第四章习题

99页习题2

2. 一正整数X随机地在$1, 2, 3, 4$四个数字中取一个值，另一个正整数Y随机地在$1\sim X$中取一个值，试求(X, Y)的联合概率分布。

解：　$X:1,2,3,4, Y:1,2,3,4,$

$$P(X=i,Y=j)=P(X=i)P(Y=j\mid X=i)$$

$$=\begin{cases} 0, i<j \\ \dfrac{1}{4}\times\dfrac{1}{i}, i\geq j \end{cases}$$

$$=\begin{cases} 0, i<j \\ \dfrac{1}{4i}, i\geq j \end{cases}, i,j=1,2,3,4。$$

3.设口袋中有5个球，分别标有号码$1,2,3,4,5$，现从该口袋中任取3个球，X,Y分别表示取出的球的最大标号和最小标号，求二维随机向量(X,Y)的概率分布及边际概率分布。

解： $X:3,4,5,Y:1,2,3,$

$$P(X=3,Y=1)=\frac{1}{C_5^3}=\frac{1}{10},$$

注：只有一种情况三个球是$1,2,3,$

$$P(X=3,Y=2)=P(X=3,Y=3)=0,$$

$$P(X=4,Y=1)=\frac{2}{C_5^3}=\frac{2}{10},$$

注：只有二种情况三个球是1,2,4和1,3,4,

$$P(X=4,Y=2)=\frac{1}{C_5^3}=\frac{1}{10},$$

注：只有一种情况三个球是2,3,4,

$$P(X=4,Y=3)=0,$$

$$P(X=5,Y=1)=\frac{3}{C_5^3}=\frac{3}{10},$$

注:只有三种情况三个球是(1)1, 2, 5;

(2)1, 3, 5;(3)1, 4, 5;

$$P(X=5,Y=2)=\frac{2}{C_5^3}=\frac{2}{10},$$

注:只有二种情况三个球是2, 3, 5和2, 4, 5,

$$P(X=5,Y=3)=\frac{1}{C_5^3}=\frac{1}{10},$$

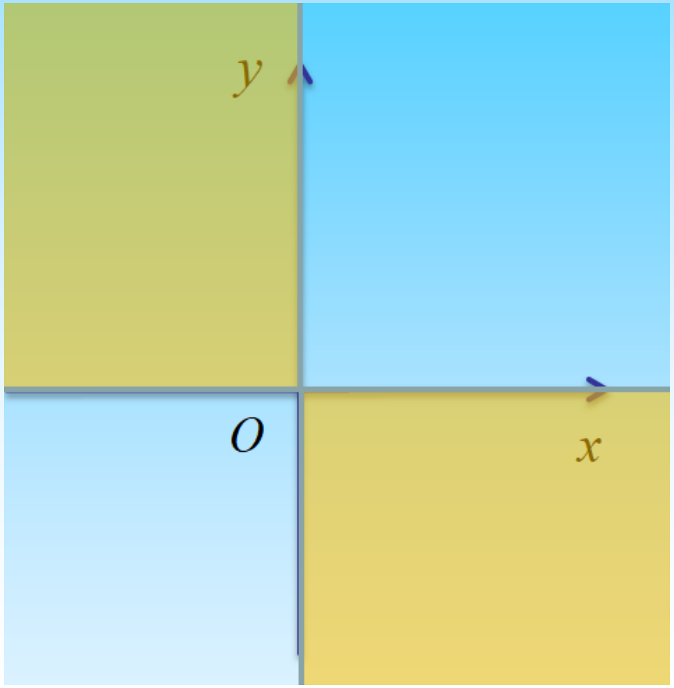
注:只有一种情况三个球是3，4,5,

再整理一下,略。

9.设二维随机向量(X,Y)的联合密度函数为

$$p(x,y)=\begin{cases}\dfrac{1}{\pi}e^{-\frac{1}{2}\left(x^2+y^2\right)}, & x>0,y\le 0 \text{或} x\le 0,y>0\\ 0, & otherwise\end{cases},$$

求边际密度函数。



解:

$$p_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}p(x,y)dy=\begin{cases}\int_{-\infty}^{0}\frac{1}{\pi}e^{-\frac{x^2+y^2}{2}}dy, x>0\\ \int_{0}^{+\infty}\frac{1}{\pi}e^{-\frac{x^2+y^2}{2}}dy, x\le 0\end{cases},$$

$$\int_{0}^{+\infty}\frac{1}{\pi}e^{-\frac{x^2+y^2}{2}}dy=\frac{\sqrt{2\pi}}{\pi}e^{-\frac{x^2}{2}}\int_{0}^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{y^2}{2}}dy$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}, x > 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}, x \le 0 \end{cases},$$

$$p_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}},$$

$$p_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty}p(x,y)dx=\begin{cases}\int_{-\infty}^{0}\dfrac{1}{\pi}e^{-\frac{x^2+y^2}{2}}dx, y>0\\ \int_{0}^{+\infty}\dfrac{1}{\pi}e^{-\frac{x^2+y^2}{2}}dx, y\le 0\end{cases},$$

$$p_Y(y)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{y^2}{2}}。$$

10.设二维随机向量(X,Y)的联合密度函数为

$$p(x,y)=\begin{cases} e^{-y}, 0<x<y \\ 0, otherwise \end{cases},$$试求

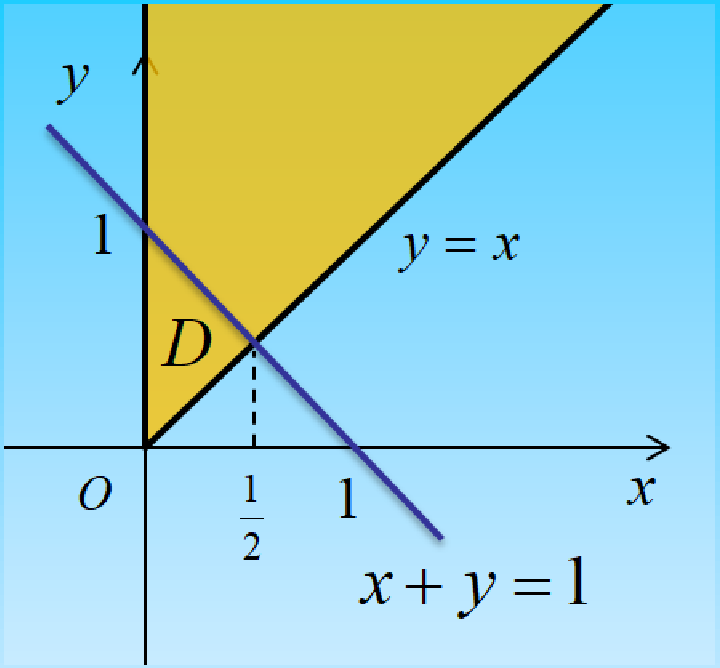
(1) $P(X+Y\leq 1)$;

(2) $P(X=Y)$;

(3) (X,Y)的两个边际密度函数$p_X(x)$和$p_Y(y)$;

(4) $P(X>2 \mid Y<4)$。

解:



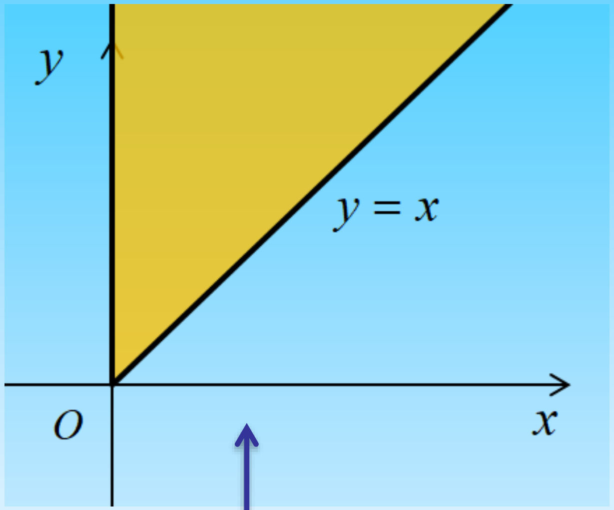
$$(1) P(X+Y\le 1)=\iint_D e^{-y}dxdy=\int_0^{\frac{1}{2}}dx\int_x^{1-x}e^{-y}dy$$

$$=\int_0^{\frac{1}{2}}(e^{-x}-e^{x-1})dx$$

$$= -e^{-x}\Big|_0^{\frac{1}{2}} - e^{x-1}\Big|_0^{\frac{1}{2}} = -(e^{-\frac{1}{2}} - 1) - (e^{-\frac{1}{2}} - e^{-1})$$

$$= 0.154,$$

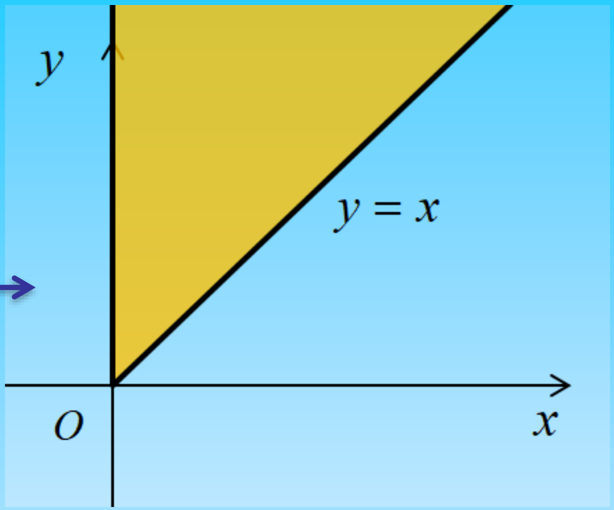
$$(2) P(X = Y) = 0,$$



(3)

$$p_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(x,y)dy = \begin{cases} \int_x^{+\infty} e^{-y} dy, x > 0 \\ 0, x \le 0 \end{cases}$$

$$=\begin{cases} e^{-x}, x > 0 \\ 0, x \le 0 \end{cases},$$

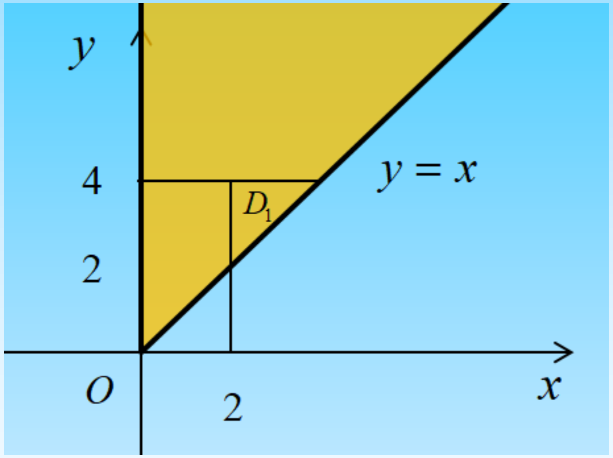


$$p_Y(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(x, y)dx = \begin{cases} \int_0^y e^{-y} dx, y > 0 \\ 0, y \le 0 \end{cases}$$

$$=\begin{cases} ye^{-y}, y > 0 \\ 0, y \le 0 \end{cases},$$

(4) $$P(Y<4)=\int_0^4 ye^{-y}dy=-\int_0^4 y\,d(e^{-y})$$

$$=-\left(ye^{-y}\Big|_0^4-\int_0^4 e^{-y}dy\right)=1-5e^{-4}$$



$$P(X>2,Y<4)=\iint\limits_{D_1} e^{-y}dxdy=\int_2^4 dy\int_2^y e^{-y}dx$$

$$=\int_2^4 (y-2)e^{-y}dy=\int_2^4 ye^{-y}dy-2\int_2^4 e^{-y}dy$$

$$=-\left(ye^{-y}\Big|_2^4-\int_2^4 e^{-y}dy\right)+2e^{-y}\Big|_2^4$$

$$=e^{-2}-3e^{-4},$$

$$P(X>2\,|\,Y<4)=\frac{P(X>2,Y<4)}{P(Y<4)}$$

$$=\frac{e^{-2}-3e^{-4}}{1-5e^{-4}}\approx 0.0885。$$

15.一口袋中有四个球,他们依次标有数字1,2,2,3。从这袋中任取一球后,不放回袋中,再从袋中任取一球,以X,Y分别记第一,二次取得的球上标有的数字,求:

(1) (X,Y)的联合概率分布;

(2) (X,Y)的边际概率分布;

(3) X与Y是否独立?

(4) $P(X=Y)$。

解：(1)　$X:1,2,3,Y:1,2,3,$　不放回,

$$P(X=1,Y=1)=0,$$

$$P(X=1,Y=2)=P(X=1)P(Y=2\,|\,X=1)$$

$$=\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{6},$$

$$P(X=1,Y=3)=P(X=1)P(Y=3\,|\,X=1)$$

$$=\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{12},$$

$$P(X=2,Y=1)=P(X=2)P(Y=1 \mid X=2)$$

$$=\frac{2}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6},$$

$$P(X=2,Y=2)=P(X=2)P(Y=2 \mid X=2)$$

$$=\frac{2}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6},$$

$$P(X=2,Y=3)=P(X=2)P(Y=3 \mid X=2)$$

$$=\frac{2}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6},$$

$$P(X=3,Y=1)=P(X=3)P(Y=1 \mid X=3)$$

$$=\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{12},$$

$$P(X=3,Y=2)=P(X=3)P(Y=2 \mid X=3)$$

$$=\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{6},$$

$$P(X=3,Y=3)=0,$$

后面略

18.设(X,Y)的联合分布函数为

$$F(x,y)=A\left(B+\arctan\frac{x}{2}\right)\left(C+\arctan\frac{y}{3}\right),$$

求(1)系数A,B,C;

(2)(X,Y)的联合密度函数;

(3)(X,Y)的边际密度函数，并判断X与Y是否独立？

解:　(1)

$$F(+\infty,+\infty)=1, F(-\infty,y)=0, F(x,-\infty)=0,$$

$$A\left(B+\frac{\pi}{2}\right)\left(C+\frac{\pi}{2}\right)=1,$$

$$A\left(B-\frac{\pi}{2}\right)\left(C+\arctan\frac{y}{3}\right)=0,$$

$$A\left(B+\arctan\frac{x}{2}\right)\left(C-\frac{\pi}{2}\right)=0,$$

$$A=\frac{1}{\pi^2}, B=\frac{\pi}{2}, C=\frac{\pi}{2},$$

(2) $p(x,y)=\dfrac{\partial^2 F(x,y)}{\partial x \partial y}$

(3)

$$F_X(x)=F(x,+\infty),\quad p_X(x)=F_X'(x)$$

$$F_Y(y)=F(+\infty,y),\quad p_Y(y)=F_Y'(y)$$

判断 $F(x,y)=F_X(x)F_Y(y),\forall x,y$

或者 $p(x,y)=p_X(x)p_Y(y),\forall x,y$

28.假设一设备由两台串联的机器组成,两台机器开机后无故障工作的时间(单位:小时)都服从参数为0.2的指数分布,且两台机器有无故障互不影响,设备定时开机,出现故障时自动关机,而在无故障情况下工作2小时便关机。试求该设备每次开机无故障工作时间的分布函数。

解：　设X,Y分别为2台仪器的寿命,

$X,Y \sim Exp(0.2)$, X,Y独立,

$$p_X(x)=\begin{cases}0.2e^{-0.2x}, x>0\\ 0, x\le 0\end{cases},$$

该设备未安装定时开关的寿命为$U=\min\left(X,Y\right)$,

由例4-16知：$U \sim EXP(0.4)$,

该设备安装定时开关的寿命为$Z=\min(U,2)$,

$$z<0, F_Z(z)=0, z\ge 2, F_Z(z)=1,$$

$$0\le z<2, F_Z(z)=P(\min(U,2)\le z)$$

$$=1-P(\min(U,2)>z)=1-P(U>z, 2>z)$$

$$=1-P(U>z)=1-e^{-0.4z},$$

$$F_Z(z)=\begin{cases}0, z<0\\ 1-e^{-0.4z}, 0\le z<2\\ 1, z\ge 2\end{cases}\text{。}$$

注:此随机变量Z,既不是离散型,也不是连续型的。

29. 见辅导用书96页第30题,解答108页

某商品一周的需求量是一个随机变量,其密度函数为

$$p(x)=\begin{cases} xe^{-x}, x>0 \\ 0, x\le 0 \end{cases},$$

又设各周的需求量是相互独立的。试求

(1)两周的需求量的密度函数;

(2)三周的需求量的密度函数。

解：设X_i表示第i周的需求量，$i=1,2,3$，其中X_1, X_2, X_3相互独立，且它们具有相同的密度函数$p(x)$。

两周的需求量可表示为$U = X_1 + X_2$，

三周的需求量可表示为

$$V = X_1 + X_2 + X_3 = U + X_3,$$

其中U和X_3相互独立，所以，

(1) $$p_U(u)=\int_{-\infty}^{+\infty}p_{X_1}(x)p_{X_2}(u-x)dx$$

$$=\begin{cases}\int_0^u xe^{-x}\bullet(u-x)e^{-(u-x)}dx, u>0\\ 0\quad, \quad u\le 0\end{cases}$$

$$=\begin{cases}\frac{1}{6}u^3e^{-u}, u>0\\ 0, u\le 0\end{cases},$$

其中$x>0, u-x>0$,即$0<x<u$。

$$(2)\quad p_V(v)=\int_{-\infty}^{+\infty} p_U(u)\,p_{X_3}(v-u)\,du$$

$$=\begin{cases}\displaystyle\int_0^v \frac{u^3}{6}e^{-u}\bullet(v-u)e^{-(v-u)}du, & v>0\\ 0\quad, & v\le 0\end{cases}$$

$$=\begin{cases}\dfrac{1}{120}v^5e^{-v}, v>0\\ 0, v\le 0\end{cases},$$

其中$u>0, v-u>0$,即$0<u<v$。

30.某疫苗每一毫升中所含细菌数服从普阿松分布$P(1)$，把这种疫苗放入5支试管中，每试管放2毫升，试求：

(1)一支试管中有细菌的概率；

(2)5支试管中都有细菌的概率；

(3)至少有3支试管中有细菌的概率。

解：

由普阿松分布的可加性，二毫升中所含细菌数服从普阿松分布$P(2)$

(1) 设X表示二毫升中所含细菌数,

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0)$$

$$= 0.8647,$$

(2) Y表示5支试管中有细菌的个数,

$$Y \sim B(5, 0.8647),$$

$$P(Y = 5) = C_5^5 0.8647^5 0.1353^0 = 0.4834,$$

(3)

$$P(Y \geq 3) = P(Y = 3) + P(Y = 4) + P(Y = 5)。$$

32.设$X_1 \sim N(1,2), X_2 \sim N(0,3), X_3 \sim N(2,1)$,

且X_1, X_2, X_3相互独立,求:

(1) $Y = 2X_1 + 3X_2 - X_3$的密度函数;

(2) $P(0 \le Y \le 6)$。

解: 用第五章知识,

$$Y \sim N(EY, DY),$$

$$EY = 2EX_1 + 3EX_2 - EX_3,$$

$$DY = 4DX_1 + 9DX_2 + DX_3。$$

习题集第四章

$P90$,选择题2

2.下列函数中________是二维联合分布函数。

A. $F(x,y)=\begin{cases}1, x+y\geq 0\\ 0, x+y<0\end{cases}$;

B. $F(x,y)=\int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{y}e^{-(u+v)}dudv$;

C. $F(x,y)=\begin{cases}\int_{0}^{x}\int_{0}^{y}e^{-(u+v)}dudv, x\geq 0, y\geq 0\\ 0, otherwise\end{cases}$;

$$D.\quad F(x,y)=\begin{cases} e^{-(x+y)}, x>0, y>0 \\ 0, otherwise \end{cases}$$。

解：

$A.$ 书上例子，不行

$B.$ 积分发散，不行

$C.$ 可以，

$D.\ F(+\infty,+\infty)=0$，不行

3.设X_1和X_2是任意两个相互独立的连续型随机变量,它们的密度函数分别为$p_1(x)$和$p_2(x)$,分布函数分别为$F_1(x)$和$F_2(x)$,则

$A.$ $p_1(x)+p_2(x)$必为某个随机变量的密度函数;

$B.$ $p_1(x)p_2(x)$必为某个随机变量的密度函数;

$C.$ $F_1(x)+F_2(x)$必为某个随机变量的分布函数;

$D.$ $F_1(x)F_2(x)$必为某个随机变量的分布函数。

解：

A. $\int_{-\infty}^{+\infty}(p_1(x)+p_2(x))dx = 2 \neq 1,$

B. $X_1 \sim U[0,1], X_2 \sim U[0,\frac{3}{2}],$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p_1(x)p_2(x)dx = \int_0^1 \frac{2}{3}dx = \frac{2}{3} \neq 1,$$

C. $\lim\limits_{x\to\infty}(F_1(x)+F_2(x)) = 2 \neq 1,$

D. 满足分布函数4个基本性质。

$P90$, 选择题6

6.设$X \sim N(0,1), Y \sim N(1,1)$, 且$X$与$Y$独立, 则

__________。

$A. P(X+Y \leq 0)=\frac{1}{2}$　　$B. P(X+Y \leq 1)=\frac{1}{2}$

$C. P(X-Y \leq 0)=\frac{1}{2}$　　$D. P(X-Y \leq 1)=\frac{1}{2}$

解： 可加性， $X+Y \sim N(1,2)$，

$P91$, 选择题9

9.设随机向量(X,Y)的联合密度函数为

$$p(x,y)=\begin{cases} e^{-(x+y)}, x>0, y>0 \\ 0, otherwise \end{cases},$$

则$Z=\dfrac{X+Y}{2}$的密度函数为____________。

$$A.\ p_Z(z)=\begin{cases} \dfrac{1}{2}e^{-(x+y)}, x>0, y>0 \\ 0, otherwise \end{cases},$$

$$B.\ p_Z(z)=\begin{cases} e^{-\frac{1}{2}(x+y)}, x>0, y>0 \\ 0, otherwise \end{cases},$$

$$C.\ p_Z(z)=\begin{cases} 4ze^{-2z}, z>0 \\ 0, z\le 0 \end{cases},$$

$$D.\ p_Z(z)=\begin{cases} \frac{1}{2}e^{-z}, z>0 \\ 0, z\le 0 \end{cases}。$$

$P91$, 选择题11

11.设随机变量X与Y均服从正态分布$N(0,1)$,且X与Y相互独立,则__________。

$A.\ P(X+Y\geq 0)=\frac{1}{4}$　　$B.\ P(X-Y\geq 0)=\frac{1}{4}$

$C.\ P(\max\{X,Y\}\geq 0)=\frac{1}{4}$

$D.\ P(\min\{X,Y\}\geq 0)=\frac{1}{4}$

解:

$$X+Y \sim N(0,2),\ X-Y \sim N(0,2),$$

$$P(\min\{X,Y\} \geq 0) = P(X \geq 0, Y \geq 0)$$

$$= P(X \geq 0)P(Y \geq 0) = \frac{1}{4}。$$

$P91$,选择题12

12.假设随机变量X与Y都服从正态分布$N(0,\sigma^2)$,

且$P(X\le 1, Y\le -1)=\dfrac{1}{4}$,则

$P(X>1, Y>-1)=$ ____________。

$A.\dfrac{1}{4}$ $B.\dfrac{1}{2}$ $C.\dfrac{3}{4}$ $D.1$

解:

$$P(X>1,Y>-1)=1-P(\{X\le 1\}\cup\{Y\le -1\})$$

$$=1-\left(P(X\ge 1)+P(Y\ge -1)-P(X\ge 1,Y\ge -1)\right)$$

$$=1-\left(1-\Phi\left(\frac{1}{\sigma}\right)+1-\Phi\left(-\frac{1}{\sigma}\right)-\frac{1}{4}\right)$$

$$=\frac{1}{4}$$ 。

$P91$,选择题13

13.设相互独立的随机变量X与Y分别服从参数为3与参数为2的普阿松分布,则$P(X+Y=0)=$__________。

$A.\ e^{-5}$ $B.\ e^{-3}$ $C.\ e^{-2}$ $D.\ e^{-1}$

解: 可加性, $X+Y \sim P(5)$,

$$P(X+Y=0)=\frac{5^0}{0!}e^{-5}=e^{-5}。$$

或者 $P(X+Y=0)=P(X=0,Y=0)$

$=P(X=0)P(Y=0)=e^{-5}$。

习题集$P93$,计算题11

11.设二维随机向量(X,Y)服从二维正态分布,其联合密度函数为

$$p(x,y)=\frac{1}{2\pi\sqrt{3}}e^{-\frac{1}{6}\left(4x^2+2xy+y^2-8x-2y+4\right)},$$

求此二维正态分布中的五个参数。

解:

$$p(x,y)=\frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}}e^{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left[\frac{(x-\mu_1)^2}{\sigma_1^2}-\frac{2\rho(x-\mu_1)(y-\mu_2)}{\sigma_1\sigma_2}+\frac{(y-\mu_2)^2}{\sigma_2^2}\right]},$$

$$-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left[\frac{(x-\mu_1)^2}{\sigma_1^2}-\frac{2\rho(x-\mu_1)(y-\mu_2)}{\sigma_1\sigma_2}+\frac{(y-\mu_2)^2}{\sigma_2^2}\right]$$

$$=-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left[\frac{x^2}{\sigma_1^2}-\frac{2\rho xy}{\sigma_1\sigma_2}+\frac{y^2}{\sigma_2^2}+\left(\frac{2\rho\mu_2}{\sigma_1\sigma_2}-\frac{2\mu_1}{\sigma_1^2}\right)x+\left(\frac{2\rho\mu_1}{\sigma_1\sigma_2}-\frac{2\mu_2}{\sigma_2^2}\right)y+\left(\frac{\mu_1^2}{\sigma_1^2}-\frac{2\rho\mu_1\mu_2}{\sigma_1\sigma_2}+\frac{\mu_2^2}{\sigma_2^2}\right)\right]$$

$$=-\frac{1}{6}\left(4x^2+2xy+y^2-8x-2y+4\right),$$

$$-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left[\frac{x^2}{\sigma_1^2}-\frac{2\rho xy}{\sigma_1\sigma_2}+\frac{y^2}{\sigma_2^2}+\left(\frac{2\rho\mu_2}{\sigma_1\sigma_2}-\frac{2\mu_1}{\sigma_1^2}\right)x+\left(\frac{2\rho\mu_1}{\sigma_1\sigma_2}-\frac{2\mu_2}{\sigma_2^2}\right)y+\left(\frac{\mu_1^2}{\sigma_1^2}-\frac{2\rho\mu_1\mu_2}{\sigma_1\sigma_2}+\frac{\mu_2^2}{\sigma_2^2}\right)\right]$$

$$=-\frac{1}{6}\left(4x^2+2xy+y^2-8x-2y+4\right),$$

$$-\frac{1}{2(1-\rho^2)\sigma_1^2}=-\frac{4}{6}$$

$$\frac{2\rho}{2(1-\rho^2)\sigma_1\sigma_2}=-\frac{2}{6}$$

$$-\frac{1}{2(1-\rho^2)\sigma_2^2}=-\frac{1}{6}$$

$$\sigma_2=2\sigma_1,$$

$$\frac{2\rho\sigma_2}{\sigma_1}=-2,\rho=-\frac{1}{2},$$

$$\sigma_2=2,\sigma_1=1$$

$$-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left(\frac{2\rho\mu_2}{\sigma_1\sigma_2}-\frac{2\mu_1}{\sigma_1^2}\right)=\frac{8}{6}$$

$$-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left(\frac{2\rho\mu_1}{\sigma_1\sigma_2}-\frac{2\mu_2}{\sigma_2^2}\right)=\frac{2}{6}$$

$$4\mu_1+\mu_2=4$$

$$\mu_1+\mu_2=1$$

$$\mu_1=1,\mu_2=0$$

另解:

$$4x^2+2xy+y^2-8x-2y+4$$

$$=y^2+2(x-1)y+4x^2-8x+4$$

$$=\left(y+(x-1)\right)^2+3(x-1)^2,$$

$$4x^2+2xy+y^2-8x-2y+4$$

$$=4x^2+2(y-4)x+y^2-2y+4$$

$$=\left(2x+\frac{y-4}{2}\right)^2+\frac{3y^2}{4}=4\left(x+\frac{y-4}{4}\right)^2+\frac{3y^2}{4},$$

$$p_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(x, y)dy$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2\pi\sqrt{3}} e^{-\frac{1}{6}\left[(y+(x-1))^2+3(x-1)^2\right]} dy$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-1)^2}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{3}} e^{-\frac{(y+(x-1))^2}{2\times 3}} dy$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-1)^2}{2}},$$

则 $X \sim N(1,1)$,

$$p_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty}p(x,y)dx$$

$$=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{2\pi\sqrt{3}}e^{-\frac{1}{6}\left[4\left(x+\frac{y-4}{4}\right)^2+\frac{3y^2}{4}\right]}dx$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\times 2}e^{-\frac{y^2}{8}}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\frac{\sqrt{3}}{2}}e^{-\frac{\left(x+\frac{y-4}{4}\right)^2}{2\times\frac{3}{4}}}dx$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi} \times 2} e^{-\frac{y^2}{8}},$$

则 $Y \sim N(0, 4)$,

$\mu_1 = 1, \mu_2 = 0, \sigma_1 = 1, \sigma_2 = 2,$

$$-\frac{1}{2(1-\rho^2)\sigma_1^2} = -\frac{4}{6},$$

$\rho = \pm\frac{1}{2}$, 由xy前的系数知，$\rho = -\frac{1}{2}$。