

傳統模式 翻卡模式 雜誌模式 拼貼模式 側欄模式 快照模式 時間表模式

圖像分割之（四）OpenC...

圖像分割之（三）從Grap...

圖像分割之（二） ... 1

圖像分割之（一）概述

神經網絡編程入門

圖像處理和計算機視覺中...

視覺跟蹤綜述

計算機視覺領域的一些牛...

Learning中的代數結構的...

和機器學習和計算機視覺...

機器學習知識點學習

壓縮感知（Compressive ...

壓縮感知（Compressive ...

壓縮跟蹤Compres... 1

壓縮跟蹤Compressive Tr...

用單張2D圖像重構3D場景

目標檢測的圖像特徵提取...

目標檢測的圖像特徵提取...

目標檢測的圖像特徵提取...
TLD（Tracking-Learning-...計算機視覺目標檢測的框...
TLD視覺跟蹤算法淺析人臉檢測之Haar分類...
簡單粗糙的指尖檢測方法...

和機器學習和計算機視覺相關的數學

和機器學習和計算機視覺相關的數學之一

（以下轉自一位MIT牛人的空間文章，寫得很實際：）

作者：Dahua

感覺數學似乎總是不夠的。這些日子為瞭解決research中的一些問題，又在圖書館捧起了數學的教科書。從大學到現在，課堂上學的和自學的數學其實不算少了，可是在研究的過程中總是發現需要補充新的數學知識。**Learning和Vision**都是很多種數學的交匯場。看著不同的理論體系的交匯，對於一個researcher來說，往往是非常exciting的enjoyable的事情。不過，這也代表著要充分瞭解這個領域並且取得有意義的進展是很艱苦的。記得在兩年前的一次blog裡面，提到過和learning有關的數學。今天看來，我對於數學在這個領域的作用有了新的思考。對於Learning的研究，

1、Linear Algebra (線性代數) 和 Statistics (統計學) 是最重要和不可缺少的。

這代表了Machine Learning中最主流的兩大類方法的基礎。

一種是以**研究函數和變換**為重點的**代數方法**，比如

Dimension reduction，feature extraction，Kernel等，一種是以**研究統計模型和樣本分佈**為重點的**統計方法**，比如

Graphical model, Information theoretical models等。它們側重雖有不同，但是常常是共同使用的，對於**代數方法**，往往需要**統計上的解釋**，對於**統計模型**，其**具體計算則需要代數的幫助**。以代數和統計為出發點，繼續往深處走，我們會發現需要更多的數學。

2、Calculus (微積分)，只是數學分析體系的基礎。

其基礎性作用不言而喻。Learning研究的大部分問題是在連續的度量空間進行的，無論代數還是統計，在研究優化問題的時候，對一個**映射的微分或者梯度的分析**總是不可避免。而在統計學中，**Marginalization和積分**更是密不可分——不過，以解析形式把積分導出來的情況則不多見。

3、Partial Differential Equation (偏微分方程)

這主要用於描述動態過程，或者仿動態過程。這個學科在Vision中用得比Learning多，主要用於描述連續場的運動或者

傳統模式 翻卡模式 雜誌模式 拼貼模式 側欄模式 快照模式 時間表模式

圖像分割之（四）OpenC...
圖像分割之（三）從Grap...
圖像分割之（二） ... 1
圖像分割之（一）概述
神經網絡編程入門
圖像處理和計算機視覺中...
視覺跟蹤綜述
計算機視覺領域的一些牛...
Learning中的代數結構的...
和機器學習和計算機視覺...
機器學習知識點學習
壓縮感知（Compressive ...
壓縮感知（Compressive ...
壓縮跟蹤Compres... 1
壓縮跟蹤Compressive Tr...
用單張2D圖像重構3D場景
目標檢測的圖像特徵提取...
目標檢測的圖像特徵提取...
目標檢測的圖像特徵提取... TLD（Tracking-Learning-...
計算機視覺目標檢測的框... TLD視覺跟蹤算法
淺析人臉檢測之Haar分類... 簡單粗糙的指尖檢測方法...

展——當然了，它實際上遠不止於此。在這個地方，函數以及其所作用的對象之間存在的對偶關係扮演了非常重要的角色。Learning發展至今，也在向無限維延伸——從研究**有限維向量**的問題到**以無限維的函數**為研究對象。Kernel Learning 和 Gaussian Process 是其中典型的例子——其中的核心概念都是Kernel。很多做Learning的人把Kernel簡單理解為Kernel trick的運用，這就把kernel的意義嚴重弱化了。在**泛函**裡面，**Kernel (Inner Product)**是建立整個博大的代數體系的根本，從**metric, transform**到**spectrum**都根源於此。

5、Measure Theory (測度理論)

這是和實分析關係非常密切的學科。但是測度理論並不限於此。從某種意義上說，Real Analysis可以從**Lebesgue Measure（勒貝格測度）**推演，不過其實還有很多別的測度體系——**概率**本身就是一種**測度**。測度理論對於Learning的意義是根本的，**現代統計學整個就是建立在測度理論的基礎之上**——雖然初級的概率論教科書一般不這樣引入。在看一些統計方面的文章的時候，你可能會發現，它們會把統計的公式改用測度來表達，這樣做有兩個好處：所有的推導和結論不用分別給連續分佈和離散分佈各自寫一遍了，這兩種東西都可以用同一的測度形式表達：**連續分佈的積分基於Lebesgue測度，離散分佈的求和基於計數測度**，而且還能推廣到那種既不連續又不離散的分佈中去（這種東西不是數學家的遊戲，而是已經在實用的東西，在Dirchlet Process或者Pitman-Yor Process裡面會經常看到）。而且，即使是連續積分，如果不是在歐氏空間進行，而是在更一般的拓撲空間（比如微分流形或者變換群），那麼傳統的黎曼積分（就是大學一年級在微積分課學的那種）就不work了，你可能需要它們的一些推廣，比如**Haar Measure**或者**Lebesgue-Stieltjes積分**。

6、Topology (拓撲學)

這是學術中很基礎的學科。它一般不直接提供方法，但是它的很多概念和定理是其它數學分支的基石。看很多別的數學的時候，你會經常接觸這樣一些概念：**Open set / Closed**

傳統模式 翻卡模式 雜誌模式 拼貼模式 側欄模式 快照模式 時間表模式

圖像分割之（四）OpenC...
圖像分割之（三）從Grap...
圖像分割之（二） ... 1
圖像分割之（一）概述
神經網絡編程入門
圖像處理和計算機視覺中...
視覺跟蹤綜述
計算機視覺領域的一些牛...
Learning中的代數結構的...
和機器學習和計算機視覺...
機器學習知識點學習
壓縮感知（Compressive ...
壓縮感知（Compressive ...
壓縮跟蹤Compres... 1
壓縮跟蹤Compressive Tr...
用單張2D圖像重構3D場景
目標檢測的圖像特徵提取...
目標檢測的圖像特徵提取...
目標檢測的圖像特徵提取... TLD（Tracking-Learning-...
計算機視覺目標檢測的框... TLD視覺跟蹤算法
淺析人臉檢測之Haar分類... 簡單粗糙的指尖檢測方法...

這些概念的認識會有根本性的拓展。比如，連續函數，當時是由epison法定義的，就是無論取多小的正數epsilon，都存在xxx，使得xxx。這是需要一種metric去度量距離的，在general topology裡面，對於連續函數的定義連坐標和距離都不需要——如果一個映射使得開集的原像是開集，它就是連續的——至於開集是基於集合論定義的，不是通常的開區間的意思。這只是最簡單的例子。當然，我們研究learning也許不需要深究這些數學概念背後的公理體系，但是，打破原來定義的概念的侷限在很多問題上是必須的——尤其是當你研究的東西它不是在歐氏空間裡面的時候——正交矩陣，變換群，流形，概率分佈的空間，都屬於此。

7、Differential Manifold (微分流形)

通俗地說它研究的是平滑的曲面。一個直接的印象是它是不是可以用來fitting一個surface什麼的——當然這算是一種應用，但是這是非常初步的。本質上說，微分流形研究的是平滑的拓撲結構。一個空間構成微分流形的基本要素是局部平滑：從拓撲學來理解，就是它的任意局部都同胚於歐氏空間，從解析的角度來看，就是相容的局部坐標系統。當然，在全局上，它不要求和歐氏空間同胚。它除了可以用於刻畫集合上的平滑曲面外，更重要的意義在於，它可以用於研究很多重要的集合。一個n-維線性空間的全部k-維子空間(k

8、Lie Group Theory (李群論)

一般意義的群論在Learning中被運用的不是很多，群論在Learning中用得較多的是它的一個重要方向Lie group。定義在平滑流形上的群，並且其群運算是平滑的話，那麼這就叫李群。因為Learning和編碼不同，更多關注的是連續空間，因為Lie group在各種群中對於Learning特別重要。各種子空間，線性變換，非奇異矩陣都基於通常意義的矩陣乘法構成李群。在李群中的映射，變換，度量，劃分等等都對於Learning中代數方法的研究有重要指導意義。

9、Graph Theory (圖論)

圖，由於它在表述各種關係的強大能力以及優雅的理論，高效的算法，越來越受到Learning領域的歡迎。經典圖論，在

傳統模式 翻卡模式 雜誌模式 拼貼模式 側欄模式 快照模式 時間表模式

圖像分割之（四）OpenC...
圖像分割之（三）從Grap...
圖像分割之（二） ... 1
圖像分割之（一）概述
神經網絡編程入門
圖像處理和計算機視覺中...
視覺跟蹤綜述
計算機視覺領域的一些牛...
Learning中的代數結構的...
和機器學習和計算機視覺...
機器學習知識點學習
壓縮感知（Compressive ...
壓縮感知（Compressive ...
壓縮跟蹤Compres... 1
壓縮跟蹤Compressive Tr...
用單張2D圖像重構3D場景
目標檢測的圖像特徵提取...
目標檢測的圖像特徵提取...
目標檢測的圖像特徵提取... TLD（Tracking-Learning-...
計算機視覺目標檢測的框... TLD視覺跟蹤算法
淺析人臉檢測之Haar分類... 簡單粗糙的指尖檢測方法...

轉自：

http://blog.sina.com.cn/s/blog_6833a4df0100nazk.html

1. 線性代數 (Linear Algebra):

我想國內的大學生都會學過這門課程，但是，未必每一位老師都能貫徹它的精要。這門學科對於Learning是必備的基礎，對它的透徹掌握是必不可少的。我在科大一年級的時候就學習了這門課，後來到了香港後，又重新把線性代數讀了一遍，所讀的是

[Introduction to Linear Algebra \(3rd Ed.\) by Gilbert Strang.](#)

這本書是MIT的線性代數課使用的教材，也是被很多其它大學選用的經典教材。它的難度適中，講解清晰，重要的是對許多核心的概念討論得比較透徹。我個人覺得，學習線性代數，最重要的不是去熟練矩陣運算和解方程的方法——這些在實際工作中MATLAB可以代勞，關鍵的是要深入理解幾個基礎而又重要的概念：**子空間(Subspace)**，**正交(Orthogonality)**，**特徵值和特徵向量(Eigenvalues and eigenvectors)**，和**線性變換(Linear transform)**。從我的角度看來，一本線代教科書的質量，就在於它能否給這些根本概念以足夠的重視，能否把它們的聯繫講清楚。Strang的這本書在這方面是做得很好的。

而且，這本書有個得天獨厚的優勢。書的作者長期在MIT講授線性代數課(18.06)，課程的video在MIT的Open courseware網站上有提供。有時間的朋友可以一邊看著名師授課的錄像，一邊對照課本學習或者複習。

<http://ocw.mit.edu/OcwWeb/Mathematics/18-06Spring-2005/CourseHome/index.htm>

[<http://ocw.mit.edu/OcwWeb/Mathematics/18-06Spring-2005/CourseHome/index.htm>]

2. 概率和統計 (Probability and Statistics):

概率論和統計的入門教科書很多，我目前也沒有特別的推薦。我在這裡想介紹的是一本關於多元統計的基礎教科書：

[Applied Multivariate Statistical Analysis \(5th Ed.\) by Richard A. Johnson and Dean W. Wichern](#)

傳統模式 翻卡模式 雜誌模式 拼貼模式 側欄模式 快照模式 時間表模式

圖像分割之（四）OpenC...
圖像分割之（三）從Grap...
圖像分割之（二）... 1
圖像分割之（一）概述
神經網絡編程入門
圖像處理和計算機視覺中...
視覺跟蹤綜述
計算機視覺領域的一些牛...
Learning中的代數結構的...
和機器學習和計算機視覺...
機器學習知識點學習
壓縮感知（Compressive ...
壓縮感知（Compressive ...
壓縮跟蹤Compres... 1
壓縮跟蹤Compressive Tr...
用單張2D圖像重構3D場景
目標檢測的圖像特徵提取...
目標檢測的圖像特徵提取...
目標檢測的圖像特徵提取... TLD（Tracking-Learning-...
計算機視覺目標檢測的框... TLD視覺跟蹤算法
淺析人臉檢測之Haar分類... 簡單粗糙的指尖檢測方法...

服，內容也很實用。對於**Linear regression, factor analysis, principal component analysis (PCA), and canonical component analysis (CCA)**這些Learning中的基本方法也展開了初步的論述。

之後就可以進一步深入學習貝葉斯統計和**Graphical models**。一本理想的書是

[Introduction to Graphical Models \(draft version\). by M. Jordan and C. Bishop.](#)

我不知道這本書是不是已經出版了（不要和Learning in Graphical Models混淆，那是個論文集，不適合初學）。這本書從基本的貝葉斯統計模型出發一直深入到複雜的統計網絡的估計和推斷，深入淺出，**statistical learning**的許多重要方面都在此書有清楚論述和詳細講解。MIT內部可以access，至於外面，好像也是有電子版的。

3. 分析 (Analysis):

我想大家基本都在大學就學過微積分或者數學分析，深度和廣度則隨各個學校而異了。這個領域是很多學科的基礎，值得推薦的教科書莫過於

[Principles of Mathematical Analysis. by Walter Rudin](#)

有點老，但是絕對經典，深入透徹。缺點就是比較艱深——這是Rudin的書的一貫風格，適合於有一定基礎後回頭去看。在分析這個方向，接下來就是泛函分析(**Functional Analysis**)。

[Introductory Functional Analysis with Applications. by Erwin Kreyszig.](#)

適合作為泛函的基礎教材，容易切入而不失全面。我特別喜歡它對於**譜論和算子理論**的特別關注，這對於做learning的研究是特別重要的。Rudin也有一本關於functional analysis的書，那本書在數學上可能更為深刻，但是不易於上手，所講內容和learning的切合度不如此書。

在分析這個方向，還有一個重要的學科是測度理論(**Measure theory**)，但是我看過的書裡面目前還沒有感覺有特別值得介紹的。

傳統模式 翻卡模式 雜誌模式 拼貼模式 側欄模式 快照模式 時間表模式

圖像分割之（四）OpenC...
圖像分割之（三）從Grap...
圖像分割之（二） ... 1
圖像分割之（一）概述
神經網絡編程入門
圖像處理和計算機視覺中...
視覺跟蹤綜述
計算機視覺領域的一些牛...
Learning中的代數結構的...
和機器學習和計算機視覺...
機器學習知識點學習
壓縮感知（Compressive ...
壓縮感知（Compressive ...
壓縮跟蹤Compres... 1
壓縮跟蹤Compressive Tr...
用單張2D圖像重構3D場景
目標檢測的圖像特徵提取...
目標檢測的圖像特徵提取...
目標檢測的圖像特徵提取... TLD（Tracking-Learning-...
計算機視覺目標檢測的框... TLD視覺跟蹤算法
淺析人臉檢測之Haar分類... 簡單粗糙的指尖檢測方法...

Topology (2nd Ed.) by James Munkres

這本書是Munkres教授長期執教MIT拓撲課的心血所凝。對於一般拓撲學(General topology)有全面介紹，而對於**代數拓撲 (Algebraic topology)**也有適度的探討。此書不需要特別的數學知識就可以開始學習，由淺入深，從最基本的**集合論概念**（很多書不屑講這個）到**Nagata-Smirnov Theorem**和**Tychonoff theorem**等較深的定理（很多書避開了這個）都覆蓋了。講述方式**思想性很強**，對於很多定理，除了給出證明過程和引導你思考其背後的原理脈絡，很多令人讚嘆的亮點——我常讀得忘卻飢餓，不願釋手。很多習題很有水平。

5. 流形理論 (Manifold theory):

對於**拓撲和分析**有一定**把握**時，方可開始學習流形理論，否則所學只能流於浮淺。我所使用的書是

Introduction to Smooth Manifolds. by John M. Lee

雖然書名有introduction這個單詞，但是實際上此書涉入很深，除了講授了基本的**manifold, tangent space, bundle, sub-manifold**等，還探討了諸如**綱理論 (Category theory)**，**德拉姆上同調(De Rham cohomology)**和**積分流形**等一些比較高級的專題。對於**李群和李代數**也有相當多的討論。行文通俗而又不失嚴謹，不過對某些記號方式需要熟悉一下。

雖然李群論是建基於平滑流形的概念之上，不過，也可能從**矩陣出發**直接學習**李群和李代數**——這種方法對於急需使用李群論解決問題的朋友可能更加實用。而且，對於一個問題從不同角度看待也利於加深理解。下面一本書就是這個方向的典範：

Lie Groups, Lie Algebras, and Representations: An Elementary Introduction. by Brian C. Hall

此書從開始即從矩陣切入，從代數而非幾何角度引入矩陣李群的概念。並通過**定義運算的方式**建立**exponential mapping**，並就此引入李代數。這種方式比起傳統的通過「**左不變向量場(Left-invariant vector field)**」的方式定義李代數更容易為人所接受，也更容易揭示李代數的意義。最

傳統模式 翻卡模式 雜誌模式 拼貼模式 側欄模式 快照模式 時間表模式

圖像分割之（四）OpenC...
圖像分割之（三）從Grap...
圖像分割之（二） ... 1
圖像分割之（一）概述
神經網絡編程入門
圖像處理和計算機視覺中...
視覺跟蹤綜述
計算機視覺領域的一些牛...
Learning中的代數結構的...
和機器學習和計算機視覺...
機器學習知識點學習
壓縮感知（Compressive ...
壓縮感知（Compressive ...
壓縮跟蹤Compres... 1
壓縮跟蹤Compressive Tr...
用單張2D圖像重構3D場景
目標檢測的圖像特徵提取...
目標檢測的圖像特徵提取...
目標檢測的圖像特徵提取...
計算機視覺目標檢測的框...
淺析人臉檢測之Haar分類...

無論是研究Vision, Learning還是其它別的學科，**數學終究是根基所在。學好數學是做好研究的基石。學好數學的關鍵歸根結底是自己的努力**，但是選擇一本好的書還是大有益處的。不同的人有不同的知識背景，思維習慣和研究方向，因此書的選擇也因人而異，只求適合自己，不必強求一致。上面的書僅僅是從我個人角度的出發介紹的，我的閱讀經歷實在非常有限，很可能還有比它們更好的書（不妨也告知我一聲，先說聲謝謝了）。

張貼時間：2nd March 2014，張貼者：[alexchiang](#)

0 新增留言

輸入您的留言...

發表留言的身分：

ggyy (Google) ▾

登出

發佈

預覽

☐ 通知我