

# Tema 9

1.

$$a) \exists x (x \in z + z) y$$

$$z + z$$

$$b) (x + y) \{ x \in z + z, y \in x + y \}$$

$$z + z + x + y$$

$$c) (x y) \{ x \in z + z y$$

$$(z + z) y$$

$$d) (\neg P(x, y) \Leftrightarrow (\forall x \exists y \forall z ((P(y, z) \vee Q(x, y, z)) \Rightarrow (R(x, z, y) \vee \neg P(x, z)))) \Rightarrow (R(x, z, y) \vee \neg P(x, z)))$$

$$x, y = \text{var. libre}$$

$$x, y, z = \text{var. ligate}$$

$$x, y, z =$$

$$P, Q, R \in P$$

$$\begin{aligned} & (\neg P(x, y)) \Leftrightarrow (\forall x \exists y \forall z ((P(y, z) \vee Q(x, y, z)) \Rightarrow (R(x, z, y) \vee \neg P(x, z)))) \\ \Rightarrow & (R(x, z, y) \vee \neg P(x, z)) \\ = & (\neg P(z + z, x y)) \Leftrightarrow (\forall x \exists y \forall z ((P(y, z) \vee Q(x, y, z)) \Rightarrow (R(x, z, y) \vee \neg P(x, z)))) \\ & Q(x, y, z) \Rightarrow (R(x, z, y) \vee \neg P(x, z)) \end{aligned}$$

2.

$$\theta = \{x \leftarrow x+5, y \leftarrow 2x+3, z \leftarrow y+u\}$$

$$\sigma = \{x \leftarrow 3x+3, z \leftarrow u+v, v \leftarrow x+2y\}$$

$$\lambda = \{y \leftarrow x+v, u \leftarrow 3y, v \leftarrow 4z\}$$

$$F \equiv (P(x, y) + z) \Rightarrow ((Q(u, v), x+y) \wedge P(x, y))$$

$$G \equiv \exists v (P(x, y, z) \Rightarrow ((Q(u, v), x+y) \wedge P(x, y)))$$

$$a) \theta\sigma = \{x \leftarrow 3x+8, y \leftarrow 2x+3, z \leftarrow y+u\} \cup \{z \leftarrow u+v, v \leftarrow x+2y\}$$

$$\theta\sigma = \{x \leftarrow 3x+8, y \leftarrow 2x+3, z \leftarrow y+2u+v, v \leftarrow x+2y\}$$

~~theta lambda~~

$$\theta\lambda = \{x \leftarrow x+5, y \leftarrow 2x+3+x+v, z \leftarrow y+u\} \cup$$

$$\{x \leftarrow u+v, v \leftarrow x+2y, u \leftarrow 3y, v \leftarrow 4z\}$$

$$\theta\lambda = \{x \leftarrow x+5, y \leftarrow 2x+3+x+v, z \leftarrow y+u, u \leftarrow 3y, v \leftarrow 4z\}$$

$$\theta(\sigma\lambda) = \{x \leftarrow x+5, y \leftarrow 2x+3, z \leftarrow y+u\} \cup$$

$$\{x \leftarrow 3x+3, z \leftarrow u+v, v \leftarrow x+2y\} \cup \{y \leftarrow x+v, u \leftarrow 3y, v \leftarrow 4z\}$$

$\theta(\sigma\lambda)$

$\{x \leftarrow$   
 $y \leftarrow$

$\theta(\sigma$

$(\theta\sigma)$

$(\theta\sigma)$

$u \leftarrow$

b)

=

$P C$

= C

$P C$

$G_{\sigma}$

=

$P C$

$$\theta(\sigma\lambda) = \{x \leftarrow x+5, y \leftarrow 2x+3, z \leftarrow y+u\} \cup$$

$$\{x \leftarrow 3x+3, z \leftarrow u+v, v \leftarrow x+2y+z, \\ y \leftarrow x+v, u \leftarrow 3z\}$$

$$\theta(\sigma\lambda) = \{x \leftarrow 4x+8, y \leftarrow 3x+v+3, z \leftarrow y+u+v, \\ v \leftarrow x+2y+z, u \leftarrow 3z\}$$

$$(\theta\sigma)\lambda = \{x \leftarrow 4x+8, y \leftarrow 2x+3, z \leftarrow y+2u+v, v \leftarrow x+2y\} \\ \cup \{y \leftarrow x+v, u \leftarrow 3z, v \leftarrow 4z\}$$

$$(\theta\sigma)\lambda = \{x \leftarrow 4x+8, y \leftarrow 3x+3+v, z \leftarrow y+2u+v, \\ u \leftarrow 3z, v \leftarrow x+2y+4z\}$$

$$\begin{aligned} b) F_{\theta} &= (P(x, y+z) \Rightarrow (Q(uv, x+y) \wedge P(x, y))) \\ &= (P(x+5, 2x+3+y+u) \Rightarrow (Q(uv, x+5+2x+3) \wedge \\ &P(x+5, 2x+3))) = \\ &= (P(x+5, 2x+3+y+u) \Rightarrow (Q(uv, 3x+8) \wedge \\ &P(x+5, 2x+3))) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G_{\theta} &= \exists v (P(x, y+z) \Rightarrow (Q(uv, x+y) \wedge P(x, y))) \\ &= \exists v (P(3x+3, y+u+v) \Rightarrow (Q(uv, 3x+3+y) \wedge \\ &P(3x+3, y)) \leq \exists x (P(x, x) \end{aligned}$$



$$3. \quad \mathcal{F} = \{ +_{12}, -_{12} \} *_{12} \mathcal{G}$$

$$\mathcal{P} = \{ =_{12}, <_{12} \} <_{12} \mathcal{G}$$

$$\mathcal{C} = \{ 0, 1 \}^{\mathcal{G}}$$

$$1) (x + (-y)) * z$$

$$2) (x * y + (-z)) \leq (-z + 1) * 0$$

$$3) (x * (y + z)) = (x * y) + (x * z)$$

$$3. \quad \mathcal{G}(x) =$$

• în universal numerele naturale:

$$1. \quad x +_{12} y = "+" \text{ (adunare nr nat.)}$$

$$x *_{12} y = "*" \text{ (înmulțire)}$$

$$+_{12} \text{ (adunare a 2 numere)}$$

$$-_{12} \text{ (scădere a numărului)}$$

$$*_{12} \text{ (înmulțirea a 2 numere)}$$

$$=_{12} \text{ (verificare egalitate între 2 numere)}$$

$$<_{12} \text{ (verificare dacă primul nr este mai mic decât al doilea)}$$

$$\leq_{12} \text{ (verificare dacă primul număr este mai mic sau egal cu al doilea)}$$

~~1.1) - elementul nul~~

$$x = 4$$

$$y = 3$$

$$z = 2$$

$$x = 6$$

$$y = 2$$

$$z = 0$$

$$1) (x + (-y)) * z = (4 + (-3)) * 2 = 1 * 2 = 2$$

2) ~~11b~~  $(x + (-y))$

$$2) (x * y + (-z)) \leq (-z + 1) * 0$$

$$(4 * 3 + (-2)) \leq (-2 + 1) * 0$$

$$10 \leq 0 \quad (F)$$

$$3) (x * (y + z)) = (x * y) + (x * z)$$

$$(4 * (3 + 2)) = (4 * 3) + (4 * 2)$$

$$(4 * 5) = 12 + 12$$

$$20 = 24 \quad (F)$$

7.6

\*

Întrebare II-a interprete în termeni de simboluri  
mai puțin "+" și "\*" care sînt solubile.

înversarea

$$x = 5$$

$$y = 2$$

$$z = 3$$

$$1) (x + (-y)) * z = (5 + (-2)) * 3 = 3 * 3 = 9$$

$$2) (x * y + (-z)) \leq (-z + 1) * 0$$

$$(5 * 2 + (-3)) \leq (-3 + 1) * 0$$

$$(5 * (-6)) \leq (-3) * 0$$

$$-1 \leq -3 \text{ (A)}$$

$$3) (x * (y + z)) = (x * y) + (x * z)$$

$$(5 * (2 + 3)) = (5 * 2) + (5 * 3)$$

$$5 * 5 = 7 + 8$$

$$11 = 15$$

• În universul polinoamelor cu o variabilă peste numerele reale

$$x = 2x^2 + 3x - 2$$

$$y = x + 1$$

$$z = x + 2$$

$$v = x - 2$$

$$1) (x + (-z)) * 2 + v =$$

$$= (-2 + (-1)) * 2 - 2 =$$

$$= (-3) * 2 - 2 =$$

$$= -6 - 2 = -8$$

$$2) (x * y + (-z)) \leq (-z + 1) * 0 * v$$

$$(-2 * 1 + (-2)) \leq (-2 + 1) * 0 * v$$

$$-4 \leq 0 \text{ (F)}$$

$$3) (x * (y + z)) = (x * y) + (x * z) * v$$

$$(-2 * (1 + 2)) = (-2 * 1) + (-2 * 2) * (-2)$$

$$(-2 * 3) = (-2) + (-4) * (-2)$$

$$-6 = (-2) + (-8)$$

$$-6 = -10 \text{ (F)}$$

+ - adunare

- - ~~scădere~~ scădere

\* - înmulțire

= - egalitate

< - să fie verificat  
primul termen

ca al doilea

≤ - verificabil

primul termen

mai mic

nu egal ca al doilea

x =

y

z

v

1)

2)

3)



$$x = 1$$

$$y = 1$$

$$z = 1$$

$$v = 0$$

$$1) (x + (-y)) * z + v$$

$$-1 * 0 = 0$$

$$2) (x * y + (-z)) + v \leq (-1 + 1) * 0 + v$$

$$(1 * 1 + (-1)) + 0 \leq 0 * 0$$

$$0 \leq 0 \quad (A)$$

$$3) (x * (y + z)) + v = (x * y) + (x * z) + v$$

$$(1 * (1 + 1)) + 0 = (1 * 1) + (1 * 1) + 0$$

$$2 = 2 + 0$$

$$2 = 0 \quad (F)$$

• În universal și universal

+ - consistență

-- ~~este~~ primul este eliminat

\* - ~~este de~~ consistență și interpret

$\Rightarrow \leq$

comparație este mai

$$x = \text{ona} \quad y = \text{are} \quad z = \text{mere}$$

$$1) \text{ona} + \text{are} * \text{mere} = \text{meronare}$$

$$2) \text{ona} * \text{are} + \text{are} \leq (\text{are} + 1) * 0$$

$$\text{areonare} \leq 0 \quad (F)$$

$$3) (\text{ona} * (\text{are} + \text{mere})) = (\text{ona} * \text{are}) + (\text{ona} * \text{mere})$$

$$(\text{ona} * \text{areonare}) = \text{areonare} + \text{meronare} \quad \text{areonareonare} = \text{areonareonare} \quad (A)$$

+ înmulțire

- - spun numărul

\* - stăruie

= - verificare explicită

< - verifică primul elem

mai mic la al doilea

$\leq$  - Verificare primul elem mai mic sau egal la al doilea

$$x = \text{pers} \quad y = \text{is} \quad z = \text{se}$$

+ și \* reprezintă în restul simbolurilor  
homonim cu simbolii semnificație

$$1) (\text{pers} + \text{se}) * \text{is}$$

$$2) (\text{pers} * \text{is}) + \text{se} \leq (\text{se} + 1) * 0$$

$$3) (\text{pers} * (\text{is} + \text{se})) = (\text{pers} * \text{is}) + (\text{pers} * \text{se})$$

• În universul multilor

+ - reuniune

- - ~~elemente~~ dintr-o mulțime și dintr-o mulțime  
0 sau 1 stea se elimină

\* - intersecție

= - su submulțime

< - membrul stâng are mai puține elemente  
ca cel drept

≤ - membrul stâng are mai puțin sau egal  
ca membrul din dreapta.

$$x = \{0, 1, 2\} \quad y = \{0, 7\} \quad z = \{1\}$$

$$1) (\{0, 1, 2\} + \{7\}) * \{1\}$$



$$2) (\{0,1,2\} * \{0,7\} + \{7\} \leq \{1\} * \{0\})$$

$$\{0\} \leq \{7\} \quad (F)$$

$$3) (\{0,1,2\} * (\{0,7\} + \{1\})) = (\{0,1,2\} * \{0,7\}) + (\{0,1,2\} * \{1\})$$

$$\{0,1\} = \{0,1\} \quad (A)$$

+ si \* e imensurabil restul simbolurilor  
soluția este

$$x = \{0\} \quad y = \{7\} \quad z = \{7\}$$

$$1) (\{0\} + \{7\}) * \{7\}$$

$$\{7\}$$

$$2) (\{0\} * \{7\} + \{7\}) \leq \{7\} * \{7\}$$

$$\{7\} \leq \{0\} \quad (F)$$

$$3) (\{0,1,2\} * (\{7\} + \{0\})) = (\{0,1,2\} * \{7\}) + (\{0,1,2\} * \{0\})$$

$$\{0,1,2\} = \{0,1,2\} \quad (A)$$