诚实考试吾心不虚，公平竞争方显实力，
考试失败尚有机会，考试舞弊前功尽弃。

## 上海财经大学《高等数学I(经管类)》课程考试卷（A）闭卷

课程代码 102560 课程序号____________ 2018 —2019 学年第一学期

姓名__________学号__________班级__________

注：1、本次考试禁止用各种型号计算器或电子产品，违者取消考试资格！
2、解答写在答题纸的指定位置上！

### 一、填空题（本题共10小题，每小题2分，满分20分.）

1. $\lim\limits_{x\to0}[1-\sin x\ln(1-x)]^{\frac{1}{1-\cos x}}=$____________.

2. 设 $y=x^{\sin x}$，且 $x>0$，则 $\frac{dy}{dx}=$____________.

3. 当 $x\to-1$ 时，$x^3+ax^2-x+b$ 与 $x+1$ 为等价无穷小，则 $a=$____，$b=$____.

4. d____________ $=\left(\frac{1}{1+x^4}+\frac{1}{x}\right)d(x^2)$.

5. 设函数 $f(x)=\ln(ax+b)(a\neq0)$，则 $f^{(n)}(x)=$____________.

6. 定积分 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin^4 x}{1+e^{-x}}dx=$____________.

7. 设某产品的需求量 $Q$ 为价格 $P$ 的函数关系为 $Q=aP^b$，其中 $a$ 和 $b$ 为常数，且 $a\neq0$，则需求弹性 $\eta(P)=$____________.

8. 设函数 $f(x)$ 连续，且 $\int_0^{x^2-1}f(t)dt=x^4$，则当 $x>0$ 时，$f(8)=$____________.

9. 不定积分 $\int x\arctan x dx=$____________.

10. 函数 $f(x)=x^3$ 在 $[0,1]$ 上满足拉格朗日中值定理的中值 $\xi=$____________.

### 二、单项选择题（本题共5小题，每小题2分，满分10分.）

1. 设函数 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{1+|x|^{3n}}$，则 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内（ ）.
(A) 处处可导 (B) 恰好有一个不可导点
(C) 恰好有两个不可导点 (D) 至少有三个不可导点

2. 设 $g(x)$ 可微，$f(x)=\ln^2(1+g(x))+2\ln(1+g(x))$，$f'(1)=1$，$g'(1)=\frac{1}{2}$，则 $g(1)=$（ ）.
(A) $-\frac{1}{2}$ (B) $-1$ (C) $1$ (D) $0$

3. 下列广义(反常)积分发散的是（ ）.
(A) $\int_0^{+\infty}\frac{e^{-x}}{\sqrt{x}}dx$ (B) $\int_0^{+\infty}\frac{dx}{x\ln^2 x}$ (C) $\int_0^{+\infty}x^2e^{-x^2}dx$ (D) $\int_0^{+\infty}\frac{dx}{(x+2)\ln^2(x+2)}$

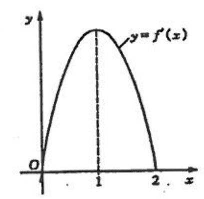


4. 设函数 $f(x)=\begin{cases}x^4\ln|x|+1, & 0<|x|\leq1\\ 1, & x=0\end{cases}$，则（ ）.
(A) $f(0)$ 是 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上的最大值 (B) $f(0)$ 不是 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上的最大值
(C) $f(x)$ 在 $x=0$ 处不连续 (D) $y=f(x)$ 在 $x=0$ 处有拐点

5. 设 $f(x)$ 为连续的偶函数，则 $f(x)$ 的原函数中（ ）.
(A) 都是奇函数 (B) 都是偶函数 (C) 有奇函数 (D) 有偶函数

### 三、计算题（本题共7小题，每小题8分，满分56分.）

1. 设 $y(x)$ 是由方程 $x+y=xy+1$ 确定的隐函数，函数 $g(x)$ 在点 $x=0$ 处二阶可导，且 $g'(0)=g''(0)=1$. 若 $f(x)=\begin{cases}\frac{g(x)-y(x)}{x}, & x\neq0\\ a, & x=0\end{cases}$ 在点 $x=0$ 处连续. 求 $f'(0)$.




2. 设 $y=f'(x)$ 的图像为如图所示的二次抛物线，且函数 $f(x)$ 的极小值为2，极大值为6. 求 $f(x)$.

3. 求函数 $f(x)=\frac{x^3+1}{|x+1|(x^2-x)}\sin\left(\frac{|x-1|}{x+2}\pi\right)$ 的所有间断点，并判别间断点类型.

4. 设函数 $y=y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases}x=\int_0^t e^{u^2}du\\ y=\int_0^t e^{(u+t)^2}du\end{cases}$ 所确定，求 $\frac{dy}{dx}$ 和 $\frac{d^2y}{dx^2}$.

5. 计算 $\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}}\frac{dx}{\sqrt{|x-x^2|}}$.

6. 求不定积分 $\int\frac{\sin^2 x}{\cos^3 x}dx$.

7. 求 $\int_0^x f(t)g(x-t)dt(x\geq0)$，其中 $f(x)=x$，而 $g(x)=\begin{cases}\sin x, & 0\leq x<\frac{\pi}{2},\\ 0, & x\geq\frac{\pi}{2}.\end{cases}$

### 四、综合应用题（本题满分8分）求函数 $f(x)=x^3-2x^2+x-1$ 在 $[0,2]$ 上的极值、最值及曲线 $y=f(x)$ 的拐点.

### 五、证明题（本题满分6分）设函数 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上连续，在区间 $(0,1)$ 内存在二阶导数，且 $f(0)=f(1)$. 证明：存在 $\xi\in(0,1)$，使得 $2f'(\xi)+\xi f''(\xi)=0$.