

## 第一章 概率论基础

1. 考虑一元二次方程  $x^2 + Bx + C = 0$ ，其中 $B, C$ 分别是将一颗骰子接连掷三次中第一次和第三次出现的点数，求该方程有实根的概率 $p$ 和有重根的概率 $q$ 。
2. (1) 设随机变量 $X$ 的分布函数 $F(x)$ 为严格单调增的连续函数，求 $Y = F(x)$ 的密度函数；  
(2) 求 $Y = -2\ln F(x)$ 的密度函数。
3. (寿险精算问题)在保险公司里有 2500 名同一年龄和同社会阶层的人参加了人寿保险，在 1 年中每个人死亡的概率为 0.002，每个参加保险的人在 1 月 1 日须交 12 元保险费，而在死亡时家属可从保险公司里领 2000 元赔偿金.求  
(1) 保险公司亏本的概率；  
(2) 保险公司获利分别不少于 10000 元、20000 元的概率。
4. 设 $X$ 和 $Y$ 相互独立同服从标准正态分布，构建 $U = X^2 + Y^2$ 与 $V = X/Y$ 。  
(1) 求证 $U$ 和 $V$ 独立；  
(2) 请问 $U$ 和 $V$ 服从什么分布？
5. 能否构造两个随机变量 $X, Y$ 使得 $\text{Var}(X) = \text{Var}(Y) = 1, \text{Cov}(X, Y) = 2$ ？若能，请给出构造的随机变量 $X, Y$ ；若不能，请说明理由。
6. 在每个时间段内，某股票的股价会以 0.39 的概率下降 1，以 0.20 的概率保持不变，以 0.41 的概率上升 1，设股价在每个时间段的变化是独立的，估计 700 个时间段后，股价比开始时增长 10 以上的概率。
7. 若 $\ln X \sim N(0, 1)$ ，求 $X$ 的期望和方差。
8. 一批零件中有 9 个合格品和 3 个废品，在安装机器时，从这批零件中任取一个，如果取出的是废品就不再放回去。求取得第一个合格品之前，已经取出的废品数的数学期望和方差。
9. (附加题)在《概率论》课程中，包括了很多知识点和理论，但是实际上《概率论》在实际应用中有很重要的地位，请设计一个（思政）案例来展现《概率论》的应用和魅力。
  - 1) 选做本题可以减免 1-8 题中的 3 题；
  - 2) 可以组队来做（小组人数最多 3 人）；
  - 3) 需要提交一个 ppt 和一个 word 文档报告（原则上不低于 800 字）。