1.解題說明: 想法(How to do?)陳述，並舉例說明

這段程式碼定義了 Polynomial 類別，用於表示多項式。它包含兩個朋友函式一個是 istream& operator>> 用於輸入多項式，第二個是 ostream& operator<< 負責輸出多項式。類別的私有成員包含了 termarray（儲存多項式項目）、capacity（目前的陣列容量）和 terms（項目數量）。公開部分定義了建構子和解構子，建構子初始化容量為 2，項目數為 0，分配對應的動態陣列空間，解構子是釋放原先陣列的記憶體空間。

```
class Polynomial {
    friend ostream& operator<<(ostream& os, const Polynomial& p);
    friend istream& operator>>(istream& is, Polynomial &p);
private:
    Term *termarray;
    int capacity; // 陣列容量
    int terms;    // 項數
public:
    Polynomial() : capacity(2), terms(0) {//預設陣列容量 2 項數 0
        termarray = new Term[capacity];
    }
    ~Polynomial() {
        delete[] termarray;
    }
```

這段程式碼是 addcapacity 函式，用來擴充多項式的儲存空間。當現有的陣列容量不夠再加入新的項目時，就會把原來容量擴增到原先的 2 倍，再把原先陣列的內容複製到新的陣列中。最後釋放舊陣列的記憶體，然後 termarray 再指向新的陣列。

```
void addcapacity() {         //增加新的陣列容量
        capacity *= 2;           //增加原先的 2 倍
        Term *newarray = new Term[capacity];
        for (int i = 0; i < terms; i++) {   //複製原先的元素到新的
            newarray[i] = termarray[i];
        }
        delete[] termarray;      //刪除原先的陣列
        termarray = newarray;    //指向新陣列
    }
```

newterm 函式負責將新的項目新增或合併到多項式中。當傳入的係數為 0 時，直接忽略該項目。若係數不為 0，就會逐一檢查陣列中是否有相同次方的項目。如果找到相同次方的項目，將兩者的係數相加，如果合併後的係數變為 0，就把該項目移到下一個項目。如果當前的空間不足以存放新項目，就會呼叫 addcapacity 函式擴充陣列容量至原來的兩倍。最後將新項目的係數和次方存入陣列的下一個可用位置，並更新項目數。

```
void newterm(float coef, int exp) {     //合併多項式
        if (coef == 0) return;               // 忽略係數為 0 的項目
        for (int i = 0; i < terms; i++) {
            if (termarray[i].exp == exp) {  //如果次方一樣
                termarray[i].coef += coef; // 把次方一樣的系數加起來
                if (termarray[i].coef == 0) { // 如果合併後係數為 0
                    for (int j = i; j < terms - 1; j++) {
                        termarray[j] = termarray[j + 1];
// 到下一個項目
                    }
                    terms--; // 項目數-1
```

```
            }
            return; // 完成後返回
        }
    }

    if (terms >= capacity) {    // 如果項目>=陣列容量 陣列容量不夠了
        addcapacity();          // 增加陣列容量
    }
    termarray[terms].exp = exp;
    termarray[terms].coef = coef;
    terms++  }
```

add 成員函式負責執行多項式的相加，並將結果回傳。傳入的參數 const Polynomial& p 保證多項式 p 不會被修改，而函式結尾的 const 保證當前物件不會改變。函式開始時建立一個新的 Polynomial 物件 result 用來存放相加後的多項式。然後再使用兩個 for 迴圈，第一個 for 迴圈(p1)是在做當前多項式的係數和次方都加入到 result，用 newterm 是確保有正確的合併或新增，下一個 for 迴圈(p2)跟剛剛是一樣的但是是換成第二個多項式傳入 result 中去和 p1 做合併，最後回傳相加後的結果 result。

```
Polynomial add(const Polynomial& p) const { //相加
    Polynomial result;                          // 建立一個新對象
    for (int i = 0; i < terms; i++) {
        result.newterm(termarray[i].coef, termarray[i].exp); // 複製當前的多項式
    }
    for (int i = 0; i < p.terms; i++) {
        result.newterm(p.termarray[i].coef, p.termarray[i].exp); // 加入另一個多項式到 newterm 合併
    }   return result;  //把答案回傳回去    }
```

mult 成員函式負責執行多項式的相乘，並將結果回傳。傳入的參數 const Polynomial& p 保證多項式 p 不會被修改，而函式結尾的 const 保證當前物件不會改變。函式開始時，建立一個新的 Polynomial 物件 result，用來存放相乘後的多項式。2 個 for 迴圈都是從 0 開始做，但是要小於 terms，for 迴圈內容先宣告新的係數，存放 2 組的多項式的係數相乘，在宣告一個新的次方，存放 2 組多項式的次方相加，最後把新的係數和新的次方傳到 newterm 去合併多項式，最後回傳 result 就是兩個多項式相乘的結果。

```
Polynomial mult(const Polynomial& p) const {    // 相乘
        Polynomial result;                              // 建立一個新對象
        for (int i = 0; i < terms; i++) {
            for (int j = 0; j < p.terms; j++) {
            float newcoef = termarray[i].coef * p.termarray[j].coef;
            // 係數相乘
                int newexp = termarray[i].exp + p.termarray[j].exp;
                // 指數相加
                result.newterm(newcoef, newexp);    // 新多項式到
                                                    newterm 合併
            }
        }
        return result;//把答案回傳回去
    }
```

eval 函式的作用是將傳入的值 f 代入多項式(p1)中進行計算。函式內部首先宣告一個 double 型別的 result 來儲存運算結果，並初始化為 0.0。接著使用 for 迴圈一項一項的把 f 代入(p1)的 x 中做計算，將結果累加到 result 中。最後回傳 result 就是計算後的總和。

```
double eval(double f) { // 帶數字進去
        double result = 0.0f;
        for (int i = 0; i < terms; i++) {
            result += termarray[i].coef * pow(f, termarray[i].exp);
//把傳入的數字帶到多項式中 運算每個 x 結果加起來
        }
        return result;//把答案回傳回去
    }
```

istream& operator>>(istream& is, Polynomial& p)用來接收輸入多項式的各個項。首先寫一個 while 迴圈執行輸入的部分，先宣告係數、次方、字元("^、x")，首先輸入係數，再輸入字元，如果字元是"x"的話在看下一個輸入是"^"嗎，如果是"^"再輸入次方，如果有"x"但沒有"^"代表次方=1，然後如果沒有"x"也沒有"^"，代表是常數，所以次方=0，輸入完後把剛剛輸入的係數和次方傳到 newterm 函式進行多項式項目的合併。然後遇到換行符號時輸入過程結束，最後再把多項式回傳。

```
istream& operator>>(istream& is, Polynomial& p) {
        while (true) {
            float coef=0.0;
            int exp=0;
            char a, b;
            is >> coef; // 輸入係數
            is.get(a);  // 輸入 "x" 或其他字元
            if (a == 'x') { // 如果是 "x"
                is.get(b);  // 輸入 "^" 或其他字元
                if (b == '^') {
                    is >> exp; // 如果是 "^"輸入次方
                } else {
```

```
                exp = 1; // 如果有 "x" 但沒有 "^"次方就是 1
            }
        } else {
            exp = 0; // 如果沒有 "x"，指數為 0
        }
        p.newterm(coef, exp); // 將係數與次方傳到 newterm 進行合併
        if (is.peek() == '\n') break; // 遇到換行符結束輸入
    }
    return is;
}
```

ostream& operator<<(ostream& os, const Polynomial& p)用來輸出多項式的函式。首先，如果多項式的項數為 0，則直接輸出 "0" 來表示沒有多項式。再來對於每個項目，會先檢查係數是否大於 0，如果是，且不是第一項，則輸出"+"來連接項目。然後輸出係數值，如果次方大於 0，會顯示"x"，如果次方大於 1，則會加上 "^" 和對應的次方數字。所有項目處理完後回傳結果。

```
ostream& operator<<(ostream& os, const Polynomial& p) {
    if (p.terms == 0) {
        os << "0"; // 如果沒有多項式顯示 0
    }
    else {
        for (int i = 0; i < p.terms; i++) {
            if (i > 0 && p.termarray[i].coef > 0) {
                os << "+"; // 如果係數和項數都 >0 顯示 '+'
            }
            os << p.termarray[i].coef; // 輸出係數
```

```
                if (p.termarray[i].exp > 0) { // 次方 >0 則輸出 'x'
                    os << "x";
                }
                if (p.termarray[i].exp > 1) { // 次方 >1 則輸出 '^' 和次方
                    os << "^" << p.termarray[i].exp;
                }
            }
        }
        return os;
    }
```

主程式開始時要建立計算時間的,因為計算效能量測需要用到做某一段程式需要多少時間 start,finish 計算的開始和結束,再創建兩個多項式物件 p1 和 p2,並讓使用者輸入多項式的係數和次方。接著可以在 p1 多項式中新增一個項目,這個新增的項目會通過 newterm 函式加入,並在更新後顯示新的 p1 多項式,之後程式會做兩個多項式運算。第一個是 p1 和 p2 的相加(add 函式),並計算這個加法操作所需的時間。第二個是 p1 和 p2 的相乘(mult 函式),並同樣計算乘法所需的時間。在每次加法和乘法操作後,程式會輸出結果還要顯示運算所需的時間。最後 eval 函式要使用者輸入一個 f,並把 f 帶入 p1 多項式中計算,最後輸出 p1(f) 的結果,這裡也是一樣要計算帶值進去多程式做運算所需的時間。整個過程中的每個操作(add、mult、eval)都會測量並顯示執行時間,幫助分析多項式運算的效能。

```
int main() {
    clock_t start,finish;//計算時間的
    Polynomial p1, p2;  //2 個多項式
    cout << "p1=";      // 3x^2+2x+1
    cin>>p1;
    cout << "p2=";      // 2x^3+4
    cin>>p2;
```

```
cout << "新增新的項目" << endl;
cout << "項目的系數:";
int exp;
float coef;
cin >> coef;            // 5
cout << "項目的指數:";
cin >> exp;             // 2
p1.newterm(coef, exp);  //把新加的項目加到 p1 中

cout << "\n 更新後的 p1:";
cout<<p1<<endl;         // 8x^2+2x+1

cout << "\nadd" << endl;
start=clock();                  //計算時間開始
Polynomial sum = p1.add(p2);    //p1+p2
cout << "p1+p2="<<sum<<endl;    // 8x^2+2x+5+2x^3
finish=clock();                 //計算時間結束
cout << "add() 需時: " << (double)(finish - start) /
CLOCKS_PER_SEC << " s" << endl;//計算 add 所需的時間

cout << "\nmult" << endl;
cout << "p1*p2=";
start=clock();                  //計算時間開始
Polynomial xx = p1.mult(p2);    //p1*p2
cout<<xx<<endl;                 // 16x^5+32x^2+4x^4+8x+2x^3+4
finish=clock();                 //計算時間結束
```

```
    cout << "mult() 需時: " << (double)(finish - start) /
    CLOCKS_PER_SEC << " s" << endl;//計算 mult 所需的時間

    double f = 0.0f;

    cout << "\neval" << endl;

    cout << "f 的值:";                  //輸入要帶進 p1 中的值

    start = clock();                    //計算時間開始

    cin >> f;                           //1

    cout << "p1(" << f << ")=" << p1.eval(f) << endl;    // 11

    finish = clock();                   //計算時間結束

    cout << "eval() 需時: " << (double)(finish - start) /
    CLOCKS_PER_SEC << " s" << endl;//計算 eval 所需的時間

    return 0;
}
```

2. Algorithm Design & Programming

```
[*] Untitled1
 1  #include <iostream>
 2  #include <cmath>
 3  #include<ctime>
 4  #include <iomanip>
 5  using namespace std;
 6
 7  class Term {
 8      friend class Polynomial;
 9  public:
10      float coef; // 係數
11      int exp;    // 次方
12  };
13
14  class Polynomial {
15      friend ostream& operator<<(ostream& os, const Polynomial& p);
16      friend istream& operator>>(istream& is, Polynomial &p);
17  private:
18      Term *termarray;
19      int capacity; // 陣列容量
20      int terms;    // 項數
21
22  public:
23      Polynomial() : capacity(2), terms(0) {//預設陣列容量2 項數0
24          termarray = new Term[capacity];
25      }
26      ~Polynomial() {
27          delete[] termarray;
28      }
29
```

```
    void addcapacity() {        //增加新的陣列容量
        capacity *= 2;          //增加原先的2倍
        Term *newarray = new Term[capacity];
        for (int i = 0; i < terms; i++) {   //複製原先的元素到新的那裏
            newarray[i] = termarray[i];
        }
        delete[] termarray;     //刪除原先的陣列
        termarray = newarray;   //指向新陣列
    }

    void newterm(float coef, int exp) {     //合併多項式
        if (coef == 0) return;              // 忽略係數為 0 的項目
        for (int i = 0; i < terms; i++) {
            if (termarray[i].exp == exp) {  //如果次方一樣
                termarray[i].coef += coef; // 把次方一樣的系數加起來
                if (termarray[i].coef == 0) { // 如果合併後係數為 0
                    for (int j = i; j < terms - 1; j++) {
                        termarray[j] = termarray[j + 1];    // 到下一個項目
                    }
                    terms--; // 項目數-1
                }
                return; // 完成後返回
            }
        }
        if (terms >= capacity) {    // 如果項目>=陣列容量  陣列容量不夠了
            addcapacity();          // 增加陣列容量
        }
        termarray[terms].exp = exp;
        termarray[terms].coef = coef;
        terms++;
```

```
    }

    Polynomial add(const Polynomial& p) const { //相加
    Polynomial result;                          // 建立一個新對象
    for (int i = 0; i < terms; i++) {
        result.newterm(termarray[i].coef, termarray[i].exp); // 複製當前的多項式
    }
    for (int i = 0; i < p.terms; i++) {
        result.newterm(p.termarray[i].coef, p.termarray[i].exp); // 加入另一個多項式到newterm合併
    }
    return result; //把答案回傳回去
    }


    Polynomial mult(const Polynomial& p) const {    // 相乘
        Polynomial result;                          // 建立一個新對象
        for (int i = 0; i < terms; i++) {
            for (int j = 0; j < p.terms; j++) {
                float newcoef = termarray[i].coef * p.termarray[j].coef; // 係數相乘
                int newexp = termarray[i].exp + p.termarray[j].exp; // 指數相加
                result.newterm(newcoef, newexp);    // 新多項式到newterm合併
            }
        }
        return result;//把答案回傳回去
    }

    double eval(double f) { // 帶數字進去
        double result = 0.0f;
        for (int i = 0; i < terms; i++) {
            result += termarray[i].coef * pow(f, termarray[i].exp);//把傳入的數字帶到多項式中 運算每個x結果加起來
        }
```

```
    double eval(double f) { // 帶數字進去
        double result = 0.0f;
        for (int i = 0; i < terms; i++) {
            result += termarray[i].coef * pow(f, termarray[i].exp);//把傳入的數字帶到多項式中 運算每個x結果加起來
        }
        return result;//把答案回傳回去
    }
};

istream& operator>>(istream& is, Polynomial& p) {
    while (true) {
        float coef=0.0;
        int exp=0;
        char a, b;
        is >> coef; // 輸入係數
        is.get(a);  // 輸入 'x' 或其他字元
        if (a == 'x') { // 如果是 'x'
            is.get(b);  // 輸入 '^' 或其他字元
            if (b == '^') {
                is >> exp; // 如果是 '^'輸入次方
            } else {
                exp = 1; // 如果有 'x' 但沒有 '^'次方就是 1
            }
        } else {
            exp = 0; // 如果沒有 'x'，指數為 0
        }
        p.newterm(coef, exp); // 將係數與次方傳到 `newterm` 進行合併
        if (is.peek() == '\n') break; // 遇到換行符結束輸入
    }
```

```
115         return is;
116     }
117
118     ostream& operator<<(ostream& os, const Polynomial& p) {
119         if (p.terms == 0) {
120             os << "0"; // 如果沒有多項式顯示 0
121         }
122         else {
123             for (int i = 0; i < p.terms; i++) {
124                 if (i > 0 && p.termarray[i].coef > 0) {
125                     os << "+"; // 如果係數和項數都 >0顯示 '+'
126                 }
127                 os << p.termarray[i].coef; // 輸出係數
128                 if (p.termarray[i].exp > 0) { // 次方 >0 則輸出 'x'
129                     os << "x";
130                 }
131                 if (p.termarray[i].exp > 1) { // 次方 >1 則輸出 '^' 和次方
132                     os << "^" << p.termarray[i].exp;
133                 }
134             }
135         }
136         return os;
137     }
138
139 int main() {
140     clock_t start,finish;//計算時間的
141     Polynomial p1, p2;  //2個多項式
142     cout << "p1=";       // 3x^2+2x+1
143     cin>>p1;
144     cout << "p2=";       // 2x^3+4
```

```
143     cin>>p1;
144     cout << "p2=";      // 2x^3+4
145     cin>>p2;
146
147     cout << "新增新的項目" << endl;
148     cout << "項目的系數:";
149     int exp;
150     float coef;
151     cin >> coef;            // 5
152     cout << "項目的指數:";
153     cin >> exp;             // 2
154     p1.newterm(coef, exp);  //把新加的項目加到p1中
155
156     cout << "\n更新後的p1:";
157     cout<<p1<<endl;         // 8x^2+2x+1
158
159     cout << "\nadd" << endl;
160     start=clock();                  //計算時間開始
161     Polynomial sum = p1.add(p2);    //p1+p2
162     cout << "p1+p2="<<sum<<endl;    // 8x^2+2x+5+2x^3
163     finish=clock();                 //計算時間結束
164     cout << "add() 需時: " << (double)(finish - start) / CLOCKS_PER_SEC << " s" << endl;//計算add所需的時間
165
166     cout << "\nmult" << endl;
167     cout << "p1*p2=";
168     start=clock();                  //計算時間開始
169     Polynomial xx = p1.mult(p2);    //p1*p2
170     cout<<xx<<endl;                 // 16x^5+32x^2+4x^4+8x+2x^3+4
171     finish=clock();                 //計算時間結束
```

```
158
159     cout << "\nadd" << endl;
160     start=clock();                  //計算時間開始
161     Polynomial sum = p1.add(p2);    //p1+p2
162     cout << "p1+p2="<<sum<<endl;    // 8x^2+2x+5+2x^3
163     finish=clock();                 //計算時間結束
164     cout << "add() 需時: " << (double)(finish - start) / CLOCKS_PER_SEC << " s" << endl;//計算add所需的時間
165
166     cout << "\nmult" << endl;
167     cout << "p1*p2=";
168     start=clock();                  //計算時間開始
169     Polynomial xx = p1.mult(p2);    //p1*p2
170     cout<<xx<<endl;                 // 16x^5+32x^2+4x^4+8x+2x^3+4
171     finish=clock();                 //計算時間結束
172     cout << "mult() 需時: " << (double)(finish - start) / CLOCKS_PER_SEC << " s" << endl;//計算mult所需的時間
173
174
175     double f = 0.0f;
176     cout << "\neval" << endl;
177     cout << "f的值:";               //輸入要帶進p1中的值
178     start = clock();                //計算時間開始
179     cin >> f;                       //1
180     cout << "p1(" << f << ")=" << p1.eval(f) << endl;   // 11
181     finish = clock();               //計算時間結束
182     cout << "eval() 需時: " << (double)(finish - start) / CLOCKS_PER_SEC << " s" << endl;//計算eval所需的時間
183     return 0;
184 }
185
186
```

3.效能分析 Time complexity & Space complexity

時間複雜度：

- newterm：檢查和新增項目最壞 O(n)。
- add：處理兩個多項式，最壞 O(n1^2 + n2^2)。
- mult：項數相乘後合併，最壞 O(n1×n2)。
- eval：逐項計算，複雜度 O(n)。

空間複雜度：

- 動態陣列存儲多項式項數 O(n)。
- add 結果需要 O(n1+n2)空間。
- mult 結果需要 O(n1×n2)空間。

4.測試與驗證

Input:

3x^2+2x+1

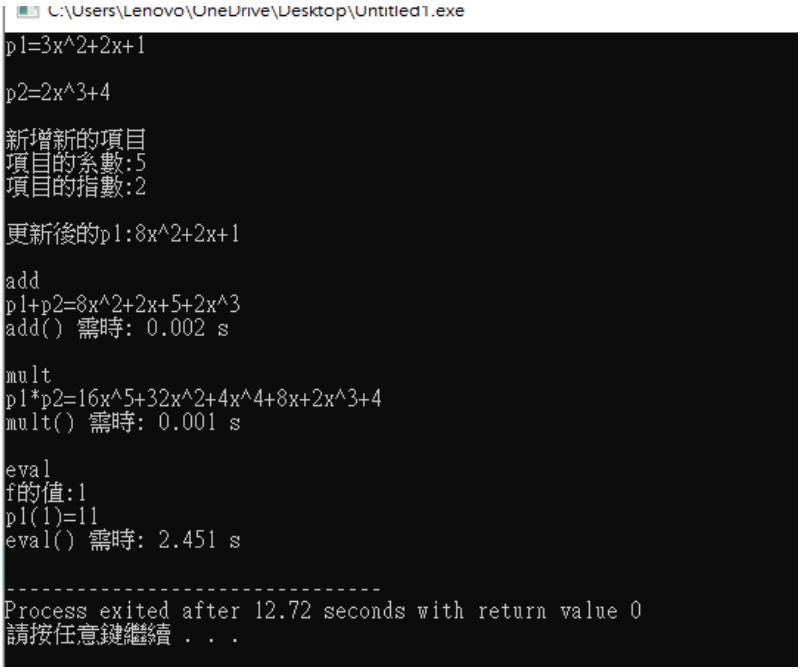
2x^3+4

5

2

1

Output:



5.效能量測

Add 相加的過程用了 0.002 秒

Mult 相乘的過程用了 0.001 秒

Eval 把值帶進 p1 運算的過程用了 2.451 秒

6. 心得討論

這次撰寫程式作業是我目前寫過最長且最具挑戰性的一次經歷。相較於一年級時，老師在教比較困難的程式時，不會要求我們寫完完整的程式，只寫部分的程式，這次卻需要獨立撰寫整段完整的程式，過程中一直出現錯誤，然後在多次的調整與修改。透過這次的作業，我學到了許多新的程式設計技巧。其中一個重要的學習是 const 的使用。const 可以用來保證函式在執行時不會改變傳入的多項式物件，像是 p1 和 p2 這樣的多項式即使有多次運算，也能保持原本的多項式不被修改。在設計輸入和輸出的程式邏輯也是一個思考的點。例如，在輸入多項式時，需要特別處理字元 "x" 和次方的輸入。當偵測到 "x" 時，還需要檢查是否有次方符號 "^"，如果沒有默認次方為 1，如果有"^"還要在輸入次方。這些細節讓我更加了解如何處理混合數字與字元的輸入邏輯。另一個收穫是效能量測的學習。我學會了記錄程式運行的開始與結束時間，並透過 CLOCKS_PER_SEC 將時間換算成秒來輸出。這讓我對程式效能的分析有了初步的概念。 整體來說這次作業對我的程式設計能力有很大的提升，特別是在類別與函式的設計、邏輯的處理，以及效能測試方面。這次作業的經驗對於在未來撰寫更長、更複雜的專題或實際工作時，會帶來很大的幫助，也讓我在程式設計上有了一大的進步。