教材$P62$

1.判断函数$F(x)=\dfrac{1}{1+x^2}$能否作为某一随机变量的分布函数？就以下三种情况说明:

(1)$-\infty<x<+\infty$;

(2)$0<x<+\infty$,在其他场合适当定义;

(3)$-\infty<x<0$,在其他场合适当定义。

12.假设有10台自动机床,每台机床在任一时刻发生故障的概率为0.08,而且故障需要一个值班工人排除,问至少要安排几个工人值班,才能保证有机床发生故障而不能及时排除的概率不大于5%?

13.甲地需要与乙地的10个电话用户联系,每一个用户在一个小时内平均占线12分钟,并且任何两个用户的呼叫是相互独立的。为了在任意时刻使得对所有电话用户服务的概率为0.99,应当有多少电话线路?

18.设有同类型仪器300台,各仪器的工作相互独立,且发生故障的概率均为0.01,通常一台仪器的故障可由一个人来排除。

(1)问至少应配备多少维修工人,才能保证当仪器发生故障但不能及时排除的概率不超过0.01?

(2)若一人包干20台仪器,求仪器发生故障而不能及时排除的概率;

(3)若由三个人共同负责维修80台仪器,则情况又如何?

38.灯管的寿命服从指数分布$Exp(\lambda)$。大街上有n盏这样的灯,过了时间T后,再去看这n盏灯,以X表示其中没有坏的灯数,求X的概率分布。

41.设随机变量X的密度函数为

$$p(x) = Ae^{-x^2+x}, -\infty < x < +\infty,$$

求常数A。

47.设测量误差$X \sim N(0,10^2)$,求在100次独立重复测量中至少有3次测量误差的绝对值大于19.6的概率,并且用普阿松分布求其近似值。

54.已知随机变量$X \sim N(0,1)$,求$Y=|X|$的密度函数。

$P54$, 选择题5

5. 设随机变量X的概率分布为

$$P(X=k)=\frac{A\lambda^k}{k!}, k=1,2,\cdots,$$

其中$\lambda>0$, 求常数A。

$P55$,选择题16

16.已知连续型随机变量X的密度函数$p(x)$是偶函数,即$p(x)=p(-x)$,$F(x)$是X的分布函数,对任意实数c,求$F(-c)$。

$P57$,选择题31

31.设X为非负连续型随机变量,且X^2服从$(0,1)$上的均匀分布,求X的密度函数$p_X(x)$。

习题集$P48$例9,$P59$ 32题

2021-2022第二学期线上测试：

设随机变量$X \sim U(0,2)$，求$Y=\begin{cases}0, & X<1\\ X, & X\geq 1\end{cases}$

的分布函数。

解：当$y<0$，$F_Y(y)=0$；$y\geq 2$时，$F_Y(y)=1$，

当$0\leq y<2$时，$F_Y(y)=P(Y\leq y)$

$$=P(X<1,Y\leq y)+P(X\geq 1,Y\leq y)$$

$$=P(X<1,0\leq y)+P(X\geq 1,X\leq y)$$

$$=P(X<1)+P(X\geq 1,X\leq y)$$

$$=\frac{1}{2}+P(X\geq 1,X\leq y)$$

$\therefore$ 当 $0 \le y < 1$时

$$F_Y(y) = \frac{1}{2} + P(X \ge 1, X \le y) = \frac{1}{2},$$

当 $1 \le y < 2$时

$$F_Y(y) = \frac{1}{2} + P(X \ge 1, X \le y) = \frac{1}{2} + \frac{y-1}{2} = \frac{y}{2},$$

$$F_Y(y) = \begin{cases} 0, & y < 0 \\ \frac{1}{2}, & 0 \le y < 1 \\ \frac{y}{2}, & 1 \le y < 2 \\ 1, & y \ge 2 \end{cases}$$

2022第一学期计算题4：若随机变量X的密度函数为

$$p(x)=\begin{cases}\frac{1}{4}, -2<x<0\\ \frac{1}{2}, \quad 1<x<2\\ 0, \qquad \text{其它}\end{cases}$$

(1) 若$P(X\le k)=\frac{1}{2}$，求常数k；

(2) 求X的分布函数$F(x)$；

(3) 令$Y=X^2$，求Y的密度函数。

解：$(2)\,x<-2$时，$F(x)=0$；

$-2\le x<0$时，$F(x)=\int_{-2}^{x}\frac{1}{4}dt=\frac{1}{4}(x+2)$；

$0\le x<1$时，$F(x)=\int_{-2}^{0}\frac{1}{4}dt+\int_{0}^{x}0dt=\frac{1}{2}$；

$1\le x<2$时，$F(x)=\int_{-2}^{0}\frac{1}{4}dt+\int_{0}^{1}0dt+\int_{1}^{x}\frac{1}{2}dt=\frac{x}{2}$；

$x\ge 2$时，$F(x)=1$；

$$\therefore F(x)=\begin{cases} 0, & x<-2 \\ \dfrac{1}{4}(x+2), & -2\le x<0 \\ \dfrac{1}{2}, & 0\le x<1 \\ \dfrac{x}{2}, & 1\le x<2 \\ 1, & x\ge 2 \end{cases}$$

(1)由分布函数可知$0\le k\le 1$

$$(3)\ y<0\text{时},\ F_Y(y)=0;$$

$$y\geq 4\text{时},\ F_Y(y)=1;$$

$$0\leq y<4\text{时，}\ F_Y(y)=P(Y\leq y)=P\left(X^2\leq y\right)=P\left(-\sqrt{y}\leq X\leq\sqrt{y}\right)$$

$$=F_X\left(\sqrt{y}\right)-F_X\left(-\sqrt{y}\right)$$

$$p_X(x)=\begin{cases}\frac{1}{4},-2<x<0\\ \frac{1}{2},\quad 1<x<2\\ 0,\quad\quad \text{其它}\end{cases}$$

$$\therefore p_Y(y)=\frac{p_X\left(\sqrt{y}\right)+p_X\left(-\sqrt{y}\right)}{2\sqrt{y}}$$

$$p_Y(y)=\begin{cases}\frac{1}{8\sqrt{y}},\quad 0<y<1\\ \frac{3}{8\sqrt{y}},\quad 1<y<4\\ 0,\quad\quad \text{其它}\end{cases}$$