה 5, עמוד 116 שאלה 5,  
עמוד 120 שאלה 4, עמוד 126 שאלה 4, עמוד 132 שאלה 5,  
עמוד 136 שאלה 4, עמוד 143 שאלה 5, עמוד 149 שאלה 5, עמוד 156 שאלה 5,  
עמוד 162 שאלה 5, עמוד 168 שאלה 5, עמוד 174 שאלה 5, עמוד 181 שאלה 5,  
עמוד 188 שאלה 5, עמוד 216 שאלה 5 ללא סעיף ד,  
עמוד 223 שאלה 5 ללא סעיף ג, עמוד 228 שאלה 5 ללא סעיף ד,  
עמוד 235 שאלה 5, עמוד 242 שאלה 5 סעיפים א-ה, עמוד 249 שאלה 5.

## **פונקציות ללא תבנית אלגברית מפורשת**

עמוד 3 שאלה 5 סעיף א, עמוד 58 שאלה 5, עמוד 81 שאלה 5.

## **בעיות קייזון**

הערה : חלק מהסעיפים בנושא זה נרשמו גם תחת הכותרת חקירות פונקציות.

### **בעיות קייזון עם פונקציות מערכיות**

עמוד 8 שאלה 4 סעיף ב, עמוד 31 שאלה 4, עמוד 35 שאלה 5,  
עמוד 127 שאלה 5.

### **בעיות קייזון עם פונקציות לוגריטמיות**

עמוד 23 שאלה 5, עמוד 26 שאלה 5, עמוד 46 שאלה 5.

# **אינטגרלים**

הערה : חלק מהסעיפים בנושא זה נרשם גם תחת הכותרת חקירת פונקציות.

## **פונקציות מערכיות**

עמוד 15 שאלה 4 , עמוד 19 שאלה 5 , עמוד 48 שאלה 4 , עמוד 51 שאלה 4 ,  
עמוד 61 שאלה 4 , עמוד 73 שאלה 5 , עמוד 80 שאלה 4 , עמוד 98 שאלה 4 ,  
עמוד 103 שאלה 4 , עמוד 109 שאלה 4 סעיף ד , עמוד 115 שאלה 4 ,  
עמוד 131 שאלה 4 סעיף ה , עמוד 117 שאלה 4 , עמוד 196 שאלה 5 ,  
עמוד 209 שאלה 4 , עמוד 215 שאלה 4 , עמוד 229 שאלה 5 ,  
עמוד 234 שאלה 4 , עמוד 241 שאלה 4 סעיף ו .

## **פונקציות שהפונקציה הקדומה שלهن היא לוגריתמית**

עמוד 2 שאלה 4 סעיף ב , עמוד 5 שאלה 4 סעיף ב , עמוד 12 שאלה 5 ,  
עמוד 18 שאלה 4 , עמוד 22 שאלה 4 , עמוד 31 שאלה 5 , עמוד 42 שאלה 4 ,  
עמוד 55 שאלה 5 , עמוד 77 שאלה 5 , עמוד 94 שאלה 5 סעיף ה ,  
עמוד 126 שאלה 4 , עמוד 195 שאלה 4 , עמוד 216 שאלה 5 סעיף ד ,  
עמוד 223 שאלה 5 סעיף ג , עמוד 228 שאלה 4 סעיף ד ,  
עמוד 242 שאלה 5 סעיף ו .

## **פונקציות חזקה עם מערך רצינלי**

עמוד 38 שאלה 5 .

## **אינטגרל הכלול את זיהוי הנזורת הפנימית של פונקציה מורכבת**

הערה : חלק זה כולל פונקציות מסווגים שונים שבוחן לצורך מציאת האינטגרל  
יש לזהות את הנזורת הפנימית של פונקציה מורכבת .

עמוד 3 שאלה 5 , עמוד 6 שאלה 5 , עמוד 8 שאלה 5 , עמוד 28 שאלה 4 ,  
עמוד 37 שאלה 4 , עמוד 64 שאלה 4 , עמוד 69 שאלה 5 , עמוד 72 שאלה 4 ,  
עמוד 120 שאלה 4 , עמוד 132 שאלה 5 סעיף ג (1) ,  
עמוד 195 שאלה 4 סעיף ג , עמוד 202 שאלה 4 סעיף ה , עמוד 203 שאלה 5 ,  
עמוד 210 שאלה 5 .

### **נפח גוף סיובוב**

עמוד 34 שאלה 4 , עמוד 45 שאלה 4 סעיף א, עמוד 57 שאלה 4,  
עמוד 99 שאלה 5.

### **פונקציות עם ערך מוחלט**

עמוד 25 שאלה 4 , עמוד 76 שאלה 4 .

# תוכן עניינים

## מבחני בגרות – שאלון 582

1.....	מבחן בגרות מס' 1 – קי' תס"ט, 2009, מועד א.....
4.....	מבחן בגרות מס' 2 – קי' תס"ט, 2009, מועד ב.....
7 .....	מבחן בגרות מס' 3 – חורף תש"ע, 2010.....
10 .....	מבחן בגרות מס' 4 – קי' תש"ע, 2010, מועד א.....
14 .....	מבחן בגרות מס' 5 – קי' תש"ע, 2010, מועד ב.....
17 .....	מבחן בגרות מס' 6 – חורף תשע"א, 2011.....
21 .....	מבחן בגרות מס' 7 – קי' תשע"א, 2011, מועד א.....
24 .....	מבחן בגרות מס' 8 – קי' תשע"א, 2011, מועד ב.....
27 .....	מבחן בגרות מס' 9 – חורף תשע"ב, 2012.....
30 .....	מבחן בגרות מס' 10 – קי' תשע"ב, 2012, מועד א.....
33 .....	מבחן בגרות מס' 11 – קי' תשע"ב, 2012, מועד ב.....
36 .....	מבחן בגרות מס' 12 – חורף תשע"ג, 2013.....
40 .....	מבחן בגרות מס' 13 – קי' תשע"ג, 2013, מועד א.....
44 .....	מבחן בגרות מס' 14 – קי' תשע"ג, 2013, מועד ב.....
47 .....	מבחן בגרות מס' 15 – חורף תשע"ד, 2014.....
50 .....	מבחן בגרות מס' 16 – קי' תשע"ד, 2014, מועד א.....
53 .....	מבחן בגרות מס' 17 – קי' תשע"ד, 2014, מועד ב.....
56 .....	מבחן בגרות מס' 18 – קי' תשע"ד, 2014, מועד ג.....
60 .....	מבחן בגרות מס' 19 – חורף תשע"ה, 2015.....
63 .....	מבחן בגרות מס' 20 – קי' תשע"ה, 2015, מועד א.....
67 .....	מבחן בגרות מס' 21 – קי' תשע"ה, 2015, מועד ב.....
71 .....	מבחן בגרות מס' 22 – חורף תשע"ו, 2016.....
75 .....	מבחן בגרות מס' 23 – קי' תשע"ו, 2016, מועד א.....
79 .....	מבחן בגרות מס' 24 – קי' תשע"ו, 2016, מועד ב.....

83 .....	מבחון בגרות מס' 25 – חורף תשע"ז, 2017
87 .....	מבחון בגרות מס' 26 – קיץ תשע"ז, 2017, מועד א.....
92 .....	מבחון בגרות מס' 27 – קיץ תשע"ז, 2017, מועד ב.....
96 .....	מבחון בגרות מס' 28 – חורף תשע"ח, 2018
101 .....	מבחון בגרות מס' 29 – קיץ תשע"ח, 2018, מועד א.....
107 .....	מבחון בגרות מס' 30 – קיץ תשע"ח, 2018, מועד ב.....
113 .....	מבחון בגרות מס' 31 – חורף תשע"ט, 2019
118 .....	מבחון בגרות מס' 32 – קיץ תשע"ט, 2019, מועד א.....
123 .....	מבחון בגרות מס' 33 – קיץ תשע"ט, 2019, מועד ב.....
129 .....	מבחון בגרות מס' 34 – חורף תש"ף, 2020
134 .....	מבחון בגרות מס' 35 – קיץ תש"ף, 2020, מועד א.....
139 .....	מבחון בגרות מס' 36 – קיץ תש"ף, 2020, מועד ב.....
145 .....	מבחון בגרות מס' 37 – חורף תשפ"א, 2021
152 .....	מבחון בגרות מס' 38 – חורף תשפ"א, 2021, מועד נבקרים.....
158 .....	מבחון בגרות מס' 39 – חורף תשפ"א, 2021, מועד מאוחר.....
164 .....	מבחון בגרות מס' 40 – קיץ תשפ"א, 2021, מועד א.....
170 .....	מבחון בגרות מס' 41 – קיץ תשפ"א, 2021, מועד מיוחד.....
177 .....	מבחון בגרות מס' 42 – קיץ תשפ"א, 2021, מועד ב.....
184 .....	מבחון בגרות מס' 43 – חורף תשפ"ב, 2022, מועד א.....
192 .....	מבחון בגרות מס' 44 – חורף תשפ"ב, 2022, מועד נבקרים.....
199 .....	מבחון בגרות מס' 45 – קיץ תשפ"ב, 2022, מועד א.....
206 .....	מבחון בגרות מס' 46 – קיץ תשפ"ב, 2022, מועד ב.....
213 .....	מבחון בגרות מס' 47 – חורף תשפ"ג, 2023
219 .....	מבחון בגרות מס' 48 – קיץ תשפ"ג, 2023, מועד א.....
226 .....	מבחון בגרות מס' 49 – קיץ תשפ"ג, 2023, מועד ב.....
232 .....	מבחון בגרות מס' 50 – חורף תשפ"ד, 2024
238 .....	מבחון בגרות מס' 51 – קיץ תשפ"ד, 2024, מועד א.....
245 .....	מבחון בגרות מס' 52 – קיץ תשפ"ד, 2024, מועד ב.....

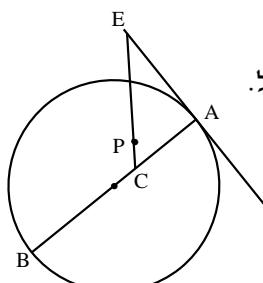


# מבחן בגרות מספר 1

**קייז תשס"ט, 2009, מועד א**

## פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

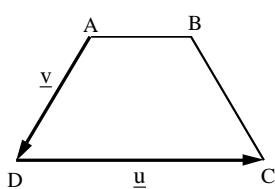


נתון מעגל שימושו אותו  $x^2 + y^2 - 4x + 6y = 887$  בנקודה A(20;21) שעלה המעגל העברי משיק למעגל. נקודה C נמצאת על קוטר המעגל AB כך ש-  $AC = \frac{1}{3}AB$ . נקודה E נמצאת על המשיק, ונקודה P נמצאת על הקטע EC כך ש-  $CE = 5CP$  הנראה צירור).

A. מצא את שיעורי הנקודה C.

B. הבע את השיעורים של הנקודה E באמצעות השיעורים של הנקודה P ומצא את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות P הנוצרות באופן שתואר.

1.



נתון טרפז שווה-שוקיים  $(AB \parallel DC)$  ABCD ( $\angle DAB = 120^\circ$ ). נתון כי  $\vec{AB} = t\vec{u}$ ,  $\vec{AD} = \vec{v}$ ,  $\vec{DC} = \vec{w}$ .  
נסמן:  $\vec{u} = \underline{\underline{u}}$ ,  $\vec{v} = \underline{\underline{v}}$ ,  $\vec{w} = \underline{\underline{w}}$ .

A. (1) הבע את  $\vec{t}$  באמצעות  $\underline{\underline{u}}$  ו-  $\underline{\underline{w}}$ .  
(2) הבע את הווקטור  $\vec{BC}$  באמצעות  $\underline{\underline{u}}$ ,  $\underline{\underline{v}}$ ,  $\underline{\underline{w}}$  ו-  $\underline{\underline{w}}$ .

2.



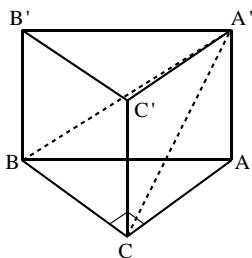
B. נתון:  $\underline{\underline{u}} = (8, 6, -10)$ ,  $\underline{\underline{v}} = (8, 6, 0)$ .

- (1) מצא את שיעור ה-  $\vec{t}$  של הווקטור  $\vec{u}$  (מצא את שתי האפשרויות).  
(2) מבין שני הערכים של  $\vec{u}$  שמצוות בתת-סעיף ב'(1), מצא עבור איזה ערך של  $\vec{u}$  הבסיס DC הוא קוטר במעגל שהטרפז חסום בו.

הערה: אפשר לפתור את סעיף ב' בלי להסתמך על הפתרון של סעיף א'.

►.3

- .  $a_7 = 64 + 64i$  ,  $a_4 = -8 + 8i$  נtauן :  $a_1, a_2, a_3, \dots$  מצא את  $a_1$ .



- ב. במנסרה ישרה,  $'ABC$ , הבסיס  $ABC$  הוא משולש ישר-זווית ( $\angle ACB = 90^\circ$ ),  $\angle BAC = \alpha$ ,  $AB = c$ , המישור  $BC'A'$  לبين המישור  $ABC$  היא  $\beta$ .
- (1) הבע באמצעות  $c$ ,  $\alpha$  ו-  $\beta$  את נפח המנסרה.
  - (2) שטח הפאה  $'ACC'A'$  שווה לשטח הפאה  $'BCC'B'$  ונפח המנסרה הוא  $c^3$ . חשב את הזווית  $\beta$ .



הערה: אין קשר בין סעיף א' ל-ב'.

## פרק שני – גדייה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעירכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

►.4



- א. (1) בעיר מסויימת נמצא כי אצל כל הגברים בעיר שיער הראש נושר בעדlica מעירכית מגיל עשרים ואחת להלאה. כל שנה הגברים מאבדים  $0.1\%$  משיער ראשם. נמצא כעבור כמה שנים מגיל עשרים ואחת יאבדו הגברים  $0.2997\%$  משיער ראשם.
- (2) נמצא כי אצל כל הילדים בעיר מספר השערות גדל מזו הלידה בקצבה מעירכית. ביום מסוים היו לילדה מהעיר 100,000 שערות. כעבור  $m$  שנים נספו לה 15,000 שערות. הבע באמצעות  $m$  בכמה אחוזים גדל כל שנה מספר השערות של הלידה.

- ב. פונקציית הנגזרת השנייה של פונקציה  $f(x)$  היא  $f''(x) = \frac{1}{(2x-1)^2} + e$  לפונקציה  $f(x)$  יש נקודת קיצון ב-  $(0;3)$ . מצא את הפונקציה  $f(x)$ .

הערה: אין קשר בין סעיף א' לסעיף ב'.



5



סדרון אוטו  
לצפייה בפתחון  
בחינם!

נתון הגרף של פונקציית הנגזרת  $(x)' f$  (ראה ציור).

כמו כן נתון:  $f(a) = d$ ,  $f(0) = s$ ,  $f(b) = p$ ,  $f(c) = k$ .

א. הבע באמצעות פרמטרים מתאימים:

(1) את השיעורים של נקודות הקיצון

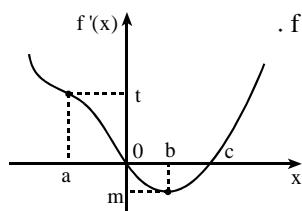
של  $f(x)$  וקבע את סוגן. נמק.

(2) את השיעורים של נקודות הפיתול

של  $f(x)$ . נמק.

ב. נסמן:  $x_1$  – שיעור ה- $x$  של נקודה הפיתול של  $f(x)$ .

$x_2$  – שיעור ה- $x$  של נקודות המינימום של  $f(x)$ .



הבע באמצעות פרמטרים מתאימים את ערך האינטגרל  $\int_{x_1}^{x_2} f'(x) \cdot e^{-f(x)} dx$

### תשובות ל מבחון בגרות מס' 1 – קיץ תשס"ט, 2009, מועד א:

. 1. א. ב.  $y = -\frac{3}{4}x + 16$ ,  $E(5x_p - 32; 5y_p - 20)$ . (8;5)

. 2. א. ב.  $y = -7$  (2) .  $y = -7$  (1) .  $y = \frac{1}{7}$  (1) .  $\vec{BC} = \frac{|\underline{v}|}{|\underline{u}|} \underline{u} + \underline{v}$  (2) .  $t = \frac{|\underline{u}| - |\underline{v}|}{|\underline{u}|}$  (1)

. 3. א. ב.  $-1-i$  .  $79.98^\circ$  (2) .  $\frac{1}{2}c^3 \sin \alpha \cos^2 \alpha \tan \beta$  (1)

. 4. א. (1) כעבור 3 שנים (בערך). (2)  $100 \cdot \sqrt[3]{1.15} - 100$  (ההתשובה היא באחוזים).

. ב.  $f(x) = -0.25 \ln|2x-1| + 0.5ex^2 - 0.5x + 3$

. 5. א. (1) (c;k) מינימום, (0;s) מקסימום. (2) ב.  $\frac{1}{e^p} - \frac{1}{e^k}$  . (b;p)

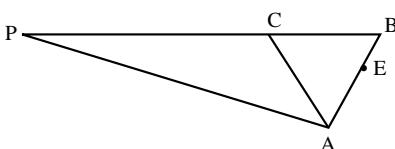


## מבחון בגרות מספר 2

**קייז תשס"ט, 2009, מועד ב'**

**פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,  
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים**

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.



- . נתונות הנקודות  $A(0;0)$  ו-  $E(3;6)$ .  
 נקודה  $B$  נמצאת על המשך  $AE$   
 כך  $AB = AC$  ושטח המשולש  
 גדול פי 3 משטח המשולש  
 $CEB$ .  
 א. מצא את שיעורי הקדקוד  $B$ .  
 ב. נקודה  $P$  נמצאת על המשך  
 $BC$ .

1.



סракן אותו  
לצפייה ב�וטון  
בחינם!

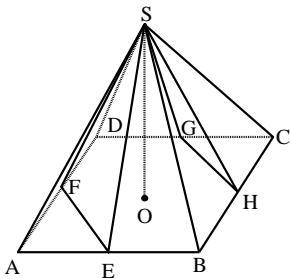
- כך ש-  $PC = 2BC$ . מצא את מישור המקום הגיאומטרי  
 של הנקודות  $P$  הנוצרות באופן זה.  
 ג. הנקודה  $(4;-40)$  נמצאת על המקום הגיאומטרי שאת מישורו  
 נמצא בסעיף ב'.  
 מצא עבור נקודה זו את מישורו האנקל-  $BC$  העובר דרך  $C$ .

2.



סракן אותו  
לצפייה ב�וטון  
בחינם!

- נתון מישור  $\pi$  שמשוואתו  $0 = 2x + y - z + 3$ . הנקודות  $B(1;-2;m)$   
 ו-  $A(-1;-2;k)$  נמצאות במישור זה. הישר  $BG$  מאונך למישור  $\pi$ .  
 א. מצא את שיעורי הנקודה  $G$  אם גם נתון כי  $|BG| = \sqrt{96}$ , ושיעור ה-  $x$   
 של הנקודה  $G$  הוא חיובי.  
 ב. דרך הנקודה  $G$  שאות שיעורייה מצאת בסעיף א', ודרך הנקודה  
 $E(11;6;-17)$  עובר ישר  $\ell$  החותך את המישור  $\pi$  בנקודה  $F$ .  
 הוכח כי הנקודות  $A$ ,  $B$  ו-  $F$  נמצאות על ישר אחד.  
 ג. מצא את המזב ההדדי בין הישר  $AF$  לציר ה-  $x$ .



א. נתונה פירמידה ישרה  $SABCD$  שבבסיסה  $ABCD$  הוא ריבוע.  $E, F, G, H$  הן נקודות האמצע של צלעות הבסיס (ראה ציור). נתון כי גובה הפירמידה שווה לצלע הבסיס. חשב את גודל הזווית שבין המישור  $SHG$  למישור  $SFE$ .

►.3



ב. קדקודי מתומן משוכלל  $ABCDEFGH$  (מצולע בעל שמונה צלעות) נמצא במשור גאוס ומרכז המתומן נמצא בראשית הציריים. נתון כי קדקוד  $A$  הוא  $A = z + i$ . מצא את הקדקודים  $B$  ו- $H$ . הצג אותם באמצעות מספרים מרוכבים.

►



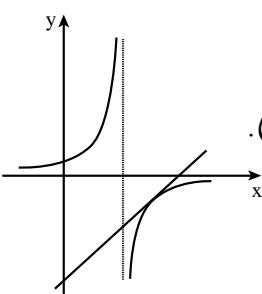
הערה: אין קשר בין סעיף א' לסעיף ב'.

## פרק שני – גדרה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מערכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

א. הבעיות של שני סוגי דגים, סוג א' וסוג ב', גזלות בצורה מערכית. כמות הדגים מסוג א' גזלה כל חדש פי  $q_1$ , וכמות הדגים מסוג ב' גזלה כל חדש פי  $q_2$ . עבור מספר חדשים כמות הדגים מסוג א' גזלה פי  $2$ , וכמות הדגים מסוג ב' גזלה פי  $4$ .  $q_2$  גדול ב-  $8.7\% - q_1$ . מצא את מספר החודשים שבהם כמות הדגים מסוג א' גזלה פי  $2$ , וכמות הדגים מסוג ב' גזלה פי  $4$ .

►.4



ב. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{e}{e-x}$ . העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה בריבוע הרבייעי, שמשוואתו  $8 - x = \frac{4}{e}y$  (ראה ציור). חשב את השטח המוגבל על ידי המשיק, על ידי גרף הפונקציה ועל ידי הישר  $x = 2e$ .

►



הערה: אין קשר בין סעיף א' לסעיף ב'.

5



סרקן אותו  
לצפייה בפתרונות  
ביחמם!

$$\text{נתונה פונקציית הנגזרת } f'(x) = \frac{2\ln x - 1}{x}.$$

נתון כי הפונקציה  $f(x)$  מוגדרת בתחום  $x > 0$ , ויש לה נקודת פיתול בנקודת שבה  $b = f(x)$ .

א. מצא את הפונקציה  $f(x)$  (הבע באמצעות  $a$ ).

ב. (1) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של  $f(x)$  (אם יש כאלה), וקבע את סוגן (הבע באמצעות  $a$  במידת הצורך).

(2) מצא תחומי קעירות כלפי מעלה  $\cup$  וככלפי מטה  $\cap$  של  $f(x)$ .

ג. (1) מצא עבור אילו ערכים של  $a$  הגраф של  $f(x)$  חותך את ציר ה- $x$  בשתי נקודות.

(2) שרטט סキיצה של גраф הפונקציה  $f(x)$ , עבור הערכים של  $a$  שמצוא בתת-סעיף ג(1), אם נתון כי  $0 < b < a$ .

צין בסキיצה את נקודת הפיתול.

### תשובות ל מבחון בגרות מס' 2 – קיץ תשס"ט, 2009, מועד ב:

1. א. (4;8) . ב.  $y = -(x+8)^2 + (y+16)^2 = 720$  . ג.  $(x+8)^2 + (y+16)^2 = 720$

2. א. (9;2;-1) . ג. מצטלבים.

3. א.  $H = \sqrt{2} \operatorname{cis}0^\circ = \sqrt{2}$  ,  $B = \sqrt{2} \operatorname{cis}90^\circ = \sqrt{2}i$  . ב.  $38.94^\circ$

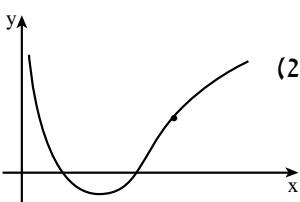
4. א.  $e \cdot \left(\ln 2 - \frac{1}{2}\right) = 0.525$  . ב. 8.309 חודשים.

5. א.  $f(x) = \ln^2 x - \ln x + b - 0.75$

ב. (1)  $(\sqrt{e}; b-1)$  מינימום.

;  $0 < x < e\sqrt{e}$  :  $\cup$  (2)

.  $x > e\sqrt{e}$  :  $\cap$



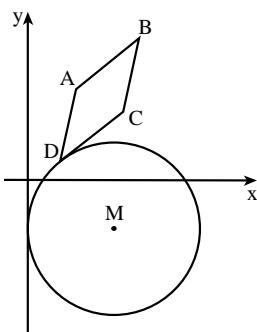


## מבחון בגרות מספר 3

**chorf תש"ע, 2010**

**פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,  
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים**

ענה על שתיים מהתשאלות 1-3.



נתון מעגל, שמרכזו  $M$  נמצא בربיע ה- $y$ .  
המעגל משיק לציר ה- $x$ .

במקבילית  $ABCD$  הצלע  $DC$  משיק למעגל  
זה בנקודה  $D$ , כמתואר בציור.

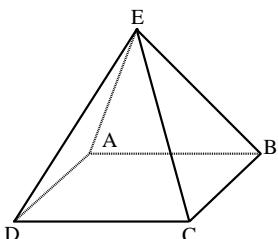
נתון:  $A(3;5)$ ,  $B(7;8)$ , רדיוס המעגל הוא 5.  
שטח המקבילית  $ABCD$  הוא 13.

- מצא את משוואת הישר  $DC$ .
- מצא את השיעוריים של הנקודה  $D$  שבה  
המעגל משיק לציר ה- $y$ .

1



(סרקן אווי, לצפייה בפתרונות)



בפירמידה  $ABCDE$ , שבסיסה  $ABCD$   
הוא מקבילית, נתון כי  $\vec{EA} \perp \vec{EC}$ .

א. הוכח: אם הבסיס  $ABCD$  הוא מלבן,  
אז  $\vec{ED} \perp \vec{EB}$ .

ב. נסח את הטענה ההופוכה לטענה  
שבבסיס א', והוכיח אותה.

2



(סרקן אווי, לצפייה בפתרונות)

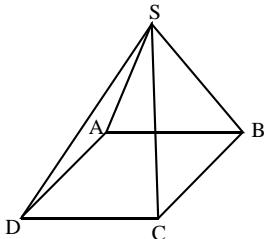
- נתון מקום גיאומטרי המקיימים:  $|z - \bar{z} + i| = |3z + \bar{z} + i|$ ,  $z = x + yi$ .  
מצא את משוואת הישר, המשיק לגרף של המקום הגיאומטרי  
הנתון בנקודה  $x = 0$ .

3





ב. בפירמידה ישרה  $SABCD$  הבסיס הוא ריבוע שאורך צלעו  $a$ , והזווית בין שני מקצועות צדדיים סמוכים היא  $\beta$  (ראה ציור). הזווית בין שתי פאות צדדיות סמוכות היא  $\alpha$ .



$$(1) \text{ הראה כי } 2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2} = \sqrt{2}$$

$$(2) \text{ נתון כי } \alpha = 100^\circ.$$

הבע את שטח הפנים של הפירמידה באמצעות  $a$ .

הערה: אין קשר בין סעיף א' לסעיף ב'.

## פרק שני – גדרה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.



א. בשעה 00:00 היו 100 גרם של חומר רדיוакטיבי I

�- 100 גרם של חומר רדיוакטיבי II.

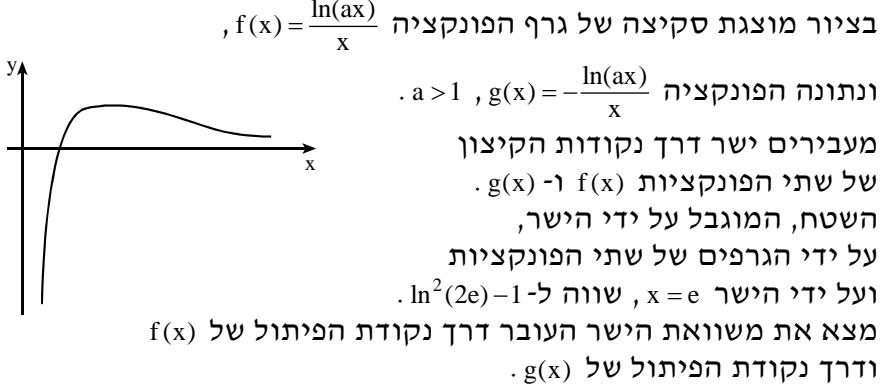
הכמות של כל אחד מהחומרים קטנה עם הזמן בצורה מעריכית.

כעבור חצי שעה נותרו 80 גרם של חומר I�- 64 גרם של חומר II.

כעבור כמה שעות (מהשעה 00:00) יהיה ההפרש בין הכמות של שני החומרים שווה ל- 25 גרם?

ב. מצא על גרף הפונקציה  $f(x) = x^2$  את הנקודה הקרובה ביותר לישר  $y = \ln 4 \cdot x$ .

הערה: אין קשר בין סעיף א' לסעיף ב'.



## תשובות ל מבחון בגרות מס' 3 – חורף תש"ע, 2010:

. א.  $0; -3$  . ב.  $(0; -3)$  .  
**1.**

. א.  $3.4a^2$  (2) . ב.  $y = 0$  .  
**2.**

. א. 1.55 שעות. ב.  $(1; 2)$  .  
**3.**

.  $x = 0.5e\sqrt{e}$  .  
**4.**



**הרשםו לאתר מייגבע וקbullet**

**num** פתרונות וידעו לשאלות מבחינות הבגרות  
**num** מאגר של אלף פתרונות וידעו נוספים  
למנoon שאלות לפי נושאים.



## מבחן בגרות מס' 4

**קי"ג תש"ע, מועד א**

**פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,  
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים**

ענה על שתים מהשאלות 1-3.

►.1



- . נקודת E נמצאת על אליפסה שימושו אתה  $x^2 + 4y^2 = 36$ .  
האליפסה חותכת את ציר ה- x בנקודות A ו- B.  
א. מצא את משוואת העקום שעליו נמצא המקום הגיאומטרי  
של מפגשי התיכונים במשולש ABE.  
ב. הנקודות  $(y; \sqrt{2}; z)$  נמצאות על המקום הגיאומטרי שאת משוואתו  
מצאת בסעיף א'.  
חיברו נקודות אלה עם הנקודות A ו- B, ונוצר מצולע.  
מצא את שטח המצולע.  
ג. האליפסה הנתונה התקבלה ממוגל על ידי הכפלת שיעורי ה- y של כל  
אחד מהנקודות על המוגל קבוע, בלי לשנות את שיעורי ה- x שלhn.  
(1) מהי משוואת המוגל?  
(2) האם למעגל ולמקום הגיאומטרי שמצאת בסעיף א' יש נקודות  
חיთוך? נמק.

►.2



- . נתון משולש ABC שווה-שוקיים וישר-זווית,  $\angle C = 90^\circ$ .  
שננים מקדוקדי המשולש הם: A(3, -2, 1), C(6, -2, -2).  
המשור  $2x + y + 2z - 15 = 0$  מקביל למשור ABC.  
א. (1) מצא את שתי האפשרויות לשיעורי הקדוקוד B.  
(2) נסמן את שתי האפשרויות לקדוקוד B ב-  $B_1$  ו-  $B_2$ .  
האם הקדוקוד C נמצא על הישר  $B_1B_2$ ? נמק.  
ב. נקודת D נמצאת במשור  $\pi$ .  
ממצא את נפח הפירמידה  $DAB_1B_2$ .

►.3



א. (1) נתונות נקודות המקיים  $z = x + yi$ ,  $\frac{|z^2 - i|}{|z^2 + 3i|} = 1$

רשות באמצעות  $x$  ו-  $y$  את משוואת המקום הגיאומטרי של נקודות אלה.

(2) באיזה רבע/רביעים נמצא המקום הגיאומטרי שאט משוואתו רשות בתת סעיף א (1)? נמק.

ב. (1) מצא את שיעורי הנקודות הנמצאות על המקום הגיאומטרי שאט משוואתו רשות, ומשוואות  $|z|^2 = 1.25$ .

(2) איזה מרובע נוצר כאשר מחברים את הנקודות שבתת-סעיף ב (1)? נמק.

## פרק שני – גזילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מערכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

►.4

נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{e^x - ae^{-x}}{e^x + ae^{-x}}$ ,  $a$  הוא פרמטר.

א. מצא עבור  $0 < a$ , ועבור  $0 < a < 1$  (הבע באמצעות  $a$  במידה הצורך):  
(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה, ואת האסימפטוטות שלה  
המקבילות לציריהם.

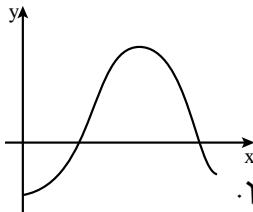
(2) תחומי עלייה וירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).

(3) נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הציריים.  
השאר  $\ln$  בתשובהotic במדת הצורך.

ב. ידוע כי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $y$  נמצאת בחלק השלילי של הציר. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה:  
(1) עבור  $0 < a$ . (2) עבור  $a > 0$ .



5



נתונות הפונקציות :  $f(x) = \log_3(x^2 - 6x + 18)$

$$\cdot g(x) = \sin\left(\frac{\pi x}{6}\right) - \cos\left(\frac{\pi x}{3}\right)$$

המוגדרות לכל  $x$  בתחום  $0 \leq x \leq \frac{5\pi}{3}$  בתחום הנתון.

בצור מוצג הגרף של הפונקציה  $(x)$   $g$  בתחום הנתון.

עננה על הסעיפים א-ב עבור התחום הנתון.

א. (1) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציה  $(x)$ ,  $f$ , וקבע את סוגם.

בתשובהך דיק Ud שתி ספרות אחרי הקודה העשונית.

(2) נתון כי הישר  $y = k$  משיק לגרף של  $(x)$   $f$  ולגרף של  $(x)$   $g$  באותו

נקודה.  $((x))$  שווה לאפס רק בנקודה אחת).

העתק למחברתך את הגרף של  $(x)$   $g$  ובאותה מערכת צירים שרטט

סקיצה של גרף הפונקציה  $(x)$ ,  $f$ .

(3) פתר את המשוואה  $\log_3(x^2 - 6x + 18) = \sin\left(\frac{\pi x}{6}\right) - \cos\left(\frac{\pi x}{3}\right)$ . נמק.

ב. (1) באיזה תחום  $0 < (x) < 0$ , ובאיזה תחום  $0 < (x) < 0$  ?

(2) מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של  $(x)$ ,  $f$ , על ידי ציר ה- $x$

ועל ידי הישרים  $x = 2$  ו-  $x = 4$ .

## מה ה欟ע של סימני ה-▶ ליד כל שאלה?

לכל שאלה מחייבת לכם סרטון הסבר

מלא באפליקציה או באתר [MY.GEVA](#)



- 01 מודדים את אפליקציית [MY.GEVA](#)
- 02 סוחרים דרך את הקוד שMOVEDILID והשאלה

(לא יעבוד טוב עם סורקים אחרים)

- 03 צופים בפתרון הוייאו לשאלה

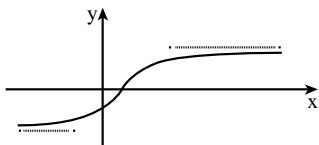
ויהר לך למס מסך גודן? אין בעיה!  
הכנסו לאתר [IL.GEVA.CO](#)

## תשובות ל מבחון בגרות מס' 4 – קיץ תש"ע, 2010, מועד א:

1. א.  $x^2 + y^2 = 36$  . ב.  $x^2 + 4y^2 = 4$  . ג.  $(1) 6\sqrt{2}$  . (2) לא.

2. א. 18 . (2) כנ. ב. (7; -6; -1) , (5; 2; -3).

3. א. (1)  $y = -\frac{1}{2x}$  . (2) רביעי שני ורביעי רביעי.  
ב. (1)  $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$  ,  $\left(1; -\frac{1}{2}\right)$  ,  $\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$  ,  $\left(\frac{1}{2}; -1\right)$  (2) מלבן.



4. א. עבור :  $a > 0$

תחומי הגדרה : כל  $x$  , (1)

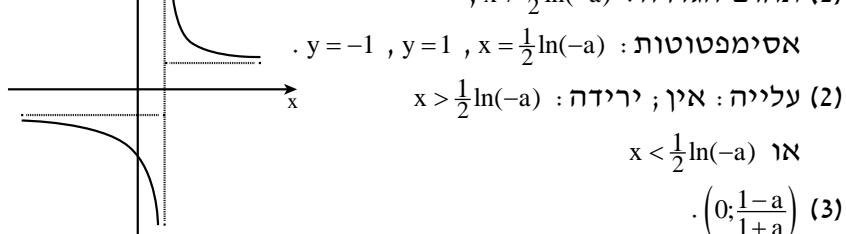
אסימפטוטות :  $y = -1$  ,  $y = 1$

עליה : כל  $x$  ; ירידיה : אין.

$$\cdot \left(0; \frac{1-a}{1+a}\right) , \left(\frac{1}{2} \ln a; 0\right) \quad (3)$$

עבור :  $a < 0$

$$(1) \text{תחום הגדרה : } x \neq \frac{1}{2} \ln(-a)$$

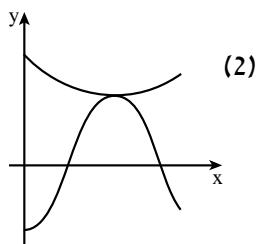


אסימפטוטות :  $y = -1$  ,  $y = 1$  ,  $x = \frac{1}{2} \ln(-a)$

(2) עליה : אין ; ירידיה : אין

$x < \frac{1}{2} \ln(-a)$

$$\cdot \left(0; \frac{1-a}{1+a}\right) \quad (3)$$



5. א. (1) (0; 2.63) (2) מקסימום מוחלט ;

(3) מינימום מוחלט.

$$\cdot x = 3 \quad (3)$$

.  $2 \log_3 10 - 4 = 0.192$  (2) .  $0 < x < 3$  :  $f'(x) < 0$  ;  $3 < x < \frac{5\pi}{3}$  :  $f'(x) > 0$  (1) . ב.



## מבחון בגרות מספר 5

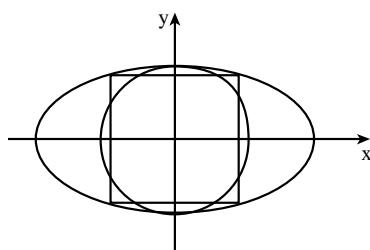
**קייז תש"ע, 2010, מועד ב**

**פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,  
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים**

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

$$\text{נתונה המשוואה } \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2 - 16} = 1 , \quad a > 0 , \quad a \neq 4 .$$

א. עבור אילו ערכים של  $a$  מייצגת המשוואה : (1) אליפסה? (2) מעגל?



באליפסה חסומים :

עיגול הנוגע באלייפסה בנקודות החיתוך שלה עם ציר ה- $y$ , וריבוע שצלעותיו מקבילות לצירים (ראה ציור). היחס בין שטח העיגול החסום לבין שטח הריבוע החסום הוא  $\frac{4\pi}{9}$ . מצא את הערך של  $a^2$ .

**1.1**



סרקו אותו  
לצפייה בפתרונות

הערה: אין קשר בין פתרון סעיף א' לפתרון סעיף ב'.

- נתונה פירמידה SABCD שבבסיס ABCD הוא מקבילית. השיעורים של ארבעה מבין קדודי הפירמידה הם :  
 $S(1;1;8)$  ,  $B(4;-2;5)$  ,  $A(6;a;9)$  ,  $C(-2;2;-1)$  .  
 בסיס הפירמידה נמצא במישור :  $\pi : x = (2;-1;4) + t(4;-3;5) + s(2;-1;1)$  .  
 א. חשב את נפח הפירמידה SABCD (ערך מספרי).  
 ב. המישור  $\pi$  חותך את הצירים בנקודות M , L , K .  
 מצא את היחס בין נפח הפירמידה SABCD לבין נפח הפירמידה OKLM (O – ראשית הצירים).  
 ג. האם הישר שעליו נמצא גובה הפירמידה SABCD חותך את כל המישורים שעלייהם מונחות פאות הפירמידה OKLM ? נמק.

**2.2**



סרקו אותו  
לצפייה בפתרונות

►.3

- .  $z_n = (\cos \alpha + i \sin \alpha)^n$  טבאי :  
 א. הבע באמצעות  $\alpha$  את  $|z_1 - z_2|$ .  
 ב. הראה כי הביטוי  $|z_n - z_{n+1}|$  אינו תלוי ב-  $n$ .



## פרק שני – גדרה ודעכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגרิตמיות

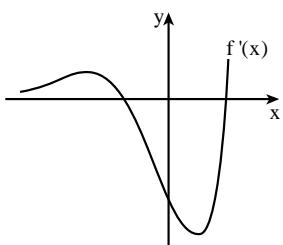
ענה על אחת מהשאלות 4-5.

►.4

- נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x^2 - 2x - a}{e^{-x}}$ .  $a$  הוא פרמטר.  
 א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ ?  
 ב. מצא עבור אילו ערכים של  $a$  יש לפונקציה  $f(x)$  שתי נקודות קיצון.  
 ג. דרך נקודות הקיצון של הפונקציה העבירו ישרים המאונכים לציר ה-  $x$ .  
 המרחק בין הישרים הוא 6. מצא את ערך הפרמטר  $a$ .



הצב את הערך של  $a$  שמצאת, וענה על הסעיפים ד-ז :



- ד. מצא את סוג הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ .  
 ה. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.  
 בתשובתך דיקק עד שתி ספרות אחרי  
 הנקודה העשורה.  
 ו. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .  
 ז. לפניך סקיצה של גרף פונקציית  
 הנגזרת  $f'(x)$ . מצא את השיטה  
 המוגבל על ידי הגרא של  $f'(x)$ ,  
 על ידי הישר  $y = -5$ , על ידי ציר ה-  $x$   
 ועל ידי ציר ה-  $y$ .

►.5

- א. נתונה הפונקציה  $f(x) = \log_b ax$  בתחום  $1 \leq x \leq 2$ ,  $a > 0$ ,  $0 < b < 1$ .  
 בתחום הנתון הערך גדול ביותר של הפונקציה הוא 4  
 והערך הקטן ביותר של הפונקציה הוא 2.  
 מצא את הערך של  $a$  ואת הערך של  $b$ .





ב. נתונה הפונקציה  $f(x) = \log_a(\tan x) + \log_a\left(\frac{3x-x^2}{\tan x}\right)$   
 בתחום  $0 < a < 1$ ,  $0 < x < \frac{\pi}{2}$ .  
 מצא את שיעורי  $x$  של נקודות הקיצון של  $f(x)$  בתחום הנטו  
 (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

הערה: אין קשר בין סעיף א' לסעיף ב'.

### תשובות ל מבחון בגרות מס' 5 – קיץ תש"ע, 2010, מועד ב' :

1. א. (1)  $a = \sqrt{8}$ ,  $0 < a < 4$ . ב. 9. (2)  $a \neq \sqrt{8}$ .

2. א. 12. ב. 1. ג. כנ.

3. א.  $\sqrt{2 - 2 \cos \alpha}$

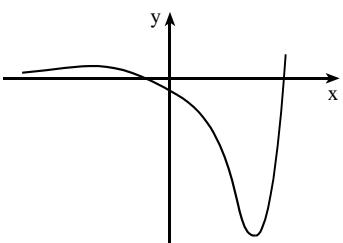
4. א. כל  $x$ . ב.  $a > -2$ . ג.  $a = 7$ .

ד. (3;  $-4e^3$ ) מינימום,  $\left(-3; \frac{8}{e^3}\right)$  מקסIMUM.

ה.  $(0; -7)$ ,  $(3.83; 0)$ ,  $(-1.83; 0)$ .

ו.  $7 + \frac{16}{e^3} - \frac{28}{e^5} = 7.6079$ .

5. ב.  $x = 1.5$ . א.  $a = \frac{1}{4}$ ,  $b = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .



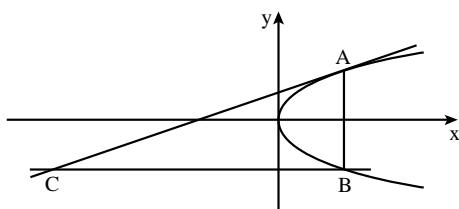


## מבחון בגרות מספר 6

**חורף תשע"א, 2011**

**פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,  
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים**

ענה על שתיים מהתשאלות 1-3.

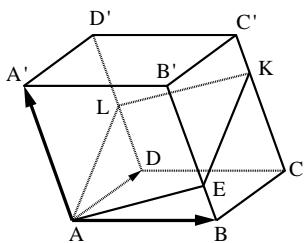


A ו-B נקודות כלשהן על היפרבולת  $AB : y^2 = 2px$ ,  $p > 0$  כך שהמיתר מקביל לציר ה- $y$ . ישר המשיק לפרבולת בנקודה A, חותך בנקודה C את הישר שעובר דרך הנקודה B ומקביל לציר ה- $x$  (ראה ציור).



סракו אותו  
לצפייה בפתרונות

- א. (1) הביע באמצעות  $\vec{c}$  את משוואת המקום הגיאומטרי של הנקודות C הנוצרות באופן שתוואר.  
 (2) שרטט סקיצה של המקום הגיאומטרי שאת משוואתו מצאת.  
 ב. נתון כי שיעור ה- $y$  של נקודה C, הנמצאת על המקום הגיאומטרי שאת משוואתו מצאת, הוא  $-2p$ . חשב במקרה זה את הזווית שבין המשיק לפרבולת,  $CA$ , ובין ציר ה- $x$ .



נתון מקובילון 'ABCDA'B'C'D' מכך שכל פאותיו הן מקובילות. נקודה L היא אמצע המקצוע 'DD'. נקודה E נמצאת על המקצוע 'BB' כך ש- $\frac{BE}{EB} = 3$ .



סראקו אותו  
לצפייה בפתרונות

- נתון כי המקצוע 'AA' מאונך למשור  $AEL$ . המשור חותך את המקצוע 'CC' בנקודה K (ראה ציור).  
 נסמן:  $\underline{w} = \underline{CC}$ ,  $\overrightarrow{AA'} = \underline{y}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \underline{x}$ ,  $\overrightarrow{CK} = m\overrightarrow{CC}$ .  
 א. מצא את הערך של  $m$ .  
 ב. נתון כי הציגת הפרמטרית של הישר 'CC' היא  $(x; y; z) = (4; 5; 8) + t(1; -1; 2)$ .  
 הנקודה  $(2; -1; 3)$  נמצאת במישור  $AEL$ , ושיעורי הקדקוד 'C' הם  $(x; y; 0)$ . מצא את מרחק הקדקוד C מהמשור  $AEL$ .

►.3



$z_1, z_2, z_3$  ו-  $z_4$  הם שלושה מספרים מרוכבים שונים הנמצאים על ישר אחד שעובר דרך ראשית הצירים.  $z_1$  ו-  $z_2$  נמצאים בربיע הראשון, ו-  $z_3$  ו-  $z_4$  נמצאים בربיע השלישי. נסמן:  $z_1 = r_1(\cos \alpha + i \sin \alpha)$ .

א. האם המנה  $\frac{z_1 - z_3}{z_2 - z_3}$  היא מספר ממשי, מספר מודומה טהור

או מספר שהוא לא ממשי ולא מודומה טהור? נמק.

נתון גם כי  $z_1$  ו-  $z_3$  נמצאים על מעגל היחידה, ו-  $\frac{|z_1 - z_3|}{|z_2 - z_3|} = \frac{1}{2}$

ב. חשב את הערך המוחלט של  $z_2$ .

ג. הוא הצמוד של  $z_1$ .

הבע באמצעות  $\alpha$  את שטח המשולש הנוצר על ידי הנקודות  $z_1, z_2, z_3, z_4$ .

## פרק שני – גדייה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מערכיות ולוגריתמיות

ענה על אחד מהשאלות 4-5.

►.4



נתונות שלוש פונקציות I, II, III:

$$\text{I. } y = -2x + 4 \quad \text{II. } y = \ln x \quad \text{III. } y = \ln x + 2x - 4$$

א. מצא את תחום ההגדרה של כל אחת מהfonקציות, ומצא את האסימפטוטות שלحن המקבילות לצירים (אם יש כאליה).

ב. (1) שרטט במערכת צירים אחת סקיצה של גרף הפונקציה I וסקיצה של גרף הפונקציה II. ציין מספרים על ציר ה- $x$ .

(2) הסבר מדוע נקודת החיתוך בין הגראפים של הפונקציות I ו-II חייבות להימצא בתחום  $1 < x < 2$ .

ג. (1) מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה III (אם יש כאליה).

(2) ציין בין אילו ערכי  $x$  שלמים ועוקבים נמצאת נקודת החיתוך של גרף הפונקציה III עם ציר ה- $x$ . נמק.

(3) לגרפים שشرطתי בתה-סעיף ב(1), הוסף בקו מרוסק (---) סקיצה של גרף הפונקציה III.

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציה II, על ידי הגרף של פונקציה III ועל ידי הישרים  $x = 1.5$  ו-  $x = 2.5$ .

►.5



נתונה הפונקציה  $f(x) = (1+x)e^{-x}$ .

א. הראה כי  $f'(x) = -xe^{-x}$ .

ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.

ג. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ה. הראה כי עבור  $a > 0$  מתקיים:  $\int_{-1}^a f(x)dx < e$ .

ו. (1) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי ציר ה- $y$ .

(2) הסבר מדוע עבור  $a > e-2$  מתקיים:  $\int_{-1}^a f(x)dx > e-2$ .

מורדים את האפליקציה [MY.GEVA.MY](http://MY.GEVA.MY)



**איזה משתמשים  
בחוגרות?**

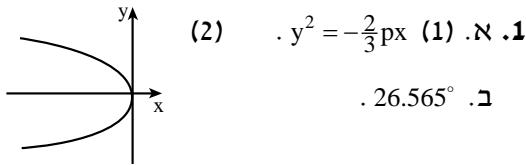
סורקים את הבrcode המופיע ליד כל שאלה



צופים בסרטון ההסבר המלא לשאלה



**תשובות ל מבחן בגרות מס' 6 – חורף תשע"א, 2011:**



. ב.  $26.565^\circ$

. 2. א. ב.  $m = \frac{3}{4}$

. 3. א. מספר ממשי. ב.  $|z_2| = 3$

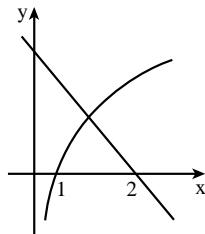
. 4. א. I : תחום הגדירה: כל  $x$ . אסימפטוטות: אין.

. II : תחום הגדירה:  $x > 0$ . אסימפטוטות:  $x = 0$ .

. III : תחום הגדירה:  $x > 0$ . אסימפטוטות:  $x = 0$ .

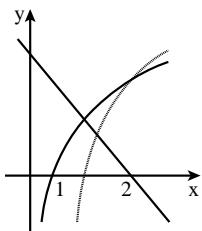
. 1 <  $x < 2$  (2)

(1). ב.



. 5. (1) עליה:  $x > 0$ ; ירידה: אף  $x$ . (2) בין 1 ל-2.

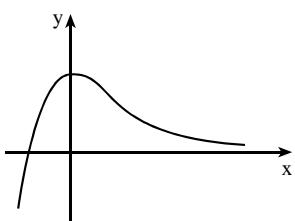
.  $\frac{1}{2}$



. 5. ב. (0;1) מקסימום.

.  $(-1;0), (0;1)$

.  $e - 2 = 0.718$  (1)





## מבחון בגרות מספר 7

**קייז תשע"א, 2011, מועד א**

**פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,  
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים**

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

(1)

נתון משולש ABC ששטחו  $12\frac{1}{2}$ .

קדקודוי המשולש B ו- C מונחים על הישר  $x = y + 1$ .

שיעוריו הקדקוד A הם (12;3).

P היא נקודת החיתוך של התיכונים במשולש.

שיעורו ה- y של P הוא  $5\frac{1}{2}$ .

א. מצא את השיעוראים של שני הקדקודים האחרים במשולש ABC.

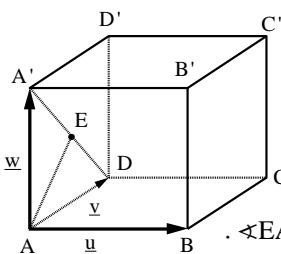
ב. מעבירים ישר המקביל לצלע BC, וחוטף את הצלעות האחרות.

(ולא את המשכיהם) בנקודות D ו- E. האורך של DE הוא  $\sqrt{8}$ .

מצא את משווהת הישר DE.



(2)



נתונה תיבה 'D'C'B'A'ABCDA.

נסמן:  $\underline{w} = \overrightarrow{AA'} = \underline{w}$ ,  $\underline{u} = \overrightarrow{AD} = \underline{u}$ ,  $\underline{v} = \overrightarrow{AB} = \underline{v}$ .

נתון:  $|\underline{v}| = 1$ ,  $|\underline{u}| = |\underline{w}| = 2$ .

נקודה F מקיימת  $\vec{BF} = t \vec{BC}$ , t הוא פרמטר.

הנקודה E היא אמצע האלבוסון D'A'.

א. הראה כי לא קיים ערך של t שעבורו  $\angle EAF = 30^\circ$ .

ב. (1) מצא את הערך של t שעבורו  $\cos \angle EAF = \frac{1}{5}$ .

(2) הicken נמצאת הנקודה F עברך של t שמצוות:

בתוך הקטע BC, באחד מקצות הקטע BC או מחוץ לקטע BC ?

נמק.

ג. אם EF מקביל למישור הפאה 'A'ABB, מצא את היחס שבו הנקודה F מחלקת את הקטע BC. נמק.

ד. האם נפח הפירמידה AEFD תלוי בערך של t ?

אם כן – הסבר מדוע. אם לא – חשב את נפח הפירמידה.



3 ►



נתונה סדרה: ...,  $i^n$ ,  $i^2$ ,  $i^3$ ,  $i$ .

א. הראה כי כל איברי הסדרה מיוצגים במישור גאוס על ידי קדודי ריבוע החסום במעגל היחידה (מעגל שרדיו  $r$  ומרכזו בראשית הצירים).

- ב. (1) הראה כי סכום  $\sum_{n=1}^4$  האיברים הראשונים בסדרה הוא מספר ממשי.  
 (2) מצא את הסכום של  $\sum_{n=1}^{19}$  האיברים הראשונים בסדרה.

ג. נתונה סדרה של  $n$  מספרים מרוכבים:  $z_n, z_2, z_3, \dots, z_1$ .  
 איברי הסדרה מיוצגים במישור גאוס על ידי  $n$  קדוקדים של מצולע משוכל בעל  $n$  צלעות החסום במעגל היחידה.  
 איברים עוקבים בסדרה מייצגים קדוקדים סמוכים במצולע נגד כיוון השעון. נתון גם כי  $z_1 = 1$ .

- (1) רשום בהצגה קוטבית את האיבר  $z_n$  (הבע באמצעות  $n$ ).  
 (2) רשום משווהה שפרטנותיה מיוצגים על ידי  $n$  הקדוקדים של המצלע המשוכל.

## פרק שני – גדרה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מערכיות ולוגריתמיות

ענה על אחד מהשאלות 4-5.

4 ►

נתונה הפונקציה  $x \cdot f(x) = \ln(1+e^{-x}) + \frac{1}{3}x$ .

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ ?

ב.  $M$  ו-  $N$  הן נקודות על גרף הפונקציה  $f(x)$ , שיעורי ה-  $x$  שליהן שונים מאפס. שיעור ה-  $x$  של  $M$  הוא  $x_0$ , ושיעור ה-  $x$  של  $N$  הוא  $-x_0$ . הוכח כי שיפוע הישיר שמשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה  $x = 0$ , שווה לשיפוע הקטע  $MN$ .

ג. מצא את האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת  $(x')f$  המקבילות לצירים (אם יש כאלה).

- ד. (1) מצא עבור כלו ערכי  $x$  פונקציית הנגזרת  $(x')f$  היא שלילית.  
 (2) מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת  $(x')f$  ועל ידי שני הצירים.

5.



- נתונה הפונקציה  $f(x) = \ln(x^2 + a)$ ,  $a > 0$  הוא פרמטר.
- לגרף הפונקציה יש שיפוע מקסימלי ושיפוע מינימלי בנקודות  $y = 3\ln 2$ .
- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. מצא את הערך של  $a$ .
- ג. מצא את גודל השיפוע המקסימלי של  $f(x)$ , ואת גודל השיפוע המינימלי של  $f(x)$ .

הצב  $a = 4$ , וענה על סעיף ד.

- ד. (1) מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ .
- (2) מצא את תחומי הקוירות כלפי מעלה  $\cup$  וככלפי מטה  $\cap$  של הפונקציה  $f(x)$ .
- (3) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

### תשובות ל מבחן בגרות מס' 7 – קיץ תשע"א, 2011, מועד א:

1. א.  $y = x - 1$ . ב.  $(4.5; 5.5) \cup (7; 8)$ .

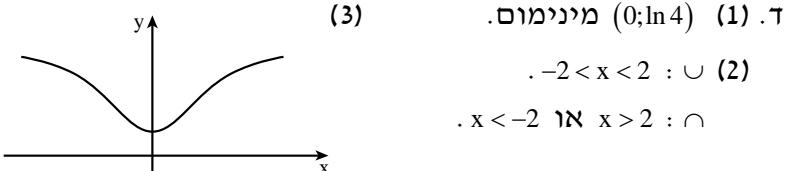
2. ב. (1) נקודה F נמצאת בקצת הקטע BC (מתלכדת עם הקדקוד C).

ג. אינו תלוי בערך של  $t$  ושווה ל- $\frac{1}{3}$ . ד.  $BF:FC = 1:1$ .

3. ב.  $z^n = 1$  (2).  $z_n = \text{cis} \left[ \frac{360^\circ(n-1)}{n} \right]$  ג.  $S_{19} = -1$  (2).

4. א. כל  $x$ . ג.  $y = -\frac{2}{3}$ ,  $y = \frac{1}{3}$ . ב.  $-\ln 1\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \ln 2 = 0.0566$  (1).  $x < \ln 2$  (2).

5. א. כל  $x$ . ב.  $a = 4$ . ג. שיפוע מקסימלי  $\frac{1}{2}$ , שיפוע מינימלי  $-\frac{1}{2}$ .



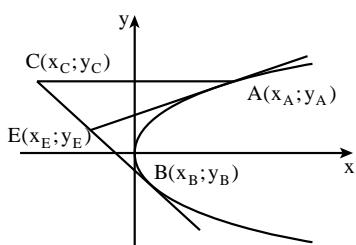


## מבחן בגרות מס' 8

**קי"ג תשע"א, מועד ב**

**פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,  
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים**

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

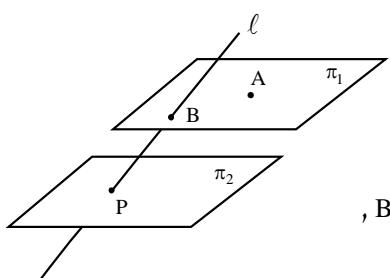


- נתונה הפרבולה  $y^2 = 2x$ .  
 ישר המשיק לפרבולה בנקודה A  
 נפגש בנקודה E עם הישר המשיק  
 לפרבולה בנקודה B (בריבוע הריבוע).  
 דרך הנקודה A העבירו ישר החותך  
 את המשך EB בנקודה C,  
 כך ש-  $CE = EB$ , כמתואר בציור.  
 א. הראה כי  $y_E(y_A - y_B) = x_A - x_B$ .  
 ב. הראה כי CA מקביל לציר ה- x.

1.



סракן אותו  
לצפייה בפתרון



נתונות משוואות של שני מישורים:

$$\pi_1 : 2x + y + 2z + 10 = 0$$

$$\pi_2 : 2x + y + 2z - 10 = 0$$

נתון ישר שהצגתו הפרמטרית היא :

$$l : \underline{x} = (0; 10; 0) + t(0; 2; 1)$$

הישר  $l$  חותך את המישור  $\pi_1$  בנקודה B  
 ואת המישור  $\pi_2$  הוא חותך בנקודה P.  
 הנקודה  $(z; A(-5; 0; z))$  נמצאת במישור  $\pi_1$   
 (ראה ציור).

מהנקודות A ו- B העבירו ארכיים למישור  $\pi_2$ ,  
 החותכים את המישור בנקודות D ו- C בהתאם.  
 מצא את נפח הפירמידה ABCD (שבבסיס ABCD).

2.



סракן אותו  
לצפייה בפתרון

►.3



- א. נתון מספר מרוכב  $z$  (שהוא לא ממשי) המקיימים  $z + \frac{1}{z} = 2\cos\beta$ .  
 (1) הבע באמצעות  $\beta$  את  $z$ . מצא את שני הפתרונות.  
 (2) האם הביטוי  $z^n + \frac{1}{z^n}$  הוא מספר ממשי טהור או מספר מודומה?  
 טהור או מספר המורכב ממשי וממספר מודומה? נמק.  
 (ה) הוא מספר טבעי  $z$  הוא המספר הנתון).

- ב. נתון כי מספר מרוכב  $z$  נמצא בربיע הראשון מחוץ למעגל היחידה.  
 שרטט במערכת צירים סקיצה של מעגל היחידה,  
 ומקם בשרטוט את המספר  $z$ , ואת:  
 (1)  $\frac{1}{z}$ . נמק. (2)  $\bar{z} + z$ . נמק.
- הערה: אין קשר בין סעיף א' לסעיף ב'.

►



## פרק שני – גזילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מרוכבות ולוגריתמיות

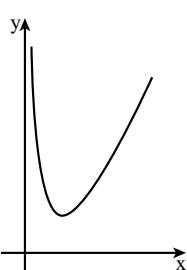
ענה על அது מהשאלות 4-5.

►.4



- נתונה הפונקציה  $f(x) = 2^{x-3}$  המוגדרת לכל  $x$ .  
 ב הוא פרמטר גדול מ-1.  
 א. (1) הבע באמצעות  $b$  את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$ .  
 המקבילות לצירים (אם יש כאלה).  
 (2) מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).  
 (3) הבע באמצעות  $b$  את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף  
 הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.  
 (4) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. נתונה הפונקציה  $g(x)$  המקיים  $|f(x)| = g(x)$ .  
 (1) הבע באמצעות  $b$  את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$ .  
 המקבילות לצירים (אם יש כאלה).  
 (2) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .
- ג. הבע באמצעות  $b$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $g(x)$ ,  
 על ידי הצירים ועל ידי הישר  $x = 3$ .

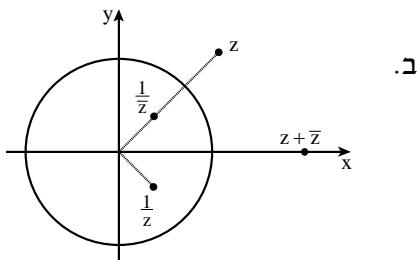
5.



- נתונה הפונקציה  $x > 0, f(x) = (\ln x)^2 + x$  (ראה ציור),  
ונתון הישר  $y = x - 4$ .
- נקודה A נמצאת על גרף הפונקציה (א),  
ונקודה B נמצאת על הישר הנתון.  
א. מצא את האורך המינימלי של הקטע AB,  
אם הקטע מקביל לציר ה- $y$ .  
ב. מצא את האורך המינימלי של הקטע AB,  
אם הקטע מאונך לישר הנתון.  
ג. מבין כל הקטעים AB האפשריים,  
מהו האורך המינימלי של הקטע AB? נמק.

### תשובות ל מבחון בגרות מס' 8 – קיז תשע"א, 2011, מועד ב:

2.  $129\frac{17}{27}$



3. א.  $z_1 = \cos \beta + i \sin \beta = \text{cis} \beta$  (1)  
ב.  $z_2 = \cos \beta - i \sin \beta = \text{cis}(-\beta)$   
ג. ממשי טהור.

הערה:  $z + \bar{z}$  נמצא על הציר המשמי (בתוך המעגל, על המעגל או מחוץ לו).

4. א.  $y = -b$  (1).  
ב. עלייה: כל  $x$ .

ג. ירידיה: אף  $x$ .  
ד.  $(0; \frac{1}{8} - b), (3 + \log_2 b; 0)$  (3)

5. א. 4. ב.  $\sqrt{8}$ . ג.  $\sqrt{8}$ .  
ב.  $y = b$  (1).  
ג.  $3b - \frac{7}{8 \ln 2} = 3b - 1.26$

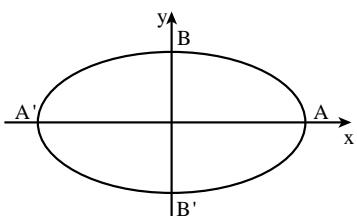


## מבחון בגרות מס' 9

**חורף תשע"ב, 2012**

**פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,  
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים**

ענה על שתיים מהתשאלות 1-3.



האליפסה  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  חותכת את ציר ה- $x$  בנקודות  $A$  ו- $A'$ , ואת ציר ה- $y$  היא חותכת בנקודות  $B$  ו- $B'$ . א. נתון כי הישר  $x - \frac{5}{4}y = 0$  מאונך לישר  $A'B'$ , והmphrk בין הנקודה  $B$  לאחד המוקדים של האליפסה הוא 5. מצא את משוואת האליפסה.

1.



- ב.  $E_1$  ו-  $E_2$  הם המוקדים של האליפסה.  $E$  היא נקודה על האליפסה. מצא את ההיקף של המשולש  $EE_1E_2$ .
- ג. מקריבים את מוקדי האליפסה זה לזה לאורך ציר ה- $x$ . נוצרת אליפסה קנונית חדשה העוברת גם היא דרך הנקודות  $A$  ו- $A'$ , ומוקדייה הם  $F'_1$  ו-  $F'_2$ .  $E'$  היא נקודה על האליפסה החדשה כך ש- $E'E$  מקביל לציר ה- $y$ . הגובה לצלע ' $E'_1E_2$ ' במשולש  $E'_1E_1E_2$  גדול פי  $k$  ( $k > 1$ ) מהגובה לצלע ' $E_1E_2$ ' במשולש  $EE_1E_2$ .
- (1) הבע באמצעות  $k$  את משוואת האליפסה החדשה.  
(2) עבור أيזה ערך של  $k$  המוקדים  $F'_1$  ו-  $F'_2$  יתלכו נקודה אחת בראשית הצירים? נמק.

2.



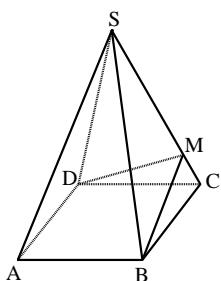
- נתונה פירמידה ABCDT שבסיסה ABCD הוא מקבילית. משוואת מישור הבסיס ABCD היא:  $2x + 2y - z - 4 = 0$ . הצגה פרמטרית של הישר TB היא:  $\underline{x} = (1; 2; -7) + t(3; 2; 1)$ . א. מצא את השיעוריים של הקדקוד B.
- ב. אלכסוני המקבילית ABCD נפגשים בנקודה M. אחת מהנקודות M ו- D נמצאת על ציר ה- $x$ , ואחת מהן נמצאת על ציר ה- $z$ . קבע אייזו מהנקודות נמצאת על ציר ה- $x$ . נמק.

ג. דרך נקודת על הישר  $TB$  העבירו אנך למשורר המקבילית  $ABCD$ .  
האנך חותך את המשורר בנקודת  $E$ .

- (1) מצא הצגה פרמטרית של הישר  $BE$  (ההיטל של הישר  $TB$   
על משורר המקבילית).
- (2) מצא את המזב ההדדי בין הישר  $BE$  לאלכסון  $BD$ .

א.  $z$  הוא מספר מרוכב הנמצא בربיע הריבועי, והערך המוחלט שלו  
הוא 1. נתון:  $\left|1 + \frac{1}{z}\right| = \sqrt{3}$ .>O היא ראשית הצירים.  
מצא במשולש  $\bar{Ozz}$ : (1) את זוויות המשולש.  
(2) את אורך הצלעות של המשולש.

3



ב. נתונה פירמידה ישרה  $SABCD$  שבבסיסה  $ABCD$  הוא ריבוע.  $M$  היא נקודת על המקצוע  $SC$  כך ש-  $\triangle DMB$  היא הזויה שבין שתי פאות סמוכות (ראה ציור). נתון:  $\angle DMB = 2\alpha$ ,  $\angle DMB = 2\alpha$ ,  
זוויות הבסיס בפאה צדדיות היא  $\beta$ .

- (1) מצא את הערך של המכפלת  $\beta \cdot \sin \alpha \cdot \sin \alpha$ .
- (2) האם ניתן ש-  $\alpha = 45^\circ$ ? נמק.

הערה: אין קשר בין סעיף א' לסעיף ב'.

## פרק שני – גדרה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מערכיות ולוגריתמיות

ענה על אחד מהשאלות 4-5.

נתון כי הפונקציות  $f(x)$  ו-  $g(x)$ , המוגדרות לכל ערך של  $x$ ,  
מקיימות:  $f'(x) = 2x - 3$ ,  $g'(x) = e^{f(x)} \left( x - \frac{3}{2} \right)$ .  
ישר המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודת הקיצון שלה,  
חותך את ציר ה-  $y$  בנקודת שבה  $y = -\frac{1}{4}$ .

א. (1) מצא את נקודות החיתוך של הגראף של פונקציית הנגזרת  $(x)g'$  עם הצירים.

4



(2) מצא את תחומי העלילה והירידה של פונקציית הנגזרת  $(x)g'$ .  
(3) נתון גם:  $0 < x < 1.5$  עבור  $g''(x) > 0$ ,  $x > 1.5$  עבור  $g''(x) < 0$ .  
شرط סקיצה של גראף פונקציית הנגזרת  $(x)g'$ . נמק.

ב. לישר  $y = \frac{1}{2}e^{\frac{1}{4}x} + 1$  ולפונקציה  $(x)g$  יש נקודת משותפת אחת בלבד.  
מצא את הפונקציה  $(x)g$ . נמק.



משקל העץ בשני יערות, יער I ויער II, גדול עם הזמן לפי פונקציות מעריכיות  $f(x) = N_0 \cdot a^x$  ו-  $g(x) = M_0 \cdot b^x$ , בהתאם.

העצים בשני היערות ניטעו באותו תאריך.  
ביום הנטיעת העץ ביער I היה 10,000 טון עץ, וכעבור שנה היה בו 15,000 טון עץ.

ביום הנטיעת העץ ביער II היה 40,000 טון עץ, וכעבור שנה היה בו 45,000 טון עץ.

א. מצא את הפונקציה  $f(x)$  ואת הפונקציה  $g(x)$ .

ב. מצא כמה זמן מיום הנטיעת העץ יהיה משקל העץ ביער I גדול מאשר משקל העץ ביער II.

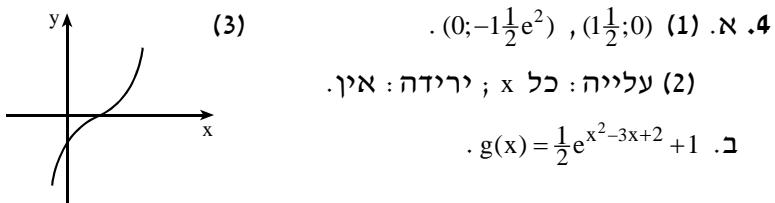
ג. שרטט בקו מלא (—) סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ , ובקו מרוסק (- -) סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ , החל מיום הנטיעת ציון מספרים על הצירים.

ד. כעבור כמה זמן מיום הנטיעת ההפרש בין משקל העץ ביער II למשקל העץ ביער I יהיה גדול ביותר?  
בתשובה תזכיר דיק עד שתி ספרות אחרי הקודה העשרונית.

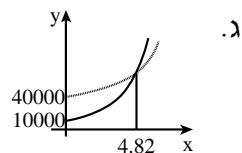
### תשובות למבחן בגרות מספר 9 – חורף תשע"ב, 2012:

. א.  $k = \frac{5}{4}$  (2) .  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16k^2} = 1$  (1) . ב.  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$  . ג. 16.

. א.  $x = (-2; 0; -8) + R(1; 0; 2)$  (1) . ג.  $(-2; 0; -8)$  . ב. נקודת D. (2) מטלכדים.  
. א.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (1) . ב.  $\sqrt{3}$  , 1 , 1 (2) . ג.  $30^\circ$  ,  $30^\circ$  ,  $120^\circ$  (1) לא.



. א.  $g(x) = 40000 \cdot 1.125^x$  ,  $f(x) = 10000 \cdot 1.5^x$  . ב. כעבור יותר מ- 4.82 שנים.  
ד. כעבור 0.52 שנים.





## מבחן בגרות מספר 10

**קץ תשע"ב, 2012, מועד א**

**פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,  
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים**

ענה על שתיים מהתשאלות 1-3.

- במשולש ABC משווהת הצלע AB היא  $y = x - 1$ ,  
ומשוואה הצלע AC היא  $y = -x + 3$ .
- הנקודה D(6;3) נמצאת על הצלע BC. נתון כי  $\frac{BD}{DC} = \frac{1}{3}$
- א. מצא את משווהת המרجل החוסם את המשולש ABC.
- ב. הנקודה D(6;3) נמצאת על הפרבולה  $y^2 = 2px$ .  
ישר המשיק לפרבולה בנקודה D נפגש בנקודה F עם ישר העובר דרך C כך  $CF = FD$ . מצא את שטח המשולש FDC.

►.1



(סקרו אותו  
לצפיה בפתרון)

- נתונים שני מישוריים  $\pi_1$  ו-  $\pi_2$  המקבילים זה לזה.  
המרחב בין שני המישוריים הוא  $\mathbb{R}^2$ .
- מישור  $\pi_1$  עובר דרך הנקודות A(2;0;3) ו- B(0;0;6).
- מישור  $\pi_2$  עובר דרך הנקודה C(-2;0;2).
- מצא את משווהת המישור  $\pi_1$  ואת משווהת המישור  $\pi_2$   
(מצא את שתי האפשרויות לכל אחד מהמישוריים).

►.2

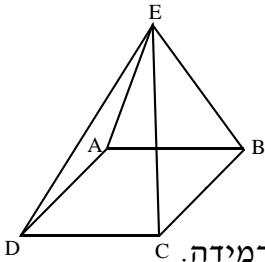


(סקרו אותו  
לצפיה בפתרון)

- א. נתונה המשוואה  $w^3 = z^3$ .
- נתון כי אחד הפתרונות של המשוואה הוא  $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ .
- הראה כי מכפלה של כל שני פתרונות של המשוואה גם  
היא פתרון של המשוואה.

►.3





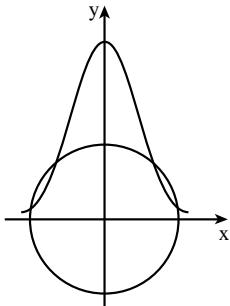
- ב. נתונה פירמידה ישרה ABCDE שבבסיסה ריבוע (ראה ציור).  
הזווית בין פאה צדדיות בפירמידה לבסיס הפירמידה היא  $70^\circ$ .  
(1) מצא את גודל זווית הרأس בפאה צדדיות.  
(2) נפח הפירמידה הוא 11 סמ"ק.  
מצא את האורך של צלע הבסיס של הפירמידה.



הערה: אין קשר בין סעיף א' לסעיף ב'.

## פרק שני – גדריה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מערכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.



- נתונה הפונקציה  $f(x) = e^{2-0.5x^2}$ .  
מעגלים שמרכזם בראשית הצירים  
נפגשים עם גרף הפונקציה (ראה ציור).  
מבין כל הרדיוסים של מעגלים אלה  
מצא את הרדיוס המינימלי.



נתונה הפונקציה  $f(x) = -\frac{a}{(a^2+1)(ax+1)}$  .  $f(x)$  הוא פרמטר בפונקציה .

נתון כי הפונקציה  $F(a) = \int_0^a f(x)dx$  בתחום  $0 \geq a \geq 0$  מקיימת :  
א. מצא את הפונקציה  $F(a)$  .  
ב. בתחום  $0 \geq a \geq 0$  מצא :



(1) את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה ,  
וקבע את סוגן.

(2) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $F(a)$  עם הצירים  
(אם יש כאלה).

ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $F(a)$  בתחום  $0 \geq a \geq 0$  .

## תשובות ל מבחון בגרות מס' 10 – קיץ תשע"ב, 2012, מועד א:

.1. א.  $(x-6)^2 + (y-1)^2 = 16$  . ב. 36.

$3x + 6y + 2z + 2 = 0 : \pi_2$  ,  $3x + 6y + 2z - 12 = 0 : \pi_1$  .2

$.3x - 6y + 2z + 2 = 0 : \pi_2$  ,  $3x - 6y + 2z - 12 = 0 : \pi_1$  או

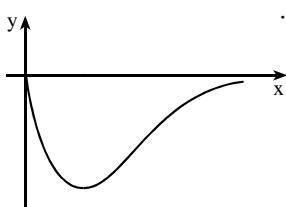
.3. ב.  $2.885$  (2) .  $37.76^\circ$  (1) ס"מ.

.4.  $\sqrt{5}$

.5. א.  $F(a) = \frac{-\ln(a^2 + 1)}{a^2 + 1}$

ב. (1)  $(0;0)$  מקסימום,  $\left(\sqrt{e-1}; -\frac{1}{e}\right)$  מינימום.

.ג. .  $(0;0)$  (2)



רצים את כל הפתרונות לכל שאלות בחינות הבגרות?

הכי פשוט להיכנס  
ל-LI.O.CO.MY.GEVA.CO  
ולצפות בפתרונותות וידאו  
מלאים לכל השאלות!





## מבחן בגרות מס' 11

**קייז תשע"ב, 2012, מועד ב'**

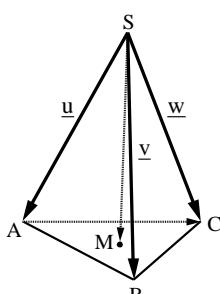
**פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,  
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים**

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

- . C(4;-2) ,  $\angle ACB = 90^\circ$  נתון :  
 $2x + y - 3 = 0$  משווה את היתר AB היא  $x - 2y = 0$ .
- שיעור ה- x של קדקוד A גדול משיעור ה- x של קדקוד B .  
א. מצא את השיעורים של קדקוד A ואת השיעורים של קדקוד B ,  
שבורם ניצבי המשולש ABC מקבילים לציריהם .  
ב. נתון כי ניצבי המשולש ABC אינם מקבילים לשכיער א' . מצא את השיעורים של  
שלו זהה לאורך היתר במשולש שבכעיף א' .  
קדקוד A ואת השיעורים של קדקוד B במקרה זה .



סракן אותו  
לצפייה בפתרונות



נתונה פירמידה ישרה  $SABC$  .

$$\begin{aligned} \text{נסמן : } & \overrightarrow{SA} = \underline{u}, \overrightarrow{SB} = \underline{v}, \overrightarrow{SC} = \underline{w} \\ M \text{ היא נקודה במישור } & ABC \\ \text{כך ש- } & \overrightarrow{SM} = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w} \\ \text{נתון : } & \underline{w} \cdot \underline{u} = \underline{v} \cdot \underline{w} = \underline{u} \cdot \underline{v}. \end{aligned}$$



סракן אותו  
לצפייה בפתרונות

א. הוכח כי הווקטור  $\overrightarrow{SM}$  מאונך למישור  $ABC$  .

$$\text{נתנו גם : } \underline{v} = \left( \frac{3}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}; -2 \right), \underline{u} = \left( -\frac{3}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}; -2 \right)$$

$$\underline{w} = (0, \sqrt{3}, 0), \underline{u} \cdot \underline{v} = (0, \sqrt{3}, -2)$$

ב. מצא את משוואת המישור  $ABC$  .

ג. דרך קדקוד C העבירו מישור  $\pi$  המקביל למקצוע AB ויוצר זווית של  $30^\circ$  עם המישור  $ABC$  .

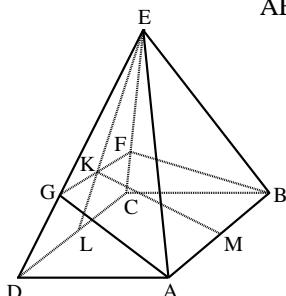
מצא את משוואת המישור  $\pi$  (מצא את שני הפתרונות) .

3.

א.  $z_1$  ו-  $z_2$  הם מספרים מרוכבים שונים מאפס.

$$\text{נתון כי } \frac{z_1}{z_2} \text{ הוא מספר מודומה טהור.}$$

הוכח כי היפוך הטענה נכון.  $z_1$  ו-  $z_2$  מודומות טהורות אם ורק אם  $\frac{z_1}{z_2}$  הוא מספר ממשי.



ב. נתונה פירמידה ישרה ABCD שבסיסה EABCD הוא ריבוע. F היא נקודה על המקצוע EC, G היא נקודה על המקצוע ED כך שנוצר המישור GFBA, EDC, הגובה ל- DC בפאה EL, חותך את GF בנקודה K. KM הוא אנך אמצעי ל- AB (ראה ציור). הזווית בין פאה צדדית של הפירמידה לבסיס הפירמידה היא  $70^\circ$ .

הזווית בין המישור GFBA לבסיס הפירמידה היא  $40^\circ$ . גובה הפירמידה הוא 2.75 ס"מ. מצא את האורך של הקטע KL.

הערה: אין קשר בין סעיף א' לסעיף ב'.



## פרק שני – גדרה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מערכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4.

נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{a \ln x}{\sqrt{x}}$ ,  $a < 0$ . מצא:

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) את תחומי העליה והירידה של הפונקציה.

ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

**כשזהה, החטום על ידי גרף הפונקציה, על ידי ציר ה- x ועל ידי היישר העובר בנקודות הקיימות של הפונקציה יתנווק לציר ה- x, מסתובב סביב ציר ה- x.**

**נפח גוף הסיבובümתוקן הוא  $\frac{8\pi}{3}$ . מצא את הערך של a.**

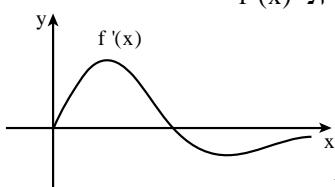




נתונה הפונקציה  $f(x) = (x^2 - a)e^{-0.5x^2}$ . המוגדרת לכל  $x$ .  $a$  הוא פרמטר.

א. (1) האם הפונקציה  $f(x)$  היא זוגית או אי-זוגית? נמק.

(2) האם פונקציית הנגזרת  $(x)f'$  היא זוגית או אי-זוגית? נמק.



בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת  $(x)f'$  בתחום  $x \geq 0$ .

בתחום זה יש לפונקציית הנגזרת  $(x)f'$  מקסIMUM מוחלט ומינIMUM מוחלט, כמתואר בציור.

אחת מנקודות החיתוך של הגרף עם ציר ה- $x$

$$\text{היא נקודה שבה } x = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

ב. מצא את שיעורי  $-x$  (ערבים מספריים) של המקסIMUM המוחלט

ושל המינIMUM המוחלט של פונקציית הנגזרת  $(x)f'$  בתחום  $x \geq 0$ .

ג. שרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $(x)f'$  בכל תחום ההגדרה שלה.

ד. מצא את שיעור  $-x$  של נקודת ההשקה שבה שיפוע המשיק לגרף

הפונקציה  $(x)f$  הוא :

(1) הגדל ביותר בכל תחום הגדרתה. נמק.

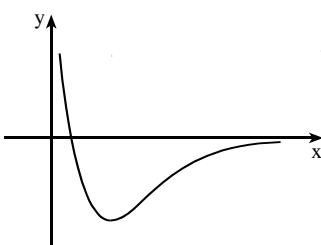
(2) הקטן ביותר בכל תחום הגדרתה. נמק.

### תשובות ל מבחון בגרות מספר 11 – קי"ג תשע"ב, 2012, מועד ב:

1. א.  $B(1.6; -0.2)$ ,  $A(3.1; -3.2)$  . ב.  $B(2.5; -2)$ ,  $A(4; -5)$

2. ב.  $y - \sqrt{3}z - \sqrt{3} = 0$  או  $y + \sqrt{3}z - \sqrt{3} = 0$  . ג.  $z = 0$

3. ב. 1.369 ס"מ.



4. א.  $x > 0$  (1) . ב.  $(1; 0)$  (2) . ג.  $a = -1$

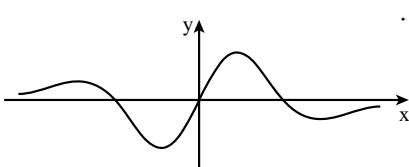
5. א. (1) הפונקציה  $f(x)$  היא זוגית.

(2) פונקציית הנגזרת  $(x)f'$  היא אי-זוגית.

6. ב. מקסIMUM מוחלט :  $x = \sqrt{\frac{1}{2}}$

מינIMUM מוחלט :  $x = \sqrt{5}$

7. ד. (1)  $x = -\sqrt{\frac{1}{2}}$  (2)  $x = \sqrt{\frac{1}{2}}$



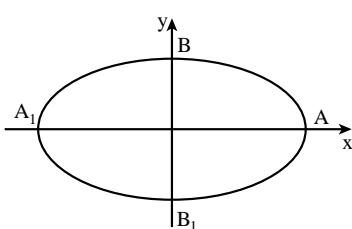


## מבחון בגרות מס' 12

**חורף תשע"ג, 2013**

**פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,  
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים**

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.



נתונה האליפסה  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  (ראה ציור).

וקדקודיה הם  $A_1, A, B_1, B$ .

נתון כי המוקד  $F_1$  הוא אמצע הקטע  $AF_2$ .

דרך מרכזו האליפסה ושניהם מקדקודיה העבירו מעגל. נתון כי קוטר המעגל הוא  $7\sqrt{2}$ .

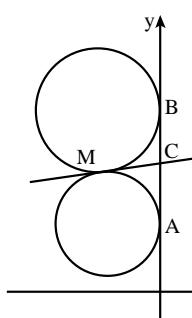
א. מצא את משוואת האליפסה.

- ב. העבירו עוד שלושה מעגלים אחרים דרך מרכזו האליפסה ושניהם מקדקודיה. המרכזים של ארבעת המעגלים הם מקדקודים של מרובע המרובע, הנמצא במישור  $[xy]$ , הוא בסיס של פירמידה שקדקודה הוא  $S(0,3,4)$ . מצא את נפח הפירמידה.

►.1



סракן אותו  
לצפייה בפתרון



שני מעגלים שמרכזיהם נמצאים בربיע **השני**,  
משיקים לציר ה- $y$  בנקודות  $A(0;1)$  ו-  $B(0;3)$ .

המעגלים משיקים זה לזה בנקודה  $M$  (ראה ציור).

א. המשיק המשותף לשני המעגלים חותך את ציר ה- $y$  בנקודה  $C$ .

ראה כי  $MC = \frac{1}{2}AB$ .

►.2



סראקן אותו  
לצפייה בפתרון

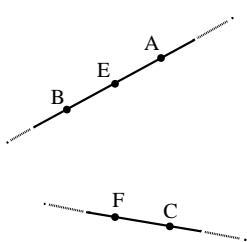
ב. (1) מצא את משוואת המקום החסכה  $M$  הנוצרות באופן שתואר.

(2) מהי הצורה של המקום הגיאומטרי של

של הנקודות  $M$ , ובאיוזה רביע/רביעיים הוא נמצא?

- ג. המדריך של הפרבולה  $y = 2px$  מציין מקום הגיאומטרי שאנו שווה אותו מצאת בסעיף ב'. מצא את שיעורי הנקודות על הפרבולה שמרחיקן מהנקודה  $10$ .

3.1



נתוניים שני ישרים מצטלבים.  
קטע  $AB$  נמצא על אחד הישרים,  
וקטע  $CF$  נמצא על הימר האחר.  
נקודה  $E$  היא אמצע הקטע  $AB$  (ראה ציור).

$$\text{נסמן: } \underline{\overrightarrow{EA}} = \underline{w}, \underline{\overrightarrow{FE}} = \underline{v}, \underline{\overrightarrow{CF}} = \underline{u}$$

$$\text{נתון: } \underline{w} \perp \underline{u}, \underline{v} \perp \underline{u}$$

$$|\underline{u}| = \sqrt{7}, |\underline{v}| = \sqrt{13}, |\underline{w}| = \sqrt{5}$$

$$\text{косינוס הזווית בין הווקטורים } \underline{w} \text{ ו- } \underline{u} \text{ הוא } \frac{\sqrt{35}}{10}$$

א. מצא את גודל הזווית  $\angle ABC$ .

נתון גם:  $A(0,2,3), B(2,6,3)$ .

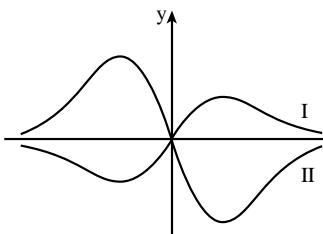
מישור  $\pi$  עובר דרך הנקודה  $B$  ומאונך לישר  $AB$ .

ב. מצא את משוואת המישור  $\pi$ .

ג. היעזר בתשובהך לסעיף א' ומצא את גודל הזווית שבין הימר  $BC$  למישור  $\pi$ .

## פרק שני – גדרה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות טריגונומטריות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.



נתונות הפונקציות  $f(x)$  ו-  $g(x)$ .

הfonקציה  $f(x)$  ופונקציית הנגזרת  $(f'(x))$

$$\text{מקיימות: } f'(x) = -2f(x) \cdot g'(x).$$

בצורה שלפניך מוצגים הגרפים I ו- II

של הפונקציות  $f(x)$  ו-  $g'(x)$ .

א. קבע איזה גרף הוא של הפונקציה  $f(x)$ ,  $f'(x)$  ו-  $g'(x)$ .

ואיזה גרף הוא של פונקציית הנגזרת  $(f'(x))$ . נמק.

$$\text{ב. נתון גם: } f(x) = \frac{1}{e^{0.25x}}, g'(x) = -2xe^{-x^2}.$$

מצא עבור אילו ערכי  $x$  הגרף של הפונקציה  $f(x)$

נמצא מעל הגרף של הפונקציה  $(g'(x))$ .

ג. הימר  $\ell_1$  עובר דרך נקודת המינימום של הפונקציה  $f(x)$

ודרכ נקודת המקסימום של פונקציית הנגזרת  $(f'(x))$ .

הימר  $\ell_2$  עובר דרך נקודת המקסימום של הפונקציה  $f(x)$

ודרכ נקודת המינימום של פונקציית הנגזרת  $(g'(x))$ .

מצא את משוואת הימר  $\ell_1$ , ואת משוואת הימר  $\ell_2$ .

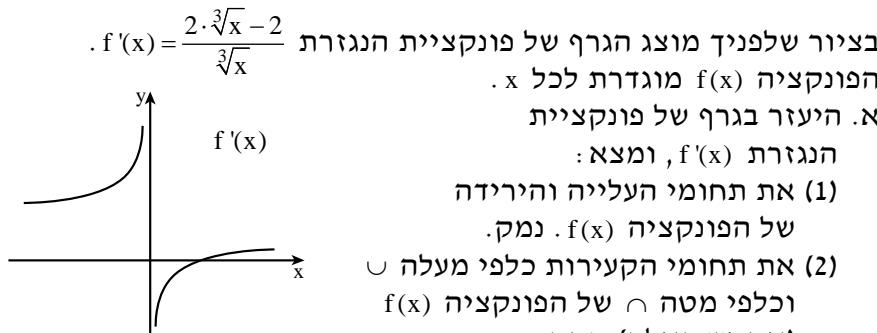
4.1



ד. השטח, המוגבל על ידי הישר  $\ell_1$ , על ידי הגרף של הפונקציה  $(x)$  ועל ידי הגרף של פונקציית הנגזרת  $(x)'g$ , הוא  $S_1$ .

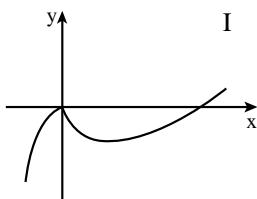
השטח, המוגבל על ידי הישר  $\ell_2$ , על ידי הגרף של הפונקציה  $(x)$  ועל ידי הגרף של פונקציית הנגזרת  $(x)'g$ , הוא  $S_2$ .

$$\text{מהו היחס } \frac{S_1}{S_2} ? \text{ נמק.}$$

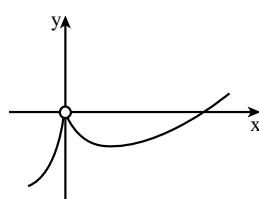


ב. נתון כי הישר  $y = -1$  משיק לgraf הפונקציה  $(x)f$  בנקודות המינימום שלה. מצא את נקודות החיתוך של graf הפונקציה  $(x)f$  עם הצירים.

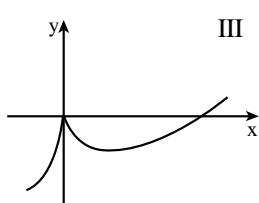
ג. לפניך ארבעה גרפים I – IV. איזה גраф עשוי לתאר את הפונקציה  $(x)f$ ? נמק.



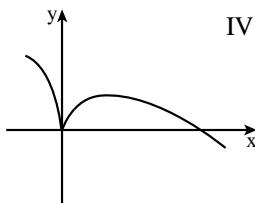
I



II



III



IV

5



## תשובות ל מבחון בגרות מספר 12 – חורף תשע"ג, 2013:

1. א.  $8\sqrt{2} \cdot \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$  ב.

2. ב. (1)  $x^2 + (y-2)^2 = 1$  קשת המוגבל  $x < 0$ ,  $x^2 + (y-2)^2 = 1$  בربיע השני.  
ג. (9;-6), (9;6)

3. א.  $80.9^\circ$  ב.  $x+2y-14=0$  ג.

4. א. I הוא של  $f(x)$ , II הוא של  $g'(x)$ . ב.  $x > 1$  ג.  $\frac{S_1}{S_2} = 1$

5. א. (1) עלייה:  $x > 1$  או  $x < 0$ ; ירידה:  $0 < x < 1$   
ב. גראף III. ג. גראף II. (3.375;0), (0;0).



**הרשםו לאתר מייגבע וקבעו**

**ונם** פתרונות וידאו לשאלות מבחינות הבגרות

**ונם** מאגר של אלפי פתרונות וידאו נוספים

למןין שאלות לפי נושאים.

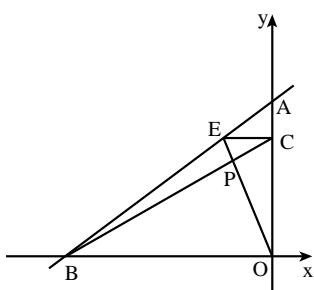


## מבחן בגרות מס' 13

**קייז תשע"ג, 2013, מועד א**

**פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,  
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים**

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.



. A(0;6) , B(-8;0) . נטונות הנקודות:

דרך הנקודה E שעלה הקטע AB מעבירים ישר המקביל לציר ה- x (הנקודה E שונה מ- A ו- B ).

הישר חותך את ציר ה- y בנקודה C .

הישר BC חותך את הישר OE בנקודה P .

O – ראשית הצירים (ראה ציור).

A. הראה כי המקום הגיאומטרי שלילי נמצאות הנקודות P

הנוצרות באופן שתואר, נמצא על קו ישר.

ב. הנקודה P נמצאת על המקום הגיאומטרי שמצוות בסעיף A' .

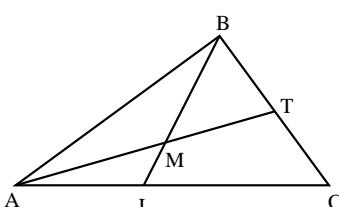
כך שהנקודה E היא מרכז המעגל החוסם את המשולש ABO .

מצא את שטח המשולש  $AP_O$  .

**1.1**



סракן אותו  
לצפייה בפתרון



במשולש ABC התיכון לצלע BC הוא AT .

הנקודה L נמצאת על הצלע AC .

ו- BL נפגשים בנקודה M (ראה ציור).

נסמן:  $\underline{\underline{AB}} = \underline{\underline{AC}}$  ,  $\overrightarrow{AB} = \underline{\underline{z}}$  ,  $\overrightarrow{AC} = \underline{\underline{y}}$  .

$\overrightarrow{BM} = \beta \overrightarrow{BL}$  ,  $\overrightarrow{AM} = \alpha \overrightarrow{AT}$  .

א. נתון:  $\frac{AL}{LC} = \frac{3}{4}$  .

מצא את הערך של  $\alpha$  ואת הערך של  $\beta$  .

**1.2**



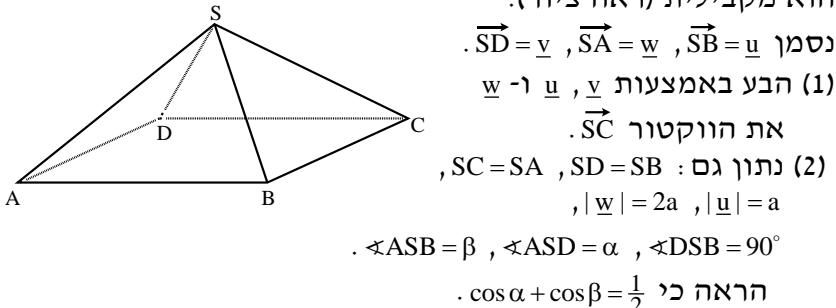
סראקן אותו  
לצפייה בפתרון

ב. (1) מצא את המשווהה של המיקום הגיאומטרי שליו מונחות  
הנקודות  $B$ , שעבורן במשולש  $ABC$  מתקיים:  $AT = \sqrt{50}$   
 $A(1; 0)$ ,  $T(7; 7)$ .

- על פי הנתונים שבתת-סעיף ב(1) והנתון שבסעיף א'  
עنه על התת סעיפים (2) ו-(3).
- (2) מצא את השיעורים של הנקודה  $L$ .
  - (3) אם הישר  $MB$  מקביל לציר  $-y$ , מצא את השיעורים  
של הקדקוד  $B$ .

הערה: הפתרון של סעיף ב אינו תלוי בפתרון של סעיף א.

א. נתונה פירמידה  $SABCD$  שבבסיסה  $ABCD$   
הוא מקבילית (ראה ציור).



3



ב.  $z$  הוא מספר מרוכב.  
(1) פתרו את המשווהה  $|z|i + 2z = \sqrt{3}$ .  
(2) הראה כי כאשר  $n$  הוא מספר טבעי, אז  $z^n$  יכול לקבל רק שני  
ערכים.

4



הערה: אין קשר בין סעיף א' לסעיף ב.

## פרק שני – גדרה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מערכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

 4. נתונה פונקציית הנגזרת  $f'(x) = \frac{2\ln x \cdot (2 - \ln x)}{x \cdot (1 - \ln x)^2}$

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של  $(x)' f$ .  
 (2) אחות משתי האסימפטוטות האנכיות של  $(x)' f$  היא  $x = 0$ .  
 מצא את האסימפטוטה האנכית השנייה.  
 (3) מצא את נקודות החיתוך של הגרף של  $(x)' f$  עם הצירים  
 (אם יש כאלה).  
 (4) מצא את התחומיים שבהם  $(x)' f$  היא שלילית, ואת התחומיים  
 שבהם היא חיובית.
- ב. ידוע כי לפונקציית הנגזרת  $(x)' f$  יש גם אסימפטוטה אופקית,  $y = 0$ .  
 סרטט סקיצה של הגרף של פונקציית הנגזרת  $(x)' f$ .  
 ג. הישר  $y = -4$  משייך לגרף הפונקציה  $(x) f$  בנקודת שבת  $x > e$ .  
 (1) מצא את השיעורים של נקודות ההשכה. נמק.  
 (2) הסבר מדוע  $-4 < f(e^3)$ .
- (3) השטח, המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת  $(x)' f$   
 ועל ידי ציר ה-  $x$  בתחום  $e^2 \leq x \leq e^3$ , שווה  $-0.5$ .  
 מצא את הערך של  $f(e^3)$ .

 5. נתונה הפונקציה  $0 < a < 1$ ,  $f(x) = \frac{a^{x+1}}{a^{2x} - 1}$ .

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $(x) f$ .  
 ב. הראה כי הפונקציה  $(x) f$  היא אי-זוגית.  
 ג. מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה  $(x) f$  (אם יש כאלה).  
 ד. סרטט סקיצה של גраф הפונקציה  $(x) f$ .  
 ה. ידוע שפונקציית הנגזרת  $(x)' f$  היא פונקציה זוגית.  
 העבירו ישר  $\ell$  המשיק לגרף הפונקציה  $(x) f$  בנקודת שבת  $x = 1$ ,  
 והעבירו ישר אחר המשיק לגרף הפונקציה  $(x) f$  בנקודת אחרת,  $T$ .  
 שני המשיקים מקבילים זה לזה. ( $T$  היא הנקודה היחידה על גראף  
 הפונקציה  $(x) f$  שבה המשיק מקביל ל-  $\ell$ ).  
 הבע באמצעות  $a$  (במידת הצורך) את השיעורים של הנקודה  $T$ .  
 נמק.

**תשובות ל מבחון בגרות מס' 13 – קיץ תשע"ג, 2013, מועד א:**

1. א. המיקום הגיאומטרי שליו נמצאות הנקודות P נמצא

.  $y = 1\frac{1}{2}x + 6$  על הקו הימני

ב. 8 יחס'.

. (4;-17) (3) . (4;3) (2) .  $(x+6)^2 + (y+7)^2 = 200$  (1) ב.  $\beta = 0.7$ ,  $\alpha = 0.6$  2. א.

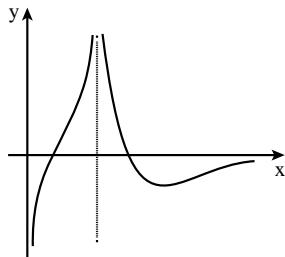
.  $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$  (1) ב.  $\vec{SC} = \underline{u} + \underline{v} - \underline{w}$  (1)

. (2) הוכחה, שני הערכים האפשריים הם 1 ו -1.

.  $(e^2; 0)$ ,  $(1; 0)$  (3) .  $x = e$  (2) .  $x \neq e$ ,  $x > 0$  (1) א. 4.

.  $0 < x < 1$  או  $x > e^2$ ; שילilit: (4) חיובית:  $x < e$  או  $e < x < e^2$

ב.



. -4.5 (3) .  $(e^2; -4)$  (1) ג.

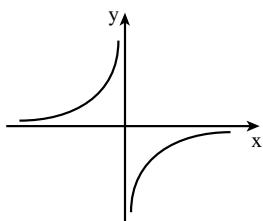
ט

.  $x \neq 0$  א. 5

ג. עלייה:  $x < 0$  או  $x > 0$

ירידת: אין.

.  $\left(-1; \frac{a^2}{1-a^2}\right)$  ה.





## מבחן בגרות מס' 14

**קי"ז תשע"ג, 2013, מועד ב'**

**פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,  
טריגונומטריה למרחב, מספרים מרוכבים**

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

- 1.** נתונות הנקודות  $A(-a;0)$  ו-  $B(a;0)$ ,  $a > 0$ .  
 המוקום הגאומטרי של כל הנקודות שמרחקן מהנקודה A גדול פי 2 מרחקן מהנקודה B זהה למועד הגיאומטרי של מספרים מרוכבים  $z$  המקיימים  $|z+b|=4|z+a|$ .  
 א. מצא את הערך של  $a$  ואת הערך של  $b$ .  
 ב. מלבד TNEF, שצלעותיו מקבילות לצירים, חסום במועד הגיאומטרי המתואר בפתח. שיוריי ה-  $y$  של הקדקודים E ו- F קטנים מ- 0.  
 המספר המרוכב  $z=2+iy$  מייצג את הקדקוד T של המלבן.  
 הנקודה C נמצאת על ציר ה-  $x$  כך ש-  $-16=\overrightarrow{CN} \cdot \overrightarrow{CF}$ .  
 מצא את השיעורים של הנקודה C.



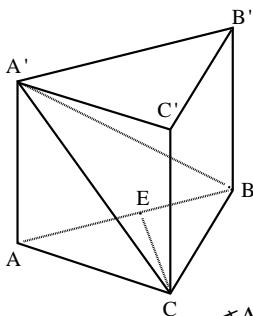
[]  
סרקו אותו!  
לצפייה בפתרונות

- 2.** הישר  $\ell$  עובר דרך הנקודות  $(1;0)$  ו-  $B(1;1;0)$ .  
 הישר מאונך למישור  $\pi_1$ , וחותך את המישור בנקודה D.  
 המישור  $\pi_1$  עובר דרך ראשית הצירים O.  
 א. מצא את שטח המשולש OAD.  
 ב. (1) המישור  $\pi_2$  מכיל את ציר ה-  $x$  ומקביל לישר  $\ell$ .  
 מצא את הזווית בין הישר  $\ell$  ובין ישר החיתוך שבין המישור  $\pi_1$  למישור  $\pi_2$ .  
 (2) מצא את המרחק של הישר  $\ell$  מישר החיתוך שבין המישור  $\pi_1$  למישור  $\pi_2$ .



[]  
סרקו אותו!  
לצפייה בפתרונות

►.3



נתונה מנסרה ישרה  $A'B'C'A'$  שבבסיסה משולש שווה-צלעות. הנקודה  $E$  נמצאת על המקצוע  $AB$  כך  $AE = kAB$  ( $0 < k < 1$ ). א. נתון כי הזווית בין המישור  $A'E'C'$  למישור  $ABC$  היא הזווית  $\angle A'EA$ . מצא את הערך של  $k$ .

נתון:  $AC = 2$ ,  $\angle A'EA = 45^\circ$ .

הזווית בין המישור  $A'E'C'$  למישור  $ABC$  היא  $\angle A'EA$ . ב. חשב את הזווית בין המישור  $ABC$  למישור  $A'BC$ .

נקודה  $F$  נמצאת על המישור  $A'BC$  (לאו דורך על  $BC$ ) כך  $\vec{AF} = t\vec{A'C} + m\vec{A'B}$ , וمتקיים: ג. סמן:  $\underline{w} = \underline{A'A}$ ,  $\underline{u} = \vec{AB}$ ,  $\underline{v} = \vec{AC}$ , והוא כינוס כיוון:

## פרק שני – גדרה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

►.4



נתונות הפונקציות:  $a > 0$ ,  $f(x) = e^{ax}$ ,  $g(x) = e^{-ax}$   
(1) סמן במתכונת ציר את השטר  $\frac{x}{a}$  הכלוא בגרף  
בונקציות  $(x) = g(x)$  אשר  $x = \frac{1}{a}$  ואות השטר  $\frac{x}{a}$  כלוא  
בנויים של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$  והישר  $x = \frac{1}{a}$ .  
(2) השטחים החימנגי-טעין (1) מסוימים סבירים נר- $x$ .  
הבע כפונקציה  $a$  את הנפח של גוף הסיבוב שצ'ר, V(a).  
(3) סרטט סקיצה של גרפ' הפונקציה V(a).

ב. בתאריך 1/1/2005 הופקד בבנק א' סכום כסף מסוים, ובאותו תאריך הופקד גם בבנק ב' אותו סכום כסף. בכל אחד מהבנקים סכום הכספי שהופקד גדול כל שנה באחוז קבוע. בעבר 7 שנים היו בבנק א' 12,298 שקלים, ובבנק ב' היו 13,162 שקלים. בעבר כמה שנים מהתאריך 1/1/2005 יהיה בבנק ב' סכום כסף הגדל ב- 25% מסכום הכספי שייהי בבנק א'?

הערה: אין קשר בין סעיף א' לסעיף ב'.

►.5



- נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{kx}{\ln x}$ .  $k$  הוא פרמטר שונה מ-0.  
 א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 ב. (1) מצא עבור אילו ערכים של  $k$  לפונקציה  $f(x)$  יש מקסימום.

נתון כי בתחום  $x > 1$  הפונקציה  $f(x)$  מקבלת את כל הערכים  $-2 \leq y \leq \infty$  ורק אותם.

(2) מצא את הערך של  $k$ .

- (3) נתון גם כי הישר  $x=1$  הוא האсимפטוטה היחידה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  בכל תחום הגדרתה.  
 ג. מבין המשיקים לגרף הפונקציה  $f(x)$  בתחום  $x > 1$ ,  
 מצא את נקודת החשקה של המשיק ששיעורו מינימלי.

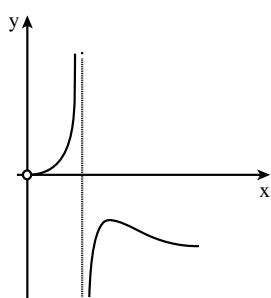
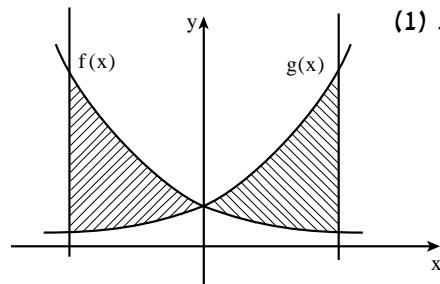
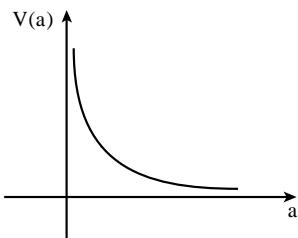
### תשובות ל מבחון בגרות מס' 14 – קי"ץ תשע"ג, מועד ב:

. א.  $C(5;0)$  . ב.  $b = -5$  ,  $a = 3$  . 1

.  $\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$  (2) .  $90^\circ$  (1) . ב.  $\frac{\sqrt{2}}{6} = \frac{1}{\sqrt{18}}$  . א.

.  $30^\circ$  . ב.  $k = \frac{1}{2}$  . 3

(3) (4) . א.



$V(a) = \pi \cdot \frac{e^2 + e^{-2} - 2}{a}$  (2)

ב. 23 שנים.

. א.  $0 < x < 1$  או  $x > 1$  . 5

.  $k = -\frac{2}{e}$  (2) .  $k < 0$  (1) . ב.

.  $(e^2; -e)$  . ג.



# מבחן בגרות מספר 15

## chorf תשע"ד, 2014

**פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,  
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים**

ענה על שתים מהתוצאות 1-3.

הנקודות  $(x_1; y_1)$  ו-  $D(x_2; y_2)$  נמצאות בربיע הראשון הראשון על הפרבולה  $y^2 = 4x$ .

►.1

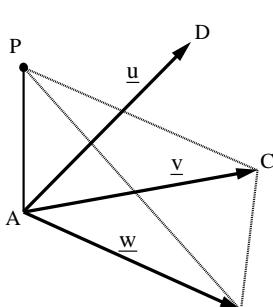


לצפייה בפתרונות

.  
א. (1) הראה כי שיפוע המיתר  $CD$  הוא  $m = \frac{4}{y_2 + y_1}$

(2) הנקודה  $(x; 3)$  היא אמצע המיתר  $CD$ .  
מצא את  $m$ .

ב. נתון כי מרחק כל נקודה על הפרבולה הנתונה מהישר  $x = a$  שווה למרחקה מהנקודה  $(1; 0)$ .  
מרחק הנקודה  $C$  מהישר  $x = 2a$  הוא 6.  
(1) מהו הערך של  $a$ ? נמק.  
(2) מצא את משוואת הישר  $CD$ .



נתונים הווקטורים:  $\vec{AB} = \underline{w}$ ,  $\vec{AC} = \underline{v}$ ,  $\vec{AD} = \underline{u}$  (ראה ציור).

►.2

נתון:  $\angle BAC = \angle DAC = 60^\circ$ ,  $\angle DAB = 90^\circ$ .  
 $|\underline{u}| = |\underline{v}| = |\underline{w}| = 2$ .



لצפייה בפתרונות

א. האם יתכן שלושת הווקטורים  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$ ,  $\underline{w}$  נמצאים במישור אחד? נמק.

נתון גם כי הווקטור  $\vec{AP} = a\underline{u} + b\underline{v} + \underline{w}$  מאונך למישור  $ABC$ , ו-  $a$ ,  $b$  הם פרמטרים (ראה ציור).

►.2



لצפייה בפתרונות

ב. מצא את האורך של  $\vec{AP}$  (ערך מספרי).  
ג. היעזר בחישובים טריגונומטריים ומצא את הזווית בין המישור  $PCB$  ובין המישור  $ABC$ .

3.



- .  $|z - 12 - 5i| = 7$  מקיים :  
 המיקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים  $z$  מקיים  $w = x + iy$   
 מקיימים :  $\arg(w) = 45^\circ$  . ((  $\arg(w)$  היא הזוויות בהצגה הקוטבית של  $w$  ).  
 המיקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים  $z$  חותך את המיקום  
 הגאומטרי של המספרים המרוכבים  $z$  בנקודות  $B$  ו-  $C$  .  
 א. סרטט באותה מערכת ציריים סקיצות של שני המיקומים הגאומטריים.  
 ב. הנקודות  $B$  ו-  $C$  מייצגות במישור גאוס את המספרים המרוכבים  
 $z_1$  ו-  $z_2$  בהתאם.  
 מצא את  $\arg(z_2 \cdot z_1)$  .

## פרק שני – גדרה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מערכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4.



נתונה הפונקציה  $f(x) = 2e^{\sqrt{x}}$  .  
 א. מצא :

- (1) את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$  .  
 (2) את תחומי העלייה והירידה של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  .  
 ב. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה  $(x')' = 2 \cdot f'(x)$  ,  
 וראה כי נקודת זו נמצאת על גרף הפונקציה  $y = f(x^2)$  ,  $y > 0$  ,  $x > 0$  .  
 ג. הפונקציות  $(x')' = 2 \cdot f'(x^2)$  ו-  $y = f(x^2)$  נפגשות בנקודת אחת בלבד  
 (הנקודת שמצויה בסעיף ב).  
 השטח המוגבל על ידי הגрафים של שתי פונקציות אלה ועל ידי  
 הישר  $x = a$  ,  $a > 1$  , שווה ל-  $8e - 2 \cdot f(a)$  .  
 מצא את הערך של  $a$  . תוכל להשאיר  $\ln$  בתשובהך.

5.



- א. קיבל מציע דירות למכירה בתשלומים חודשיים.  
 בתאריך 1.1.2012 התשלום החודשי עבור הדירה היה 5900 שקל,  
 ובכל חודש התשלום גדל ב- 0.2% .  
 המשכורת החודשית של רן בתאריך 1.1.2012 הייתה 8000 שקל,  
 ובכל חודש היא גדלה ב- 1.2% .  
 רן יכול להתחיל תשלום עבור הדירה רק אחרי התאריך שבו התשלום  
 החודשי עבור הדירה יהיה 60% ממשכורתו החודשית.  
 עבור כמה חודשים שלמים מהתאריך 1.1.2012 יוכל רן להתחיל  
 תשלום עבור הדירה?



ב. נתונה הפונקציה  $f(x) = x^n \cdot \ln(x^n)$ . הפרמטר  $n$  הוא מספר טבעי וזוגי.

- (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- (2) קבע אם הפונקציה  $f(x)$  היא זוגית או אי-זוגית. נמק.
- (3) הראה כי יש רק ישר אחד המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  ומקביל לציר ה- $x$ , וממצא את משוערתו.

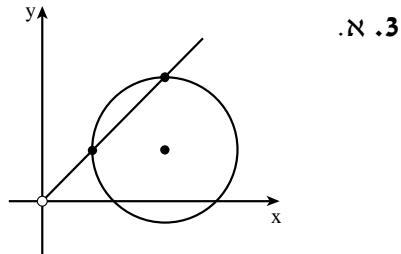


הערה: אין קשר בין סעיף א' לסעיף ב'.

### תשובות ל מבחון בגרות מס' 15 – חורף תשע"ד, 2014:

1. א.  $y = \frac{2}{3}x + 1\frac{1}{3}$    ב.  $a = -1$    (1)    $m = \frac{2}{3}$

2. א. לא ניתן.   ב.  $2\sqrt{6}$    ג.  $70.53^\circ$



3. א.  $\arg(z_2 \cdot z_1) = 90^\circ$

4. א.  $0 < x < 1$    ב.  $x \geq 0$    (1) עליה ;   (2) ירידה :

ב. (1;2e) מינימום.

ג.  $a = 1 + \ln 3$

5. א. 21 חודשים.

ב. (1)  $x \neq 0$    (2) הפונקציה  $f(x)$  היא זוגית.

3) משוואת המשיק היא  $y = -\frac{1}{e}$



# מבחן בגרות מספר 16

**קי"ג תשע"ד, מועד א**

## פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

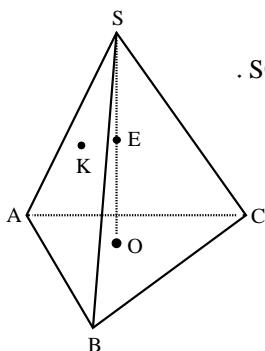
ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

- א. מצא את המשווהה של המוקום הגאומטרי של הנקודות, שהמרחק של כל אחת מהן מהישר  $5x+12y+13=0$ , הוא 3.
- ב. מהי משווהת המוקום הגאומטרי של מרכז המעגלים המשיקים בשתי נקודות למקום הגאומטרי שמצאתה בסעיף א?
- ג. האם ציר ה- $y$  יכול להשיק בנקודה  $(0;0)$  לאחד המעגלים שבסעיף ב? נמק.

►.1



סרקו אותו  
לצפייה בפתרון



נתונה פירמידה ישרה  $SABC$ , שבבסיסה  $\triangle ABC$  משולש שווה-צלעות. גובה הפירמידה הוא  $SO$ . נקודת  $E$  היא אמצע  $SC$  (ראה ציור).

נקודת  $F$  מקיימת  $\vec{SF} = t\vec{SC}$ .

נסמן:  $\underline{u} = \overrightarrow{AB}$ ,  $\underline{v} = \overrightarrow{AC}$ ,  $\underline{w} = \overrightarrow{OS}$ .

נקודת  $K$  מקיימת:  $\vec{SK} = \frac{1}{9}\underline{u} - \frac{2}{9}\underline{v} - \frac{2}{3}\underline{w}$ .

מצא את הערך של  $t$ , אם ידוע  
שהנקודות  $F$ ,  $K$  ו-  $E$  נמצאות על ישר אחד.

►.2



סרקו אותו  
לצפייה בפתרון

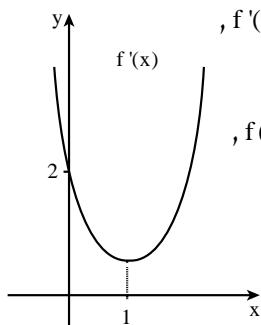
- א. סרטט במישור גauss סקיצה של המוקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים  $z$  המקיימים:  $|z+3-\sqrt{3}i| = \sqrt{3}$ . נמק.
- ב. המוקם הגאומטרי שבסעיף א נפגש עם ציר ה- $x$  בנקודה  $z_1$ . נתונה הנקודה  $(\sqrt{3}; -3)M$ . נסמן ב-  $O$  את ראשית הצירים. המספר המרוכב  $z_2$  נמצא על המוקום הגאומטרי שבסעיף א כך שהמרובע  $Oz_1Mz_2$  הוא דלתון. מצא את הזווית חדה של הדלתון.
- ג. (1) מצא את הארגומנט של  $z_2$ .  
(2) מבין המספרים המרוכבים  $z$  שבסעיף א, מהו המספר שיש לו הארגומנט הגדול ביותר? מהו ארגומנט זה?

►.3



## פרק שני – גזילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות טריגונומטריות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.



- בציר שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת  $(x)f'$ , המוגדרת לכל  $x$ .  
א. על פי הגרף של  $(x)f'$  מצא תחומי קעירות  
כלפי מעלה  $\cup$  וכפלפי מטה  $\cap$  של הפונקציה  $f(x)$   
המוגדרת לכל  $x$ . נמק.



נתון כי גרף הפונקציה  $f(x)$  חותך את ציר ה- $y$   
בחלקו השילייל.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ג. נתון גם:  $f(x) = (x-a)e^{0.5x^2-x}$ ,  $a$  הוא פרמטר.  
היעזר בנתונים לגבי שאלות  $(x)f'$ ,

וחשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$  ועל ידי הצירים.

נתונה הפונקציה  $f(x) = \log_4(x^2 + 4x + c)$ ,  $c$  הוא פרמטר.  
נתון כי לפונקציה יש אסימפטוטה ממשוואתה  $x = -2$ .

א. (1) מצא את ערך הפרמטר  $c$ .

(2) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(3) מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה.

(4) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ב. (1) נתונה הפונקציה  $|f(x)| = g(x)$ .

סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

(2) עבור אילו ערכים של  $k$  יש למשוואה  $g(x) = k$

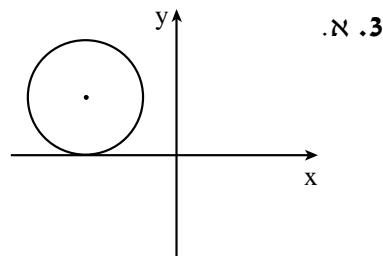
שני פתרונות בלבד?



**תשובות ל מבחן בגרות מס' 16 – קיץ תשע"ד, מועד א:**

. א.  $-5x + 12y + 13 = 0$  . ב.  $-5x + 12y + 52 = 0$  . ג. לא.

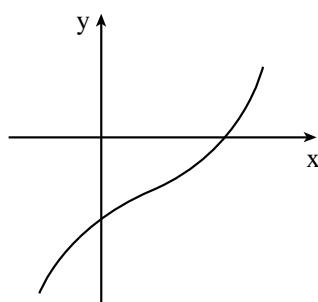
. t =  $\frac{1}{3}$  . 2



ב.  $60^\circ$  ג.  $(1, 2)$  המספר המרוכב הוא  $z = -3$  (הנקודה המתאימה

היא  $((-3; 0))$ . הארגומנט הוא  $180^\circ$ .

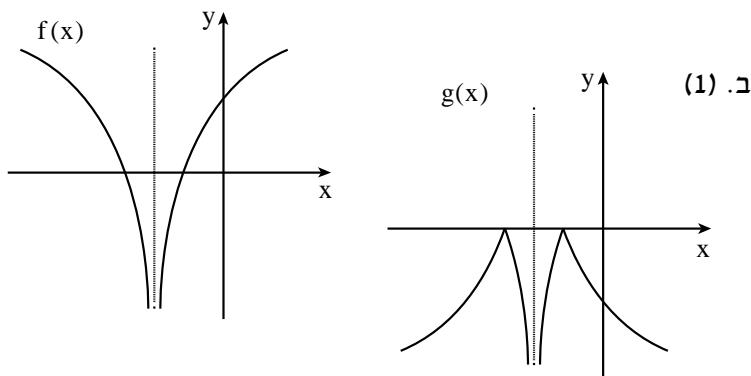
. ב.  $x < 1 : \cap ; x > 1 : \cup$  . א. 4



.  $1 - e^{-0.5} = 1 - \frac{1}{\sqrt{e}} = 0.393$  . א

.  $x < -2 : \cap ; x > -2 : \cup$  . (3) עלייה ירידת  $x \neq -2$  (2) . c = 4 (1) . א. 5

(5) .  $(-3; 0) , (-1; 0) , (0; 1)$  (4)



. k = 0 (2)

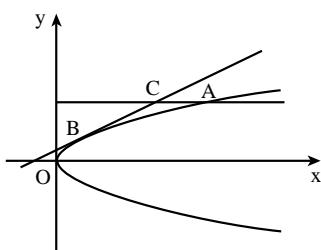


## מבחון בגרות מס' 17

**קי"ז תשע"ד, 2014, מועד ב'**

**פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,  
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים**

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.



נקודה A נמצאת בربיע הראשון.  
על הפרבולה המשוואה  $y^2 = 3x$ .

ישר המשיק לפרבולה בנקודה B

מקביל למשית OA (O - ראשית הצירים).

דרך הנקודה A העבירו ישר המקביל  
לציר ה- x. הישר חותך את המשיק  
בנקודה C (ראה ציור).

נסמן:  $x_C$  – שיעור ה- x של הנקודה C.

$x_A$  – שיעור ה- x של הנקודה A.

היעזר בעובדה שהנקודה C נמצאת על פרבולה המשוואה  $y^2 = 4x$   
וענה על הסעיפים א, ב ו-ג.

א. הבע באמצעות  $x_C$  את  $x_A$ .

ב. הבע באמצעות  $x_C$  את השיפוע של הישר OA.

ג. נתון גם כי שטח המשולש BCA הוא 0.5625.

מצא את השיעורים של הנקודה C.



סракן אותו  
לצפייה בפתרונות

במשולש ABC, גובה המשולש לצלע AB הוא CD.  
נסמן:  $\underline{t}$  – שיעור ה- t של הנקודה D.  
 $\vec{AD} = t\vec{AB}$ ,  $\vec{CB} = \underline{y}$ ,  $\vec{CA} = \underline{x}$ .  
נתון:  $|\vec{CB}| = 2$ ,  $|\vec{CA}| = 1$ ,  $\cos \angle ACB = \frac{3}{4}$ .

א. חשב את הערך של  $t$  בעזרת חשבון וקטורים.

ב. סרטט את המשולש ABC ואת הגובה CD כך שהסתירות יתאים לערך  
של  $t$  שיחסבת בסעיף א'.

ג. נקודה E נמצאת על הצלע BC (בין B ל-C).

נתון גם:  $\frac{CE}{BE} = \frac{3}{5}$ . נסמן:  $\underline{h}$ .

הבע את  $\vec{AE}$  באמצעות  $\underline{t}$  ו-  $\underline{h}$  בלבד.



סראקן אותו  
לצפייה בפתרונות

►.3



- א. פטור את המשוואה  $z = \left(\frac{2z+1}{z-1}\right)^4$  והוא מספר מרוכב.
- ב. האם שלושה מן הפתרונות שמצאת בסעיף א' נמצאים על המיקום האוטומי של המספרים המרוכבים  $w$  השונים מ-0 וקיימיםים:  $\arg(w) < 107^\circ$ ? נמק.

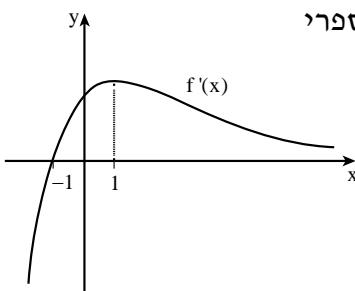
## פרק שני – גדרה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות טריגונומטריות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

►.4



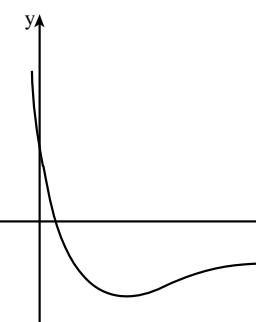
- נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{-2(x+3)}{\sqrt{e^{ax}}}$ ,  $a$  הוא פרמטר.
- א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ ?  
 (2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.
- ב. בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .  
 הייעזר בתנונים הרשומים בגרף, ומצא:
- (1) ערך מספרי עבור שיעור ה- $x$  וערך מספרי עבור שיעור ה- $y$  של נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגה.
  - (2) ערך מספרי עבור שיעור ה- $x$  וערך מספרי עבור שיעור ה- $y$  של נקודה  $x$  הפיתול של הפונקציה  $f(x)$ .
  - (3) את תחומי הקוירות כלפי מעלה ו כלפי מטה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .



5. ◉



נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{3 - 9\ln(3x+1)}{3x+1}$  (ראה ציור).



- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
ב. (1) מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .

(2) השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה,

$$x = \frac{e^{\frac{4}{3}} - 1}{3} \text{ וולידי הישרים}$$

$$1 - x > \frac{e^{\frac{4}{3}} - 1}{3} . a > \frac{e^{\frac{4}{3}} - 1}{3} . \text{ נתון כי } x = a \text{ הוא } 3.5.$$

$$\text{היעזר בנגזרת של } y = \ln^2(3x+1), \text{ ומצא את } a.$$

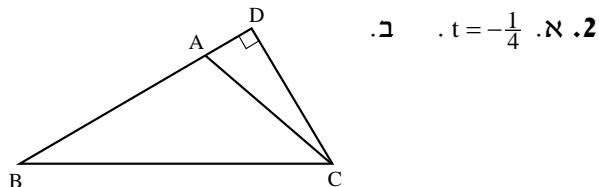
ג. לפונקציה  $f(x)$  יש נקודת קיצון אחת בלבד בנקודת שבה  $x = \frac{e^{\frac{4}{3}} - 1}{3}$

מצא עבורו אילו ערכי  $x$  הפונקציה  $f(x)$  שלילית  
וגם פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  שלילית.

**תשובות ל מבחון בגרות מס' 17 – קיץ תשע"ד, 2014, מועד ב:**

1. א. ב. ג.  $\cdot C(2.25; 3) \cdot \frac{3\sqrt{x_C}}{2x_C} = \frac{1.5}{\sqrt{x_C}} \cdot x_A = \frac{4}{3}x_C$

2. א. ב. ג.  $\overrightarrow{AE} = \frac{7}{8}\underline{u} - \frac{3}{2}\underline{h}$



3. א. ב. ג. כנ.

4. א. ב. ג. נס. (1) כל  $x$ .

.  $(-3; 0), (0; -6)$  (2)

ב. (1)  $(-1; -4\sqrt{e})$  (2) מינימום.

$$\cdot \left(1; \frac{-8}{\sqrt{e}}\right) (2)$$

.  $x > 1 : \cap ; x < 1 : \cup$  (3)

5. א. ב. ג.  $\frac{e^{\frac{1}{3}} - 1}{3} < x < \frac{e^{\frac{4}{3}} - 1}{3} . a = \frac{e^2 - 1}{3}$  (2) .  $\left(\frac{e^{\frac{1}{3}} - 1}{3}; 0\right)$  (1) .  $x > -\frac{1}{3}$



## מבחון בגרות מס' 18

**קי"ז תשע"ד, 2014, מועד ג**

**פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,  
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים**

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

**1.** נתונה המשוואה  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - 16} = 1$ ,  $a$  הוא פרמטר חיובי שונה מ-4.

א. מצא עבור אילו ערכים של  $a$  המשוואה מייצגת אליפסה.

אליפסה שימושתה  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - 16} = 1$  חותכת את الكرן השלילית



סракן אותו  
לצפייה בפתחו

של ציר ה- $y$  בנקודת A.

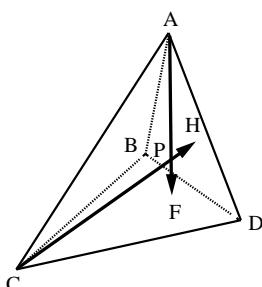
$F_1$  הוא המוקד הימני של האליפסה, ו-  $F_2$  הוא המוקד השמאלי.

הישר  $AF_1$  יוצר עם הקרן החוביית של ציר ה- $x$  זווית של  $26.566^\circ$ .

ב. מצא את משועצת האליפסה.

ג. מצא את משועצת המקום הגאומטרי של נקודות הנמצאות במרחיקים שווים מהנקודה  $F_1$  ומן הישר שעובר דרך המוקד  $F_2$  ומקביל לציר ה- $y$ .

נק.



בפירמידה משולשת ABCD, AF הוא גובה הפירמידה לפאה BDC, ו- CH הוא גובה הפירמידה לפאה ABD. הישרים AF ו- CH נפגשים בנקודה P (ראה ציור).

א. (1) הסבר מדוע  $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$ .

(2) הוכח כי  $\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{BD}$ .

ב. הוכח כי  $\overrightarrow{BD} \perp \overrightarrow{AH}$ .

ג. סמן  $\underline{\overrightarrow{BA}} = \underline{\overrightarrow{w}}$ ,  $\overrightarrow{BC} = \underline{\overrightarrow{y}}$ ,  $\overrightarrow{BD} = \underline{\overrightarrow{z}}$ .

הוכח כי אם  $\angle CBD = \angle ABD$ , אז  $AB = BC$ .



סракן אותו  
לצפייה בפתחו

3.



נתון המספר המרוכב  $z = \cos \alpha + i \sin \alpha$ ,  
ונתון מספר מרוכב  $w$  שהערך המוחלט שלו הוא  $r$  ( $r > 0$ ).  
 $z$  ו-  $w$  נמצאים בربיע הראשון.

$$\text{המספר } z \text{ מקיים } z = \frac{w}{\bar{w}}$$

א. הבע באמצעות  $\alpha$  ו-  $r$  את המספר  $w$ , את הצמוד שלו  $\bar{w}$ ,  
ואת ההיפכי שלו  $\frac{1}{w}$ .

ב. סרטט במערכת צירים את מעגל היחידה, והוסף לסרטוט דוגמה  
של מספר  $w$  ושל ההיפכי שלו  $\frac{1}{w}$  עבור  $r > 1$ .

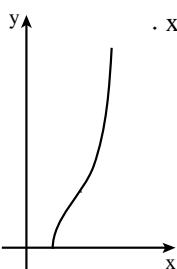
ג. נתונה סדרה הנדסית  $a_n$  שבה  $a_2 = z$ ,  $a_1 = \frac{1}{w}$   
הבע באמצעות  $\alpha$  ו-  $r$  את  $a_5$ .

## פרק שני – גדרה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4.

נתונה הפונקציה  $f(x) = \sqrt{2x-1} \cdot e^{x^2-x}$  (ראה ציור).



א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. הוכח כי הפונקציה עולה לכל  $x$  בתחום ההגדרה שלה.

ג. העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה  $x=1$ .

הישר נפגש עם גרף הפונקציה בשתי נקודות בלבד.

(1) מצא את משוואת המשיק.

(2) העתק למחברתך את גרף הפונקציה,

והוסף לגרף סרטוט של המשיק.

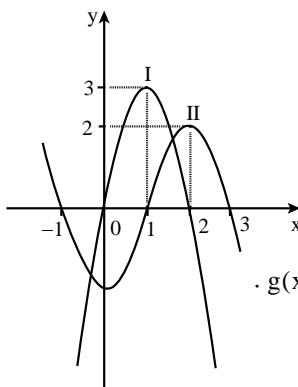
**(3) השיטה המוגבל על ידי גраф הפונקציה**

על ידי המשיק סיתוב סביר כיר  $x$ .

**מצא את נפח גוף הסיבוב שנוצר.**



5.



- בציור שלפניך מוצגים שני גרפים I ו- II, של פונקציות המוגדרות בתחום  $-1.1 \leq x \leq 3.1$ .
- אחד הגרפים הוא של הפונקציה  $f(x)$  והآخر הוא של פונקציית הנגזרת  $(x').f$ .
- א. קבע איזה מבין הגרפים I ו- II הוא של הפונקציה  $f(x)$ . נמק.
- ב. נתונה הפונקציה  $g(x) = \ln(f(x))$ .
- (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ .
  - (2) מה הן האסימפטוטות של  $g(x)$ ? המאונכות לציר  $-x$ ?
  - (3) מצא את השיעוריים של נקודות הקיצון הפנימיות של  $g(x)$  (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.
  - (4) מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה  $g(x)$ .
  - (5) סרטט סקיצה של גраф הפונקציה  $g(x)$ , אם נתון כי הישר  $y=1$  חותך את גраф הפונקציה  $f(x)$  בשלוש נקודות.

## מה הטעות שבל סומנו ה- ► ליד כל שאלה?

לכל שאלה מחייבת לכם סריטון הסבר מלא באפליקציה או באתר [MY.GEVA](#).

- 01** מורידים את אפליקציית [MY.GEVA](#)
- 02** סוחרים דרך את הקוד שמופיע ליד השאלה (לא עבור טוב עם סורקים אחרים)
- 03** צופים בפתרון הוייאו לשאלת



ויתר על לכם מחר איזה? אוון טיעו!  
הכנסו לאתר [MY.GEVA.CO.IL](#)

**תשובות ל מבחון בגרות מס' 18 – קיץ תשע"ד, 2014, מועד ג:**

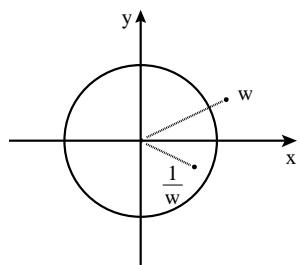
$$\text{. } y^2 = 16x \text{ . } \frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{4} = 1 \text{ . } a > 4 \text{ . } b \text{ . } g.$$

2. א. (1) AF מאונך למישור הפאה BDC, שכן  $\overrightarrow{AP}$  מאונך למישור BDC.

ומכאן ש-  $\overrightarrow{AP}$  מאונך ל-  $\overrightarrow{BD}$  הנמצא במישור הפאה BDC.

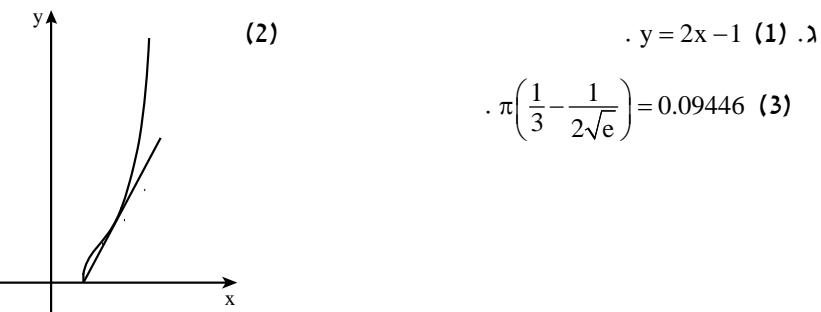
.  $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$ , כלומר

$$\text{. ב. } \frac{1}{w} = \frac{1}{r} \operatorname{cis}\left(-\frac{\alpha}{2}\right), \bar{w} = r \operatorname{cis}\left(-\frac{\alpha}{2}\right), w = r \operatorname{cis}\frac{\alpha}{2} \text{ . נ. 3}$$



$$\text{. } a_5 = r^3 \operatorname{cis}\left(5\frac{1}{2}\alpha\right) \text{ . } g.$$

$$\text{. } x \geq \frac{1}{2} \text{ . נ. 4}$$



$$\text{. } \pi\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2\sqrt{e}}\right) = 0.09446 \text{ (3)}$$

5. א. גרף II הוא של  $f(x)$

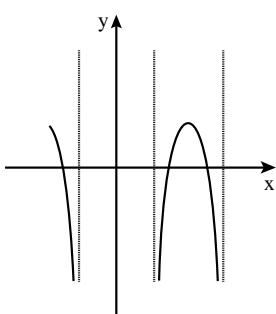
ב.  $-1.1 \leq x < -1$  או  $1 < x < 3$  (1)

$$\text{. } x = -1, x = 1, x = 3 \text{ (2)}$$

. מקסימום. (2; \ln 2) (3)

;  $1 < x < 2$  (4)

. ירידה :  $-1.1 < x < -1$  או  $2 < x < 3$



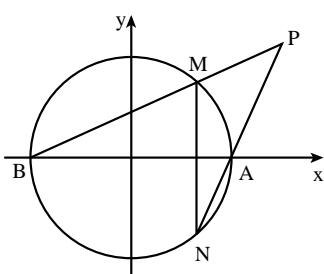


# מבחן בגרות מס' 19

**חורף תשע"ה, 2015**

**פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,  
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים**

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.



נתון מעגל שמשוואתו  $x^2 + y^2 = 25$ .  
המעגל חותך את ציר ה- x בנקודות A ו- B.  
MN הוא מיתר במעגל, המאונך לציר ה- x.  
א. הישרים MB ו- NA נפגשים  
בנקודה  $(x; y)$ , כמתואר בציור  
(MN מונח על ציר ה- y).  
(1) נסמן:  $M(x_0; y_0)$ .

הבע באמצעות  $x_0$  ו-  $y_0$  את משוואת הישר MB  
ואת משוואת הישר NA.

(2) הראה כי המיקום הגאומטרי של הנקודות  $(x; y)$ , הנוצרות באופן  
שתוואר, מקיים את המשוואה:  $y^2 = 25 - x^2$ .

ב. אם המיתר MN מונח על ציר ה- y, מצא את רדיוס המעגל החסום  
במרובע MBNA.

הערה: הפתרון של סעיף ב אינו תלוי בפתרון של סעיף א.

1.



סקני אותו  
לצפייה בפתרון

. A(-10,3,11) , B(-2,-5,-5) , C(1,1,1) .  
נתון משולש שקדקודיו הם :  
גובה המשולש לצלע AB הוא CD .

א. מצא את השיעורים של הנקודה D .

ב. נתונה הנקודה E(-1,5,-2) .

מהי הזווית בין הישר CE :

(1) לישר AB ?

(2) לישר BC ?

(3) למישור ABC ?

ג. חשב את הזווית בין הישר ED לבין המישור ABC . נמק.

2.



סקני אותו  
לצפייה בפתרון

►.3



א. פתר את המשוואה :  $|z| + 2z = \sqrt{3}$   
 $z$  הוא מספר מרוכב.

ב. המספר המרוכב  $z_1$  הוא הפתרון של המשוואה שבסעיף א.  
 $z_1$  הוא קדוקוד הראש של משולש שווה-שוקיים, החסום במעגל  
 שמרכזו בראשית הצירים.

$z_2$  ו-  $z_3$  הם שני הקדוקודים האחרים של המשולש.  
 נתון :  $z_2 = 1$ . המספר המרוכב  $w$  מקיים :  $w = z_1 \cdot z_2 \cdot z_3$ .

חשב את הסכום  $w + w^2 + w^3 + w^4 + \dots + w^{4n}$   
 $n$  הוא מספר טבעי.

## פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעירכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

►.4



נתונה הפונקציה  $f(x) = \sqrt{2^{x-m} + 2^{m-x}}$

ונתונה הפונקציה  $g(x)$  המקיימת :  $g(x) = f'(x) \cdot f(x)$   
 $g(2) = -\frac{3}{4} \ln 2$

$m$  הוא פרמטר.

ידוע כי הפונקציה  $g(x)$  עולה לכל  $x$ .

מצא את השטח המוגבל על ידי הגраф של הפונקציה  $g(x)$  ועל ידי הצירים  
 (מצא ערך מספרי).

►.5



נתונה פונקציית הנגזרת :  $f'(x) = \frac{\ln(-x) + 2}{x}$

א. מצא את תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

ב. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ ,  
 וקבע את סוגה.

ג. מצא את שיעור ה-  $x$  של נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$   
 וקבע את סוגה.

לפונקציית  $f(x)$  יש אותו תחום הגדרה.

ד. הפונקציה  $g(x)$  מקיימת :  $g(x) = -\frac{1}{f'(x)}$

היעזר בסעיפים הקודמים, ומצא :

(1) את תחום ההגדרה של  $g(x)$ .

(2) את השיעורים של נקודת הקיצון של  $g(x)$ , וקבע את סוגה.

**תשובות ל מבחון בגרות מס' 19 – חורף תשע"ה, 2015:**

1. א. (1)  $y = \frac{y_0}{5-x_0}x - \frac{5y_0}{5-x_0}$  : NA ,  $y = \frac{y_0}{x_0+5}x + \frac{5y_0}{x_0+5}$  : MB .

.  $2.5\sqrt{2} = \sqrt{12.5}$  ב.

2. א.  $39.23^\circ$  ב.  $90^\circ$  (3) .  $90^\circ$  (2) .  $90^\circ$  (1) ג.  $90^\circ$  (2) . D( $-4.5; -2.5; 0$ ) .

3. א.  $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$  ב. הסכום הוא אפס.

.  $3\frac{1}{16}$  4

5. א.  $x < 0$  ב.  $x = -\frac{1}{e^2}$  מינימום. ג.  $\left(-\frac{1}{e}; -e\right)$  מינימום.

6. א.  $x \neq -\frac{1}{e^2}$ ,  $x < 0$  (1) . ב.  $\left(-\frac{1}{e}; \frac{1}{e}\right)$  (2)





## מבחן בגרות מספר 20

**קייז תשע"ה, 2015, מועד א**

**פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,  
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים**

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

**1.1**



נתונה פרבולה המקיימת :  $y^2 = 2px$  ,  $p > 0$  .  
נקודה D נמצאת על הפרבולה בריבוע הראשון במרחיק 8 מציר ה- x .  
א. הבע באמצעות k את המרחק של הנקודה D מן המדריך של הפרבולה.

מעבירים שני מעגלים : מעגל ראשון שמרכזו בנקודה D ורדיוסו  $k+4$  ,  
מעגל שני שמרכזו בנקודה F של הפרבולה.

- . המרחק השני משיק למעגל הראשון ומשיק גם לציר ה- y .
- . b. הייעזר בסעיף א, ומצא את משוואת הפרבולה .
- . g. נקודה K נמצאת על הפרבולה שאט משוואתה מצאת .  
דרך הנקודה K העבירו משיק לפרבולה ואנך למשיק .  
המשיק והאנך חותכים את ציר ה- x בנקודות T ו- S בהתאם .  
המרחק בין הנקודה T לנקודה S הוא 16 .  
מצוא את השיעוריים של הנקודה K . (מצוא את שתי האפשרויות )  
בתשובתך תוכל להסביר שורש במידת הצורך .

**1.2**



נתון ישר  $\ell$  שמשוואתו  $(1,-2,2) + t(1,-2,-4) = \underline{x}$  .  
מישור  $\pi$  מאונך לישר  $\ell$  , וחותך את ציר ה- x בנקודה A .  
נקודה A נמצאת על הקרכן החיווית של ציר ה- x במרחיק 8 מראשית  
הציריים O . נקודות B ו- C הן נקודות החיתוך של המישור  $\pi$   
עם ציר ה- y ועם ציר ה- z בהתאם .  
א. (1) מצוא את האורך של כל אחד מששת המקצועות  
של הפירמידה OABC .

- . (2) האם הפירמידה OABC היא ישירה ? נמק .
- . ב. נקודה D נמצאת על הקטע AC כך ש- OD חוצה-זווית AOC .  
מהו המזב ההדדי בין הישר OD לישר BC ? נמק .

►.3



נתונה המשוואה  $z^n = z$ ,  $z$  הוא מספר מרוכב,  $n > 2$ .

א. הוכיח כי  $n$  הפתרונות של המשוואה הם קדוקודים של מצולע משוכלל.

המספרים  $z_0, z_1, z_2, z_3$  הם ארבעה קדוקודים עוקבים מ בין  $n$  הקדוקודים של המצלע שבסעיף א (לפי סדר המספרים הרשום).

$z_0$  הוא מספר ממשי וחיווי.

$z_1$  נמצא במשור גaus בריבוע הראשון.

$$\text{נתון: } i\sqrt{8} = -z_0 \cdot z_1 \cdot z_2 \cdot z_3$$

ב. מצא את הערך של  $n$ .

## פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעירכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

►.4



- נתונה הפונקציה  $f(x) = a \cdot x \cdot e^{-\frac{x^2}{8}}$  המוגדרת לכל  $x$ .
- א. הוא פרמטר גדול מ-0.
- ב. (1) הביע באמצעות  $a$  ( $f$  במידת החורך) את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה  $(x, f)$ , וקבע את סוגן.
- (2) סרטט סキיצה של גרף הפונקציה  $(x, f)$ .
- ג. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $(x, f)$ , על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישרים  $x = -1$  ו- $x = 1$ , אם נתון כי  $a = 2$ .
- ד. נתונה הפונקציה  $g(x)$  המקיים:  $g(x) = [f(x)]^2$ .
- מצא את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של הפונקציה  $(x, g)$ , וקבע את סוגן.

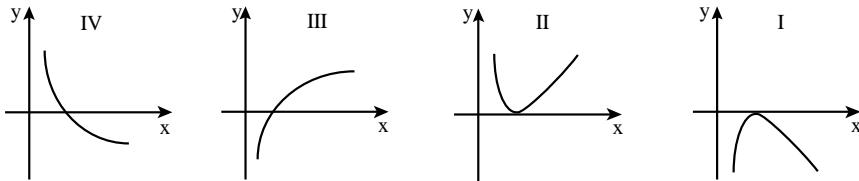


נתונה הפונקציה  $x^2 - f(x) = a \cdot x \cdot \ln x$ ,  $a > 0$  הוא פרמטר גדול מ-0.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

ב. הראה כי לפונקציה  $f(x)$  יש נקודת פיתול אחת בלבד, והבע את שיעור ה- $x$  שליה באמצעות  $a$ .

ג. איזה מבין הגרפים I, II, III, IV שלפניך מתאים לגרף פונקציית הנגזרת השנייה  $f''(x)$ ? נמק.



ד. (1) אם שיפוע המשיק בנקודת הפיתול של  $f(x)$  שווה ל-0, מצא את הערך של  $a$ .

(2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  עבור הערך של  $a$  שמצאת.

(3) האם עבור הערך של  $a$  שמצאת, יש לפונקציה  $f(x)$  נקודות קיצון? נמק.

ה. מצא עבור אילו ערכים של  $a$  שיפוע המשיק בנקודת הפיתול של  $f(x)$  גדול מ-0.

**תשובות ל מבחון בגרות מס' 20 – קיץ תשע"ה, 2015, מועד א:**

1. א.  $\frac{p}{2} + \frac{32}{p}$ . ב.  $y^2 = 8x$ . ג.  $(6; -\sqrt{48}), (6; \sqrt{48})$ .

2. א.  $BC = \sqrt{32}$ ,  $AB = \sqrt{80}$ ,  $AC = \sqrt{80}$ ,  $OC = 4$ ,  $OB = 4$ ,  $OA = 8$  (1)

(2) הפירמידה אינה ישרה. בפירמידה יש בה מקצועות הצדדים

שווים

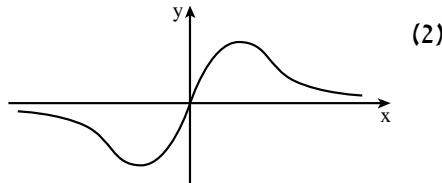
זה לוזה. במקרה שלפנינו לא קיים קדקוד ממנו יוצאים שלושה

מקצועות שווים.

ב. מצטלבים.

3. ב.  $n = 8$ .

4. ב. (1)  $\left( -2; -\frac{2a}{\sqrt{e}} \right)$  מינימום, (2)  $\left( 2; \frac{2a}{\sqrt{e}} \right)$  מקסימום.

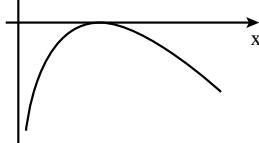


ג.  $16 - \frac{16}{\sqrt[8]{e}} \approx 1.88$

ד.  $x = -2$  מקסימום,  $x = 0$  מינימום,  $x = 2$  מקסימום.

5. א.  $x > 0$ . ב. גראף IV. ג.  $x = \frac{a}{2}$ .

(2) .  $a = 2$  (1) . 7



לא. (3)

ח.  $a > 2$ .

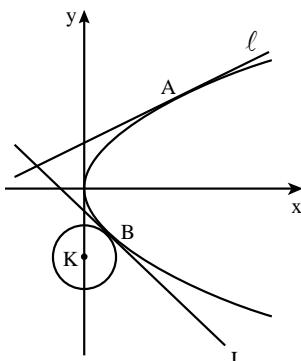


## מבחון בגרות מס' 21

**קי"צ תשע"ה, 2015, מועד ב'**

**פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,  
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים**

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.



נתונה הפרבולה :  $y^2 = 4x$ .  
הישרים  $\ell$  ו-  $L$  משיקים לפרבולה  
בנקודות A ו- B בהתאמה.

הנקודה A נמצאת בריבוע הראשון,  
 והנקודה B נמצאת בריבוע הרביעי,  
 כמתואר בציור.

המשיקים נפגשים בנקודה  $(1; -2)$ .  
א. מצא את השיעוריים של הנקודה A,  
 ואת השיעוריים של הנקודה B.

ב. הפרבולה משיקה בנקודה B למעגל  
 שמרכזו K נמצא על ציר ה-  $y$  (ראה ציור).

מעגל שמרכזו M משיק לציר ה-  $y$  בראשית הצירים ומשיק מבוחץ  
 למעגל שמרכזו K. המרכז M נמצא משמאל לציר ה-  $y$ .

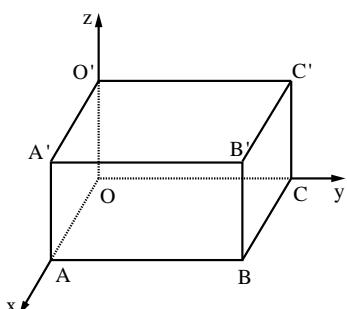
1) מצא את השיעוריים של המרכז K.

2) מצא את משוואת המעגל שמרכזו M.  
 תוכל להשאיר שורש בתשובהך.

1.



סракן אותו  
לצפייה בפתרון



המקצועות  $OC$ ,  $OA$  ו-  $O'A$   
 של התיבה  $'OABC$  מונחים על הצלירים, כמתואר בציור.

נתון כי המשור  $2x + y + 2z - 2m = 0$   
 עובר דרך הקודדים  $A$ ,  $C$  ו-  $O'$ .  
  $m$  הוא פרמטר גדול מ- 0.

א. האם הישר  $'BC$  מקביל למשור  
 הנתון או חותך אותו? נמק.

2.



סראקן אותו  
לצפייה בפתרון

►.3



- ב. הישר  $M'$  נמצא במשור הנתון, ואינו מתלכד עם הישר  $A'$ .
- (1) האם הישרים ' $BC$ ' ו- ' $M'$  מקבילים? נמק.
- (2) הבע באמצעות  $m$  את המרחק בין הישרים ' $BC$ ' ו- ' $M'$ .
- ג. דרך הקדקודים ' $C$ ' ו- ' $B$ ' העבירו אנכים למשור ' $ACO$ '. האנכים חותכים את המשור בנקודות  $E$  ו-  $F$ . אורך הקטע  $EF$  הוא  $2\sqrt{2}$ . מצא את הערך של  $m$ .

- א. סרטט במערכת צירים את המקום הגאומטרי המקיים  $|z^2 - 3i| = |z^2 - i|$ .
- $z$  הוא מספר מרוכב.
- ב. שני מספרים מרוכבים שונים,  $z_1$  ו-  $z_2$ , מצויים על המקום הגאומטרי שסרטטת.
- המרחק של  $z_1$  מראשית הצירים שווה למרחק של  $z_2$  מראשית.  
נתון:  $y_1 = z_1 - 1 + iy_1$  ( $y_1$  הוא מספר ממשי).  
מצא את הארגומנט של  $z_2$ .

## פרק שני – גדרה ודעכה, פונקציות חזקה, פונקציות מערכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

►.4



- נתונה הפונקציה  $f(x) = \ln \frac{a+x}{a-x}$ .  $a$  הוא פרמטר גדול מ-0.
- א. מצא (הבע באמצעות  $a$  במידת הצורך):
- (1) את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כהן).
- (2) את שתי האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  (המאונכות לציר  $-x$ ).
- (3) את תחומי העליה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כהן).
- (4) את השיעורים של נקודות הפיתול של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כהן).
- ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ג. הישר  $x = y$  משיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודת הפיתול שלה. לפונקציה  $f(x)$  ולפונקציית הנגזרת  $f'(x)$  יש אותו תחום הגדרה. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .
- ציין בגרף את הערכים המספריים של האסימפטוטות ושל נקודות החיתוך עם הצירים (אם יש כהן).

►.5



$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = -\frac{4e^x}{e^x - 2} + e^x + 4$$

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- (2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים.
- (3) מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).
- (4) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.
- (5) סרטט סקיצה של גרף פונקציה  $f(x)$ .
- ב. מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של הפונקציה  $f(x)$ , על ידי הישר  $1 = x$ , על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי ציר ה- $y$ .
- ג. נתונה פונקציה המקיים  $\int f(x) dx = F(x) + \ln 2$  בתחום  $x > 0$ .
- מצא את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של הפונקציה  $F(x)$  (אם יש כאלה). נמק.

**חציאם את כל הפתרונות לכל שאלות בחינות הבגרות?**

הכי פשוט להיכנס  
ל-LI.O.CO.MY.GEVA.CO  
ולצפות בפתרונות וידאו  
מלאים לכל השאלות!



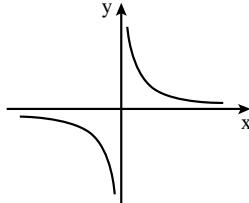
**תשובות ל מבחון בגרות מס' 21 – קיץ תשע"ה, 2015, מועד ב:**

. א.  $\left( x + \frac{7}{2\sqrt{2}} \right)^2 + y^2 = \frac{49}{8}$  (2) . ב. (1) . K(0; -3) . B(1; -2) , A(4; 4)

2. א. הימר BC מקביל למישור הנתון.

.  $m = 2$  . ב. (1) לא, הימרים BC ו-M'O מצלבים. (2) . ג.  $\frac{2}{3}m$

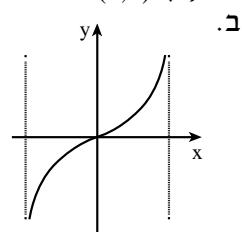
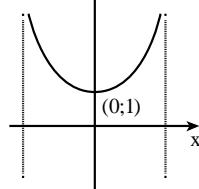
. א.  $225^\circ$  ב.



. א.  $x = -a$  ,  $x = a$  (2) . ב.  $-a < x < a$  (1) . נ. 4

.  $(0;0)$  (4)

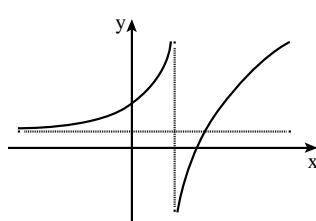
. א.  $x = -2$  . ב.  $x = 2$



. א.  $y = 4$  ,  $x = \ln 2$  (2) . ב.  $x \neq \ln 2$  (1) . נ. 5

. א.  $x < \ln 2$  או  $x > \ln 2$  ; ב.  $x < \ln 2$  (3) . נ. 5

. א.  $(\ln 4; 0)$  ,  $(0; 9)$  (4)



. א.  $x = \ln 4$  . ב.  $4 \ln \left( 2 - \frac{1}{e} \right) + 5 - \frac{1}{e} = 6.592$  (מינימום).

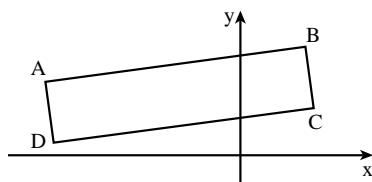


## מבחן בגרות מס' 22

חורף תשע"ו, 2016

### פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.



מעגל שמרכזו על ציר ה- x עובר

דרך הנקודות  $(1; 4)$  ו-  $(-6; 3)$ .

(שאינם קדוקי המלבן  $ABCD$  מונחת הצלע  $AB$  של המלבן  $ABCD$  על ישר העובר דרך הנקודות אלה).

קדוקי המלבן  $ABCD$  נמצאים בربיעי הראשון וברביעי השני, כמתואר בציור.  
הראשון וברביע השני.

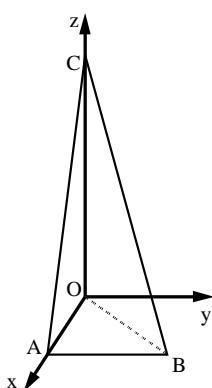
א. מצא את נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה- x.

ב. המשכי הצלעות  $BC$  ו-  $AD$  עוברם דרך נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה- x. נתון כי המרחק של הצלע  $DC$  מראשית הצלירים הוא  $\sqrt{2}$ .  
מצא את שטח המלבן  $ABCD$ .

1.



סракן אותו  
לצפייה בפתרון



נתונה פירמידה  $AOBC$ .

המקצזוע  $AO$  מונח על החלק החיובי של ציר ה- x, והמקצזוע  $CO$  מונח על החלק החיובי של ציר ה- z,

והמקצזוע  $AB$  נמצא במישור  $[xy]$ , כך ששיעור ה- x ושיעור ה- y של הקדקוד  $B$  חיוביים (ראה ציור).

נתון:  $AO = 3$ ,  $BO = 5$ ,  $CO = 12$ ,  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ .

א. מהו המקבב ההדדי בין הישר  $AB$  ובין ציר ה- y ? נמק.

ב. מצא את הזווית בין המישור  $CAB$  ובין המישור  $[zy]$ .

ג. נקודה  $D$  נמצאת במישור  $CAB$  ובמישור  $[xy]$ , כך שה-  $CB = CD$ .

מצא את הזווית בין הישר  $CD$  למישור  $[zy]$ .

2.



סראקן אותו  
לצפייה בפתרון

►.3



המספר המרוכב  $z_1$  נמצא במישור גאוס בربיע הראשון על מעגל שרדיויסו 2 ומרכזו ראשית הצירים 0.

המספר המרוכב  $z_2$  נמצא במישור גאוס בربיע השני על מעגל שרדיויסו 4 ומרכזו ראשית הצירים 0.

נתון כי הזווית בין הקטע  $Oz_2$  ובין הקטע  $Oz_1$  היא  $60^\circ$ .

המספרים  $z_1$  ו-  $z_2$  הם האיבר הראשון והאיבר השני בסדרה הנדסית בהתאם.  $z_4$  הוא האיבר הרביעי בסדרה זו.

א. הראה כי  $z_1$  ו-  $z_4$  נמצאים על קו ישר אחד העובר דרך ראשית הצירים.

$$\text{ב. נתון גם : } z_1 \cdot z_4 = -32i$$

מצא את הארגומנט (הזווית) של  $z_4$ .

$$\text{ג. מצא את שטח המשולש } z_1 z_2 z_4.$$

## פרק שני – גדייה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות, פונקציות חזקה עם מעיריך רצינלי, פונקציות עם שורשים

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

►.4

$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{\ln(ax-2)}{ax-2} \text{ , } a \text{ הוא פרמטר שונה מ-0 .}$$

ענה על הסעיפים א ו-ב עבור  $a > 0$ .

א. מצא (הבע באמצעות  $a$  במידת הצורך) :

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) את האסימפטוטה של הפונקציה המאונכת לציר ה-  $x$  .

(3) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

(4) את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה),

וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ענה על הסעיפים ג ו-ד עבור  $a < 0$  .

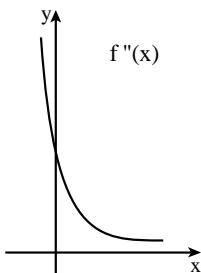
ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ד. נתון כי האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים נפגשות בנקודה  $(-2;0)$  .

מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי ציר ה-  $x$

$$\text{ועל ידי הישר } x = \frac{e+2}{a} \text{ (ערך מסוימי).}$$

5



$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{x^2 + 2x + a}{e^x}$$

a הוא פרמטר גדול מ- 4.

בצירור שלפניך נתון הגרף של פונקציית הנגזרת השנייה  $f''(x)$ .

הגרף של  $f''(x)$  אינו חותך את ציר ה- x. הפונקציה  $f''(x)$  מוגדרת לכל x, ויורדת בכל תחום הגדרתה.

א. (1) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

הבע באמצעות a במידת הצורך.

(2) מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).

(3) האם לפונקציה  $f(x)$  יש נקודות פיתול? נמק.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ב. האם לפונקציית הנגזרת הראשונה  $f'(x)$  יש נקודות פיתול? נמק.

ג. השטח, המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת הראשונה  $f'(x)$ ,

על ידי הצירים ועל ידי הישר  $x = 1$ , שווה ל-  $5 - \frac{8}{e}$ .

מצא את הערך של a.

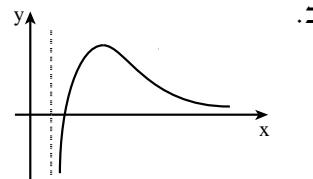
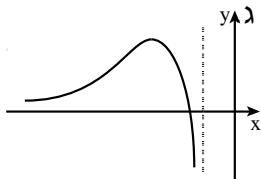
## תשובות ל מבחון בגרות מספר 22 – חורף תשע"ו, 2016:

1. א. (0;3) , (0;7). ב. 23.8.

2. א. הימש AB מקביל לציר ה- y . ב.  $14.036^\circ$  . ג.  $13.342^\circ$  .

3. ב.  $225^\circ$  . ג.  $18\sqrt{3}$  .

4. א.  $\left(\frac{e+2}{a}; \frac{1}{e}\right)$  (4) . ב.  $\left(\frac{3}{a}; 0\right)$  (3) . ג.  $x = \frac{2}{a}$  (2) . ד.  $x > \frac{2}{a}$  (1) .



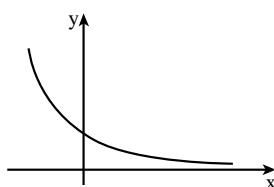
ד.  $\frac{1}{2}$

5. א. (1) (0;a) . ב. ירידה: אין ; עלייה: כל x .

ג. לא. (3)

ב. לא.

ג.  $a = 5$



**הרשםו לאתר מיגבע וקבעו!**

**נ** פתרונות וידאו לשאלות מבחינות הבגרות

**ו** מאגר של אלפי פתרונות וידאו נוספים

למןין שאלות לפי נושאים.



## מבחן בגרות מספר 23

**קיץ תשע"ו, 2016**

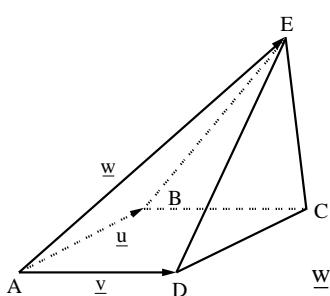
### פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

►.1



- נתון טרפז  $ABCD$  ( $AB \parallel DC$ ).  
המשכי השוקיים  $BC$  ו-  $AD$  נפגשים בראשית הצליריים.  
השוק  $BC$  מונחת על החלק החיוויי של ציר ה-  $x$ .  
הקדקודים  $A$  ו-  $D$  נמצאים בربיע השלישי.  
הבסיס  $AB$  מונח על הישר  $0 = -4y - 15 - 3x$ . גובה הטרפז הוא 6.  
היעזר בסרטוט סקיצה של הטרפז במערכת צירים,  
וענה על סעיפים א ו-ב'.  
א. מצא את משוואת הבסיס  $DC$ .  
ב. כי הקדקודים  $A$  ו-  $C$  נמצאים על מעגל שמרכזו בקדקוד  $B$ .  
ב. (1) מצא את רדיוס המעגל.  
ב. (2) מצא את השיעוריים של הקדקוד  $D$ .



בפירמידה ABCDE שבבסיסה ריבוע

- נתון:  $\vec{DE} \perp \vec{AD}$ , הווקטור  $\vec{AE}$  יוצר  
זווית שווה עם הווקטורי  $\vec{AD}$  ו-  $\vec{AB}$ .  
אורך צלע הבסיס הוא 5.  
נסמן:  $\underline{u} = \underline{w}$ ,  $\vec{AB} = \underline{u}$ ,  $\vec{AD} = \underline{w}$ .  
(ראה ציור).

►.2



א. מצא את הערך של המכפלת הסקלרית  $\underline{u} \cdot \underline{w}$   
ושל המכפלת הסקלרית  $\underline{u} \cdot \underline{w}$ .

הנקודה  $H$  נמצאת על המקצוע  $EC$  כך ש-  $\vec{EH} = \frac{2}{5} \vec{EC}$ . נתון:  $|\vec{AH}| = 2\sqrt{17}$ .

- ב. מצא את אורך המקצוע  $AE$ .  
ג. (1) הראה כי המשולש  $EDC$  הוא ישר-זווית, ומצא את שטחו.  
(2) מצא את נפח הפירמידה המשולשת  $AEDC$ .

►.3



נתון :  $z^2 - 2R \operatorname{cis} \theta \cdot z - 3R^2 \operatorname{cis}(2\theta) = 0$   
 $z$  הוא מספר מרוכב,  $\theta < 90^\circ$ ,  $R$  הוא מספר ממשי חיובי.  
 פתרונות המשוואה הנותנה הם  $z_1$  ו-  $z_2$ .  
 $z_1$  נמצא בربיע הראשון.  
 א. הבعد באמצעות  $\theta$  ו-  $R$  את  $z_1$  ואת  $z_2$ .

נתון כי משוואת הישר העובר דרך  $z_1$  ו-  $z_2$  היא  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ .  
 ב. מצא את  $\theta$ .

המספר המרוכב  $z_3$  מקיים :  $z_3 = \bar{z}_1$ .  
 ג. (1) סרטט במישור גאוס את המספרים  $z_1$ ,  $z_2$ ,  $z_3$ .

(2) נתון כי שטח המשולש  $z_1 Oz_3$  הוא  $225\sqrt{3}$  ( $O$  – ראשית הצירים).  
 מצא את הערך המוחלט של  $z_2$ .

## פרק שני – גדרה ודעיכה, פונקציות מעירכיות ולוגריתמיות, פונקציות חזקה עם מעיריך רצינלי, פונקציות עם שורשים

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

►.4



נתונה הפונקציה  $f(x) = -3x^2 e^{-x^3}$ .  
 א. (1) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ ,  
 וקבע את סוגן.

בתשובתך דיק Ud שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

(2) מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים  
 (אם יש כאלה).

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

(4) נתון כי הפונקציה  $g(x)$  מקיימת  $|f(x)| = g(x)$ .

הוסף סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$  לסקיצה של גרף  
 הפונקציה  $f(x)$ .

ב. חשב את השטח הסגור בין הגрафים של שתי הפונקציות  $f(x)$  ו-  $g(x)$   
 ובין הישר  $x = -1$ .

ג. הפונקציות  $h(a)$  ו-  $t(a)$  מקיימות :

$$a \geq -1, \quad h(a) = \int_{-1}^a f(x) dx, \quad t(a) = \int_{-1}^a g(x) dx$$

מצא את השיעורים של נקודת הפגישה בין הגрафים  
 של הפונקציות  $h(a)$  ו-  $t(a)$ .

5 ►



$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{x^2}{2} \left( \frac{1}{2} - \ln x \right)$$

א. (1) מצא את תחום החגדרה של  $f(x)$ .

(2) מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים  
(אם יש לפחות).

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$   
(אם יש לפחות), וקבע את סוגן.

ב. (1) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של פונקציית הנגזרת  $(x')$   
(אם יש לפחות), וקבע את סוגן.

(2) מצא את השיעורים של נקודת הפיתול של הפונקציה  $f(x)$ .

ג. (1) סרטט在同一 מערכת צירים סקיצה של הפונקציה  $f(x)$   
וסקיצה של פונקציית הנגזרת  $(x')$ .

(2) בربיע הראשוֹן הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו-  $(x')$  נפגשים  
בנקודה אחת. באיזה תחום ערכיהם נמצא שיעור ה-  $x$  של נקודה זו?

ד. הפונקציה  $g(x)$  מקיימת:  $g'(x) = f(x)$ .

$$\text{נתון: } g(e) = c, g(\sqrt{e}) = b, g(1) = a$$

הבע באמצעות  $a$ ,  $b$  ו-  $c$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$   
על ידי ציר ה-  $x$  ועל ידי הישרים  $y = 1$  ו-  $x = e$ .

## תשובות ל מבחון בגרות מס' 23 – קיץ תשע"ו, 2016:

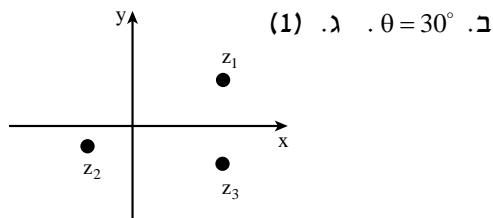
. א.  $D(-9; -18)$  (2) . ב.  $R = 10$  (1) .  $-3x + 4y + 45 = 0$

. AE = 10 . ב.  $\underline{w} \cdot \underline{v} = \underline{w} \cdot \underline{u} = 25$  . נ. 2

.  $V_{AEDC} = \frac{25\sqrt{50}}{6} = 29.46$  (2) .  $S_{EDC} = \frac{5 \cdot \sqrt{50}}{2} = 17.68$  (1) ג.

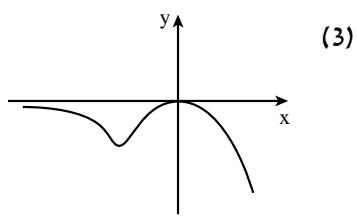
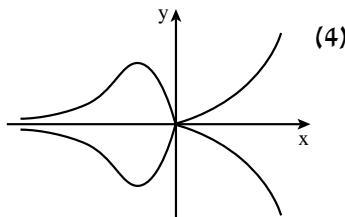
.  $z_2 = R \operatorname{cis}(180^\circ + \theta) = -R \operatorname{cis}\theta$  ,  $z_1 = 3R \operatorname{cis}\theta$  . נ. 3

.  $|z_2| = R = 10$  (2)



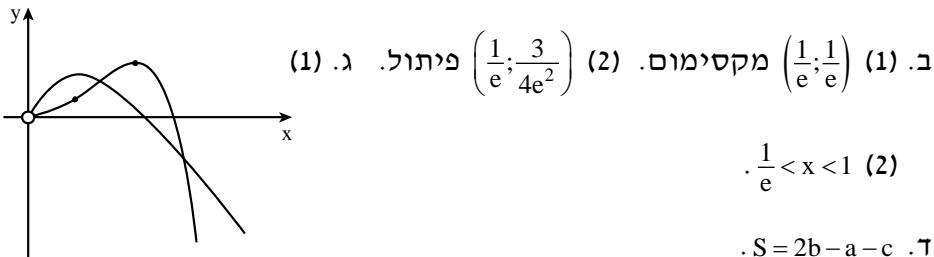
(1) ג. .  $\theta = 30^\circ$

. (0;0) (2) מינימום. (-0.873; -1.175) (1) (0;0) א. נ. 4



. (-1;0) . ב. .  $S = \frac{2e-2}{e} = 1.264$

.  $(1; \frac{1}{4})$  (3) .  $(\sqrt{e}; 0)$  (2) .  $x > 0$  (1) א. 5





## מבחון בגרות מס' 24

**קיץ תשע"ו, 2016, מועד ב**

**פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, קטוראים, טריגונומטריה מרחב,  
מספריים מרוכבים**

עונה על שתיים מהשאלות 1-3.

- נתונה פרבולה  $y^2 = 2px$ , שני ישרים המשיקים לפרבולה בנקודות K ו-L נפגשים בנקודה A, שהיא נקודת החיתוך של מדריך הפרבולה עם ציר ה- $x$ .
- א. (1) הראה כי שיעור ה- $x$  של K שווה לשיעור ה- $x$  של L.  
 (2) הראה כי המשיקים מאונכים זה לזה.

► 1

סרקו אותו!  
לצפייה בפתרון

- נתון מעגל, שמרכזו M נמצא על ציר ה- $x$ . המשיקים לפרבולה הנתונה בנקודות K ו-L משיקים גם למעגל זה בנקודות אלה.
- הצב  $2 = k$ , ועונה על הסעיפים ב, ג.  
 ב. מצא את משוואת המעגל שמרכזו M.  
 ג. מצא את משוואת המעגל החסום במרובע AKML.

- נתון מעגל הנמצא במשורר  $\pi$ , ומרכזו בראשית הצירים O(0;0;0).  
 ה. הישר  $\ell_1: x = t(1;2;1) + (2;2;0)$  נמצא במשורר  $\pi$ , ומשיק למעגל זה בנקודה B.  
 א. מצא את השיעוריים של הנקודה B.  
 ב. הישר  $\ell_2: x = s(2;-1;1) + (0;1;1)$  חותך את המשורר  $\pi$  בנקודה A.  
 (1) הראה כי הנקודה A נמצאת על המעגל הנתון.  
 (2) מצא את שטח המשולש AOB.

► 2

סרקו אותו!  
לצפייה בפתרון

►.3



$$z = \frac{\left(\cos \frac{\pi}{9} + i \sin \frac{\pi}{9}\right)^3}{\left(\cos \frac{\pi}{12} - i \sin \frac{\pi}{12}\right)^2}$$

.(1) מצא את  $|z|$ , ואת הארגומנט (הזווית) של  $z$ .

.(2) מצא את הערכים של  $n$  (ה מספר טבעי ) שבעורם  $z^n$  הוא מספר מודומה טהור.

**הערה:** אין קשר בין סעיף א' לסעיף ב'.

►



ב. נתון המקום הגאומטרי  $|z + \bar{z} - m(z - \bar{z})| = 40$  ,  
 $m$  הוא מספר ממשי גדול מ-1.

(1) זהה את המקום הגאומטרי. נמק.

(2) הנקודה שמייצגת על ידי המספר  $z = 12 + 8i$  נמצאת על המקום  
גאומטרי.

מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של המקום הגאומטרי  
עם הצירים.

## פרק שני – גדרה ודעיכה, פונקציות מעירכיות ולוגריתמיות, פונקציות חזקה עם מעיריך רצינלי, פונקציות עם שורשים

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

►.4



נתונה הפונקציה  $f(x) = 9^x - 2 \cdot 3^x$  המוגדרת לכל  $x$ .

א. (1) מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  
עם הצירים.

(2) מצא את האסימפטוטה האופקית לגרף הפונקציה.

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה  
(אם יש כהה), וקבע את סוגן.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ב. מצא את השטח מימין לציר  $-y$ , המוגבל על ידי גרף הפונקציה,  
על ידי ציר  $-y$  ועל ידי האסימפטוטה האופקית.

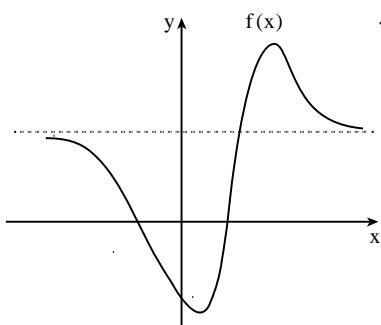
תוכל להשאיר  $\ln$  בתשובתך.

ג. נתונה הפונקציה  $g(x) = f(x) + 4$ .

השטח שמצוין בסעיף ב שווה לשטח מימין לציר  $-y$ , המוגבל  
על ידי גרף הפונקציה  $(x)g$ , על ידי ציר  $-y$  ועל ידי הישר  $y = k$ .

מהו הערך של  $k$ ? נמק.

0.5



בציר שלפניך מתואר גרף הפונקציה  $f(x)$ .  
נתון כי הפונקציות  $f''(x)$ ,  $f'(x)$ ,  $f(x)$  מוגדרות לכל  $x$ .

לגרף הפונקציה  $f(x)$  יש אסימפטוטה  $y = 1.5e$   
או פקית אחת שימושו אתה  $y = 1.5e$   
כמתואר בציור.

נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$

חן :  $B(1; -1.5e)$ ,  $A(4; 3e)$

הנקודות  $E(5; 2e)$ ,  $D(2; 0)$ ,  $C(-2; 0)$   
מצאות על גרף הפונקציה  $f(x)$ .

הfonקציה  $f(x)$  קעורה כלפי מטה  $\cap$  בתחום  $-2 < x < 5$  ו בתחום  $2 < x < 5$   
וקעורה כלפי מעלה  $\cup$  בתחום  $x > 5$  ו בתחום  $x < -2$ .  
א. מצא את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של פונקציית הנגזרת  $(f')$   
וקבע את סוגן. נמק.

ב. הפונקציה  $(g(x))$  מקיימת  $g(x) = \ln[f(x)]$ .

(1) מצא את תחומי ההגדרה של הפונקציה  $(g(x))$ .

(2) מצא את האסימפטוטות של  $(g(x))$  המאונכות לציר ה- $x$ .

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה  $(g(x))$   
(אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

(4) לפונקציה  $(g(x))$  יש אסימפטוטה או פקית אחת  
שימושו אתה  $y = \ln(1.5e)$ .

סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $(g(x))$ .

**תשובות ל מבחון בגרות מס' 24 – קיץ תשע"ו, 2016, מועד ב:**

. 1. ב.  $(x-1)^2 + y^2 = 2$  . ג.  $(x-3)^2 + y^2 = 8$

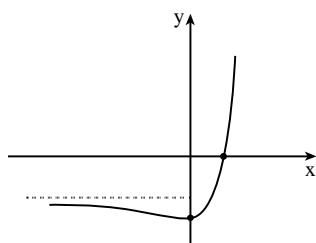
. 2. א.  $S_{\Delta ABO} = \frac{\sqrt{3}}{2}$  (2) ב. .  $B(1;0;-1)$

. 3. א.  $(\arg z = 90^\circ)$   $\arg z = \frac{\pi}{2}$ ,  $|z| = 1$  (1)

. n = 1, 3, 5, ... (2)

. ב. (1)  $(0;-10), (0;10), (-20;0), (20;0)$  (2), אליפסה קונית.

$$\frac{x^2}{400} + \frac{m^2 y^2}{400} = 1$$



(4)

. 4. א.  $(1;0), (0;-4)$  (1)

. ב.  $y = -3$  (2)

. ג. מינימום (0;-4) (3)

. ב.  $S = \frac{1}{2 \ln 3} = 0.455$

. ג. k = 1

. 5. א. x = -2 מינימום, x = 2 מקסימום, x = 5 מינימום.

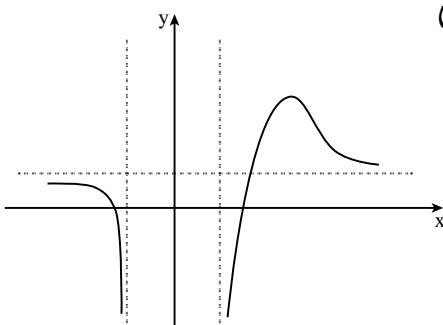
(4)

. ב. ב. x < -2 או x > 2 (1)

. ג. x = 2, x = -2 (2)

. ד. מקסימום (4; ln(3e)) (3)

(4)



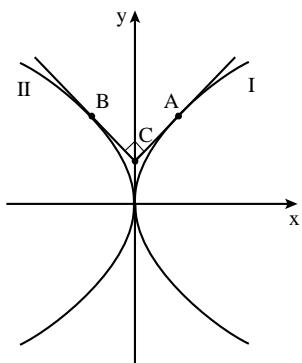


# מבחון בגרות מס' 25

**חורף תשע"ז, 2017**

**פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,  
מספרים מרוכבים**

ענה על שתים מהתשאלות 1-3.



נתונות שתי פרבולות :

$$\text{I. } y^2 = 4x \quad \text{II. } y^2 = -4x$$

A היא נקודה על פרבולה I.  
B היא נקודה על פרבולה II.  
הנקודות A ו-B נמצאות מעל ציר ה- x.  
העבירו לפרבולות I ו-II משיקים  
דרך הנקודות A ו-B, בהתאם,  
כמתואר בציור.

1.1



סקורו אותו!  
לצפייה בפתרונות

נתון שני משיקים מאונכים זה לזה  
ונחתכים בנקודה C, הנמצאות על ציר ה- y.

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

ב. נתון : A, B, C הם שלושה מקדוקדי של ריבוע ACBM.

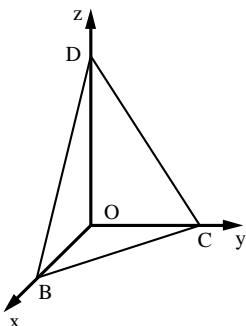
(1) מצא את שיעורי הקדקוד M.

(2) נתון מעגל שמרכזו M.

המעגל משיק לישרים AC ו- BC.

מצא את משוואת המעגל, והסביר מדוע A ו-B הן נקודות ההשקה.

►.2



נתונה פירמידה משולשת  $OB\text{CD}$   
שבה  $OD \perp OC$ ,  $OC \perp OB$ ,  
כמתואר בציור.

נתון:  $OD = 6$ ,  $OC = 4$ ,  $OB = 3$ .

הנקודות  $K$  ו-  $P$  נמצאות על

המקצועות  $OB$  ו-  $OD$  בהתאם,

כך שמתקיים:  $OP:PD = 1:1$ ,  $OK:KB = 2:1$ .

דרך הנקודות  $K$  ו-  $P$  עובר מישור המקביל

לקצוע  $CD$  וחותך את  $OC$  בנקודה  $Q$ .

א. מצא את היחס בין  $OQ$  ל-  $QC$ .

נמק את תשובה.

ב. מצא את היחס בין נפח הפירמידה  $OKPQ$  לנפח הפירמידה  $OB\text{CD}$ .

ג. מצא את הזווית בין הישר  $CB$  למישור  $KPQ$ .

►.3



$z$  הוא מספר מרוכב. נתונים שני מקומות גאומטריים:

$$z\bar{z} + i(z - \bar{z}) + z + \bar{z} = 0 \quad . \quad I$$

$$|z|^2 + i(\bar{z} - z) = 0 \quad . \quad II$$

א. סרטט בהזזה מערכת צירים סקיצה של שני המקומות הגאומטריים.

המקומות הגאומטריים הנתונים נחתכים בשתי נקודות  $A(x_1; y_1)$  ו-  $B(x_2; y_2)$  ( $x_1 < x_2$ ).

ב. מצא את השיעוריים של הנקודות  $A$  ו-  $B$ .

ג. נתונה הנקודה  $P(x_0; y_0)$ .

הנקודה  $P$  נמצאת במרחק שווה מכל הנקודות שעל המקום

הגאומטרי I. נתון:  $i \cdot z_0 = x_0 + y_0 \cdot i$ .

הוכיח שהמספר הצמוד ל-  $z_0$  נמצא על המקום הגאומטרי II.

ד. נתון:  $i \cdot z_1 = x_1 + y_1 \cdot i$ ,  $y_1 = x_1 + z_1$ .  $x_1$  והשיעורי הנקודה  $A$  שמצוות בסעיף ב).

נתונה סדרה חשבונית שבה האיבר הראשון הוא  $5z_1$  והפרש הוא  $z_0$ .

מצא את כל ערכי  $n$  שעבורם  $S_n$  (סכום  $n$  האיברים הראשונים בסדרה) הוא מספר ממשי (אם יש כאלה).

## פרק שני – גדרה ודעיכה, פונקציות מעירכיות ולוגריתמיות, פונקציות חזקה עם מערך רצינוני, פונקציות עם שורשים

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

**נתונה הפונקציה**  $f(x) = e^{ax^2 + bx + 2}$ .  $a$  ו-  $b$  הם פרמטרים.

נתון כי הפונקציה זוגית.  
א. מצא את  $a$ .



לפונקציה יש בדיקות שתי נקודות פיתול.

ב. הוכח:  $a < 0$ .

הfonקציה הנתונה קעורה כלפי מטה  $\cap$  בתחום  $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$   
וקעורה כלפי מעלה  $\cup$  בתחום  $x > -\frac{1}{2}$  ו-  $x < \frac{1}{2}$ .  
ג. מצא את  $a$ .

ד. (1) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים  
(אם יש כאלה).

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ה. סרטט סקיצה של גרף הנגזרת  $(x)' f$ .

ו. נתונה הפונקציה  $h(x) = f'(x) \cdot f''(x)$ . מהו התחום שבו הפונקציה  $h(x)$  חיובית?

נתונות שתי פונקציות:  $f(x) = \ln(ae^x - be^{2x})$ ,  $g(x) = \ln(2 - e^x)$

ו-  $b$  הפרמטרים. נתון:  $a > 0$ ,  $b > 0$ .

א. ידוע שלשתי הפונקציות יש אותן תחומי הגדרה.

הוכח:  $a = 2b$ .



ב. ידוע שלשתי הפונקציות יש נקודה משותפת אחת בלבד.

נקודה זו היא נקודת הקיצון היחיד של הפונקציה  $f(x)$ .

חשב את  $a$ , את  $a$  ואת שיעורי נקודת הקיצון של  $f(x)$ :

ג. הוכח כי  $g(x)$  יורדת וקעורה כלפי מטה  $\cap$  בכל תחום הגדרתה.

ד. הוכח שההפרש בין הפונקציות  $f(x) - g(x)$  הוא פונקציה קבועה.

ה. (1) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציות  $f(x)$  ו-  $g(x)$  (אם יש כאלה).

(2) סרטט על מערכת צירים אחת סקיצה של הגרפים של שתי

הfonקציות. בסרטוט הדges את גרף הפונקציה  $f(x)$ .

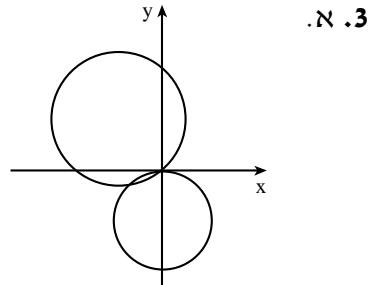
## תשובות ל מבחון בגרות מס' 25 – חורף תשע"ז, 2017:

. א.  $x^2 + (y-3)^2 = 2$  (2) . M(0;3) (1) . B(-1;2) , A(1;2) . נ. 1

.  $7.35^\circ$  ג. .  $\frac{1}{6}$  ב. . OQ:QC=1:1 . נ. 2

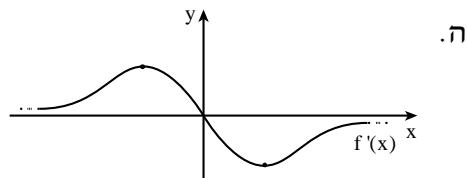
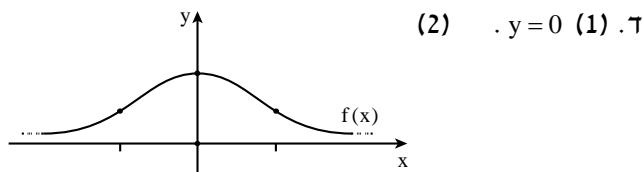
I  $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 2$

II  $x^2 + (y+1)^2 = 1$



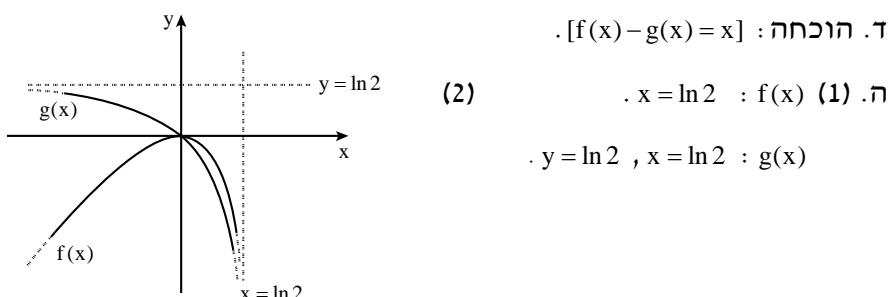
. n=5 . ט . B(0;0) , A(-0.8;-0.4) . ב

. a=-2 . ג . b=0 . נ . 4



.  $x < -\frac{1}{2}$  או  $0 < x < \frac{1}{2}$  . ג

. 5. ב. מקסימום. (0;0) , b=1 , a=2 . נ.



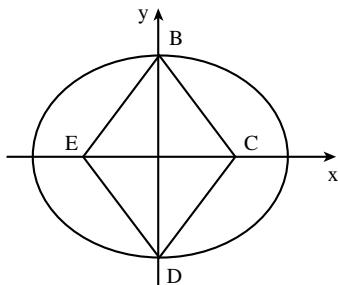


## מבחן בגרות מס' 26

**קי"ז תשע"ז, מועד א**

**פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,  
מספרים מרוכבים**

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.



נתון מעוין  $BCDE$ .

הקדקודים  $D$  ו-  $B$  נמצאים על ציר ה- $y$ , והקדקודים  $C$  ו-  $E$  נמצאים על ציר ה- $x$ .

נתון: אורך צלע המעוין הוא 5, אורך גובהו הוא 4.8, ואורך האלכסון  $BD$

גודל מאורך האלכסון  $CE$ .

דרך הקדקודים  $B$  ו-  $D$  עוברת אליפסה

קוניקת (ראה ציור), שמקודיה הם הנקודות  $C$  ו-  $E$ .

א. (1) מצא את השיעוריים של קדקודיו המעוין.

(2) מצא את משוואת האליפסה.

►.1



לצפייה בפתרונות

פרבולה שמשוואתה  $y^2 = 2px$  חותכת את האליפסה בربיע הראשון. נתונה  $M$ . נתון: שיעור ה- $y$  של  $M$  הוא  $\sqrt{15}$ .

ב. הוכח שמקוד הפרבולה נמצא בנקודה  $C$ .

ג. דרך הנקודה  $E$  מעבירים ישר המקביל לציר ה- $y$ .

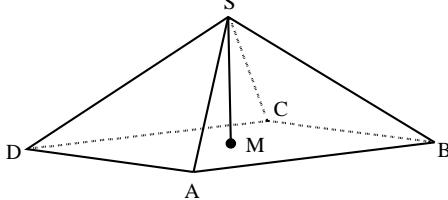
$P$  היא נקודה על הפרבולה שמרחקה מהישר זהה הוא  $k$ .

מצא את היחס  $\frac{PC}{k}$ . הסבר.

►.2



לצפייה בפתרונות



- נתונה פירמידה ישרה  $SABCD$ , שבסיסה,  $ABCD$ , הוא ריבוע.  
 $M$  היא נקודה כך ש-  $\vec{SM} = \frac{1}{2}\vec{SA} + \frac{1}{2}\vec{SC}$ .  
 א. (1) הוכח:  $\vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{AC}$ .  
 (2) הוכח:  $\vec{SM}$  מאונך ל-  $\vec{AC}$ .  
 (3) נמק מדוע  $SM$  הוא גובה הפירמידה.

נתון:  $C(-\sqrt{3}; -1; 0)$ ,  $A(\sqrt{3}; 1; 0)$

הנקודות  $B$  ו-  $D$  נמצאות במישור  $z=0$   
 ופח הפירמידה  $SABCD$  הוא 16.

- ב. (1) מצא את שיורי הנקודה  $M$ .  
 (2) מצא את שיורי הקדקוד  $S$  (מצא את שתי האפשרויות).

נסמן את הנקודות שמצאת בתת-סעיף ב(2) ב-  $S_1$  ו-  $S_2$ .

- ג. (1) מצא את משוואת המישור  $AS_1S_2$ .  
 (2) האם נקודה  $C$  נמצאת על המישור  $AS_1S_2$ ? נמק.

א. מצא את המספרים המרכיבים  $z$  המקיים  $-1 = z^3$ .

נסמן את פתרונות המשווה מסעיף א ב-  $z_1$ ,  $z_2$ ,  $z_3$ .  
 נתון כי  $z_2$  הוא ממשי.

- ב. (1) הראה ש-  $z_1$ ,  $z_2$  ו-  $z_3$  הם שלושה איברים עוקבים בסדרה  
 הנדסית.

(2)  $z_1$ ,  $z_2$  ו-  $z_3$  הם שלושת האיברים הראשונים בסדרה  
 החנדסית  $z_n$ . מצא את  $z_5$ , האיבר החמישי בסדרה.

- ג. (1)  $z_{13}$ ,  $z_{14}$  ו-  $z_{15}$  (האיברים ה-13, ה-14 וה-15 בסדרה  $z_n$ )  
 שמצאת בסעיף ב) מייצגים על ידי הנקודות  $A$ ,  $B$ ,  $C$  ו-  
 במישור גauss, בהתאם. חשב את שטח המשולש  $ABC$ .

- (2)  $K$ ,  $L$  ו-  $M$  הן שלוש נקודות במישור Gauss המייצגות שלוש  
 איברים עוקבים בסדרה  $z_n$ .

הסביר מדוע המשולש  $KLM$  חופף למשולש שאטחו ממצאת  
 בתת סעיף ג(1).

►.3



**פרק שני – גדרה ודעיכה, פונקציות מערכיות ולוגריתמיות,  
פונקציות חזקה עם מערך רצינוני, פונקציות עם שורשים**

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

►.4



- א. (1) מצא את תחומי ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבע את סוגן.  
 (3) מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (4) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים  
 (אם יש כאלה).  
 (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

$$\text{נתונה הפונקציה } g(x) = \frac{1}{f(x)}$$

היעזר בתשובה**תיך** על סעיף א וענה על סעיף ב.

- ב. (1) הסבר מדוע הפונקציה  $g(x)$  מוגדרת לכל  $x$ .  
 (2) מה הם שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ , ומה סוגן?  
 נמק את תשובה**ך**.  
 (3) מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה  $g(x)$ .  
 (4) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $g(x)$  המאונכות לצירים  
 (אם יש כאלה). נמק את תשובה**ך**.  
 (5) הוסף לסרטוט של גרף הפונקציה  $g(x)$  סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

5



נתונה הפונקציה  $h(x) = \frac{x+3}{x}$ .

א. מצא את תחום ההגדרה של  $h(x)$ .

ב. מצא את תחום שבו  $h(x) > 0$ .

.  $f'(x) = \frac{h'(x)}{h(x)}$  בתחום שבו  $h(x) > 0$  נתונה הפונקציה  $f(x)$  המקיים:

נתון שגרף הפונקציה  $f(x)$  עובר דרך הנקודה  $(3; \ln 2)$ ,

וידוע שלפונקציה  $f(x)$  יש אסימפטוטה אופקית אחת.

ג. מצא את הפונקציה  $f(x)$ .

ד. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים.

ה. מצא את תחום העליה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).

ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

## תשובות ל מבחון בגרות מס' 26 – קיץ תשע"ז, 2017, מועד א:

1. נ.  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$  (2) . E(-3;0) , C(3;0) , D(0;4) , B(0;4) (1)

ב. מוקד הפרבולה  $\frac{PC}{k} = 1$  . ג. C(3;0)

2. א. (3) כ舍מחרבים את הקדקוד הפירמידה הישרה עם מרכז המעגל

חוחסם את הבסיס מקבילים גובה הפירמידה.

ב. (1) S(0;0;6) (2) . M(0,0,0) או

ג. נמצאת על המשור.  $x - \sqrt{3}y = 0$  (1)

3. נ.  $z_3 = \text{cis}300^\circ = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$  ,  $z_2 = \text{cis}180^\circ = -1$  ,  $z_1 = \text{cis}60^\circ = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

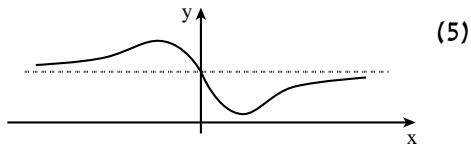
ב. (2)  $S_{ABC} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$  (1) . ג.  $z_5 = \text{cis}180^\circ = -1$  (2)

. א. (1) לכל  $x$

$$\left( -\frac{\sqrt{2}}{2}; 1.858 \right) \text{ מינימום, } \left( \frac{\sqrt{2}}{2}; 0.142 \right) \text{ (2) מקסימום.}$$

.  $\frac{\sqrt{2}}{2} < x < \frac{\sqrt{2}}{2}$  : ירידה ;  $x > \frac{\sqrt{2}}{2}$  ,  $x < -\frac{\sqrt{2}}{2}$  (3)

.  $y = 1$  (4)

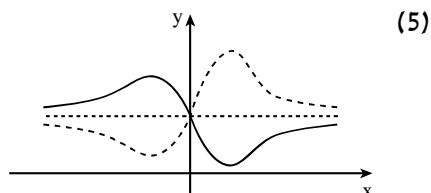


. ב. (1)  $f(x)$  שונה לכל  $x$  ,  $\frac{1}{f(x)}$  שונה לכל  $x$

$$\left( -\frac{\sqrt{2}}{2}; 0.538 \right) \text{ מינימום, } \left( \frac{\sqrt{2}}{2}; 7.031 \right) \text{ (2) מקסימום.}$$

.  $x < -\frac{\sqrt{2}}{2}$  ,  $x > \frac{\sqrt{2}}{2}$  : ירידה ;  $-\frac{\sqrt{2}}{2} < x < \frac{\sqrt{2}}{2}$  (3)

.  $y = 1$  (4)



. ג. ירידה :  $x < -3$  ,  $x > 0$  . ה.  $y = 0$  ,  $x = -3$  ,  $x = 0$  . ט

. א. (1) לכל  $x$

$$. f(x) = \ln\left(\frac{x+3}{x}\right)$$

. ג. ירידה :  $x < -3$  ,  $x > 0$  . ה.  $y = 0$  ,  $x = -3$  ,  $x = 0$  . ט



## מבחון בגרות מס' 27

**קייז תשע"ז, 2017, מועד ב**

**פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,  
מספרים מרוכבים**

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

1.



סקורו אותו  
לצפייה בפתחון

נתונה הנקודה A(20;0).

B היא נקודה שנמצאת על ציר ה- y וaina ראשית הצירים.

דרך הנקודה B מעבירים ישר,  $\ell_1$ , המקביל לציר ה- x .

דרך ראשית הצירים, O , מעבירים ישר,  $\ell_2$  , שמאונך לישר AB .  
הישרים  $\ell_1$  ו-  $\ell_2$  נחתכים בנקודה C .

A. הוכיח שהמקום הגאומטרי של הנקודות C הנבנות כמתואר נמצא  
על הפרבולה, ומצא את משוואתה.

B. D היא נקודה כלשהי הנמצאת על הפרבולה שאת משוואתה מצאת  
בסעיף A. הנקודה F היא מוקד הפרבולה.

נתון הישר  $k = x$  .  $x < k$  הוא פרמטר.

דרך הנקודה D העבירו ישר המקביל לציר ה- x וחותך את הישר  $k = x$   
בנקודה N . קיימים ערך של k שעבורו כל משולש NDF שנבנה כמתואר  
הוא שווה שוקיים .

(1) מצא את הערך של k . נמק .

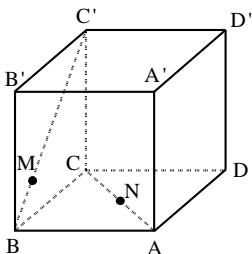
(2) נתון : הנקודה D נמצאת ברביע הראשון .

מצא את שיעורי הנקודה D שעבורה המשולש  
הוא שווה צלעות .

►.2



סקרו אותו!  
לצפייה בפתחון



- . נתונה קובייה  $A'B'C'D'$   
נסמן:  $\underline{CC'} = \underline{w}$ ,  $\underline{CD} = \underline{y}$ ,  $\underline{CB} = \underline{z}$   
נתון:  $\overrightarrow{BM} = t \overrightarrow{BC}$ ,  $\overrightarrow{AN} = s \overrightarrow{AC}$
- א. מצא את היחס  $\frac{s}{t}$  שעבורו  $MN$   
מקביל למשור  $AA'B'B$  ( $t \neq 0$ )

$$\text{נתון: } t = \frac{1}{2}, s = \frac{1}{2}$$

- ב. חשב את הזווית שבין  $MN$  ובין המשור  $ABCD$   
ג. מהו המזב ההדדי של הישרים  $AB$  ו-  $MN$ ? נמק.

►.3



- במעגל שמרכזו בראשית הצירים במשור גאוס חסום במשולש  
שווה צלעות  $ABC$ .  
הקדקוד  $A$  מותאים למספר המרוכב  $i \cdot a$ .  
 $z_1 = a - \sqrt{3} \cdot a \cdot i$  ( $a > 0$  הוא פרמטר ממשי).  
נתון: הקדקוד  $B$  נמצא ברביע הראשון.  
א. הביע באמצעות  $a$  את המספרים המרוכבים  $z_2$  ו-  $z_3$  המותאים  
לקדוקודים  $B$  ו-  $C$  בהתאם.

$$\text{נתון: } z_3 = \frac{z_1^3}{4}$$

- ב. מצא את  $a$ .  
ג. המספר  $z_1^{6n+5}$  מותאים לנקודה  $P$  במשור גאוס.  
ה הוא מספר שלם. הנקודה  $O$  היא ראשית הצירים.  
הראה שהנקודה  $B$  נמצאת על הקרן  $OP$ .

## פרק שני – גזילה ודעיכה, פונקציות מעירכיות ולוגריטמיות, פונקציות חזקה עם מעירך רציאני, פונקציות עם שורשים

ענה על אחת מהשאלות 4-5.



נתונה הפונקציה  $f(x) = 2x^2 + c$ .  $c$  הוא פרמטר.

הfonקציה  $f(x)$  מוגדרת כך:  $f(x) = e^{g(x)}$ .

הגרפים של פונקציות הנגזרת,  $(x')f$  ו- $(x')g$ , נחתכים בנקודה  
שיעור ה- $x$ olla 2.

א. מצא את  $c$ .

ב. (1) הוכח ש- $(x')f$  היא פונקציה אי-זוגית.

(2) מצא את שיעורי כל הנקודות שבהן הגרפים של הפונקציות  $(x')f$  ו- $(x')g$  חותכים זה את זה.

(3) עברו אילו ערכי  $x$   $f'(x) > g'(x)$  ?

(4) סרטט סקיצה של הגרפים של הפונקציות  $(x')f$  ו- $(x')g$  באותו  
מערכת צירים.

ג. נתון:  $M(2;8)$ ,  $N(-2;-8)$ .

$MN$  הוא אלכסון של מלבן שצלעותיו מקבילים לצירים.  
הראה שהגרף הפונקציה  $(x')f$  מחלק את המלבן לשני חלקים  
שווים בשטחם.



נתונה הפונקציה  $f(x) = x + m \cdot \ln\left(\frac{1}{x}\right)$ .  $m$  הוא פרמטר.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

נתון שלפונקציה  $(x)f$  יש נקודת קיצון.

ב. (1) מצא את תחום הערכים של  $m$ .

(2) הביע את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $(x)f$  באמצעות  $m$ ,  
וקבע את סוגה.

ג. הנקודה  $P$  נמצאת על גרף הפונקציה  $(x)f$  ושיעוריה אינם תלויים ב- $m$ .

(1) מצא את שיעורי הנקודה  $P$ .

(2) מצא את הערך של  $m$  שעבורו הנקודה  $P$  היא נקודת מינימום  
של הפונקציה  $f(x)$ .

הציב את  $m$  שמצאת בתת-סעיף ג(2) וענה על הסעיפים ד-ה.  
ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $(x)f$ .

ה. נתונה הפונקציה  $\int_1^e g(x)dx = \frac{f(x)-x}{x}$ . חשב את  $f(x)$ .

**תשובות ל מבחון בגרות מס' 27 – קיץ תשע"ז, מועד ב:**

.  $D(15; \sqrt{300}) = D(15; 10\sqrt{3})$  (2) .  $k = -5$  (1) .  $y^2 = 20x$  . **1**

.  $\frac{S}{t} = 1$  (2) .  $g.$  מצטלבבים .  $24.09^\circ$  (2) . **2**

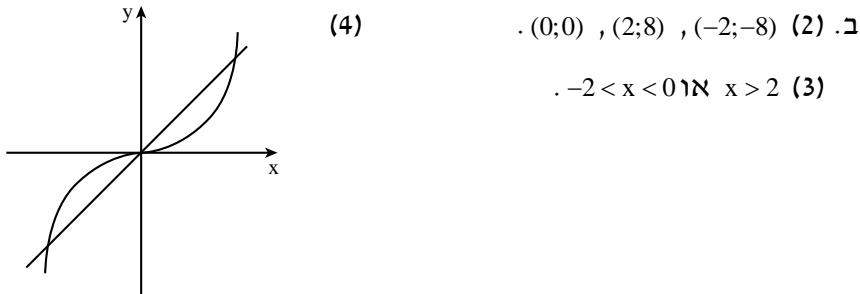
$z_1 = a - \sqrt{3} \cdot ai = 2a \text{ cis } 300^\circ$  . **3**

$z_2 = a + \sqrt{3} \cdot ai = 2a \text{ cis } 60^\circ$

$z_3 = -2a = 2a \text{ cis } 180^\circ$

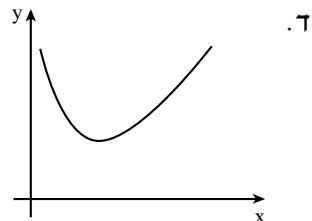
.  $a = 1$  . **4**

.  $c = -8$  . **4**



.  $(m; m(m-1-\ln m))$  (2) .  $m > 0$  (1) . **2** .  $x > 0$  . **5**

.  $m = 1$  (2) .  $P(1;1)$  (1) . **2**



.  $-\frac{1}{2}$  . **7**



# מבחון בגרות מס' 28

**חורף תשע"ח, 2018**

**פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,  
מספרים מרוכבים**

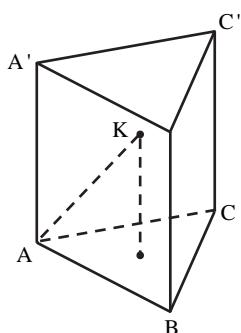
ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

- נתונות הנקודות:  $A(0,0)$ ,  $B(19,0)$  ו-  $D(9,0)$ .
- א. מצא את משוואת המקום הגאומטרי שליו נמצאות הנקודות  $C$ , שעבורן  $CD$  הוא חוצה זווית במשולש  $ABC$ .
- ב. מהו השטח הגדול ביותר של משולש  $ABC$  שנבנה באופן המתואר בסעיף א?
- ג. מצא את שיעורי שתי הנקודות  $C$  שעבורן הצלע  $BC$  במשולש  $ABC$  משייקה למקום הגאומטרי שאת משווהתו מצאת בסעיף א.
- תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

►.1



סракו אותו  
לצפייה בפתרון



►.2 ABCA'B'C' היא מנסרה משולשת ישרה  
שכל מקצועותיה שוים זה לזה.

נסמן את אורך המקצוע ב-  $a$ . ABCK היא פירמידה ישרה.

DK הוא גובה בפירמידה ABCK, DK כמתואר בציור.

נתון:  $'AA = t \cdot AA'$ ,  $DK = t$ .

נפח המנסרה  $'C'ABCAB'C'$  גדול פי 4.5.

מנפח הפירמידה ABCK.

א. חשב את  $t$ .

ב. מצא את הזווית בין המישור  $ABK$  למישור  $ABC$ .

נתון: נפח הפירמידה ABCK הוא  $12\sqrt{3}$ .

ג. מצא את  $a$ .

►.2



סראקו אותו  
לצפייה בפתרון

נתון: הקודקוד A נמצא בראשית הצירים, הקודקוד 'A' נמצא על החלק החיובי של ציר ה- z, הקודקוד C נמצא על החלק החיובי של ציר ה- y. .  
 שיעורי הקודקוד B הם חיוביים.  
 ד. (1) מצא את שיעורי הקודקוד 'B'.  
 (2) מצא את משוואת המשורטוט K'AB.

תוכל להשאיר שורש בתשובותך.

### ►.3



א. פתרו את המשוואה  $z^2 + (-5 + 2i)z + 7 + i = 0$

נסמן ב-  $w$  את פתרון המשוואה מסעיף א, המיצג את הנקודה שקרובה יותר לראשית הצירים.  
 $a_n$  היא סדרה חשבונית.  $w$  הוא איבר בסדרה וגם 1 הוא איבר בסדרה.  
 ב. (1) הסבר מדוע כל איברי הסדרה הם מן הצורה:  $a_n = 1 + b_n \cdot i$ .  
 (2) הסבר מדוע כל הנקודות במישור גאות המייצגות את איברי הסדרה  $a_n$ , חוץ מן הנקודה (0,1), נמצאות מחוץ למעגל היחידה.

## פרק שני – גדרה ודעיכה, פונקציות מערכיות ולוגריתמיות, פונקציות חזקה עם מערך רצינלי, פונקציות עם שורשים

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4



$$\text{נתונה הפונקציה: } f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$$

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- (2) מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כ אלה).
- (3) מצא את שיעורי נקודות הפיתול של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כ אלה).
- (4) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים.
- (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ב. הסבר מדוע עבור כל מספר ממשי  $a$  מתקיים:  $\int_a^{a+1} f(x) dx < 1$

תוכל להיעזר בסרטוט.

$$\text{ג. (1) } g(x) = g(x) + \frac{1}{2} \text{ היא פונקציה המקיים:}$$

הוכח שהפונקציה  $g(x)$  היא פונקציה אי-זוגית.

(2) הסבר מדוע לכל שני מספרים  $b$  ו-  $c$  המקיימים  $0 < b < c$  מתקיים:

$$\int_{-c}^{-b} f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = c - b$$

בתשובה תוכל להיעזר בסרטוט מתאים ובシיקולי סימטריה.

5



$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{(\ln x)^n}{\sqrt{x}}. n \text{ הוא מספר טבעי.}$$

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

סובבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי ציר  $x$  ועל ידי הישרים  $y = 1$  ו-  $y = e^x$  סביב ציר ה-  $x$ . נפח גוף הסיבוב שהתקבל שווה ל-  $\frac{32\pi}{2n+1}$ .

~~מצא את  $n$~~

הרב בפונקציה  $f(x)$  את  $n$  שמצוין בסעיף ב וענה על הסעיפים מה.

ב. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ .

~~מצא את סוגן.~~

ג. מצא את משוער אסימפטוטה שכך יקציר את המאונכת לציר  $x$ .

לפונקציה  $f(x)$  יש אסימפטוטה שימושו שהיא  $y = x$ .

ד. סרטט סריגן שמייצג את הפונקציה  $f(x)$ .

ה. הפונקציה  $f(x)$  מקיימת:  $f(x) + m > g(x)$ ,  $0 \neq m$  הוא ממשטר.

נайдן קיימת נקודה שgraף הפונקציה  $f(x)$  משייך לציר  $x$ .

~~מצא את  $m$ .~~

(2) עבור אילו ערכים של  $k$  יש למשואה  $k = g(x)$  פתרון יחיד?

## מה ה欽ע של סומני ה- ליד כל שאלה?

כל שאלה מחייבת לכם סרטון הסבר

מלא באפליקציה או באתר MY.GEVA



- 01 מורידים את אפליקציית MY.GEVA
- 02 סוחרים דרך את הקוד שMOVED עלייה לצד השאלה

(לא עובד טוב עם סורקים אחרים)

03 צופים בפתרון הידוע לשאלת

ויתר נח לנו מסך איזה? אוון ביעיה!  
הכנסו לאתר [MY.GEVA.CO.IL](http://MY.GEVA.CO.IL)

## תשובות ל מבחון בגרות מס' 28 – חורף תשע"ח, 2018:

. א.  $S_{\triangle ABC} = 855$  ר. י. מ"ר . ב.  $(x+81)^2 + y^2 = 8,100$

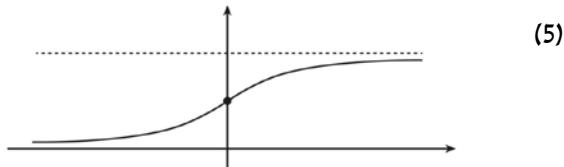
. ג.  $C(0, -\sqrt{1,539}), C(0, \sqrt{1,539})$

. א.  $a = 6$  . ב.  $66.59^\circ$  . ג.  $t = \frac{2}{3}$

. ד.  $x + \sqrt{3}y - \sqrt{3}z = 0$  (2) . א.  $B'(3\sqrt{3}, 3, 6)$  (1) . ז.

. ב. (1) הסביר. . א.  $z_2 = 4 - 3i$ ,  $z_1 = 1 + i$  . ג. (2) הסביר.

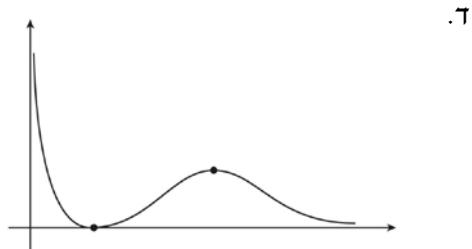
. א. (1) כל  $x$  . (2) עלייה: כל  $x$ , ירידה: אין. (3) (0,  $\frac{1}{2}$ ) . ב. (1) הוכיח. (2) הסביר.



. ב. הסביר. ג. (1) הוכיח. (2) הסביר.

. א. (1)  $0 < x$  (2) ב. (1, 0) (2) . ג. (1) הוכיח.

. א. (1) מינימום:  $x=0$  (2) מינימום:  $(1, 0)$ , מקסימום:  $(e^4, \frac{16}{e^2})$



. א.  $k = -\frac{16}{e^2}$  או  $0 < k$  (2) . ב.  $m = -\frac{16}{e^2}$  (1) . ג.



## מבחן בגרות מס' 29

**קיץ תשע"ח, 2018, מועד א**

**פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,  
מספרים מרוכבים**

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

1.



לצפייה בפתרונות

נתונות הנקודות:  $A(-3a, 0)$ ,  $B(3, 0)$ .  $a > 0$  הוא פרמטר.

א. הבע באמצעות  $a$  את המקום הגיאומטרי של כל הנקודות  $P$  המקיים  $\frac{PA}{PB} = 1$ .

ב. הראה שהמקום הגיאומטרי של כל הנקודות  $Q$  המקיימים  $\frac{QA}{QB} = 2$  הוא מעגל, והבע באמצעות  $a$  את שיעורי מרכזו המעגל הזה ואת הרדיוס שלו.

ג. נתבונן באוסף כל המעגלים אשר משייכים למקום הגיאומטרי שמצוות בסעיף א וועבריהם דרך מרכזו המעגל שמצוות בסעיף ב.

נתוון כי מרכזוי המעגלים אלה מהווים מקום גיאומטרי העובר דרך ראשית הציריים.

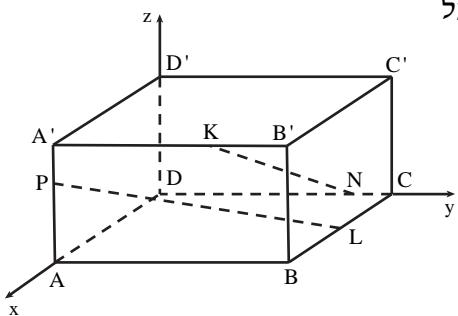
(1) זהה את המקום הגיאומטרי הזה.

(2) מצא את  $a$ , וכתוב את משוואתו של המקום הגיאומטרי הזה.

►.2



לצפייה בפתחו!



בציר שלפניך נתונה התיבה  $A'BCDA'B'C'D$ .  
המקצועות  $DC$ ,  $DA$ ,  $D'$ ,  $AA'$  מונחים על  
הצירים  $x$ ,  $y$  ו-  $z$  בהתאם,  
כמתואר בציור.  
נתון:  $AA' = 3$ ,  $DA = 4$ .  
נסמן:  $a > 0$ .  $AB = a$  הוא פרמטר.  
הנקודות  $P$ ,  $L$ ,  $N$ ,  $K$  נמצאות  
על מקצועות התיבה  $'DC$ ,  $AA'$ ,  $BC$   
ו-  $A'B'$  בהתאם,  
כך שמתקיים:  $NP = 2PA$ ,  $AP = 2PL$ .

$\overline{L}K = \frac{4}{5}\overline{DN}$  היא אמצע המקצוע  $BC$ ,  $LN$ .

א. מצא את משוואת המשורט  $PNK$ .

ב. (1) מצא הצגה פרמטרית של הישר  $NK$  ושל הישר  $PL$ .  
אם צרייך, הביע באמצעות  $a$ .

(2) הסבר מדוע הישרים  $NK$  ו-  $PL$  הם ישרים מצלבים.

ג. (1) עבור איזה ערך של  $a$   $\angle PC'C = 82.1^\circ$ ?  
בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הקודה העשוריונית.

(2) האם קיימן  $a$  שעבורו  $\angle PC'C = 90^\circ$ ? נמק.

►.3



$|z_1| = |z_2| = r$  הם שני מספרים מרוכבים המקיימים  $z_1 \cdot z_2 = -1$ .  
א. הוכיח כי תוצאת המכפלה  $z_1 \cdot z_2$  היא מספר ממשה טהור,  
והבע אותו באמצעות  $r$ .

הנקודות  $A$ ,  $B$  ו-  $C$  במשורט גaus מייצגות בהתאם את המספרים  
המרוכבים  $z_1$ ,  $z_2$ ,  $z_3$ .

נתון: הנקודות  $A$ ,  $B$  ו-  $C$  אינן נמצאות על ישר אחד, והנקודה  $C$  נמצאת  
על הישר  $x = y$ .

ב. הסבר מדוע המשולש  $ABC$  הוא משולש שווה שוקיים.

הנקודה  $D$  במשורט גaus מתאימה למספר המרוכב  $z_3 = (z_1 \cdot z_2)^2$ .  
נתון:  $z_3 = 2i$ ,  $z_1 - z_2 = 1 - i$ ,  $z_1 + z_2 = 7 + 7i$ .

ג. (1) מצא את שיורי הנקודות  $C$  ו-  $D$  (מצא את שתי האפשרויות).

(2) חשב את שטח המרובע  $BDAC$  עבור הנקודה  $C$  הנמצאת בربיע  
הראשון.

## פרק שני – גדרה ודעיכה, פונקציות מערכיות ולוגריתמיות, פונקציות חזקה עם מערך רצינלי, פונקציות עם שורשים

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4



נתונה משפחת הפונקציות  $f(x) = e^{mx} - e^{-mx}$ .  $m > 0$  הוא פרמטר.

ענה על סעיף א. אם צריך, הביע באמצעות  $m$ .

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ ?

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים  
(אם יש כאלה).

(3) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$   
המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(4) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה),  
וקבע את סוגן.

ב. סרטט במערכת צירים אחת גרפים של הפונקציות  $f(x)$  עבור  $m=1$   
ועבור  $m=2$  (ידעו שני הגרפים חותכים זה את זה בשתי נקודות בדיקוק).  
התאם בין הגרפים לשרטטת ובין ערכי  $m$  הנתונים.

הישר  $y=k$  משייך לגרף הפונקציה  $f(x)$ .

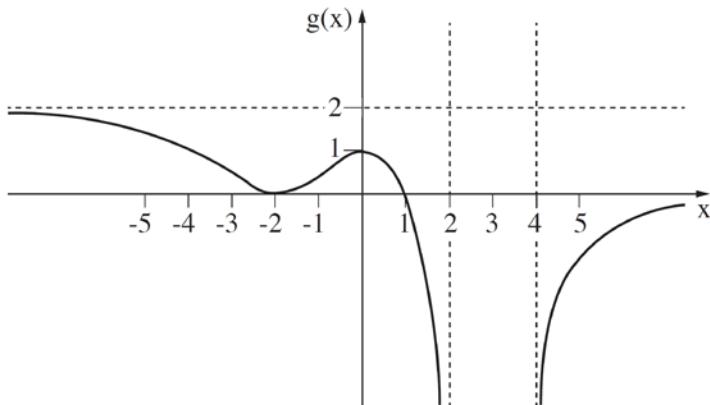
ג. (1) הביע באמצעות  $m$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ ,  
על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישר  $y=k$ .

עבור כל  $m$ , נסמן את השטח בתת-סעיף ג (1) ב-  $S_m$  והוא השטח עבור  $m=1$  (1).

(2) הראה שלכל  $m$  מתקיים:  $S_m = \frac{S_1}{m}$ .



- . נתון:  $(x) = \ln(f(x))$  היא פונקציה רציפה וגזירה לכל  $x$ . נסמן  $(x)$  הפונקציה  $(x)$  מוגדרת לכל  $x > 0$  ולכל  $x < 0$ , ורק שם. בתחום  $2 \leq x \leq 4$   $f'(x) = 0$ , רק עבור  $x = 3$ . בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה  $(x)$ . הפונקציה  $(x)$  מתאפסת רק בנקודות שבחן  $x = -2$  ו- $x = 1$ .



- א. מצא את  $f(1)$ ,  $f(0)$  ו- $f(-2)$ .
- ב. מה הם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה  $(x)$ ? נמק.
- ג. מה הם שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $(x)$  עם כל אחד מן הציריים? נמק.
- ד. לפונקציה  $(x)$  יש שתי אסימפטוטות אופקיות. כתוב את משוואותיהן.
- ה. מה הם תחומי עלייה ותחומי הירידה של הפונקציה  $(x)$ ? נמק.
- ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $(x)$ .

ז.סביר מדוע:  $\int_{-2}^1 f(x) dx > 3$ .

**תשובות ל מבחון בגרות 29 – קיץ תשע"ח, 2018, מועד א:**

. א.  $x = \frac{3}{2} - \frac{3}{2}a$  . 1

.  $R = 2a + 2$  ,  $M(4+a, 0) \leftarrow (x - (4+a))^2 + y^2 = (2a+2)^2$  ב.

.  $y^2 = 60x$  ,  $a = 11$  (2). ג. (1) פרבולה קנונית.

.  $13x + 4y - 16z - 20 = 0$  . א. 2

.  $\underline{x} = (0, 5, 0) + t(4, -1, 3)$  ,  $\underline{x} = (4, 0, 2) + r(2, -a, 2)$  ב. (1)

(2) אינם נחתכים ואיינם מקבילים.

ג. (1) (2) לא. .  $a \approx 5.99$

. א. 3 ב. על פי חישוב (המරחק AC שווה למרחק BC) .  $z_1 \cdot z_2 = r^2 i$

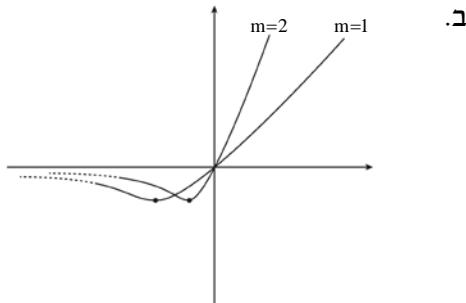
.  $D(625, 625)$  ,  $C(-1, -1)$  או  $D(-625, -625)$  ,  $C(1, 1)$  ג. (1)

.  $S_{BDAC} = 626$  (2)

. א. 4 כל x . (.  $(\frac{\ln 0.5}{m}, -\frac{1}{4})$  (4) .  $y = 0$  (3) .  $(0, 0)$  (2) . ג. (. 1)

.  $S_m = \frac{\ln 2}{4m} - \frac{1}{8m}$  (1) . ג.

(2) הוכחה.

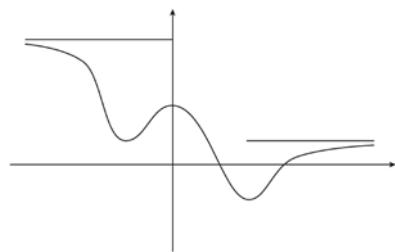


. א. 5  $f(1) = 1$  ,  $f(0) = e$  ,  $f(-2) = 1$

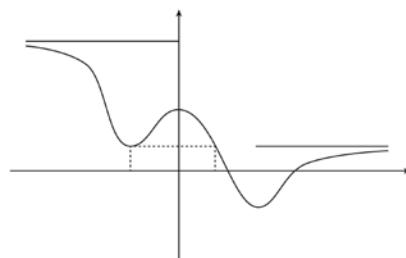
ב. תחום חיוביות :  $2 < x < 4$  ,  $x < 2$  ,  $x > 4$  , תחום שליליות :

.  $y = 1$  ,  $y = e^2$  . ד .  $(4, 0)$  (2, 0) (0, e) ג.

ה. תחום ירידיה :  $x > 3$  ,  $-2 < x < 0$  ,  $x < -2$  ,  $0 < x < 3$



ז. שטח זה גדול משטחו של מלבן שצלעותיו חן באורך 3 ו- 1  
(המלבן המוקוקו בشرطוט).



מורדים את האפליקציה AVA.MY.



**איך משתמשים  
בחוורות?**

סורקים את הברקוד המופיע ליד כל שאלה



צופים בסרטון ההסבר המלא לשאלה





## מבחן בגרות מס' 30

קי"ץ תשע"ח, 2018, מועד ב'

**פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטוריים, טריגונומטריה במרחב,  
מספריים מרוכבים**

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

נתונה הפרבולה הקנונית  $y^2 = 2px$ .  $p > 0$  הוא פרמטר.  
הנקודות  $A(x_1, y_1)$  ו-  $B(x_2, y_2)$  נמצאות על הפרבולה.

נתון: שיפוע הישר  $AB$  הוא  $\frac{4}{3}$ ,  
שיעור ה-  $y$  של אמצע הקטע  $AB$  הוא 9.  
א. מצא את משוואת הפרבולה.

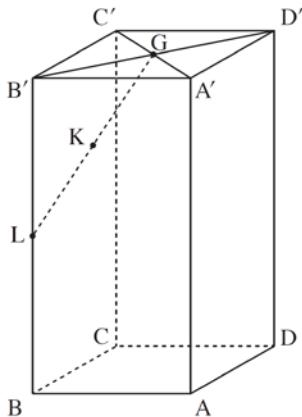
1.1



לצפייה בפתרון

- נתון: המשיקים לפרבולה דרך הנקודות  $A$  ו-  $B$  מאונכים זה לזה.  
ב. מצא את שיעורי הנקודות  $A$  ו-  $B$  (הנקודה  $A$  נמצאת בריבוע הראשון).  
ג. מצא עוד זוג נקודות על הפרבולה שהמשיקים דרכן לפרבולה  
מאונכים זה לזה.

►.2



בティבה' ABCDA'B'C'D' הנקודה L  
היא אמצע המקצוע 'BB',  
והנקודה G היא מפגש האלכסונים של  
הפאה 'A'B'C'D'.  
הנקודה K היא אמצע הקטע LG (ראה ציור).  
נסמן:  $\underline{w} = \underline{LG}$ ,  $\underline{w} = \underline{AK}$ ,  $\underline{w} = \underline{AD}$ .  
א. הבע באמצעות  $\underline{w}$ ,  $\underline{w}$  ו-  $\underline{w}$  את  $\overrightarrow{DK}$ .  
ב. הוכיח שהנקודה K נמצאת על האלכסון 'DB'.  
ומצא את היחס  $\frac{\overline{DK}}{\overline{DB}}$ .



ה המשך של הקטע AK חותך את המישור 'BCC'B' בנקודה F.

$$\text{נתון: } \overrightarrow{AF} = s \cdot \underline{u} + t \cdot \underline{w}$$

ג. (1) מצא את  $s$  ואת  $t$ , והראה כי הנקודה F נמצאת על המקצוע 'B'C'.

$$(2) \text{ מצא את היחס } \frac{\overline{BF}}{\overline{B'C'}}$$

►.3

$z_A, z_B, z_C$  ו-  $z_D$  הם שלושה מספרים מרוכבים שונים זה מזה המייצגים את הנקודות A, B, C במישור גאוס, בהתאם.

נתון:  $|z_A| = |z_B| = |z_C| = \sqrt{65}$ , הנקודה A נמצאת בריבוע הראשוני,  $(8-i)z = (8+i)\bar{z}$ .

א. (1) מצא את  $z_A$  ואת  $z_C$ .  
(2) הסבר מדוע  $\angle ABC = 90^\circ$ .

$$\text{נתון: } AB = BC$$

ב. מצא את  $z_B$  (מצא את שתי האפשרויות).

נתון: הנקודה B נמצאת בריבוע השני.

ג.  $a_n$  היא סדרה הנדסית שבה  $a_1 = z_A$  ו-  $a_2 = z_B$ .

נתון: m הוא מספר טבעי כך שסכום m האיברים הראשונים של הסדרה  $a_n$  הוא 0.

הסביר מדוע m מתחילה ב-4 ללא שארית.



**פרק שני – גזילה ודעיכה, פונקציות מעירכיות ולוגריתמיות,  
פונקציות חזקה עם מעירץ רצינוני, פונקציות עם שורשים**

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x - x}$ .

נסמן:  $x - g(x) = e^x$ .



א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$  ?

(2) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $(x), g(x)$ ,

והסביר מדוע לכל  $x$  מתקיים:  $1 \geq x - e^x$ .

ב. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $(x)$  ? נמק.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$

המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם  
הצירים (אם יש כאלה).

(4) הראה כי  $f'(x) = \frac{2e^x - xe^x - 1}{(e^x - x)^2}$ .

ידעו כי הביטוי  $1 - 2e^x - xe^x$  מוגדר לכל  $x$  וחיובי בתחום  $1 \leq x \leq -1$ .

ג. (1) חשב את  $f'(-1)$  ואת  $f'(1)$ , וسرטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  בתחום  $-1 \leq x \leq 1$ .

(2) הסתמך על הסעיפים הקודמים והסביר מדוע לפונקציה  $f(x)$  יש  
לפחות שתי נקודות קיצון בתחום ההגדרה שלה כולם.

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי ציר ה- $x$ , על ידי הישר  $x = -1$  ועל  
ידי גרף הפונקציה  $f(x)$  בתחום  $0 \leq x \leq -1$ .

5.



נתונה הפונקציה :  $f(x) = \ln(e^{2x} + b)$ .  $b > 0$  הוא פרמטר.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).

נתונה הפונקציה :  $g(x) = \ln(e^x + be^{-x})$ .

ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ .

ג. (1) הוכח :  $f(x) - g(x) = x$ .

(2) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו-  $g(x)$  (אם צריך, הבע באמצעות  $a$ ).

נתון כי נקודת המינימום של הפונקציה  $g(x)$  נמצאת על האסימפטוטה של הפונקציה  $f(x)$ .

ד. מצא את ערך הפרמטר  $b$ .

ה. הצב  $a = 4$  וسرטט במערכת צירים אחת סקיצה של הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו-  $g(x)$ .

### תשובות ל מבחון בגרות 30 – קיץ תשע"ח, 2018, מועד ב:

. א.  $B(1.5, -6)$  . ב.  $y^2 = 24x$

ג. יש אינסוף זוגות נקודות כאלה, שמכפלת שיעורי ה $y$  שליהם היא  $-144$ ,

למשל:  $(6, -12), (6, 12)$  או  $(1.5, 6), (24, -24)$ .

. א. 2  $\cdot \frac{DK}{DB} = \frac{3}{4}$  ב.  $\vec{DK} = \frac{3}{4}\underline{w} - \frac{3}{4}\underline{u} + \frac{3}{4}\underline{v}$

ג.  $\frac{B'F}{B'C'} = \frac{1}{3}$  (2) .  $S = \frac{1}{3}, t = 1$  (1)

. א. 3  $z_C = -8 - i = \sqrt{65} \operatorname{cis} 187.125^\circ$ ,  $z_A = 8 + i = \sqrt{65} \operatorname{cis} 7.125^\circ$  (1)

(2) מתקבל מעגל קניוני שבו  $AC$  קוטר ו-  $B$  נמצאת על היקף המעגל, כך ש  $\angle CAB$

הינה זוויות היקפית הנשענת על הקוטר.

.  $z_B = 1 - 8i = \sqrt{65} \operatorname{cis} -82.875^\circ$  או  $z_B = -1 + 8i = \sqrt{65} \operatorname{cis} 97.125^\circ$  ב.

ג. נתון  $S_m = 0$  ולכן מתקבש  $S_m = 0$

.  $[\operatorname{cis} 90^\circ]^m - 1 = 0$  ולכן  $q = \operatorname{cis} 90^\circ$

$\operatorname{cis} 90m = 1$

כלומר:  $90m = 360k$

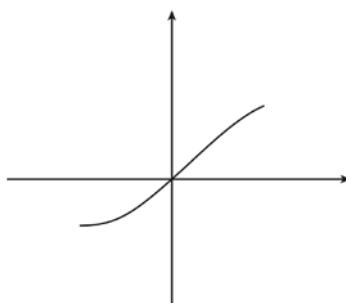
$m = 4k$

. א. 4 כל  $x$  . (1)  $\min(0, 1)$  (2)  $\max(0, 1)$  . לפונקציה יש נקודת מינימום מוחלט בנקודה  $(0, 1)$

לכן  $g(x) \geq 1$  לכל  $x$ , קלומר  $1 \geq x - e^x$  לכל  $x$

. ב. 1 כל  $x$  . (1)  $(0, 0)$  (3) .  $x < 0 : y = 0$  ,  $x > 0 : y = 1$  (2) . (4) הוכחה.

.  $f(1) = 1$  ,  $f(-1) = \frac{1-e}{1+e} = -0.46$  (1) ג.



$x = -5$   $f'(0) = 1$ ,  $f'(-5) = -0.038$  (2)

לפחות נקודת שפה  $f'(x) = 0$  והיא נקודת מינימום של הפונקציה.

$x = -5$   $f'(0) = 1$ ,  $f'(5) = -0.021$

לפחות נקודת שפה  $f'(x) = 0$  והיא נקודת מקסימום של הפונקציה.

$$D. S = \ln(1 + \frac{1}{e})$$

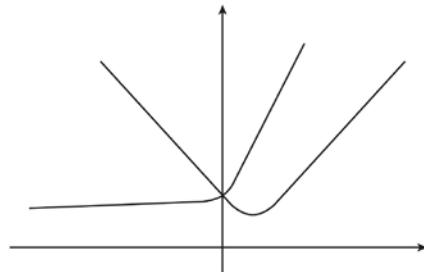
5. א. (1) כל  $x$ . (2) עולה בכל תחום הגדרתה.

ב. כל  $x$ .

ג. (1) הוכחה. (2)  $(0, \ln(1+b))$

$$D. b = 4$$

ה.



ריצים את כל הפתרונות לכל שאלות בחינות הבגרות?

הכי פשוט להיכנס  
ל-LI.O.MY.GEVA.CO  
ולצפות בפתרונות וידאו  
מלאים לכל השאלות!



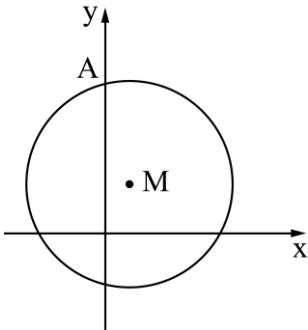


## מבחון בגרות מס' 31

### חורף תשע"ט, 2019

**פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,  
מספרים מרוכבים**

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.



מעגל שמרכזו  $M$  חותך את החלק החיובי של ציר ה- $y$  –  
בנקודה  $A$ , כמתואר בציור שלפניך.  
מרכז המעגל העברי אכן לציר ה- $-y$ , החותך את  
הציר בנקודה  $E$ .  
נתון כי  $AE = 6$ .

נתון גם כי מרחק הנקודה  $M$  מראשית הצירים הוא  
מחצית מן האורך של רדיוס המעגל.

1.   
מתקן אוטו  
לצפייה בפתרון

א. הוכח כי המוקם הגאומטרי של כל הנקודות  $M$   
המקיימות את נתוני השאלה נמצא על אליפסה,  
ומצא את משוואתה.

נסמן ב- $F_1$  וב- $F_2$  את מוקדי האליפסה שאת משווהתה מצאת בסעיף א.  
הנקודות  $D_1$  ו- $D_2$  הן נקודות על האליפסה.

שיעור ה- $y$  של  $D_1$  חיובי ושיעור ה- $-y$  של  $D_2$  שלילי.

ב. (1) מצא את השטח הגדול ביותר האפשרי עבור המרובע  $F_1D_1F_2D_2$ . נמק.

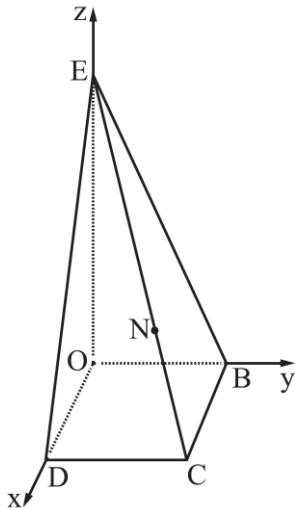
(2) האם קיימים מרובע  $F_1D_1F_2D_2$  בעל היקף גדול יותר? נמק.

►.2



סקירה נוספת

לצפייה בפתחון



נתונה פירמידה OABCDE שבבסיסה OBCD הוא ריבוע.  
המקצوع OE מאונך למשור הבסיס.

$$\text{נתון: } OE = 12, OD = 4.$$

מיקמו את הפירמידה במערכת צירים כך שהנקודה O היא ראשית הצירים והנקודות D, B, E, C נמצאות על הצירים x, y, z בהתאם (כמפורט בציור).  
א. מצא את הצעגה הפרמטרית של הישר EC.

הנקודה N נמצאת על המקצוע EC. מן הנקודה N מורידים אנך לבסיס הפירמידה החותך אותו בנקודה F.

ברוחק הנקודה F מציר ה-z הוא 3.

ב. מצא את שיעורי הנקודה N.  
ג. מצא את גודל הזווית שבין המישור BCN ובין בסיס הפירמידה OBCD.

K היא נקודה על המקצוע EC כך ש-KOBCD הוא פירמידה ישרה (OBSOBED בבסיס הפירמידה).

ד. מצא את הצעגה הפרמטרית של הישר שעליו מונח הגובה לבסיס מן הנקודה K.

►.3



מרוכב.

א. מצא את כל הפתרונות של המשוואה  $\bar{z}^3 = \bar{z}$ .  $z \neq 0$  הוא מספר

ב. (1) מצא את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות במישור גauss המקיים  $z^2 \cdot (\bar{z})^2 = 1$ .

(2) הראה כי כל הפתרונות של המשוואה בסעיף א נמצאים על המקום הגאומטרי שמצוות בתת סעיף (1).

ג. (1) את הנקודות שמתאימות לפתרונות המשוואה שמצוות בסעיף א מסובבים בזווית  $45^\circ$  (נגד כיוון השעון). נתון שככל אחד מן הנקודות המתיקבות

לאחר הסיבוב מתאימה למספר המקיים את המשוואה  $z^4 = a$ .  
מצא את  $a$ .

(2) את הנקודות שמתאימות לפתרונות המשוואה שמצוות בסעיף א מסובבים בזווית  $\alpha$  (נגד כיוון השעון).

הוכח שסכום המספרים המתאימים לנקודות המתיקבות לאחר הסיבוב שווה ל-0.

## פרק שני – גדרה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות, פונקציות חזקה עם מעריך רצינוני, פונקציות עם שורשים

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4.

$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{e^{ax} - e^x}{e^{ax} - 3e^x + 2}, \text{ } a \text{ הוא פרמטר.}$$

לפונקציה יש אסימפטוטה אנכית  $\ln 2 = x$ .

א. מצא את  $a$ .



- . הציב את הערך של  $a$  שמצאת, וענה על הסעיפים ב - ה .  
ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $(x)$   $f$  והראה כי עבור כל

$$f(x) = \frac{e^x}{e^x - 2} \quad 0 \neq x \text{ בתחום מתקין :}$$

- ג. (1) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה  $(x)$   $f$ .  
(2) מצא את תחומי העליה ואת תחומי הירידה של הפונקציה  $(x)$   $f$  (אם יש כאלה).  
(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $(x)$  .

$$h(x) = \frac{e^x}{e^x - 2} - \frac{1}{2} \quad \text{מגדירים פונקציה}$$

- ד. (1) רשום את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה  $(x)$   $h$ .  
(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $(x)$  .  
(3) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $(x)$   $h$ , על ידי ציר ה -  $x$  ועל ידי הישר  $\ln 16 = x$  והישר  $\ln 8 = x$  .

- נתון: הפונקציה  $(x)$   $h$  סימטרית ביחס לישר  $\ln 2 = x$ .  
הנקודות A ו- B נמצאות על גרף הפונקציה  $(x)$   $h$ , והן סימטריות ביחס  
ליישר  $\ln 2 = x$  .  
שיעור ה -  $x$  של הנקודה A הוא  $\ln 8$  .  
ה. מצא את שיעורי הנקודה B.

5.



- (x)  $f$  היא פונקציה גזירה לכל  $x$  בתחום ההגדרה שלה.
- א. הראה שלפונקציה  $(x) f$  ולפונקציה  $e^{f(x)}$  יש נקודות קיצון באותם שיעורי  $x$ , ונקודות הקיצון האלה הן מאותו סוג (מינימום או מקסימום).
- נתון כי  $(x^n) f = x \ell n(x)$ .  $n$  הוא פרמטר טבעי.
- ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $(x) f$ . התייחס לערכים שונים של  $n$ .
- ג. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $(x) f$  עם ציר ה- $x$ . התייחס לערכים שונים של  $n$ .
- נתון: גרף הפונקציה  $(x) f$  חותך את ציר ה- $x$  בשתי נקודות.
- ד. (1) הראה כי הפונקציה  $(x) f$  היא אי-זוגית
- (2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $(x) f$ , וקבע את סוגן (אם צריך - הבע באמצעות  $n$ ).
- (3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $(x) f$  עבור  $n=2$ .
- ה. היעזר בתשובהך על סעיף א, מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $e^{x \ell n(x^n)}$  ( $n$  טבעי), וקבע את סוגן (אם צריך - הבע באמצעות  $n$ ).

### תשובות ל מבחון בגרות מס' 31 – חורף תשע"ט, 2019:

$$1. \text{ A. } \frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{9} = 1$$

- ב. (1). השטח המקסימלי מתקיים עבור המשולשים בעלי הגובה  $S_{F_1 D_1 F_2 D_2} = 6\sqrt{3}$ .
- (2). לא למרובע יש היקף קבוע של  $8\sqrt{3}$ .

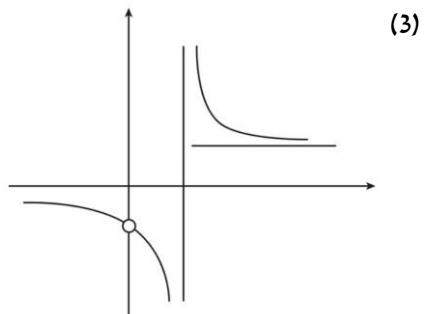
$$2. \text{ A. } 71.565^\circ. \text{ B. } N(3,3,3). \text{ C. } EC = \underline{x} = (0,0,12) + t(1,1,-3) \\ . \underline{x} = (2,2,0) + s(0,0,1)$$

$$3. \text{ A. } a = -1. \text{ B. } (1) x^2 + y^2 = 1. \text{ C. } (1) \text{ הוכחה}. \text{ D. } (2) \text{ הוכחה}.$$

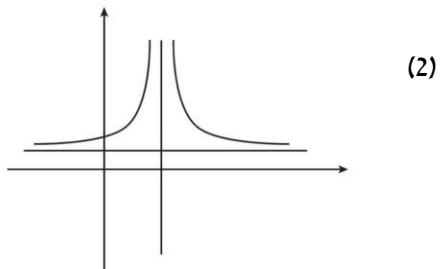
.  $y = 0$ ,  $y = 1$ ,  $x = \ln 2$  (1). ו .  $x \neq \ln 2$ ,  $x \neq 0$ . ב .  $a = 2$  (1). נ. 4

. ירידה : אין .  $x < 0$ ,  $0 < x < \ln 2$ ,  $\ln 2 < x$  : (2)

$$y = \frac{1}{x}, x = \ln 2 \text{ (1). ו}$$



. 0.500724 (3)

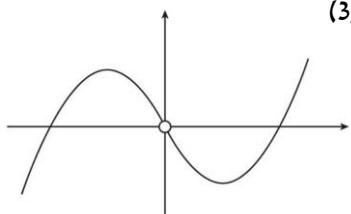


$$B(-\ln 2, \frac{5}{6}) \text{ ה.}$$

. א. הוכחה. ב. עבור  $x$  אי זוגי :  $x > 0$ , עבור  $x$  זוגי :  $x \neq 0$

. ג. עבור  $x$  אי זוגי :  $(1, 0), (-1, 0)$ , עבור  $x$  זוגי :  $(1, 0)$

$$(3) \quad \max\left(-\frac{1}{e}, \frac{n}{e}\right), \min\left(\frac{1}{e}, -\frac{n}{e}\right) \text{ ד. (1) הוכחה. (2)}$$



$$\cdot \max\left(-\frac{1}{e}, e^{\frac{n}{e}}\right), \min\left(\frac{1}{e}, e^{-\frac{n}{e}}\right) \text{ ה.}$$

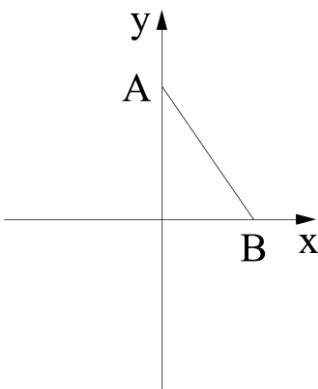


## מבחון בגרות מס' 32

**קיץ תשע"ט, 2019, מועד א**

**פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,  
מספרים מרוכבים**

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.



1.

- נתון: הנקודה A נמצאת על ציר ה- y , והנקודה B נמצאת על ציר ה- x (ראה ציור).  
הנקודה M היא אמצע הקטע AB .  
א. מצא את המשווהה של המיקום הגאומטרי של כל הנקודות M שנבנו כך, וזהה את המיקום הגאומטרי זהה.



נתון: הנקודה L נמצאת על הקטע AB

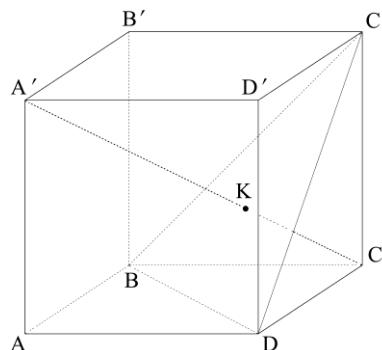
$$\text{כך ש- } t > 0 . \frac{AL}{LB} = t$$

- ב. הביע באמצעות t את המשווהה של המיקום הגאומטרי של כל הנקודות L שנבנו כך, וזהה את המיקום הגאומטרי זהה.  
ג. בעבור أيiza ערך של t המיקום הגאומטרי שמצוות בסעיף ב מתלכד עם המיקום הגאומטרי שמצוות בסעיף א? נמק.  
ד. האם קיימים  $0 < t$  שבבערו המיקום הגאומטרי שמצוות בסעיף ב חותך את ציר ה- x בנקודה  $(5,0)$ ? נמק.

►.2



לצפייה בפתרון



'D'ABCDA'B'C'D' היא קובייה שאורך צלעה הוא 6 (ראה ציור).  
הנקודה B נמצאת על ראשית הצירים.

א. חשב את גודל הזווית שבין הקטע  $A'C$  ובין הקטע  $B'C'$ .

ב. הוכח שהישר  $C'A$  מאונך למשור  $BC'D$ .

הנקודה K היא נקודת החיתוך של הישר

$BC$  עם המשור  $A'C$ .

ג. מצא את היחס  $\frac{A'K}{A'C}$ .

הנקודה O היא נקודת החיתוך של

אלכסון הבסיס  $AC$  עם אלכסון הבסיס  $BD$ .

ד. הוכח שהנקודה K נמצאת על הקטע  $C'O$ .

א. (1) הוכח כי לכל מספר מרוכב  $z$  מתקיים  $|z|^2 = z \cdot \bar{z}$ .

(2) הוכח כי אם המספר המרוכב  $z$  נמצא על מעגל היחידה, אז גם

המספר  $\frac{1}{z}$  נמצא על מעגל היחידה.

ב. (1) הראה כי בעבר כל מספר מרוכב  $z$  הנמצא על מעגל היחידה, הסכום

$$z + \frac{1}{z}$$

(2)  $z_1$  ו-  $z_2$  הם מספרים מרוכבים הנמצאים על מעגל היחידה. נתון כי

הרכיבים המודומים של  $z_1$  ו-  $z_2$  הם חיוביים. הוכח כי אם :

$$z_1 + \frac{1}{z_1} + z_2 + \frac{1}{z_2} > 2$$

$$0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \text{ הוא מספר מרוכב. נתון : } w = 1 \cdot \text{cis}(\alpha)$$

נתונה סדרה הנדסית שהאיבר הראשון שלה הוא  $\frac{1}{w}$  והאיבר השני הוא  $w$ .

נתון כי סכום 5 האיברים הראשונים בסדרה הנדסית שווה ל- 0.

ג. (1) הבע באמצעות  $\alpha$  את מנת הסדרה, והסביר מדוע כל איברי הסדרה

נמצאים על מעגל היחידה.

(2) מצא את  $\alpha$  (מצא את שתי האפשרויות).

►.3



## פרק שני – גדרה ודעיכה, פונקציות מערכיות ולוגריתמיות, פונקציות חזקה עם מערך רצינוני, פונקציות עם שורשים

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4 ►

נתונה הפונקציה:  $f(x) = \ln\left(\frac{e^x}{e^x + 1}\right)$ , המוגדרת לכל  $x$ .



א. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

(2) מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).

(3) מצא את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה  $f(x)$ .  
המקבילה לציר ה-  $x$ .

(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ג. (1) הוכח כי  $f(x) = x - \ln(e^x + 1)$ .

(2) הסבר מדוע גרף הפונקציה  $f(x)$  נמצא כולם מתחת ליישר  $y = x$ .

ד. נתונה הפונקציה  $g(x) = \frac{1}{\sqrt{e^x + 1}}$ , המוגדרת לכל  $x$ .

(1) מה הם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה  $g(x)$ ?  
(אם יש כאלה)?

**ר<sub>1</sub> > 1 הוא פרמטר.**

זה zwar בנגזרת הפונקציה  $f(x)$  וזה כי נפח גון חסיבוב  
השיטות אגבול על ידי גרף הפונקציה  $g(x)$ , על ידי חישוב  
ויש ידי הישוב  $\pi \ln\left(\frac{2}{e+1}\right)$ .

פרט את חישוביך.



נתונה משפחת הפונקציות  $f(x) = \frac{e^{-mx}}{1+x^2}$ .  $m$  הוא פרמטר.

עננה על הסעיפים א-ב בעבור  $0 \leq m$ .

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציות  $(x)f$ ?

(2) מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציות  $(x)f$

(אם יש כאלה). נמק.

(3) נתון כי כל הפונקציות  $(x)f$  מן המשפחה חותכות זו את זו בנקודה אחת. מצא את שיעוריה.

ב. (1) בעבור  $0 \leq m$  מצא את הערכים של  $m$  שבעבורם הנגזרת  $(x)'f$ :

(i) אינה מתאפסת בשום נקודה.

(ii) מתאפסת בנקודה אחת בדיק.

(iii) מתאפסת בשתי נקודות בדיק.

(2) בסוף השאלה נתונים שלושה גרפים (I – III) של פונקציות מן

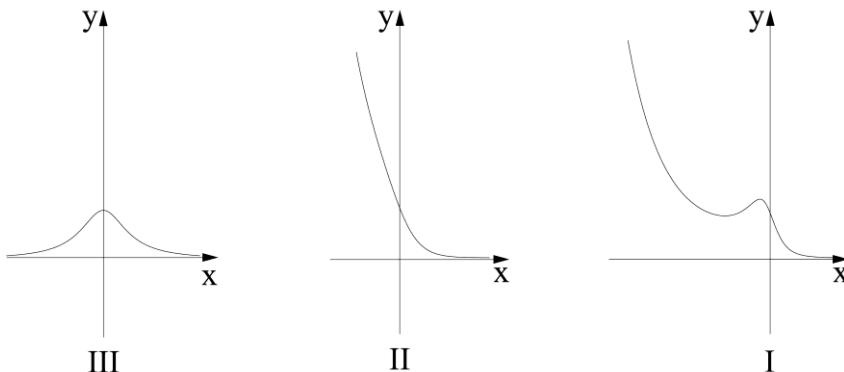
המשפחה  $(x)f$  בעבור  $0 \leq m$ . ידוע כי  $1 \neq m$  וכי כל אחד מן

הגרפים מתאים לערך או לטווח ערכים אחר של  $m$ .

התאם לכל גраф מבין השלושה את הערך או את טווח הערכים של  $m$  המתאים לו. נמק.

עננה על סעיף ג. תוכל להיעזר בגרף המתאים מבין הגרפים I – III.

ג. סרטט סキיצה של גרפ ההפונקציה  $(-x)f$  בעבור  $0 < m < 1$ .



## תשובות ל מבחון בגרות 32 – קיץ תשע"ט, 2019, מועד א:

א.  $x^2 + y^2 = 4$ , מעגל קניוני ורדיוסו 2.

ב.  $t=1$  .  
 $\frac{x^2}{\left(\frac{4t}{t+1}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{4}{t+1}\right)^2} = 1$  או  $\frac{(t+1)^2 x^2}{t^2} + (t+1)^2 y^2 = 16$

ד. לא.

2. א.  $\frac{A'K}{A'C} = \frac{2}{3}$ . ב. הוכחה. ג. הוכחה.

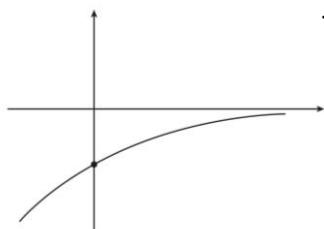
3. א. (1) הוכחה. (2) הוכחה. ב. עבור  $z = r cis \theta$  (1)  $z + \frac{1}{z} = 2 \cos \theta$  (2)  $z = r cis \theta$

ג. (1)  $\alpha = \frac{2\pi}{5}$  או (2)  $\alpha = \frac{\pi}{5}$   $q = cis 2\alpha$

4. א. (1) אין חיתוך עם ציר  $x$ , חיתוך עם ציר  $y$  : (0, -ln 2)

ב.  $f(x) = y = 0$  (3) שילנית לכל  $x$ , חיובית לאט  $x$ .

ג.  $f(x)$  עולה לכל  $x$ , יורדת לאט  $x$ .



ה. (1) הוכחה. (2) הוכחה. ד. (1)  $g(x)$  חיובית לכל  $x$ , שילנית לאט  $x$ .

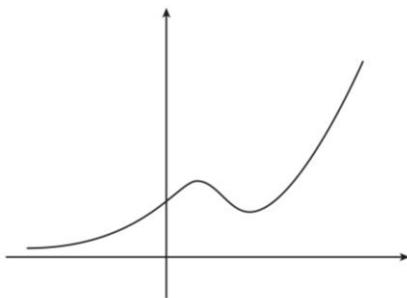
(2) הוכחה.

5. א. (1) כל  $x$ . (2)  $f(x)$  חיובית לכל  $x$ , שילנית עבור אט  $x$ .

ב. (1)  $0 < m < 1$  (III),  $m = 1$ ,  $m = 0$  (II).  $m > 1$  (I).

ג.  $m = 0$  : III.  $m > 1$  : II.  $0 < m < 1$  : I.

ג.





## מבחן בגרות מס' 33

קי"ג תשע"ט, מועד ב'

**פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,  
מספרים מרוכבים**

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

נתון מעגל שימושו אותו היא:  $x^2 + y^2 = a^2$ . a הוא פרמטר חיובי.  
הזיזו את המעגל ימינה (זהזה אופקי) כך שיישיק לציר ה- $y$ .

- א. הביע באמצעות a את משוואת המעגל שהתקבל.  
ב. בונים מעגל המשיך מבחן המעגל שב壽יף א' ומשיק גם לציר  
ה- $y$ . שיעור ה- $x$  של מרכזו המעגל שבונים הוא חיובי.  
מצאת משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאים מרכזי המעגלים  
הנבנים כך (אם יש צורך, השתמש ב- a)



הישר  $x + 3y = 0$  משיק בנקודה M למקום הגאומטרי שאת משווהתו  
מצאת בסעיף ב.

ג. מצא את a.

- ד. רשם את שיעורי נקודת ההשקה של שני המעגלים האלה:  
(1) המעגל שהתקבל בסעיף א.  
(2) המעגל שנבנה כמתואר בסעיף ב' ומרכזו בנקודה M.

•2



לצפייה בפתרונות

נתונה פירמידה SABCD, שבבסיס, ABCD, הוא ריבוע (ראה ציור).  
הנקודה O היא נקודת חיתוך אלכסוני הבסיס.

.  $t > 0$  ,  $\overrightarrow{SP} = t \cdot \overrightarrow{SD}$  הנקודה P היא נקודה על הקטע SD , והוא מקיימת  $\overrightarrow{AS} = w$  ,  $\overrightarrow{AD} = v$  ,  $\overrightarrow{AB} = u$  נסמן :

א. הביע את הוקטור  $\vec{OP}$  באמצעות ו, ו

. t-1 w

ב. מצא בעבור איזה ערך של  $t$ , OP מקבל למשורר הפאה SAB.

נתון: אורך צלע הריבוע ABCD הוא 4, AS מאונך לבסיס הפירמידה,  $AS = 4\sqrt{2}$ . הנקודות הנקודה A היא ראשית הצירים. הנקודות B, C ו- S נמצאות על החלק החיובי של הצירים x, y ו- z בהתאם.

ג. מצא בעברו אילו ערכיים של  $\tau$ , הישר OP יוצר זווית של  $45^\circ$  עם מישור הפאה . SAD

הנקודה T נמצאת על הקטע SC כך ש- TABCD היא פירמידה ישרה.  
ד. מצא את נפח הפירמידה TABCD.

►.3



נתונה סדרה הנדסית שהאיבר הראשון שלה הוא 1 והאיבר השני שלה הוא  $iz$  ( $z$  הוא מספר מרוכב).

נתון כי הסדרה איננה קבוצה.

א. (1) רשום את חמישת האיברים הראשונים של הסדרה  
(אם יש צורך, הבע באמצעות  $z$ ).

(2) הוכח כי סכום חמישת האיברים הראשונים בסדרה שווה ל-

$$\cdot \frac{z^5 + i}{z + i}$$

ב. (1) מצא את כל הפתרונות של המשוואה  $-i = z^5$  ( $z$  הוא מספר מרוכב).

(2) מצא את כל הפתרונות של המשוואה  $0 = 1 + iz - z^2 - iz^3 + z^4$   
( $z$  הוא מספר מרוכב).

הנקודה A נמצאת בربיע השלישי במישור גאוס, והיא מתאימה לאחד מפתרונות המשוואה שפתרת בתת-סעיף ב(2).

ABO הוא משולש שווה צלעות במישור גאוס (O - ראשית הצירים).

ג. מצא את המספר המרוכב המתאים لنקודה B  
(מצא את שתי האפשרויות).

## פרק שני – גזילה ודעיכה, פונקציות מערכיות ולוגריתמיות, פונקציות חזקה עם מערך רצינוני, פונקציות עם שורשים

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

► 4

נתונה הפונקציה  $f(x) = \ln(x^2 + ax + 1)$ .

a הוא פרמטר,  $-2 < a < 2$ .

א. הראה שהפונקציה  $f(x)$  מוגדרת לכל  $x$ .



ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר

ה-  $x$  (אם יש צורך, הביע באמצעות  $a$ ).

ג. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבע את סוגה

(אם יש צורך, הביע באמצעות  $a$ ).

ד. בסוף השאלה מוצגים שלושה גרפים (I–III) המתארים את גרף

הפונקציה  $f(x)$  כתלות בפרמטר  $a$ .

כל אחד מן הגרפים מתאים לאחד מן התחומים (1)–(3) של  $a$ :

$$(1) \quad 0 < a < 2$$

$$(2) \quad -2 < a < 0$$

$$(3) \quad a = 0$$

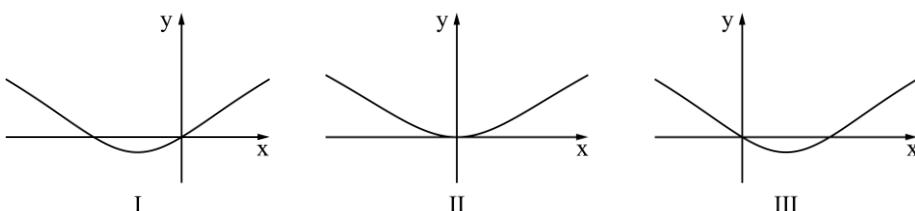
כתבו איזה מתחומי הערכים (1)–(3) מתאים לכל אחד מן הגרפים.

ענה על סעיף ה בעבור  $a$  המקיים  $-2 < a < 0$ .

נסמן ב-  $S$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$  ועל ידי ציר

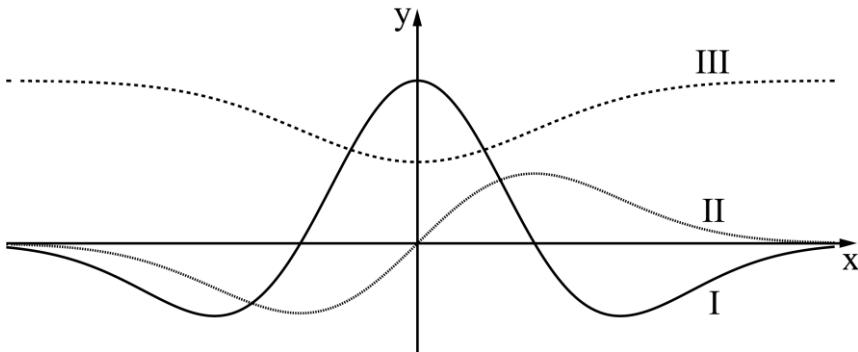
ה-  $x$ .

ה. הביע באמצעות  $a$  ו-  $S$  את האינטגרל:

$$\int_0^{-a} \ln(4x^2 + 4ax + 4) dx$$




לפניך סרטיות המתאר את הגרפים של הפונקציות  $f'$ ,  $f''$ ,  $f'''$ , המוגדרות לכל  $x$ . הגרף III נמצא כולו מעל הגרף II.



א. התאם כל אחד מן הגרפים III, II, I לפונקציות  $f'''$ ,  $f''$ ,  $f'$ ,  $f$  נמק את קביעתך.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה  $(x)f$  והנקודה B נמצאת על גרף הפונקציה  $(x)f'$ , כך שהקטע AB מקביל לציר ה- $y$ .

$$\text{נתון כי } f'(x) = x \cdot e^{-x^2}$$

ב. מצא בעברו איזה ערך של  $x$  אורך הקטע AB יהיה מינימלי, ובעבור איזה ערך של  $x$  אורך הקטע AB יהיה מקסימלי.

$$\text{נתון כי האורך המקסימלי של הקטע AB שווה ל- } \frac{1}{2e}.$$

ג. מצא את הפונקציה  $f(x)$ .

### תשובות ל מבחון בגרות 33 – קיז תשע"ט, 2019, מועד ב' :

$$\text{. } (3,3) \text{ . } \mathbf{T} \text{ . } a=3 \text{ . } \mathbf{a} \neq 0, y^2=4ax \text{ . } (x-a)^2+y^2=a^2 \text{ . } \mathbf{N} \text{ . } \mathbf{1}$$

$$V = \frac{32\sqrt{2}}{3} \text{ . } \mathbf{T} \text{ . } t=1, t=\frac{2}{3} \text{ . } \mathbf{g} \text{ . } t=\frac{1}{2} \text{ . } \mathbf{B} \text{ . } \overline{OP} = -\frac{1}{2}\underline{u} + (t-\frac{1}{2})\underline{v} + (1-t)\underline{w} \text{ . } \mathbf{N} \text{ . } \mathbf{2}$$

$$\text{. } \mathbf{A} \text{ . } \mathbf{3} \text{ . } 1, iz, -z^2, -iz^3, z^4 \text{ (1) . }$$

$$\text{. } \text{cis}54^\circ, \text{cis}126^\circ, \text{cis}198^\circ, \text{cis}270^\circ, \text{cis}342^\circ \text{ (1) . } \mathbf{B}$$

$$\text{. } \text{cis}138^\circ, \text{cis}258^\circ \text{ . } \mathbf{g} \text{ . } \text{cis}54^\circ, \text{cis}126^\circ, \text{cis}198^\circ, \text{cis}342^\circ \text{ (2) }$$

4. א. הוכחה. ב. ג. . $(-a, 0)$ ,  $(0, 0)$

.  $-a \ln 4 - S$  . ה. II (3) . III (2) . I (1)

5. א.  $f''$  . II :  $f'$  . III :  $f$

.  $f(x) = -\frac{1}{2}e^{-x^2} + 1$  אורך מינימלי. ג.  $x = \frac{1}{2}$  ב.  $-1 = x$  אורך מקסימלי.



### הרשםו לאתר מייגבע וקbullet

ם פתרונות וידעו לשאלות מבחינות הבגרות

ונם מאגר של אלפי פתרונות וידעו ניספים

למןין שאלות לפי נושאים.



## מבחן בגרות מס' 34

חורף תש"ף, 2020

**פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,  
מספרים מרוכבים**

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

הנקודה A נמצאת על האלייפסה  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  בربיע הראשון. a ו- b הם פרמטרים חיוביים.

1.



נתון:  $b > a$ , אורך הציר הגדול של האלייפסה הוא 13.  
 $F_1$  ו-  $F_2$  הם מוקדי האלייפסה.

היקף המשולש  $F_1AF_2$  הוא 25 ושטחו 12.  
א. מצא את משוואת האלייפסה.  
ב. מצא את שיעורי הנקודה A.

לצפייה בפתרונות

דרך הנקודה A עוברת פרבולה שימושו אתה היא  $xy = 2px$   
( $p > 0$  ואיןו שלם).

דרך נקודה A העבירו משיק לפרבולה. המשיק חותך את ציר ה- x  
בקודה L.

ג. מצא את שיעור ה- x של הנקודה L.

הפרבולה והאליפסה נחתכות בנקודה נוספת, B.

הנקודה D נמצאת על הישר AB.

ד. מצא את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאות כל נקודות  
מפגשי התיכונים במשולשים ALD.

2.



lezpiya be-petron

- הישר  $\ell$  עובר דרך ראשית הצלירים, O, ומאונך למישור  $\pi$ .  
הנקודה  $(-1, -1, 2)$  היא נקודת החיתוך של הישר  $\ell$  והמישור  $\pi$ .  
א. מצא את משוואת הישר  $\pi$ .
- הנקודה OABCDEF היא פירמידה ישרה שבבסיסה, ABCD, הוא מלבן הנמצא על המישור  $\pi$  (הנקודה O היא ראשית הצלירים).
- הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של המישור  $\pi$  עם ציר ה- x ועם ציר ה- y בהתאמה.
- ב. (1) מצא את שיעורי הקודקודים A ו-B.  
(2) מצא את שיעורי הקודקודים C ו-D.
- ג. חשב את גודל הזווית בין הפאה הצדית AOB בפירמידה ABCDEF ובין בסיס הפירמידה.
- הנקודות  $G(-2, -4, 0)$  ו-  $F(-4, -2, 0)$  נמצאות על הקטע AB.

$$\text{ד. (1) הראה כי } |FG| = \frac{1}{3}|AB|.$$

(2) מצא שיעורים של שתי נקודות, H ו-I, כך שנפח הפירמידה OFGHI

$$\text{הוא } \frac{1}{3} \text{ מנפח הפירמידה ABCDEF. נמק את תשובתך.}$$

3.



- א. פתרו את המשוואה  $z^3 = -1$  ( $z$  הוא מספר מרוכב). פרט את חישוביך.
- $a_n$  היא סדרה הנדסית שהמנה שלה היא  $2i$ .
- ב. הראה כי לכל  $n$  טבעי  $a_{n+4} = 16a_n$ .
- הנקודות C, B, A ו-D במישור גauss מייצגות את איברי הסדרה  $a_1, a_2, a_3, a_4$  ו-  $a_1$  בהתאמה.
- ג. הוא אחד הפתרונות של המשוואה  $z^3 = -1$  הנקודה A נמצאת ברביע הראשון.
- ה. (1) סרטט סקיצה של המרובע ABCD.  
(2) מצא את שטח המרובע ABCD.

ד. הנקודות  $'A'$ ,  $B'$ ,  $C'$ ,  $a_7$ ,  $a_6$ ,  $a_5$  ו- $D'$  מייצגות את איברי הסדרה  $a_8$  בהתאמה. מצא את היחס בין שטח המרובע  $'A'B'C'D'$  ובין שטח

$$\text{המרובע } ABCD = \left( \frac{S_{A'B'C'D'}}{S_{ABCD}} \right) \text{ נמק.}$$

## פרק שני – גזילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מערכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

►.4



נתונה הפונקציה  $f(x) = e^{\left(\frac{a}{x-1}\right)} + c$  ו- $c$  הם פרמטרים.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

נתון: משווהת האסימפטוטה האופקית של הפונקציה  $f(x)$  היא

$y = 1$ , הפונקציה  $f(x)$  חותכת את ציר ה- $y$  בנקודה  $x = 0$ .

ב. מצא את הערך של  $c$  ואת הערך של  $a$ .

ג. (1) מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).

(2) מה הם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה)?

לפונקציה  $f(x)$  יש נקודת פיתול ייחודית בנקודה שבה  $x = -1$ .

ד. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

(2) לאילו ערכי  $k$  הישר  $y = k$  חותך את גרף הפונקציה  $f(x)$ ? נמק.

ה. העבירו משיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודת הפיתול שלה. המשיק עובר בראשית הצירים.

הסביר מדוע השטח הנמצא ברביע השני ומוגבל על ידי גרף

הפונקציה  $f(x)$ , על ידי המשיק ועל ידי ציר ה- $y$  קטן מ-

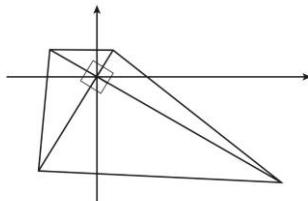
5.



- נתונה פונקציית הנגזרת של הפונקציה  $f(x) = \frac{\ell n(-x)+2}{x}$ .  
 לפונקציות  $f'(x)$  ו-  $f''(x)$  יש אותו תחום הגדרה.  
 א. (1) מצא את תחום הגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (3) מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה ווהקעירות כלפי מטה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. (1) מה הן משועורות האסימפטוטות המאונכות לצירים של פונקציית הנגזרת,  $f'(x)$ ?  
 (2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת,  $f'(x)$ .  
 נתון:  $f(-e^{-2}) = 0$ .  
 ג. (1) מצא ביטוי אלגברי לפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

### תשובות ל מבחנים בגרות מס' 34 – חורף תש"ף, 2020:

1. א. אפשר גם:  $\frac{x^2}{42.25} + \frac{y^2}{6.25} = 1$   
 $\cdot \frac{4x^2}{169} + \frac{4y^2}{25} = 1$   
 ב.  $x = 1.3$  . ז .  $x_L = -3.9$  . ג .  $A(3.9, 2)$
2. א.  $D(-2, 4, 4)$ ,  $C(4, -2, 4)$  (2)    $B(0, -6, 0)$ ,  $A(-6, 0, 0)$  (1). ב.  $x + y - 2z + 6 = 0$ . נ.
- ג.  $I(0, 2, 4)$ ,  $H(2, 0, 4)$  (2) לمثال: ד. (1) הוכחה. (2) הוכחה. ז.  $35.26^\circ$ .
3. א.  $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, -1, \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$  ב. הוכחה.
- ד. היחס הוא  $256 : 25$  (2)



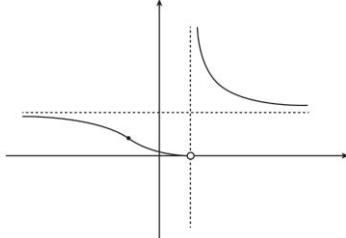
(1).

.  $x < 1$ ,  $x > 1$  . ב. (1) עלייה : אין, ירידה :  $a = 4$ ,  $c = 0$  . ג. (2)

(2) הפונקציה חיובית בכל תחום הגדרתה.

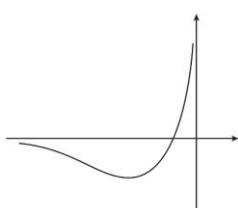
ה. הוכחה  $k > 1$  או  $0 < k < 1$  (2)

(1). T

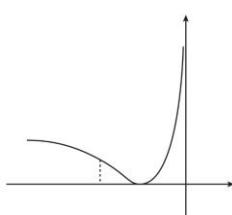


.  $-\frac{1}{e} < x < 0$  : ∪ (3) .  $x < -\frac{1}{e^2}$  : עלייה : אין, ירידה :  $-\frac{1}{e^2} < x < 0$  (2) .  $x < 0$  (1). ג. (5)

(2) .  $y = 0$ ,  $x = 0$  (1). ב. (1) .  $x < -\frac{1}{e}$  : ∩



(2) .  $f(x) = \frac{\ln^2(-x)}{2} + 2\ln(-x) + 2$  (1). ג





## מבחן בגרות מס' 35

קיץ תש"ף, מועד א

**פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה למרחב,  
מספריים מרוכבים**

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

OMG הוא משולש. הנקודה O היא ראשית הצירים.  
מן הנקודה M(2,6) הורידו גובה לצלע OG .  
נתון כי אורך הגובה שהורידו הוא 6.  
א. הראה כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות G המתפללות  
באופן זהה נמצא על שני ישרים, ומצא את משוואותיהם של  
הישרים.

מעגל שמרכזו בנקודה M משיק לשני הישרים שמצאת בסעיף א  
בנקודות P ו- Q .

- ב. (1) רשם את משוואת המעגל.  
(2) מצא את שיעורי הנקודות P ו- Q .
- ג. האם המרובע OPMQ הוא בר חסימה במעגל? נמק.  
אם כן, מצא את משוואת המעגל החוסם אותו.

1.1

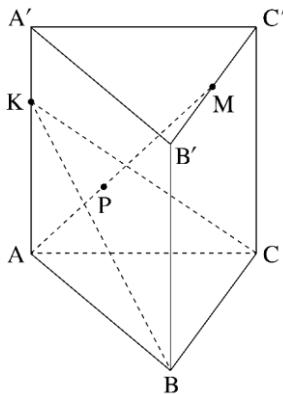


לצפייה בפתרונות

►.2



סרקו אותו  
לצפייה בפתחו



נתונה מנסרה ישרה משולשת  
. ABCA'B'C'

נתון : הנקודה M היא אמצע הקטע  
. B'C' .

הנקודה K נמצאת על הקטע ' AA  
. AK = 2KA' ומקיימת ' .

.  $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$  ,  $\overrightarrow{KC} = \underline{y}$  ,  $\overrightarrow{KB} = \underline{z}$

נסמן :  $\underline{w} = \underline{u}$  ו-  $\underline{z} = \underline{v}$  . הבע את  $\overrightarrow{AM}$  באמצעות  $\underline{u}$  ו-  $\underline{v}$  ו-  $\underline{w}$  .

P היא נקודה על AM המקיים :  
.  $\overrightarrow{KP} = \alpha \underline{u} + \beta \underline{v}$  (  $\alpha$  ו-  $\beta$  הם סקלרים ).

ב. מצא את  $\alpha$  ו-  $\beta$  .

נתון :  $\underline{v} = (10, -5, 0)$  ,  $\underline{u} = (5, 5, -5)$  ,  $P(0, 4, 6)$

ג. (1) הסבר מדוע הנקודה P נמצאת על המישור KBC .

(2) מצא את משוואת המישור KBC .

(3) מצא את שיעורי הנקודה K .

►.3



ו-  $z_2$  הם שני מספרים מרוכבים שונים .

,  $z_2 = \cos \frac{7\alpha}{3} + i \sin \frac{7\alpha}{3}$  ,  $z_1 = \cos \alpha + i \sin \alpha$  :

$$, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$$

הוא מספר ממשי .  $\frac{z_1}{z_2}$

א. (1) מצא את  $\alpha$  ואת  $\frac{z_1}{z_2}$  .

(2) הראה כי  $z_1 \cdot z_2$  הוא מספר מודומה .

נתון :  $w = \frac{z_1}{z_2} + z_1 \cdot z_2$

ב. מצא את כל הפתרונות המשווים  $w^6 = w^3$  .

ג. (1) האם הפתרונות שמצאת בסעיף ב יכולים להתאים

לקודקודים של משושה משוכלל במישור גאוס ?

אם כן, מצא את שיעורייהם של שאר קודקודים המשושה .

(2) תן דוגמה למספר טבעי  $n > 6$  שבו בורו הפתרונות שמצאת

בסעיף ב מהווים קודקודים של מצולע משוכלל בעל  $n$

קודקודים .

## פרק שני – גזילה ודעיכה, פונקציית חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4



- נתונה הפונקציה  $f(x) = \ln((e^x - b)^2 + 1)$ .  $b$  הוא פרמטר.  
ענה על סעיף א. אם צריך, הביע את תשובה תייד באמצעות  $b$ .
- א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ ?  
(2) נמק מדוע  $0 \geq f(x) \geq 0$  בכל תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- (3) מצא את המשווה של האסימפטוטה האופקית של הפונקציה  $f(x)$ .
- (4) קבע בעבר אילוי ערכים של  $a$  יש לפונקציה  $f(x)$  נקודת קיצון, ואם יש צאת, מצא את שיעוריה, והראה שהיא נקודת מינימום.
- (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  עבור  $b = 2$ .
- ב. מצא את כל הערכים של  $a$  שבעבורם הישר  $y = \ell$  הוא אסימפטוטה של הפונקציה  $f(x)$ . נמק.
- ג. נתון כי בעבר אחד מן הערכים של  $a$  שמצאת בסעיף ב, אין לפונקציה  $f(x)$  נקודות קיצון.  
בעבר הערך זהה של  $a$ , קבע אם הפונקציה  $f(x)$  עולה או יורדת. נמק.



נתונה הפונקציה  $f(x) = e^x(x-5)$ , המוגדרת לכל  $x$ .  
א. הראה כי  $f'(x) = e^x(x-4)$  וכי  $f''(x) = e^x(x-3)$ .

$f^{(n)}(x)$  היא הנגזרת מסדר  $n$  של  $f(x)$  (למשל  $f'''(x) = f''(x)$ ).  
נתונה החקיota :  $f^{(n)}(x) = e^x(x-5+n)$  עבור כל  $n$  טבעי.

ב. מצא את  $(x)'''f$ , והראה כי החקיota הנתונה מתקיימת עבורה.

ענה על סעיף ג. אם צרי, הביע את תשובהותיך באמצעות  $n$ .

ג. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f^{(n)}(x)$  עם הצירים.

(2) מצא את משווהת האסימפטוטה האופקית של הפונקציה  $f^{(n)}(x)$ .

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f^{(n)}(x)$  (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

(4) הראה כי הגרפים של הפונקציות  $f^{(m)}(x)$  ו-  $f^{(k)}(x)$  אינם נחתכים עבור שני מספרים טבעיות שונים  $m$  ו-  $k$ .

(5) סרטט על מערכת צירים אחת סקיצה של הגרפים של הפונקציות  $f(x)$ ,  $f'(x)$  ו-  $f''(x)$ , וכתוב איזה מן הגרפים מתאים לכל אחת מן הפונקציות.

ד. הסתמך על החקיota הנתונה, ומצא לפונקציה  $F(x)$  פונקציה קדומה,  $F(x)$ , אם נתון כי הגרף של הפונקציה  $F(x)$  עובר בראשית הצירים. אמת את תשובהך על ידי גזירה.

### תשובות ל מבחון בגרות 35 – קיץ תש"נ 2020, מועד א-

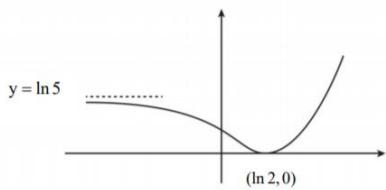
$$\begin{aligned} \text{. } (x-2)^2 + (y-6)^2 = 36 \quad (1) \quad \text{ב. } y = -\frac{3}{4}x, y = 0 \quad \text{. } 1 \\ \text{. } (x-1)^2 + (y-3)^2 = 10 \quad \text{ג. כנ. } (-1.6, 1.2), (2, 0) \quad (2) \end{aligned}$$

$$\text{. } \alpha = \frac{1}{5}, \beta = \frac{1}{5} \quad \text{ב. } \overrightarrow{AM} = \frac{5}{3}\underline{w} + \frac{1}{2}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} \quad \text{. } 2$$

$$\text{ג. (1) לפי תכונות קומביינציה לינארית.} \\ \text{. } K(-3, 4, 7) \quad (3) \quad \text{. } x + 2y + 3z - 26 = 0 \quad (2)$$

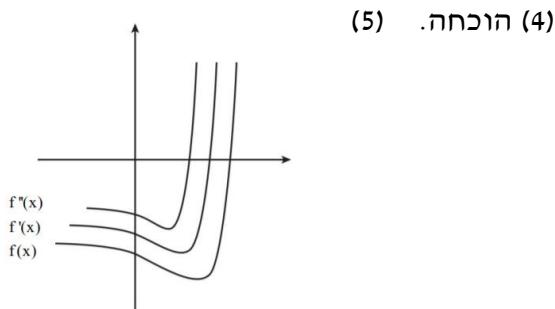
$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{3\pi}{4}, \frac{z_1}{z_2} = \text{cis}(-\pi) = -1 \quad (1) \\ .2\text{cis}\frac{1}{6}\pi, 2\text{cis}\frac{5}{6}\pi, 2\text{cis}\frac{3}{2}\pi &\quad \text{ב} \quad .z_1 \cdot z_2 = i \quad (2) \\ .n = 9 \quad (2) &\quad .(0, 2), (-\sqrt{3}, -1), (\sqrt{3}, -1) \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} .y = \ln(b^2 + 1) \quad (3) &\quad .(2) \text{ התוכן גדול מ-1 לכל } x \quad .4 \\ (5) &\quad .b > 0, \min(\ln b, 0) \quad (4) \end{aligned}$$



**ב.** עבור  $b = -2$  אין נקודות קיצון והפונקציה  $f(x)$  עולה.  $b = 2, b = -2$ .

$$\begin{aligned} \text{א. הוכחה.} \quad (1) \quad &.f'''(x) = e^x(x-2) \quad \text{ב.} \\ .\min(4-n, -e^{4-n}) \quad (3) &\quad .y = 0 \quad (2) \end{aligned}$$



$$.F(x) = e^x(x-6)+6 \quad (7)$$



## מבחן בגרות מס' 36

קי"ז תש"ף, 2020, מועד ב'

### פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטוריים, טריגונומטריה למרחב, מספריים מרוכבים

ענה על שתים מן השאלות 1-3.

הישר  $4x - 3y = 0$  משיק למעגל שמרכזו  $(5a, 0)$ .  $a$  הוא פרמטר חיובי.

א. הבע את משוואת המעגל באמצעות  $a$ .  
מנקודת  $G$ , הנמצאת מחוץ למעגל, העבירו ישר, המשיק למעגל  
בנקודה  $K$ .

ב. הבע באמצעות  $a$  את משוואת המקום הגאומטרי של כל  
הנקודות  $G$  שבמרחבן המרחק  $GK$  שווה למרחק שלhn מנו  
הישר  $3a - x = 0$  וצייר סקיצה שלו.

- נתון: אורך הקטע  $GK$  הקצר ביותר האפשרי הוא 7.5.  
ג. (1) מה הם שיעורי הנקודה  $G$  שבבורה אורך הקטע  $GK$   
הוא 7.5? נמק.  
(2) מצא את ערכו של הפרמטר  $a$ . נמק.

1. ▶

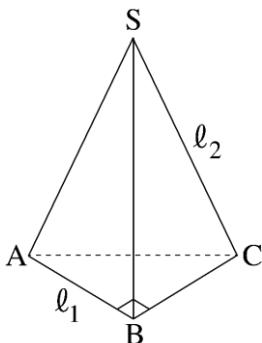


סракו אותו  
לצפייה בפתחון

.2



פרק א' כתפיה בפתרון



נתוניים שני ישרים :

$$\ell_1 : \underline{x} = (6, 10, -7) + k(3, 5, -4)$$

$$\ell_2 : \underline{x} = (15, 0, 6) + t(9, 0, 13)$$

ונתנו הווקטור  $\underline{u} = (6, 0, -8)$ .

הנקודה A נמצאת על הימר  $\ell_1$

והנקודה C נמצאת על הימר  $\ell_2$ . כך ש-  $\underline{u} = \overrightarrow{AC}$ .

.א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-C.

SABC היא פירמידה ישרה שבבסיסה, ABC, הוא משולש

ישר זוויות ( $\angle ABC = 90^\circ$ ). הנקודה S נמצאת על הימר

$\ell_1$  והנקודה B נמצאת על הימר  $\ell_2$ .

.ב. מצא את שיעורי הנקודה B.

.ג. מצא את משווהת המישור ABC.

.מן הנקודה C העלו אנך למישור ABC.

.ד. חשב את הזווית שבין האנך ובין הימר  $\ell_2$ .



$z$  הוא מספר מרוכב.

א. פתרו את המשוואה  $z^5 = 2^5$ .

הנקודות  $A_1, A_2, \dots, A_n$  במשור גauss מתאימות לפתרונות המשוואה  $z^n = 2^n$  ( $n \geq 3$ ) והוא מספר טבעי. חיברו את הנקודות  $A_1, A_2, \dots, A_n$  ויצרו מצולע משוכלל קמור. נתון כי שטח המצלול שהתקבל שווה ל-  $\pi$ .

ב. מצא את  $z$ .

עננה על הסעיפים ג-ד בעבר הערך של  $z$  שמצוות בסעיף ב. עננה על הסעיפים ג-ד בעבר הערך של  $z$  שמצוות בסעיף ב.  $w = a + bi$  הוא פתרון של המשוואה  $z^n = 2^n$  כך ש-  $a > 0$  ו-  $b > 0$ . [כלומר:  $\operatorname{Re}(w) > 0$  ו-  $\operatorname{Im}(w) > 0$ ].

ג. באילו ריבועים נמצאים פתרונות  $w$  כאלה?

ארבע הנקודות הנמצאות בריבועים שמצוות בסעיף ג הן קודקודיו של מלבן.

אם מכפילים כל אחד מן המספרים המתאימים לארבע הנקודות הללו במספר  $z_0 = \cos \theta + i \sin \theta$  ( $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ ), מתקבל מלבן חדש, שצלעותיו מקבילות לציריהם.

ד. מצא את הזווית  $\theta$ . נמק.

## פרק שני – גזילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

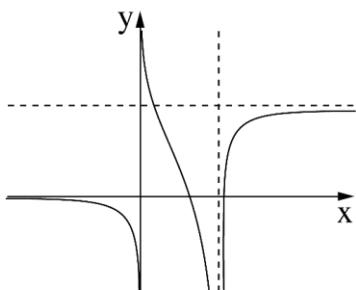
$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{2e^{2x}}{e^{2x} - ae^x + 3}. \text{ a הוא פרמטר.}$$

4

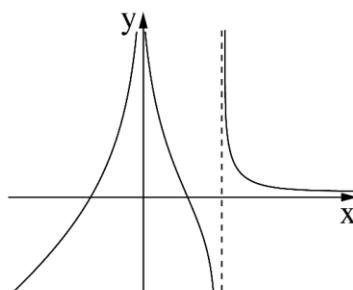


הפונקציה  $f(x)$  אינה מוגדרת בעבר  $x = 0$ .

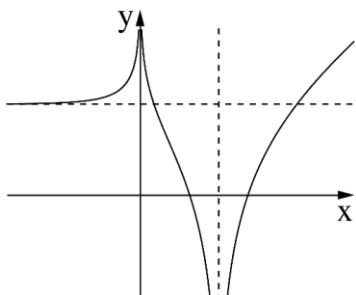
- א. מצא את  $a$  ואת תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- (1) מצא את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה  $f(x)$ .
- (2) מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .
- (3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. אחד מני הגרפים I – IV בסוף השאלה מתאר פונקציה קדומה לפונקציה  $f(x)$ , המוגדרת בתחום ההגדרה של  $f(x)$ .  
אייזה מהם מתאר אותה? נמק.
- ג. נתונה הפונקציה  $h(x) = f(x+k)$ . עבור אייזה ערך של  $k \neq 0$  יש לפונקציה  $h(x)$  אסימפטוטה שמשווה אותה היא  $x = 0$ ? נמק.



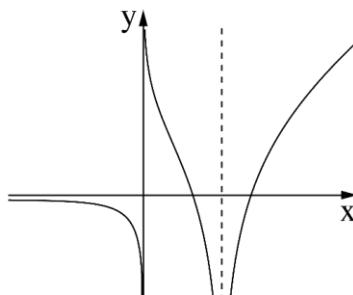
II



I



IV



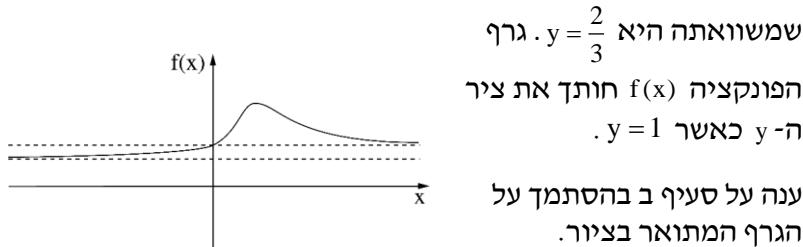
III



הfonקציות  $(x) f(x)$  ו-  $g(x) = \ell n(f(x))$  מוגדרות וגזירות לכל  $x$ .  
א. הראה כי לפונקציה  $(x) f$  ולפונקציה  $(x) \ell n(f(x))$  יש נקודות קיצון  
באותם שיעורי  $x$  ושנקודות הקיצון הללו הן מאותו הסוג  
(מינימום/מקסימום).

בציר שלפניך מתואר גраф של פונקציה  $(x) f$ , כך  $-x$  (f) ו-  
 $g(x) = \ell n(f(x))$  מוגדרות וגזירות לכל  $x$ . לפונקציה  $(x) f$  יש נקודה  
קיצון ייחידה ששיעוריה הם  $(1, 2)$ , ושתי אסימפטוטות:

אסימפטוטה שימושוואה היא  $y = 1$ , ואסימפטוטה נוספת



ב. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $(x) g$ ? נמק.

(2) מה הם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $(x) g$ ? נמק.

(3) מה הן משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $(x) g$ ?  
המאונכות לציריהם?

(4) מצא את תחומי החיביות והשליליות של הפונקציה  $(x) g$ .  
נמק.

(5) סרטט סקיצה של גראף הפונקציה  $(x) g$ .

נדיר  $(x) h(x) = f(x) - g(x)$   
לפניך סרטוט של גראף  
הfonקציה  $(x) h$ .

ג. (1) מצא את שיעורי נקודות  
הקיצון של הפונקציה  $(x) h$ , קבוע

את סוגן בעזרת הגראף.

(2) הנקודה  $A$  נמצאת על גראף

הfonקציה  $(x) f$  והנקודה  $B$  נמצאת על גראף הפונקציה  $(x) g$  כך  
שהקטע  $AB$  מאונך לציר  $-x$ . מהו שיעור  $-x$  שבעבורה אורץ  
הקטע  $AB$  הוא? נמק.

## תשובות ל מבחון בגרות 36 – קיץ תש"ג, 2020, מועד ב:

. 1. א.  $a = 2.5$  (2) . G(0,0) (1). ג.  $y^2 = 16ax$  . ב.  $(x - 5a)^2 + y^2 = 16a^2$

18.43° . ז.  $4x + 3z - 3 = 0$  . ג. B(3,5,-3) . ב. A(0,0,1) , C(6,0,-7) . נ. 2

. n = 12 . ב. z = 2 ,  $2\text{cis}72^\circ$  ,  $2\text{cis}144^\circ$  ,  $2\text{cis}216^\circ$  ,  $2\text{cis}288^\circ$  . נ. 3

. ג. רביעים I,III

. ד.  $\theta = 45^\circ$

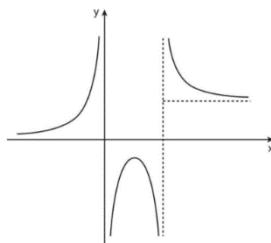
,  $x = \ln 3$  ,  $x = 0$  (2) .  $x \neq 0$  ,  $x \neq \ln 3$  : א.  $a = 4$  (1) . נ. 4

.  $y = 0$  ,  $y = 2$

,  $\ln 3 < x$  : (3) תחומי ירידה : ג. תחומי עלייה :

$\ln 1.5 < x < \ln 3$

. ב.

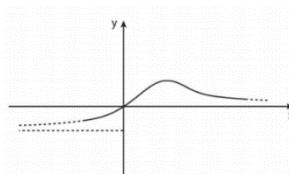


. ג. גраф IV . ז.

. 5. א. הוכחה. ב. (1) כל x . (2)  $(1, \ln 2) \max$  . (3)  $y = 0$  ,  $y = \ln \frac{2}{3}$

. (4) תחומי חיוביות : ג.  $x < 0$  תחומי שליליות : ב.  $0 < x$

(5)



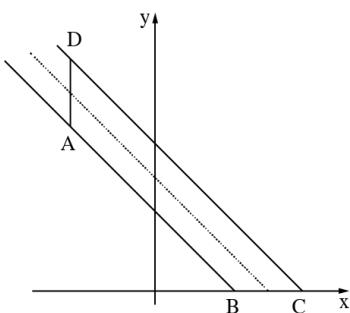
. ג.  $x = 0$  (2) . (0,1) min , (1,1.306) max (1).



# מבחן בגרות מס' 37

## חומר תשפ"א, 2021, מועד א

**פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטוריים, טריגונומטריה במרחב, מספריים מרוכבים**



נתון:  $ABCD$  טרפז  $(AB \parallel DC)$ .  
 נתון: המרחק בין בסיסי הטרפז,  $AB$  ו-  $DC$ , הוא  $\sqrt{2}$ , קטע האמצעים של הטרפז  $ABCD$  נמצא על הישר  $x + y - 4 = 0$ .  
 א. מצא את משוואות הישרים שבבסיסי הטרפז נמצאים עליהם.

1.



לצפייה בפתחון

נתון: השוק  $BC$  נמצא על ציר ה-  $x$ .

מעבירים פרבולה קנונית  $px^2 = y^2$  ( $p > 0$ )

כך שהקודקודים  $A$  ו-  $D$  של הטרפז נמצאים על מדריך הפרבולה, ונקודת הפרבולה נמצא על הקודקוד  $B$  או על הקודקוד  $C$ .

ב. (1) מהי משוואת הפרבולה שבüberה הטרפז  $ABCD$  הוא הגדול מבין שני הטרפזים האפשריים? נמק.

(2) מהי משוואת הפרבולה שבüberה הטרפז  $ABCD$  הוא הקטן מבין שני הטרפזים האפשריים?

ג. מעבירים ישר המקביל לציר ה-  $x$  וחוטף את שתי הפרבولات שמצאת בסעיף ב בשתי נקודות,  $E$  ו-  $F$ .

מצא את משוואת המקום הגיאומטרי שליליו מונחים אמצעי הקטעים  $EF$  באופן זה.

.2



לצפייה בפתרונות  
סolutions online

ABC הוא משולש.

$$\text{נסמן: } \underline{u} = \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}$$

נתון: A(0,2,-1), B(-3,2,2), C(-2,3,1) נמצאת על

$$\text{הקטע BC כך ש- } \overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v}$$

- א. (1) מצא את שיעורי הנקודה C והוכח כי המשולש ABC הוא ישר זווית.

(2) מצא את משווהת המשור ABC.

הנקודה E נמצאת במישור ABC כך ש- ABEC הוא מלבן.

הנקודה M היא מפגש האלכסונים במלבן זה.

S היא נקודה כך ש- MS מאונך למישור ABEC.

- ב. (1) מצא הצגה פרמטרית לישר MS, והסביר מדוע בכל נקודה S כזו SABEC היא פירמידה ישרה.

(2) תן דוגמה לשיעורים של נקודה S כמתואר בתת סעיף ב(1).

בעבור הנקודה S שמצוות, חשב את הזווית SAB.

- (3) בעבור הנקודה S שמצוות, האם קיימת נקודה נוספת, P כך ש- PABEC היא פירמידה ישרה שבובורה מתקיים  $P \perp SAB$ ? אם כן, מצא את שיעוריה. אם לא, נמק.

. 3.



$$\text{נתונה המשוואה } z^6 = \frac{1}{64} \text{ ( } z \text{ הוא מספר מרוכב).}$$

א. מצא את כל פתרונות המשוואה הנתונה.

פתרונות המשוואה הנתונה מתאימים לקודקודים של מצולע קמור

במישור גאוס.

ב. הראה שלכל אחד מקודקודי המצלע קיימים קודקוד אחד  
בדיווק כך שהישר שמחבר ביניהם עובר דרך ראשית הציריים.

כופלים כל אחד מפתרונות המשוואה הנתונה במספר מרוכב

קבוע,  $w$ .

ג. הסבר מדוע סכום המספרים שהתקבלו הוא אפס.

$$\text{נתון : } w = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$$

ד. כתוב משווה שפתרונותיה הם 12 המספרים : פתרונות  
המשוואה הנתונה בתחילת השאלה והמספרים שהתקבלו  
לאחר ההכפלת  $b-w$ .

## פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות



נתונה הפונקציה :  $f(x) = \frac{-4}{e^{2x} - 4e^x + 3}$

- א. (1) מצא את תחום הגדרה של  $f(x)$ .
- (2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$ .
- (3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של  $f(x)$ , וקבע את סוגן (אם יש כאלה).
- (4) מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .
- (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ב. הסבר מדוע לכל  $0 < b < -4$  מתקיים :

$$\int_{b-3}^b f(x) dx < -4$$

נתונה הפונקציה  $g(x) = \frac{k}{f(x)}$ , שתחום הגדרתה זהה לתחום

- הגדרה של הפונקציות  $f(x)$ .  $k$  הוא פרמטר.
- נתון כי לפונקציה  $g(x)$  יש נקודת מינימום.
- ג. מהו תחום הערכים האפשריים בעברור  $k$ ? נמק.



סמן אותו  
לצפייה בפתחון

$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{1}{(\ln(x))^3 - 1} + 1$$

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- (2) מצא את משוואת האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים.
- (3) מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).
- (4) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).
- (5) סרטט סקיצה של גורף הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. הישר  $k = y$  אינו חותך את גורף הפונקציה  $f(x)$  ( $k$  הוא פרמטר). מצא את  $k$ . נמק.

$$e^{-1} \leq x < e \quad T(x) = \int_{e^{-1}}^x f(x) dx$$

(1) לפניך שלושה ערכי  $x$ , (I-III).

בעבור أيיה מהם הערך של  $T(x)$  הוא הכי גדול? נמק.

$$x = \frac{1}{2} \quad I$$

$$x = 1 \quad II$$

$$x = 2 \quad III$$

(2) הסבר מדוע בעבור כל  $e^{-1} \leq x < e$  מתקאים :

**תשובות ל מבחון בגרות 37 – חורף תשפ"א, 2021, מועד א:**

.  $y^2 = 12x$  (2)    $y^2 = 20x$  ב. (1)    $x+y-5=0$ : CD ,  $x+y-3=0$ : AB נ. 1

.  $y^2 = 15x$  ג.

.  $x+z+1=0$  (2) (AB  $\perp$  AC) , C(0,5,-1) (1) נ. 2

ב. (1) ,  $(-1.5, 3.5, 0.5) + t(1, 0, 1)$  הסבר .

.  $\angle SAB = 38.016^\circ$  , S(-1,3.5,1) : (2) דוגמה

. P(-2,3.5,0) (3)

.  $\frac{1}{2} \text{cis } 345^\circ$  ,  $\frac{1}{2} \text{cis } 285^\circ$  ,  $\frac{1}{2} \text{cis } 225^\circ$  ,  $\frac{1}{2} \text{cis } 165^\circ$  ,  $\frac{1}{2} \text{cis } 105^\circ$  ,  $\frac{1}{2} \text{cis } 45^\circ$  נ. 3

ב. הוכחה . ג. הוכחה .

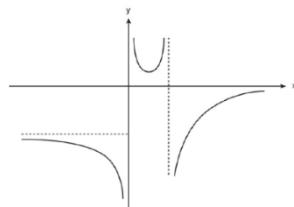
.  $(z^6 - \frac{1}{64}i)(z^6 + \frac{1}{64}i) = 0$  : אפשר גם ,  $z^{12} + \frac{1}{4096} = 0$  ט

.  $y = -\frac{4}{3}$  ,  $y = 0$  ,  $x = \ln 3$  ,  $x = 0$  (2)    $x \neq 0$  ,  $x \neq \ln 3$  (1) נ. 4

. מינימום (ln 2, 4) (3)

.  $x < 0$  או  $0 < x < \ln 2$  : ירידה ,  $\ln 2 < x < \ln 3$  או  $\ln 3 < x$  : עלייה (4)

(5)



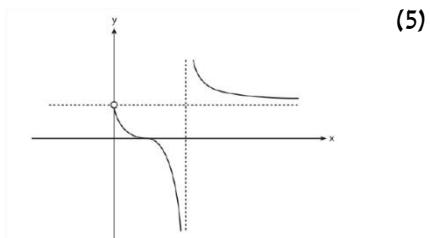
ב. הוכחה .

.  $k < 0$  ג.

.  $y = 1$  ,  $x = e$  (2)  $x \neq e$  ,  $x > 0$  (1) . נ . 5

.  $0 < x < e$  או  $x > e$  : ירידה : אין (3)

.  $(1,0)$  (4)



.  $k = 1$  . ב

. ג. (1) (2) הסביר .  $x = 1$  (II)



### הרטמו לאתר מיגבע וקבעו

נ **פתרונות וידאו לשאלות מבחינות הבגרות**

ונ **מאנר של אלף פתרונות וידאו נוספים**

למגוון שאלות לפי נושאים.

מבחון בגרות מס' 38

**חורף תשפ"א, 2021, מועד נבחנים**

## **פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים**

ו-  $B(x_2, y_2)$  הן שתי נקודות שונות הנמצאות על

הפרבולה  $x = 36y^2$  ברביע הראשון.

. m =  $\frac{36}{y_2 + y_1}$

1

秀丽的  
解决方案

(2) הנקודה  $(x, 7\frac{1}{2})$  היא אמצע המיתר  $AB$ . מצא את  $m$ .

**ב.** נתון: המרחק של כל נקודה על הפרבולה הנתונה מן

הישר  $x = a$  שווה למרחק של נקודה זו מן הנקודה  $(9, 0)$ .

מרחק הנקודה A מן הישר  $x = 0.75a$  הוא 7.

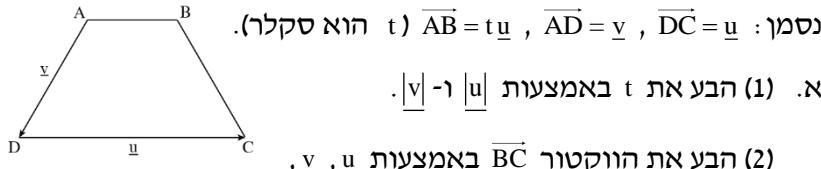
(1) מהו הערך של  $a$ ? נמק.

. (2) מצא את משוואת הישר AB.

.2



(סракן אותי, לצפייה בפתרונות)



$$|\underline{v}| \cdot |\underline{u}|$$

$$\text{נתון : } \underline{v} = (-1, y, 0), \underline{u} = (8, 6, -10)$$

ב. (1) מצא את שיעור ה-  $y$  של הווקטור  $\underline{v}$

(מצא את שני הערכים)

(2) עברו איזה ערך משנה הערכים של  $y$  שמצוות בתת סעיף

ב(1), הבסיס  $DC$  הוא קוטר במעגל שהטרפז חסום בו?

נמק.



. א. נתון מספר מרוכב  $z = r \cdot [\cos \theta + i \cdot \sin \theta]$

$$\text{הסבר מדוע מתקיים : } r \cdot [\cos(180^\circ + \theta) + i \cdot \sin(180^\circ + \theta)] = -z$$

$z_1, z_2$  ו-  $z_3$  הם שלושה מספרים מרוכבים שונים.  
הנקודות המייצגות אותם במישור גaus נמצאות על ישר אחד  
שועבר דרך ראשית הצירים.  
הנקודות המייצגות את  $z_1$  ו-  $z_2$  נמצאות בربיע הראשון, והנקודה  
המייצגת את  $z_3$  נמצאת בربיע השלישי.

נסמן  $z_1 = r_1(\cos \alpha + i \cdot \sin \alpha)$

ב. הוכח כי המנה  $\frac{z_2 + z_3}{z_1 - z_3}$  היא מספר ממשי.

נתון גם כי הנקודות במישר גaus המייצגות את המספרים  $z_1$  ו-  $z_3$

נמצאות על מעגל היחידה, ו-  $\frac{z_2 + z_3}{z_1 - z_3} = \frac{5}{4}$

ג. חשב את הערך המוחלט של  $z_2$ .

ד. הוא הצמוד של  $z_3$ .

הבע באמצעות  $\alpha$  את שטח המשולש הנוצר על ידי הנקודות

במישר גaus המייצגות את המספרים  $z_4, z_3, z_2$ .



נתונה הפונקציה  $f(x) = 4e^{\sqrt{x}}$ .

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

. נתונות הפונקציות:  $g(x) = 2 \cdot f'(x)$ ,  $h(x) = f(x^2)$  בתחום  $x > 0$ .

ב. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה  $(x)g$ ,

קבע את סוגה, והראה כי הנקודה הזאת נמצאת על גרף

. הפונקציה  $h(x)$ .

נתון: הגרפים של שתי הפונקציות  $(x)g$  ו-  $h(x)$  נפגשים בנקודה

אחרת בלבד (הנקודה שמצויה בסעיף ב).

ג. סרטט את הגרפים של שתי הפונקציות  $(x)g$  ו-  $h(x)$  באותה

מערכת צירים.

ד. נתון: השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $(x)g$ ,

גרף הפונקציה  $(x)h$  ועל ידי הישר  $x = a$

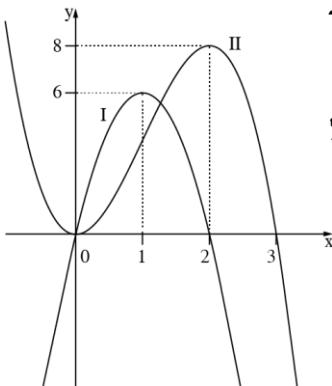
$$\text{שווה ל- } e^4 + 4e - 2 \cdot f(a)$$

מצא את הערך של  $a$ . תוכל להשאיר  $\ln$  בתשובהך.

5.



הגרפים I, II שברטוט שלפניך מתארים שתי פונקציות המוגדרות בתחום  $-1 \leq x \leq 4$ .



אחד הגראפים הוא של הפונקציה  $f(x)$ , והآخر הוא של פונקציית הנגזרת שלה,  $f'(x)$ .  
א. קבע מי מבין הגראפים I-II הוא הגרף של הפונקציה  $f(x)$ . נמק.

הסתמך על הרטוט וענה על סעיף ב.

ב. נתונה הפונקציה  $g(x) = \ln(f(x))$ .

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ .

(2) מה הן האסימפטוטות של

הפונקציה  $g(x)$  המאונכות לציר ה- $x$ ?

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה  $g(x)$  (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

(4) מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה  $g(x)$ .

(5) סרטט סקיצה אפשרית של גראף הפונקציה  $g(x)$ .

**תשובות למבחן בורות 38 – חורף תשפ"א, 2021, מועד נבדוקים:**

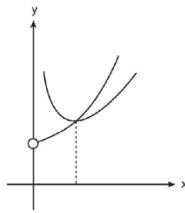
. א. (1) הוכחה (2)  $a = -9$    ב. (1)  $m = 2.4$  (2)

$$\vec{BC} = \frac{|v|}{|u|} u + v \quad (2) \quad t = 1 - \frac{|v|}{|u|} \quad (1) \quad \text{א. 2}$$

$$\text{. } y = -7 \quad (2) \quad y = \frac{1}{7}, \quad y = -7 \quad (1) \quad \text{ב.}$$

$$\text{. } 2.25 \sin 2\alpha \quad \text{. 2} \quad |z_2| = 3.5 \quad \text{ג.} \quad \text{. } (1, 4e) \quad \text{. } (1, 4e) \quad \text{. } 0 \leq x \quad \text{. 4}$$

.ג.



.  $a = 4 - \ln 4$  .ג

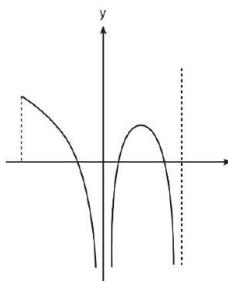
. א.  $f'(x)$  - גראף II ,  $f(x)$  .ב. גראף I

. ב. (1)  $x = 0$  ,  $x = 3$  (2)  $-1 \leq x < 0$  ,  $0 < x < 3$

. (3) מקסימום (2, ln 8)

. (4) עלייה  $x < 2$  , ירידת  $x > 2$  או  $-1 < x < 0$

(5)



## מה הקטע של סימנו ה-► ליד כל שאלה?

לכל שאלה מחייבת לכם סריטון הסבר  
מלא באפליקציה או באתר MY.GEVA

- 01 מורידים את אפליקציית MY.GEVA
- 02 סוחרים דרך את הקוד שmorphיע ליד השאלה
- 03 לא עובד טוב עם סוחרים אחרים
- 03 צופים בפתרון הויידאו לשאלתך



ויתר נח לכם מסך אונליין? אוון טשען  
הכנסו לאתר [MY.GEVA.CO.IL](http://MY.GEVA.CO.IL)



## מבחן בגרות מספר 39

### chorf tshf'a, 2021, מועד מאוחר

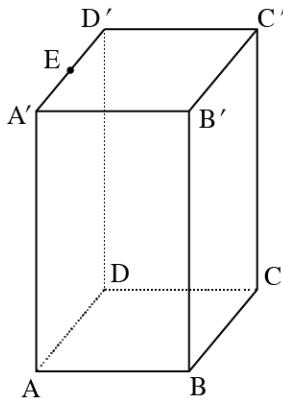
**פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה למרחב, מספריים מרוכבים**

נתון: נקודה  $K$  נמצאת על הפרבולה  $px^2 = 4y$  ( $p > 0$ ).  
 שיעור ה- $y$  של נקודה  $K$  הוא 12.  
 המרחק בין הנקודה  $K$  ובין מוקד הפרבולה הוא 20.  
 א. מצא את  $p$  (מציא את שתי האפשרויות).



. נסמן את הערכים של  $p$  שמצוות בסעיף א- $b_1$  ו- $b_2$  .  
 ישר מן הצורה  $mx = y$  ( $m \neq 0$ ) חותך את הפרבולה  $y^2 = 4p_1x$ , ואות הפרבולה  $y^2 = 4p_2x$  בראשית הצירים ובנקודה נספת,  $A$ , ואות הפרבולה  $x^2 = 4p_1y$  בראשית הצירים ובנקודה נספת,  $B$ .  
 הציב את הערכים  $p_1$  ו-  $p_2$  שמצוות, וענה על סעיפים ב-ג.  
 ב. הביע את שיעורי נקודה  $A$ , ואת שיעורי נקודה  $B$  באמצעות  $m$ .

בעבור כל ישר  $mx = y$  ( $m \neq 0$ ), נסמן ב- $M$  את אמצע הקטע  $AB$  הנוצר באופן המתואר.  
 ג. מצא את משווהת המקום הגיאומטרי שעליו נמצאות הנקודות  $M$  האלה (לא  $m$ ).



נתונה התייבת  $. ABCDA'B'C'D'$   
הנקודה  $K$  נמצאת על המקצוע  $. CC'$   
הנקודה  $E$  היא אמצע המקצוע  $A'D'$   
(ראה סרטו).

נסמן :  $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$  ;  $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$  ;  $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$   
 $t > 0$  ( $\overrightarrow{CK} = t \cdot \overrightarrow{CC'}$ )  
נתון :  $|\underline{u}| = 3\sqrt{2}$  ;  $|\underline{v}| = 6$  ;  $|\underline{w}| = 6\sqrt{2}$   
 $\angle EKB = 90^\circ$   
א. מצא את  $t$ .

נסמן ב-  $\pi$  את המישור  $CDA'B'$   
ב. (1) הוכיח כי הישר  $BK$  מאונך למישור  $\pi$ .  
(2) הסבר מדוע הישר  $EK$  מקביל למישור  $\pi$ .

נתון :  $\underline{w} = (2, 2, -8)$  ,  $K(4, 5, -1)$  ,  $B(-1, 0, 1)$   
ג. מצא את משוואת המישור  $\pi$ .

. 3.



א. פטור את המשוואה :  $z^2 - (1+i)z + 2i + 2 = 0$

אחד הפתרונות של המשוואה שפתרת נמצא בربיע הרביעי והוא

מיוצג על ידי הנקודה A במישור גאוס.

הפתרון השני מיוצג על ידי הנקודה B במישור גאוס.

דרך הנקודה B עובר מעגל שמרכזו בראשית הצירים - O.

הישר AO חותך את המעגל בנקודות C ו- D.

במעגל חסום מצולע משוכפל בעל n צלעות.

נתנו כי הנקודות D, C, B הן קודקודים של המצלול.

ב. מהו ה- n האפשרי הקטן ביותר? נמק את תשובתך.

ג. בעבר הערך של n שמצוות בסעיף ב :

(1) רשום את המספרים המרוכבים המתאימים לקודודי

המצלול.

(2) כתוב משווה שפתרונו תהיה הם כל המספרים המרוכבים

המתאימים לקודודי המצלול.

## פרק שני – גזילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מערכיות ולוגריתמיות

4.



הפונקציה  $(x) g$  מוגדרת וגזירה לכל  $x$ .

הגרף שלה חותך את ציר ה- $x$  בראשית הצירים בלבד.

נקודות הקיצון של הפונקציה  $(x) g$  הן  $(1,1)$  ו- $(-1,-1)$  בלבד.

הנגזרת של הפונקציה  $(x) g$  מתאפסת בעבר  $1 = x = -1$  בלבד.

ציר ה- $x$  הוא אסימפטוטה אופקית של הפונקציה  $(x) g$  בעבר  $x$  שואף לאינסוף ובעבר  $x$  שואף לminus אינסוף.

א. (1) סרטט סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה  $(x) g$ .

(2) רשם את תחומי החיוביות והשליליות של  $(x) g'$ .

(פונקציית הנגזרת של  $(x) g$ ).

$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = e^{g(x)} - g(x)$$

ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה  $f(x)$ .

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.

(4) סרטט סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

5.



נתונה משפחת הפונקציות  $a \neq 0$ ,  $f(x) = ax - \ln\left(\frac{x}{a}\right)$  הוא פרמטר.

- . a < 0 . ענה על סעיפים א-ג בעבור a > 0 ובעבור a < 0 .  
א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה f(x) .  
ב. הבע באמצעות a את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה f(x) , וקבע את סוגה .

נתון כי הפונקציה f(x) חותכת את ציר ה- x בשתי נקודות שונות .

- ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה f(x) .

נתונה הפונקציה g(x) = f'(x) (נגזרת הפונקציה f(x) המוגדרת

- . a > 0 . נתון: באותו תחום שבו מוגדרת הפונקציה f(x) .  
ד. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה g(x) ,  
הישר  $x = \frac{2}{a}$  וציר ה- x , והוכח כי השטח אינו תלוי ב- a .

### תשובות ל מבחן בגרות 39 – חורף תשפ"א, 2021, מועד מאוחר

$$\text{. } y^2 = 40x \text{ .ג} \quad B\left(\frac{72}{m^2}, \frac{72}{m}\right), A\left(\frac{8}{m^2}, \frac{8}{m}\right) \text{ .ב} \quad P=18, P=2.N \text{ .1}$$

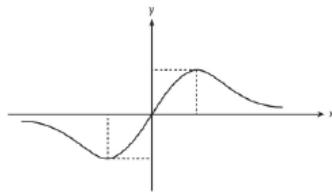
$$\text{. } 5x+5y-2z-29=0 \text{ .ג} \quad \text{ב.}(1) \text{ הוכחה (2) הוכחה} \quad t = \frac{1}{2}N \text{ .2}$$

$$\text{. } n=8 \text{ .ב} \quad z_2=2i, z_1=1-i \text{ .N} \text{ .3}$$

$$(0,-2), (-\sqrt{2},-\sqrt{2}), (-2,0), (-\sqrt{2},\sqrt{2}), (0,2), (\sqrt{2},\sqrt{2}), (2,0) \text{ .(1).ג}$$

$$\text{. } Z^8 = 256 \text{ (2)} \quad (\sqrt{2},-\sqrt{2})$$

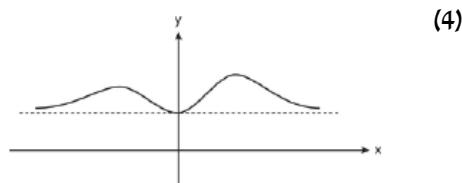
(1).N .4



. x < -1 או 1 < x : שלילית (2) חיובית .

ב. (1) כל x (1,e-1) מקסימום , (3) y = 1 (2) מינימום ,

$$(-1, \frac{1}{e} + 1)$$

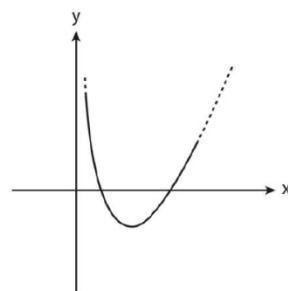
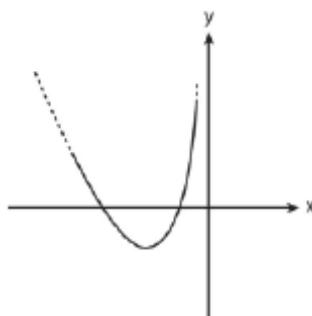


. x < 0 : a < 0 , 0 < x : 0 < a .N .5

ב.  $\left( \frac{1}{a}, 1 + \ln a^2 \right)$  מינימום .

: a < 0

: 0 < a |ג



. 1 - ln 2 .7



## מבחן בגרות מס' 40

### קיז' תשפ"א, 2021, מועד א

**פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה למרחב, מספריים מרוכבים**

נתון פרמטר  $a > 0$ .

א. מצא את משווהת המיקום הגאומטרי של כל הנקודות שהמרחק שלן מן הנקודה  $(a, 0)$  שווה למרחק שלן

מן הישר  $x = a - 1$ .

ב. מצא את משווהת המיקום הגאומטרי של כל הנקודות שהמרחק שלן מן הנקודה  $(0, a)$  שווה למרחק שלן

מן הישר  $y = a - 1$ .

נתון כי שני המיקומות הגאומטריים שמצאת בסעיפים א-ב נחתכים בשתי נקודות. אחת הנקודות היא  $(2, 2)$ .

ג. (1) מצא את  $a$ .

(2) מצא את שיורי נקודת החיתוך האחרת.

מחברים את שתי נקודות החיתוך של שני המיקומות הגיאומטריים עם הנקודות  $(3a, 0)$  ו-  $(0, 3a)$  כך שמתקבל מרובע.

ד. (1) מהו סוג המרובע שהתקבל? נמק.

(2) חשב את שטח המרובע.

1.



סракן אותו  
לצפייה בפתחון



נתונה פירמידה מרובעת SABCD שבבסיס ABCD הוא מעוין.

נתון:  $\overrightarrow{SA}$  מאונך לבסיס הפירמידה,  $\angle BAD = 60^\circ$ ,  $SA = BA$ ,

$0 < t < 1$ ,  $\overrightarrow{SE} = t \cdot \overrightarrow{SC}$  הוא פרמטר.

נסמן:  $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$ ,  $\overrightarrow{AS} = \underline{w}$ .

א. הבע את הוקטורים  $\overrightarrow{EB}$  ו-  $\overrightarrow{ED}$  באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$ ,  $\underline{w}$ .

$$\text{ב. נתון: } t = \frac{1}{2}$$

(1) הוכח כי  $\overrightarrow{EB}$  מאונך ל-  $\overrightarrow{ED}$ .

(2) הוכח כי האנך מן הנקודה E לבסיס עובר דרך נקודת

מפגש האלכסונים של המעוין.

נתון:  $B(6\sqrt{3}, 6, 0)$ ,  $A(0, 0, 0)$

קודקוד D נמצא על ציר ה- y בכיוון החיובי,

שיעור ה- z של הנקודה S גדול מ-0.

ג. חשב את שיעורי הקודקודים S ו- D.

ד. מצא את משוואת המישור SAB.



.3.

נתונה המשוואה  $z^4 = -16$  (  $z$  הוא מספר מרוכב).  
א. פטור את המשוואה.

נתון : פתרונות המשוואה מיצגים קודקודים של  
מצולע במישור גאוס.

ב. סרטט במערכת הצירים את המقولע שהתקבל.

כופלים ב-  $\frac{1+i}{\sqrt{2}}$  כל אחד ממספרים המיצגים את  
קודודי המقولע.

ג. מצא את שיורי הנקודות המיצגות על ידי המספרים  
שהתקבלו בהכפלת.

ה הוא מספר טבעי,  $n < 17$  ו-  $c$  הוא מספר ממשי.

כל אחד ממספרים המרוכבים שמצוות בסעיפים הקודמים  
מקיים את המשוואה  $c = z^n$ .  
ד. מצא את  $n$  ואת  $c$ .

הנקודות במישור גאוס, המיצגות על ידי כל הפתרונות של  
המשוואה  $c = z^n$  שמצוות בסעיף ד, יוצרות מقولע בעל  $n$  צלעות.  
ה. מצא את שטח המقولע.

## פרק שני – גזילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעירכיות ולוגרิตמיות



נתונה הפונקציה  $f(x) = 1 + ae^{-2x}$  המוגדרת לכל  $x$ .

a הוא פרמטר,  $a > 1$ .

בטא את תשובה תי' באמצעות a, לפי הערך.

א. (1) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$

המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(2) מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה  $f(x)$

(אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של הפונקציה  $f(x)$

עם הצירים (אם יש כאלה).

ב. נתונה הפונקציה  $g(x) = \frac{1}{f(x)}$

(1) מהו תחום החגדרה של הפונקציה  $g(x)$ ? נמק את תשובתך.

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $g(x)$

המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(3) ידוע כי לפונקציה  $g(x)$  יש נקודת פיתול אחת, המתבלטת

כאשר  $x = \frac{\ln(a)}{2}$ . מצא את שיעור ה- y של נקודת הפיתול,

וسرטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

ג. (1) מצא את שיעור נקודת הקיצון של הפונקציה  $g'(x)$ .

(2) סרטט את גרף הפונקציה  $g'(x)$ . פרט את שיקוליך.

ד. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $g'(x)$

ועל ידי הישרים  $y = \frac{1}{2}$ ,  $x = 0$



.5

$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = \ln\left(\frac{x^2 - 1}{(x+2)(x-1)}\right)$$

א. (1) מצא את תחום הגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה

$f(x)$  המאונכת לצירים.

(3) מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה  $f(x)$

(אם יש כאלה).

(4) סרטט את גרף הפונקציה  $f(x)$ .

$$\text{ב. נתונה הפונקציה } g(x) = \ln(f(x))$$

היעזר בתשובה**תיך** על השאלות בסעיף א וענה על

התת-סעיפים (1)-(3) שלפניך.

. (1) מצא את תחום הגדרה של הפונקציה  $g(x)$ .

(2) מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה  $g(x)$

(אם יש כאלה).

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ . פרט את שיקוליך.

ג. עבור כל  $x$  המקיימים  $0 < f(x) < 1$ , קבע אם המכפלת  $f(x) \cdot g(x)$

חיובית, נegative, or נegative.

### תשובה ל מבחון בגרות 40 – קיז תשפ"א, 2021, מועד א :

$$\text{א. } (0,0) \quad (2) \quad a = \frac{1}{2} \quad (1) \quad \text{ג. } x^2 = 2y - 2a + 1 \quad \text{ב. } y^2 = 2x - 2a + 1 \quad .1$$

ד. (1) דלתון (2) 3 .

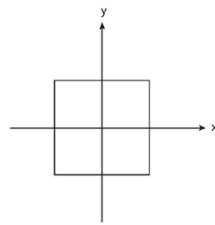
$$\text{א. } \overrightarrow{ED} = (1-t)\underline{y} - t\underline{u} + (t-1)\underline{w}, \quad \overrightarrow{EB} = (1-t)\underline{u} - t\underline{y} + (t-1)\underline{w} \quad .2$$

ב. (1) הוכחה (2) הוכחה .

$$\text{ג. } x - \sqrt{3}y = 0 \quad \text{ד. } S(0,0,12), D(0,12,0)$$

.  $2\text{cis}315^\circ$  ,  $2\text{cis}225^\circ$  ,  $2\text{cis}135^\circ$  ,  $2\text{cis}45^\circ$  . נ .3

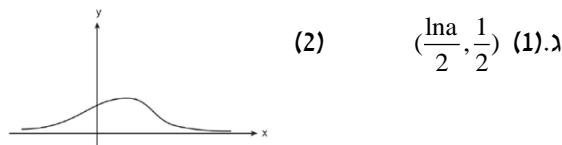
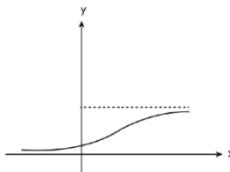
.ב.



.  $S = 12.25$  . ה  $c = 65,536$  ,  $n = 16$  . ת  $(0,-2)$  ,  $(0,2)$  ,  $(-2,0)$  ,  $(2,0)$  . ג

.  $(0,1+a)$  (3) ירידה : אין , כל  $x$  עליה :  $y=1$  (1). נ .4

. ב.(1) כל  $x$  פיתול .  $y = \frac{1}{2}$  (3)  $y=1$  ,  $y=0$  (2)  $x$  (1). ג

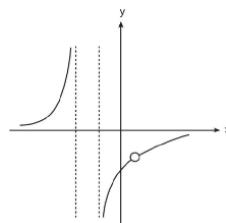


$$. S = \frac{\ln a}{4} + \frac{1}{a+1} - \frac{1}{2} . \tau$$

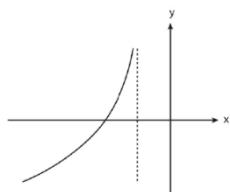
.  $y=0$  ,  $x=-2$  ,  $x=-1$  (2)  $x < -2$  או  $-1 < x < 1$  או  $1 < x$  (1). נ .5

. ג. עליה : אין ,  $x < -2$  או  $-1 < x < 1$  או  $1 < x$  : ירידה : אין . (3)

(4)



. ג. לא . ב. (1) עליה : אין ,  $x < -2$  , ירידה : אין (3)





## מבחן בגרות מס' 41

### קי"ץ תשפ"א, 2021, מועד מיוחד

**פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה למרחב, מספריים מרוכבים**

נתון פרמטר  $a$  שונה מאפס.

א. הראה כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות שהמרחב שלחן מן הנקודה  $(-a, 1)$  שווה למרחק שלחן מן הנקודה  $(a, -1)$  הוא קו ישר. הביא את המשוואת הישר באמצעות  $a$ .

1.



סachen Automat  
לצפייה בפתחון

נתון הישר  $y = -ax$ .

ב. מצא לאיילו ערכים של  $a$ , הישר הנתון והישר שמצאת בסעיף א ניצבים זה לזה.

הישר שמצאת בסעיף א והישר הנתון ניצבים זה לזה ומשיקים לשני מעגלים,  $M$  ו-  $N$ . מרכז שני המעגלים מונחים על ציר  $-x$ , המעגל  $M$  נמצא מימין לציר  $-y$ , והמעגל  $N$  נמצא משמאלו לציר  $-y$ . נתון כי המרחק בין מרכזיו המעגלים הוא 6, והרדיווס של המעגל  $M$  גדול פי 2 מן הרדיוס של המעגל  $N$ .

ג. מצא את המשוואות של המעגלים  $M$  ו-  $N$ .

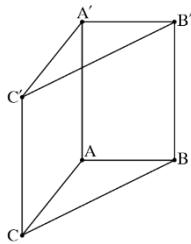
נתון הישר  $y = -8 + \sqrt{17}x$ .

הישר משיק לשני המעגלים  $M$  ו-  $N$ .

ד. מצא משואה של ישר המשיק לשני המעגלים, נוסף על הישרים המשיקים המתוארים שאלה. נמק את תשובה.



בສרטוט שלפניך מתוארת מנסרה ישרה  $A'B'C'$



שהבסיס שלה הוא המשולש  $ABC$ .

נתון המספר  $k$  שבעבורו :

$$\overrightarrow{AC} = (k+1, 0, k-3) , \overrightarrow{AA'} = (k-1, k-7, k+1)$$

$$. \overrightarrow{AB} = (k-1, k, 3)$$

. נ. מצא את ערכו של  $k$ .

המקצועות  $AC$  ו-  $BC$  מונחים על היסרים  $\ell_{BC}$  ו-  $\ell_{AC}$

: בהתאם :

$$\ell_{AC} : \underline{x} = (8, -1, -1) + t(k+1, 0, k-3)$$

$$\ell_{BC} : \underline{x} = (4, 0, 2) + m(k, -k, -4)$$

. ב. מצא את משוואת המישור  $A'B'C'$ .

. ג. חשב את גודל הזווית  $C'A'B'$ .

. ד. מצא את מרכז המרגל החוסם את המשולש  $A'B'C'$ . נמק.

.3



נתונה משוואה I :  $w^2 - 4iw - 4 + 2i = 0$  .  $w$  הוא מספר מרוכב.  
א. פתר את משוואה I.

נתונה משוואה :  $z^3 = a+bi$  .  $z$  הוא מספר מרוכב,  $a$  ו-  $b$  הם  
מספרים ממשיים. ידוע כי אחד מפתרונות המשוואה זו מתאים  
לנקודה הנמצאת במישור גאוס על הציר המדוימת, בחלקו השיליי.

ב. אחת מן הטענות 1-3 שלפניך נכונה.  
קבע איזו ונמק את קביעתך.

$$a = 0, b > 0 \quad .1$$

$$a < 0, b = 0 \quad .2$$

$$a \neq 0, b \neq 0 \quad .3$$

נתונה משוואה II :  $w_1, w_2, z^3 = 2(w_1 + w_2)$  הם הפתרונות של  
משוואה I.

ג. פתר את משוואה II.

פתרונות המשוואה II מייצגים קודקודים של משולש במישור גאוס.  
ד. סרטט את המשולש שהתקבל במישור גאוס.

נתון מספר מדוימת  $d = u + vi$  הוא פרמטר ממשי. מוסיפים את  $u$   
לכל אחד מן הפתרונות של משוואה II כך שהמספרים שמתkbלים  
מייצגים משולש חדש.

ה. מצא את הערך של  $d$  שבuboרו המעל החוסם את המשולש  
החדש עבור דרך ראשית הצירים. מצא את שתי האפשרויות.

## פרק שני – גזילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מערכיות ולוגריתמיות

$$\text{נתונה הפונקציה : } f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$



- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
  - (2) מצא את המשוואות של האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$ .
  - המאונכות לצירים (אם יש כאליה).
  - (3) מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאליה).
  - (4) הוכח כי הפונקציה  $f(x)$  היא אי-זוגית.
  - ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- נתון הישר :  $g(1) = f(1)$ ,  $a$  הוא פרמטר. ידוע כי  $g(x) = a \cdot x$ .
- ג. (1) מצא את  $a$ .
  - (2) חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה  $f(x)$  לבין הישר  $g(x)$ .



נתונה משפחת הפונקציות :  $f(x) = x \cdot (\ln(x))^n$

$n \geq 1$  הוא מספר טבעי.

א. ענה על הטעיפים שלפניך בעבר ובעבר או אי-זוגי.

אם יש צורך, בטא את תשובותיך באמצעות  $n$ .

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

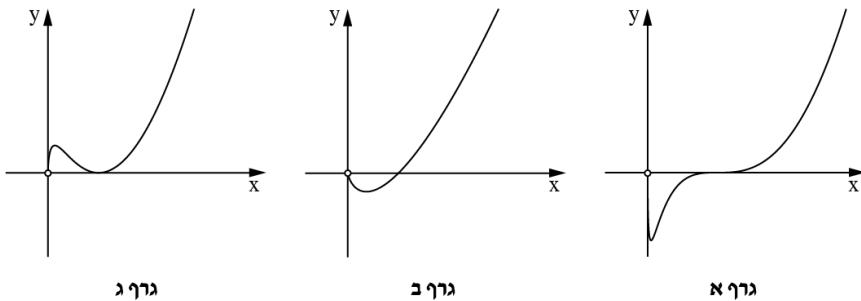
(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה,

וקבע את סוגן.

ב. כל אחד מן הגרפים א-ג שלפניך מתאר פונקציה במשפחה.

קבע איזה גרף יכול להתאים  $-1 = n$ , איזה גרף יכול להתאים

$-2 = n$  ואיזה גרף יכול להתאים  $-3 = n$ . נמק את קביעותיך.



נתונה הפונקציה :  $g(x) = \frac{1}{x \cdot (\ln(x))^2}$

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $(x)g$ .

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $(x)g$ ,

$$\text{על ידי ציר ה-} x \text{ ועל ידי הישרים } x = \frac{1}{e^2} \text{ ו- } x = \frac{1}{e}$$

**תשובות ל מבחון בגרות 41 – קיץ תשפ"א, 2021, מועד מיוחד:**

.  $(x+2)^2 + y^2 = 2$  ,  $(x-4)^2 + y^2 = 8$  ג. ב.  $a = \pm 1$  נ.  $y = ax$  .**1**

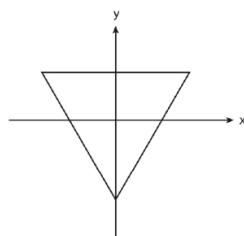
.  $x + \sqrt{17}y + 8 = 0$  .**7**

.  $(5, -5, 5)$  .**7**  $90^\circ$  ג.  $x - 5y + 3z - 45 = 0$  ב.  $k = 2$  נ. **2**

. ב. טענה 1  $-1 + 3i$  ,  $1 + i$  נ. **3**

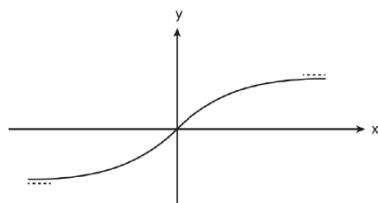
.  $-2i$  ,  $-\sqrt{3} + i$  ,  $\sqrt{3} + i$  או  $2\text{cis}270^\circ$  ,  $2\text{cis}150^\circ$  ,  $2\text{cis}30^\circ$  ג.

.  $d = -2$  נ.  $d = 2$  .**7**



. א. (1) כל  $x \rightarrow -\infty$  ,  $y = 1 : x \rightarrow \infty$  (2) x .**4**

. (3) עליה: כל  $x$  , ירידה: אין. (4) הוכחה .**7**



. 0.106 (2) 0.761 (1).ג

.  $x > 0 : g(x)$  ,  $x > 0 : f(x)$  (1). נ . 5

.  $0 < x < \frac{1}{e^n}$  ירידה : עלייה :

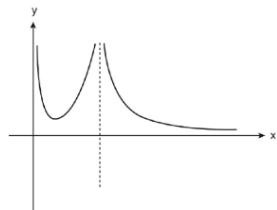
.  $\frac{1}{e^n} < x < 1$  ירידה : עלייה :

. (3) איזוגי :  $(\frac{1}{e^n}, \frac{(-n)^n}{e^n})$  מינימום .

. זוגי :  $(1, 0)$  מינימום ,  $(\frac{1}{e^n}, \frac{(-n)^n}{e^n})$  מקסימום .

. ב. גראף א' :  $n=1$  , גראף ב' :  $n=2$  , גראף ג' :  $n=3$

.  $\frac{1}{2}$ .



## מה ה欽טו של סימני ה-► ליד כל שאלה?

לכל שאלה מחייבת לכם סרטון הסבר  
וללא באפליקציה או באתר MY.GEVA

- 01 מורידים את אפליקציית MY.GEVA  
02 סוחרים דרך את הקוד שMOVEDען ליד השאלה

(לא יעבור טוב עם סוחרים אחרים)

- 03 צופים בפתרון הידוע לעדשה



צורת זה לכם חכם אונטן? און טשי  
הגענו לאחר זו. MY.GEVA.CO.il



## מבחן בגרות מס' 42

### קי"ץ תשפ"א, 2021, מועד ב

**פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספריים מרוכבים**

לפניך משוואת הפרבולה :  $ax^2 + 2ax + c = 0$  ומשוואת המעגל :

$$x^2 - 2ax - 2x - 2 = 0 \quad a \neq 0$$

א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של הפרבולה והמעגל.  
הבע באמצעות  $a$ , אם יש צורך.

.1



לצפייה בפתרונות  
סקרו אותו,

דרך שתים מן נקודות החיתוך של הפרבולה והמעגל עבר ישר  
שšíפוועו חיובי.

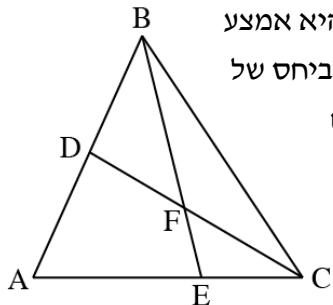
ב. מצא את משוואת הישר. הבע באמצעות  $a$ , אם יש צורך.

מרכז המעגל מעבירים אנך לישר, אורך האנך הוא  $\sqrt{5}$ .

ג. (1) הבע באמצעות  $a$  את מרכז המעגל ואת הרדיוס שלו.  
(2) מצא את  $a$ .

מגדירים מעגל חדש שמרכזו זהה למרכז המעגל הנתון והרדיוס  
שלו קטן ב- 2 מרדיווס המעגל הנתון.

ד. מצא את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות שאורך  
המשיק מהן למעגל החדש שווה למרחק שלחן מ-  
הישר  $x = -4$ .



נתון משולש  $ABC$  (ראה סרטווט). הנקודה  $D$  היא אמצע הצלע  $AB$ . הנקודה  $E$  מחלקת את הצלע  $AC$  ביחס של  $AE : EC = 2 : 1$ . הנקודה  $F$  היא מפגש הקטועים

$$\overrightarrow{CA} = \underline{\underline{u}}, \overrightarrow{CB} = \underline{\underline{v}} . \overrightarrow{CD} = t \cdot \overrightarrow{BE}$$

$$, \overrightarrow{BF} = t \cdot \overrightarrow{BE} . \overrightarrow{CF} = k \cdot \overrightarrow{CD}$$

א. מצא את  $t$  ואת  $k$ .

.  $4x + 2y + z - 12 = 0$

משור זה חותך את ציר ה-  $x$  בנקודה  $A$ ,

את ציר ה-  $y$  בנקודה  $C$  ואת ציר ה-  $z$  בנקודה  $B$ .

הנקודה  $O$  היא ראשית הצירים.

ב. מצא את שיעורי הנקודות  $E$  ו-  $F$ .

ג. מצא את משוואת המשור  $AOE$ .

ד. מצא את נפח הפירמידה  $FAOE$ .



נתונה המשוואה I :  $z^4 - 2z^2 + 4 = 0$  .  $z$  הוא מספר מרוכב.

א. פתר את המשוואה I.

פתרונות המשוואה מיוצגים על ידי כל הקודקודים של מצולע  
במישור גאוס.

ב. מצא את שטח המצלול.

נתונה המשוואה II :  $(a \cdot z^2 + b)(z+1) = 0$  .  $z$  הוא מספר מרוכב,

a ו- b הם מספרים ממשיים השונים מאפס.

ידוע כי שניים מבין הפתרונות של המשוואה הם מספרים מודומים.

ג. הוכח כי  $b > a \cdot b$ .

ד. מצא את פתרונות המשוואה II. הבב באמצעות a ו- b  
אם יש צורך.

ידוע כי הפתרונות המודומים של המשוואה II מיוצגים על ידי  
נקודות הנמצאות על מעגל שמרכזו בראשית הצירים והרדיוס שלו  
גודל פי שניים מן הערך המוחלט של פתרונות המשוואה I.

ה. מצא את היחס  $\frac{b}{a}$ .

## פרק שני – גזילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מערכיות ולוגרิตמיות



נתונה הפונקציה :  $f(x) = e^{(bx^2 - 2bx)} - 1$  המוגדרת לכל  $x$ .  
 $0 < b$  הוא פרמטר. הביע את תשובותיך באמצעות  $b$ , אם יש צורך.  
א. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $(x)$   $f(x)$  עם הצירים.

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $(x)$   $f(x)$  המקבילות

לציר ה-  $x$  (אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $(x)$   $f(x)$  וקבע את סוגן (אם יש כאלה).

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נגידיר את הפונקציה :  $f(x+a)$ ,  $a$  הוא פרמטר.

נתנו כי לפונקציה  $(x)$   $f(x+a)$  יש נקודת קיצון על ציר ה-  $y$ .

ב. (1) מצא את  $a$ , ובטא את הפונקציה  $(x)$   $f(x+a)$  באמצעות  $x$  ו-  $b$ .

(2) האם הפונקציה  $(x)$   $f(x+a)$  היא זוגית, אי-זוגית או לא זוגית  
ולא אי-זוגית? נמק.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x+a)$ .

ג. מצא את שיעור ה-  $x$  של כל אחת מנקודות הקיצון של  
פונקציית הנגזרת  $(x')$   $f'(x+a)$ , וקבע את סוגן.

ד. הציב  $b = -0.5$  וחשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית  
הנגזרת,  $(x')$   $f'(x+a)$  על ידי ציר ה-  $x$  ועל ידי הישרים העוברים דרך  
נקודות הקיצון של  $(x')$   $f'(x+a)$  ומאונכים לציר ה-  $x$ .



- נתונה הפונקציה :  $f(x) = a \cdot x^2 - x^3$  המוגדרת לכל  $x$ ,  $a$  הוא פרמטר. ענה על סעיפים א-ג עבור  $a < 0$ .
- הבע את תשובותיך באמצעות  $a$ , אם יש צורך.
- א. (1) מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה  $f(x)$ .  
(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה :  $g(x) = \ln(f(x))$ .

ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ .

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $g(x)$  המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ , וקבע את סוגה.

ג. נתון כי לגרף הפונקציה  $g(x)$  יש נקודת חיתוך אחת בלבד עם ציר ה-  $x$ .

- (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .
- (2) מצא את טווח הערכים האפשריים של  $a$  שעבורם גраф הפונקציה  $g(x)$  חותך את ציר ה-  $x$  בנקודת חיתוך אחת בלבד.

ענה על סעיף ד עבור  $a = 0$ .

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ . ציין בגרף את הערכים המספריים של שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה-  $x$ .

**תשובות ל מבחון בגרות 42 – קיץ תשפ"א, 2021, מועד ב:**

.  $y = \sqrt{a} \cdot x$  . ב.  $(0,0)$  ,  $(2, 2\sqrt{a})$  ,  $(2, -2\sqrt{a})$  . א. 1

ג. (1) מרכז המעגל:  $y^2 = 18x$  . ת.  $a = 4$  (2) (a+1) : רדיוס ,  $(a+1, 0)$

.  $V = 6$  . ת.  $z = 0$  . ג.  $F\left(\frac{3}{4}, 3, 3\right)$  ,  $E(1, 4, 0)$  . ב.  $t = \frac{3}{4}$  ,  $k = \frac{1}{2}$  . נ. 2

.  $z = -\sqrt{\frac{3}{2}} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$  ,  $z = -\sqrt{\frac{3}{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$  ,  $z = \sqrt{\frac{3}{2}} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$  ,  $z = \sqrt{\frac{3}{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$  . נ. 3

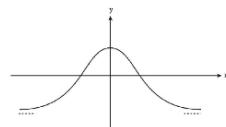
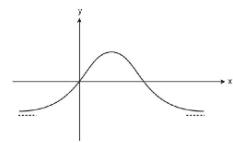
. ב.  $\frac{b}{a} = 8$  . ה.  $z = -\sqrt{\frac{b}{a}}i$  ,  $z = \sqrt{\frac{b}{a}}i$  ,  $z = -1$  . ג. הוכחה ד.  $S = 2\sqrt{3}$

. y = -1 : אין אופקית (2) אנכית: אין (2,0) , (0,0) (1). נ. 4

(4) מקסימום  $(1, e^{-b} - 1)$  (3)

ב. הפונקציה זוגית .  $g(x) = e^{b(x^2 - 1)} - 1$  (2) a = 1 (1)

(3)

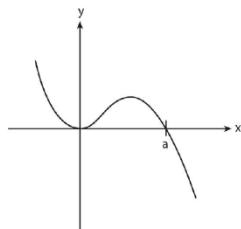


.  $x = -\sqrt{-\frac{1}{2b}}$  ,  $x = \sqrt{-\frac{1}{2b}}$  מינימום , מקסימום . ג.

.  $2(\sqrt{e} - 1)$  . ת

. א.(1) חיובית :  $x < 0$  או  $0 < x < a$  . 5 . שלילית :

(2)

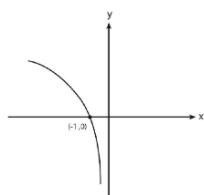


. ב.  $\left(\frac{2a}{3}, \ln\left(\frac{4}{27}a^3\right)\right)$  (3)  $x = 0$  ,  $x = a$  (2)  $x \neq 0$  ,  $x < a$  (1).  
 $\left(\frac{2a}{3}, \ln\left(\frac{4}{27}a^3\right)\right)$

.  $0 < a < 1.889$  (2)

(1).

.ג





## מבחן בגרות מס' 43

### חורף תשפ"ב, 2022, מועד א

**פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,  
מספריים מרוכבים**

הנקודה  $(t, 0)$  היא מוקד של פרבולה קנונית

1.

ומוקד של אליפסה קנונית.  $t$  הוא פרמטר חיובי.



אורך הציר הרأשי של האליפסה הוא  $4t$ .

סракן אווי  
לצפייה בפתרון

בסעיפים שלפניך הבע את תשובה תיק באמצעות  $t$ , אם יש צורך.  
א. מצא את משווהת הפרבולה ואת משווהת האליפסה.

המדריך של הפרבולה חותך את האליפסה בשתי נקודות, A ו-B.

הנקודה A נמצאת מעל לנקודה B.

ב. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

ישר המאונך לציר ה- $x$ , עובר בנקודת הפרבולה וחותך

את הפרבולה בשתי נקודות, C ו-D.

הנקודה C נמצאת מעל לנקודה D.

ג. מצא את שיעורי הנקודות C ו-D.

ד. (1) הסבר מדוע ארבע הנקודות A, B, C ו-D

נמצאות על מעגל אחד.

(2) מצא את שיעורי מרכזו המעגל הזה.

2.

.  $\pi_2 : ay + z - 8 = 0$  ,  $\pi_1 : z - 3 = 0$

a הוא פרמטר שונה מ-0 .

הزاوية בין המישורים היא  $45^\circ$  .

א. מצא את הערכים האפשריים עבור הפרמטר a .

הנקודה A(2,-2,6) נמצאת על אחד המישורים הנתונים .

מן הנקודה A הורידו אנך למישור الآخر .

האנך חותך את המישור האחר בנקודה B .

ב. מצא את אורך הקטע AB .

ג. הוא ישר החיתוך בין שני המישורים  $\pi_1$  ו-  $\pi_2$  .

ד. מצא את הצעגה הפרמטרית של  $\ell$  .

מן הנקודה B העבירו אנך לישר  $\ell$  .

האנך חותך את הישר  $\ell$  בנקודה C .

ז. מצא את שטח המשולש ABC (תוכל לשרטט את המשולש

במערכת צירים לשם כך) .





נתונים שני מספרים מרוכבים :

$$z_1 = (2a^2 + 5a + 4) + (2a^2 + 3a + 2)i$$

$$z_2 = (a^2 + 8a + 8) + (2 - a^2 + 2a)i$$

a הוא פרמטר ממשי.

a. מצא את הערך של a שבuboרו המספרים  $z_1$  ו-  $z_2$  צמודים זה לזה.

הציב את הערך של a שמצאת, וענה על השעיפים ב-ג.

$$\cdot w_2 = \left( \frac{z_2}{\sqrt{2}} \right)^{4n+2}, \quad w_1 = \left( \frac{z_1}{\sqrt{2}} \right)^{4n}$$

a הוא מספר טבעי.

ב. הוכח כי לכל n טבעי :

(1) המספר  $w_1$  הוא מספר ממשי.

(2) המספר  $w_2$  הוא מספר מודומה טהורה.

ג. נתונה המשוואה :  $|z - p| = m$ . מה הטעמים הבאים ממשיים,

$z$  הוא מספר מרוכב.

מה הטעמים הבאים ממשיים ?  $p$  ו-  $m$  שבuboרים המשוואה הנתונה

מתארת מעגל במישור גאוס שעליו נמצאים

המספרים  $w_1$  ו-  $w_2$  לכל n טבעי ? נמק.

## פרק שני – גזילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מערכיות ולוגריתמיות

**4.** נתונה הפונקציה :  $f(x) = \frac{e^{2x} - 3e^x + m}{4}$ .  הוא פרמטר. ידוע כי הישר  $y = -1$  הוא אסימפטוטה של הפונקציה  $f(x)$ .

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $(x)$ .

(2) מצא את  $m$ .

(3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $(x)$

עם הצירים.

(4) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $(x)$ ,

וקבע את סוגן (אם יש כאלה).

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $(x)$ .

נתונה הפונקציה :  $g(x) = \frac{1}{f(x)} + 1$ .

ג. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $(x)$ .

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים

של הפונקציה  $(x)$ .

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $(x)$ .

נתון פרמטר  $t$  בתחום  $0 < t < \ell \ln 4$ .

ה. מצא את הערך של  $t$  שבעבורו ערך הביטוי  $\int_0^t g(x) dx$

הוא מקסימלי. נמק את תשובתך.

5.

$$\text{נתונה הפונקציה: } f(x) = \frac{(\ell \ln(x))^2}{(\ell \ln(x))^2 - 1}$$

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) מצא את משועאות האסימפטוטות המאונכות לצירים

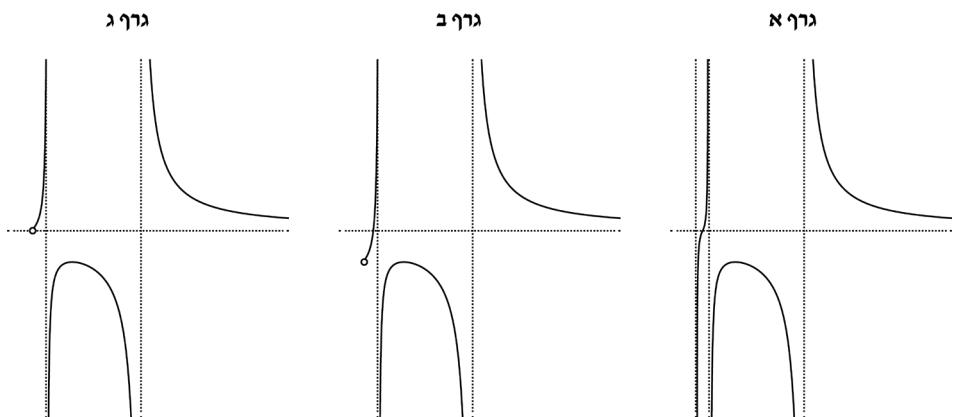


של הפונקציה  $f(x)$ .

- (3) מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 ב. לפניך שלושה גרפים שבהם לא מסומנים הצירים  $x$  ו- $y$ .

הקוויים המרוצקים מייצגים את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$ . f(x) המאונכות לצירים, והעיגול הריק מייצג נקודת שבה הפונקציה אינה מוגדרת.

קבע איזה מן הגרפים מתאים לגרף הפונקציה  $f(x)$ , העתק אותו למחברתך, ויחס בו את מערכת הצירים.  
 פרט את שיקוליך.



ג. (1) האם יש פתרון למשוואה  $f(x) = 1$ ? נמק את תשובתך.

(2) מהו הערך של  $k$  שבעבורו יש למשוואה  $f(x) = k$

פתרון ייחיד? נמק את תשובתך.

$$\text{נתונות הפונקציות: } g(x) = \frac{1}{f(x)-1}, \quad h(x) = (\ell n(x))^2 + 1$$

נסמן מלבן ABCD. הנקודות A ו-B הן שתי נקודות

על ציר ה- $x$  שבהן הפונקציה  $g(x)$  אינה מוגדרת.

הנקודות C ו-D נמצאות על גרף הפונקציה  $h(x)$ .

ד. מהו שטח המלבן ABCD? נמק את תשובתך.

**תשובות ל מבחון בגרות 43 – חורף תשפ"ב, 2022, מועד א:**

.1. א. משוואת הפרבולה :  $y^2 = 4tx$  , משוואת האלייפסה :  $\frac{x^2}{4t^2} + \frac{y^2}{3t^2} = 1$

. ב.  $D(t, -2t)$  ,  $C(t, 2t)$  . ג.  $B\left(-t, -\frac{3t}{2}\right)$  ,  $A\left(-t, \frac{3t}{2}\right)$

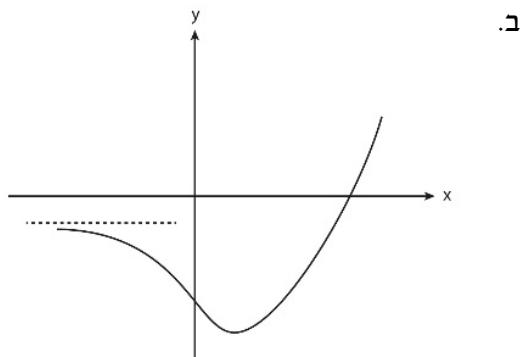
. ד. (1) טרפו שווה שוקיים. (2)  $\left(\frac{7t}{16}, 0\right)$

. 4.5. ט . $x = (0, -5, 3) + t(1, 0, 0)$  . ג . 3 . ב. . $a = -1$  ו  $a = 1$  . נ . 2

. 3.  $m = 1$  ,  $p = 0$  . ב. (1) הוכחה. (2) הוכחה. ג . $a = -1$  . נ . 3

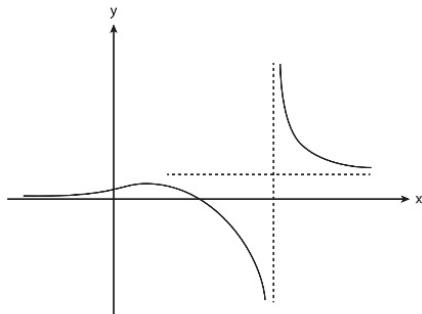
. א. (1) כל  $x$  . (2)  $(\ln 4, 0)$  ,  $(0, -1.5)$  (3) . $m = -4$  (4) . $\ln \frac{3}{2}, -\frac{25}{16}$

. ב.  $\left(\ln \frac{3}{2}, -\frac{25}{16}\right)$  (4) מינימום.



. ג.  $y = 0$  ,  $y = 1$  ,  $x = \ln 4$  (2) . $x \neq \ln 4$  (1).

.7



$$t = \ln 3$$

$$\cdot y = 1 , \quad x = \frac{1}{e} , \quad x = e \quad (2) \quad . x \neq e , \quad x \neq \frac{1}{e}, e , \quad x > 0 \quad (1). \text{ נ} \quad .5$$

$$\cdot \frac{1}{e} < x < 1 \quad 0 < x < \frac{1}{e} \quad \text{או}$$

$$\cdot 1 < x < e \quad \text{או} \quad e < x$$

$$\cdot S = \frac{2e^2 - 2}{e} = 2\left(e - \frac{1}{e}\right) \quad \text{.7} \quad . k = 0 \quad (2) \quad \text{. נ} \quad (1) \quad \text{לא}$$



## מבחון בגרות מס' 44

**חורף תשפ"ב, 2022, מועד נבחנים**

**פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטוריים, טריגונומטריה במרחב,  
מספריים מרוכבים**

מעגל שמרכזו בנקודה M חסום במשולש ABC .

הצלע AB נמצאת על הישר  $0 = -13 + y + 2x$

והצלע AC נמצאת על הישר  $0 = 4 + 2y - x$

מרכז המעגל M נמצא על הישר  $1 = x - y$

ראשית הצירים נמצאת בתחום המשולש ABC .

א. מצא את משוואת המעגל החסום במשולש ABC .

1.



סachen או  
לצפייה בפתרון

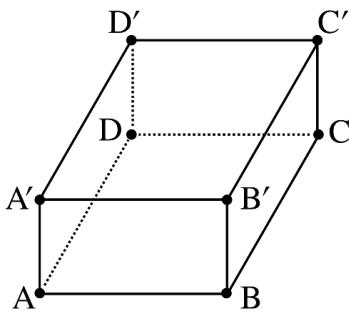
נתנו כי הישר BM מאונך לציר ה- x .

ב. מצא את משווהת הצלע BC .

ג. מצא את המרחק בין מרכז המעגל החסום במשולש ABC

ובין מרכז המעגל החוסם את המשולש זהה .

.2



נתונה מנסירה ישרה  $'ABCDA'B'C'D'$  שבבסיסה הוא מעוין  $ABCD$  (ראה סרוטוט). נקודה  $F$  נמצאת על המישור  $'ACD'$  כך ש:

$$\overrightarrow{DF} = t\overrightarrow{DA} + \frac{1}{4}\overrightarrow{DC}$$

נתון:  $DF$  מאונך למישור  $'ACD'$

$$\cdot |\overrightarrow{DC}| = 4, \angle ADC = 120^\circ$$

נסמן:  $\overrightarrow{DA} = \underline{u}, \overrightarrow{DC} = \underline{v}, \overrightarrow{DD'} = \underline{w}$

- .א. בטא את  $\overrightarrow{DF}$  באמצעות  $\underline{u}, \underline{v}$  ו- $\underline{w}$ .
- .ב. מצא את  $t$ .
- .ג. חשב את נפח המנסרה.

נתון: הנקודה  $D$  היא ראשית הצירים, הקודקוד  $A$  נמצא על החלק החיובי של ציר ה- $x$ , הקודקוד  $D'$  נמצא על החלק החיובי של ציר ה- $z$ ,  $C = (-2, \sqrt{12}, 0)$ .

- .ד. מצא את שיורי הנקודה  $F$ .

3.



a. פתר את המשוואה :  $(z+i)^2 - 2 - 2\sqrt{3}i = 0$   
 $z$  הוא מספר מרוכב.

נסמן את החלקים הממשיים של פתרונות המשוואה ב-  $a_1$  ו-  $a_2$   
כך ש-  $a_1 < a_2$ .  
נתונים שני מקומות גאומטריים :

$$|z - ia_1| = \sqrt{3} \quad .I$$

$$|z - ia_2| = \sqrt{3} \quad .II$$

b. סרטט אותה מערכת צירים סקיצה של שני המקומות הגאומטריים.

הישר  $x = y$  נמצא במישור גאוס. ישר זה חותך את המקומות הגאומטריים שרטט בסעיף b' בראשית הצלרים ובשתי נקודות אחרות שמיוצגות על ידי שני המספרים המרוכבים  $w_1$  ו-  $w_2$ .

g. פתר את המשוואה :  $z^3 = w_1 \cdot \overline{w_1} \cdot \overline{w_2} \cdot \overline{\overline{w_2}}$ ,  $z$  הוא מספר מרוכב.

## פרק שני – גדרה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

נתונה הפונקציה  $a > 0$ ,  $f(x) = \frac{ax}{\ln(x) - a}$  הוא פרמטר .  
4.

בסעיפים א-ב, בטא את תשובה תי' באמצעות  $a$ , אם יש צורך.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .



(2) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ ,

וקבע את סוגה.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה :  $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ .

ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ .

(2) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ ,

וקבע את סוגה.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ ,

על ידי האנך לציר ה- $x$  העובר בנקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ ,

על ידי הישר  $e^{a+2} = x$  ועל ידי ציר ה- $x$ , הוא 3.

ג. מצא את  $a$ .

.5



נתונה הפונקציה :  $f(x) = 9^{-x} - 6 \cdot 3^{-x} + m$  הוא פרמטר  
א. בחת-סעיפים (1)-(3) בطا את תשובה תיך באמצעות  $m$   
אם יש צורך.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$

המאונכות לצירים (אם יש כאליה).

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ ,  
וקבע את סוגן (אם יש כאליה).

נתון כי גרף הפונקציה  $f(x)$  משיק לציר ה-  $x$ .

ב. מצא את הערך של הפרמטר  $m$ .

ג. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

(2) הייזר בסקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$

ושרטט סקיצה של גוף הפונקציה  $\ln(f(x))$ .

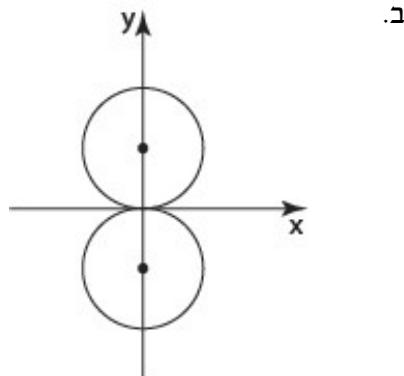
ד. הסבר מדוע :  $\int_0^1 [\ln(f(x)) - \ln(4)] dx < \ln\left(\frac{9}{4}\right)$

תשובות ל מבחון בגרות 44 – חורף תשפ"ב, מועד נבחרים, 2022:

. 2.5 .  $y = 2x + 1$  . ב.  $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 5$  . א. 1

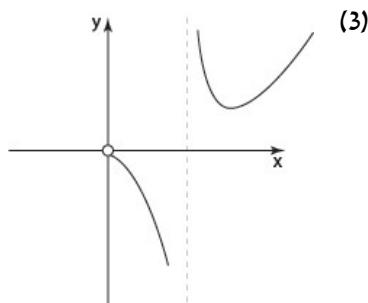
. F( $\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{12}}{4}, 1$ ) . ט .  $V = 16\sqrt{3}$  . ג .  $t = \frac{1}{4}$  . ב .  $\overrightarrow{DF} = t\underline{u} + \frac{1}{4}\underline{v} + (\frac{3}{4}-t)\underline{w}$  . נ . 2

.  $Z_1 = -\sqrt{3} - 2i$  ,  $Z_2 = \sqrt{3}$  . נ . 3

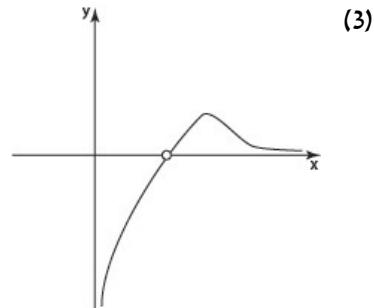


.  $\sqrt[3]{36} \text{ cis } 240^\circ$  ,  $\sqrt[3]{36} \text{ cis } 120^\circ$  ,  $\sqrt[3]{36}$  . ג.

. מינימום.  $(e^{a+1}, ae^{a+1})$  (2) .  $0 < x \neq e^a$  (1). נ . 4

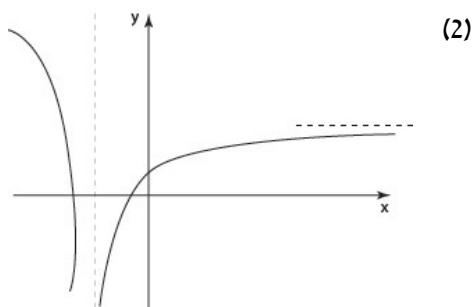
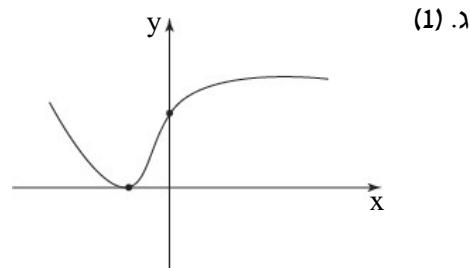


$$\cdot \left( e^{a+1}, \frac{1}{ae^{a+1}} \right) (2) \quad . \quad 0 < x \neq e^a \quad (1) \quad \text{ב. ב}$$



$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

.  $m = 9$  . (3)  $(-1, m-9)$  . y = m (2) . x . 5 . א. (1) כל מינימום. ב.



. ד. הוכחה.



# מבחן בגרות מס' 45

**קי"ץ תשפ"ב, 2022, מועד א**

## גרסה 1

**פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספריים מרוכבים**

נתונים שני מעגלים המשיקים זה לזה מבחוץ. מרכזו של המעגל האחד הוא בנקודה M ומשוואתו

היא  $(x-a)^2 + y^2 = r^2$ ,  $a$  הוא פרמטר חיובי.

מרכזו של המעגל الآخر הוא בנקודה N ומשוואתו  
היא  $(x-13)^2 + y^2 = R^2$ .

אורכו של הקטע המחבר את שני המעגלים הוא 9,  
והיחס בין אורכי הרדיוסים של המעגלים הוא  $2:1$ ,  $r < R$ .  
מצאו את משוואת המעגל שמרכזו A ואת שתי האפשרויות  
למשוואת המעגל שמרכזו M.

1.



סракנו אותו  
לצפייה בפתחון

נתון כי  $a < 13$ .

ב. סרטטו במערכת צירים אחת סקיצה של שני המעגלים ושל כל  
המשיקים המשותפים לשני המעגלים.

ג. מצאו את משוואת המשיק העובר בנקודה המשותפת לשני  
המעגלים.

ד. הימשר  $mx - y + n = 0$  הוא משיק לשני המעגלים.  
מצאו את  $m$  ואת  $n$  (שתי אפשרויות).

נתונים שני מעגלים אחרים המשיקים זה לזה מbbox. משווהות המעגלים הן :  $(x-k)^2 + y^2 = R^2$  ;  $(x-t)^2 + y^2 = r^2$   $t$  ו-  $k$  הם פרמטרים.  
עלכי הרדיוסים  $r$  ו-  $R$  זהים לאליה שמצאתם בסעיף א.  
ה. האם ייתכן כי שני הימשרים שאות משווהותיהם מצאתם בסעיף ד משיקים גם למעגלים האלה?  
אם כן - מצאו את  $t$  ואת  $k$ . אם לא - נמקו.

נתונות ארבע נקודות הנמצאות באותו המישור :

א. מצאו את משווהת המישור  $A(4,p,-1)$  ,  $B(7,5,5)$  ,  $C(1,-1,2)$  ,  $D(-2,5,-4)$  הוא פרמטר.

ב. חשבו את ערך הפרמטר  $p$ .

ג. הוכחו כי המרובע  $ABCD$  הוא ריבוע.

2.



הנקודה  $S$  היא קודקוד של פירמידה  $SABCD$  שבבסיסה  $ABCD$  המקצוע  $SC$  מונח על הימשר  $\underline{x} = (0, -4, 1) + t(1, 3, 1)$ .

נתון כי נפח הפירמידה הוא 81.

ד. מצאו את שיעורי הנקודה  $S$  (שתי אפשרויות).

נתון מישור נוסף  $\pi$  המאונך למקצוע  $SC$ .

ה. מצאו את הזווית שבין המישור  $ABCD$  ובין המישור  $\pi$ .

3.



נתונה המשוואה  $i \cdot z^2 + z\bar{z} = z + 2\bar{z} + 9 + 7i$ ,  $z$  הוא מספר מרוכב.  
 $z_1$  הוא אחד הפתרונות של המשוואה, והוא מייצג נקודה הנמצאת  
במישור גאוס בריבוע הראשון, על מעגל שמרכזו בראשית הצירים.  
א. מצאו את משווהת המעגל.

- חסומים במעגל ריבוע אחד מקודקודיו מיוצגים על ידי המספר  $z_1$ .
- ב. חשבו את שטח הריבוע.
- ג. מצאו את השיעורים של שאר קודקודיו הריבוע.

מכפילים ב-  $((\cos(\alpha) + i \sin(\alpha)) \cdot r_1)$  כל אחד מן המספרים המייצגים את שני קודקודיו הריבוע שנמצאים בربיעים הראשון והשלישי,  
ומכפילים ב-  $((\cos(\alpha+30^\circ) + i \sin(\alpha+30^\circ)) \cdot r_2)$  כל אחד מן המספרים  
המייצגים את שני קודקודיו הריבוע שנמצאים בربיעים  
השני והרביעי.

הנקודות במישור גאוס המייצגות את התוצאות שהתקבלו לאחר  
ההכפלת יוצרות מרובע קמור חדש במישור גאוס.

- נתון:  $r_1$  ו-  $r_2$  חיוביים,  $r_2 \neq r_1$ .  
ד. מהו סוג המרובע שהתקבל? נמקו את התשובה.

נתון כי שטח המרובע שהתקבל גדול פי  $\sqrt{3}$  משטח הריבוע  
שהיכלתם בסעיף ב.  
ה. חשבו את  $r_1 \cdot r_2$ .

## פרק שני – גזילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מערכיות ולוגרิตמיות

4.

נתונה הפונקציה  $f(x) = xe^x - 2e^x + 1$  המוגדרת לכל  $x$ .

- א. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לציר ה- $y$  (אם יש כאלה).



- (2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $y$ .

- (3) מצאו את תחומי העליה ואת תחומי הירידה של הפונקציה  $f(x)$ .

- (4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה  $g(x) = \frac{1-e^x}{e^x-x}$  המוגדרת לכל  $x$ .

- ב. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $g(x)$  המאונכות לציר ה- $y$ .

- (2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $g(x)$  עם ציר ה- $x$  (אם יש כאלה).

$$(3) \text{ הוכיחו כי } g'(x) = \frac{f(x)}{(e^x-x)^2}$$

- ג. היעזרו בסקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  ומצאו במה נקודות מקסימום וכמה נקודות מינימום יש לפונקציה  $g(x)$ . נמקו את התשובה.

- ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

- ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $g(x)$ , על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישר  $1-x$ .

5.



$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = x + \ell \ln(x^2 - 8).$$

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצאו את משועאות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$ .  
המאוכנות לצירים (אם יש כאלה).

(3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ .  
וקבעו את סוגה.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ב.  $f'(x)$  היא פונקציית הנגזרת של הפונקציה  $f(x)$ .

(1) מצאו את תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .  
(2) מצאו את משועאות האסימפטוטות של פונקציית  
הנגזרת  $f'(x)$ .  
המאוכנות לצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של פונקציית  
הנגזרת  $f'(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

(4) סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  אם ידוע כי  
אין לה נקודות קיצון.

נתונה הפונקציה  $g(x) = e^{f(x)}$  המוגדרת באותו תחום כמו  
הפונקציה  $f(x)$ .

ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ .  
וקבעו את סוגה.

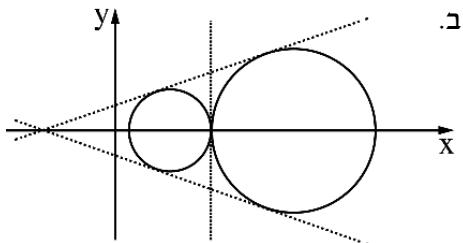
(2) מצאו את תחומי העליה ואת תחומי הירידה של  
הפונקציה  $g(x)$ .

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי הפונקציה  $y = g(x)$   
על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישרים  $x = -5$  ו-  $x = -1$ .

**תשובות ל מבחון בגרות מס' 45 – קיץ תשפ"ב, מועד א, גראDEDה 1:**

1. א. משווה את המעגל שמרכזו N :  $(x-13)^2 + y^2 = 36$

.  $(x-22)^2 + y^2 = 9$  ,  $(x-4)^2 + y^2 = 9$  : M



.  $m_1 = -\frac{1}{\sqrt{8}}$  ,  $n_2 = -\frac{5}{\sqrt{8}}$  ,  $m_1 = \frac{1}{\sqrt{8}}$  ,  $n_1 = \frac{5}{\sqrt{8}}$  . T .  $x = 7$

ה. כנ.  $t = -14$  ,  $k = -23$

. 2 x - y - 2z + 1 = 0 . ב. p . ג. להוכיח. נ . 2

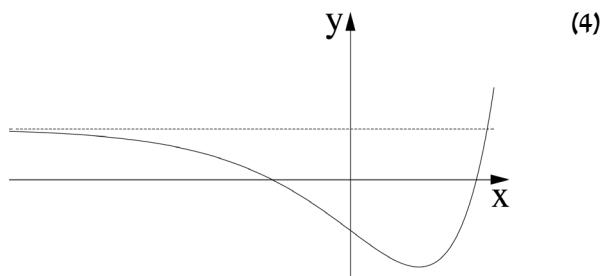
.  $\sim 72.5^\circ$  . ח.  $(4, 8, 5)$  ,  $(-2, -10, -1)$  . T

.  $(-3, -1)$  ,  $(-1, 3)$  ,  $(1, -3)$  . ג . 20 . ב.  $x^2 + y^2 = 10$  . נ . 3

ד. מקבילית, להסביר. ה. 2 .

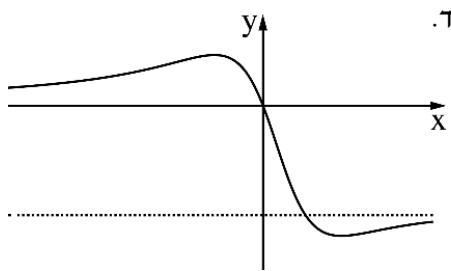
.  $(0, -1)$  (2) .  $\underbrace{y = 1}_{x \rightarrow -\infty}$  . א. (1) . 4

. (3) תחומי עלייה :  $x < 1$  , תחומי ירידיה :  $x > 1$



. ב. (3) להוכיח.  $(0, 0)$  (2) .  $\underbrace{y = -1}_{x \rightarrow +\infty}$  ,  $\underbrace{y = 0}_{x \rightarrow -\infty}$  . 1

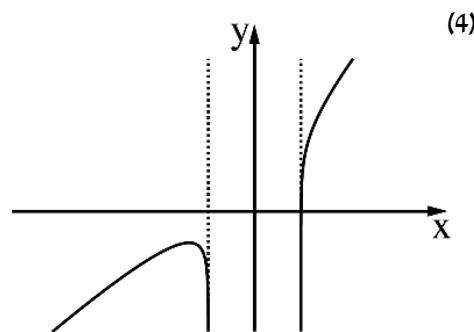
ג. נקודת מינימום אחת, נקודת מקסימום אחת.



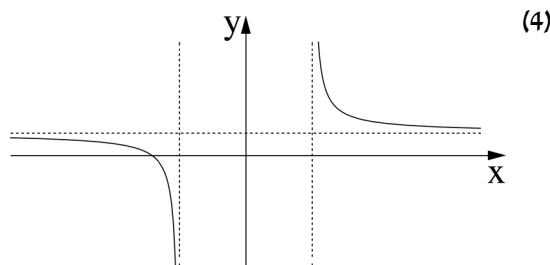
$$\ln \frac{e+1}{e} \approx 0.313$$

.  $x = -\sqrt{8}$  ,  $x = \sqrt{8}$  (2) .  $x < -\sqrt{8}$  או  $\sqrt{8} < x$  (1). נ . 5

. (−4, −1.92) : (3) מקסימום



. (−4, 0) (3)  $x = -\sqrt{8}$  ,  $x = \sqrt{8}$  ,  $y = 1$  (2)  $x < -\sqrt{8}$  או  $\sqrt{8} < x$  (1). ב



ג.(1) מקסימום : (−4, 0.147)

(2) תחומי עלייה :  $x < -4$  או  $\sqrt{8} < x$  ; תחומי ירידה :

$$\sim 0.032 . \tau$$

## מבחן בגרות מס' 46

**קי"ץ תשפ"ב, 2022, מועד ב**

### גרסה 1

**פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה למרחב,  
מספרים מרוכבים**

נתונות הנקודות  $A(-5, 3)$ ,  $B(0, -2)$  ו-  $C(0, -1)$ .

- א. מצאו את משוואת המוקом הגאומטרי של מרכזי המעגלים שהקטע  $AB$  הוא מיתר שלהם.

מעגל  $M$  הוא אחד מן המעגלים שהקטע  $AB$  הוא מיתר שלהם.

נקודות החיתוך של המעגל  $M$  עם ציר ה- $x$  הן מוקדים של אליפסה שימושו אתה קנונית.

- ב. מצאו את שיעורימרכז המעגל  $M$  ואת הרדיוס שלו.

1.



לצפייה בפתרונות  
טракן אותו

נתון כי אורך הציר הראשי של האליפסה שווה לאורך קוטר המעגל  $M$ .  
ג. מהי משוואת האליפסה?

- נסמן ב-  $F$  את המוקד הימני של האליפסה. ישר המאונך לציר ה- $x$  עובר בנקודה השמאלי של האליפסה. הישר חותך את האליפסה בנקודות  $Q$  ו-  $T$ , ואת המעגל  $M$  בנקודות  $K$  ו-  $L$ .

ד. מצאו את היחס בין שטח המשולש  $KLF$  לבין שטח המשולש  $TQF$ .

2.

נתונה פירמידה OABC שבבסיסה משולש ABC .

$$\text{נסמן : } \underline{w} = \overrightarrow{OC}, \underline{v} = \overrightarrow{OB}, \underline{u} = \overrightarrow{OA}$$

נתון :  $|\underline{w}| = |\underline{v}| = |\underline{u}|$ ,  $\angle AOB = \angle BOC = \angle COA = 90^\circ$

$$\text{הנקודה H מקיימת } \overrightarrow{OH} = t\underline{u} + s\underline{v} + k\underline{w}$$

$t, s, k$  הם פרמטרים.

נתון כי  $\overrightarrow{OH}$  מאונך לבסיס ABC של הפירמידה.

$$\text{א. הוכחו : } t = s = k$$

הנקודה M נמצאת בבסיס ABC של הפירמידה, והיא נקודת המפגש של תיכוני הבסיס.

ב. הוכחו כי  $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}$ , והסבירו מדוע OM הוא

גובה לבסיס ABC של הפירמידה.

הנקודה P נמצאת על הישר  $\ell$  שעליו מונח הגובה לבסיס ABC.

ג. הבינו באמצעות  $\underline{w}$ ,  $\underline{v}$ ,  $\underline{u}$ , את הווקטור  $\overrightarrow{OP}$  שבverbו נפח

הפירמידה PABC כפול נפח הפירמידה OABC (שתי אפשרויות).

ממקמים את הפירמידה OABC במערכת צירים. הנקודה O נמצאת בראשית הצירים, הנקודה A נמצאת על החלק החיובי של ציר ה- $x$ , הנקודה B על החלק החיובי של ציר ה- $y$ ,

הנקודה C על החלק החיובי של ציר ה- $z$ . נתון :  $|\underline{u}| = a$ .

ד. מצאו את ההצגה הפרמטרית של הישר  $\ell$  שעליו נמצא נמצא הקטע OP.

ה. הבינו באמצעות  $a$  את משוואת המישור ABC.

ו. נתון כי נפח הפירמידה OABC הוא  $\frac{5}{6}20$ . חשבו את  $a$ .



לצפייה בפתרונות

3.



המספר  $z = R(\cos \alpha + i \cdot \sin \alpha)$  נמצא במישור גאוס בربיע  
השלישי.

$$\text{נתון: } \frac{z}{\bar{z}} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

א. מצאו את  $\alpha$ .

$$\text{נתון: } |2iz| + \left| \frac{\bar{z}}{i} \right| - \left| \frac{z}{\bar{z}} \right| = 8$$

ב. מצאו את  $R$ .

ג. נתונה המשוואה:  $w^9 = \frac{z^3}{27}$  ( $Z$  הוא המספר שמצאתם).

הראו כי המספר  $\frac{z}{\bar{z}}$  הוא אחד הפתרונות של המשוואה.

ד. המשולש ABC הוא משולש שווה שוקיים. קודקוד הבסיס B

ו- C מתאימים למספרים:  $\frac{\bar{z}}{z}$  ו-  $\frac{z}{\bar{z}}$ . קודקוד הראש A

מתאים למספר  $z+k$ ,  $z+k$  הוא מספר מודומה טהורה.

(1) מהו הערך של  $k$ ?

(2) חשבו את שטח המרובע ABOC (הנקודה O היא ראשית  
הצירים).

## פרק שני – גזילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעירכיות ולוגריתמיות

4. נטונה הפונקציה  $f(x) = x^2 e^{a-x^3}$  המוגדרת לכל  $x$

a הוא פרמטר.

א. (1) מצאו את התחום בו הפונקציה  $f(x)$  חיובית.



(2) מצאו את שיעורי ה-  $x$  של נקודות הקיצון של

הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.

נתון כי השטח הכלוא בין הגраф של פונקציית הנגזרת  $(x')'$

$$\text{לבין ציר ה- } x \text{ הוא } \sqrt[3]{\frac{4e}{9}}.$$

ב. מצאו את הערך של  $a$ .

הציבו  $1 = a$ , וענו על הסעיפים ג-ה.

ג. סרטטו סקיצה של גраф הפונקציה  $f(x)$ .

. ( $g'(x) = f(x)$ ) היא נגזרת של הפונקציה  $g(x)$  ( $f(x)$ ).

ד. (1) מהו תחום העלייה של הפונקציה  $(x)g$ ? נמקו.

(2) כמה נקודות פיתול יש לפונקציה  $(x)g$ ? נמקו.

נסמן ב-  $B$  את נקודת הפיתול שבה הערך של הפונקציה  $(x)g$

הוא הגובה מבין כל נקודות הפיתול שלה.

נתון כי שיעור ה-  $y$  של הנקודה  $B$  הוא  $\frac{e - \sqrt[3]{e}}{3}$ .

ה. מצאו את הפונקציה  $(x)g$ .

5.



נתונה פונקציה  $f(x)$  המקיים את התכונות האלה:  
הfonקציה מוגדרת לכל  $x$  ורציפה, הפונקציה היא אי-זוגית,  
הישר  $y = 0$  הוא אסימפטוטה של הפונקציה,  
ולפונקציה יש נקודת מינימום ייחידה ששיעוריה הם  $(-1, -a)$ ,  
ו $a$  הוא פרמטר חיובי.  
א. סרטטו סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה  $h(x) = \ln(f(x))$ .

ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $h(x)$ .

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $h(x)$ .  
ה动员יות לצירים (אם יש כאלה).

(3) מצאו את טווח הערכים של  $a$  שבuboרו גרא'  
הפונקציה  $h(x)$  חותך את ציר ה- $x$  בשתי נקודות.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $h(x)$ ,  
אם ידוע שהגרף שלה חותך את ציר ה- $x$  בשתי נקודות.

$$\text{נתון: } f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$$

•  $g(0) = 0$  היא פונקציה המקיים:  $g'(x) = f(x)$  וגם:

ג. (1) מצאו את הפונקציה  $g(x)$ .

(2) האם הפונקציה  $g(x)$  היא זוגית, אי-זוגית או לא זוגית  
ולא אי-זוגית? נמקו.

$$\text{לפניכם האינטגרל } \int_{-5}^t g(x) dx$$

?  $2 \cdot \int_{-5}^t g(x) dx = \int_{-5}^5 g(x) dx$  שבuboרו מתקיים  
ד. מהו הערך של  $t$  שבuboרו מתקיים  
نمכו.

**תשובות ל מבחון בגרות מס' 46 – קיץ תשפ"ב מועד ב, 2022 – גרסה 1:**

$$\text{. 5.} \quad \text{. } \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \quad \text{ג. } R = 5 \quad \text{, M}(0,3) \quad \text{. 1.}$$

. א. להוכיח. ב. להוכיח ולהסביר.

$$\text{. } \ell = t(1,1,1) \quad \text{. 7.} \quad \overrightarrow{OP_2} = -\frac{1}{3}\underline{u} - \frac{1}{3}\underline{v} - \frac{1}{3}\underline{w} \quad , \quad \overrightarrow{OP_1} = \underline{u} + \underline{v} + \underline{w}$$

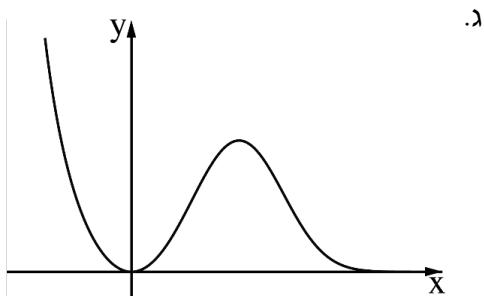
$$\text{. } a = 5 \quad \text{. 1.} \quad x + y + z - a = 0$$

. ג. להראות . ב.  $R = 3$  א.  $\alpha = 240^\circ$ .

$$\text{. } \frac{3\sqrt{3}}{4} (2) \quad k = \frac{3\sqrt{3}}{2} i (1) \quad \text{. 7.}$$

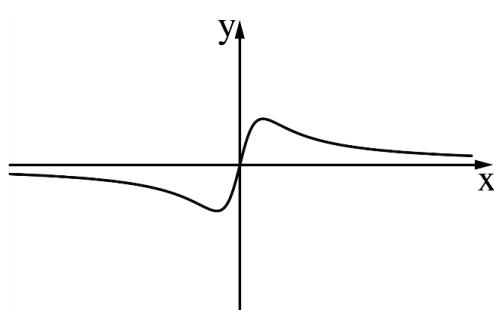
$$\text{. } x = \sqrt[3]{\frac{2}{3}} \approx 0.8736 \quad \text{. (2) מינימום : } x = 0 \quad \text{, מקסימום : } x \neq 0 \quad \text{. (1). 4.}$$

$$\text{. } a = 1 \quad \text{. 2.}$$



$$\text{ד. (1) כל } x. \quad \text{ד. (2) 2 נקודות. ה.}$$

|.N .5



.  $a > 1$  (3) .  $x = 0$  (2) .  $x > 0$  (1) .  
ב

(4)



.  $t = 0$  .  
ט נגנ'ג (2)  $g(x) = 2\ln(1+x^2)$  (1).  
ג



## מבחן בגרות מס' 47

**חורף תשפ"ג, 2023**

### **פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים**

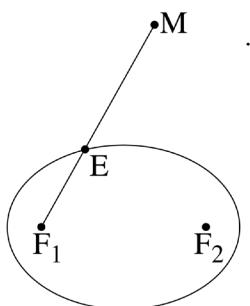
ענו על שתיים מבין השאלות 1-3.

- 1.** נתונה אליפסה שימושה  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ,  $b > 0$  הוא פרמטר חיובי.

ידוע כי המוקדים של האליפסה נמצאים על ציר ה- $x$ .

נסמן את נקודות החיתוך של האליפסה עם ציר ה- $y$   $D_1$  ו-  $D_2$ , את המוקד השמאלי של האליפסה נסמן ב-  $F_1$ , ואת המוקד הימני שלו ב-  $F_2$ . נתון כי המרובע  $F_1D_1F_2D_2$  הוא ריבוע.

**a.** (1) מצאו את הערך של  $b$ . (2) חשבו את שטח הריבוע  $F_1D_1F_2D_2$ .



הציבו במשוואת האליפסה  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ , וענו על הסעיפים ב-**ד**.

הנקודה  $E$  היא נקודה כלשהי על האליפסה. מחברים באמצעות קו ישר את המוקד השמאלי  $F_1$  עם הנקודה  $E$  וממשיכים את הקו הישר עד لنקודה  $M$  (ראו סרטוט), כך שמתקיים  $EM = EF_2$ .

**b.** הוכיחו כי המוקם הגאומטרי של כל הנקודות  $M$  הוא מעגל, ורשמו את משוואתו.

**ג.** מזיזים את המעגל שמצאתם בסעיף ב ימינה ב-  $\frac{3}{\sqrt{2}}$  יחידות, ומתקבל מעגל אחר. מכפילים ב-  $\frac{2}{3}$  את שיעור ה- $y$  של כל הנקודות שעל המעגל الآخر, ומתקבל עקום חדש. זהו את צורת העקום החדש, ומצאו את משוואתו.

נתון משולש שניים מקודודיו הם נקודות החיתוך של העקום החדש עם ציר ה- $x$ , והקודקוד הנוסף נמצא גם על העקום החדש.

**ד.** מצאו את השטח הגדול ביותר האפשרי של המשולש. נמקו את תשובתכם.

2.  **נתונים שני מישוריים,  $\pi_1$  ו-  $\pi_2$**

$$\pi_1 : (k+2)x + y + (k+1)z + 11 = 0$$

$$\pi_2 : (k+1)x + y + z - 5 = 0$$



**k** הוא פרמטר.

**a.** הסבירו מדוע בהכרח שני המישוריים נחתכים זה עם זה.

ידוע כי ישר החיתוך  $\ell_1$  בין המישוריים מקביל לישר  $\ell$ .

**b.** (1) מצאו את הערך של  $k$ .

(2) מצאו הצגה פרמטרית של הישר  $\ell_1$ .

(3) מצאו את הזווית בין המישוריים  $\pi_1$  ו-  $\pi_2$ .

הנקודה  $P$  נמצאת על הישר  $\ell_1$  ועל מישור  $[yz]$ . הנקודות  $A$  ו-  $B$  הן נקודות החיתוך של ציר  $-y$  עם המישוריים  $\pi_1$  ו-  $\pi_2$  בהתאם.

**g.** (1) מצאו את שיעורי הנקודות  $P$ ,  $A$ ,  $B$ .

(2) מצאו את שטח המשולש  $APB$ .

3.  **נתונה משואה I :  $w^6 = -27$ ,  $w$  הוא מספר מרוכב.**

**a.** פתרו את משואה I.

נתונה משואה II :  $z + \frac{\sqrt{3}}{2}i = -27$ ,  $z$  הוא מספר מרוכב.



**b.** (1) היעזרו בפתרונות של משואה I, ורשמו בהצגה אלגברית את הפתרונות של משואה II.

(2) הסבירו מדוע הנקודות במישור גאוס המייצגות את הפתרונות של משואה II נמצאות של מעגל, ומצאו את משואתו.

(3) הוכיחו כי כל הפתרונות של משואה II מייצגים קודקודים של משואה משוכפל במישור גאוס.

נתון : שני הפתרונות המודומים ושני הפתרונות המשמשים של משואה II מייצגים קודקודים של מרובע במישור גאוס.

**g.** (1) מהו סוג המרובע שהתקבל? נמקו את תשובתכם.

(2) מצאו את היחס בין שטח המשואה ובין שטח המרובע.

## פרק שני – גדרה ודעיכה, פונקציות חזקה,

### פונקציות מערכיות ולוגריתמיות

ענו על אחת מבין השאלות 4-5.

4. ◉ נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{2e^{2x}}{e^{2x} - 5e^x + 4}$ .

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצאו את משועדות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$

המאוכנות לצירים.

(3) מצאו את תחומי העליה ואת תחומי הירידה של הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה  $g(x) = \frac{5e^x}{e^{2x} - 5e^x + 4}$ , המוגדרת באותו תחום שבו מוגדרת

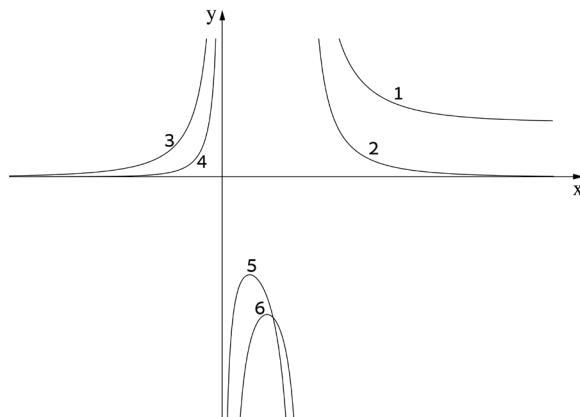
הפונקציה  $f(x)$ .

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך בין גרף הפונקציה  $f(x)$

ובין גרף הפונקציה  $g(x)$ .

לפניכם סרטוות הגрафים של שתי הפונקציות  $f(x)$  ו-  $g(x)$ .

כל אחד מן החלקים של הגראפים מסומן בסרטוט בספרה אחרת.



ג. רשמו לאיזו פונקציה שיך כל אחד מן החלקים המסומנים הסרטוט. נמקו את תשובהיכם.

ד. פניכם שני ביטויים, I – II.

קבעו בוגע לכל אחד מן הביטויים אם הוא שלילי או חיובי.  
ນມକୁ ଲାଇ ଚିଶ୍ବ.

I.  $\int_{-4}^{-1} (f(x) - g(x)) dx$

II.  $\int_{\ln \frac{8}{3}}^{\ln 2} (f(x) - g(x)) dx$

ה. חשבו את גודל השטח הכלוא בין הגרפים של שתי הפונקציות  $f(x)$  ו-  $g(x)$ .  
ובין הישרים  $x = \ln 16$  ו-  $x = \ln 9$ .

5.  **נתונה הפונקציה**  $f(x) = 4x(\ln(x^2) - 1)$ .

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה-  $x$ .

(3) הוכיחו כי הפונקציה  $f(x)$  היא אי-זוגית.

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוון.

(2) האם יש לפונקציה  $f(x)$  נקודות פיתול? נמקו את תשובהיכם.

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

$$\text{נתונה הפונקציה } g(x) = \frac{1}{f(x)}$$

ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ .

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $g(x)$   
המאונכות לצירים.

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

(4) בכמה נקודות הגרפים  $f(x)$  ו-  $g(x)$  נחתכים זה עם זה?  
נמקו את תשובהיכם.

ד. כתבו דוגמה לפונקציה קדומה של  $f(x)$ .

## תשובות ל מבחון בגרות מס' 47 - חורף תשפ"ג, 2023:

. א. (1) (2) .  $b = \frac{3}{\sqrt{2}} = \sqrt{4.5}$  . 9

. יש להוכיח שהמקום הגאומטרי הוא מעגל.  $(x + \sqrt{4.5})^2 + y^2 = 36$

. ג. אליפסה.  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$

. 2. א. הסביר. ב. (1)  $k = 1$  (2) לדוגמה :  $(0, 21, -16) + t(-1, 1, 1)$

. 128 (2) .  $A(0, -11, 0), B(0, 5, 0), P(0, 21, -16)$  (1)

,  $w_4 = \sqrt{3} \cdot \text{cis}(210^\circ)$  ,  $w_3 = \sqrt{3} \cdot \text{cis}(150^\circ)$  ,  $w_2 = \sqrt{3} \cdot \text{cis}(90^\circ)$  ,  $w_1 = \sqrt{3} \cdot \text{cis}(30^\circ)$  . נ . 3

.  $w_6 = \sqrt{3} \cdot \text{cis}(330^\circ)$  ,  $w_5 = \sqrt{3} \cdot \text{cis}(270^\circ)$

.  $z_6 = \frac{3}{2} - \sqrt{3}i$  ,  $z_5 = -\frac{3\sqrt{3}}{2}i$  ,  $z_4 = -\frac{3}{2} - \sqrt{3}i$  ,  $z_3 = -\frac{3}{2}$  ,  $z_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}i$  ,  $z_1 = \frac{3}{2}$  (1). ב

.  $\frac{3}{2}$  (2) .  $x^2 + \left(y + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 3$  (2) הסביר. ג. (3) הוכחה. ג. (1) דלתון.

.  $x \neq 0$  ,  $x \neq \ln 4$  (1). נ . 4

.  $x = 0$  ,  $x = \ln 4$  ,  $x \rightarrow \infty$  עבור  $y = 0$  ,  $x \rightarrow \infty$   $y = 2$  (2)

. (3) עלייה :  $\ln \frac{8}{5} < x < \ln 4$  או  $\ln 4 < x$  : ירידה .  $x < 0$  או  $0 < x < \ln \frac{8}{5}$

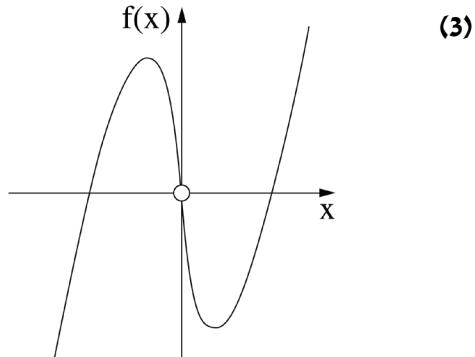
.  $(\ln \frac{5}{2} - \frac{50}{9})$  . ב

. ג. הפונקציה  $f(x)$  : חלקים 1, 4, 5, 6, 3, 2 חלקים :  $g(x)$

. ביטוי I : שלילי. ביטוי II : חיובי. ה.  $\ln(4.5) \approx 1.5$

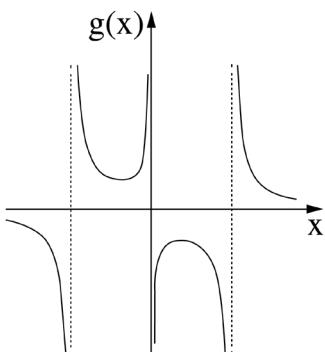
.5 א. נ. (1) .x ≠ 0 (2) .(−√e, 0), (√e, 0) (3) .(−√e, 0)

ב. מינימום (− $\frac{1}{\sqrt{e}}, -\frac{8}{\sqrt{e}}$ ) מקסימום ( $\frac{1}{\sqrt{e}}, \frac{8}{\sqrt{e}}$ ). אין נקודות פיתול.



. $x \neq -\sqrt{e}$ ,  $x \neq 0$ ,  $x \neq \sqrt{e}$  (1).א

(3) . $y = 0$ ,  $x = -\sqrt{e}$ ,  $x = 0$ ,  $x = \sqrt{e}$  (2)



.(4) 6 נקודות.

$$. G(x) = \frac{\ln |\ln(x^2) - 1|}{8} : \text{לדוגמה}$$



# מבחון בגרות מס' 48

**קייז תשפ"ג, מועד א, 2023**

**פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה למרחב  
מספרים מרוכבים**

ענו על שתיים מבין השאלות 1-3.

1. נתונה אליפסה שימושו אתה  $1 < k < 6$ ,  $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{144 - 4k^2} = 1$

הנקודה  $F_1$  היא המוקד הימני של האליפסה,



הנקודה  $F_2$  היא המוקד השמאלי שלה.

א. הבינו באמצעות  $k$  את שיעורי הנקודות  $F_1$  ו-  $F_2$ .

הנקודה A נמצאת ברביע הראשון על פרבולה שימושו אתה קוניקת והמוקד שלה נמצא בנקודה  $F_1$ , כך שמתקיים:  $AF_1 = 10k$ .

ב. (1) הבינו באמצעות  $k$  את משוואת מדריך הפרבולה.

(2) הבינו באמצעות  $k$  את שיעורי הנקודה A.

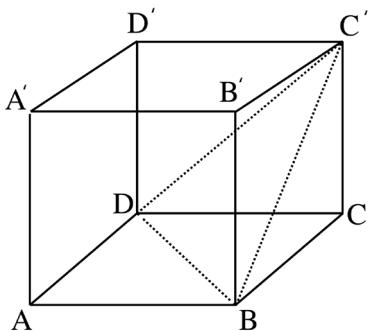
ג. AF<sub>1</sub> הוא קו טר במעגל. הישר שימושו אותו  $12y + 5x = 138$  משיק למעגל זה.

ג. מצאו את הערך של  $k$ .

ד. היא נקודת על האליפסה.

ד. קבעו אם היקף המשולש  $F_1AF_2$  גדול מהיקף המשולש  $F_1DF_2$ .  
קטן ממנו או שווה לו. נמקו את קביעתכם.

. **2.** בטרוט שלפניכם מתוארת הקובייה  $A'BCDA'B'C'D'$ .



נסמן:  $\overline{AB} = \underline{y}$ ,  $\overline{AD} = \underline{w}$ ,  $\overline{AA'} = \underline{z}$ .

- a.** הוכיחו כי האלכסון  $CA'$  מאונך למשור  $BC'D'$ .

נקודה  $E$  היא מפגש התיכונים  
במשולש  $BC'D'$ .

- b.** (1) הבינו את הווקטור  $\overrightarrow{CE}$   
באמצעות  $\underline{y}$ ,  $\underline{z}$  ו-  $\underline{w}$ .

- (2) הוכיחו כי הנקודות  $C$ ,  $E$  ו-  $A'$  נמצאות על ישר אחד.

נתון:  $n$ ,  $p$  ו-  $q$  הם פרמטרים.

שיעור ה-  $z$  של הנקודה  $C'$  הוא חיובי.

- ג. (1) מצאו את שיעורי הנקודה  $A$ , והוכיחו כי  $ABCD$  נמצא במשור  $z=0$ .  
(2) מצאו את שיעורי הנקודה  $C'$ .

הו ישר החיתוך בין המשור  $D'B'C'B'$  ובין המשור  $BCC'B'$ .

ד. מצאו הצגה פרמטרית של הישר  $\ell$ .

- ה. מצאו הצגה פרמטרית של המשור המכיל את הישר  $\ell$  ואינו חותך את ציר ה-  $x$ .

3. ► נתונה המשוואה  $z^3 = \frac{1}{z^3}$ ,  $z$  הוא מספר מרוכב.

נתון כי המספר  $z_0$  הוא אחד מפתרונות המשוואה וכי הוא מיוצג על ידי נקודה הנמצאת בربיע הרביעי במישור גאוס.

א. מצאו את המספר המרוכב  $z_0$ .

הנקודות  $A$ ,  $B$ , ו-  $C$  מיוצגות במישור גאוס על ידי המספרים המרוכבים  $d \cdot z_0$ ,  $d \cdot z_0^2$  ו-  $d \cdot z_0^4$ , בהתאם,  $0 < d < 1$  הוא פרמטר.

נתון כי שטח המשולש  $ABC$  הוא  $6.5d + 6$ .

ב. מצאו את הערך של  $d$ .

$$\text{נדיר: } w = \left( (z_0)^2 - \frac{1}{(z_0)^2} \right) (1+i)$$

ג. מצאו את  $|w|$  ואת הארגומנט (הזווית) של  $w$ .

נתון כי המספר  $w^n$  ( $n$  הוא מספר טבעי) הוא מספר מדומה טהורה,

ונמצא מחוץ למעגל החוסם את המשולש  $ABC$ .

ד. מצאו את הערך המינימלי האפשרי של  $n$ .

## **פרק שני – גדרה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**

ענו על אחד מבין השאלות 4-5.

4. ◉ נתונה הפונקציה  $f(x) = (e^x - 1)^n$ , המוגדרת לכל  $x$ .

ה הוא מספר טבעי גדול או שווה ל-2.

ענו על סעיף א' עבור  $x$  חיובי ועבור  $x$  א-זובי.



א. (1) מצאו את משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן (אם יש כAllen).

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ענו על הטעיפים ב-ג' עבור  $n = 2$ .

נתונה הפונקציה  $g(x) = 3e^x - 7$ , המוגדרת לכל  $x$ .

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך שבין גרף הפונקציה  $f(x)$  ובין גרף הפונקציה  $g(x)$ .

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$  ועל ידי גרף הפונקציה  $g(x)$ .

נתונה הפונקציה  $h(x) = |f(x)|$ , המוגדרת לכל  $x$ .

ג. (1) כמה נקודות קיצון יש לפונקציה  $h(x)$ ?

מצאו את שיעורי הנקודות הללו, וקבעו את סוגן.

(2) מצאו את תחום הערכים של  $k$  שעבורו הישר  $y = k$  חותך את גרף הפונקציה  $h(x)$  ב-3 נקודות.

5.  **נתונה הפונקציה**  $f(x) = \ln(x) + \frac{1}{x}$

- a.** (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- (2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.
- (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .



נתונה הפונקציה  $g(x) = (x+1)(1-\ln(x))$ , המוגדרת באותו תחום שבו מוגדרת הפונקציה  $f(x)$ .

- b.** (1) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $g(x)$  עם ציר ה- $x$ .
- (2) מצאו את תחומי העליה ואת תחומי הירידה של הפונקציה  $g(x)$  (אם יש כאלה).
- (3) מצאו את תחום הקוירות כלפי מעלה ואת תחום הקוירות כלפי מטה  $\cap$  של הפונקציה  $g(x)$ .
- (4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

נתונה הפונקציה  $h(x) = \frac{1}{x} \cdot g'(x)$ , המוגדרת באותו תחום שבו מוגדרת הפונקציה  $f(x)$ .

- ג.** חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $h(x)$ , על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישרים  $x = 1$  ו-  $x = e$ .

**תשובות ל מבחן בגרות מס' 48 - קיץ תשפ"ג, מועד א, 2023:**

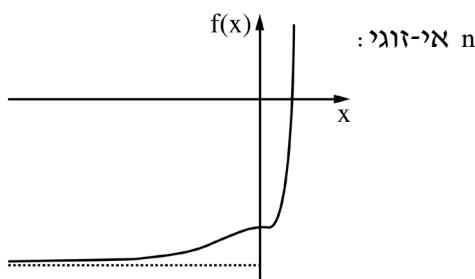
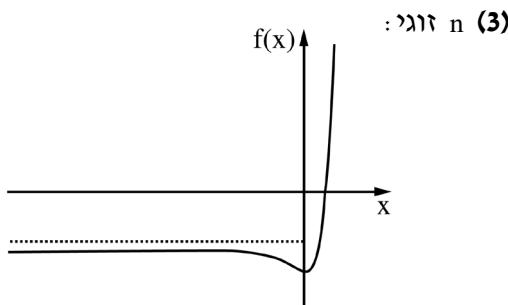
.**1.** א.  $k = 1$  .ג.  $A(8k, 8k)$  (2) . $x = -2k$  (1) ב.  $F_2(-2k, 0)$ ,  $F_1(2k, 0)$ .

.**2.** א. הוכחה. ב.  $\frac{1}{3}u - \frac{1}{3}v + \frac{1}{3}w$  (1).

.**3.** לדוגמה:  $(7, 1, 0) + m(4, -3, -5) + s(1, 0, 0)$  .**ה.** לדוגמה:  $(7, 1, 0) + t(4, -3, -5)$

$$. n = 6 . \text{ג. } \alpha = 315^\circ, |w| = \sqrt{6} . \text{ב. } d = 6 . z_0 = \text{cis}300^\circ = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i . \text{א. } 3$$

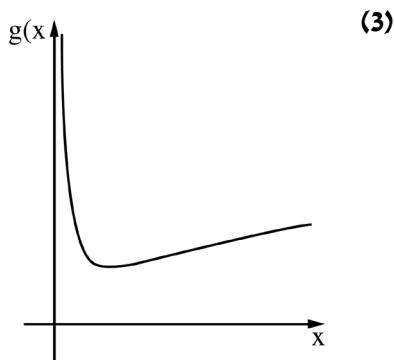
.**4.** א. (1)  $n$  זוגי: ( $x \rightarrow -\infty$ )  $y = -5$  ( $x \rightarrow \infty$ )  $y = -3$  .**ב.** ( $x \rightarrow -\infty$ ) מינימום,  $n$  אי-זוגי: אין נקודות קיצון.



.**5.** ב. 1.95 (2) . $(\ln 4, 5)$ ,  $(0, -4)$  (1)

.**6.** ג. (1) 2 נקודות: ( $\ln 3, 0$ ) מינימום,  $(0, 4)$  מקסIMUM.

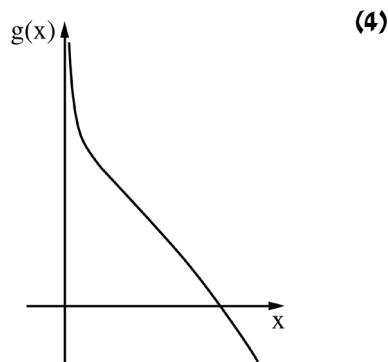
.5. א. מינימום. (1,1) (2) .  $x > 0$  (1)



.ב. (1) (2) תחום עלייה : אין , תחום ירידה :  $x > 0$

(3) תחום קעירות כלפי מעלה ,  $0 < x < 1$  :

תחום קעירות כלפי מטה .  $x > 1$  :  $(\cap)$



$$\cdot \frac{2}{3} - \frac{1}{e} = 1.13$$



## מבחון בגרות מס' 49

### קי"ץ תשפ"ג, מועד ב, 2023

#### **פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים**

ענו על שתיים מבין השאלות 1-3.

**1.** נתונות הנקודות A(0,24), B(18,0).

- a. מצאו את משוואת המקום הגאומטרי שלילו נמצאות הנקודות C  
  

$$\text{המקיימות } AC^2 + BC^2 = 1,250.$$

את המקום הגאומטרי שמצאותם בסעיף א, מזיזים 9 יחידות שמאלה

ו- 12 יחידות למטה, כך שמתקיים מקום גאומטרי חדש.

המקום הגאומטרי החדש חותך את ציר ה- y בנקודות E ו- G (E מעל G).

הנקודות  $F_1$  ו-  $F_2$  הן מוקדי אליפסה קנונית

שבוררת דרך הנקודות E ו- G, כמתואר בסרטוט.

נתון: המרחק בין הישרים  $EF_1$  ו-  $GF_2$  הוא 24.

b. (1) מצאו את שיעורי הנקודה  $F_1$ .

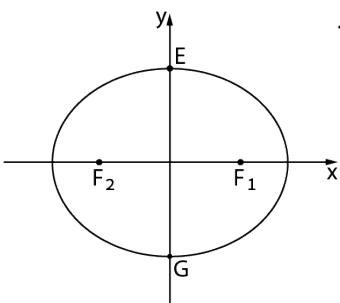
(2) מצאו את משוואת האליפסה.

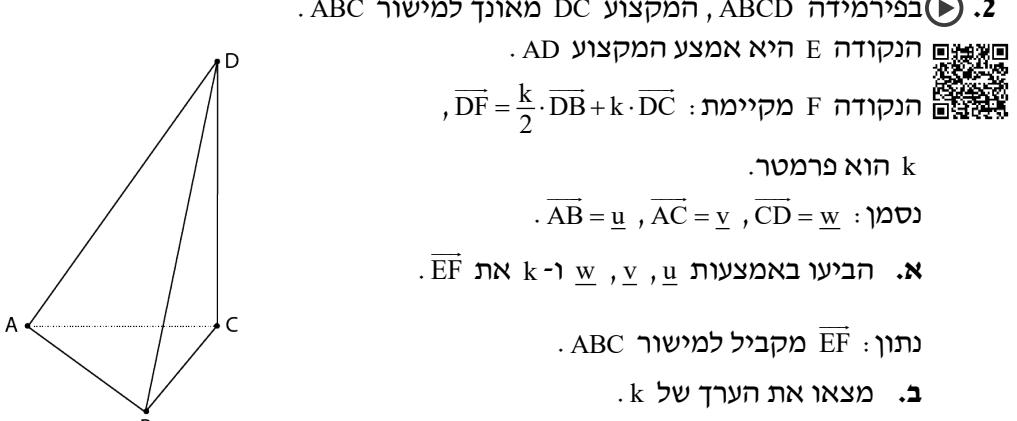
העבירו מעגלים המשיקים לישר  $EF_1$ ,

לציר ה- x ולציר ה- y.

g. מצאו משוואות של שני מעגלים כאלה

הנמצאים ברביעים שונים.





$$\overline{BD} = (-4, 5, 12).$$

ג. מצאו את שיעורי הנקודות C, B ו- D.

ד. מצאו את נפח הפירמידה ABCD.

ה. מהו המיצב ההדדי בין ישר EF לבין הישר AB? נמוו את קביעותם.

3. נתונה סדרה הנדסית  $\dots, z_1, z_2, z_3, \dots$  שאיבריה הם מספרים מרוכבים ומוגדרת  $q$ .

$z_1$  נמצא בربיע הראשון.

$$\text{נתון: } -2z_1 = \overline{z_3}, (z_1)^3 = z_3$$

א. הוכיחו כי  $q = -z_1$  או  $q = z_1$ .

ב. מצאו את  $z_1$ .

ענו על השעיפים ג-ד עבור  $z_1 = q$ .

ג.  $z_{4n-2}$  והם שני איברים בסדרה החנדסית הנתונה ( $n$  הוא מספר טבעי).

א. קבעו בעבר כל אחד מן האיברים אם הוא מודומה או ממשי.

נמוו את קביעותיכם.

ד. מצאו את ערך הסכום:  $\frac{z_1}{\sqrt{2}} + \frac{z_2}{(\sqrt{2})^2} + \frac{z_3}{(\sqrt{2})^3} + \dots + \frac{z_{64}}{(\sqrt{2})^{64}}$

## פרק שני – גדרה ודעיכה, פונקציות חזקה,

### פונקציות מערכיות ולוגריתמיות

ענו על אחד מבין השאלות 4-5.

4.   $\nabla$  נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{\ln(x) + \ln(a)}{\ln(x) - \ln(a)}$ ,  $a > 1$ . הוא פרמטר גדול מ-1.

בשייפים א-ג הבינו את תשובותיכם באמצעות  $a$  אם יש צורך.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים

של הפונקציה  $f(x)$ .

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

(4) מצאו את תחומי הירידה של הפונקציה  $f(x)$ .

(5) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

לפניכם טענה: למשווה  $f'(x) = f(x)$  קיים בדיק פתרון אחד בתחום  $x > a$ .

ב. קבעו אם הטענה נכונה או לא נכון. נמקו את קביעתכם.

נתונה הפונקציה  $g(x) = \ln(f(x))$ , המקיים:

ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ .

(2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

נסמן ב-  $S$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $g(x)$ , על ידי ציר ה-  $x$

ועל ידי הישרים  $x = 1$  ו-  $x = 5$ .

נתון:  $1 < a < 2$ .

ד. הבינו באמצעות  $S$  את ערך האינטגרל  $\int_2^5 \ln(2 \cdot f(x)) dx$

5.  נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{e^x}{e^x - 4}$



- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כהלה).  
 (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים  
     של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (3) מצאו את תחומי העליה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כהלה).  
 (4) סרטטו סקיצה של גраф הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{1}{g(x)}$ . הפונקציות  $g(x)$  ו-  $g(x) = \ln x$  מוגדרות באותו תחום.  
 (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים  
     של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) סרטטו סקיצה של גраф הפונקציה  $f(x)$ .  
 (3) חשבו את השטח המוגבל על ידי גраф הפונקציה  $f(x)$ , על ידי  
     האסימפטוטה האופקית שלה ועל ידי הישרים  $x = \ln 5$  ו-  $x = \ln 8$ .
- ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גраф הפונקציה  $f(x)$   
     עם גраф הפונקציה  $g(x)$ .

נתונה הפונקציה  $s(x) = \int_x^{\ln 3} (f(t) - g(t))dt$ , המוגדרת בתחום  $x < \ln 3$ .

- ד. מצאו את שיעור ה-  $x$  של נקודת הקיצון של הפונקציה  $s(x)$  וקבעו את סוגה.

## תשובות ל מבחן בגרות מס' 49 - קיץ תשפ"ג, מועד ב, 2023

.1. א.  $\frac{x^2}{625} + \frac{y^2}{400} = 1$  (2) . ב. (1)  $F_1(15,0)$  . $(x-9)^2 + (y-12)^2 = 400$

ג. יש לרשום שתי תשובות מהתשובות האלה:

(שני מעגלים שנמצאים ברביעים שונים)

$$(x-5)^2 + (y-5)^2 = 25$$

$$(x-30)^2 + (y-30)^2 = 900$$

$$(x-10)^2 + (y+10)^2 = 100$$

$$(x+15)^2 + (y-15)^2 = 225$$

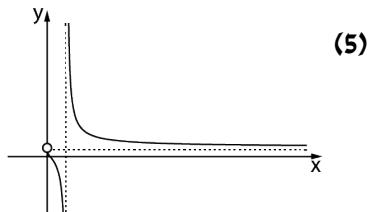
. k =  $\frac{1}{3}$  . ב.  $\vec{EF} = \left(\frac{1}{2} - \frac{k}{2}\right)\underline{v} + \frac{k}{2}\underline{u} + \left(\frac{1}{2} - 1\frac{1}{2}k\right)\underline{w}$  . נ. 2

. 64. ה. מצטלבים. ג.  $D(0,8,12)$  ,  $B(4,3,0)$  ,  $C(0,8,0)$  . נ.

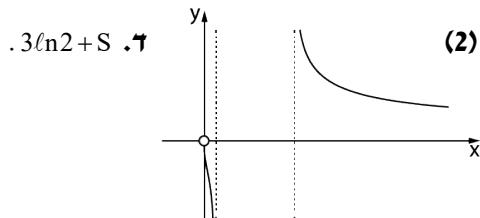
. 0. א. הוכחה. ב.  $z_{4n} = \sqrt{2}\operatorname{cis}45^\circ$  . ג.  $z_{4n-2}$  ממשי, מודומה. ד.

. (.  $\frac{1}{a}, 0$ ) (3) .(  $x \rightarrow \infty$  )  $y = 1$  (כאשר  $x = a$  (2) .  $x \neq a$  ,  $0 < x$  (1) . נ. 4

.  $a < x$  או  $0 < x < a$  (4)

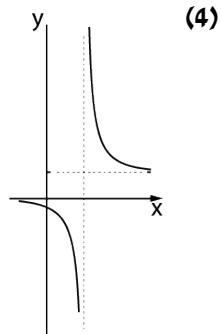


. ב. לא נכונה. ג.  $0 < x < \frac{1}{a}$  (1)

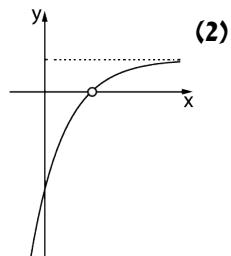


. $(x \rightarrow -\infty, y = 0)$  (מעבר  $y = 0$ )  
 $(x \rightarrow \infty, y = 1, x = \ln 4)$  (2) . $x \neq \ln 4$  (1). נ .5

. $x < \ln 4$  ירידה ,  $x > \ln 4$  או (3) עליה :



. $(x \rightarrow \infty, y = 1)$  (1) ב.



$$\cdot \frac{3}{10} (3)$$

. $x = \ln 2$  מינימום , . $(\ln 2, -1)$  ג.



# מבחן בגרות מס' 50

## chorf תשפ"ד, 2024

### פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

1. במשולש ישר זווית  $\angle ABC = 90^\circ$ , שיעורי הקודקוד A הם  $(0, a)$ ,

a הוא פרמטר שונה מאפס.

שיעור ה- x של הקודקוד B הוא -a.

הצלע BC מקבילה לציר ה- x.

הנקודה M היא אמצע הצלע BC.

א. הבינו באמצעות a את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאות כל הנקודות M.

ב. סרטטו את העוקום המתואר על ידי המשווה שמצאתם בסעיף א. סרטטו את שתי האפשרויות במערכת צירים אחד.

באחת מן הנקודות M, שנמצאת בربיע הראשון, העבירו ישר  $\ell$  המשיק למקום הגאומטרי שמצאתם בסעיף א.

ג. הוכיחו כי הישר  $\ell$  מקביל לישר AC.

נתון גם כי  $AM = 10$  (הנקודה M נמצאת בربיע הראשון),  
והקודקוד B נמצא על הישר  $-2 = x$ .

ד. מצאו את שיעורי הקודקודים B ו-C.

דרך הקודקוד A העבירו מעגל המשיק לישרים  $\ell$  ו-AC.

ה. מצאו את שיעורי מרכזו המעגל.



.2.

נתונים הישר  $\ell$  והמשור  $\pi$ .

  $\underline{x} = (-1, 5, -11) + t \cdot (m - 1, 5 - m, -2)$  היא  $\ell$  הציגת הפרמטרית של הישר  $\ell$  והוא  $3x + my + (m+6)z + 4 = 0$  הוא המשור  $\pi$ .

$m$  הוא פרמטר.

א. הראו כי לכל ערך של  $m$  הישר  $\ell$  אינו מקביל למשור  $\pi$ .

נתון כי הישר  $\ell$  ניצב למשור  $\pi$  וחותך אותו בנקודה A.

ב. מצאו את הערך של הפרמטר  $m$ .

ג. מצאו את שיעורי הנקודה A.

ד. פניכם טענה:

קיימים משור אחד בלבד המכיל את הישר  $\ell$  ועובד דרך הנקודה  $(-5, -5, 9)$ .  
קבעו אם הטענה נכונה או לא נכון. נמקו את קביעתכם.

.3.

$z = x + yi$  הוא מספר מרוכב ( $x$  ו-  $y$  הם מספרים ממשיים).

א. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות  $(x, y)$  במשור גauss המיקימות:

  $|6 - \bar{z}|^2 - |10i| = |9 + 12i|$  הוא מעגל.

הנקודה M היא מרכז המעגל המתואר בסעיף א.

המספרים המרוכבים  $z_A$  ו-  $z_M$  מייצגים את הנקודות A ו- M, בהתאם.

נתון: למספרים  $z_A$  ו-  $z_M$  יש אותו ארגומנט (זווית).

$$2|z_A| = |z_M|$$

ב. מצאו את שיעורי הנקודה A

נתונה סדרה הנדסית  $\dots, z_1, z_2, z_3, \dots$ .

האיבר הראשון בסדרה מייצג את הנקודה A, והאיבר החמישי בסדרה מייצג את הנקודה M.

ג. מצאו את מנת הסדרה (כל האפשרויות).

ד. חשבו את הסכום:  $z_1 \cdot \bar{z}_1 + z_2 \cdot \bar{z}_2 + \dots + z_{10} \cdot \bar{z}_{10}$

## פרק שני - גדרה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונות הפונקציות:  $g(x) = \frac{(x+1)^2}{e^x}$ ,  $f(x) = \frac{a-x^2}{e^x}$  המוגדרות לכל  $x$ .

$a$  הוא פרמטר.



א. מצאו את הערך של  $a$  שבuboRo ( $x$ )' =  $f(x)$  לכל ערך של  $x$ .

ב. הציבו את הערך של  $a$  שמצאתם, וענו על הסעיפים ב-ה שלפניכם.

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $(x)f$  עם הצירים.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $(x)g$  עם הצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של כל אחת מן הפונקציות  $(x)f$

ו-  $(x)g$ , וקבעו את סוגן.

ג. סרטטו באותה מערכת צירים סקיצות של גרף הפונקציה  $(x)f$  ושל גרף

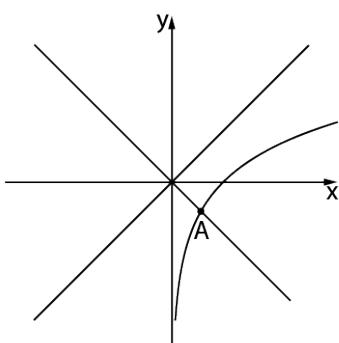
הפונקציה  $(x)g$ .

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $(x)f$  ועל ידי ציר ה- $x$ .

ה. חשבו את הערך של הביטוי:  $\int_1^2 \left( \frac{e^{2x}}{(x+1)^4} \right) \cdot \left( \frac{x^2-1}{e^x} \right) dx$

5.

בشرطוט של פניכם מתואר הגרף של הפונקציה  $f(x) = \ln(x)$  המוגדרת בתחום



$x > 0$ , ומתחאים הישרים  $y = x$  ו-  $y = -x$ .

הנקודה A היא נקודת החיתוך של גраф

הפונקציה  $f(x)$  עם אחד מן הישרים.

נסמן את שיעור ה-  $x$  של הנקודה A ב-  $a$ .

היעזרו בشرطוט, וענו על הסעיפים א-ה של פניכם.

הביעו את תשובותיכם באמצעות  $a$  אם יש צורך.

נתונה הפונקציה :  $g(x) = \frac{\ln(x) - x}{\ln(x) + x}$ .

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $(x) g(x)$ .

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גראף הפונקציה  $(x) g(x)$

עם ציר ה-  $x$  (אם יש כן).

(3) מצאו את משוואת האסימפטוטה המקבילה לציר ה-  $x$

של הפונקציה  $(x) g(x)$ .

ב. הסבירו מדוע מתקיים  $0 < a < 1$ .

ג. (1) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $(x) g(x)$ , וקבעו את סוגה.

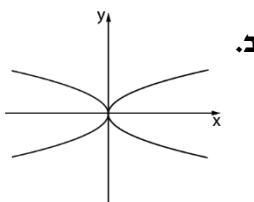
(2) מצאו את תחומי העליה והירידה של הפונקציה  $(x) g(x)$ .

ד. סרטטו סקיצה של גראף הפונקציה  $(x) g(x)$ .

ה. סרטטו סקיצה של גראף הפונקציה  $h(x) = e^{g(x)}$ .



.  $y^2 = 4ax$  . א. 1



. ג. הוכחה. ד. C(18,8), B(-2,8) . ה. 2

. 2. א. להראות . ב. A(2,0,-10) . ג. m = -5 . ד. לא נכונה .

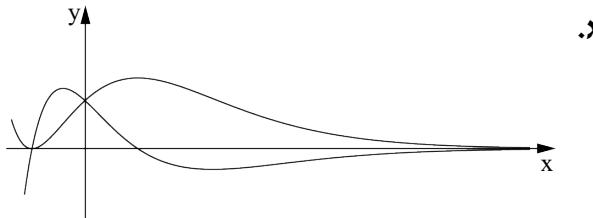
. 3. א. להראות . ב.  $-\sqrt[4]{2} i$ ,  $-\sqrt[4]{2} i$ ,  $\sqrt[4]{2} i$ ,  $\sqrt[4]{2} i$  . ג. A(3,4)

. a = 1 . נ. 4

. (0,1), (-1,0) (2) . (0,1), (-1,0), (1,0) (1) . ב.

.  $\min(1+\sqrt{2}, -0.43)$ ,  $\max(1-\sqrt{2}, 1.25)$  : f(x)

נקודות קיצון של הפונקציה  $f(x) = \min(-1, 0, \max(1, \frac{4}{e^x}))$

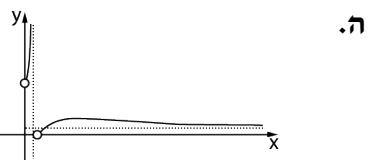
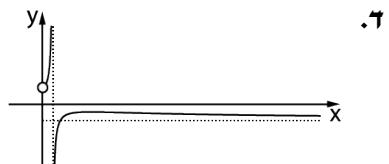


.  $\frac{e^2}{9} - \frac{e}{4} \approx 0.14$  . ה.  $\frac{4}{e}$  . ג.

. א.  $(x \rightarrow \infty) y = -1$  (3) . ב. אין. (2) .  $x > 0, x \neq a$  (1).

$$\max\left(e, \frac{1-e}{1+e}\right) \text{ (1).}$$

. (2) תחומי עלייה :  $e < x, a < x < a, 0 < x < a$





# מבחון בגרות מס' 51

**קייז תשפ"ד, מועד א, 2024**

## **פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב מספרים מרוכבים**

1. נתון מעגל I שימושו אותו  $(y-3)^2 + (y-4)^2 = 9$ , ומרכזו בנקודה K.

נתון מעגל II שימושו אותו  $(x+5)^2 + (y-2)^2 = 1$ , ומרכזו בנקודה L.

הנקודה A נמצאת על מעגל I, והנקודה B נמצאת על מעגל II.

מעבירים משיק למעגל I דרך הנקודה A ומשיק למעגל II דרך הנקודה B. שני המשיקים נחתכים בנקודה M.

A. הראו כי המוקם הגאומטרי של כל הנקודות M המקיים  $MA = MB$  הוא קו ישר, ומצאו את משוערתו.

B. (1) הראו כי הישר שאות משוערתו מצאים בסעיף A והישר KL מאונכים זה לזה.

(2) האם קיימת נקודה M שמתקיים בעבורה  $ML = MK$ ? נמקו את תשובתכם.

נתון כי בעבור אחת מן הנקודות M, הנמצאת מעל הישר KL, שטח המשולש KLM הוא 9.

ג. מצאו את שיעורי הנקודה M.

הנקודה M שמצאים בסעיף ג נמצאת על הפרבולה  $y^2 = 2px$ ,  $p$  הוא פרמטר.

ד. מצאו את משוערת המשיק לפרבולה בנקודה M.

.2

נתונים שני ישרים  $\ell_1$  ו-  $\ell_2$ . לפניכם הצגה פרמטרית של כל אחד מן היסרים.

$$\ell_1 : \underline{x} = t(-1, 3, 0)$$



$$\ell_2 : \underline{x} = (1, -3, 0) + m(0, k, 1)$$

$k$  הוא פרמטר.

הנקודה A היא נקודת החיתוך של היסרים  $\ell_1$  ו-  $\ell_2$ .

א. מצאו את שיעורי הנקודה A.

נסמן ב-  $\alpha$  את הזווית בין היסרים  $\ell_1$  ו-  $\ell_2$ .

ב. מצאו את הערך של  $k$  שבuboרו מתקיים  $\cos \alpha = \frac{3\sqrt{2}}{5}$ .

הציבו  $k = 2$ , וענו על השעיפים ג-ה.

המשורר  $\pi$  מכיל את היסרים  $\ell_1$  ו-  $\ell_2$ .

ג. מצאו את משווהת המשורר  $\pi$ .

הנקודה B נמצאת על הישר  $\ell_2$ , והנקודה O היא ראשית הצירים.

המשולש AOB הוא שווה שוקיים,  $AO = AB$ .

ד. הסבירו מדוע המשולש AOB נמצא במשורר  $\pi$ .

מן הנקודה A מעלים אנך למשורר  $\pi$  ומסמנים עליו את הנקודה S.

נתון: נפח הפירמידה SAOB הוא  $\frac{14\sqrt{2}}{3}$ .

ה. מצאו את שיעורי הנקודה S (את שתי האפשרויות).

.3

- במעוין ABCD הקודקוד A נמצא בربיע הראשון, והקודקוד B נמצא בربיע השני במישור גאוס.
- אלכסוני המעוין נפגשים בראשית הצירים.
- המספר המרוכב z מייצג את הקודקוד A.
- נתון :  $BD = 2AC$



- A. הבינו באמצעות z את המספרים שמייצגים את הקודקודים B, C ו-D  
נסמן :  $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ .

- B. ענו על התת-סעיפים (1) ו-(2). הבינו את תשובותיכם באמצעות r ו-θ אם יש צורך.

$$(1) \text{ כתבו הצגה קוטבית של ארבעת המספרים ההופכיים } \left( \frac{1}{z}, \dots \right)$$

למספרים המייצגים את קודקודיו המעוין.

- (2) ארבעת המספרים שמצאתם בתת-סעיף ב(1) מייצגים קודקודים של מרובע. מצאו את שטח המרובע שנוצר על ידי קודקודים אלה.

- ג. נתונה המשוואה :  $\bar{w}^{11} = w$ ,  $w$  הוא מספר מרוכב השונה מ-0.  
מצאו את סכום 12 הפתרונות של המשוואה.

- פתרונות המשוואה שבסעיף ג מייצגים קודקודים של מצולע שטחו שווה לשטח המרובע שמצאתם בתת-סעיף ב(2).
- ד. מצאו את הערך של r.

## פרק שני – גדרה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{e^x - b}{(e^x - 4)^2}$ ,  $b > 4$ .



a. ענו על התת-סעיפים (1)–(3). הבינו את תשובותיכם באמצעות  $b$  אם יש צורך.

(1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$ .  
המאונכות לצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

נתון כי לפונקציה  $f(x)$  יש נקודת קיצון בנקודת שבת  $x = \ln(12)$ .

b. מצאו את הערך של  $b$ , ואת סוג נקודת הקיצון.

הציבו בפונקציה  $f(x)$  את הערך של  $b$  שמצאתם, וענו על הסעיפים ג-ז.

נתונה הפונקציה:  $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ .

g. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ .

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $g(x)$ .  
המאונכות לצירים.

ד. סרטטו במערכת צירים את סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  וסקיצה של גраф הפונקציה  $g(x)$ .

ה. מהו שיעור ה- $y$  של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם גраф הפונקציה  $g(x)$ ? נמקו את תשובתכם.

ו. קבעו אם הערך של  $\int_{-2}^{-1} (f(x) - g(x)) dx$  קטן או גדול מ- $1\frac{1}{2}$ .

נמקו את קביעתכם.

5. נתונה הפונקציה  $f(x) = x((\ln(x))^2 - 2\ln(x) + 2)$ , המוגדרת בתחום  $x > 0$ .

- א. מצאו את תחומי העליה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).
- ב. מצאו את שיעורי נקודות הפיתול של הפונקציה  $f(x)$ .

ג. מצאו את תחומי החיויבות והשליליות של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).

ד. (1) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

(2) סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

נתונות הפונקציות  $h(x) = \frac{f(x)}{x^2}$ ,  $g(x) = (\ln(x))^2 - 4$  המוגדרות בתחום  $x > 0$ .

ה. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $g(x)$  ועל ידי ציר ה- $x$ .

דרך נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $g(x)$  עם ציר ה- $x$  העבירו  
אנכים לציר ה- $x$ .

ו. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $g(x)$ , על ידי גרף הפונקציה  $h(x)$  ועל ידי האנכים.

תשובות ל מבחון בגרות מס' 51 – קיץ תשפ"ד, מועד א, 2024:

. א.  $y = -4x - 3$  ב. (1) להראות. (2) לא. ג.  $M(-2, 5)$

$$\therefore y = -1.25x + 2.5 \quad \text{Ans}$$

$$. \quad .3x + y - 2z = 0 \quad .\text{ג} \quad .k = -2 \quad \text{ו} \quad k = 2 \quad .\text{ד} \quad .A(1, -3, 0) \quad .\text{ז} \quad .2$$

ד. להסביר. ה.  $S(-5, -5, 4)$  או  $S(7, -1, -4)$

$$\therefore z_D = -2zi, z_C = -z, z_B = 2zi, z_A = z \quad \text{Ans} \quad .3$$

$$, \frac{1}{z_C} = \frac{1}{r} \cdot \text{cis}(-\theta - 180^\circ) , \frac{1}{z_B} = \frac{1}{2r} \cdot \text{cis}(-\theta - 90^\circ) , \frac{1}{z_A} = \frac{1}{r} \cdot \text{cis}(-\theta) \quad (1) . \text{ ذ}$$

$$\cdot \frac{1}{z_D} = \frac{1}{2r} \cdot \text{cis}(-\theta - 270^\circ)$$

$$\cdot \frac{1}{r^2} \quad (2)$$

$$\cdot r = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 7 \cdot 0 \cdot 2$$

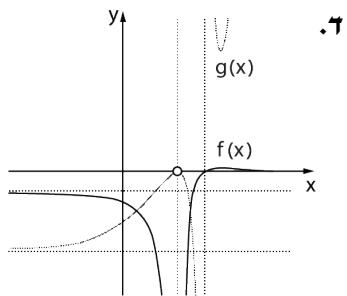
$$\cdot y = \frac{-b}{16}, y = 0 : \text{מיימי}, x = \ln 4 \quad (2) . \quad x \neq \ln 4 \quad (1). \text{ נ } .4$$

$$\cdot \left(0, \frac{1-b}{9}\right), (\ell nb, 0) \quad (3)$$

ב.  $b = 8$  נקודת מקסימום.

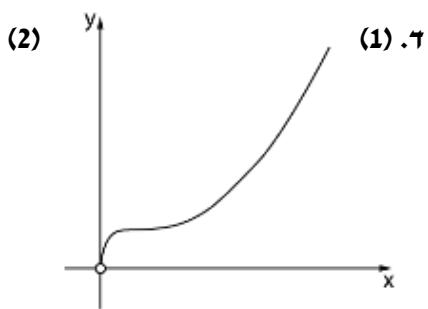
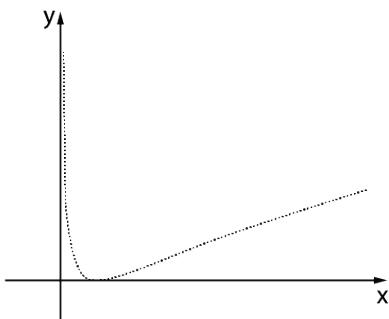
$$\therefore x \neq \ln 4, x \neq \ln 8 \quad (1).$$

.  $y = -2$  : משמאל,  $x = \ln 8$  (2)



ה. 1. נ. קטן.

5. א. תחומי עלייה:  $x > 0$ . ב. תחומי חיובית:  $(1, 2)$ .



$$\cdot \frac{40}{3} + 2e^2 + \frac{6}{e^2} . \text{ג. } \cdot 2e^2 + \frac{6}{e^2} . \text{ה.}$$

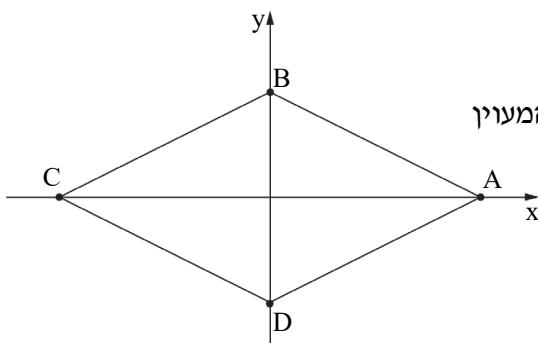


# מבחן בגרות מס' 52

**כיז' תשפ"ד, מועד ב,** 2024

**פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,  
מספרים מרוכבים**

1. נתון מעוין ABCD. אלכסוני המעוין מונחים על הצירים, כמתואר בסרטוט ש לפניכם.



נתון: אורך האלכסון AC הוא 10.

המרחק של כל אחת מצלעות המעוין

מראשית הצירים הוא  $\sqrt{5}$ .

א. מצאו את משווהת הצלע AB.

בתווך המעוין חסום מעגל.

ב. מצאו את משווהת המעגל.

הנקודה M היא נקודת החשקה של המעגל והמעוין בربיע הראשון.

ג. מצאו את שיעורי הנקודה M.

מהנקודה M מורידים אנך לציר ה- x החותך אותו בנקודה K(a,0).

על הישר  $a = -x$  מסומנים נקודה E ומעבירים דרך ישר המקביל לציר ה- x.

הישר המקביל חותך את האנך האמצעי לקטע EK בנקודה G.

ד. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות G המתפלות באופן זה

נמצא על פרבולה, וממצו את משווהתה.

הנקודה N נמצאת בربיע הראשון על הפרבולה שאת משווהתה מצאתם.

שיעור ה- x של הנקודה N הוא 5.

ה. מצאו את משווהת שני המעגלים שמרכזם בנקודה N והם משיקים

למעגל החסום במעוין.

.2

בສרטוט של פירמידה SABCD שבבסיס ABCD הוא ריבוע.

הנקודה E היא מפגש אלכסוני הבסיס, והנקודה F היא אמצע המקצוע BC.

נסמן :  $\overrightarrow{SE} = \underline{u}$  ,  $\overrightarrow{SF} = \underline{v}$  ,  $\overrightarrow{SB} = \underline{w}$  .

א. הביעו באמצעות  $\underline{u}$  ,  $\underline{v}$  ו-  $\underline{w}$  את הווקטורים  $\overrightarrow{DC}$  ו-  $\overrightarrow{BC}$ .

הקטע SE הוא גובה הפירמידה.

נתון :  $|\underline{u}| = 7$  .

ב. מצאו את הערך של  $\underline{w} \cdot \underline{u}$  .

נתון :  $\overrightarrow{BA} = (-3, 4, 5)$  .

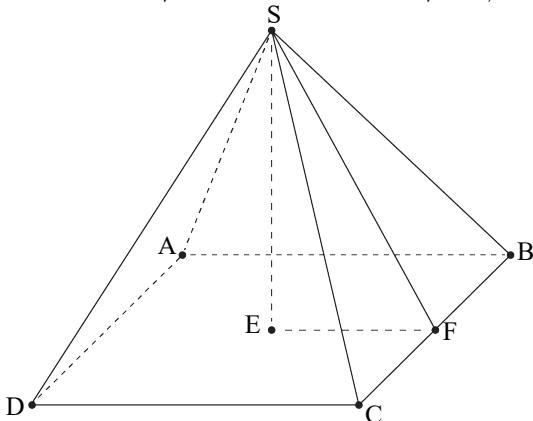
ג. מצאו את גודל הזווית שבין SB ובין הבסיס של הפירמידה.

נתון : (E(0,4,5) , מישור הבסיס ABCD מקביל לציר z .

ד. מצאו את משווהת המישור שעליו מונח הבסיס של הפירמידה.

נתון : שיעור ה- x של הקודקוד B הוא 3 .

ה. מצאו את שיעורי הקודקוד B .



.3. א. (1) מצאו את פתרונות המשוואה :  $z^6 + 64i = 0$  (  $z$  הוא מספר מרוכב).

$$(2) \text{ מצאו את ארבעת הפתרונות של המשוואה : } \frac{z^6 + 64i}{z^2 - 4i} = 0$$

(  $z$  הוא מספר מרוכב).

פתרונות שמצאתם בתחום-סעיף א(2) מייצגים קודקודים של מרובע  
במישור גאוס.

ב. מצאו את שטח המרובע.

מסובבים את המרובע (סביב הראשית) בזווית  $\alpha$  נגד כיוון השעון,  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ .

ג. מהו הערך של מכפלת כל המספרים המייצגים את קודודי המרובע  
בעבור  $\alpha = 45^\circ$ ? נמקו את תשובתכם.

ד. (1) מצאו את שני הערכים של  $\alpha$  כך שמכפלת כל המספרים המייצגים  
את קודודי המרובע לאחר הסיבוב תהיה מספר מודומה טהור.

(2) מהו הערך של המכפלה בעבור כל אחד מן הערכים של  $\alpha$  שמצאתם?

## **פרק שני - גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,**

### **פונקציות מעירכיות ולוגריתמיות**

נתונה הפונקציה  $m(x) = 2e^x$ , ונתונה הפונקציה  $k(x) = xe^x - 1$ .  
4.

המודדרת לכל  $x$ .

א. (1) מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה-  $y$  בעבר

כל אחת מן הפונקציות  $k(x)$  ו-  $m(x)$ .

(2) מצאו את תחומי העליה והירידה של כל אחת מן

הפונקציות  $k(x)$  ו-  $m(x)$  (אם יש כאלה).

(3) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של כל אחד מן הגרפים של

הפונקציות  $k(x)$  ו-  $m(x)$  עם ציר ה-  $y$ .

הגרפים של הפונקציות  $k(x)$  ו-  $m(x)$  נחתכים בשתי נקודות בדיקו,

נקודה אחת שבה  $x = a$  ונקודה נוספת שבה  $x = b$ ,  $b > a$ .

ב. סרטטו באותה מערכת צירים סקיצה של גרף הפונקציה  $k(x)$

ושל גרף הפונקציה  $m(x)$ .

נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{e^x - 1}{x - 1}$ , המוגדרת לכל  $x \neq 1$ .

ג. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של

הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה-  $x$ .

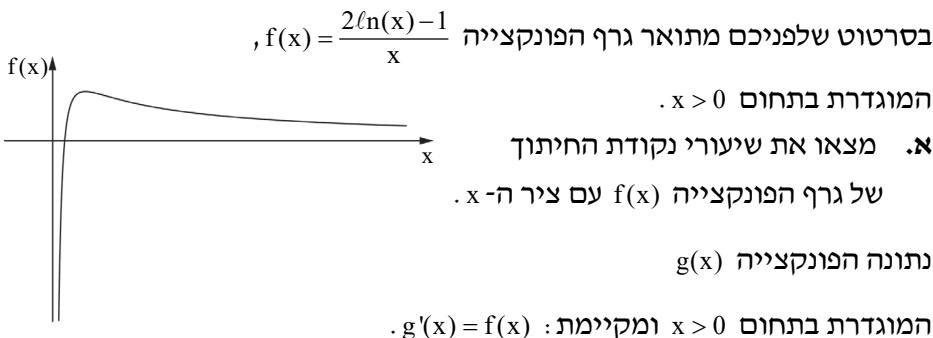
ד. הסבירו מדוע למשוואת  $f(x) = 0$  יש בדיקן שני פתרונות.

ה. (1) הסבירו מדוע  $b < 1$ .

(2) הבינו באמצעות  $a < b$  את תחומי העליה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .

ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

5.



שיעור ה- $y$  של נקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$  הוא  $-\frac{1}{4}$ .

ב. (1) מצאו את הפונקציה  $g(x)$ .

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $g(x)$  עם ציר ה- $x$ .

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

נתונה הפונקציה  $h(x) = 1 + \frac{b}{g(x)}$  המוגדרת כך:  $b$  הוא פרמטר גדול מ- $\frac{1}{4}$ .

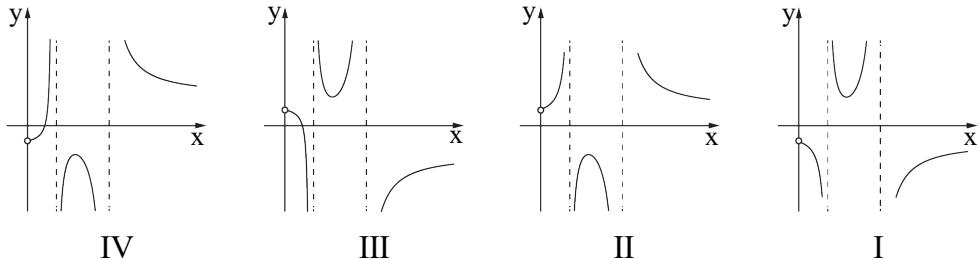
ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $h(x)$ .

(2) קבעו אם גרף הפונקציה  $h(x)$  חותך את ציר ה- $x$ . נמקו את קביעתכם.

ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $h(x)$ , וקבעו את סוגה.

הביעו את תשובתכם באמצעות  $b$ , אם יש צורך.

ה. קבעו איזה מן הגרפים I – IV שלפניכם מתאר את הפונקציה  $h(x)$ .



**תשובות ל מבחן בגרות מס' 52 – קיץ תשפ"ד, מועד ב, 2024:**

.  $M(1,2)$  .**a.**  $x^2 + y^2 = 5$  .**b.**  $y = -0.5x + 2.5$  .**1.**

.  $(x-5)^2 + (y-2\sqrt{5})^2 = 80$  ,  $(x-5)^2 + (y-2\sqrt{5})^2 = 20$  .**ה.**  $y^2 = 4x$  .**2.**

.  $\sim 54.46^\circ$  .**a.**  $\underline{u} \cdot \underline{w} = 49$  .**b.**  $\overrightarrow{DC} = 2\underline{u} + 2\underline{v}$  ,  $\overrightarrow{BC} = 2\underline{v} - 2\underline{w}$  .**א.** .**2.**

.  $B(3,0,5)$  .**ה.**  $4x + 3y - 12 = 0$  .**ג.**

.  $2\text{cis}225^\circ$  ,  $2\text{cis}285^\circ$  ,  $2\text{cis}345^\circ$  ,  $2\text{cis}45^\circ$  ,  $2\text{cis}105^\circ$  ,  $2\text{cis}165^\circ$  (**1**) .**א.** .**3.**

.  $2\text{cis}285^\circ$  ,  $2\text{cis}345^\circ$  ,  $2\text{cis}105^\circ$  ,  $2\text{cis}165^\circ$  (**2**)

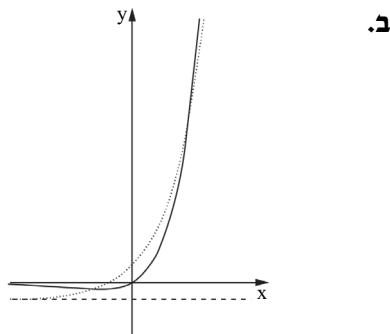
. 16 .**א.**  $4\sqrt{3}$  .**ב.**

.  $\alpha = 67.5^\circ$  **או**  $\alpha = 22.5^\circ$  (**1**) .**ג.**

.**2.** בעבור המכפלה  $\alpha = 67.5^\circ$  , בעבור  $\alpha = 22.5^\circ$   $i^{-16}$  ה **ה** המכפלה

.  $y = -l(x \rightarrow -\infty) : m(x)$  ,  $y = 0(x \rightarrow -\infty) : k(x)$  (**1**) .**א.** .**4.**

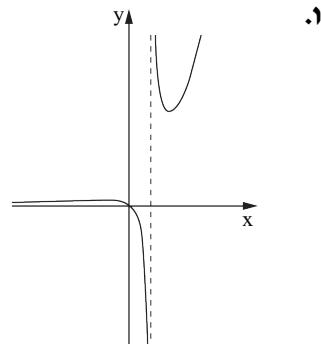
.  $x < -1$  יורדת ,  $x > -1$  :  $k(x)$  (**2**)



.**ג.** .**2.**  $(0,0)$  (**2**) .**א.**  $x = 1$  ,  $y = 0$   $(x \rightarrow -\infty)$  (**1**). **ה. הסבר.**

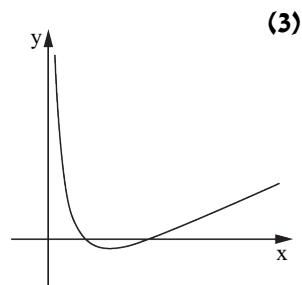
ה. (1) הסבר. (2) תחומי עלייה :

.  $a < x < 1$  ,  $x > b$  : תחומי ירידיה :



.  $(\sqrt{e}, 0)$  .  
. 5

.  $(1, 0), (e, 0)$  (2) .  $g(x) = (\ln(x))^2 - \ln(x)$  (1).  
ב.



. נ (2) .  $x > 0$  ,  $x \neq 1$  ,  $x \neq e$  (1).  
ג.

.  $(\sqrt{e}, 1 - 4b)$  .  
. II. ה. מקסימום.

## נוסחאות מתמטיקה

### 5 ייחוזות לימוד

#### אלגברה

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2 \quad a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 \quad a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{השורשים: } (a \neq 0) \quad ax^2 + bx + c = 0$$

#### סדרות:

סדרה הנדסית	סדרה חשבונית	
$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n \cdot q \end{cases}$	$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n + d \end{cases}$	כלל נסיגה:
$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$	$a_n = a_1 + (n-1)d$	איבר ח-י:
$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$ $S = \frac{a_1}{1-q}$ , סכום און-סופי,	$S_n = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$	סכום:

**גדילה ודעיכה:** כעבור זמן  $t$  :  $M_t = M_0 \cdot q^t$  ,  $q$  – שיעור הגדילה (או הדעיכה) ליחידת זמן

#### לוגריתמים:

$$(a, b, c > 0 ; a, b \neq 1) \quad \log_a(a^b) = b, \quad a^{\log_a b} = b, \quad \log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$$

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c, \quad \log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c, \quad \log_a(b^t) = t \cdot \log_a b$$

#### הסתברות

**נוסחת ברנולי** – ההסתברות ל- $k$ -הצלחות מתוך  $n$  ניסיונות בהסתפלגות ביןומית כאשר

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}, \quad P_n(k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

$$P(A/B) = \frac{P(B/A) \cdot P(A)}{P(B)} \quad \text{נוסחת בייס:} \quad P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{הסתברות מותנית.}$$

## נושאים מתמטיים, 5 ייחדות לימוד

### טריגונומטריה וגאומטריה

זווית:

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

(R — רדיוס המעל החוסם)

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

( $\gamma$  היא הזווית הכלואة בין  $a$  ל- $b$ )

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$$

$$S = \frac{1}{2} \alpha R^2 \quad \text{שטח גזרה של } \alpha \text{ רדיאנים:} \quad \ell = \alpha R \quad \text{אורך קשת של } \alpha \text{ רדיאנים:}$$

$$\text{שטח משולש: } S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin \alpha \quad (\alpha \text{ היא הזווית הכלואة בין } b \text{ ל- } c)$$

### גופים במרחב

$$\text{פירמידה וחרוט: } V = \frac{B \cdot h}{3} \quad \text{נפח:}$$

$$(R — רדיוס העיגול, \ell — היקו היוצר) \quad M = \pi R \ell \quad \text{שטח מעטפת:} \quad \text{חרוט:}$$

### חישוב דיפרנציאלי ואינטגרלי

נגזרות:

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad (x^t)' = tx^{t-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x} \cdot \ln a$$

$$[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x) \quad \text{נגזרת של מכפלת פונקציות:}$$

$$\left[ \frac{f(x)}{g(x)} \right]' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2} \quad \text{נגזרת של מנת פונקציות:}$$

$$[f(u(x))]' = f'(u) \cdot u'(x)$$

נגזרת של פונקציה מורכבת:

$u'$  היא נגזרת של  $u$  לפי  $x$  (נגזרת פנימית)

$f'(u)$  היא נגזרת של  $f$  לפי  $u$  (נגזרת חיצונית)

## נושחאו מותמטייה, 5. יחידות לינארית

### אינטגרלים:

$$\int x^t dx = \frac{x^{t+1}}{t+1} + C \quad (t \neq -1)$$

אם  $f(x)$  היא פונקציה קדומה של הפונקציה  $f(x)$  אז  $\int f(mx+b)dx = \frac{1}{m}F(mx+b)+C$

$$\int f[u(x)] \cdot u'(x) dx = F[u(x)] + C$$

### מספרים מרוכבים

$$[R(\cos\varphi + i \sin\varphi)]^n = R^n(\cos n\varphi + i \sin n\varphi)$$

מישפט דה-מואבר:

$$z_k = \sqrt[n]{R} [\cos\left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2k\pi}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2k\pi}{n}\right)] \quad : z^n = R(\cos\varphi + i \sin\varphi)$$

$$k = 0, 1, 2, \dots, n-1$$

### וקטוריים

$$|\underline{x}| = \sqrt{\underline{x} \cdot \underline{x}} = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \quad : \text{אורך של וקטור:}$$

$$\underline{x} = \underline{a} + t(\underline{b} - \underline{a}) + s(\underline{c} - \underline{a}) \quad : \underline{c}, \underline{b}, \underline{a}$$

$$\underline{x} \cdot \underline{y} = x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 = |\underline{x}| \cdot |\underline{y}| \cos \alpha \quad : \text{מכפלה סקלרית:}$$

$$\frac{|\underline{v} \cdot \underline{p} + \underline{e}|}{|\underline{v}|} \quad : \underline{v} \cdot \underline{x} + \underline{e} = 0 \quad \text{מרחק בין נקודה } \underline{p} \text{ למישור}$$

$$\sin \beta = \frac{|\underline{v} \cdot \underline{b}|}{|\underline{v}| \cdot |\underline{b}|} \quad : \underline{v} \cdot \underline{x} + \underline{e} = 0 \quad \text{מציאת זווית בין הישר } \underline{b} \text{ למישור } \underline{a} + t\underline{b}$$

$$\cos \alpha = \frac{|\underline{v}_1 \cdot \underline{v}_2|}{|\underline{v}_1| \cdot |\underline{v}_2|} \quad : \underline{v}_2 \cdot \underline{x} + \underline{e}_2 = 0, \quad \underline{v}_1 \cdot \underline{x} + \underline{e}_1 = 0 \quad \text{מציאת זווית בין המישורים}$$

## נוסחאות מיטמיטיקה, 5 ייחודות לימוד

### גאומטריה אנליטית

קו ישר:

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ , של ישר העובר דרך הנקודות  $(x_2, y_2)$   $(x_1, y_1)$   $\therefore (x_2, y_2) - (x_1, y_1) = m(x_2 - x_1)$

משוואת ישר  $y = mx + b$  עם שיפוע  $m$ , העובר בנקודה  $(x_1, y_1)$

שיעוריו הנקודה  $C$  המכולקת (בחלוקת פנימית) את הקטע  
 $\left( \frac{\ell x_1 + kx_2}{k + \ell}, \frac{\ell y_1 + ky_2}{k + \ell} \right)$   $\therefore \frac{AC}{BC} = \frac{k}{\ell}$  ביחס  $B(x_2, y_2), A(x_1, y_1)$

שני ישרים, בעלי שיפועים  $m_1, m_2$  מאונכים זה לזה אם ורק אם

$d = \sqrt{\frac{Ax_0 + By_0 + C}{A^2 + B^2}}$   $\therefore Ax + By + C = 0$  מתיישר  $(x_0, y_0)$  בנקודה על המעגל:

$$(x_0 - a) \cdot (x - a) + (y_0 - b) \cdot (y - b) = R^2$$

פרבולה:

משוואת המשיק לפרבולה  $ax^2 + 2px + q = 0$  בנקודה  $(x_0, y_0)$  על הפרבולה:

$x = -\frac{p}{2}$  מדריך של פרבולה:

$F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$  מוקד של פרבולה:

אליפסה:

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  משוואת אליפסה:

$c = \sqrt{a^2 - b^2}$  מרחק המוקד מהראשית:

$r_1 + r_2 = 2a$  סכום מרחקי נקודה על האליפסה מهماוקדים: