《数理统计》模拟试卷三

一、单选题(每小题 3 分，共计 15 分)

1. 设X_1,X_2,X_3,X_4,X_5为来自两点分布$B(1,p)$的一个样本($0<p<1,p$未知)，则下列样本的函数中哪个不是统计量（　　　　）

   A. $T_1=\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}X_i$

   B. $T_2=X_5-EX_1$

   C. $T_3=\frac{1}{2}[\min(X_1,X_2,X_3,X_4,X_5)+\max(X_1,X_2,X_3,X_4,X_5)]$

   D. $T_4=X_2-X_4$

2. 设X_1,X_2,X_3是取自总体$N(\mu,\sigma^2)$容量为 3 的样本。已知μ的 3 个估计

$\hat{\mu}_1=\frac{1}{2}X_1+\frac{1}{3}X_2+\frac{1}{6}X_3$，$\hat{\mu}_2=\frac{1}{3}X_1+\frac{1}{3}X_2+\frac{1}{3}X_3$，$\hat{\mu}_3=\frac{1}{6}X_1+\frac{1}{6}X_2+\frac{2}{3}X_3$，以下论断不正确的是（　　　　）

   A. 三个均是μ的无偏估计
   B. $\hat{\mu}_1$比$\hat{\mu}_3$更有效
   C. $\hat{\mu}_2$比$\hat{\mu}_1$更有效
   D. $\hat{\mu}_3$比$\hat{\mu}_2$更有效

3. 设$X_1,X_2,\cdots,X_{n-1},X_n$ $(n\geq 2)$为来自正态分布$N(0,1)$的一个样本,$\bar{X}$为样本均值，$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$为样本方差，则有：（　　　　）

   A. $n\bar{X}\sim N(0,1)$
   B. $nS^2\sim\chi^2(n-1)$
   C. $\frac{\sqrt{n-1}\bar{X}}{S}\sim t(n-1)$
   D. $\frac{(n-2){X_1}^2}{\sum_{i=2}^{n-1}{X_i}^2}\sim F(1,n-2)$

4. 以下哪种情况，我们将犯第二类错误（　　　　）
   A. 备则假设为真，我们不拒绝原假设
   B. 原假设为真，我们拒绝原假设
   C. 原假设非真，我们拒绝原假设
   D. 以上都不对

5. 总体均值μ的 95%的置信区间为(20.34, 30.57)。如果我们希望进行如下假设检验：$H_0:\mu=30$ vs $H_1:\mu\neq 30$. 在 0.05 的显著性水平下，我们认为（　　　　）
   A. 拒绝H_0接受H_1
   B. 没有足够的证据拒绝H_0接受H_1
   C. 不能利用该置信区间进行假设检验，因为该检验是双侧检验
   D. 在当前显著性水平下，不能利用该置信区间进行假设检验

二、填空题(每小题 2 分，共计 10 分)

1．设$X_1,X_2,\cdots,X_{2n-1},X_{2n}$为来自正态分布$N(0,\sigma^2)$的一个样本,证明：统计量$T=\frac{X_1+X_2+\cdots+X_n}{\sqrt{{X_{n+1}}^2+{X_{n+2}}^2+\cdots+{X_{2n}}^2}}$服从________分布，参数为______________。

2. 设总体X的概率分布列为（其中，$0 < p < 0.5$）：

X	0	1	2
P	0.5	p	$0.5 - p$

已知容量为 7 的一个样本值为：(0, 2, 1, 0, 2, 1, 0)，则参数p的矩估计值为：__________。

3．构造总体比例 95%的置信区间，要求比例估计值$\hat{p}$和真值p的差异不大于 0.01，调查需要的样本量为________________。

4. 在 0.01 和 0.05 的显著性水平下，我们均不能拒绝某个原假设。但是在 0.10 的显著性水平下，我们拒绝该原假设。则 p 值的范围是_____________。

5. 经验表明，女性创立公司具有更多的目的性，盈利只是其中之一。在一个调查中，741 名女性的公司创始者中，89 名表示她们是为了盈利而创立公司。构建所有女性中以盈利为目的的比例 95%的置信区间_____________。

三、计算题(共计 75 分)

1.（20 分）设$X_1, X_2, \cdots, X_{2n}$是来自均匀分布$X \sim U(0, \theta)$的样本，求：

（1）（9 分）未知参数θ的矩估计和最大似然估计（MLE）。

（2）（11 分）讨论上述所求估计的无偏性，如果不是无偏估计进行修偏，讨论修偏后估计的有效性。

2.（13 分）某实验尝试比较男性与女性在对电击造成的疼痛忍受力上是否存在差异。产生了如下表的实验数据。假定男性与女性对电击造成的疼痛忍受力均服从正态分布。

	女性（x）	男性（y）
样本量	6	7
样本均值	13.5	11.2
s^2	26.4	12.7

（1）（7 分）在 0.10 的显著性水平下，是否有足够的证据表明男性与女性在对电击造成疼痛忍受力的方差上存在显著差异。

（2）（6 分）利用上题的结论，构造男性与女性对电击造成疼痛的平均忍受力差$(\mu_x - \mu_y)$的 95%的置信区间。

3. （10 分）总公司需要向全国范围内的各个分公司递送文件，现有两家快递公司（快递公司 A 和快递公司 B）可供选择。为了比较两家快递公司的递送速度，总公司随机抽取了 10 家分公司，并向每家分公司快递了 2 份文件，一份文件由快递公司 A 递送，另一份由快递公司 B 递送。两个快递时间所需时间见下表。

分公司	快递所需时间（小时）	
	快递公司 A	快递公司 B
分公司 1	32	25
分公司 2	30	24
分公司 3	19	15
分公司 4	16	15
分公司 5	15	13
分公司 6	18	15
分公司 7	14	15
分公司 8	10	8

分公司 9	7	9
分公司 10	16	11

（1）（2 分）这是独立数据检验还是成对数据检验问题？

（2）（8 分）在 0.05 的水平下，是否有足够的证据表明两家快递公司的平均递送时间存在差异？

4. （10 分）为了确定某种新型感冒疫苗的有效性，某个小型社区进行了一次调查。该社区为愿意接受疫苗的居民免费提供 2 次注射。一些居民接受了 2 次注射，一些居民只接受了第 1 次注射，还有一些居民选择不进行疫苗的注射。

下表将 1000 名社区居民按照接受注射的类型和提供注射 1 年内居民是否患过感冒进行了分类。试在 0.05 的显著性水平下判断接受注射的类型与居民是否患有感冒之间有无关系。

状态	没有注射疫苗	注射疫苗 1 次	注射疫苗 2 次	合计
患过感冒	24	9	13	46
没有感冒	289	100	565	954
合计	313	109	578	1000

5. （12 分）一个实验者希望了解某种机器单位时间生产量的稳定性，分别观测了该机器 3 个单位时间的生产量，分别为：41，52，和 102。假定该机器单位时间生产量服从正态分布。

（1）（8 分）构造总体方差σ^2置信度为 0.90 的置信区间。

（2）（4 分）构造总体标准差σ置信度为 0.90 的置信区间。

6. （10 分）设总体X服从$N(\mu,\sigma^2)$，$\sigma^2>0$，从该总体中抽取简单随机样本$X_1,X_2,\cdots,X_{2n-1},X_{2n}\,(n\geq 1)$，其样本均值为$\bar{X}=\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{2n}X_i$，试求统计量$Y=\sum_{i=1}^{n}(X_i+X_{n+i}-2\bar{X})^2$的数学期望。

附录

$\chi^2{}_{0.95}(2)=5.9915$，$\chi^2{}_{0.975}(2)=7.3778$，$\chi^2{}_{0.05}(2)=0.1026$，$\chi^2{}_{0.025}(2)=0.0506$

$\chi^2{}_{0.95}(3)=7.8147$，$\chi^2{}_{0.975}(3)=9.3484$，$\chi^2{}_{0.05}(3)=0.3518$，$\chi^2{}_{0.025}(3)=0.2158$

$\chi^2{}_{0.95}(6)=12.5916$，$\chi^2{}_{0.975}(6)=14.4494$

$F_{0.95}(5,6)=4.39$，$F_{0.95}(6,5)=4.95$，$F_{0.90}(5,6)=3.11$，$F_{0.90}(6,5)=3.40$

$F_{0.95}(6,7)=3.87$，$F_{0.95}(7,6)=4.21$，$F_{0.90}(6,7)=2.83$，$F_{0.90}(7,6)=3.01$

$t_{0.975}(11)=2.201$，$t_{0.95}(11)=1.7959$，$t_{0.975}(13)=2.1604$，$t_{0.95}(13)=1.7709$

$t_{0.975}(9)=2.2622$，$t_{0.975}(10)=2.2281$，

$u_{0.975}=1.96$，$u_{0.95}=1.645$