《数理统计》模拟试卷四

一、单项选择题（总共 5 题，每题 3 分）：

1. 设总体$X\sim N(2,32)$，$X_{1,}\, X_{2,}\, \cdots$，X_n为来自总体X的样本，$\bar{X}$为样本均值，则下列统计量中服从标准正态分布的是（　）

A.$\frac{\bar{X}-2}{3}$　　B. $\frac{\bar{X}-2}{9}$　　C. $\frac{\bar{X}-2}{3/\sqrt{n}}$　　D. $\frac{\bar{X}-2}{9/\sqrt{n}}$

2. 设总体X的数学期望为μ，$X_{1,}\, X_{2,}\, \cdots$，X_n是X的样本，则以下结论正确的是（　）

A. X_1是μ的无偏估计　　B. X_1是μ的极大似然估计

C. X_1是μ的相合估计　　D. X_1不是μ的估计

3. 在一次假设检验中，下列说法正确的是（　）

A. 既可能犯第一类错误也可能犯第二类错误

B. 如果备择假设是正确的，但作出的决策是拒绝备择假设，则犯了第一类错误

C. 增大样本容量，则犯两类错误的概率都不变

D. 如果原假设是错误的，但作出的决策是接受备择假设，则犯了第二类错误

4. 对单个正态总体的期望μ作区间估计，得到置信度为 95%的置信区间，意义是指这个区间（　）

A. 平均含总体 95%的值　　B. 平均含样本 95%的值

C. 有 95%的机会含样本的值　　D. 有 95%的机会的机会含μ的值

5.在假设检验问题中，犯第一类错误的概率α 的意义是（　）

A.在H_0不成立的条件下，经检验H_0被拒绝的概率

B.在H_0不成立的条件下，经检验H_0被接受的概率

C.在H_0成立的条件下，经检验H_0被拒绝的概率

D.在H_0成立的条件下，经检验H_0被接受的概率

二、填空题（总共 5 题，每题 2 分）：

1. 在对总体参数的假设检验中，若给定显著性水平为α，则犯第一类错误的概率是_____.

2. 统计推断包括____, ___, ____.

设$X_1,\ldots,X_n$ 独立同分布于正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，μ和σ^2均已知，

3. 构建一个自由度为n的卡方分布_____.

4. 构建一个$F(1,n-1)$分布_____.

5. 构建一个自由度为$n-1$ 的t分布_____.

三、计算题（共 5 题，每题 15 分，共计 75 分）：

1、约翰对 64 只老鼠进行特殊饮食喂养后，测量它们体重的样本均值$\bar{x}$和样本标准差s，并指出样本均值的 95%的置信区间为（34.02，35.98）（克）。

（1）基于这些信息，计算$\bar{x}$和s。

（2）给定显著水平 0.01，判断总体均值是否小于 34.5 克。

2、A、B 两个工人加工某种零件，零件的重量（kg）分别服从正态分布$X\sim N(\mu_1,\sigma_1^2)$和$Y\sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$。 随机的从 A 工人加工的产品中抽测$\mathrm{m}=8$件，从 B 工人加工的产品中抽测$\mathrm{n}=9$件：

A: 15.0　14.8　15.0　15.2　14.8　15.0　15.2　14.8

B: 15.2　15.0　14.8　15.2　15.0　15.0　14.8　15.2　14.8

其中：$\sum x_i = 119.8, \sum x_i^2 = 1794.2, \sum y_i = 135, \sum y_i^2 = 2025.24$
（1）在 5%的显著水平下检验零件重量的方差是否有差别？
（2）根据（1）的结果，在 5%的显著水平下检验均值是否有差别？

3、某款凉鞋的三种可选材料为塑料、皮革、帆布。一经销商共售出 40 双凉鞋，分别为塑料凉鞋 10 双、皮革凉鞋 10 双和帆布凉鞋 20 双。设 $p =$ 客户喜欢塑料凉鞋比例。
（1）计算p的点估计及其估计标准差；
（2）计算p的 90% 置信区间；
（3）在 10%的显著水平下是否拒绝$p = 0.25$的假设。

4、为比较在两种实验条件下的面料的破断载荷能力有无明显差异，特选取 6 种不同面料分别在两种条件下进行试验，以下是各实验数据。假设条件 1 和条件 2 的实验相互独立，且破断载荷数据服从正态分布，$X \sim N(\mu_x, \sigma_X^2), Y \sim N(\mu_Y, \sigma_Y^2)$。

面料	1	2	3	4	5	6
条件 1 下破断载荷 x	36.4	37.5	50.5	38.7	42	46.8
条件 2 下破断载荷 y	30.4	45.5	46.5	34.7	36	52.8
差$d = x - y$	6	-8	4	4	6	-6

其中：

$$\sum x_i = 251.9, \quad \sum x_i^2 = 10733.39, \quad \sum y_i = 245.9, \quad \sum y_i^2 = 10444.59$$

试在 5%的显著水平下：
（1）采用二样本检验面料在两种条件下的破断载荷能力是否相同（假定$\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$）。
（2）采用成对样本检验面料在两种条件下的破断载荷能力是否相同。

5、若总体X服从二项分布$b(n,p)$，$X_1, X_2, \cdots, X_k$是它的一个样本，

（1）试证明$\hat{\theta}_1 = X_1/n$和$\hat{\theta}_2 = \bar{X}/n$（其中$\bar{X} = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} X_i$）为$p$的两个无偏估计；

（2）比较说明上述两个无偏估计的有效性。

附录：

$t_{0.995}(63) = 2.6561$，$t_{0.995}(64) = 2.6549$，$t_{0.995}(65) = 2.6536$
$t_{0.99}(63) = 2.387$，$t_{0.99}(64) = 2.386$，$t_{0.99}(65) = 2.3851$，
$F_{0.975}(8,9) = 4.102$，$F_{0.975}(9,8) = 4.3572$
$F_{0.975}(7,8) = 4.5286$，$F_{0.975}(8,7) = 4.8993$
$t_{0.975}(15) = 2.1314$，$t_{0.975}(16) = 2.1199$，$t_{0.975}(17) = 2.1098$
$t_{0.975}(10) = 2.2281, t_{0.975}(11) = 2.201, t_{0.975}(12) = 2.1788$
$t_{0.975}(5) = 2.5706, t_{0.975}(6) = 2.4469$, $t_{0.975}(7) = 2.3646$
$u_{0.95} = 1.645, u_{0.975} = 1.96, u_{0.995} = 2.323$