

2021年C题讲解与 真题复现

主讲人：颖老师

01

赛题解析

一、赛题解析

问题背景

【真题阐述】 某企业生产需 A、B、C 三类原材料（单位产品消耗量不同）。原材料采购价不同但运输仓储费相同。企业**按年 48 周生产**，需提前**制定 24 周订购转运计划**：向供应商订购，并委托转运商将材料运至仓库。

- **供货不确定性**：供应商实际供货量可能偏离订购量。
- **转运损耗**：运输过程有损耗，仓库**接收量 < 供货量**。
- **库存要求**：为保证生产，需维持**至少满足两周生产需求**的原材料库存。

【核心要求】：基于以上背景和特性，建立数学模型解决后续提出的四个具体问题（问题1-4）。

【问题1】：选取并量化 402 家供应商的供货特征的**评价指标**，建立反映保障企业生产重要性的数学模型，**确定 50 家最重要的供应商**。

【问题2】：参考问题 1，确定满足生产需求所必需的**最少的供应商数量**，针对确定的供应商**制定未来 24 周每周最经济的订购方案**，由此再制定出损耗**最少的转运方案并分析实施效果**。

一、赛题解析

问题背景

【真题阐述】 某企业生产需 A、B、C 三类原材料（单位产品消耗量不同）。原材料采购价不同但运输仓储费相同。企业**按年 48 周生产**，需提前**制定 24 周订购转运计划**：向供应商订购，并委托转运商将材料运至仓库。

- **供货不确定性**：供应商实际供货量可能偏离订购量。
- **转运损耗**：运输过程有损耗，仓库**接收量 < 供货量**。
- **库存要求**：为保证生产，需维持**至少满足两周生产需求**的原材料库存。

【核心要求】：基于以上背景和特性，建立数学模型解决后续提出的四个具体问题（问题1-4）。

【问题3】：计划 A 类原材料的采购量尽量多和 C 类原材料的采购量尽量少，使运输和仓储的成本降低，同时使转运损耗尽量低，由此**制定新的订购和转运方案**并分析实施效果。

【问题4】：在已知企业的产能可提高的前提下，根据现有原材料供应商和转运商的实际情况，**确定每周的产能可以提高多少**，并给出未来 24 周的订购和转运方案。

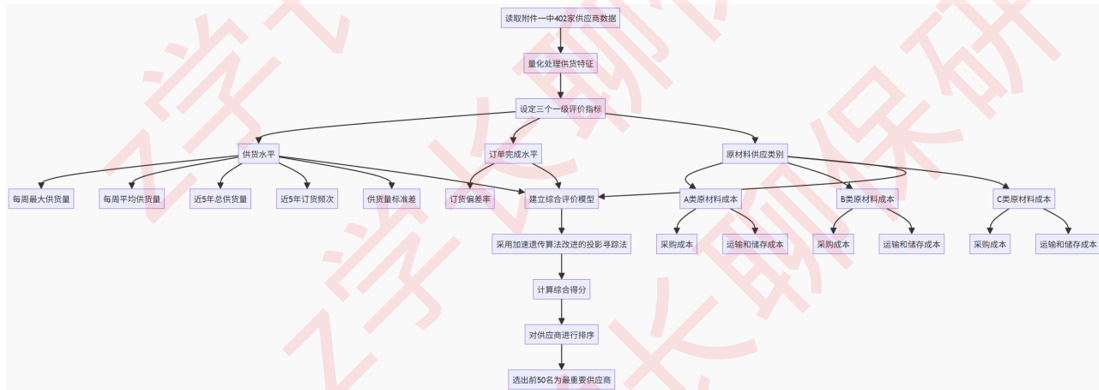
02

问题一的分析与求解

一、问题一的分析与求解

1. 问题一总求解

【问题一】：本模型通过对402家供应商的供货特征进行量化处理，建立了**三级评价指标体系**，用于综合评价供应商的供货能力。求解步骤如下：



一、问题一的分析与求解

1. 问题一总求解

【问题一】：本模型通过对402家供应商的供货特征进行量化处理，建立了**三级评价指标体系**，用于综合评价供应商的供货能力。求解步骤如下：

一、核心评价指标

供货水平：包含5个二级指标，全面评估供应商的供货能力、稳定性和历史表现

订单完成水平：通过订货偏差率评估供应商执行订单的准确性

原材料供应类别：考虑不同原材料类别的成本差异，特别是A、B、C三类原材料对生产成本的影响

二、评价方法

采用基于加速遗传算法改进的**投影寻踪法**进行综合评价

通过多维指标数据降维处理，寻找最佳投影方向

计算每个供应商的**综合得分**并进行排序

选择**排名前50**的供应商作为最重要的合作伙伴

一、问题一的分析与求解

投影寻踪法步骤

一、数据预处理

提升模型计算的准确性与稳定性，首先对原始评价数据进行如下预处理操作：

1、指标正向化

由于各个指标的方向性不一致，例如“订货偏差率”属于负向指标，因此**需统一指标的正向性**，使得“**值越大，能力越强**”。对于负向指标，采用以下公式进行转换：

$$x_j = \max x_j - x_j$$

2、归一化处理

为消除不同指标之间的量纲影响，对所有评价指标进行归一化处理。方法如下：

对于正向指标： $x' = (x - \min) / (\max - \min)$

投影寻踪法流程图

输入数据：402家供应商，8项指标



数据预处理

指标正向化

- $x' = \max(x) - x$

指标归一化

- 正向: $(x - \min) / (\max - \min)$
- 负向: $(\max - x) / (\max - \min)$

一、问题一的分析与求解

投影寻踪法步骤

一、数据预处理

对于负向指标:

$$\text{负向指标: } x'_i = (\max - x) / (\max - \min)$$

使所有指标归一至 [0,1] 区间, 提高模型的可比性和稳定性。

二、投影寻踪模型构建

在高维指标空间中, 目标是**寻找一个最优投影方向向量**

$a=[a_1, a_2, \dots, a_m]$, 使得多维数据投影到该方向后, 具备良好的分散性与聚集性, 从而有效区分不同供应商的综合能力。

1. 投影指标函数

设样本数据经过标准化后为 $X \in \mathbb{R}^{n \times m}$, 其中 n 是样本数, m 是指标数。其在方向 a 上的投影值为:

$$z_i = \sum_{j=1}^m a_j x_{ij}$$

构建投影指标函数 $Q(a) = S_a \times D_a$

S_a : 标准差

- 反映数据分散程度

D_a : 局部密度

- 反映数据聚集性

优化求解: 引入遗传算法

- 种群 $N=400$, 交叉 $P_c=0.8$
- 变异 $P_m=0.2$, 迭代 $C_i=10$
- 约束: $\sum a^2 = 1$

一、问题一的分析与求解

投影寻踪法步骤

二、投影寻踪模型构建

定义投影目标函数: $Q(a) = S_a \times D_a$

- 投影值标准差: 反映分散程度:

$$S_a = \sqrt{[\sum (z_i - z_a)^2 / (n-1)]}$$

- 投影值局部密度: 反映聚集程度:

$$D_a = \sum \sum (R - r_{ik}) f(R - r_{ik})$$

三、优化求解

- 遗传算法参数:** 种群规模 $N=400$, 交叉概率 $P_c=0.8$; 变异概率 $P_m=0.2$, 加速次数 $C_i=10$

$$\text{约束条件: } \sum a_j^2 = 1$$

优化求解: 引入遗传算法

- 种群 $N=400$, 交叉 $P_c=0.8$
- 变异 $P_m=0.2$, 迭代 $C_i=10$
- 约束: $\sum a^2 = 1$

获得最优投影方向

$a = [0.414, 0.310, \dots, 0.085]$

投影得分 & 排名
选出前50重要供应商

03

问题二的分析与求解

二、问题二的分析与求解

最少供应商选择与最优订购运输方案

【问题二】：通过线性规划模型，确定满足企业每周生产需求（库存储量+产能要求）的**最少供应商数量**。并基于此**给出订购方案和转运方案**。具体步骤如下：

一、（最少供应商数量）

- **目标函数**：最小化供应商数量。
- **约束条件**：本周接收量 + 上一周剩余库存 \geq 该周产能所需原材料 + 两周产能所需库存。
- **输入**：50家供应商的供货能力。

二、（最优订购方案）

- **目标函数**：最小化订购、运输和储存成本。
- **约束条件**：满足每周生产需求，基于模型1选定的供应商。
- **输出**：未来24周每周向各供应商订购的原材料数量。

输入数据：问题一中筛选出的50家高供货能力供应商

模型一：最小化供应商数量的线性规划
目标函数：最小化所选供应商数量
主要约束：每周总供货量 + 上周库存
 \geq 本周与下一周生产所需原材料总量

模型二：最优订购方案线性规划
目标函数：最小化24周内订购、运输及储存总成本
决策变量：每周向每家已选供应商订购的原材料数量

模型三：最优转运方案线性规划
目标函数：最小化转运过程中的原材料损耗
约束条件：每家供应商每周只选一家转运商进行运输

输出结果：
- 最少满足供货的供应商集合
- 每周最优订购计划
- 每周最优转运分配方案

二、问题二的分析与求解

最少供应商选择与最优订购运输方案

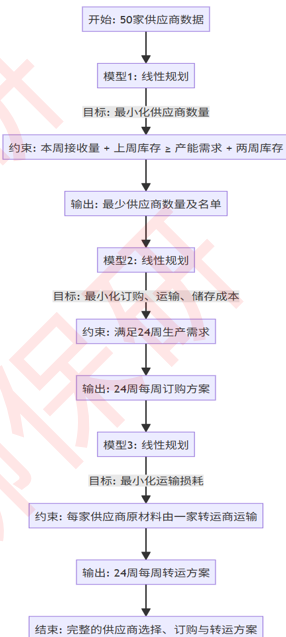
【问题二】：通过线性规划模型，确定满足企业每周生产需求（库存储量+产能要求）的**最少供应商数量**。并基于此**给出订购方案和转运方案**。具体步骤如下：

三、（最优转运方案）

- **目标函数**：最小化运输过程中原材料损耗。
- **约束条件**：每家供应商的原材料由一家转运商运输。
- **输出**：每周每家供应商的原材料分配给哪家转运商及运输量。

四、关键步骤

- 从50家供应商中筛选出最少数量的供应商，**满足每周库存储量和产能需求**。
- 基于选定供应商，**优化24周的订购方案**，综合考虑成本。
- 针对订购方案，**优化运输安排**，减少原材料损耗。



二、问题二的分析与求解

具体求解步骤

【问题二】：通过线性规划模型，确定满足企业每周生产需求（库存储量+产能要求）的**最少供应商数量**。并基于此**给出订购方案和转运方案**。具体步骤如下：

1 供应商筛选与数据准备

- **筛选标准**：从402家供应商中选择供货能力排名前50的供应商
- **数据可视化**：识别周期性/非周期性异常值（图1-3）
- **异常值处理**：周期性异常值（供货能力有限），非周期性异常值（临时大量供货）
- **决策**：不单独分析供货规律，避免干扰新方案

2 建立0-1整数规划模型（最少供应商）

- **目标函数**： $\min \sum x_{ij}$ （选择最少数量的供应商）
- **约束条件**：
 - 稳定供货能力： $S_{ij} = B \cdot \text{最大供货能力}$ ($B=0.9$)
 - 供给需求关系： $\sum x_{ij} S_{ij} (1-L_{ij}) f(i) + R_{j-1} = P + S_{2w}$
 - 损耗率： $L_{ij} = \text{历史平均损耗率}$
 - 库存关系： $R_j = \sum x_{ij} S_{ij} (1-L_{ij}) f(i) + R_{j-1} - P$
 - 初始库存： $R_0 = S_{2w} = 2P$ （满足两周生产需求）
- **求解结果**：确定24家供应商（表4）

二、问题二的分析与求解

具体求解步骤

【问题二】：通过线性规划模型，确定满足企业每周生产需求（库存储量+产能要求）的**最少供应商数量**。并基于此**给出订购方案和转运方案**。具体步骤如下：

3 建立线性规划模型（最经济订购方案）

- 目标函数： $\min \sum \sum Q_{ij}(1-r_{av})(r_i p_c + c_{ai})$ （最小化总成本）
- 变量： Q_{ij} （第*i*家供应商第*j*周的订货量）
- 供应商范围：上一步确定的24家供应商
- 约束条件：与最少供应商模型相同
- 求解结果：24周订货方案（附件A），平均成本（表5）

4 建立线性规划模型（最少转运损耗方案）

- 目标函数： $\min \sum \sum T_{ijk} L_{kj}$ （最小化总损耗）
- 变量： T_{ijk} （供应商*i*在周*j*分配给转运商*k*的货量）
- 约束条件：
 - 转运能力： $\sum T_{ijk} \leq 6000 \text{ m}^3/\text{周}$ （每家转运商）
 - 供货分配： $\sum T_{ijk} = S_{ij}$ （供应商总供货量）
 - 损耗率： $L_{kj} = \text{历史同周平均损耗率}$
- 求解结果：转运分配方案（附件B）

04

问题三的分析与求解

三、问题三的分析与求解

新订购与转运方案

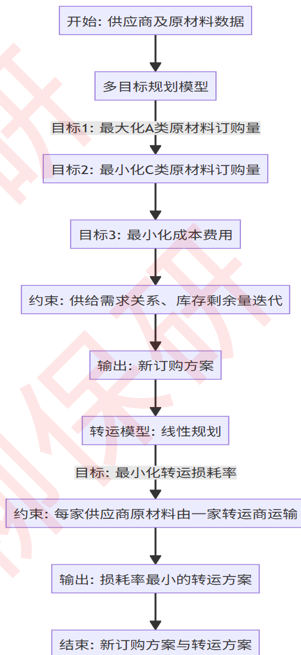
【问题三】：在满足供需和库存迭代约束的基础上，建立多目标规划模型，以“**尽量多订购A类原材料、尽量少订购C类原材料、总成本最低**”为优化目标，求解出新的最优订购方案。随后，参考问题二中的转运模型，**调整目标函数为最小化损耗率**，得到对应的最优转运方案。具体步骤如下：

一、供应商筛选

- 基于问题一结果选择前50家供应商，前50家供应商供货量**占总供货量90%以上**
- 增加供应商数量会降低经济效益
- 排除供货量极小**的供应商

二、多目标规划模型

- 目标1**: $\max(VA - VC)$ (多A少C) ; **目标2**: $\min C$ (最小化总成本)
- 成本构成**: 采购成本 + 运输及储存成本
- 使用类别判断函数fidA, fidB, fidC



三、问题三的分析与求解

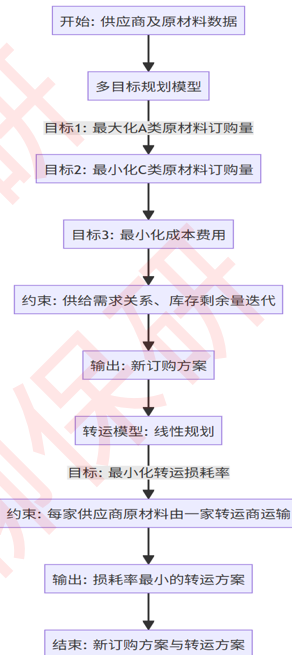
新订购与转运方案

【问题三】：在满足供需和库存迭代约束的基础上，建立多目标规划模型，以“**尽量多订购A类原材料、尽量少订购C类原材料、总成本最低**”为优化目标，求解出新的最优订购方案。随后，参考问题二中的转运模型，**调整目标函数为最小化损耗率**，得到对应的最优转运方案。具体步骤如下：

三、约束条件

- **供给需求关系**：满足生产需求和库存要求
- **库存迭代关系**： $R_j = (V_A/0.6 + V_B/0.66 + V_C/0.72)L + R_{j-1} - P$
- **初始库存**： $R_0 = S_{2w} = 2P$
- 各类原材料总订购量计算

$$\begin{aligned} & \max(V_A - V_C) \\ & \min C_t \\ \text{s.t.} & \begin{cases} V_A = \sum_{i=1}^{30} x_i O_i f_{iAA}(i) \\ V_B = \sum_{i=1}^{30} x_i O_i f_{iAB}(i) \\ V_C = \sum_{i=1}^{30} x_i O_i f_{iAC}(i) \\ \left(\frac{V_A}{0.6} + \frac{V_B}{0.66} + \frac{V_C}{0.72}\right)L + R_{j-1} \geq P + S_{2w} \\ S_{2w} = 2P \\ C_t = V_A P_A + V_B P_B + V_C P_C + (V_A + V_B + V_C)c_{0A} \\ R_{j-1} = \left(\frac{V_A(j-1)}{0.6} + \frac{V_B(j-1)}{0.66} + \frac{V_C(j-1)}{0.72}\right)L + R_{j-2} - P \\ R_0 = S_{2w} \end{cases} \end{aligned}$$



三、问题三的分析与求解

新订购与转运方案

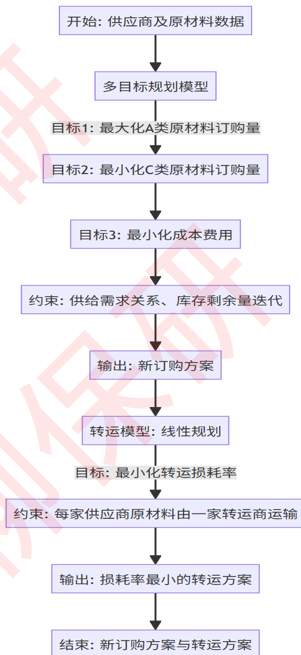
【问题三】：在满足供需和库存迭代约束的基础上，建立多目标规划模型，以“**尽量多订购A类原材料、尽量少订购C类原材料、总成本最低**”为优化目标，求解出新的最优订购方案。随后，参考问题二中的转运模型，**调整目标函数为最小化损耗率**，得到对应的最优转运方案。具体步骤如下：

四、模型求解

- 采用多目标粒子群优化算法(MOPSO)；避免单目标化处理的主观性
- 使用自适应网格法选择领导者
- 算法参数：粒子群大小、存储库大小等

五、转运方案优化

- 目标函数： $\min(\sum T_{ik}L_k/\sum S_i)$ （最小化损耗率）
- 实际供货量： $S = O \times R_w$
- 转运能力约束： $\sum T_{ik} \leq 6000 \text{ m}^3/\text{周}$ ；供货分配约束： $\sum T_{ik} = S_i$



05

问题四的分析与求解

四、问题四的分析与求解

满足24周生产需求的产能

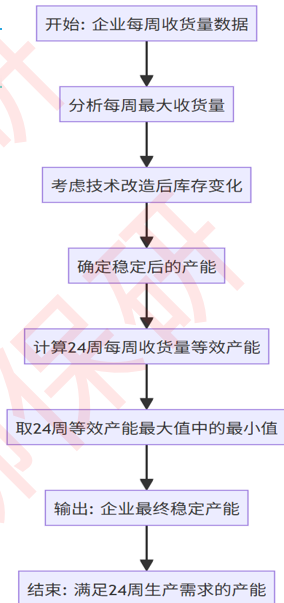
【问题四】：为确定企业每周产能提升潜力，**需先评估每周最大收货量**。技术改造后，产能无法立即达到最高，因库存随产能变化需先补充。稳定后，24周每周最大收货量等效的产能视为本周产能。**为确保24周均满足生产需求，取24周最大值中的最小值作为最终稳定产能**。具体步骤如下：

一、问题目标

- 确定企业技术改造后产能的最大提升程度
- 分析稳定状态下的订供货情况
- 考虑产能升级后的库存容量调整期
- 最大化每周原材料的等效产能

二、模型建立

- 目标函数： $\max \sum_i f_{\text{type}(i)}(1-L_i)$
- 考虑原材料类型转换和损耗；基于线性规划；稳定状态下等效产能即为新产能



四、问题四的分析与求解

满足24周生产需求的产能

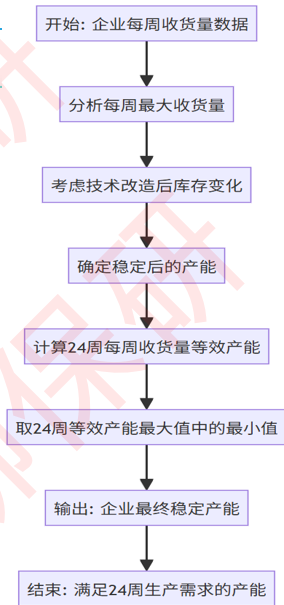
【问题四】：为确定企业每周产能提升潜力，**需先评估每周最大收货量**。技术改造后，产能无法立即达到最高，因库存随产能变化需先补充。稳定后，24周每周最大收货量等效的产能视为本周产能。**为确保24周均满足生产需求，取24周最大值中的最小值作为最终稳定产能**。具体步骤如下：

三、关键约束条件

- **运输总量**： $\sum S_i \leq 48000 \text{ m}^3/\text{周}$ (8家 \times 6000)
 - **供货量限制**： $0 \leq S_i \leq S_{\max}$ (历史最大供货量)
 - **供货量相互影响**： $S_{ij} \leq S_{\max} - 0.9S_{i(j-1)}$
 - **初始条件**： $S_{i0} = 0$
- 二、模型建立

四、求解方法

- 求解24个独立的线性规划问题（每周一个）；**取24周中最小的最大等效产能作为提升后的产能**
- 确保每周供货量都能满足生产需要；**识别产能瓶颈因素**























谢谢

主讲人：颖老师

• 领取免费资料

竞赛资料免费领取

关注微信公众号“**z学长聊保研**”，即可免费获取由本人亲自整理的【数模竞赛国奖精华资料】

 【z学长聊保研】小白进阶大神学习干货2023最新版	 	 【3】遗传算法课件	
 【z学长聊保研】算法大全	-	 【2】数据分析课件	
 【z学长聊保研】数据库大全	-	 【1】机器学习课件	
 【z学长聊保研】书籍大全	-	 【5】数学建模-算法-汇总.zip	
 【z学长聊保研】软件大全	-	 【4】模型算法大全（30+种常用算法模型+课件讲义代码）.zip	
 【z学长聊保研】模型大全	-	<input type="checkbox"/>  【6】origin绘图软件安装+教程	-
 【z学长聊保研】论文大全	-	<input type="checkbox"/>  【5】Lingo软件安装+教程	-
		<input type="checkbox"/>  【4】Latex软件安装+教程	-
		<input type="checkbox"/>  【3】Visio软件安装+教程	-
		<input type="checkbox"/>  【2】Spss软件安装+教程	-
		<input type="checkbox"/>  【1】MATLAB软件安装+教程	-

• 使用方法

➡ 关注微信公众号“z学长聊保研”，领**免费**学习资料



➤ 数学建模资料（超全matlab代码+模型...）

➤ 40+国一获奖资料

➤ 数学建模开源模型

➤ 超全数学建模干货资料

➤

