

無源元件包括電阻器和電容器，而有源元件可以是執行所需功能的簡單二極管或晶體管或任何集成電路任務。電子電路管理和協調各種功能，機電一體化系統除了可以提供所需的穩壓電壓不同的集成電路，傳感器，執行器和微控制器。

在設計電子電路時，必須牢記電路及其功耗應最小化。電路安全其冷卻也很重要。操縱高壓安全裝置時應認真遵守規則。

2.6 實時實施

機電系統的硬件部分構建完成後，下一步就是簽署我們應該執行的控制算法以確保系統將正確執行其設計任務。這樣的設計算法分為兩個步驟。第一個步驟包括建立數學模型-正確描述輸入與輸入之間的關係的模型系統的輸出。該模型可以通過分析確定將實驗限制為某些參數的值，或者使用識別技術。第二步，固定期望的性能，使用適當的技術設計控制器。

此步驟的結果是遞歸方程的確定，它將計算每個打斷。這個方程式代表我們必須在微控制器。微控制器用於提供對不同事件的實時響應為系統設計的。通常情況下，循環運行事件發生時，相關的中斷系統會警告處理器中止進程-讀取當前指令並啟動中斷服務程序。這個中斷例程執行我們正在使用的控制算法的主要步驟。一旦中斷服務程序的任務完成後，處理器返回到該位置處死執行。該實現是按照以下結構完成的：

```
//  
// Put here title and comments  
//  
#include "p30F4011.h"          // proc specific header  
  
//  
// Define gobal variables in RAM  
//  
float Reference;  // simple variable  
int variable0;    // (16 bits)  
char myVariable; // (8 bits)
```

```

#define n1 10 /* sample constant definition */
#define n2 20;
int array1[n1] __attribute__((__space__(xmemory), __aligned__(32)));
    // array with dsPIC30F attributes
int array5[n2]; // simple array
int variable3 __attribute__((__space__(xmemory)));
    // variable with attributes
int array1[n1] __attribute__((__space__(xmemory), __aligned__(32)));
    // array with dsPIC30F attributes
int array5[n2]; // simple array
int variable4 __attribute__((__space__(xmemory)));
    // variable with attributes

//
// Define a struct
//
typedef struct {
    // PID Gains
    float KP; // Propotional gain
    float KI; // Integral gain
    float KD; // Derivative gain

    //
    // PID Constants
    //
    float Const1_pid; //  $KP + T KI + KD/T$ 
    float Const2_pid; //  $KP + 2KD/T$ 
    float Const3_pid; //  $Kd/T$ 
    float Const4_pid; //  $KP + KD/T$ 
    float Const5_pid; //  $T KI$ 

    //
    // System variables
    //
    float y_c; //  $y_c[k] \rightarrow$  controlled output
    float y_m; //  $y_m[k] \rightarrow$  measured output
    float u_k; //  $u[k] \rightarrow$  control at time k
    float e_k; //  $e[k] \rightarrow$  error at time k

    //
    // System past variables
    //
    float u_km1; //  $u[k-1] \rightarrow$  output at time k-1
    float e_km1; //  $e[k-1] \rightarrow$  error at time k-1
    float e_km2; //  $e[k-2] \rightarrow$  error at time k-2
    float y_mkm1; //  $y_m[k-1] \rightarrow$  measured output at time k-1
    float y_mkm2; //  $y_m[k-2] \rightarrow$  measured output at time k-2

}PIDStruct;

```

```

    PIDStruct thePID;

//
// Constants in ROM
//
const char Variable_Rom[] = {1,2,3,4};
const int myConstant = 100;

//
// Non memorized constants
//
#define var1 0x1234;
#define var2 "ma chaine";

//
// Functions
//
float my_Function(float a, float b)
{
    int local_var;

    local_var = a - b;
    return local_var;
}

//
// Interrupt program here using Timer 1 (overflow of counter Timer 1)
//
void __ISR_T1Interrupt(void)    // interrupt routine code
{
    // Interrupt Service Routine code goes here
    float Position_error;

    // get the actual position from the encoder
    // ThePID.y_m

    Position_error = my_Function(Reference, ThePID.y_m);
    .....

    IFS0bits.T1IF=0;    // Disable the interrupt
}

int main ( void )            // start of main application code
{
    // Application code goes here
    int i;

```

```

// Initialize the variables Reference and ThePID.y_m
(it can be read from inputs) Reference = 0x8000; // Hexadecimal number
(0b... Binary number) ThePID = 0x8000;

// Initialize the registers
TRISC=0x9fff; // RC13 and RC14 (pins 15 and 16) are configured as
outputs IEC0bits.T1IE=1; // Enable the interrupt on Timer 1

// Infinite loop
while (1)
{
}
return 0
}

```

2.7 機電系統示例

本節的目的是介紹一些可用於 本卷的其餘部分將展示我們將開發的不同概念。我們會嘗試 介紹這些機電一體化系統的所有部分，以幫助讀者製作一個 對機電系統的設計提出清晰的想法，並希望這將有助於他 將來設計自己的系統。我們將限於使用通用組件的機電系統 如電動執行器，編碼器，加速度計，陀螺儀等。

2.7.1 直流電動機控制

作為基本的機電一體化系統，讓我們設計一個既可以用於 速度或位置控制。該系統將成為幾乎所有未來的基礎 機電系統。我們將在這裡介紹的系統由一個直流電動機組成， 通過齒輪驅動小盤。為了適當地控制它的速度或速度 位置使用增量編碼器。該系統的機械部分是一個小磁盤，是在我們 機電一體化實驗室。刻度顯示在磁盤上，以幫助我們定位 它在我們想要的任何所需位置。磁盤由鋁製成並連接 用螺釘牢固地固定在電機軸上。執行器是我們從一家剩餘商店購買的小型直流電動機。它有 已經有一個齒輪（比率為 1：6）和一個增量編碼器（100 脈衝/轉）。的 該系統的電子電路過於簡單，可以歸納為：

- 變壓器
- 兩個穩壓器（T78012 和 T7805）

- 電阻（2 個 10K Ω 電阻，2 個 220 Ω 電阻和 20 個可變電阻 K Ω 和電容器（3 of 0.1 μ F）
- 二極管
- H 橋
- 液晶顯示器（LCD）
- 開關（打開或關閉系統）
- 微控制器

此設置旨在在固定位置操作。因此，我們不需要使用電池為不同的組件提供必要的電源。必要從交流電流中獲得穩定的電壓。首先，交流電壓（115 V）在本例中，使用變壓器將其更改為較低的 36V 電壓。格拉茨橋是結合低通濾波器來整流電壓並使其平滑以正確使用在組件中。

為了驅動直流電動機，需要 24 V 電壓，因此需要一個集成電路（IC）使用名為 L293D（雙 H 橋）的電機驅動器。字母 “D” 的存在，意味著它內置了反激二極管，以最大程度地減小感性電壓尖峰。的 L293D 芯片為直流電動機提供所需的功率，以將負載移至所需的功率如果是這樣的話。該 IC 具有 600 mA 的輸出電流和峰值輸出每通道 1.2 A 的電流。請注意此限制，因為如果電機需要更多電流，每當我們超過 1.2 A 時，IC L293D 就會燃燒在這種情況下，需要使用保險絲之類的保護裝置。

對於速度或位置控制，我們使用 Microchip dsPIC30F4011。的我們將在系統中實現的智能是用 C 語言編寫的，編譯後，將其下載到微控制器的存儲器中。

圖 2.2 給出了整個機電系統的概念。我們使用的直流電動機該裝置由 Maxon 製造，齒輪比為 1：6。增量式附在電機軸上的編碼器也用於測量電機的位置。磁盤。通過這種設置，每轉可獲得 600 個脈衝。我們的增量編碼器像大多數增量編碼器一樣，使用兩個輸出通道（A 和 B）來檢測位置。基於編碼器磁盤上的兩個代碼軌道（位置 90 相位差），正交編碼器的兩個輸出通道指示旋轉的位置和方向。因此，例如，如果 A 領先於 B，則磁盤沿順時針方向旋轉，同時如果 B 領先於 A，則磁盤正在旋轉沿逆時針方向。正交信號方案的另一個好處是其在一個編碼器週期內以電子方式將計數相乘的能力。主要是以下用於此目的：

- 所有計數均在通道 A 的上升沿生成
- 通道 A 的上升沿和下降沿均用於生成計數
- 通道 A 和通道 B 的上升沿和下降沿用於生成計數

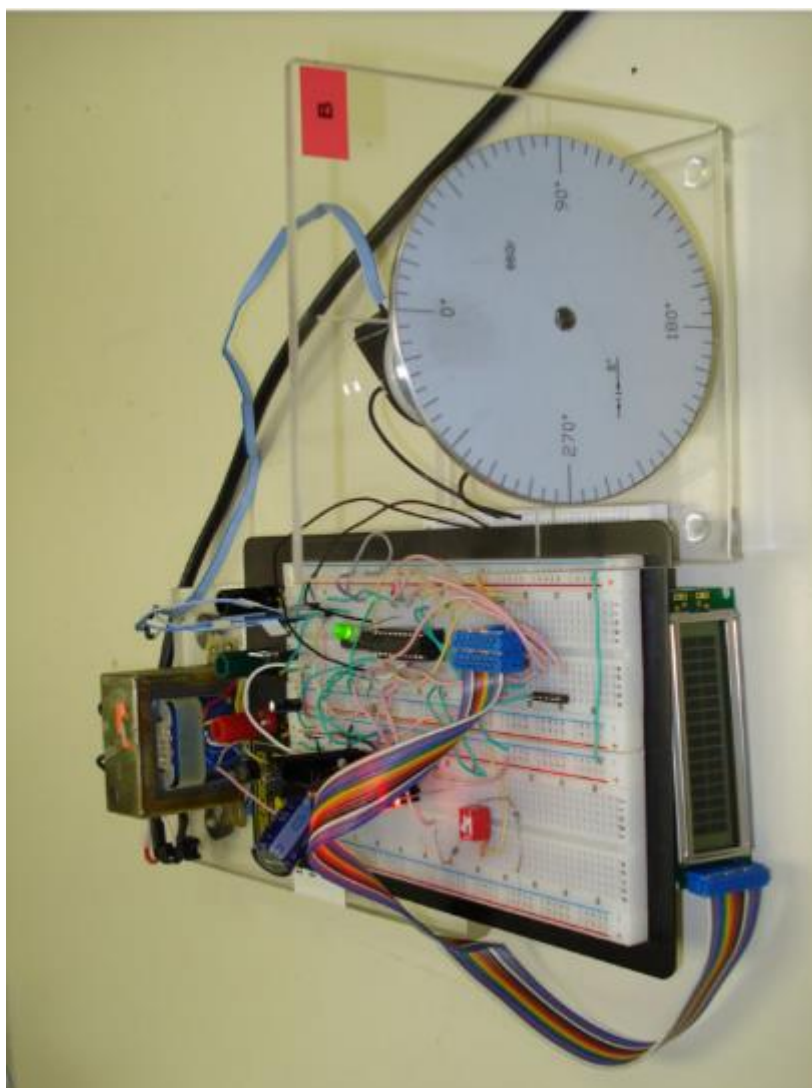


圖 2.2 實時實現設置

使用第二個或第三個選項，我們可以提高分辨率並從而提高控制精度。例如，如果使用第三個選項，分辨率提高了四倍，因此我們得到 2400 脈衝/轉。對於速度控制，如果選擇控制器作為比例控制器，則具有增益為 K_p 時，系統將按以下方式工作。首先選擇速度參考

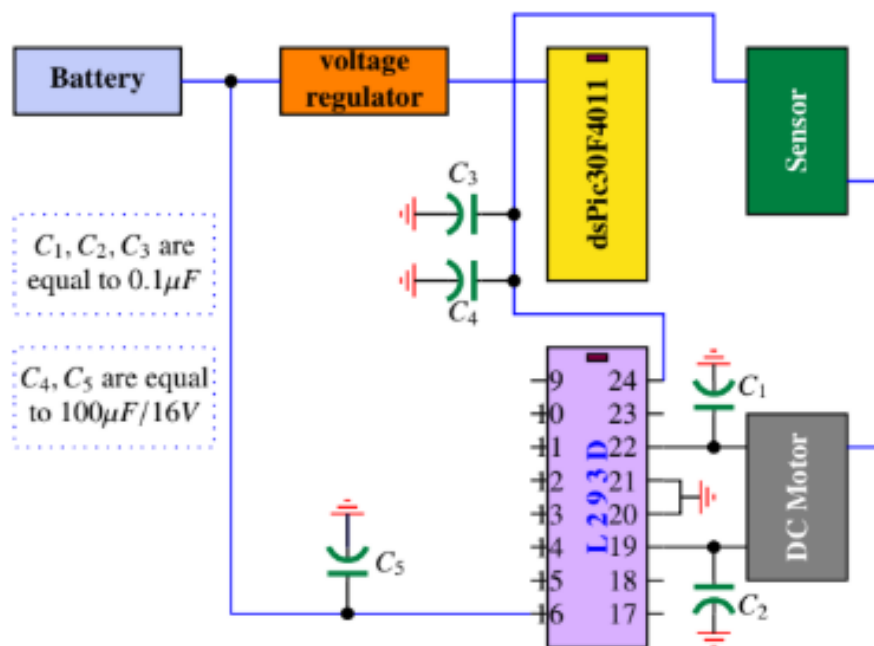


圖 2.3 直流電機套件的電子電路

說 100 轉/秒。在每次中斷時，微控制器都會讀取磁盤的速度，將其與參考進行比較併計算誤差。該誤差乘以增益 K_p 產生要傳送到直流電動機的電壓。自微控制器可以提供 0 至 5 V 的電壓，集成電路電動機驅動器 L293D 將僅提供 0 至 24 V 之間的電壓驅動電動機的動力。脈寬調製（PWM）技術用於這個案例。此技術用於生成可變寬度的脈衝，以表示我們應該提供給直流電動機的模擬輸入電壓的幅度。的 PWM 技術的特徵在於其占空比，可以指示信號打開時的時間分數。電壓或速度的控制通過調整佔空比可以獲得小磁盤。PWM 通過使開關比可變的方波，平均打開時間可能會有所不同 0 至 100%。圖 2.3 給出了電子電路的概念。

2.7.2 兩輪機器人

兩輪機器人的構想吸引了很多研究人員應對挑戰它提供了建模或控制功能。已經有不同類型的機器人由世界各地的研究實驗室開發。在我們的機電一體化實驗室，我們設計了一個實驗性實驗，用於我們的研究中我們的控制算法。該機器人結構緊湊，可以組裝或輕鬆，快速地拆卸。它由一個平台組成，在平台上裝有桿附在中間。整體安裝在牢固連接的兩個輪子上。

並由兩個相同類型的獨立直流電機驅動在以前的機電一體化系統中使用。這個機器人的主要部分是由鋁製成，以減輕機器人重量。一點點的電子線路與以前的系統相比，有點複雜。該電路安裝在麵包板並固定在平台上。一組獲得 24 V 電壓的電池用於提供本系統所需的各種穩壓電壓。電池已放入在電子設備和平台之間。

在某種意義上，該系統的電子電路與之前的電路類似機電系統，除此系統外，我們還需要更多組件有兩個直流電動機。電子電路圍繞 dsPIC30F4011 構建，編排和管理該系統不同部分的所有任務。為了這電子電路，我們需要更多的電壓，因為 LCD 和 L293D 需要 5 V

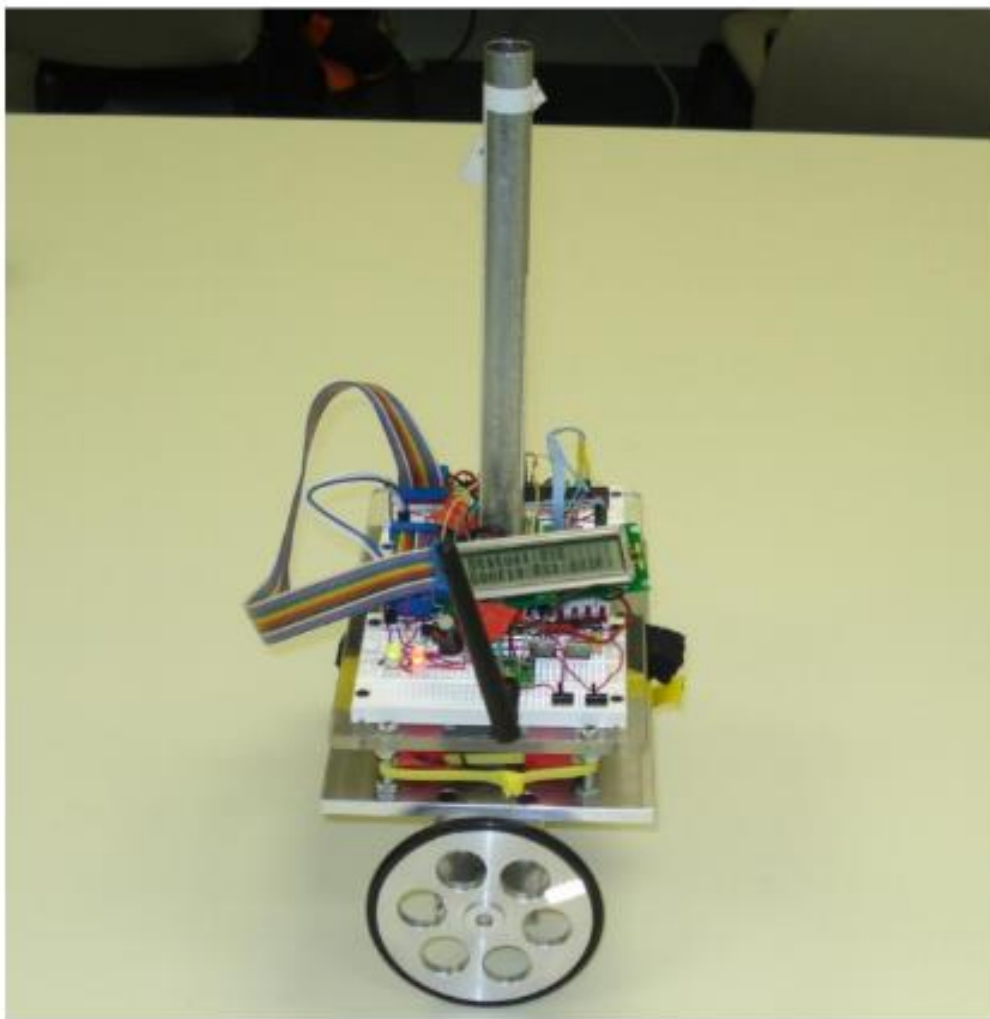


圖 2.4 平衡機器人

dsPIC30F4011 可以同時操作無線，加速計和陀螺儀需要 3.5 V

在兩個用於測量車輪和車輪位置的編碼器旁邊因此，使用機器人，加速度計和陀螺儀之一來測量機器人的傾斜度。目的是將機器人保持在垂直位置沿著期望的軌跡運動。所有這些都是通過控制直流電動機來完成的。的這裡也使用 PWM 技術來傳遞所需的生成電壓通過我們在 dsPIC 中實現的控制算法。

對機器人的引用可以通過程序輸入或通過無線發送使用電信系統。實驗了不同的控制算法在這個系統上。這些算法中的一些將在本書的其餘部分中開發。圖 2.4 給出了整個機電系統的概念，而圖 2.5 給出了關於電子電路的想法。該程序類似於直流電動機之一套件，但比較複雜且時間太長，無法在此處介紹。

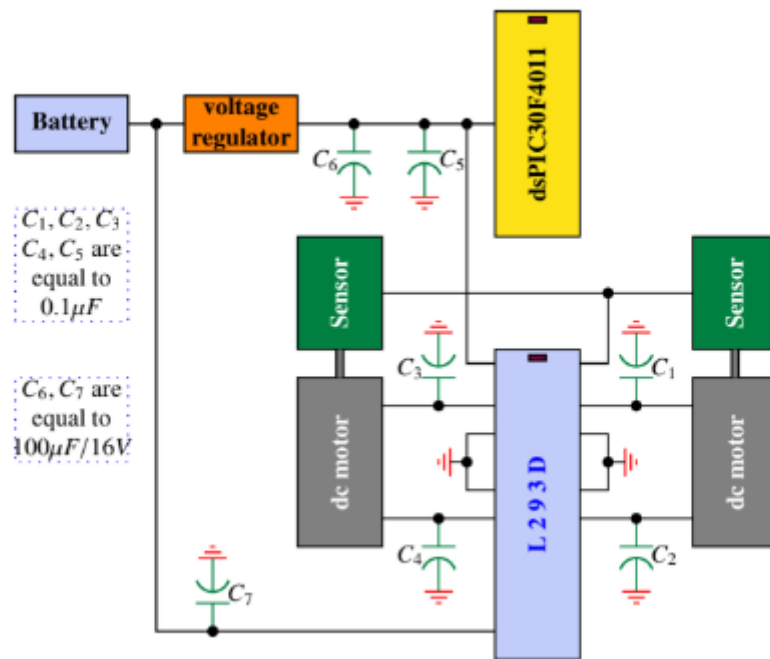


圖 2.5 平衡機器人的電子電路

2.7.3 磁懸浮

磁懸浮是一項具有廣泛應用的技術，吸引了許多這個領域的研究人員。例如，廣泛使用此技術的例子是在快速磁懸浮列車中，因為它可以減少摩擦，因此消除能量損失。在本節中，我們將開發一個使用此功能的系統技術並證明該原理有效。機電系統開發這裡由兩部分組成：固定的代表線圈的一部分我們想要放置的電磁力和鐵磁物體通過作用在線圈上產生的電磁力而在特定位置處該系統的目的是控制運動物體的垂直位置通過輸入電壓調節電磁鐵中的電流。物體使用霍爾效應傳感器測量位置。電路圍繞著 **dsPIC30F4011** 通過集成電路 **L298** 向線圈提供電流。與執行器的指令電壓成正比。圖 2.6 給出了整個機電系統。

2.8 結論

在本章中，我們介紹了機電一體化系統的不同組成部分我們提供了一些機電一體化系統，我們將在這裡使用它們來展示概念在本卷中開發。在設計階段可以使用的一些準則機電一體化系統的開發旨在為讀者提供一個想法並幫助他設計自己的系統。

2.9 問題

- 1.在這個問題上，我們想設計一種可以使用一個輪子，同時保持在垂直位置。提供這樣的設計機電系統。
- 2.太陽能是可以使用的替代能源。在這個問題上我們要求您設計一個太陽能係統，以最大程度地利用太陽能產生的能量。太陽能板。
- 3.在這個問題上，我們要求您設計一種昆蟲，該昆蟲的四條腿可以走路和行走同時避免障礙。
- 4.設計一個可能使用磁懸浮運動的小型汽車。給這種系統的不同部分。
- 5.在這個問題上，我們請您設計一架小型飛機，無人機在某個區域上空飛行時提供該區域的信息。枚舉此類系統中可能使用的不同部分。

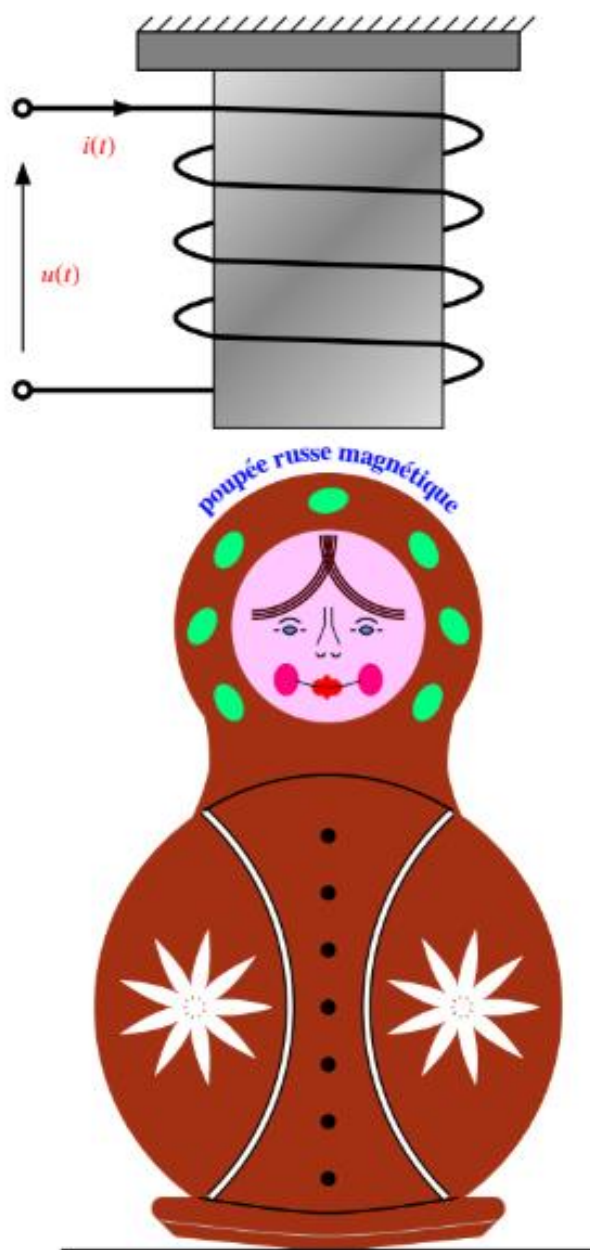


圖 2.6 磁懸浮系統

- 6.設計一條小船，使用操縱桿在小湖上移動。枚舉該系統的不同組件。
- 7.在這個問題上，我們要求設計一種可以控制以密封在水上的胡佛通過操縱桿通過發射器和接收器。

第二部分

造型

在此建模部分中，我們將介紹可用於描述我們想要控制以改善其動力的動力系統表演。如前所述，重點是控制連續微控制器的時間系統，我們可以使用以下之一表示：

1.傳遞函數

2.狀態空間表示

通常，輸入和輸出之間的關係描述為可以是線性或非線性的微分方程。對於單輸入單輸出線性時不變系統，傳遞函數 $G(s)$ 定義如下：

$$G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} \quad (2.1)$$

其中 s 是屬於復數 C ， $Y(s)$ 和 $R(s)$ 分別代表輸出 $y(t)$ 和輸入的拉普拉斯變換¹， $r(t)$ 分別為：

$$\begin{aligned} Y(s) &= \mathcal{L}[y(t)] \\ R(s) &= \mathcal{L}[r(t)] . \end{aligned}$$

輸入和輸出之間的關係如下：

$$Y(s) = G(s)R(s) \quad (2.2)$$

對於多輸入多輸出的情況，我們類似地得到以下關係：

$$Y(s) = G(s)R(s) \quad (2.3)$$

和

$$\begin{aligned} R(s) &= \begin{bmatrix} R_1(s) \\ \vdots \\ R_m(s) \end{bmatrix} \\ Y(s) &= \begin{bmatrix} Y_1(s) \\ \vdots \\ Y_p(s) \end{bmatrix} \\ G(s) &= \begin{bmatrix} G_{11}(s) & \cdots & G_{1m}(s) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{p1}(s) & \cdots & G_{pm}(s) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

其中 R_i ， Y_j 和 G_{ji} 分別代表第 i 個輸入，第 j 個輸出和當其他輸入固定為零時，它們之間的傳遞函數。

¹ 滿足適當假設的函數 $f(\cdot)$ 的拉普拉斯變換定義為

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(v)dv$$

注意，第 j 個輸出由以下表達式給出：

$$Y_j(s) = G_{j1}(s)R_1(s) + G_{j2}(s)R_2(s) + \cdots + G_{jm}(s)R_m(s) \quad (2.4)$$

這意味著輸出對不同輸入的依賴性。通常，我們也使用圖 2.7 的框圖來表示動態系統。



圖 2.7 連續時間系統框圖

狀態空間表示是表示關係的另一種方式在給定係統的輸入 $u(t) \in \mathbb{R}^m$ 和輸出 $y(t) \in \mathbb{R}^p$ 之間，我們可以通過進行一些數學轉換來獲得它微分方程或其對應的傳遞函數。它的一般結構是由：

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), x(0) = x_0 \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (2.5)$$

其中 A ， B ， C 和 D 是具有適當尺寸的常數實矩陣；和 $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 和 x_0 分別代表系統的狀態及其初始狀態（健康）狀況。

通常，以下框圖（見圖 2.8）用於表示動態狀態空間中的系統描述：

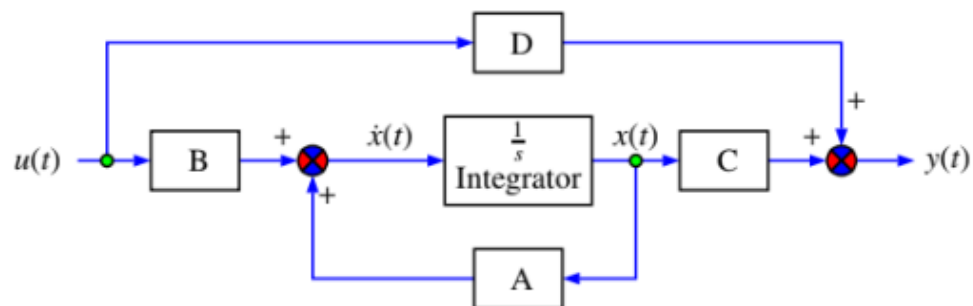


圖 2.8 連續時間線性系統框圖

這部分的目的是向讀者展示我們如何建立數學模型，給定動力學系統模型。該模型可以通過以下方式獲得實驗或使用物理定律進行一些特定的實驗，可能是用於確定輸入數學模型的適當參數通過這種方法獲得。

3

數學建模

閱讀完本章後，讀者將：

- 1.能夠為任何機電系統建立數學模型要么根據物理定律進行分析，
要么通過實驗識別技術
- 2.能夠使用以下方法為機電系統建立數學模型傳遞函數概念
- 3.能夠為任何給定的機電一體化建立狀態空間表示系統

閱讀完本章後，讀者將：↵

- 1.能夠為任何機電系統建立數學模型要么根據物理定律進行分析，
要么通過實驗識別技術↵
- 2.能夠使用以下方法為機電系統建立數學模型傳遞函數概念↵
- 3.能夠為任何給定的機電一體化建立狀態空間表示系統↵

眾所周知，數學建模是控制中的難題工程。在這一領域工作的大多數工程師對此表示贊同。任何實踐校準系統具有輸入和輸出。輸出是我們想要的變量控制或保持一定水平，而某些輸入是變量，我們可以採取行動來改變動力系統的輸出。其餘的輸入是被稱為我們無法控制的外部干擾。

數學模型是使用數學語言的表示，通常用微分方程或差分方程來描述行為動力系統。數學模型廣泛用於工程中

描述投入與產出之間關係的學科動態系統參數。

動力學系統的數學模型可以分為兩類：等待時間變量的處理方式。連續時間數學模型基於一組微分方程，這些微分方程對於任何時間變量，而離散時間數學模型可提供信息僅在選定的一組不同時間了解物理系統的狀態。

開發適當的模型來描述給定行為動態系統可以在不同的步驟中完成。第一步，輸入和選擇輸出變量。然後，在第二個適當的假設並確定這些變量之間的數學關係使用物理定律進行平整。需要進行一些實驗才能確定係統的參數。

在某些情況下，這種方法太複雜了，另一種替代方法為避免這種複雜性而採用。這種方法包括考慮動態醫療系統作為黑匣子和求助於識別技術。在其餘的在本章的內容中，我們將介紹這些技術，並向讀者展示如何處理一些動力學系統的數學建模。在這兩種情況下，我們將尋找我們可以得到的最簡單準確的模型，因為這將有助於分析和設計階段。

3.1 基於物理定律的數學建模

為了說明如何應用此技術，讓我們考慮一定數量的動力系統。作為第一個例子，讓我們考慮一下帶有機械裝置的直流電動機。我們希望在速度或位置上控制的負載。直流電動機代表位置控制伺服機構中最常用的執行器。它是指將電能轉換為機械能的裝置。塊圖 3.1 說明了驅動本例負載的直流電動機的原理圖。如果我們讓 $u(t)$ ， $i(t)$ 和 $\omega(t)$ 分別表示電樞的電壓，電流根據基本的電氣和力學定律如下：

$$\begin{cases} u(t) = Ri(t) + L_m \frac{di}{dt}(t) + K_w \omega(t) \\ J \frac{d\omega}{dt}(t) = K_t i(t) - b\omega(t) \end{cases} \quad (3.1)$$

其中 R ， L_m ， K_w ， K_t 分別代表電樞的電阻電樞的電感，電動勢常數，轉矩常數（in 在國際體系（IS）中，這兩個常數相等）， J 和 b 定義為：

$$\begin{aligned} J &= J_m + \frac{J_c}{n^2} \\ b &= b_m + \frac{b_c}{n^2} \end{aligned}$$

J_m 和 J_c 分別是轉子和負載的慣性矩，並且 b_m 和 b_c 是電動機和負載的阻尼比， n 是齒輪比。

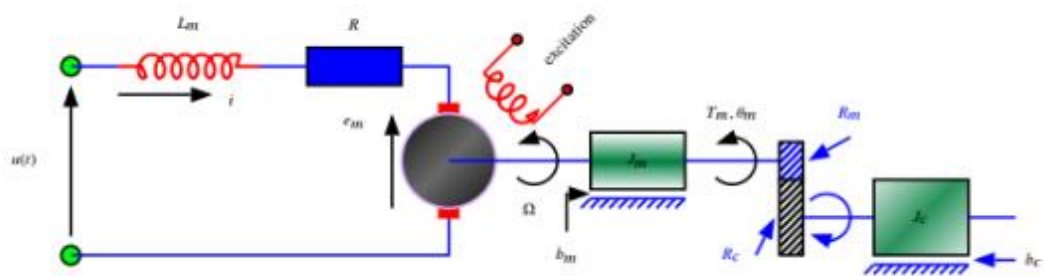


圖 3.1 直流電動機的框圖

3.1.1 傳遞函數的概念

如果我們使用初始條件等於零的拉普拉斯變換，我們將得到：

$$\begin{cases} U(s) = RI(s) + L_m sI(s) + K_w \Omega(s) \\ Js\Omega(s) = K_t I(s) - b\Omega(s) \end{cases} \quad (3.2)$$

其中 $U(s)$ ， $I(s)$ 和 $\Omega(s)$ 分別是 $u(t)$ ， $i(t)$ 和 $\omega(t)$ 。

結合這些關係和定義之間的傳遞函數速度 $\Omega(s)$ 和電壓 $U(s)$ ，我們得到：

$$G(s) = \frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{K_t}{(Js + b)(L_m s + R) + K_t K_w} \quad (3.3)$$

如果電樞電感 L_m 可以忽略，則傳遞函數變為：

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} \quad (3.4)$$

和

$$K = \frac{K_t}{Rb + K_t K_w}$$

$$\tau = \frac{JR}{Rb + K_t K_w}$$

備註 3.1.1 當電樞電感 L_m 可以忽略不計時，cal 模型可以簡化為一階系統，否則我們有二階一。在某些應用中，可能會發生驅動負載動態變化過大的情況與執行器相比慢，在這種情況下，執行器的動力是減少到簡單的收益。

備註 3.1.2 直流電動機的參數通常在其數據中可用片。一旦知道了負載的慣性和傳動比，所有的數據然後知道模型。同樣重要的是要提到數據表包含經過測試以獲得這些參數的樣本的平均數據。因此，考慮的執行器可能會在其模型中存在不確定性，可以通過選擇合適的控制器來補償。

還要注意，直流電動機的位置 $\theta(t)$ 是從速度獲得的， $\omega(t)$ ，通過使用：

$$\Theta(s) = \frac{\Omega(s)}{s}$$

其中 $\Theta(s) = \mathcal{L}[\omega(t)]$ 。

使用這個和電壓與速度之間的簡化模型，我們得到電壓與位置之間的以下關係：

$$G(s) = \frac{\Theta(s)}{U(s)} = \frac{K}{s(\tau s + 1)}$$

其中 K 和 τ 是先前定義的。

請注意，電壓之間的數學模型的先前關係速度可以重寫如下：

$$\begin{cases} \frac{di(t)}{dt} = -\frac{R}{L_m}i(t) - \frac{K_w}{L_m}\omega(t) + \frac{1}{L_m}u(t) \\ \frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{K_t}{J}i(t) - \frac{b}{J}\omega(t) \end{cases} \quad (3.5)$$

3.1.2 狀態空間描述

現在，如果讓 $x_1(t) = i(t)$ ， $x_2(t) = \omega(t)$ 和 $y(t) = x_2(t)$ ，我們得到：

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L_m} & -\frac{K_w}{L_m} \\ \frac{K_t}{J} & -\frac{b}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_m} \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (3.6)$$

給出以下標準形式：

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (3.7)$$

在哪

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L_m} & -\frac{K_w}{L_m} \\ \frac{K_t}{J} & -\frac{b}{J} \end{bmatrix}, \\ B = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_m} \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

系統的這種數學形式在文獻中稱為狀態空間表示。

備註 3.1.3 在此示例中，我們假設只能訪問速度這意味著 $C=[0 \ 1]$ 。如果我們只能訪問當前的或將兩個輸出變量分別變成相應的輸出矩陣 $C = [1 \ 0]$ ， $C=[1 \ 1]$

。

對於給出位置的狀態空間表示，請注意電壓與速度之間的數學模型之間的關係連接速度和位置的關係可以重寫如下：

$$\begin{cases} \frac{di}{dt}(t) = -\frac{R}{L_m}i(t) - \frac{K_w}{L_m}w(t) + \frac{1}{L_m}u(t) \\ \frac{dw}{dt}(t) = \frac{K_t}{J}i(t) - \frac{b}{J}\omega(t) \\ \frac{d\theta}{dt}(t) = \omega(t) \end{cases} \quad (3.8)$$

現在，如果讓 $x_1(t) = i(t)$ ， $x_2(t) = \omega(t)$ ， $x_3(t) = \theta(t)$ 和 $y(t) = x_3(t)$ ，我們得到：

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L_m} & -\frac{K_w}{L_m} & 0 \\ \frac{K_t}{J} & -\frac{b}{J} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_m} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \quad (3.9)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

給出標準格式 (3.7) 並帶有：

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L_m} & -\frac{K_w}{L_m} & 0 \\ \frac{K_t}{J} & -\frac{b}{J} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_m} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, C = [0 \ 0 \ 1].$$

要使用這些模型，我們需要知道每個模型中的不同參數。這在某些情況下可能難以衡量，因此另一種替代方法是需要。在下一節中，將通過使用標識來克服這種情況技術。

備註 3.1.4 重要的是要提到狀態空間描述不是唯一的，這意味著對於給定的系統，我們可以找到許多狀態空間描述。稍後將在本卷中對此問題進行說明。

備註 3.1.5 注意，通常，直流電動機的製造商應提供數據表中，我們可以找到與樣本對應的所有這些參數被選擇進行測試。這些參數可能與我們正在使用的直流電動機，這可能會導致建模錯誤。反饋意見控制將解決此類錯誤。

作為第二個示例，我們考慮 Segway 的模型（請參見[6]）。

dy-

該系統的動力學由兩個模型組成，在某些情況下將解耦

適當的假設。我們假設賽格威保持接近垂直方向
 低速行駛時車輪位置保持與車輪保持接觸地面，不要滑倒。
 在這些假設下，我們的賽格威動力將分為兩部分部分。第一個給出了傾斜和線性位移動力學的行為而第二個則控制航向動力學。現在，如果我們定義表 3.1 變量

表 3.1 變量定義

Variable	definition
$\psi(t)$	傾斜角度 [↺]
$x(t)$	線性位置 [↺]
$\theta_i(t)$	電動機的軸角 [↺]
$\theta_o(t)$	齒輪箱軸角 [↺]
$\theta(t)$	車輪的角度 [↺]
$T_i(t)$	直流電動機之一將 [↺]
$T(t)$	扭矩傳遞到齒輪箱 [↺]
$T(t)$	轉矩通過直流電動機之一傳遞到車輪 [↺]
$F(t)$	地面與每個車輪之間的合力 [↺]
$u_x(t)$	電動機的電壓輸入控制傾斜和線性位移 [↺]
r_w	後輪半徑 [↺]
M	一輪半機器人的 [↺]
M	質量 [↺]
m_b	機器人一半的質量 [↺]
m_w	車輪之一的質量 [↺]
m_w	機器人一半的慣性矩 [↺]
J_b	車輪之一的 [↺]
J_w	慣性矩 [↺]
d	電機軸與車身重心之間的 [↺]
K_t	距離 [↺]
K_e	電機的扭矩常數 [↺]
K_e	Motor 的反電動勢常數 [↺]
r_a	電機的電樞電阻 [↺]
r_g	變速箱齒輪比 [↺]
η	齒輪箱的效率 [↺]
C_f	旋轉阻尼常數 [↺]

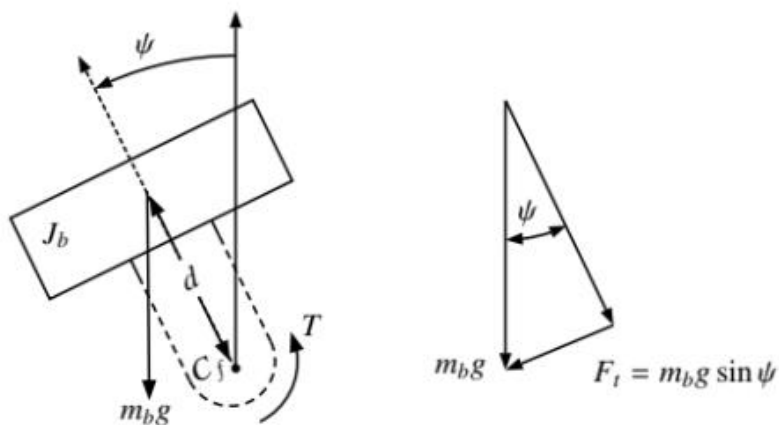
並注意到以下關係始終成立：

$$\begin{aligned}
M &= m_b + m_w \\
K_t &= K_e = K \\
x(t) &= r_w \theta(t) \\
\theta_i(t) &= r_g \theta_o(t) \\
\theta_o(t) &= \theta(t) + \psi(t) \\
F(t) &= M \ddot{x}(t)
\end{aligned}$$

我們有以下關係：

- 電機動力學

$$\begin{aligned}
T_i(t) &= K_t i(t) \\
i(t) &= \frac{u_x(t)}{r_a} - \frac{K_e \dot{\theta}_i(t)}{r_a} \\
T_i(t) &= K_t \left[\frac{u_x(t)}{r_a} - \frac{K_e \dot{\theta}_i(t)}{r_a} \right]
\end{aligned} \tag{3.11}$$



$$\begin{aligned}
J_b \ddot{\psi} &= \Sigma M \\
J_b \ddot{\psi} &= m_b g d \sin \psi + T - C_f \dot{\psi} - C_f \dot{\theta}
\end{aligned}$$

圖 3.2 傾斜動力學自由體圖

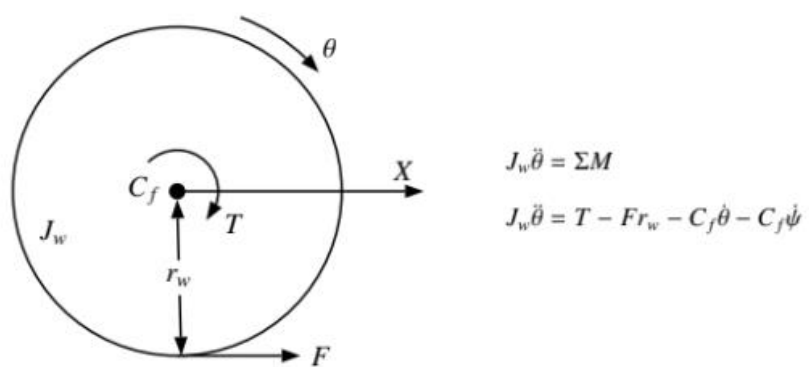


圖 3.3 車輪和線性位移自由體圖

- 施加在車輪上的扭矩

$$\begin{aligned}
T(t) &= \eta r_g T_i(t) \\
&= \frac{\eta r_g K u_x(t)}{r_a} - \frac{\eta r_g K^2}{r_a} \dot{\theta}_i(t) \\
T(t) &= \frac{\eta r_g K}{r_a} u_x(t) - \frac{\eta r_g^2 K^2}{r_a} \dot{\theta}(t) - \frac{\eta r_g^2 K^2}{r_a} \dot{\psi}(t) \\
&= \frac{\eta r_g K}{r_a} u_x(t) - \frac{\eta r_g^2 K^2}{r_a r_w} \dot{x}(t) - \frac{\eta r_g^2 K^2}{r_a} \dot{\psi}(t) \quad (3.12)
\end{aligned}$$

- 機器人傾斜動力學，參考圖 3.2，我們有：

$$\begin{aligned}
J_b \ddot{\psi}(t) &= m_b g d \sin(\psi(t)) + T(t) - C_f \dot{\psi}(t) - C_f \dot{\theta}(t) \\
&= m_b g d \sin(\psi(t)) + \frac{\eta r_g K}{r_a} u_x(t) - \frac{\eta r_g^2 K^2}{r_a r_w} \dot{x}(t) - \frac{\eta r_g^2 K^2}{r_a} \dot{\psi}(t) - C_f \dot{\psi}(t) - C_f \frac{\dot{x}(t)}{r_w} \\
\ddot{\psi}(t) &= \frac{m_b g d \sin(\psi(t))}{J_b} - \left[\frac{\eta r_g^2 K^2 + C_f r_a}{r_a J_b} \right] \dot{\psi}(t) - \left[\frac{\eta r_g^2 K^2 + C_f r_a}{r_a r_w J_b} \right] \dot{x}(t) + \frac{\eta r_g K}{r_a J_b} u_x(t)
\end{aligned}$$

如果我們假設 $\psi(t)$ 小，則得到 $\sin(\psi(t)) \approx \psi(t)$ ，這又意味著：

$$\begin{aligned}
\ddot{\psi}(t) &= \frac{\eta r_g K}{r_a J_b} u_x(t) + \frac{m_b g d}{J_b} \psi(t) - \left[\frac{\eta r_g^2 K^2 + C_f r_a}{r_a J_b} \right] \dot{\psi}(t) \\
&\quad - \left[\frac{\eta r_g^2 K^2 + C_f r_a}{r_a r_w J_b} \right] \dot{x}(t) \quad (3.13)
\end{aligned}$$

- 機械手車輪和線性位移動力學，請參見圖 3.3

$$\begin{aligned}
J_w \ddot{\theta}(t) &= T(t) - F(t) r_w - C_f \dot{\theta}(t) - C_f \dot{\psi}(t) \quad (3.14) \\
&= \frac{\eta r_g K}{r_a} u_x(t) - \frac{\eta r_g^2 K^2}{r_a r_w} \dot{x}(t) - \frac{\eta r_g^2 K^2}{r_a} \dot{\psi}(t) - r_w M \ddot{x}(t) - \frac{C_f}{r_w} \dot{x}(t) - C_f \dot{\psi}(t)
\end{aligned}$$

依次得到：

$$\left[\frac{J_w}{r_w} + M r_w \right] \ddot{x}(t) = \frac{\eta r_g K}{r_a} u_x(t) - \left[\frac{\eta r_g^2 K^2 + C_f r_a}{r_a} \right] \dot{\psi}(t) - \left[\frac{\eta r_g^2 K^2 + C_f r_a}{r_a r_w} \right] \dot{x}(t)$$

最後，我們獲得：

$$\begin{aligned}
\ddot{x}(t) &= \left[\frac{\eta r_w r_g K}{r_a (J_w + M r_w^2)} \right] u_x(t) - \left[\frac{\eta r_w r_g^2 K^2 + C_f r_w r_a}{r_a (J_w + M r_w^2)} \right] \dot{\psi}(t) \\
&\quad - \left[\frac{\eta r_g^2 K^2 + C_f r_a}{r_a (J_w + M r_w^2)} \right] \dot{x}(t) \quad (3.15)
\end{aligned}$$

如果我們定義 $\mathbf{x}(t) = [\phi(t) \ \dot{\phi}(t) \ x(t) \ \dot{x}(t)]^T$ 和 $\mathbf{y}(t) = [\phi(t) \ x(t)]^T$ ，我們得到以下狀態空間表示：

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u_x(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t)\end{aligned}$$

哪裡

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{m_b g d}{J_b} & -\frac{\eta r_g^2 K^2 + C_f r_a}{r_a J_b} & 0 & -\frac{\eta r_g^2 K^2 + C_f r_a}{r_a r_w J_b} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{\eta r_w r_g^2 K^2 + C_f r_w r_a}{r_a (J_w + M r_w^2)} & 0 & \frac{\eta r_g^2 K^2 + C_f r_a}{r_a (J_w + M r_w^2)} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\eta r_g K}{r_a J_b} \\ 0 \\ \frac{\eta r_w r_g K}{r_a (J_w + M r_w^2)} \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

現在，我們將建立表示航向角動態的模型。機器人考慮到必須施加相等但相反的扭矩通過兩個電機來在機器人上引起純粹的旋轉運動，而無需影響其傾斜度和線性位置。因此，必須使用相等但相反的電壓施加到兩個電機上，該電壓作為該系統的輸入。這裡，我們假設機器人保持在垂直位置，並且繞垂直軸的慣性矩不變。如果我們介紹表 3.2 的其他變量，並再次注意以下情況：

表 3.2 變量定義

Variable	definition
$\delta(t)$	航向角 \leftarrow
$x_r(t)$	右輪的線性位置 \leftarrow
$x_l(t)$	左輪的線性位置 \leftarrow
$\theta_r(t)$	右輪角 \leftarrow
$\theta_l(t)$	左輪角度 \leftarrow
$T_r(t)$	正確的直流電動機輸出的扭矩 \leftarrow
$T_l(t)$	左直流電動機輸出的扭矩 \leftarrow
$F_r(t)$	右輪驅動力 \leftarrow
$F_l(t)$	左輪驅動力 \leftarrow
$u_r(t)$	右電機電壓輸入 \leftarrow
$u_l(t)$	左電機電壓輸入 \leftarrow
$u_h(t)$	電機的電壓輸入控制方向 \leftarrow
J_d	機器人繞垂直軸的轉動慣量 \leftarrow
S	輪距 \leftarrow

3.數學建模

$$\begin{aligned}
 x_r(t) &= r_w \theta_r(t) \\
 x_l(t) &= r_w \theta_l(t) \\
 \delta(t) &= \left[\frac{x_l(t) - x_r(t)}{S} \right] \\
 u_l(t) &= -u_r(t) = u_h(t) \\
 u_l(t) - u_r(t) &= 2u_h(t)
 \end{aligned}$$

我們有以下關係：

- 從（3.14）開始，求解 $F(t)$ ，我們有：

$$\begin{aligned}
 F(t) &= \frac{T(t) - J_w \ddot{\theta}(t) - C_f \dot{\theta}(t) - C_f \dot{\psi}(t)}{r_w} \\
 &= \frac{\eta r_g K}{r_a r_w} u(t) - \left[\frac{\eta r_g^2 K^2 + C_f r_a}{r_a r_w} \right] \dot{\psi}(t) - \left[\frac{\eta r_g^2 K^2 + C_f r_a}{r_a r_w^2} \right] \dot{x}(t) - \frac{J_w}{r_w} \ddot{\theta}(t)
 \end{aligned}$$

now making reference to left and right, we get:

$$\begin{aligned}
 F_l(t) &= \frac{\eta r_g K}{r_a r_w} u_l(t) - \left[\frac{\eta r_g^2 K^2 + C_f r_a}{r_a r_w} \right] \dot{\psi}(t) - \left[\frac{\eta r_g^2 K^2 + C_f r_a}{r_a r_w^2} \right] \dot{x}_l(t) - \frac{J_w}{r_w} \ddot{\theta}_l(t) \\
 F_r(t) &= \frac{\eta r_g K}{r_a r_w} u_r(t) - \left[\frac{\eta r_g^2 K^2 + C_f r_a}{r_a r_w} \right] \dot{\psi}(t) - \left[\frac{\eta r_g^2 K^2 + C_f r_a}{r_a r_w^2} \right] \dot{x}_r(t) - \frac{J_w}{r_w} \ddot{\theta}_r(t)
 \end{aligned}$$

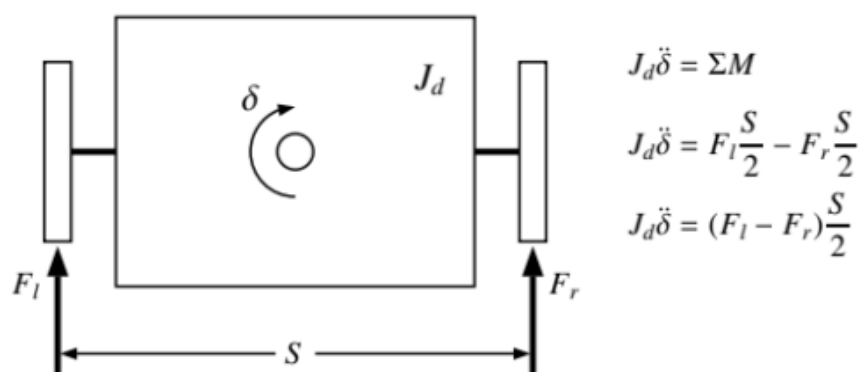


圖 3.4 航向動力學自由體圖

• 參考圖 3.4，我們得到：

$$\begin{aligned}
 J_d \ddot{\delta}(t) &= [F_l(t) - F_r(t)] \frac{S}{2} \\
 &= \frac{\eta r_g K S}{2 r_a r_w} [u_l(t) - u_r(t)] + \left[\frac{\eta S r_g^2 K^2 + S C_f r_a}{2 r_a r_w^2} \right] [\dot{x}_r(t) - \dot{x}_l(t)] + \frac{J_w S}{2 r_w} [\ddot{\theta}_r(t) - \ddot{\theta}_l(t)] \\
 &= \frac{\eta r_g K S}{r_a r_w} u_h(t) - \left[\frac{\eta S^2 r_g^2 K^2 + S^2 C_f r_a}{2 r_a r_w^2} \right] \dot{\delta}(t) - \frac{J_w S^2}{2 r_w^2} \ddot{\delta}(t)
 \end{aligned}$$

依次得到：

$$\left[J_d + \frac{J_w S^2}{2 r_w^2} \right] \ddot{\delta}(t) = \frac{\eta r_g K S}{r_a r_w} u_h(t) - \left[\frac{\eta S^2 r_g^2 K^2 + S^2 C_f r_a}{2 r_a r_w^2} \right] \dot{\delta}(t)$$

最後，我們獲得：

$$\ddot{\delta}(t) = \left[\frac{2 \eta r_w r_g K S}{r_a (2 J_d r_w^2 + J_w S^2)} \right] u_h(t) - \left[\frac{\eta S^2 r_g^2 K^2 + S^2 C_f r_a}{r_a (2 J_d r_w^2 + J_w S^2)} \right] \dot{\delta}(t) \quad (3.16)$$

如果我們定義 $\mathbf{x}_h(t) = \delta(t) \quad \dot{\delta}(t)$ 並且 $\mathbf{y}_h(t) = \delta(t)$ ，我們得到以下狀態空間表示：

$$\begin{aligned}
 \dot{\mathbf{x}}_h(t) &= \mathbf{A}_h \mathbf{x}_h(t) + \mathbf{B}_h u_h(t) \\
 \mathbf{y}_h(t) &= \mathbf{C}_h \mathbf{x}_h(t)
 \end{aligned}$$

最後一個例子是磁懸浮系統。該系統由圖 4.10。表 3.3 匯總了該系統的數據。

表 3.3 磁懸浮系統數據

Variable	value
R	62.7 Ω
L	60 mH
m (object mass)	7.64 g
diameter of the permanent magnet	9 mm

令 $x(t)$ 表示從 t 的底部開始測量的時間 t 處物體的位置。
線圈。運動物體的動力學由以下微分描述方程：

$$m\ddot{x}(t) = mg - F_c - F_p \quad (3.17)$$

其中 g 是重力， F_c 和 F_p 分別是由線圈和永磁體。

備註 3.1.6 重要的是要注意磁力 F_c 的方向與線圈中電流的方向相關。

如果我們用 $i(t)$ 表示在時間 t 處的電流，則電流 F_c 指向 S 時間 t 具有以下表達式：

$$F_c(t) = k_c \frac{i^2(t)}{x^2(t)}$$

永久力 F_p 由以下表達式給出：

$$F_p(t) = k_p \frac{1}{x^2(t)}$$

使用這些表達式，我們得到：

$$m\ddot{x}(t) = mg - k_c \frac{i^2(t)}{x^2(t)} - k_p \frac{1}{x^2(t)} \quad (3.18)$$

另一方面，我們在電流 $i(t)$ 和施加電壓 $u(t)$ ：

$$u(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt}$$

如果我們忽略了線圈的影響，則這種關係變為：

$$u(t) = Ri(t)$$

動態變為：

$$m\ddot{y}(t) = mg - k^c \frac{y_5(t)}{n_5(t)} - k^b \frac{y_5(t)}{l} \quad (3.19)$$

對於輸出方程式，請注意，我們有一個霍爾效應傳感器，它會產生一個電壓是物體位置 $x(t)$ 的函數，因此是函數 B 的磁場 B （兩個磁場之和（一個磁場是線圈的磁場由於永磁體））。如果我們用 $y(t)$ 表示該電壓並使用數據表這個傳感器，我們得到：

$$y(t) = 0.003125B + 2.5$$

其中 B 以高斯為單位（1 Telta = 1000 Gauss）。

給出以下內容：

$$y(t) = 31.25B + 2.5$$

其中 B 是在 Tesla 中測量的。可以證明，總磁場的表達式為：

$$B = C_p \frac{1}{x^3(t)} + C_b i(t) + C_1 + C_2$$

其中 $C_p = -1.9446 \cdot 10^{-8}$ ， $C_b = -0.1671$ ， $C_1 = -0.011027$ 和 $C_2 = 0.003568$ 。總之，傳感器的輸出如下：

$$y(t) = \left[\frac{1}{0.032} \left[C_p \frac{1}{x^3(t)} + C_b i(t) + C_1 + C_2 \right] \right] + 2.5$$

可以看出，該模型是非線性的，我們將在本卷中介紹的理論無濟於事。因此，需要在平衡點周圍進行線性化。在平衡點，物體的速度和加速度等於零電流在時間上是恆定的，總力等於引力。使用此動態和先前的動態，我們得到：

$$\begin{cases} \dot{x}^2(t) = \text{sign}(u(t)) \frac{k_c}{mgR^2} u^2(t) + \frac{k_p}{mg} \\ y(t) = \left[\frac{1}{0.032} \left[C_p \frac{1}{x^3(t)} + C_b i(t) + C_1 + C_2 \right] \right] + 2.5 \end{cases}$$

使用這些條件和一些適當的實驗，我們可以確定 k_c 和 k_p 的值，這些值由下式給出：

$$\begin{aligned} k_c &= 5.9218 \cdot 10^{-4} \\ k_p &= 4.0477 \cdot 10^{-6}. \end{aligned}$$

在平衡點，物體佔據一個固定位置 x_e ，該位置對應到電壓 u_e ($u_e = R i_e$)。傳感器提供的相應電壓是。在該平衡點附近 (x_e ， u_e ，即 y_e)，系統具有線性行為。線性化模型由 ([1]) 給出：

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases}$$

哪裡

$$\begin{aligned}
x(t) &= \begin{bmatrix} x_1(t)(position) \\ x_2(t)(velocity) \end{bmatrix} \\
A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{2[\text{sign}(u_r)k_c u_r^2 + k_p R^2]}{mR^2 x_r^3} & 0 \end{bmatrix} \\
B &= \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-2\text{sign}(u_r)k_c u_r}{mR^2 x_r^2} \end{bmatrix} \\
C &= \begin{bmatrix} \frac{-3C_p}{0.032x_r^4} & 0 \end{bmatrix} \\
D &= \frac{C_b}{0.032R}
\end{aligned}$$

3.2 識別

從前面的示例中可以看出，我們可以用於分析和設計的數學模型並非易事，甚至如果我們可以從物理定律中獲得模型，則不同參數的值該模型可能無法獲得，因此分析模型毫無用處。系統識別是一個過程，通過該過程數學描述從測試數據中提取動態系統。識別的目標構造一個算法，該算法將允許根據觀察到的結果建立數學模型數據。主要是我們要建模的系統被視為黑匣子，其中包含一些在某些有限時刻收集的輸入和輸出。為給定的線性時不變系統建立適當的模型可以分為兩個步驟。首先，模型的結構可能適合選擇收集的數據，然後確定該模型的參數。識別問題可以描述如下：給定 N 個樣本對 $u(k), y(k)$ 其中 $u(k)$ 和 $y(k)$ 分別表示收集的輸入和輸出通過實際系統上的實驗，我們希望確定係統的參數所選模型的大小，使其與真實係統充分匹配。

3.2.1 傳遞函數法

我們可以用來構建具有傳遞函數的模型的方法之一描述是最小二乘系統標識。展示此算法如何起作用，讓我們假設所選模型的結構由下式給出：

$$G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_1 z^{n-1} + b_2 z^{n-2} + \dots + b_n}{z^n - a_1 z^{n-1} - \dots - a_n}$$

其中 $Y(z)$ 和 $U(z)$ 分別是輸出 $y(k)$ 和 $u(k)$ 的 Z-transform, a_1, \dots, a_n 和 b_1, \dots, b_n 是我們必須確定的模型參數。使用 Z-transform 逆，我們得到以下模型：

$$\begin{aligned}
y(k) &= a_1 y(k-1) + a_2 y(k-2) + \dots + a_n y(k-n) \\
&\quad + b_1 u(k-1) + b_2 u(k-2) + \dots + b_n u(k-n)
\end{aligned}$$

識別程序的目的是確定模型參數-從輸入的測量結果中得出的值， $u(k)$ ， $k=0, 1, \dots, N$ 和相應的輸出 $y(k)$ ， $k=0, 1, \dots, N$ 。為此，讓：

$$\theta = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_n \ b_1 \ b_2 \ \dots \ b_n] \quad (3.20)$$

現在讓我們假設我們收集了 $N+1$ 個測量對：

$$(u(0), y(0)), (u(1), y(1)), \dots, (u(N), y(N))$$

和 $N > n$.