

13 LINIOWE ZASTOSOWANIA WZMACNIACZY OPERACYJNYCH

13.1. WPROWADZENIE

Wzmacniacze operacyjne dzięki swej uniwersalności znajdują powszechne zastosowanie w realizacji różnorodnych układów analogowych w wielu dziedzinach elektroniki, zwłaszcza w układach sterowania, automatyki a także w układach pomiarowych. Układy ze wzmacniaczami operacyjnymi jako elementami aktywnymi prawie całkowicie zastąpiły klasyczne rozwiązania tranzystorowe w zakresie małych częstotliwości. Nowa generacja szybkich wzmacniaczy operacyjnych, głównie z prądowym sprzężeniem zwrotnym o częstotliwościach f_T do 10 GHz i SR rzędu 500 - kilku tysięcy V/ μ s, znacznie rozszerza zakres częstotliwości układów budowanych w oparciu o te wzmacniacze.

Za pomocą wzmacniaczy operacyjnych można realizować funkcyjne operacje liniowe i nieliniowe na sygnałach analogowych, takie jak np. sumowanie, całkowanie, różniczkowanie, przesuwanie fazy napięcia, przetwarzanie napięcie - prąd lub prąd - napięcie, precyzyjne prostowanie i wiele, wiele innych. Szczególną klasą układów realizowaną w oparciu o wzmacniacze operacyjne są filtry aktywne o charakterystykach pasmowych z biegunami zespolonymi, a przy tym bez użycia indukcyjności. Niżej zostaną przedstawione zastosowania liniowe wzmacniaczy operacyjnych w układach wzmacniających, w układach realizujących operacje matematyczne oraz filtrach aktywnych.

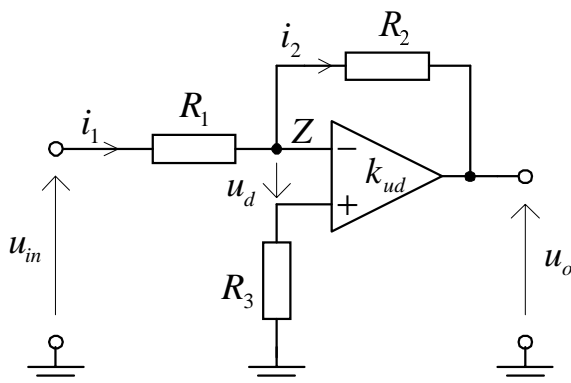
13.2. PODSTAWOWE KONFIGURACJE WZMACNIACZA OPERACYJNEGO W UKŁADACH WZMACNIAJĄCYCH

13.2.1. Wzmacniacz odwracający

Układ wzmacniacza odwracającego fazę pokazano na rys.13.1. W układzie tym zastosowano ujemne sprzężenie zwrotne napięciowe równoległe. Zakładając idealny model wzmacniacza operacyjnego,

rezystancja wejściowa $R_{ind} \rightarrow \infty$ i do wejść wzmacniacza nie wpływają żadne prądy. Zatem $i_1 = i_2$, czyli

$$\frac{u_{in} + u_d}{R_1} = \frac{-u_d - u_o}{R_2} \quad (13.1)$$



Rys.13.1. Wzmacniacz odwracający

Ponieważ potencjał wejścia nieodwracającego jest równy potencjałowi masy (przez rezystor R_3 nie płynie prąd), więc

$$u_d = \frac{u_o}{k_{ud}} \quad (13.2)$$

W idealnym przypadku, gdy $k_{ud} \rightarrow \infty$, $u_d \rightarrow 0$, potencjał punktu Z jest bliski potencjałowi masy i dlatego punkt ten nazywany jest „masą pozorną” (*virtual ground*). Przy założeniu $u_d = 0$, ze wzoru (13.1) możemy wyznaczyć wartość wzmocnienia napięciowego wzmacniacza odwracającego

$$k_{u0f} = \frac{u_o}{u_{in}} = -\frac{R_2}{R_1} \quad (13.3)$$

W celu uzyskania najmniejszego błędu spowodowanego napięciem niezrównoważenia, powstającego na skutek przepływu wejściowych prądów polaryzujących, należy dobrać: $R_3 = R_1 \parallel R_2$

W ogólnym przypadku rezystory R_1 i R_2 możemy zastąpić impedancjami Z_1 i Z_2 ; wtedy wzór (13.3) przyjmuje postać

$$k_{uf} = \frac{u_o}{u_{in}} = -\frac{Z_2}{Z_1} \quad (13.4)$$

W zależności od doboru tych elementów możemy realizować dowolną transmitancję i układ może spełniać szereg funkcji (przynajmniej jedna z tych impedancji musi zapewnić przepływ składowej stałej wejściowego prądu polaryzacji).

Ponieważ wzmocnienie różnicowe wzmacniacza operacyjnego jest bardzo duże, to napięcie różnicowe u_d na zaciskach wejściowych wzmacniacza jest bardzo małe.

Przykładowo, jeżeli $R_1 = 10\text{ k}\Omega$, $R_2 = 100\text{ k}\Omega$, $k_{ud} \approx 10^5$, to $k_{uof} = -10\text{ V/V}$. Dla napięcia wejściowego np. $u_{in} = 0,2\text{ V}$, napięcie wyjściowe $u_o = -2\text{ V}$, a bezpośrednio na zaciskach wejściowych wzmacniacza napięcie $u_d = -u_o / k_{ud} \approx 20\text{ }\mu\text{V}$ tj. 10 000 razy mniej niż u_{in} .

Z tego względu przyjmuje się, że na zaciskach wejściowych wzmacniacza operacyjnego występuje „bezprądowe zwarcie”.

Zwarcie jest bezprądowe, ponieważ prąd wejściowy przez to zwarcie praktycznie nie przepływa, kierując się niemal w całości z rezystora R_1 do rezystora R_2 .

Rezystancja wejściowa układu wynosi

$$\begin{aligned} R_{inf} &= \frac{u_{in}}{i_1} = \frac{u_{in}}{\frac{(u_{in} + u_d)}{R_1}} = R_1 \frac{u_{in}}{u_{in} + \frac{u_o}{k_{ud}}} = \\ &= R_1 \left(\frac{1}{1 + k_{uof} / k_{ud}} \right) \approx R_1 \left(1 - \frac{k_{uof}}{k_{ud}} \right) \approx R_1 \end{aligned} \quad (13.5)$$

ponieważ $|k_{uof}| \ll k_{ud}$

Wykorzystując zasadę „bezprądowego zwarcia” na wejściu wzmacniacza operacyjnego możemy bezpośrednio wyznaczyć: $R_{inf} = R_1$.

Z uwagi na bardzo silne ujemne sprzężenie zwrotne napięciowe, rezystancja wyjściowa $R_{of} \approx R_o \frac{|k_{uof}|}{k_{ud}}$ (R_o jest rezystancją wyjściową wzmacniacza operacyjnego) jest pomijalnie mała i układ zachowuje się prawie jak idealne sterowane źródło napięciowe.

Trzydecybelowa pulsacja graniczna wzmacniacza ω_{gf} jest równa ilorazowi pulsacji odcięcia ω_T wzmacniacza operacyjnego i modułu stałoprądowego wzmocnienia $|k_{uof}|$ wzmacniacza

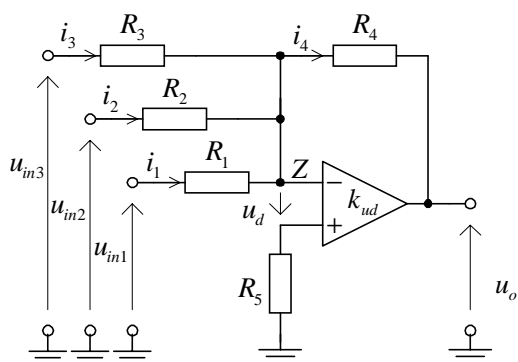
$$\omega_{gf} \approx \frac{\omega_T}{|k_{uof}|} \quad (13.6)$$

co bezpośrednio wynika z zasady, że pole wzmocnienia jest stałe i równe pulsacji odcięcia wzmacniacza operacyjnego.

13.2.2. Wzmacniacz sumujący

W układzie przedstawionym na rys.13.2. możemy zrealizować

sumowanie napięć.



Rys.13.2. Wzmacniacz sumujący

Zakładając idealny model wzmacniacza operacyjnego, otrzymujemy $i_1 + i_2 + i_3 = i_4$.

Stąd

$$u_o = -R_4 \left(\frac{u_{in1}}{R_1} + \frac{u_{in2}}{R_2} + \frac{u_{in3}}{R_3} \right) \quad (13.7)$$

Przy doborze jednakowych wartości rezystorów $R_1 = R_2 = R_3 = R$ otrzymuje się w układzie sumowanie napięć

$$u_o = -\frac{R_4}{R} (u_{in1} + u_{in2} + u_{in3}) \quad (13.8)$$

Rezystancje wejściowe układu widziane z każdego z wejść wynoszą odpowiednio R_1, R_2, R_3 .

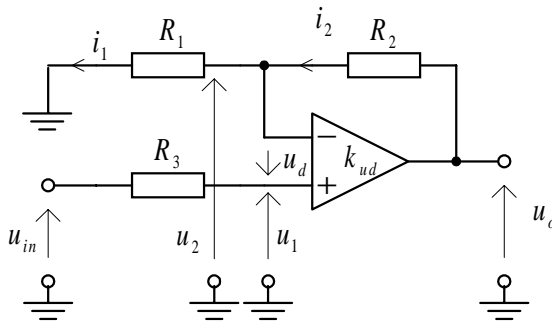
Dla zminimalizowania wpływu napięcia niezrównoważenia, powstającego na skutek przepływu wejściowych prądów polaryzujących, należy dobrać $R_5 = R_1 \parallel R_2 \parallel R_3 \parallel R_4$.

13.2.3. Wzmacniacz nieodwracający

Podstawowy układ wzmacniacza nieodwracającego przedstawiono na rys.13.3. W układzie tym zastosowano ujemne sprzężenie zwrotne napięciowe szeregowe (a nie równoległe jak we wzmacniaczu odwracającym). Dlatego w układzie tym należy się spodziewać (w stosunku do wzmacniacza odwracającego) bardzo dużej rezystancji wejściowej.

Zgodnie z oznaczeniami na rys.13.3 otrzymujemy

$$u_o = k_{ud} u_d = k_{ud} \left(u_{in} - u_o \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) \quad (13.9)$$



Rys.13.3. Wzmacniacz
nieodwracający

Stąd

$$u_{in} = \frac{u_o}{k_{ud}} + u_o \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (13.10)$$

Dla $k_{ud} \rightarrow \infty$ otrzymujemy

$$k_{uof} = \frac{u_o}{u_{in}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1} \quad (13.11)$$

Wzmocnienie jest dodatnie i większe od jedności. We wzmacniaczu nieodwracającym nie ma punktu „masy pozornej” i w przeciwieństwie do wzmacniacza odwracającego w układzie tym występuje wejściowy sygnał sumacyjny, ze względu na sterowanie obu wejść. Ponieważ wzmacniacz nieodwracający jest układem z napięciowym, szeregowym sprzężeniem zwrotnym, to różnica zwrotna wynosi

$$F = 1 + k_{ud} \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 1 + \frac{k_{ud}}{k_{u0f}} \approx \frac{k_{ud}}{k_{u0f}} \quad (13.12)$$

W oparciu o elementarną teorię sprzężenia zwrotnego możemy wyznaczyć rezystancję wejściową i wyjściową wzmacniacza nieodwracającego

$$R_{inf} = R_{ind} \frac{k_{ud}}{k_{uof}} \quad (13.13)$$

$$R_{of} = R_o \frac{k_{uof}}{k_{ud}} \quad (13.14)$$

przy czym R_{ind}, R_o są odpowiednio różnicową rezystancją wejściową i rezystancją wyjściową wzmacniacza operacyjnego.

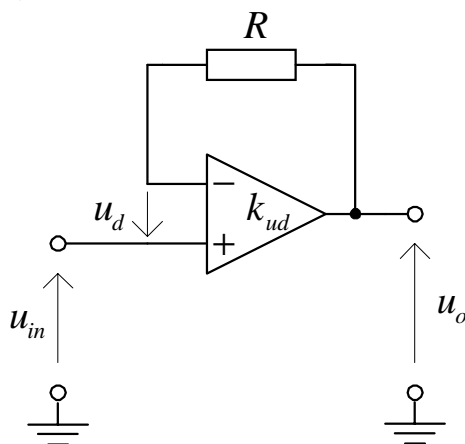
Rezystancja R_{inf} , odpowiadająca wyrażeniu (13.13) jest bardzo duża i może być pominięta, natomiast ograniczeniem wejściowej rezystancji wzmacniacza nieodwracającego jest wejściowa rezystancja R_{inc} dla sygnałów wspólnych, która nie jest objęta pętlą sprzężenia

zwrotnego. Rezystancja R_{of} jest tak mała, że praktycznie układ zachowuje się prawie jak idealne sterowane źródło napięciowe.

W celu zminimalizowania wpływu napięcia niezrównoważenia, powstającego na skutek przepływu wejściowych prądów polaryzujących, należy zapewnić: $R_g = R_1 \parallel R_2$, gdzie R_g jest rezystancją źródła sterującego.

13.2.4. Wtórnik napięciowy

Przyjmując we wzmacniaczu nieodwracającym $R_1 = \infty$ uzyskuje się, zgodnie ze wzorem (13.11), wzmocnienie napięciowe równe jedności. Układ pracuje wtedy jako wtórnik napięciowy (rys.13.4) i charakteryzuje się bardzo dużą rezystancją wejściową, która w układzie rzeczywistym stanowi równoległe połączenie wejściowej rezystancji dla sygnałów wspólnych i wejściowej rezystancji różnicowej wzmacniacza pomnożonej przez wzmocnienie przy otwartej pętli sprzężenia zwrotnego ($R_{in} = R_{inc} \parallel R_{ind} k_{ud}$). Rezystancja wyjściowa jest pomijalnie mała, $R_{of} = R_o / k_{ud}$. Wartość rezystancji R należy tak dobrać, aby była równa rezystancji wewnętrznej źródła sygnału.



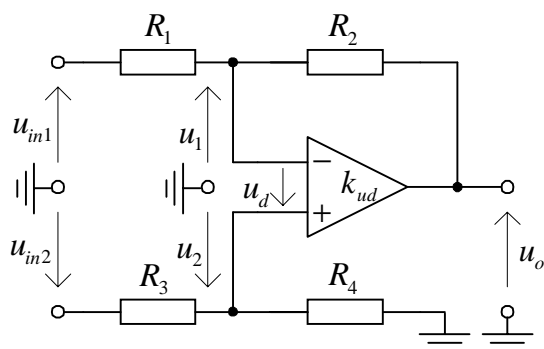
Rys.13.4. Wtórnik napięciowy

Trzydecybelowa pulsacja graniczna wtórnika napięciowego wynosi

$$\omega_{gf} = \omega_T \quad (13.15)$$

13.2.5. Wzmacniacz różnicowy

Na rys.13.5 przedstawiono wzmacniacz różnicowy ze sprzężeniem zwrotnym, który może służyć do odejmowania dwóch napięć.



Rys.13.5. Wzmacniacz różnicowy do odejmowania napięć

Przy założeniu, że wejście wzmacniacza nie pobiera prądu możemy napisać relacje

$$u_2 = u_{in2} \frac{R_4}{R_3 + R_4} \quad (13.16)$$

$$\frac{u_{in1} - u_1}{R_1} = \frac{u_1 - u_o}{R_2}$$

Jeżeli $k_{ud} \rightarrow \infty$, to $u_1 = u_2$ i z równań (13.16) otrzymujemy

$$u_o = \left(\frac{R_1 + R_2}{R_3 + R_4} \right) \frac{R_4}{R_1} u_{in2} - \frac{R_2}{R_1} u_{in1} \quad (13.17)$$

Stosując: $R_1 = R_3$, $R_2 = R_4$ uzyskuje się napięcie wyjściowe proporcjonalne do różnicy napięć wejściowych

$$u_o = \frac{R_2}{R_1} (u_{in2} - u_{in1}) \quad (13.18)$$

W celu zapewnienia minimalnego błędu wynikającego z napięcia niezrównoważenia, spowodowanego wejściowymi prądami polaryzującymi należy dobrać $R_1 \parallel R_2 = R_3 \parallel R_4$.

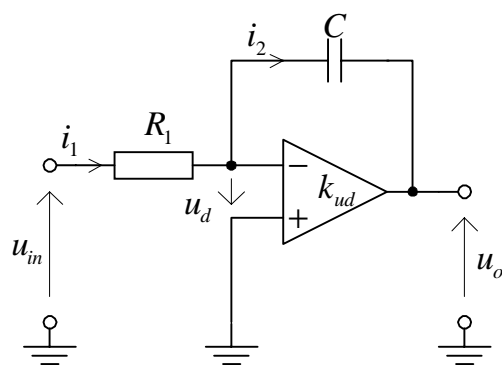
13.3. UKŁADY CAŁKUJĄCE I RÓŻNICZKUJĄCE

13.3.1. Układ całkujący

Stosując kondensator w obwodzie sprzężenia zwrotnego wzmacniacza odwracającego, jak na rys.13.6, otrzymujemy układ całkujący, nazywany powszechnie integratorem Millera.

Jeżeli zastosujemy zapis operatorowy $Z_1 = R_1$, $Z_2 = 1/sC$, to równanie (13.4) przyjmuje postać

$$U_o(s) = - \frac{U_{in}(s)}{sR_1 C} \quad (13.19)$$



Rys.13.6. Integrator

Zależność (13.19) w dziedzinie czasu oznacza

$$u_o(t) = -\frac{1}{R_1 C} \int_0^t u_{in}(t) dt \quad (13.20)$$

Integrator z rys.13.6 nie uwzględnia warunków początkowych w procesie całkowania.

Transmitancja integratora, wyznaczona z równania (13.19), wynosi

$$H_I(s) = \frac{U_o(s)}{U_{in}(s)} = -\frac{1}{s R_1 C} = -\frac{\omega_i}{s} \quad (13.21)$$

przy czym

$$\omega_i = \frac{1}{R_1 C} \quad (13.21a)$$

nazywa się *pulsacją integratora*.

Układ całkujący, którego transmitancja opisana jest równaniem (13.21) nazywa się *integratorem idealnym*. Jak zaznaczono linią przerywaną 1 na rys.13.7, charakterystyka modułu transmitancji idealnego integratora jest prostą o nachyleniu - 20 dB/dek w całym zakresie częstotliwości, a pulsacja odcięcia charakterystyki, czyli pulsacja przy której moduł transmitancji jest równy 1 (lub 0 dB), jest równa pulsacji integratora (ω_i). Kąt przesunięcia fazowego napięcia wyjściowego w integratorze idealnym wynosi $-\pi/2$ dla każdej pulsacji.

W rzeczywistym integratorze konieczną rzeczą jest uwzględnienie skończonego wzmocnienia i skończonego pasma wzmacniacza operacyjnego.

Przyjmując, że wzmocnienie wzmacniacza operacyjnego opisuje jednobiegunowa funkcja

$$k_{ud}(s) = \frac{k_0}{1 + \frac{s}{\omega_g}} \quad (13.22)$$

dla integratora na rys.13.6 możemy napisać równanie

$$\frac{U_{in}(s) + U_d(s)}{R_1} = -[U_o(s) + U_d(s)]sC \quad (13.23)$$

$$U_d(s) = \frac{U_o(s)}{k_{ud}(s)}$$

Rozwiązując bardzo prosty układ równań (13.23) możemy wyznaczyć transmitancję napięciową rzeczywistego integratora

$$H_I(s) = \frac{U_o(s)}{U_{in}(s)} = - \frac{k_0}{1 + s \left[(k_0 + 1) R_1 C + \frac{1}{\omega_g} \right] + \frac{s^2 R_1 C}{\omega_g}} \quad (13.24)$$

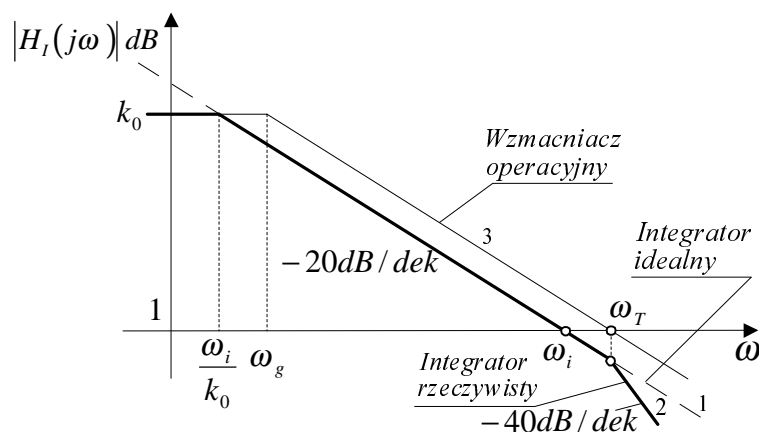
Ponieważ $k_0 + 1 \approx k_0$ oraz stosując oznaczenie (13.21a) otrzymujemy

$$H_I(s) = - \frac{k_0}{\left(1 + \frac{s}{\omega_i / k_0} \right) \left(1 + \frac{s}{k_0 \omega_g} \right)} \quad (13.25)$$

Równanie (13.25) wskazuje, że transmitancja rzeczywistego integratora posiada dwa bieguny:

$$p_1 = -\frac{\omega_i}{k_0}, \quad p_2 = -k_0 \omega_g = \omega_T \quad (13.26)$$

oraz skończoną wartość wzmocnienia stałoprądowego, równą k_0 .



Rys.13.7. Charakterystyki modułu transmitancji: 1 - integratora idealnego, 2 - integratora rzeczywistego, 3 - wzmacniacza operacyjnego

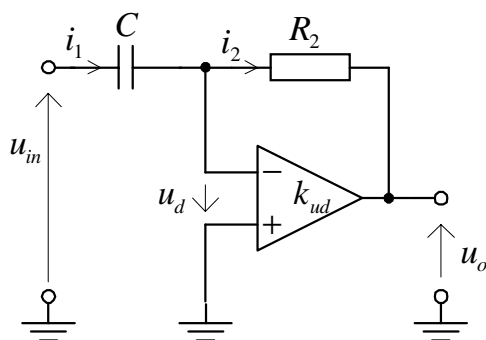
Charakterystykę modułu transmitancji rzeczywistego integratora przedstawiono linią ciągłą 2 na rys.13.7, na którym również zaznaczono charakterystykę amplitudową wzmacniacza operacyjnego (linia 3).

Jak widać, aproksymowane charakterystyki modułów transmitancji integratorów: idealnego i rzeczywistego pokrywają się tylko w przedziale pulsacji $\omega_i / k_0 < \omega < \omega_T$. Jednak pulsacja sygnału

na wejściu integratora musi być mniejsza niż ω_T , ponieważ dla $\omega = \omega_T$ występują już duże różnice pomiędzy charakterystykami częstotliwościowymi integratora idealnego i rzeczywistego: w amplitudzie - 3 dB oraz w fazie - $\pi / 4$.

13.3.2. Układ różniczkujący

Najprostszy sposób realizacji układu różniczkującego (ang. *differentiator*) ze wzmacniaczem operacyjnym przedstawiono na rys.13.8.



Rys.13.8. Układ różniczkujący

Przyjmując w tym układzie $Z_1 = 1 / sC$, $Z_2 = R_2$ otrzymujemy w dziedzinie operatorowej

$$U_o(s) = -R_2 C s U_{in}(s) \quad (13.27)$$

W dziedzinie czasu odpowiada to zależności

$$u_o(t) = -R_2 C \frac{du_{in}(t)}{dt} \quad (13.28)$$

Transmitancja napięciowa idealnego układu różniczkującego, wyznaczona z zależności (13.27), wynosi

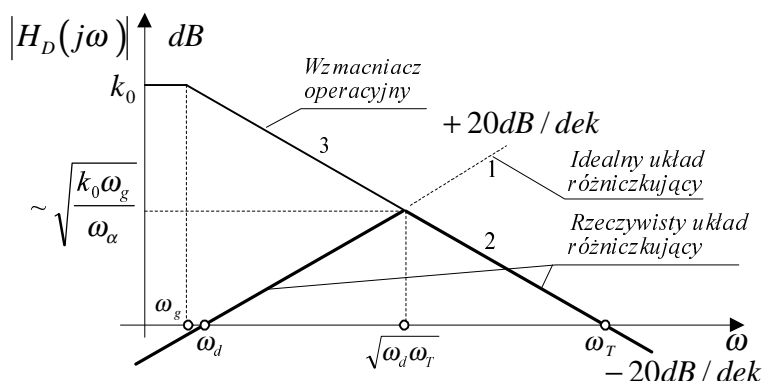
$$H_D(s) = \frac{U_o(s)}{U_{in}(s)} = -s R_2 C = -\frac{s}{\omega_d} \quad (13.29)$$

Wielkość $\omega_d = 1 / R_2 C$ nazywa się pulsacją układu różniczkującego. Transmitancja (13.29) ma pojedyncze zero w zerze. Na rys.13.9 przedstawiono linią przerywaną 1 charakterystykę modułu transmitancji idealnego układu różniczkującego. Nachylenie charakterystyki wynosi $+20$ dB / dek, a moduł transmitancji jest równy 1 (lub 0 dB) dla pulsacji ω_d . Kąt przesunięcia fazowego napięcia wyjściowego w idealnym układzie różniczkującym wynosi $+\pi / 2$ dla każdej pulsacji. W przypadku rzeczywistego układu różniczkującego, gdy wzmacniacz operacyjny ma skończone wzmocnienie i skończone pole wzmocnienia, możemy przeprowadzić rozważania analogiczne do tych, jakie przeprowadzono dla integratora. Transmitancję napięciową

rzeczywistego układu różniczkującego opisuje zależność

$$H_D(s) = \frac{U_o(s)}{U_{in}(s)} = - \frac{s / \omega_\alpha}{s^2 + s(\omega_d + \omega_g) + (k_0 + 1)\omega_g \omega_d} k_0 \omega_g \omega_d \quad (13.30)$$

Charakterystykę modułu transmitancji rzeczywistego układu różniczkującego, odpowiadającą zależności (13.30), przedstawiono linią ciągłą 2 na rys.13.9, wraz z charakterystyką amplitudową wzmacniacza operacyjnego (linia 3).



Rys.13.9. Charakterystyki modułu transmitancji: 1 - idealnego układu różniczkującego, 2 - rzeczywistego układu różniczkującego, 3 - wzmacniacza operacyjnego

Aproksymowane charakterystyki modułów transmitancji układów różniczkujących: idealnego i rzeczywistego pokrywają się w zakresie

$$\text{pulsacji } \omega < \sqrt{\omega_d \omega_T} = \sqrt{\frac{k_0 \omega_g}{R_2 C}}.$$

13.4. FILTRY AKTYWNE

13.4.1. Klasyfikacja filtrów aktywnych i metody ich realizacji

Rozpatrywane w niniejszym rozdziale filtry aktywne stanowią grupę liniowych układów stacjonarnych, realizowanych w oparciu o blokowe układy aktywne, jakimi mogą być scalone wzmacniacze operacyjne, żyratory lub zespoły odpowiednio połączonych tranzystorów oraz podukładu złożonego z pojemności, rezystancji lub aktywnych elementów transkonduktancyjnych. Jeżeli do realizacji filtrów aktywnych wykorzystuje się rezystancje, to takie filtry nazywa się *filtrami aktywnymi RC*. Filtry realizowane tylko z elementów

aktywnych i pojemności nazywa się *filtrami aktywnymi C*. Filtry te realizuje się w postaci scalonych układów MOS i zależnie od rodzaju pracy (z sygnałem ciągłym czy też próbkowanym) dzieli się je na filtry aktywne:

- *C przełączane* (ang. *switched capacitor*)
- *pracujące w czasie ciągłym* (ang. *continuous time filters*).

Zalety filtrów aktywnych, w porównaniu z pasywnymi filtrami RLC, są szczególnie wyraźnie widoczne w zakresie małych i średnich częstotliwości (do ok. 100 kHz), gdyż unika się w tym przypadku stosowania kłopotliwych w użyciu cewek indukcyjnych o dużych indukcyjnościach. Zadaniem filtru aktywnego jest zrealizowanie zadanej transmitancji w postaci wymiernej funkcji $H(s)$ zmiennej zespolonej $s = \sigma + j\omega$, aproksymującej zadane charakterystyki filtru.

$$H(s) = \frac{U_o(s)}{U_{in}(s)} = \frac{a_m s^m + \dots + a_0}{b_n s^n + \dots + b_0} = \frac{a_m}{b_n} \frac{\prod_i (s - z_i)}{\prod_j (s - p_j)} \quad (13.31)$$

gdzie:

- a_i, b_j - rzeczywiste współczynniki wielomianów,
- z_i, p_j - zera i bieguny funkcji $H(s)$ dla $i = 0, 1, 2, \dots, m$,
- $j = 0, 1, 2, \dots, n$.

Pasywne obwody RC nie pozwalają na uzyskanie dowolnego rozkładu zer i biegunów transmitancji (w lewej półpłaszczyźnie zmiennej s), jak to ma miejsce w przypadku pasywnych obwodów LC.

W filtrze aktywnym ze wzmacniaczem operacyjnym, korzystając z właściwości sprzężenia zwrotnego, można tak modyfikować położenia zer i biegunów funkcji transmitancji, aby otrzymać wymagany ich rozkład dla zapewnienia żądanej charakterystyki filtru. Położenie biegunów funkcji transmitancji w lewej półpłaszczyźnie zmiennej s , tj. zapewnienie ujemnych wartości ich rzeczywistych części, gwarantuje stabilną pracę filtru. Jeżeli bieguny transmitancji filtru leżą na osi $j\omega$, to filtr staje się układem niestabilnym. Wymagania stawiane filtrom wiążą się najczęściej z realizacją zadanej charakterystyki modułu i fazy transmitancji $H(s)$ dla $s = j\omega$

$$H(s) = |H(\omega)| \exp[j\varphi(\omega)] \quad (13.32)$$

gdzie:

- $|H(\omega)|$ - charakterystyka modułu,
- $\varphi(\omega)$ - charakterystyka fazy.

Dokonując podziału filtrów za względu na pasmo częstotliwości przenoszonych sygnałów możemy wyróżnić: filtry dolno- i górnoprzepustowe, filtry środkowoprzepustowe, filtry

środkowozaporowe, filtry wszechprzepustowe (o stałej wartości modułu i fazy będącej funkcją częstotliwości) i inne. Charakterystyki częstotliwościowe wymienionych rodzajów filtrów mogą być dowolnie kształtowane w zależności od sposobu ich zestrojenia. Najczęściej są stosowane typowe charakterystyki: *maksymalnie płaska* (Butterwortha), *równomiernie falista* (Czebyszewa), *maksymalnie liniowej fazy* (Thomsona), *eliptyczna* (Cauera), aperiodyczna krytyczna itp. Właściwości tych charakterystyk mogą być przedstawione zarówno przez wartości współczynników wielomianów funkcji wymiernej $H(s)$, jak i za pomocą rozkładu zer i biegunów funkcji transmitancji na płaszczyźnie zmiennej zespolonej. Częściej jednak właściwości te reprezentowane są przez wartości charakterystycznych pulsacji biegunów funkcji transmitancji i ich dobroci. Po dokonaniu wyboru odpowiedniej charakterystyki częstotliwościowej, w zależności od wymaganego rodzaju i właściwości filtru, kolejnym zadaniem jest wybór optymalnej realizacji transmitancji filtru, czyli wybór struktury układu. Końcowym etapem projektowania filtru jest wyznaczenie wartości elementów przyjętej struktury i ich optymalizacja pod kątem różnych wymagań. Wymagania te sprowadzają się najczęściej do minimalizacji wrażliwości modułu transmitancji na rozrzuty wartości elementów, zmiany temperatury, czasu itp.

W ciągu kilkudziesięcioletniego rozwoju teorii filtrów aktywnych zaproponowano bardzo wiele metod projektowania i realizacji tych układów, z których kilka znalazło szerokie zastosowanie.

Większość znanych obecnie sposobów realizacji aktywnych filtrów opiera się na jednej z dwóch ogólnych metod:

- kaskadowej,
- wielopętlowego sprzężenia zwrotnego.

Realizacja metodą kaskadową polega na rozkładzie (dekompozycji) transmitancji wysokiego stopnia na struktury o transmitancji drugiego stopnia i ewentualnie jedną transmitancję pierwszego stopnia. Funkcja transmitancji $H(s)$ może być przedstawiona w postaci iloczynu wymiernych funkcji rzeczywistych stopnia nie większego niż dwa.

$$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \prod_k H_k(s) = \prod_k \frac{N_k(s)}{M_k(s)} \quad (13.33)$$

gdzie: stopień $N_k(s) \leq$ stopień $M_k(s) \leq 2$.

Na uwagę zasługuje fakt, że zbiór zer i biegunów transmitancji $H_k(s)$ tworzących kaskadową realizację filtru aktywnego jest identyczny ze zbiorem zer i biegunów realizowanej funkcji $H(s)$.

Procedura syntezy filtrów przy metodzie kaskadowej jest prosta, opiera się bowiem na realizacji izolowanych sekcji drugiego rzędu. Stabilność filtru kaskadowego jest określona stabilnością sekcji. W odróżnieniu od metody kaskadowej, metoda wielopętlowego sprzężenia zwrotnego polega na objęciu bloków drugiego rzędu (ewentualnie pierwszego) jedną lub większą liczbą pętli nielokalnego sprzężenia zwrotnego. W zbiorze zer i biegunów bloków aktywnych występujących w strukturze filtru z wielopętlowym sprzężeniem zwrotnym znajdują się takie zera i bieguny, które nie są zerami i biegunami realizowanej funkcji transmitancji $H(s)$ (inaczej, niż przy realizacji kaskadowej). Ta metoda realizacji filtrów jest trudniejsza, umożliwia jednak - w porównaniu z metodą kaskadową - uzyskanie charakterystyk częstotliwościowych filtrów o mniejszych wrażliwościach na zmiany parametrów filtru.

Procedura syntezy filtrów z wielopętlowym sprzężeniem zwrotnym jest oparta na symulacji bezstratnych filtrów LC pracujących między dwoma rezystancjami lub wykorzystaniu metod zmiennych stanu. W tej bardzo zróżnicowanej grupie filtrów aktywnych na szczególne wyróżnienie, ze względu na szerokie zastosowania praktyczne, zasługują:

- filtry aktywne z zastosowaniem struktury FLF (*Follow the Leader Feedback*) oraz typu „*Leap - Frog*”,
- filtry aktywne z bezpośrednią symulacją indukcyjności w prototypowych filtrach RLC,
- filtry aktywne realizowane na zasadzie zmiennych stanu.

Ze względu na ograniczoną objętość podręcznika przedstawimy tylko kilka metod realizacji filtrów aktywnych:

- realizacja kaskodowa z sekcjami bikwadratowymi,
- bezpośrednia symulacja indukcyjności w filtrach LC,
- filtry realizowane na zasadzie zmiennych stanu,
- filtry C - przełączane,
- filtry C pracujące w czasie ciągłym.

13.4.2. Filtry bikwadratowe

Sekcja bikwadratowa ma za zadanie zrealizować transmitancję

$$H_k(s) = \frac{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}{s^2 + b_1 s + b_0} = \frac{N_k(s)}{s^2 + b_1 s + b_0} \quad (13.34)$$

przy czym $N_k(s)$ jest wielomianem stopnia drugiego lub niższego.

Przy projektowaniu sekcji bikwadratowych na ogół korzysta się

z postaci znormalizowanych transmitancji $H_k(s)$. Normalizacji podlegają również wartości elementów pasywnych RC sekcji. Znormalizowana funkcja $H_k(s)$ ma postać

$$H_k(s) = \frac{N_k(s)}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} = \frac{N_k(s)}{(s-p_1)(s-p_2)} \quad (13.35)$$

gdzie: p_1, p_2 - są biegunami transmitancji $H_k(s)$.

Dla dobroci $Q > 1/2$ bieguny są zespolone

$$p_{1,2} = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm j\frac{\omega_0}{2Q}\sqrt{4Q^2 - 1} = \sigma_p \pm j\omega_p \quad (13.36)$$

Części rzeczywiste i urojone biegunów określone są zależnościami

$$\sigma_p = -\frac{\omega_0}{2Q} \quad (13.36a)$$

$$\omega_p = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} \quad (13.36b)$$

Pomiędzy pulsacją ω_0 i dobrocią Q , a częścią rzeczywistą i urojoną bieguna istnieją następujące zależności

$$\omega_0 = \sqrt{\sigma_p^2 + \omega_p^2} \quad (13.37)$$

$$Q = \frac{\sqrt{\sigma_p^2 + \omega_p^2}}{2|\sigma_p|} = \frac{\omega_0}{2|\sigma_p|} \quad (13.38)$$

Czasem, zamiast dobroci Q definiuje się *współczynnik tłumienia*

$$\xi = \frac{1}{2Q} \quad (13.39)$$

Dla dużych wartości Q pulsacja bieguna ω_0 (nazywana niekiedy *pulsacją charakterystyczną filtru*) jest prawie równa części urojonej bieguna (zgodnie z zależnością (13.36b) $\omega_0 \approx \omega_p$).

Z porównania mianowników wyrażeń (13.34 i 13.35) otrzymuje się

$$s^2 + b_1 s + b_0 = s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2 \quad (13.40)$$

W podobny sposób otrzymuje się zależności

$$Q = \sqrt{b_0} / b_1 \text{ oraz } \omega_0 = \sqrt{b_0} \quad (13.41)$$

W zależności od postaci wielomianu licznika $N_k(s)$ można otrzymać filtry różnych typów:

a) *filtr dolnoprzepustowy (ang. lowpass filter)*

$$H_{LP} = H_0 \frac{\omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2} \quad (13.42)$$

Moduł transmitancji przyjmuje wartość maksymalną dla pulsacji równej części urojonej bieguna (wzór 13.36), jednak dla dużych Q , $\omega_0 \approx \omega_p$ i w takim przypadku maksymalna wartość modułu transmitancji występuje prawie przy pulsacji bieguna (rys. 13.10a). Wysoki charakterystyki amplitudowej są tym większe, im większa jest dobroć filtru. Dla dobroci $Q = 1/\sqrt{2}$ otrzymujemy tzw. *charakterystykę maksymalnie płaską* i w tym przypadku górna trzydecybelowa pulsacja graniczna jest równa pulsacji bieguna.

b) *filtr górnoprzepustowy (ang. highpass filter)*

$$H_{HP}(s) = H_0 \frac{s}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2} \quad (13.43)$$

Jak pokazano na rys.13.10b, również dla filtru górnoprzepustowego można wyróżnić charakterystykę maksymalnie płaską dla $Q = 1/\sqrt{2}$.

c) *filtr środkowoprzepustowy (ang. bandpass filter)*

$$H_{BP}(s) = H_0 \frac{\omega_0 s}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2} \quad (13.44)$$

W przypadku filtrów środkowoprzepustowych przeważnie $Q \gg 1$ i tym samym część urojona bieguna jest równa pulsacji bieguna, będącej jednocześnie pulsacją środkową filtru.

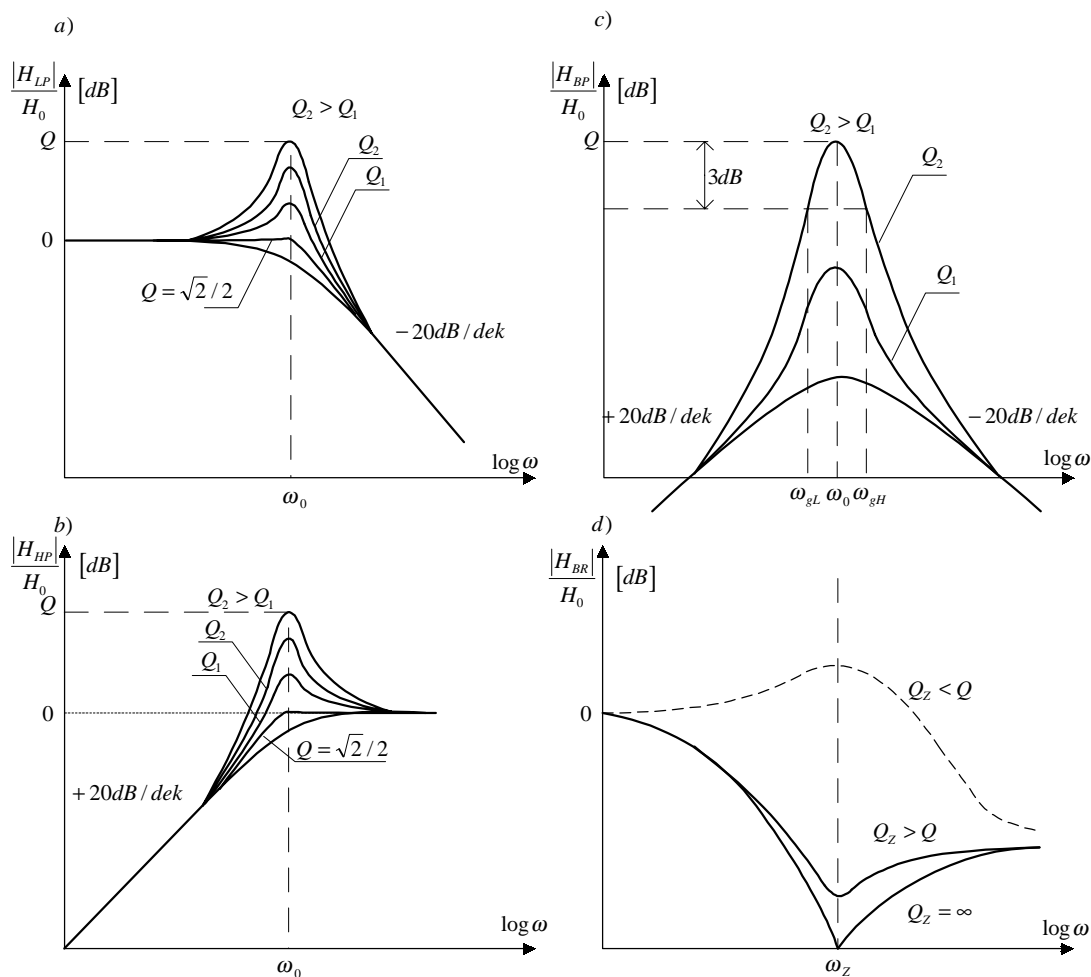
Ponieważ dobroć filtru jest równa dobroci bieguna, to trzydecybelowe pasmo filtru jest równe

$$B_{3dB} = \Delta\omega_{3dB} = \omega_{gH} - \omega_{gL} = 2\pi \Delta f_{3dB} = 2|\sigma_p| \quad (13.45)$$

Jak pokazano na rys.13.10c, charakterystyka modułu transmitancji ma asymptotyczne nachylenia $+20$ dB/dek i -20 dB/dek.

d) *filtr środkowozaporowy (ang. bandreject filter)*

$$H_{BR}(s) = H_0 \frac{s^2 + \frac{\omega_z}{Q_z} s + \omega_z^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2} \quad (13.46)$$



Rys.13.10. Charakterystyki amplitudowe filtrów bikwadratowych:

- a) dolnoprzepustowego, b) środkowoprzepustowego,
c) górnoprzepustowego, d) środkowozaporowego

Dla $Q_z > Q$ otrzymujemy filtr środkowozaporowy, zaś dla $Q_z = \infty$ filtr eliptyczny o charakterystyce amplitudowej przedstawionej na rys.13.10d o transmitancji

$$H_{BR}(s) = H_0 \frac{\omega_z^2}{\omega_0^2} \frac{\frac{s^2}{\omega_z^2} + 1}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{Q\omega_0} + 1} \quad (13.47)$$

e) *filtr wszechprzepustowy* (układ opóźniający Pade'go drugiego rzędu)
(ang. *allpass filter*)

$$H_{AP}(s) = H_0 \frac{s^2 - \frac{\omega_0}{Q_z} s + \omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2} \quad (13.48)$$

Charakterystykę fazową tego filtru określa zależność

$$\Phi_{AP}(\omega) = -2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\frac{\omega}{2Q\omega_0}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}} \quad (13.49)$$

W filtrach aktywnych współczynniki funkcji transmitancji zależą od wartości elementów pasywnych oraz od wzmacnienia elementu aktywnego. Istotnym parametrem filtru jest jego *wrażliwość* (ang. *sensitivity*). Definiuje się *wrażliwość* Q oraz ω_0 na zmiany wartości elementów pasywnych i wzmacnień elementów aktywnych tworzących filtr (wartości te ogólnie oznaczono tu jako x_i).

$$S_{x_i}^Q = \frac{x_i}{Q} \frac{\partial Q}{\partial x_i}; \quad S_{x_i}^{\omega_0} = \frac{x_i}{\omega_0} \frac{\partial \omega_0}{\partial x_i} \quad (13.50)$$

$i = 1, 2, \dots, n$

oraz *wrażliwość* zer i biegunów

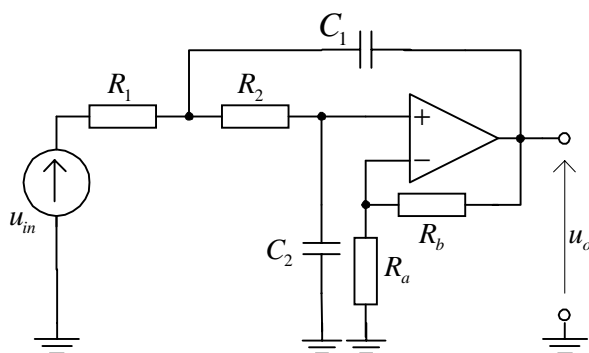
$$S_{x_i}^z = \frac{x_i}{z} \frac{\partial z}{\partial x_i}; \quad S_{x_i}^p = \frac{x_i}{p} \frac{\partial p}{\partial x_i} \quad (13.51)$$

$i = 1, 2, \dots, n$

Wrażliwość filtru jest istotnym kryterium jakości filtru i powinna być minimalizowana.

Elementami aktywnymi stosowanymi w sekcjach drugiego rzędu filtru kaskadowego są najczęściej wzmacniacze operacyjne w układach odwracających lub nieodwracających, ze sprzężeniem zwrotnym dodatnim lub ujemnym. Sekcja filtru może też zawierać układ kilku wzmacniaczy operacyjnych z mieszanym sprzężeniem zwrotnym. Układy z jednym wzmacniaczem zapewniają na ogół małą dobroć ($Q \leq 10$) i są bardziej *wrażliwe*, niż układy z kilkoma elementami aktywnymi, w których $Q > 10$. Zastosowanie ujemnego sprzężenia zwrotnego we wzmacniaczu działa stabilizująco na parametry filtru. Duża rezystancja wejściowa i mała rezystancja wyjściowa wzmacniacza zapewniają odpowiednią separację poszczególnych sekcji filtru kaskadowego i umożliwiają niezależne zestrajanie tych sekcji, bez wzajemnego oddziaływania.

W monografiach poświęconych tematyce filtrów aktywnych można znaleźć obszerny przegląd metod syntezy sekcji bikwadratowych i różnych sposobów ich realizacji. Tytułem przykładu przedstawimy powszechnie znany układ zaproponowany w 1954 roku przez Sallen-Key'a, który w zależności od konfiguracji elementów sprzężenia zwrotnego może realizować wszystkie typy filtrów bikwadratowych [85].



Rys.13.11. Dolnoprzepustowy filtr Sallen-Key'a

Na rys.13.11 przedstawiono filtr dolnoprzepustowy, w którym zastosowano wzmacniacz nieodwracający.

Stosując np. napięciowe prawo Kirchhoffa w układzie, można wyznaczyć jego transmitancję

$$H_{LP}(s) = \frac{U_o(s)}{U_{in}(s)} = \frac{\frac{k_u}{R_1 R_2 C_1 C_2}}{s^2 + \left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1-k_u}{R_2 C_2} \right) s + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad (13.52)$$

$$\text{gdzie } k_u = 1 + R_b / R_a \quad (13.52a)$$

Porównując wyrażenie (13.52) z jego znormalizowaną postacią (13.42) otrzymujemy

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad (13.53)$$

$$Q = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2} \left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1-k_u}{R_2 C_2} \right)} \quad (13.54)$$

$$H_0 = k_u \quad (13.55)$$

Najmniejsze wrażliwości dolnoprzepustowego filtra Sallen-Key'a otrzymuje się w przypadku, gdy wzmacniacz o wzmocnieniu k_u zostanie przekształcony we wtórnik napięciowy ($k_u = 1$). W tym przypadku dla $R_1 = R_2 = R$

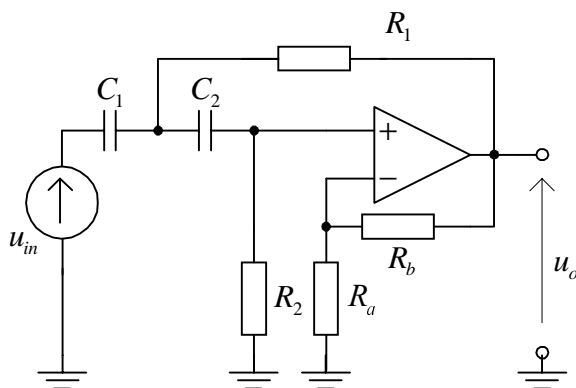
$$C_1 = \frac{2Q}{\omega_0} \quad \text{oraz} \quad C_2 = \frac{1}{2Q\omega_0} \quad (13.56)$$

zaś wrażliwości dobroci Q i pulsacji ω_0 są równe

$$S_R^Q = 0; \quad S_C^Q = \pm 1/2; \quad S_R^{\omega_0} = S_C^{\omega_0} = -1/2 \quad (13.57)$$

Zastępując na rys.13.11 rezystancje pojemnościami, zaś pojemności rezystancjami otrzymuje się górnoprzepustowy filtr Sallen-

Key'a (przedstawiony na rys.13.12).



Rys.13.12. Górnoprzepustowy filtr bikwadratowy Sallen-Key'a

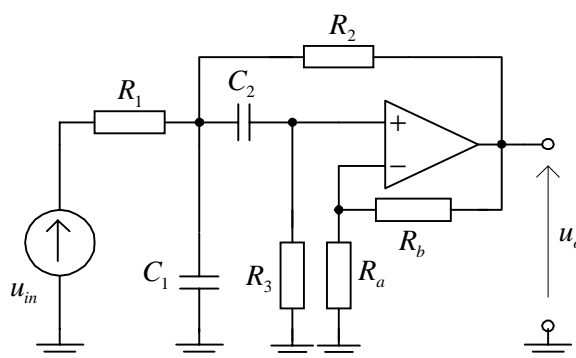
Transmitancja tego układu jest określona zależnością

$$H_{HP}(s) = \frac{U_o(s)}{U_{in}(s)} = \frac{k_u s^2}{s^2 + \left(\frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} + \frac{1-k_u}{R_1 C_1} \right) s + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad (13.58)$$

przy czym k_u określone jest zależnością (13.52a). Przyjmując podobnie, jak poprzednio: $k_u = 1$; $C_1 = C_2$ otrzymuje się

$$Q = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} \quad \text{oraz} \quad \omega_0 = \frac{1}{C \sqrt{R_1 R_2}}$$

Na rys.13.13 przedstawiono jedną z możliwych konfiguracji środkowoprzepustowego filtra Sallen-Key'a.



Rys.13.13. Środkowo-przepustowy filtr bikwadratowy Sallen-Key'a

Na podstawie równań oczkowych układu możemy wyznaczyć transmitancję

$$\begin{aligned}
 H_{BP}(s) &= \frac{U_o(s)}{U_{in}(s)} = \\
 &= \frac{\frac{k_u}{R_1 C_1} s}{s^2 + \left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_3 C_2} + \frac{1}{R_3 C_1} + \frac{1-k_u}{R_2 C_1} \right) s + \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C_1 C_2}}
 \end{aligned} \quad (13.59)$$

Porównując wyrażenie (10.59) z jego znormalizowaną postacią (13.44) otrzymujemy

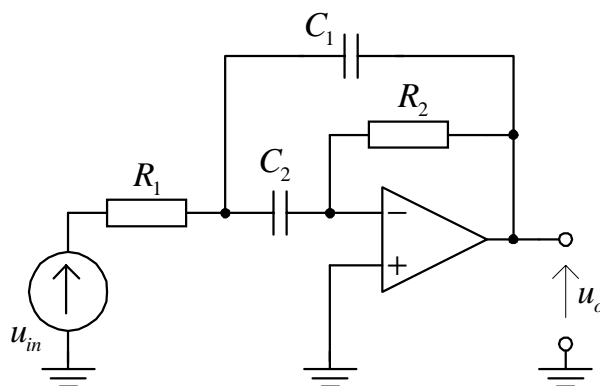
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C_1 C_2}} \quad (13.60)$$

$$Q = \frac{\sqrt{\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C_1 C_2}}}{\left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_3 C_2} + \frac{1}{R_3 C_1} + \frac{1-k_u}{R_2 C_1} \right)} \quad (13.61)$$

$$H_0 = \frac{\frac{k_u}{R_1 C_1}}{\left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_3 C_2} + \frac{1}{R_3 C_1} + \frac{1-k_u}{R_2 C_1} \right)} \quad (13.62)$$

Filtry zawierające wzmacniacze nieodwracające odznaczają się dużymi wrażliwościami w przypadku, gdy są realizowane duże dobroci. Jest to wynikiem stosowania w układzie dodatniego sprzężenia zwrotnego.

Filtry aktywne o zmniejszonej wrażliwości, a przy tym o dużej dobroci, mogą być zrealizowane przy użyciu wzmacniaczy operacyjnych odwracających fazę.



Rys. 13.14. Środkowo-przepustowy filtr Sallen-Key'a

Przykładem takiego rozwiązania jest filtr przedstawiony na rys.13.14 [85].

$$H_{BP}(s) = \frac{U_o(s)}{U_{in}(s)} = \frac{-\frac{1}{R_1 C_1} s}{s^2 + \left(\frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} \right) s + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad (13.63)$$

Dla $C_1 = C_2 = C$ otrzymuje się

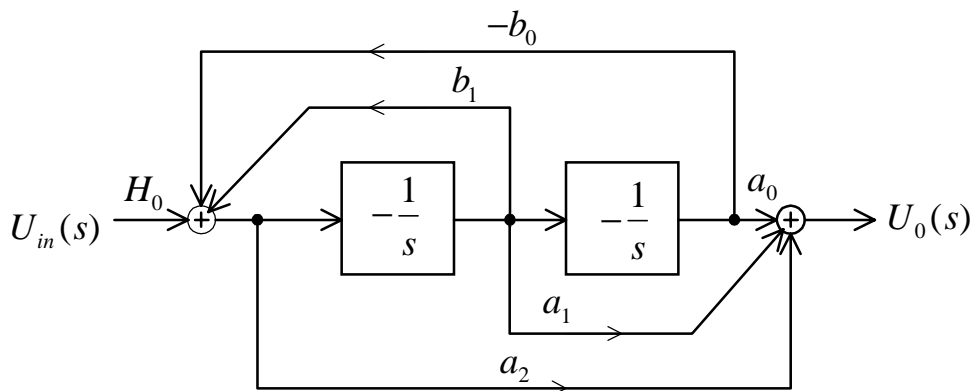
$$Q = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_2}{R_1}}, \quad \omega_0 = \frac{1}{C \sqrt{R_1 R_2}} \quad (13.64)$$

zaś dla $\omega = \omega_0$, $H_0 = 2Q^2$.

Właściwości filtru z rys.13.14 są podobne do właściwości filtru dolnoprzepustowego z wtórnikami napięciowym i jego wrażliwości są niewielkie.

13.4.3. Filtry aktywne realizowane metodą zmiennych stanu

Realizacja filtrów aktywnych metodą *zmiennych stanu* polega na zastosowaniu elementarnych integratorów, z których każdy umożliwia dzielenie transformaty sygnału przez operator s . Na rys.13.15 przedstawiono schemat blokowy sekcji bikwadratowej o dowolnej transmitancji, zbudowanej w oparciu o dwa integratory.

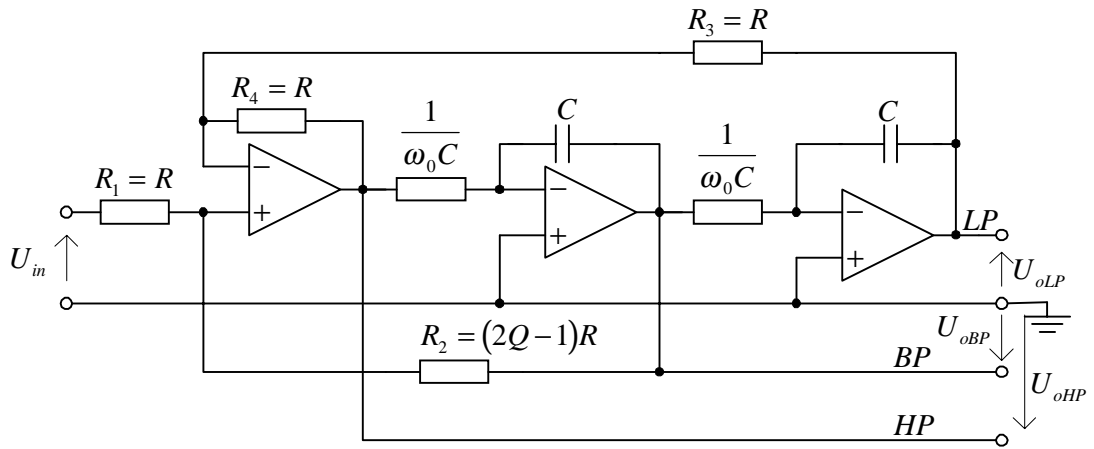


Rys. 13.15. Schemat blokowy sekcji bikwadratowej z dwoma integratorami

Transmitancja układu z rys.13.15 jest określona zależnością (13.34).

Filtry realizowane metodą zmiennych stanu umożliwiają jednocześnie uzyskanie transmitancji dolno- górno- i środkowoprzepustowych, a przez sumowanie sygnałów z wyjścia dolno- i górno- przepustowego jest również możliwe uzyskanie transmitancji środkowozaporowej. Filtry te charakteryzują się małymi wrażliwościami i dużą dobrocią, sięgającą wartości $Q = 100$.

Na rys.13.16 przedstawiono uniwersalny filtr zrealizowany metodą zmiennych stanu, nazywany filtrem KHN (twórcami filtru byli Kelvin, Huelsman i Newcomb) [85].



Rys. 13.16. Uniwersalny filtr KHN

Zakładając, że wzmacniacze operacyjne są idealne oraz stosując metodę superpozycji zgodnie z oznaczeniami na rys.13.16, otrzymujemy

$$U_{in} \frac{R_2}{R_1 + R_2} + U_{oBP} \frac{R_1}{R_1 + R_2} = U_{oHP} \frac{R_3}{R_3 + R_4} + U_{oLP} \frac{R_4}{R_3 + R_4} \quad (13.65)$$

$$U_{oLP} = - \frac{1}{\frac{s}{\omega_0 C}} U_{oBP} = - \left(\frac{\omega_0}{s} \right) U_{oBP} = \left(\frac{\omega_0^2}{s^2} \right) U_{oHP} \quad (13.65)$$

Uwzględniając podane na schemacie zależności między rezystancjami

$$R_1 = R, \quad R_3 = R, \quad R_2 = (2Q - 1)R \quad (13.66)$$

otrzymujemy

$$H_{LP}(s) = \frac{U_{oLP}(s)}{U_{in}(s)} = - \left(\frac{\omega_0}{s} \right) H_{BP}(s) = - \left(\frac{\omega_0}{s} \right) \frac{U_{oBP}(s)}{U_{in}(s)} = \frac{\omega_0^2}{s^2} H_{HP}(s) =$$

$$= \frac{\omega_0^2}{s^2} \frac{U_{oHP}(s)}{U_{in}(s)} = \frac{\frac{2Q-1}{Q}}{1 + \frac{s}{Q\omega_0} + \frac{s^2}{\omega_0^2}} \quad (13.67)$$

przy czym

$$Q = \frac{1 + R_2 / R_1}{2} \quad (13.68)$$

Jak można zauważyć, pulsacja ω_0 i dobroć Q zależą od wartości różnych elementów, co umożliwia niezależny dobór obu tych parametrów. Dodatkową zaletą filtrów realizowanych metodą zmiennych stanu jest ich mały błąd dynamiczny, wynikający

z ograniczeń częstotliwościowych integratorów, ponieważ zakres poprawnego całkowania sięga pulsacji o wartości bliskiej ω_T wzmacniacza operacyjnego.

13.4.4. Filtry aktywne z analogami indukcyjności

Realizację bezindukcyjnych filtrów n - tego rzędu można dokonać poprzez zastąpienie elementów indukcyjnych w pasywnych filtrach LC specjalnymi czwórnikami aktywnymi umożliwiającymi odpowiednią transformację impedancji. Jednym z takich czwórników jest *żyrator*, który w idealnym przypadku jest opisany następującą macierzą admitancyjną

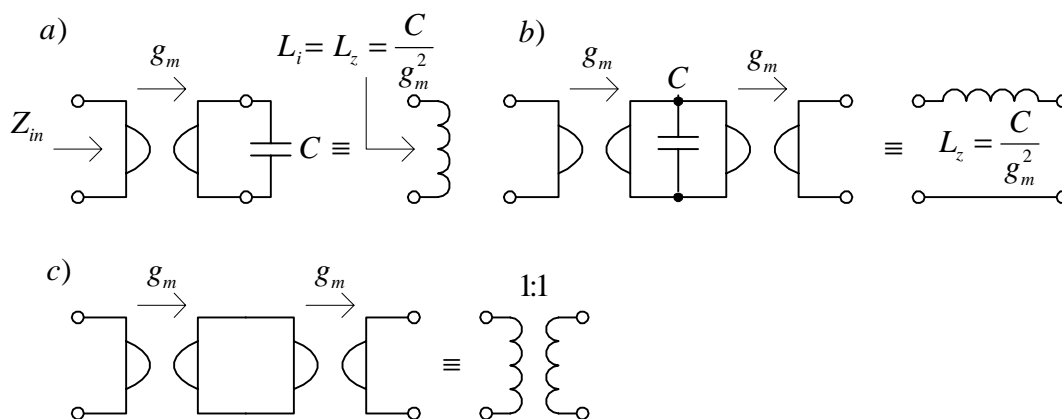
$$[y] = \begin{bmatrix} 0 & g_m \\ -g_m & 0 \end{bmatrix} \quad (13.69)$$

przy czym g_m jest konduktancją żyracji.

Jeżeli czwórnik opisany macierzą (13.69) obciążony się na wyjściu pojemnością C , to jego impedancja wejściowa wynosi

$$Z_{in} = \frac{1}{Y_{in}} = \frac{sC}{g_m^2} = sL_z \quad (13.70)$$

przy czym $L_z = C / g_m^2$.



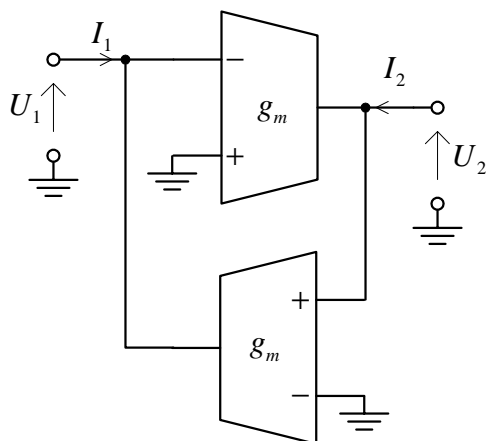
Rys.13.17. Symulacje dokonywane za pomocą idealnych żyratorów: a) indukcyjności uziemionej, b) indukcyjności nieziemionej, c) idealnego transformatora

Układ taki symuluje bezstratną indukcyjność uziemioną na zaciskach wejściowych. Wykorzystanie dwóch żyratorów pozwala na symulację indukcyjności nieziemionej (typu *floating*) lub idealnego transformatora (rys.13.17).

Jedną z wielu możliwych sposobów realizacji żyratora za pomocą wzmacniaczy transkonduktancyjnych, omówionych w rozdz.12.4.5, przedstawiono na rys.13.18.

W celu wyjaśnienia zasady działania układu z rys.13.18 macierz (13.69) rozkłada się na sumę dwóch macierzy

$$[y] = \begin{bmatrix} 0 & g_m \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -g_m & 0 \end{bmatrix} \quad (13.71)$$



Rys.13.18. Realizacja żyratora za pomocą dwóch wzmacniaczy OTA

Każda ze składowych macierzy (13.71) reprezentuje idealne źródło prądowe sterowane napięciem, przy czym pierwsze źródło transmituje sygnał z wyjścia na wejście bez odwracania fazy, zaś drugie źródło transmituje sygnał z wejścia na wyjście z odwracaniem fazy. Symulacja indukcyjności za pomocą żyratorów daje możliwość uzyskania dużych wartości indukcyjności L_z o dużej dobroci (sięgającej kilkuset) w szerokim paśmie częstotliwości, co pozwala na realizację układów selektywnych o dużej dobroci i małej wrażliwości. Filtry aktywne z żyratorami, przy założeniu że żyratory są idealne, mają wszystkie charakterystyki transmisyjne i wrażliwościowe identyczne z ich prototypami LC.

13.4.5. Filtry C - przełączane

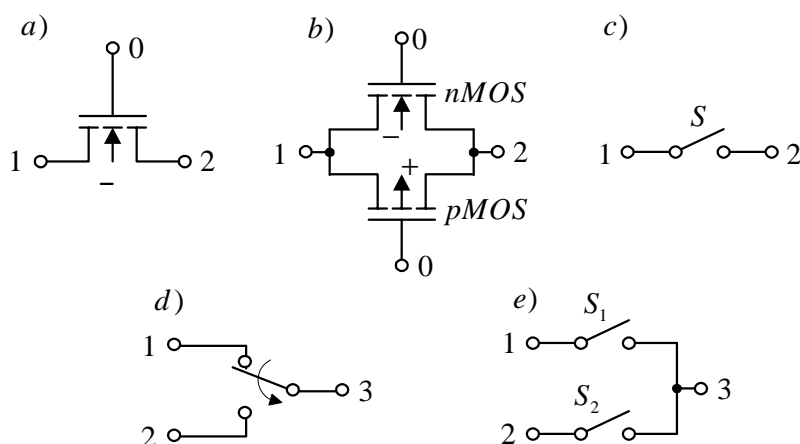
13.4.5.1. Uwagi wstępne

W końcu lat siedemdziesiątych została wprowadzona nowa klasa analogowych układów monolitycznych z przełączanymi pojemnościami, nazywana również C-przełączane lub SC (ang. *switched capacitor*). W niniejszym rozdziale zostanie przedstawiona jedynie ogólna koncepcja realizacji i analizy przykładowych rozwiązań układów SC. Koncepcja symulacji rezystancji może być podstawą prostej metody projektowania układów SC, polegającej na tym, że w klasycznych układach aktywnych RC poszczególne rezystory zastępuje się odpowiednimi podukładami SC. Początkowo technika SC znalazła

zastosowanie do realizacji filtrów, bowiem filtry SC charakteryzują się dwiema bardzo istotnymi cechami:

- współczynniki transmitancji napięciowej lub prądowej filtru nie zależą od wartości bezwzględnych pojemności, ale od ich stosunków,
- trzydecybelowa częstotliwość graniczna filtru (lub częstotliwość środkowa pasma przepustowego) jest wprost proporcjonalna do częstotliwości zegara, ze współczynnikiem proporcjonalności zależnym od stosunku pojemności.

Wymienione właściwości pozwalają na dużą dokładność wykonania filtru, niemożliwą do uzyskania w żadnej innej technologii monolitycznej. Filtry SC mogą być również automatycznie przestrajane poprzez zmianę częstotliwości zegara. Kondensatory wykonane w technologii MOS mają właściwości bliskie idealnym, tzn. małe współczynniki temperaturowe, rzędu 10 ppm/°C lub mniejsze oraz bardzo małe współczynniki stratności. W standardowej technologii MOS wartość bezwzględna pojemności może być wykonana z dokładnością (5 do 10 %), lecz żądany stosunek pojemności może być uzyskany z dokładnością $\delta < 0,1 \%$. Klucze wykorzystywane do przełączania kondensatorów realizuje się najczęściej w postaci pojedynczych tranzystorów lub par tranzystorów.



Rys.13.19. Klucze jednopozycyjne: a) przy wykorzystaniu tranzystora nMOS, b) przy wykorzystaniu pary tranzystorów CMOS, c) symbol klucza. Klucze dwupozycyjne: d) symbol klucza, e) klucz złożony z dwóch kluczy jednopozycyjnych

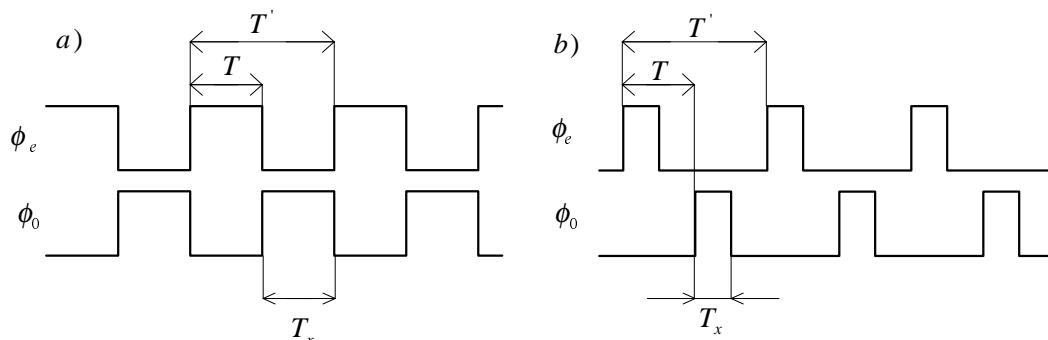
Na rys.13.19 przedstawiono realizację kluczy jednopozycyjnych przy użyciu tranzystora nMOS, lub pary tranzystorów CMOS oraz podano zasadę otrzymywania klucza dwupozycyjnego z dwóch kluczy jednopozycyjnych.

W układzie SC klucze mogą być przełączane w dwu lub więcej fazach, jednak najczęściej stosowane są zegary dwufazowe ze względu na łatwiejszą realizację układową.

Na rys.13.20 przedstawiono przebiegi czasowe zegara

dwufazowego z równymi odstępami fazowymi. Dla lepszej separacji pomiędzy poszczególnymi fazami w przebiegach sterujących wprowadza się strefy martwe (rys.13.20b). Poszczególne fazy zegara dwufazowego oznaczono

- ϕ_e - faza parzysta (ang. even)
- ϕ_o - faza nieparzysta (ang. odd)



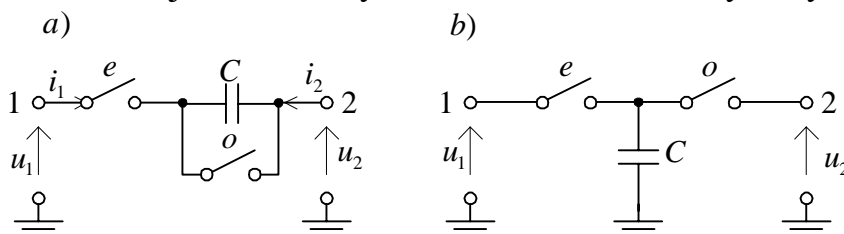
Rys. 13.20. Przebiegi czasowe zegara dwufazowego: a) bez stref martwych, b) ze strefami martwymi.

Klucze sterowane fazą ϕ_e są zwierane w chwilach parzystych, zaś klucze sterowane fazą ϕ_o są zwierane w chwilach nieparzystych.

Układy C-przełączane należą do klasy układów z sygnałem próbkowanym. Wartość sygnału należy do zbioru ciągłego, lecz jest obserwowana w dyskretnych momentach czasu. Układy dyskretne opisuje się w dziedzinie czasu równaniami różnicowymi. Do rozwiązywania tych równań szczególnie przydatna jest transformata Z, pozwalająca na sprowadzenie równań różnicowych do równań algebraicznych w dziedzinie zmiennej zespolonej z .

Na rys.13.21 przedstawiono najprostsze struktury SC, zawierające po jednej pojemności i dwa klucze, do symulacji rezystancji szeregowej i równoległej [64].

W układzie z rys.13.21a podczas fazy e kondensator jest ładowany do napięcia $u_k(nT) = u_1(nT) - u_2(nT)$, natomiast podczas fazy o kondensator jest zwierany i całkowicie rozładowywany.



Rys.13.21. Struktury SC symulujące rezystancję: a) szeregową z dwoma kluczami, b) równoległą z dwoma kluczami

W czasie jednego okresu zegarowego T' przepływa zatem ładunek $\Delta q = C[u_1(nT) - u_2(nT)]$. Ładunek ten przepływa ostrymi impulsami na początku okresów zegarowych. Możemy zatem zdefiniować średnią wartość prądu, jako stosunek przepływającego ładunku Δq w czasie każdego okresu zegarowego T' do tego okresu

$$I_{sr1} = -I_{sr2} = \frac{C}{T'} [u_1(nT) - u_2(nT)] = \frac{C}{T'} u_k(nT) \quad (13.72)$$

Zgodnie z równaniem (13.72) przełączana pojemność zachowuje się jak rezystancja o wartości

$$R_k = T' / C \quad (13.73)$$

Średnia wartość prądu przepływającego między zaciskami 1 i 2 w układzie z rys.13.21b (liczona za okres T') wynosi

$$I_{sr1} = -I_{sr2} = \frac{C}{T'} u_k[(n-1)T] \quad (13.74)$$

Wartość symulowanej rezystancji jest taka sama jak poprzednio:

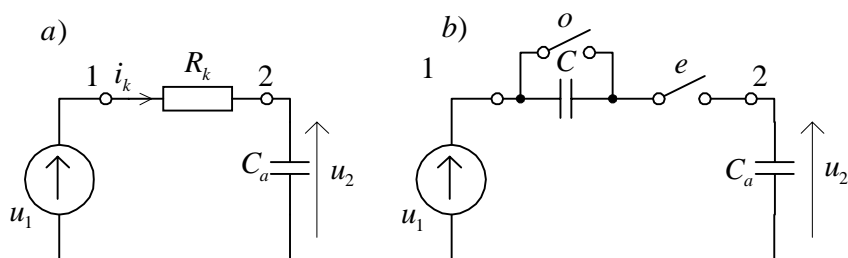
$$R_k = T' / C.$$

13.4.5.2. Przykłady realizacji integratorów i filtrów SC

Na rys.13.22 przedstawiono najprostszy układ RC (jednobiegunowy filtr RC) oraz symulującą go strukturę SC, w której rezystancja R_k jest symulowana za pomocą przełączanego kondensatora szeregowego.

Układ z rys.13.22b stanowi zarazem przykład, kiedy zaciski struktury SC symulowanej rezystancji nie są dołączane do punktów o małych impedancjach. W układzie tym średnia wartość prądu i_k zależy od przyrostu ładunku Δq na kondensatorze C_a .

$$\Delta q = [u_2(nT) - u_2[(n-1)T]] C_a \quad (13.75)$$



Rys. 13.22. Jednobiegunowy filtr RC (a) i symulująca go struktura SC (b)

W fazie e ładunek odpływający z kondensatora C_a jest równy

ładunkowi dopływającemu do rozładowanego (w fazie o) kondensatora C .

$$C_a[u_2[(n-1)T] - u_2(nT)] = C[u_2(nT) - u_1(nT)] \quad (13.76)$$

Z równania (13.76) otrzymujemy

$$u_2(nT) - u_2[(n-1)T] = \frac{C}{C + C_a}[u_1(nT) - u_2[(n-1)T]] \quad (13.77)$$

Podstawiając (13.77) do (13.75), otrzymujemy

$$\Delta q = [u_1(nT) - u_2[(n-1)T]] \frac{C_a C}{C_a + C} \quad (13.78)$$

Uśredniając wyrażenie (13.78) za okres T' otrzymujemy wartość symulowanej rezystancji

$$R_k = T' \left(\frac{1}{C_a} + \frac{1}{C} \right) \quad (13.79)$$

Rezystancja R_k jest zależna od obu pojemności C_a i C .

W przypadku, gdy $C_a \gg C$, to wyrażenie (13.79) upraszcza się do postaci $R_k \approx T' / C$.

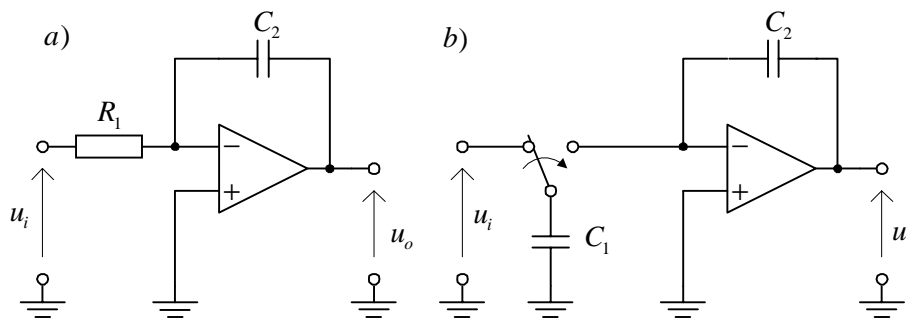
Identyczne zależności otrzymujemy w przypadku, gdy R_k jest modelowana za pomocą przełączanego kondensatora równoległego. Przez analogię do układu RC możemy określić stałą czasową dla symulowanej struktury SC.

$$\tau_{SC} = R_k C_a = T' \left(1 + \frac{C_a}{C} \right) \approx T' \frac{C_a}{C} \quad (13.80)$$

Stała τ_{SC} zależy od częstotliwości zegara oraz od stosunku pojemności. Zastosowanie zegara kwarcowego pozwala na uzyskanie dokładnej i ustabilizowanej wartości częstotliwości, zaś stosunek pojemności C_a / C może zawierać się w granicach (0,1 – 0,4) %. Zatem stała czasowa RC może być zrealizowana z dużą dokładnością. Dodatkową zaletą techniki SC jest znaczna miniaturyzacja układów realizowanych tą techniką. Na rys.13.23 przedstawiono prosty integrator C-przełączane, który nieco zmodyfikowany w celu eliminacji wpływu pojemności pasożytniczych, stanowi podstawowy blok wykorzystywany w syntezie filtrów SC.

W układzie pokazanym na rys.13.23b rezystor R_1 jest symulowany za pomocą równoległej struktury SC. W układzie tym w chwili $t = (n-1)T'$ kondensator C_1 jest dołączony do napięcia u_i , zatem zgromadzony na nim ładunek wynosi $C_1 u_i[(n-1)T']$. W drugiej połowie półokresu $(n-1)T'$ następuje przełączanie kondensatora C_1 do

wejścia wzmacniacza i przelanie z niego części ładunku do kondensatora C_2 .



Rys. 13.23. Integratory: a) realizacja RC, b) realizacja SC

W chwili $t = nT'$ spełnione jest równanie ładunkowe

$$C_2 u_o(nT') = C_2 u_o[(n-1)T'] - C_1 u_i[(n-1)T'] \quad (13.81)$$

Po dokonaniu transformacji Z wyrażenia (13.81) otrzymujemy

$$C_2 U_o(z) = z^{-1} C_2 U_o(z) - z^{-1} C_1 U_i(z) \quad (13.82)$$

Transmitancja wyznaczona z równania (13.82) ma postać

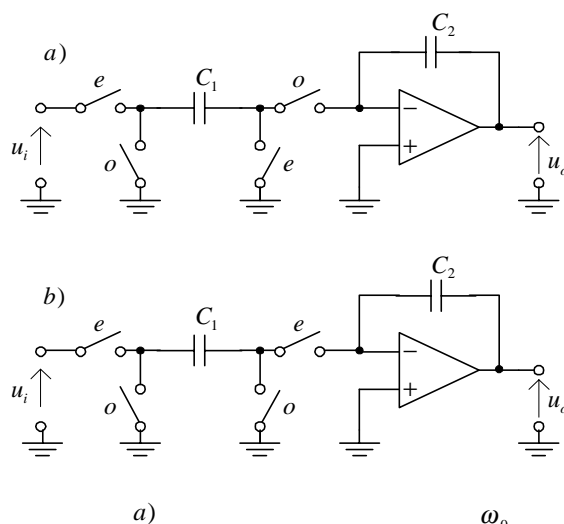
$$H(z) = \frac{U_o(z)}{U_i(z)} = -\frac{C_1}{C_2} \frac{z^{-1}}{1 - z^{-1}} \quad (13.83)$$

Omówiony integrator posiada wadę, jaką jest wrażliwość na pojemności pasożytnicze, występujące między różnymi węzłami układu, a masą. W celu wyeliminowania tej wady stosuje się bardziej rozbudowane, z większą ilością kluczy, układy symulujące rezystancję integratora. Generalną zasadą jaką należy się kierować przy projektowaniu układów SC jest przełączanie obydwu okładek kondensatorów między punktami o małej rezystancji (np. źródłem napięciowym, masą i masą pozorną), przy czym ta sama okładka nie może być przełączana między źródłem napięciowym a masą pozorną.

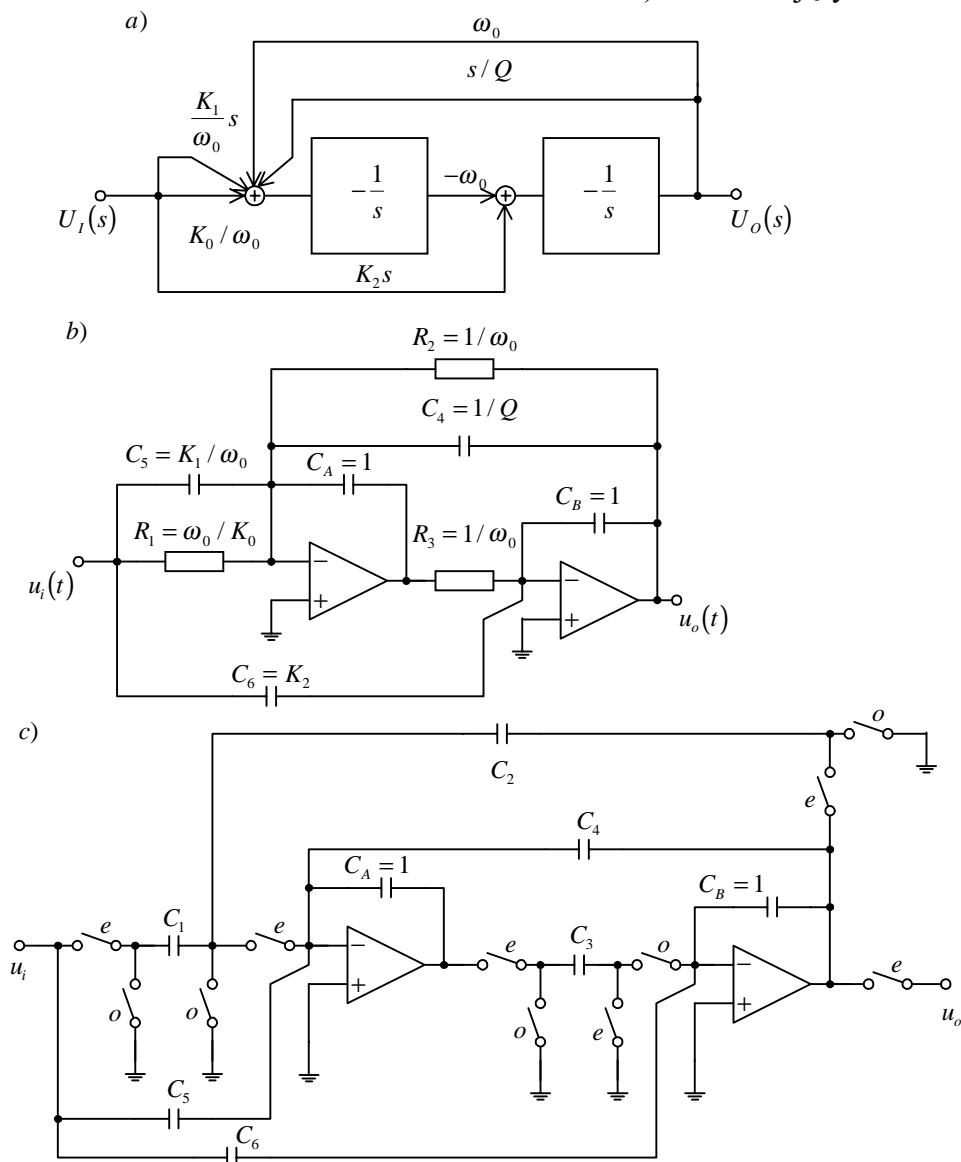
Integrator SC niewrażliwy na pojemności pasożytnicze może być układem odwracającym albo nieodwracającym, zależnie od sterowania kluczy integratora fazą parzystą lub nieparzystą. Układy takie przedstawiono na rys.13.24.

Możliwość symulacji rezystancji pozwala na realizację w układach SC omówionych wcześniej filtrów RC, a wykorzystując integratory SC można budować filtry typu zmiennej stanu oraz inne analogie do filtrów ciągłych. Istnieje również możliwość tworzenia nowych struktur i konfiguracji, nieznanych w układach ciągłych.

Przykładowo, na rys.13.25 przedstawiono kolejne etapy tworzenia filtra bikwadratowego z dwoma integratorami, począwszy od schematu blokowego, poprzez układ aktywny RC, do realizacji SC.



Rys. 13.24. Integratory SC niewrażliwe na pojemności pasożytnicze: a) odwracający, b) nieodwracający



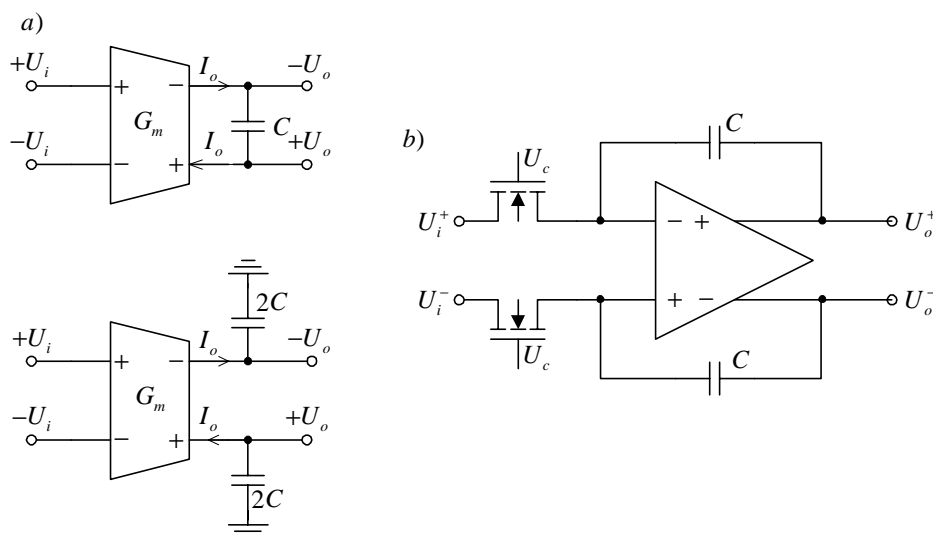
Rys. 13.25. Realizacja filtru SC o dobroci $Q > 1$: a) schemat blokowy, b) układ aktywny RC, c) realizacja SC

13.4.6. Filtry aktywne C pracujące w czasie ciągłym

Filtry aktywne C realizowane są w technologii monolitycznej tylko z elementów aktywnych i pojemności i są nazywane *filtrami o działaniu ciągłym* (ang. *continous time filters*). Najbardziej rozwiniętą i ustabilizowaną grupą filtrów o działaniu ciągłym są filtry typu $G_m - C$ lub $OTA - C$, które niezależnie od sposobu ich syntezy bazują na podstawowym elemencie aktywnym jakim jest transkonduktor lub wzmacniacz transkonduktancyjny OTA. Istnieje również grupa filtrów typu MOSFET - C, w których funkcję rezystancji dynamicznej spełnia tranzystor MOSFET. Pozycja filtrów scalonych o działaniu ciągłym jest już mocno ugruntowana w dziedzinie przetwarzania sygnałów i istnieją takie zastosowania, w których użycie tego typu filtrów jest jedynie uzasadnione. Zakres wykorzystywanych częstotliwości waha się w granicach od kilku Hz do dziesiątek MHz, przy zakresie dynamicznym rzędu 40 – 70 dB. Filtry o działaniu ciągłym najczęściej są używane do budowy filtrów anty-aliasingowych w aplikacjach audio, TV i HDTV, w układach odczytu i zapisu dyskowego, w systemach komunikacji bezprzewodowej, do budowy odbiorników AM i FM oraz wielu innych. Głównymi zaletami filtrów o działaniu ciągłym są: duża szybkość działania, mały pobór mocy (w szczególności w porównaniu do filtrów cyfrowych) oraz brak efektów związanych ze zjawiskami typu „*clock feedthrough*” (występującymi w filtrach realizowanych w technice z przełączanymi pojemnościami). Przy wykorzystaniu tego typu filtrów dokonuje się przetwarzania sygnału o postaci analogowej, unikając problemów związanych z próbkowaniem lub przełączaniem sygnału. Jednak mimo wielu znaczących zalet realizacja filtrów o działaniu ciągłym przedstawia również wiele poważnych problemów. Ich zakres dynamiczny jest ograniczony, przy czym ograniczenie to wynika głównie z możliwości przenikania sygnałów cyfrowych z części cyfrowej, umieszczonej razem z układem analogowym w jednym układzie scalonym oraz istnienia przesłuchów przez linie zasilające. Drugim poważnym problemem są znaczne rozrzuty parametrów filtru scalonego, wynikające z tolerancji producenta, zmian temperatury, procesów starzenia i innych. Konieczne jest implementowanie specjalnych struktur układowych, służących do strojenia filtru analogowego. Strojenie filtru odbywa się na zasadzie zmian parametrów pracy integratorów, stanowiących podstawowe bloki filtru. Strojenia dokonuje się zmieniając napięcia, prądy polaryzujące lub ich rozpiętości, co w konsekwencji powoduje przesunięcia punktów pracy poszczególnych tranzystorów wchodzących w skład układu.

Wykorzystując elementy transkonduktancyjne i pojemności

można zbudować integratory lub żyratory, które stanowią podstawowe bloki funkcjonalne dla różnych metod syntezy filtrów. Na rys.13.26 przedstawiono integratory $G_m - C$ z komplementarnym wyjściem prądowym. Spotyka się również integratory z pojedynczym wyjściem prądowym.



Rys. 13.26. Integratory: a) G_m -C, b) MOSFET-C

Dla obu układów z rys.13.26a transmitancja integratora wyraża się wzorem

$$H(s) = \frac{G_m}{sC} = \frac{\omega_0}{s}, \quad \text{gdzie} \quad \omega_0 = \frac{G_m}{C} \quad \text{oznacza pulsację, dla której}$$

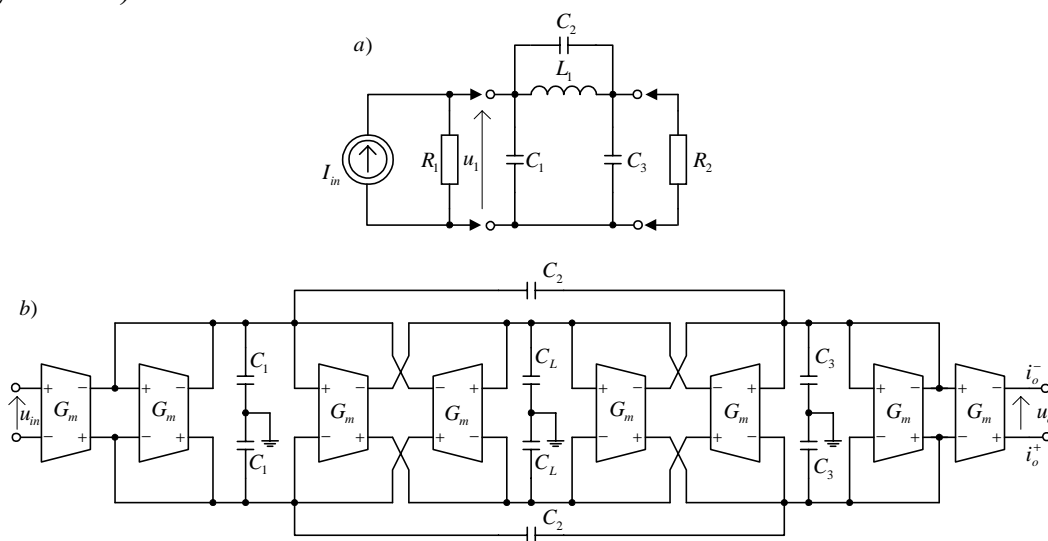
wzmocnienie ma wartość jednostkową. Układ, w którym każde wyjście posiada indywidualną pojemność pozwala na ograniczenie wpływu pojemności pasożytniczych pomiędzy podłożem a okładkami kondensatora.

Transkonduktor, będący sterowanym napięciowo źródłem prądowym powinien posiadać charakterystyki możliwie jak najbardziej liniowe dla całego rozważanego zakresu napięć wejściowych, stałą wartość g_m w całym zakresie częstotliwości i amplitud sygnału wejściowego oraz posiadać możliwość strojenia. Najprostsze wersje integratorów, stosowane często w aplikacjach wymagających bardzo dużych prędkości działania, składają się z prostych transkonduktorów jednostopniowych. Jednak wzmocnienie stałoprądowe oraz liniowość takich układów są niewielkie. Towarzyszą również takim rozwiązaniom stosunkowo duże wartości pojemności pasożytniczych, co utrudnia strojenie. Znacznie częściej stosuje się linearyzowane struktury bazujące na układzie wzmacniacza różnicowego.

Integrator MOSFET-C (rys.13.26b) bazuje na podstawowej

strukturze integratora, w której w miejsce rezystorów umieszczone zostały tranzystory MOS, pracujące w zakresie triodowym. Stanowią one sterowane napięciem bramki rezystancje, co umożliwia zmianę stałej czasowej integratora, a zatem parametrów filtru.

Na rys.13.27 przedstawiono przykład realizacji filtru eliptycznego trzeciego rzędu, stanowiącego aktywną implementację OTA-C pasywnego filtru drabinkowego LC trzeciego rzędu. Nieuziemiona indukcyjność L_1 w filtrze prototypowym jest symulowana w filtrze OTA-C dwoma żyratorami obciążonymi pojemnościami C_L , przy czym każdy z żyratorów zrealizowany jest w oparciu o dwa układy OTA (rys.13.18).



Rys. 13.27. Filtr eliptyczny 3-go rzędu: a) prototyp LC, b) aktywna implementacja OTA-C