Aufgabenblatt 6 - Aufgabe 4

13. Januar 2015

(a) Behauptung: Es wird das Gewicht einer Kante $e \in E \backslash E'$ erhöht, T ist auch ein minimaler Spannbaum im so veränderten Graphen G'.
Beweis:
Wenn T kein minimaler Spannbaum in G' sei, muss es einen minimalen Spannbaum $T' \neq T$ geben.
Wenn $e \in T'$, dann $w(T')$ in G' größer als in G und muss somit größer als T sein.
Wenn $e \notin T'$, dann sind sowohl T als auch T' von der Veränderung unbeeinflusst, somit bleibt T auf jeden Fall ein minimaler Spannbaum.

(b) Wenn $e \in E'$ ist und e um Δw verringert wird, wird auch $w(T)$ um Δw verringert. Da die Gewichtsumme jedes weiteren möglichen Spannbaumes ebenfalls maximal um Δw verringert werden kann, bleibt T auf jeden Fall ein minimaler Spannbaum.
Wenn $e \notin E'$ führen wir Kruskals Algorithmus wie bei der Berechnung von T aus, nur dass wir zu Beginn alle Kanten d mit $w'(d) < w'(e)$, die somit unverändert blieben, überspringen können und erst ab da mit dem neuen Gewicht weiter rechnen.