诚实考试吾心不虚，公平竞争方显实力，
考试失败尚有机会，考试舞弊前功尽弃。

上海财经大学《高等数学I(经管类)》课程考试卷（A）闭卷

2016 —2017 学年第一学期

一. 填空题(本题共10小题，每小题2分，满分20分. 把答案填在答题卡的指定方框内.)

1. 函数 $y=x+\dfrac{1}{x}(x>0)$ 的凹区间为__________.

2. 若 $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-2x+k}{\sin(x-1)}$ 存在，则 $k=$__________.

3. 若 $f(x)=\dfrac{1-x}{1+x}$，则 $f^{(n)}(x)=$__________.(其中 n 为正整数)

4. $d\int \ln x\mathrm{d}x=$__________.

5. 设 $f(t)$ 是连续函数，当 $f(t)$ 是偶函数时，则 $\varphi(x)=\int_0^x f(t)dt$ 为__________.

6. $\int_0^2\sqrt{4-x^2}dx=$__________.

7. 已知某产品产量为 q 时其总成本为 $C(q)=9+\dfrac{q^2}{800}$，则生产100件产品时的边际成本__________.

8. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{(-1)^n\sin n}=$__________.

9. $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}(|x|+x\cos x)\mathrm{d}x=$__________.

10. 设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-e^{\tan x}}{\arcsin x/2}, & x>0\\ ae^{2x}, & x\le 0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续，则 $a=$__________.

二. 选择题(本题共5小题，每小题2分，满分10分. 每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求，把所选项前的字母填在答题卡的指定方框内.)

1. 设数列 $\{x_n\}$ 与 $\{y_n\}$ 满足 $\lim\limits_{n\to\infty}x_ny_n=0$，则下列断言正确的是（　　）.

(A) 若 $\{x_n\}$ 发散，则 $\{y_n\}$ 必发散　　(B) 若 $\{x_n\}$ 无界，则 $\{y_n\}$ 必有界

(C) 若 $\{x_n\}$ 有界，则 y_n 必为无穷小　　(D) 若 $\dfrac{1}{x_n}$ 为无穷小，则 y_n 必为无穷小

2. 在 $(-\infty,+\infty)$ 上，以下函数是初等函数的是(　　).

(A) $f(x)=\begin{cases}x+1, & x\le 0\\ 2x+1, & x>0\end{cases}$　　(B) $f(x)=\begin{cases}-1, & x<0\\ 0, & x=0\\ 1, & x>0\end{cases}$

(C) $f(x)=\begin{cases}x, & x\le 1\\ 1-x, & x>1\end{cases}$　　(D) $f(x)=\begin{cases}-x, & x<0\\ 1, & x=0\\ x, & x>0\end{cases}$

3. 广义(反常)积分 $\int_e^{+\infty}\dfrac{dx}{x\ln^2 x}=$（　　）.

(A) 1　　(B) 0　　(C) $\ln 2$　　(D) 发散

4. 设 $x\to 0$ 时，$e^{\tan x}-e^x$ 与 x^n 是同阶无穷小，则 n 为(　　).

(A) 1　　(B) 2　　(C) 3　　(D) 4

5. 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上连续，$x_0\ne 0$，$f(x_0)\ne 0$，且 $(x_0,f(x_0))$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点，则(　　).

(A) $f''(x_0)=0$　　(B) $(x_0,-f(x_0))$ 是曲线 $y=-f(x)$ 的拐点

(C) $(-x_0,f(-x_0))$ 不是曲线 $y=f(-x)$ 的拐点

(D) $(-x_0,-f(x_0))$ 不是曲线 $y=-f(-x)$ 的拐点

三. 计算题（本题共7小题，每小题8分，满分56分. 请将解答写在答题卡的指定位置）

1. 求 $\lim\limits_{n\to\infty}[(1+\dfrac{1}{n})\dfrac{\pi}{n^2}+(1+\dfrac{2}{n})\dfrac{2\pi}{n^2}+\cdots+(1+\dfrac{n-1}{n})\dfrac{(n-1)\pi}{n^2}]$.

2. 求函数 $y=x^{2x}$ 在区间 $(0,1]$ 上的最小值.

3. 已知函数 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n-1)x}{nx^2+1}$，求其间断点并说明间断点类型.

4. 设函数 $y=y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases}x=4+2t^2\\ y=\int_2^{1+2\ln t}\dfrac{e^u}{u}du\end{cases}$ $(t>1)$ 所确定，求 $\dfrac{d^2y}{dx^2}$.

5. 计算积分 $\int_0^1 x^5\ln^3 xdx$.

6. 计算不定积分 $\int\dfrac{x^2+1}{x\sqrt{x^4+1}}dx$.

7. 设 $f(x)$ 连续，若满足 $\int_0^x tf(2x-t)dt=e^x$，且 $f(1)=1$，求 $\int_1^2 f(x)dx$.

8. 某种商品的需求函数 $Q(p)=75-p^2$，其中，p 为价格，Q 为需求量.

(1) 若销售此种商品，问当 p 为多少时总收益最大？最大收益是多少？

(2) 求当 $p=4$ 时需求对价格的弹性；

(3) 求当 $p=4$ 时收益对价格的弹性.

四. 证明题（本题满分6分，请将解答写在答题卡的指定位置）

若 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上可导，且 $f(1)=2\int_0^{\frac{1}{2}}xf(x)\mathrm{d}x$，试证：存在 $\xi\in(0,1)$，使得 $f(\xi)+\xi f'(\xi)=0$.