

第二章 設計理論

2.1 幾何數學關係

本研究在連桿機構位置推導上，主要使用三角幾何形狀關係式進行推導，藉由點座標、角度、連桿長度來定義桿件之間的幾何關係，並透過三角幾何堆疊求解出目標軸接頭位置。

2.1.1 兩點一線一夾角

如圖 2.1 所示，已知座標點 $A(A_x, A_y)$ 、 $B(B_x, B_y)$ 、一桿件長度 L_0 、一角度 a_0 ，求座標點 $C(C_x, C_y)$ 。

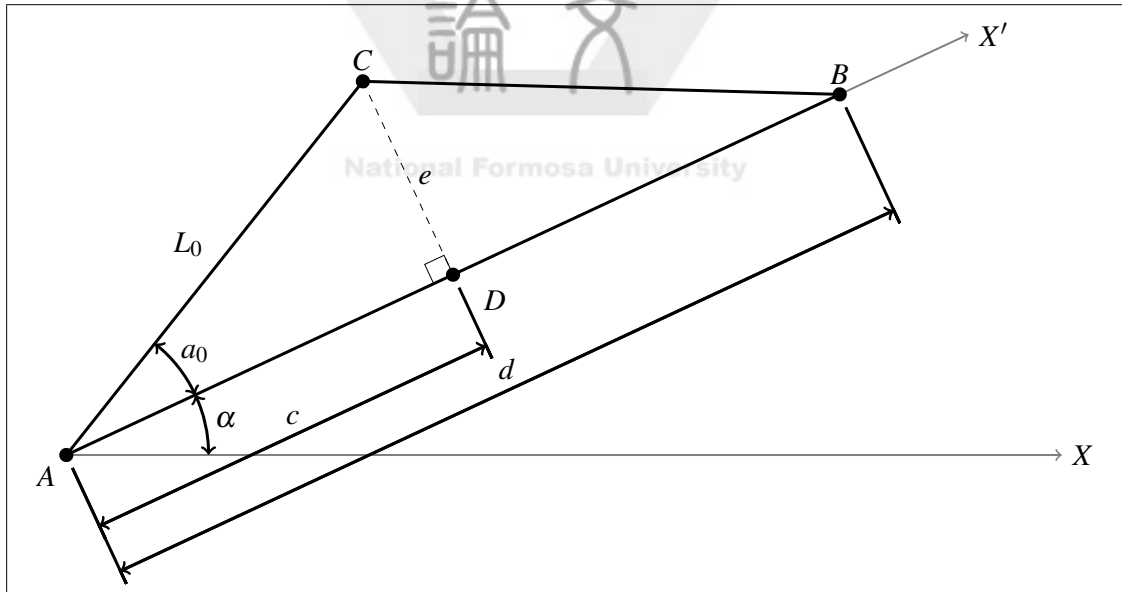


圖 2.1: PLAP

首先利用距離公式求得座標點 AB 之間的距離 d

$$d = \sqrt{(A_x - B_x)^2 + (A_y - B_y)^2} \quad (2.1)$$

因此可得知

$$\begin{aligned}\sin(\alpha) &= \frac{B_y - A_y}{d} \\ \cos(\alpha) &= \frac{B_x - A_x}{d}\end{aligned}\quad (2.2)$$

由角度 a_0 可求出長度 c 與 e

$$\begin{aligned}c &= L_0 \cos(a_0) \\ e &= L_0 \sin(a_0)\end{aligned}\quad (2.3)$$

得出 c 與 e 長度，假設 \overline{AB} 為軸線 X' ，相對於軸線 X' 其 C 點會在座標會在 (c, e) ，但相對於軸 X ， C 點必須使用座標轉換，得到相對於 X 軸的座標。

$$\begin{aligned}C_x &= A_x + c \cos(\alpha) - e \sin(\alpha) \\ C_y &= A_y + c \sin(\alpha) + e \cos(\alpha)\end{aligned}\quad (2.4)$$

2.1.2 兩點兩線

如圖 2.2 所示，已知座標點 $A(A_x, A_y)$ 、 $B(B_x, B_y)$ 、二桿件長度 L_0, R_0 ，求座標點 $C(C_x, C_y)$ 。

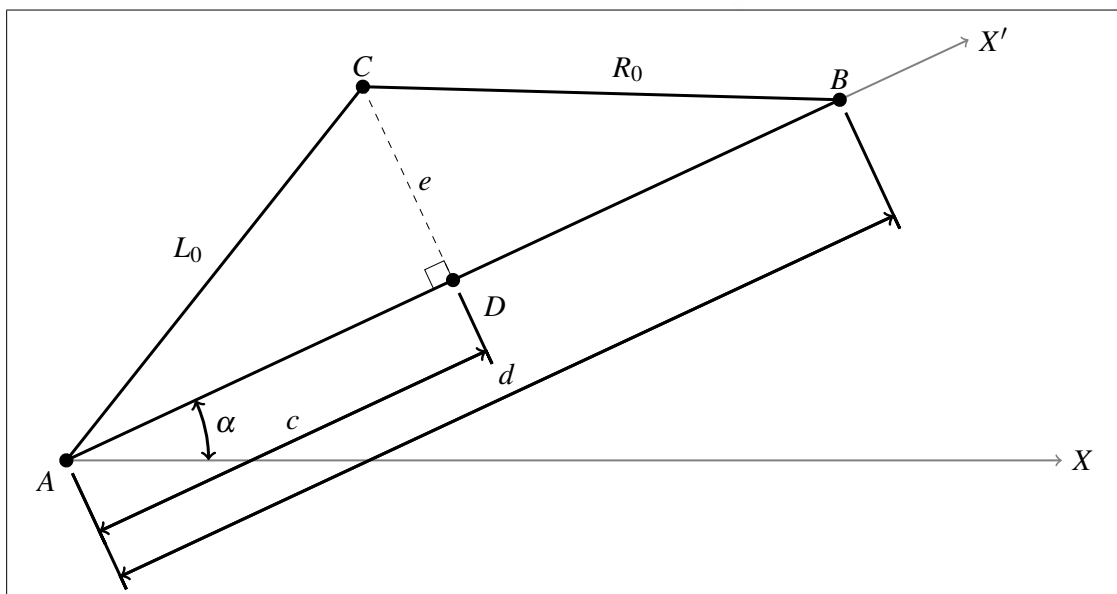


圖 2.2: PLLP

首先利用距離公式求得座標點 AB 之間的距離 d

$$d = \sqrt{(A_x - B_x)^2 + (A_y - B_y)^2} \quad (2.5)$$

求得 d 之長度後套入餘弦定理中得

$$R_0^2 = L_0^2 + d^2 - 2L_0d \cos(\angle CAD) \quad (2.6)$$

其中

$$\cos \angle CAB = \frac{c}{L_0} \quad (2.7)$$

將 2.7 帶入 2.6 可求得 c

$$c = \frac{d^2 + L_0^2 - R_0^2}{2d} \quad (2.8)$$

利用畢氏定理可得出 e 之長度

$$e = \sqrt{L_0^2 - c^2} \quad (2.9)$$

此時已得出 c, e 之長度，假設 \overline{AB} 為軸線 X' ，相對於軸線 X' 其 C 點會在座標會在 (c, e) ，但相對於軸 X ， C 點必須使用座標轉換，得到相對於 X 軸的座標。

$$C_x = A_x + c \cos(\alpha) - e \sin(\alpha) \quad (2.10)$$

$$C_y = A_y + c \sin(\alpha) + e \cos(\alpha)$$

National Formosa University