1、 已知$X_1,\cdots,X_n$ 独立同分布于$N(\theta,1)$，从而θ的$100(1-\alpha)\%$置信度的置信区间为$[\bar{x}-\frac{u_{1-\alpha/2}}{\sqrt{n}},\bar{x}+\frac{u_{1-\alpha/2}}{\sqrt{n}}]$。现有一新的观测值$X_{n+1}$，记$p$为$X_{n+1}$落入上述置信区间估计的概率，求$p$的值（用标准正态分布的累计函数Φ表示）。

2、 已知总体$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中σ已知，问样本容量n取多大时才能保证μ的置信水平为$100(1-\alpha)\%$的置信区间的长度不大于k。

3、 为研究某型号汽车轮胎的磨耗，随机选择 16 只轮胎，每只轮胎行驶到磨坏为止，记录所行驶路程（单位:km）如下：41250, 40187, 43175, 41010, 39265, 41872, 42654, 41287, 38970, 40200, 42550, 41095, 40680, 43500, 39775, 40400; 假设这些数据来自正态总体$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中μ,σ^2未知，求μ的置信水平为 0.95 的单侧置信下限。

4、 已知某种材料的抗压强度$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，现随机地抽取 10 个试件进行抗压试验，测得数据如下 482, 493, 457, 471, 510, 446, 435, 418, 394, 469：

（1）求平均抗压强度μ的置信水平为95%的置信区间；

（2）若已知$\sigma=30$，求平均抗压强度μ的置信水平为95%的置信区间；

（3）求σ的置信水平为95%的置信区间。

5、 设从总体$X\sim N(\mu,\sigma^2)$和总体$Y\sim N(\mu,\sigma^2)$中分别抽取容量为$n_1=10,n_2=15$的独立样本，可计算得$\bar{x}=82,s_x^2=56.5,\bar{y}=76,s_y^2=52.4$；

（1）若已知$\sigma_1^2=64,\sigma_2^2=49$，求$\mu_1-\mu_2$的置信水平为95%的置信区间；

（2）若已知$\sigma_1^2=\sigma_2^2$，求$\mu_1-\mu_2$的置信水平为95%的置信区间；

（3）求σ_1^2/σ_2^2的置信水平为95%的置信区间。

6、 设总体X的密度函数为$p(x;\theta)=\theta e^{-\theta x}I_{\{x>0\}}$，其中$\theta>0$为未知参数，$X_1,X_2,\cdots,X_n$为抽自此总体的简单随机样本，求：

（1）$2\theta X_1$的密度函数；

（2）θ的置信水平为$1-\alpha$的置信区间。

7、 设$X_1,\cdots,X_n$为取自具有密度$p(x;\theta)=e^{-(x-\theta)}I_{[\theta,+\infty)}$的分布，以$x_{(1)}-\theta$为枢轴量，试求θ的置信水平$100(1-\alpha)\%$的平均长度最短的置信区间。