

## 行星齒輪傳動機構簡介及運動分析

台灣發展研究院智能機器人研究所 林英隆、精密機械研究發展中心 張哲誌

### 一、前言

陳[1]指出 JARA (Japan Robot Association) 在 2008 年的報告中，產業用機器人中長期市場雖已日趨飽和，但是家庭/個人用服務型機器人將有高幅度的成長空間。且由 ABI Research 2010 研究報告[2]中預估，Personal Robot 產業於 2017 年總產值將逼近 136.7 億美元，其中可用來發展關鍵模組的感測器與致動模組可望達到 35.25 億及 66.5 億美元；另外，王[3]結合國內目前產業用機器人產業發展現況以及市場評估，在產業用機器人的整體成本結構當中，減速機所佔之成本幾乎是整體成本的三分之一。因此，發展運用於產業用或服務型機器人之致動傳動關鍵模組未來商機可期。

王[3]曾針對全球產業機器人機構傳動技術面進行技術功效分類並製作功效矩陣表，如表 1 所示。由表 1 中可看出目前運用於機器人之減速機主要有齒輪減速機、諧波減速機 (Harmonic Drive，如圖 1 所示)、RV 減速機 (如圖 2 所示) 以及擺線減速機等。減速機之專利較為分散 (表 1 中所列數字為相對應之專利篇數)，國內廠商要開發減速機所面臨的專利限制並不多，因此這是國內在產業用及服務型機器人傳動機構領域能夠積極發展的利基市場。

表 1 減速機技術功效矩陣表

	Harmonic 減速機			Cyclo 減速機					RV 減速機	齒輪減速機	
	橢圓 軸承	齒型	輸出結構	搭配行星 齒輪組	偏心輪	輸出銷	齒型	輸入軸	搭配行星 齒輪組	輸出和 輸入垂直	輸出和 輸入平行
微小化	0	0	0	0	0	0	0	0	2	1	2
提昇運動性	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
提昇剛性	2	1	2	1	1	1	1	2	3	0	0
提昇精度	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
降低成本	0	0	0	0	1	0	0	2	1	0	0
增加扭力	1	0	1	0	1	0	0	0	0	2	2
避免管線纏繞	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
提昇壽命	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0

Harmonic Drive 主要有傳動比大、運轉平穩、結構簡單以及傳動效率高等優點，是一種比較理想的傳動裝置。但由於其以撓性輪的彈性變形進行負載運動傳遞，剛性難以提高，且隨著使用時間的增長，其運動精度還會顯著降低，目前產品價格也偏高。1980 年代中期，日本帝人公司[4]（現為 Nabtesco）成功研製出應用於機器人的擺線針輪 RV 減速機，目前是機器人用減速機中剛性較高的低振動減速機，對提高機器人的運動精度和動態特性非常有利，而且還具有相對體積小、傳動比大、承載能力大、運動精度高及傳動效率高等優點，因此該傳動裝置不僅被運用於機器人，在機床產業也被廣泛採用。然而日本生產的 RV 減速機均採用一級漸開線齒輪和一級擺線針輪傳動，由於加工擺線針輪需要先進的專用設備，且擺線針輪對加工誤差敏感，為了得到小回轉誤差和使荷載均勻分佈，製造精度要求很高，如果不具備大批量生產條件，產品成本非常高。

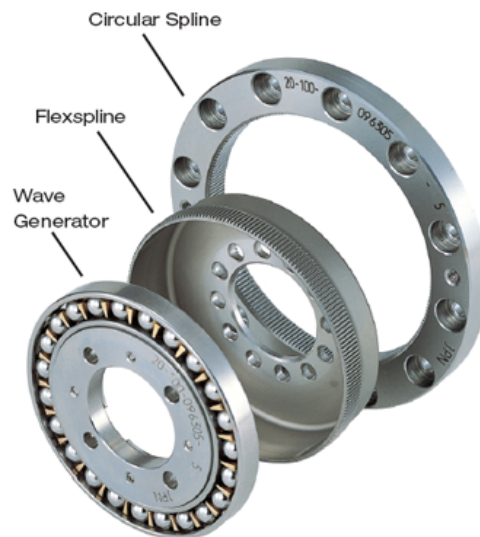


圖 1 Harmonic Drive[5]

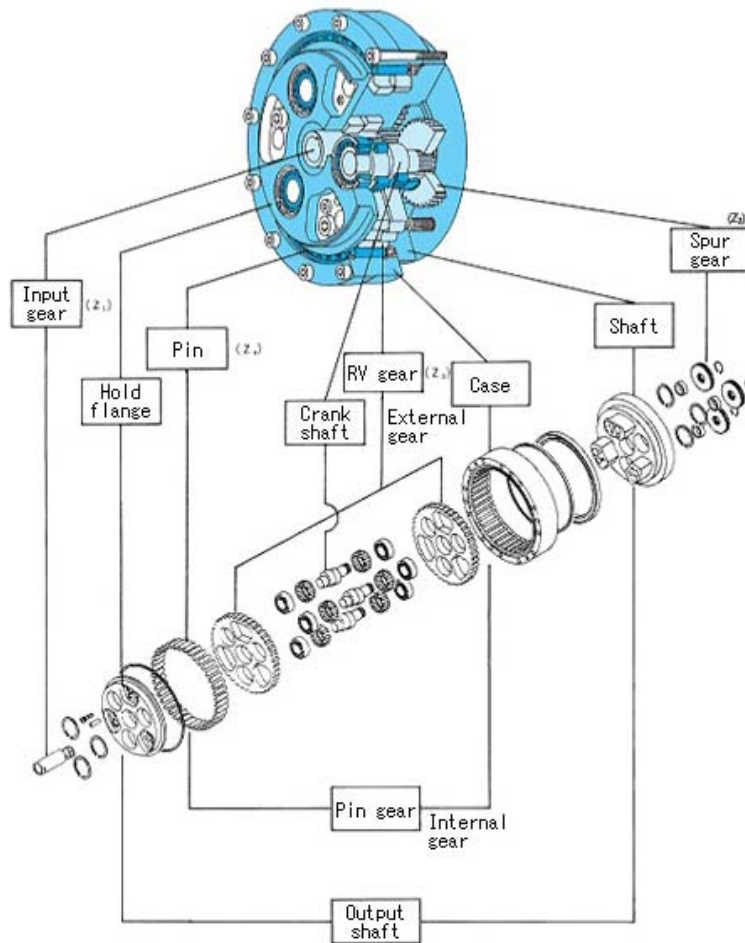


圖 2 RV 減速機[6]

對於機器人構造而言，因為其上有許多桿件運動，桿件尺寸及重量將影響其慣性及負荷能力，於此若使用結構緊湊的減速機將可降低慣性。考量諧波齒輪減速機天生剛性不足以及 RV 減速機外觀結構大小及製造設備需求問題，行星齒輪傳動機構是實現結構緊湊減速機之另一個解決方向，尤其在小型化的部份將更有發展空間。因此本文對行星齒輪傳動機構做一簡介，並介紹一種運動分析方法，供作研發設計及製作開發參考。

## 二、行星齒輪機構簡介及分類

就齒輪機構而言，可以概分為定軸齒輪系（ordinary gear train，如圖 3 所示）及動軸齒輪系。行星齒輪系或又稱周轉齒輪系（planetary gear train or epicyclic gear train，如圖 5 所示）即屬動軸齒輪系。定軸齒輪系意指所有齒輪皆繞固定軸自轉；周轉齒輪系中則有某些齒輪繞固定軸自轉，某些齒輪除自轉

外，並繞固定軸公轉。圖 3 之實際齒輪機構可以用圖 4 的機構簡圖 (functional representation) 方式表示，行星齒輪系亦可以在省略相同作用的行星輪 (例如下方的兩個行星輪) 後以圖 5 方式的簡圖表示，以利後續分析。行星齒輪系基本上包含了太陽齒輪 (sun gear)、環齒輪 (ring gear)、行星輪 (planetary gear) 以及行星支架 (carrier)。

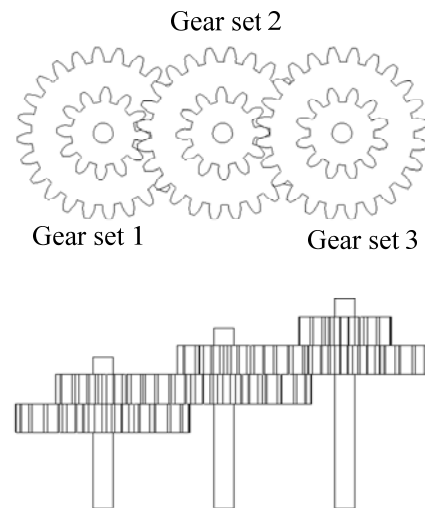


圖 3 Ordinary Gear Train

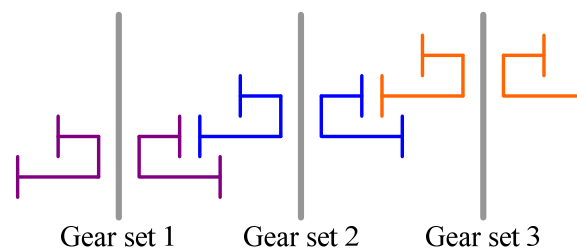


圖 4 Ordinary Gear Train 機構簡圖

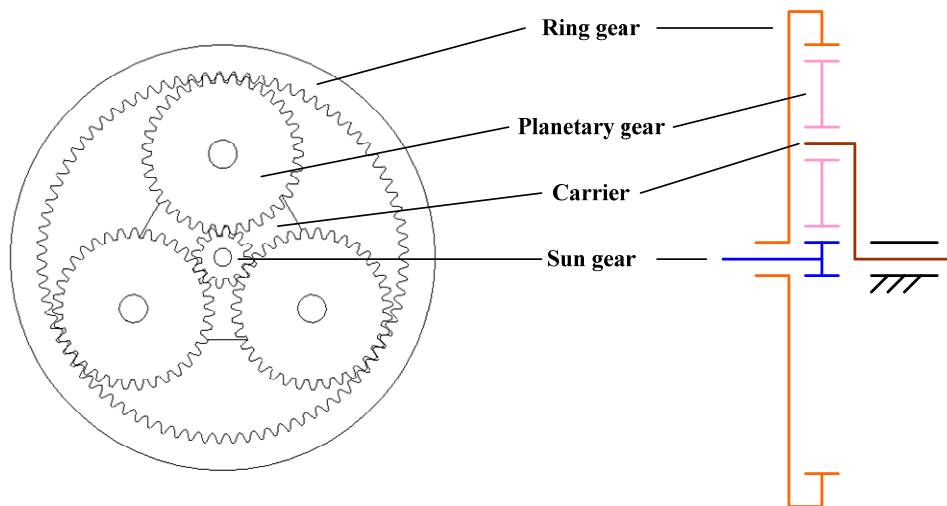
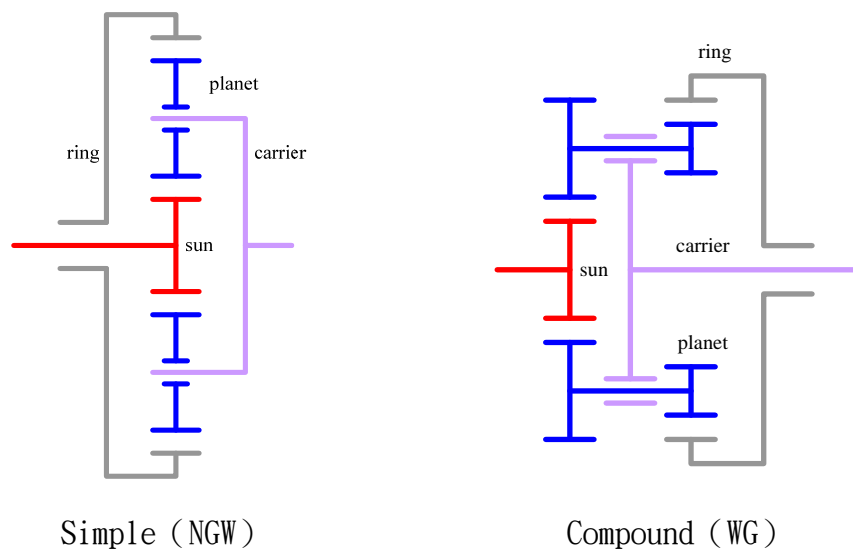


圖 5 Planetary Gear Train 及機構簡圖表示

行星齒輪機構一般具有結構緊湊、體積小、重量輕、傳動比範圍大、傳動效率高以及運轉平順、噪音小等優點，但也有結構相對複雜、零件製造精度要求較高、內齒輪加工較困難、自身散熱條件較差、結構上不易有較小的傳動比以及行星齒輪高速運轉時離心力會急速增大，不易選用合適軸承等缺點。

AGMA 6123-B06 標準中[7]將行星齒輪系統依不同排列型式分為 Simple、Compound、Coupled、及 Differential 四種系統；依齒輪嚙合方式則有分為 NGW、NW、NN、WW、NGWN 及 N 型，其中 N 代表內齒嚙合齒輪；W 代表外齒嚙合齒輪；G 代表內外齒嚙合齒輪，如圖 6 表示。



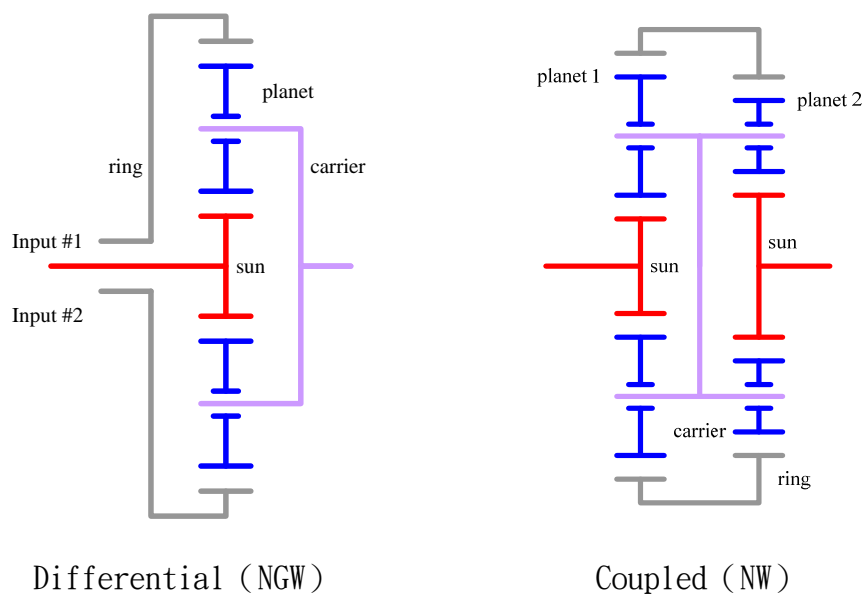
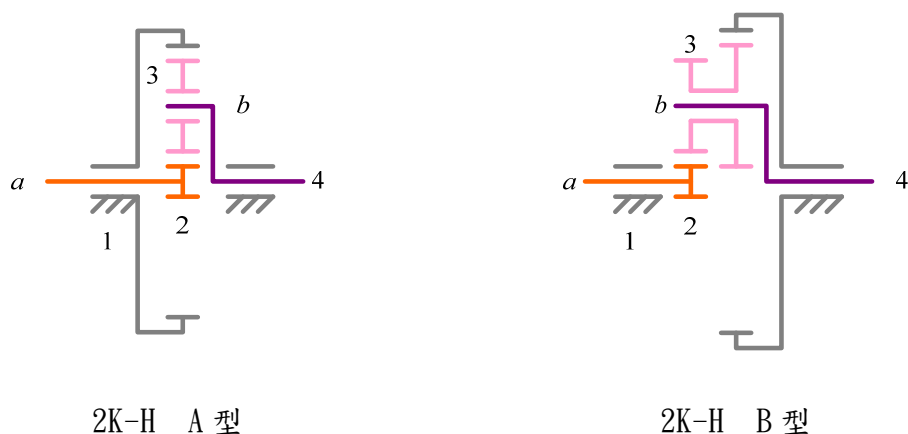
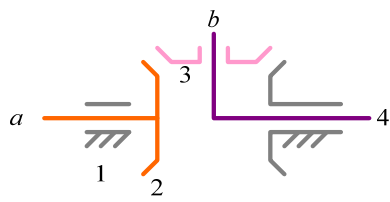


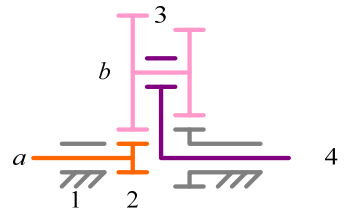
圖 6 AGMA 6123-B06 行星齒輪系統分類

另外，依據兩角宗晴或庫德略夫采夫[8]分類，行星齒輪分為 2K-H、3K 及 K-H-V 三型，其中 K 代表中心齒輪、H 代表行星架、V 代表輸出機構、2 或 3 則表示數目，例如 2K-H 即表示具有兩個中心齒輪及一個行星架的行星齒輪機構，圖 7、8 列出部份行星齒輪機構型式。圖中 1、2、3、4 表示桿件數目，a、b 及 c 則表示旋轉軸。2K-H 及 K-H-V 型機構基本構成有四個桿件、三個旋轉對及兩個齒輪對；3K 型機構基本構成則有五個桿件、四個旋轉對及三個齒輪對。以 RV 型減速機為例，其內即包含 K-H-V 型的行星齒輪機構，如圖 9 所示。

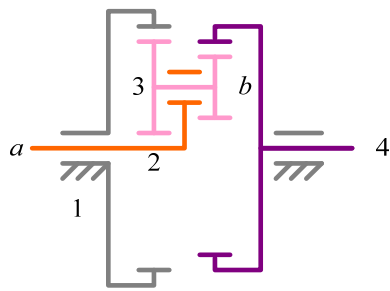




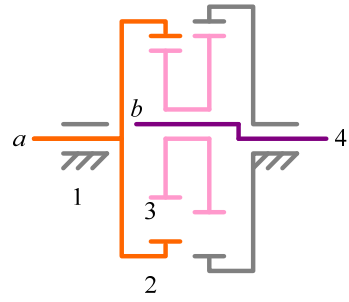
2K-H C 型



2K-H D 型

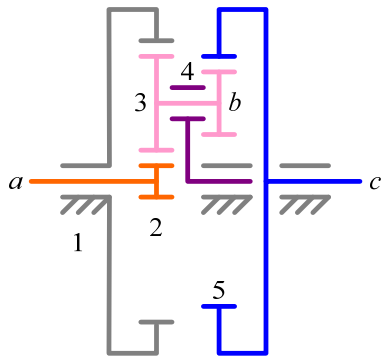


2K-H E- (I) 型

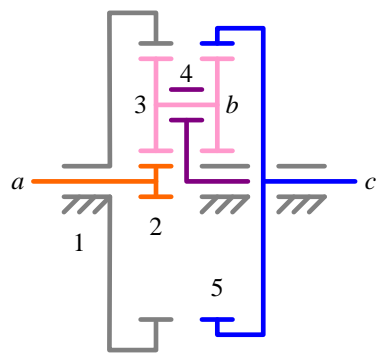


2K-H E- (II) 型

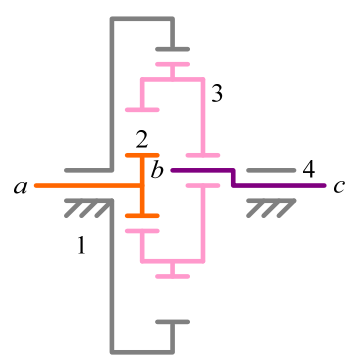
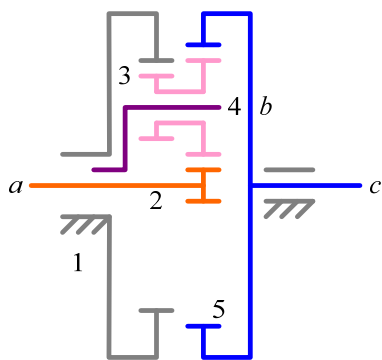
圖 7 2K-H 行星齒輪機構



3K- (I) 型



3K- (II) 型



3K- (III) 型

K-H-V 型

圖 8 3K 及 K-H-V 行星齒輪機構

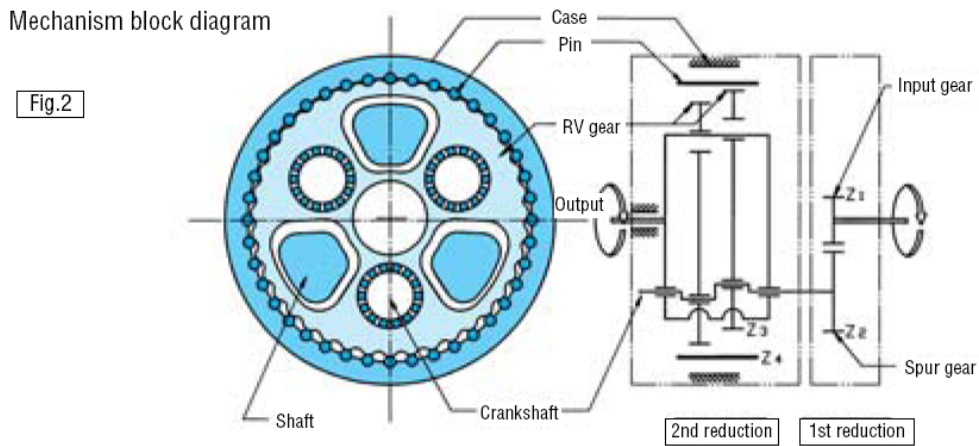


圖 9 RV 行星齒輪機構[9]

### 三、行星齒輪機構運動分析方法

在齒輪機構的分析中，Fundamental Circuit Analysis Method 是一種比較簡單且有系統的方法[10]，其中包含導出 Fundamental Circuit 方程式（Fundamental Circuit Equation）以及找出同軸條件（Coaxiality Condition），方法說明如下。

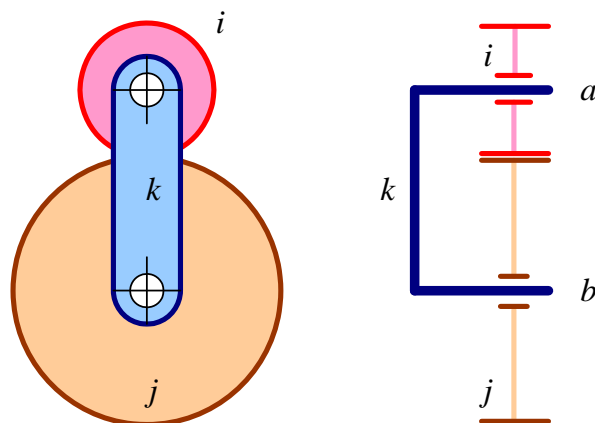


圖 10 齒輪對

圖 10 中表示一對互相嚙合的齒輪  $i$  及  $j$ ，桿件  $k$  為支架，桿件  $i$ 、 $j$  及  $k$  即構成一 fundamental circuit，依據此條件，fundamental circuit 方程式可以



導出為：

$$f(i, j, k): \frac{\theta_{i,k}}{\theta_{j,k}} = \pm \frac{r_j}{r_i} = \pm \frac{Z_j}{Z_i} \quad (1)$$

其中  $\theta_{i,k}$  及  $\theta_{j,k}$  分別表示齒輪 i 及齒輪 j 對支架 k 的角位移，且  $\theta_{i,k} = -\theta_{k,i}$ ， $r_i$  及  $r_j$  分別表示齒輪 i 及齒輪 j 的節圓半徑， $Z_i$  及  $Z_j$  分別表示齒輪 i 及齒輪 j 的齒數，式 (1) 中之正負號則由相對於支架 k 而言，齒輪 i 及齒輪 j 的轉向為同向 (+) 或異向 (-) 決定。

另一方面，對三個共軸的 l、m 及 n 桿件而言，其相對的角位移關係可以表示為：

$$\theta_{m,n} = \theta_{m,l} - \theta_{n,l} \quad (2)$$

方程式 (2) 即為同軸條件。找出行星式齒輪機構的所有 fundamental circuit 方程式及同軸條件後，即可進行系統性的分析。

以圖 11 所示之簡單型行星式齒輪機構為例，分析方法如下：

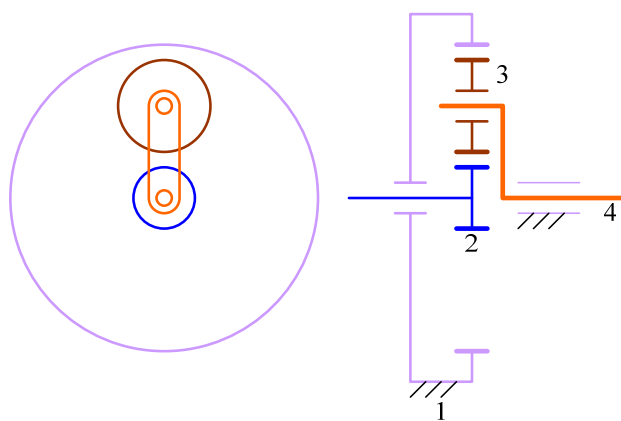


圖 11 簡單型行星式齒輪機構

1. 導出 fundamental circuit 方程式：

$$f(2,3,4): \frac{\theta_{2,4}}{\theta_{3,4}} = -\frac{Z_3}{Z_2} \quad (4)$$

2. 找出同軸條件：桿件 1、2 及 4 同軸

$$\theta_{4,2} = \theta_{4,1} - \theta_{2,1} \quad (5)$$

綜合式 (3)、(4) 及 (5)，筆者可以推導出傳動比如表 2 所示。

表 2 簡單型行星齒輪機構傳動比

固定桿件	輸入桿件	輸出桿件	傳動比
桿件 1	桿件 2	桿件 4	$\frac{\theta_{4,1}}{\theta_{2,1}} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}$
桿件 2	桿件 1	桿件 4	$\frac{\theta_{4,2}}{\theta_{1,2}} = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}$
桿件 4	桿件 2	桿件 1	$\frac{\theta_{1,4}}{\theta_{2,4}} = -\frac{Z_2}{Z_1}$

由表 2，若視環齒輪  $Z_1 = Z_R$  及太陽輪  $Z_2 = Z_S$  則可以再細部分析如表 3。

表 3 簡單型行星齒輪機構運動分析

	條件			減速比	註記
	輸入	輸出	固定		
A	太陽輪	行星架	環齒輪	$\frac{Z_S + Z_R}{Z_S}$	同方向 大減速
B	環齒輪	行星架	太陽輪	$\frac{Z_S + Z_R}{Z_R}$	同方向 小減速

C	行星架	太陽輪	環齒輪	$\frac{Z_S}{Z_S + Z_R}$	同方向 大加速
D	行星架	環齒輪	太陽輪	$\frac{Z_R}{Z_S + Z_R}$	同方向 小加速
E	太陽輪	環齒輪	行星架	$-\frac{Z_R}{Z_S}$	反方向 減速
F	環齒輪	太陽輪	行星架	$-\frac{Z_S}{Z_R}$	反方向 加速
G	任兩項固定		1 : 1		同方向 直接傳動
H	皆無固定		/		空檔

#### 四、行星齒輪機構傳動比分析

依據前文所述之分析方法，筆者即可針對 2K-H、3K 及 K-H-V 找出 fundamental circuit 方程式及同軸條件，作為分析基礎。依據圖 7 及圖 8，列出方程式及條件如表 4 所示。其中  $Z_i$  表示第  $i$  個齒輪之齒數， $Z_{i-j}$  表示第  $i$  個齒輪組中與第  $j$  個齒輪配對之齒輪齒數。

表 4 2K-H、3K 及 K-H-V 行星齒輪機構運動分析

類型	Fundamental Circuit Equation	Coaxiality Condition
2K-H A 型	$f(3,1,4): \frac{\theta_{3,4}}{\theta_{1,4}} = \frac{Z_1}{Z_3}$ $f(2,3,4): \frac{\theta_{2,4}}{\theta_{3,4}} = -\frac{Z_3}{Z_2}$	$\theta_{4,2} = \theta_{4,1} - \theta_{2,1}$

2K-H B 型	$f(3,1,4): \frac{\theta_{3,4}}{\theta_{1,4}} = \frac{Z_1}{Z_{3-1}}$ $f(2,3,4): \frac{\theta_{2,4}}{\theta_{3,4}} = -\frac{Z_{3-2}}{Z_2}$	$\theta_{4,2} = \theta_{4,1} - \theta_{2,1}$
2K-H D 型	$f(3,1,4): \frac{\theta_{3,4}}{\theta_{1,4}} = -\frac{Z_1}{Z_{3-1}}$ $f(2,3,4): \frac{\theta_{2,4}}{\theta_{3,4}} = -\frac{Z_{3-2}}{Z_2}$	$\theta_{4,2} = \theta_{4,1} - \theta_{2,1}$
2K-H E- ( I ) 型	$f(3,1,2): \frac{\theta_{3,2}}{\theta_{1,2}} = \frac{Z_1}{Z_{3-1}}$ $f(4,3,2): \frac{\theta_{4,2}}{\theta_{3,2}} = \frac{Z_{3-4}}{Z_4}$	$\theta_{4,2} = \theta_{4,1} - \theta_{2,1}$
2K-H E- ( II ) 型	$f(3,1,4): \frac{\theta_{3,4}}{\theta_{1,4}} = \frac{Z_1}{Z_{3-1}}$ $f(2,3,4): \frac{\theta_{2,4}}{\theta_{3,4}} = \frac{Z_{3-2}}{Z_2}$	$\theta_{4,2} = \theta_{4,1} - \theta_{2,1}$
3K- ( I ) 型	$f(3,1,4): \frac{\theta_{3,4}}{\theta_{1,4}} = \frac{Z_1}{Z_{3-1}}$ $f(2,3,4): \frac{\theta_{2,4}}{\theta_{3,4}} = -\frac{Z_{3-1}}{Z_2}$ $f(3,5,4): \frac{\theta_{3,4}}{\theta_{5,4}} = \frac{Z_5}{Z_{3-2}}$	$\theta_{4,2} = \theta_{4,1} - \theta_{2,1}$ $\theta_{5,4} = \theta_{5,1} - \theta_{4,1}$

3K- (II) 型	$f(3,1,4): \frac{\theta_{3,4}}{\theta_{1,4}} = \frac{Z_1}{Z_3}$ $f(2,3,4): \frac{\theta_{2,4}}{\theta_{3,4}} = -\frac{Z_3}{Z_2}$ $f(3,5,4): \frac{\theta_{3,4}}{\theta_{5,4}} = \frac{Z_5}{Z_3}$	$\theta_{4,2} = \theta_{4,1} - \theta_{2,1}$ $\theta_{5,4} = \theta_{5,1} - \theta_{4,1}$
3K- (III) 型	$f(3,1,4): \frac{\theta_{3,4}}{\theta_{1,4}} = \frac{Z_1}{Z_{3-1}}$ $f(2,3,4): \frac{\theta_{2,4}}{\theta_{3,4}} = -\frac{Z_{3-2}}{Z_2}$ $f(3,5,4): \frac{\theta_{3,4}}{\theta_{5,4}} = \frac{Z_5}{Z_{3-2}}$	$\theta_{4,2} = \theta_{4,1} - \theta_{2,1}$ $\theta_{5,4} = \theta_{5,1} - \theta_{4,1}$
K-H-V 型	$f(3,1,4): \frac{\theta_{3,4}}{\theta_{1,4}} = \frac{Z_1}{Z_{3-1}}$ $f(2,3,4): \frac{\theta_{2,4}}{\theta_{3,4}} = \frac{Z_{3-2}}{Z_2}$	$\theta_{4,2} = \theta_{4,1} - \theta_{2,1}$

依據表 4 之方程式及條件，筆者即可以根據機構內之固定、輸入及輸出條件計算機構傳動比。

## 五、簡單型行星齒輪機構設計條件

在設計行星齒輪傳動機構時，除了根據給定的傳動比來分配各齒輪的齒數外，應還滿足與其裝配有關的同心條件、鄰接條件和安裝條件[11]。現以圖 6 所示之簡單型行星齒輪機構為例，簡述裝配條件如下。

## 1. 同心條件

同心條件係指由中心輪 A、C 與行星輪 B 的所有嚙合齒輪對的實際中心距必須相等，也稱為中心距離條件，如圖 12 所示。即

$$r_c = r_a + 2r_b \quad (6)$$

或

$$Z_c = Z_a + 2Z_b \quad (7)$$

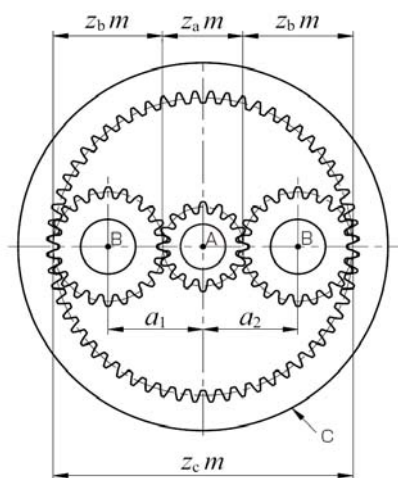


圖 12 簡單型行星式齒輪機構同心條件

## 2. 鄰接條件

在設計行星齒輪傳動時，為了進行功率分流且提高承載能力，同時也為了減少結構尺寸，使其結構緊湊，經常在太陽輪 A 與環齒輪 C 之間均勻地設置幾個行星輪 B。為了使各行星輪不產生相互碰撞，必須保證它們齒頂之間在其連心線上有一定的間隙，即兩相鄰行星輪的頂圓半徑之合應小於其中心距離  $L_b$ ，即

$$d_{ab} < L_b \quad (8)$$

其中  $d_{ab}$  為行星輪 B 的齒頂圓直徑，或參照圖 13

$$d_{ab} < 2(r_a + r_b) \sin \theta \quad (9)$$

其中  $r_a$  及  $r_b$  分別為太陽輪 A 及行星輪 B 之節圓半徑， $\theta$  為兩行星輪中心與太陽輪中心夾角之一半。當行星齒輪齒頂圓直徑為標準  $d_{ab} = 2r_b + 2m$  且行星齒輪為等配時，由於齒輪節圓直徑  $d$  等於齒數  $Z$  乘以模數  $m$ ，即

$$d = Z \cdot m \quad (10)$$

式 (9) 可以調整為

$$(Z_b + 2) < (Z_a + Z_b) \cdot \sin \frac{180^\circ}{N} \quad (11)$$

其中  $N$  為行星輪個數， $m$  為齒輪模數。此條件又稱為外徑干涉條件。

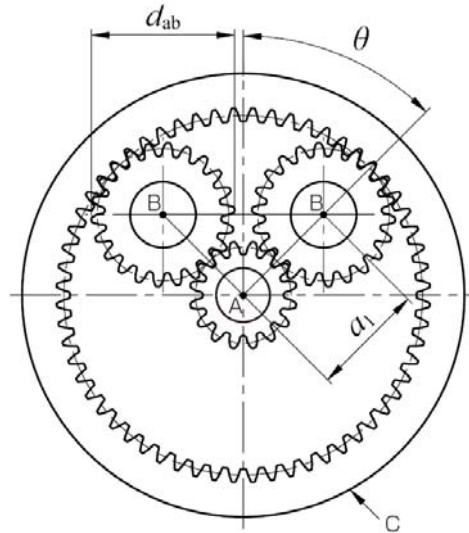


圖 13 簡單型行星式齒輪機構鄰接條件

根據不等式 (8)，間隙  $\Delta_b = L_b - d_{ab}$  的最小允許值取決於行星齒輪減速機的冷卻條件和嚙合傳動時的潤滑油攪動損失，實際使用時，間隙值應取

$$\Delta_b \geq 0.5m。$$

### 3. 安裝條件

在行星齒輪傳動機構中，如果僅有一個行星輪時，只要滿足同心條件就能保證能夠裝配。為了提高減速機承載能力，大多採用多個行星輪。同時為了使嚙合時的徑向力相互抵消，通常將多個行星輪均勻的分佈在行星傳動的中心圓上，在安裝多個行星輪時就必須考慮安裝條件此條件又稱為拘束咬合條件。

一般而言，當滿足

$$\frac{(Z_a + Z_c)\theta}{180} = \text{整數} \quad (12)$$

的拘束咬合條件時，行星輪 B 即可以安裝進太陽輪及環齒輪之間，其中  $\theta$  為兩行星輪中心與太陽輪中心夾角之一半，以角度方式表示。若安裝在行星臂上的 N 個行星輪為均勻的分佈在中心輪的周圍時，式 (12) 可調整為

$$\frac{Z_a + Z_c}{N} = \text{整數} \quad (13)$$

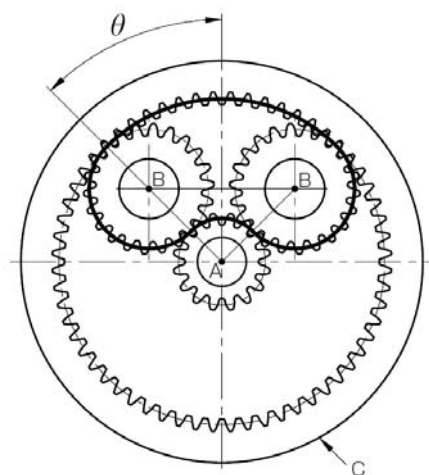


圖 14 簡單型行星式齒輪機構安裝條件

綜合以上條件，當行星輪數目為 3 時，一些簡單型行星齒輪機構齒數及傳動



比檢附於表 5。

表 5 簡單型行星齒輪機構配齒及傳動比

序號	太陽輪齒數 $Z_s$	行星輪齒數 $Z_p$	環齒輪齒數 $Z_R$	環齒輪固定、太陽輪輸入、 行星架輸出時之傳動比
1	41	16	73	2.7805
2	47	19	85	2.8085
3	29	16	61	3.1034
4	32	19	70	3.1875
5	29	22	73	3.5172
6	37	29	95	3.5676
7	23	22	67	3.9130
8	29	28	85	3.9310
9	19	23	65	4.4211
10	41	52	145	4.5366
11	19	29	77	5.0526
12	31	47	125	5.0323
13	13	23	59	5.5385
14	29	52	133	5.5862
15	13	29	71	6.4615
16	23	49	121	6.2609
17	13	32	77	6.9231
18	13	38	89	7.8462
19	17	58	133	8.8235
20	13	53	119	10.1538
21	17	76	169	10.9412

22	13	71	155	12.9231
----	----	----	-----	---------

## 六、結語

本文針對行星齒輪機構構造、分類及運動分析作一簡述，並摘錄在設計簡單型行星式齒輪機構時所應注意之條件。在開發實務上，行星式齒輪機構中之內齒輪加工不易，尤其在小型行星式減速機中之內齒輪更有難度，行星齒輪機構的整體精度將由內齒輪精度決定，此為發展行星式齒輪機構時需考量及可突破之處。

在考量體積精簡、低質量及慣量之機器人設計時，行星式減速機構是實現緊湊傳動機構設計的較佳選擇，尤其在未來發展擬人機器人時，必將大量應用小型減速機。雖然現今熱門的 HD 及 RV 減速機皆源於行星式減速機構構造，也確實能用來打造具有緊湊體積的機器人，然而兩者成本及技術門檻皆高。本文簡介之行星式減速機構可由機構構造設計出發，因應不同機械元件設計及配置，將有機會突破專利並進一步發展新型行星式減速機，締造機器人關鍵元件新商機。

## 參考文獻

- [1] 陳玉雪，2010 年服務型機器人產業現況分析，精密機械研究發展中心，2011。
- [2] ABI Research 2010: Personal Robotics.
- [3] 王孝裕，全球產業用機器人專利分析概論－機構傳動技術專利（下），台灣機器人產業發展協會，2010。
- [4] [http://precision.nabtesco.com/en/download/catalogue/ca\\_rv\\_e.pdf](http://precision.nabtesco.com/en/download/catalogue/ca_rv_e.pdf)
- [5] <http://www.powertransmission.com/issues/0706/harmonic.htm>
- [6] <http://precision.nabtesco.com/en/product/rv.html>
- [7] AGMA 6123-B06, Design Manual for Enclosed Epicyclic Metric Module Gear Drives.
- [8] 趙奕斌，行星齒輪傳動設計，化學工業出版社，2003。
- [9] <http://precision.nabtesco.com/en/product/rv.html>
- [10] Tsai, L. W., Robot Analysis: The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators, John Wiley & Sons, 1999.
- [11] KHK3010，KHK 齒輪技術資料。