上海财经大学《高等数学II(工科类)》课程考试卷(A)

(2020-2021学年第二学期)

一、填空题 (本题共8小题, 每小题2分, 满分16分)

1. 曲线 $\begin{cases} z=\frac{x^2+y^2}{4} \\ y=4 \end{cases}$ 在点 $(2,4,5)$ 处切线关于 z 轴的倾角为 ________.
2. 函数 $u=x^2y+z^2-2xyz$ 在点 $(2,-1,1)$ 处取得的最大增长率为 ________.
3. 函数 $z=f(x,y)$ 在点 (x,y) 的偏导数存在是函数 $z=f(x,y)$ 在该点可微的 ________ 条件。
4. 设二元函数 $f(u,v)$ 在有界闭区域D上连续，并且 $z=x^2y+\iint_D f(u,v)dudv$，则 $\frac{\partial z}{\partial y}=$ ________.
5. 变换二次积分 $I=\int_1^e dy\int_0^{\ln y} f(x,y)dx$ 的积分次序后，$I=$ ________.
6. 已知曲线 L 为 $y=x^2$，其中 $0\le x\le \sqrt{2}$，则 $\int_L xds=$ ________.
7. 函数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{x^n}$ 的收敛区间为 ________.
8. 方程 $2y''-6y'+5y=0$ 的通解为 ________.

二、选择题 (本题共8小题, 每小题2分, 满分16分)

1. 函数 $z=x^2+xy+y^2-3x-6y$ 的极小值是 (　).
   A. 0
   B. -3
   C. -8
   D. -9
2. 已知 $z=f(xy,x-y)$，则 $\frac{\partial z}{\partial x}+\frac{\partial z}{\partial y}=$ (　).
   A. $\frac{\partial f}{\partial x}+\frac{\partial f}{\partial y}$
   B. $f_1'+f_2'$
   C. $(x+y)f_1'$
   D. 0
3. 若正项级数 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 发散，则下列选项中一定正确的是 (　).
   A. $\sum_{n=1}^{\infty}u_n^2$ 发散
   B. 其部分和数列发散
   C. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{u_n}$ 也发散
   D. $\lim_{n\to\infty}u_n\neq 0$
4. 二次积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}}d\theta\int_0^{\cos\theta}f(r\cos\theta,r\sin\theta)rdr$ 可以写成 (　).
   A. $\int_0^1 dy\int_0^{\sqrt{y-y^2}}f(x,y)dx$
   B. $\int_0^1 dy\int_0^{\sqrt{1-y^2}}f(x,y)dx$
   C. $\int_0^1 dx\int_0^1 f(x,y)dy$
   D. $\int_0^1 dx\int_0^{\sqrt{x-x^2}}f(x,y)dy$

5. 设 Σ 为平面 $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$ 在第一卦限部分，则 $\iint_{\Sigma}(2x+\frac{4y}{3}+z)dS=$ (　).

A. $4\int_0^2 dx\int_0^{3(1-\frac{x}{2})}dy$

B. $\frac{4\sqrt{61}}{3}\int_0^2 dx\int_0^3 dy$

C. $\frac{4\sqrt{61}}{3}\int_0^2 dx\int_0^{3(1-\frac{x}{2})}dy$

D. $\frac{4\sqrt{61}}{3}\int_0^2 dx\int_0^{2(\frac{y}{3}-1)}dy$

6. 曲面 $e^z-z+xy=3$ 在点 $P(2,1,0)$ 处的法线方程为 (　).

A. $\begin{cases}\frac{x-2}{2}=\frac{y-1}{1}\\ z=0\end{cases}$

B. $\begin{cases}\frac{x-2}{-2}=\frac{y-1}{1}\\ z=0\end{cases}$

C. $\begin{cases}\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{2}\\ z=0\end{cases}$

D. $\begin{cases}\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{2}\\ z=0\end{cases}$

7. 微分方程 $x^2ydx=(1-y^2+x^2-x^2y^2)dy$ 是 (　) 微分方程.

A. 齐次

B. 可分离变量

C. 一阶线性齐次

D. 一阶线性非齐次

8. 函数 $f(x,y,z)=\sqrt{3+x^2+y^2+z^2}$ 在点 $(1,-1,2)$ 处的梯度是 (　).

A. $(\frac{1}{3},\frac{-1}{3},\frac{2}{3})$

B. $(1,-1,2)$

C. $(\frac{1}{9},\frac{-1}{9},\frac{2}{9})$

D. $2(\frac{1}{9},\frac{-1}{9},\frac{2}{9})$

三、计算题 (本题共7小题, 每小题9分, 满分63分)

1. 已知函数 $z=f(x,y)$ 可微，且 $dz=xdx+ydy$，求函数 $z=f(x,y)$ 的极值。
2. 计算 $I=\oint_L\frac{(x+4y)dy+(x-y)dx}{x^2+4y^2}$，其中L为圆心在原点的单位圆周，取逆时针方向。
3. 求微分方程 $y''-2y'-e^{2x}=0$ 的通解及满足初始条件为 $y(0)=1,y'(0)=0$ 时的特解。
4. 计算 $I=\iint_{\Sigma}\frac{axdydz+(z+a)^2dxdy}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$，其中 Σ 为下半球面 $z=-\sqrt{a^2-x^2-y^2}$ 的上侧，a 为大于零的常数。
5. 设积分区域 $\Omega=\{(x,y,z)|x^2+y^2+z^2\le a^2,x\ge 0,y\ge 0,z\ge 0,a>0\}$，计算三重积分 $\iiint_{\Omega}xe^{\frac{x^2+y^2+z^2}{a^2}}dxdydz$。
6. 求幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)x^n$ 的收敛域及其和函数。
7. 在曲面 $2x^2+2y^2+z^2=1$ 上求一点，使 $f(x,y,z)=x^2+y^2+z^2$ 在该点沿方向 $\vec{l}=(1,-1,0)$ 的方向导数最大。

四、(本题满分5分)

设数列 u_n 满足 $\lim_{n\to\infty} nu_n = 1$，证明：$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}(u_n + u_{n+1})$ 收敛。