

诚实守信 考心不虞，公平竞争 方显实力，
考试失败 尚有希望，考试舞弊 前功尽弃。

上海财经大学《高等数学 I(经管类)》课程考试卷(A) 闭卷

课程代码 102560 课程序号

2017—2018 学年第一学期

姓名 学号 班级

注：1、本次考试禁止用各种型号计算器或电子产品，违者取消考试资格！

2、解答写在答题纸的指定位置上！

一、填空题(本题共 8 小题，每小题 2 分，满分 16 分。)

1. 设 $y = y(x)$ 是由方程 $y^2 + xy + x^2 - x = 0$ 确定的满足 $y(1) = -1$ 的连续可导函数，

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2}{y(x)+1} =$$

2. 设 $y = 3^{\arcsin \frac{1-x^2}{1+x^2}}$ ，则 $\frac{dy}{dx} =$

3. 设 α 为大于零的常数，且 $\lim_{x \rightarrow +\infty} [(x^{2\alpha} + x^\alpha)^{\frac{1}{\alpha}} - x^2] = \frac{1}{2}$ ，则 α 的值为

$$4. \int f(\sin x) d(\sin x) =$$

$$5. \text{若 } \int f(x) dx = x^2 + C, \text{ 则 } \int xf(1-x^2) dx =$$

$$6. \text{函数 } F(x) = \int_1^x \left(2 - \frac{1}{\sqrt{t}}\right) dt \quad (x > 0) \text{ 的单调减少区间}$$

$$7. \text{定积分 } \int_0^4 x\sqrt{4x-x^2} dx =$$

$$8. \text{定积分 } \int_0^1 \arctan \frac{1-x}{1+x} dx =$$

二、单项选择题(本题共 5 小题，每小题 2 分，满分 10 分。)

$$1. \text{极限 } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2+e^x}{1+e^x} + \frac{\frac{1}{x}}{\sqrt{x^2}} \right) \text{ 等于 } ().$$

(A) 不存在 (B) -1 (C) 1 (D) 0

$$2. \text{曲线 } y = \frac{1}{x^2} + \ln(1+e^{-3x}) \text{ 渐近线的条数为 } ().$$

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

3. 设函数 $f(x)$ 在点 x_0 处连续，且在点 x_0 的去心邻域内二阶可导，在点 x_0 的左侧邻近单调增加且图形是凹的，在点 x_0 右侧邻近单调减少且图形是凸的，则以下结论不正确的是()。

(A) $f(x)$ 在点 x_0 处不可导

(B) $f(x)$ 在点 x_0 处可导

(C) $f(x_0)$ 是 $f(x)$ 的极大值

(D) $(x_0, f(x_0))$ 是曲线 $y = f(x)$ 的拐点

$$4. \text{设 } I_1 = \int_{-1}^1 \ln^3(\sqrt{x^2+1}-x) dx, I_2 = \int_{-1}^1 (x \cos x - \sin^6 x) dx,$$

$$I_3 = \int_{-1}^1 (\sqrt[3]{x} + x^{10}) \cos^2 x dx, \text{ 则有 } ().$$

(A) $I_3 < I_2 < I_1$ (B) $I_2 < I_3 < I_1$ (C) $I_1 < I_2 < I_3$ (D) $I_2 < I_1 < I_3$

$$5. \text{关于广义(反常)积分 } \int_{-\infty}^{+\infty} \sin 2x \cdot e^{|x|} dx, \text{ 下列结论正确的是 } ().$$

(A) 发散

(B) 取正值

(C) 取值为零

(D) 取负值

三、计算题(本题共 7 小题，每小题 8 分，满分 56 分。)

$$1. \text{求极限 } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x (e^{\tan t} - e^{\sin t}) dt}{x^4}.$$

$$2. \text{求函数 } I(x) = \int_0^x \frac{t+2}{t^2+2t+2} dt \text{ 在 } [0, 2] \text{ 上的最小值和最大值.}$$

$$3. \text{已知函数 } f(x) = \frac{\ln|x|}{|x-1|} \sin x, \text{ 求 } f(x) \text{ 的间断点，并指出其类型.}$$

$$4. \text{设函数 } y = y(x) \text{ 由参数方程 } \begin{cases} x = \frac{1}{3}t^3 + t + \frac{1}{3} \\ y = \frac{1}{3}t^3 - t + \frac{1}{3} \end{cases} \text{ 所确定，求函数 } y = y(x) \text{ 的极值和}$$

曲线 $y = y(x)$ 的上凹、下凹区间及拐点。

$$5. \text{求反常积分 } \int_0^{+\infty} \frac{x e^{-x}}{(1+e^{-x})^2} dx.$$

$$6. \text{计算不定积分 } \int \sin(\ln x) dx.$$

$$7. \text{设函数 } y(x) \text{ 在 } [0, +\infty) \text{ 上有连续导数，且满足 } y(x) = 1 + x + 2 \int_0^x (x-t)y(t)y'(t) dt, \text{ 求 } y^{(n)}(x).$$

四、应用题(本题满分 10 分)

设某种商品的需求量 x 与价格 P 的关系为 $Q(P) = 1600\left(\frac{1}{4}\right)^P$. ($\ln 2 \approx 0.645$).

(I) 求需求对价格的弹性 $\eta(P)$ ，并说明其经济意义；

(II) 当商品的价格 $P = 10$ (元) 时，再提高 1%，求该商品需求量的变化情况。

五、证明题(本题满分 8 分)

已知 $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上连续，在 $(1, 2)$ 内可导，且 $f(1) = 0, f(2) = 1$ 。

试证：(I) 存在 $\xi \in (1, 2)$ 使得 $f(\xi) = 2 - \xi$ ；

(II) 存在两个不同点 $\eta, \zeta \in (1, 2)$ 使得 $f'(\eta)f'(\zeta) = 1$ 。