

Meccanica Newtoniana

Oudeys

June 26, 2025

CONTENTS

| | |
|---|----------|
| Contents | 1 |
| 1 Cinematica | 4 |
| 1.1 Moto in una dimensione | 4 |
| 1.1.1 Velocità vettoriale media | 4 |
| 1.1.2 Velocità vettoriale istantanea | 4 |
| 1.1.3 Accelerazione vettoriale media | 4 |
| 1.1.4 Accelerazione vettoriale istantanea | 4 |
| 1.1.5 Moto uniformemente accelerato | 4 |
| 1.2 Moto in più dimensioni | 5 |
| 1.2.1 Vettore spostamento | 5 |
| 1.2.2 Velocità vettoriale media | 5 |
| 1.2.3 Velocità vettoriale istantanea | 5 |
| 1.2.4 Accelerazione vettoriale media | 5 |
| 1.2.5 Accelerazione vettoriale istantanea | 5 |
| 1.2.6 Moto uniformemente accelerato | 5 |
| 1.2.7 Moto parabolico | 6 |
| 1.3 Moto rotazionale | 7 |
| 1.3.1 Velocità angolare media | 7 |
| 1.3.2 Velocità angolare istantanea | 7 |
| 1.3.3 Accelerazione angolare media | 7 |
| 1.3.4 Accelerazione angolare istantanea | 7 |
| 1.3.5 Frequenza | 7 |
| 1.3.6 Periodo | 7 |
| 1.3.7 Equazioni del moto in caso di accelerazione angolare costante | 7 |

| | | |
|----------|--|----------|
| 2 | Dinamica | 8 |
| 2.1 | Leggi di Newton | 8 |
| 2.1.1 | I principio della dinamica | 8 |
| 2.1.2 | II principio della dinamica | 8 |
| 2.1.3 | III principio della dinamica | 8 |
| 2.1.4 | Definizione di massa | 8 |
| 2.2 | Moto circolare uniformemente accelerato | 9 |
| 2.2.1 | Accelerazione centripeta radiale | 9 |
| 2.2.2 | Forza centripeta radiale | 9 |
| 2.2.3 | Forza normale su curva inclinata | 9 |
| 2.3 | Gravitazione | 10 |
| 2.3.1 | Legge di Newton della gravitazione universale | 10 |
| 2.3.2 | Leggi di Keplero | 10 |
| 2.3.3 | Campo gravitazionale | 10 |
| 2.3.4 | Principio di equivalenza | 10 |
| 2.4 | Attrito | 11 |
| 2.4.1 | Attrito dinamico | 11 |
| 2.4.2 | Attrito statico | 11 |
| 2.4.3 | Attrito viscoso | 11 |
| 2.5 | Lavoro ed energia | 12 |
| 2.5.1 | Lavoro di una forza costante | 12 |
| 2.5.2 | Lavoro di una forza variabile | 12 |
| 2.5.3 | Energia cinetica | 12 |
| 2.5.4 | Teorema dell'energia cinetica | 12 |
| 2.6 | Conservazione dell'energia | 13 |
| 2.6.1 | Forze conservative e non conservative | 13 |
| 2.6.2 | Energia potenziale | 13 |
| 2.6.3 | Energia meccanica e sua conservazione | 14 |
| 2.6.4 | Principio di conservazione dell'energia | 14 |
| 2.6.5 | Energia potenziale gravitazionale e velocità di fuga | 15 |
| 2.7 | Potenza | 15 |
| 2.7.1 | Potenza media | 15 |
| 2.7.2 | Potenza istantanea | 15 |
| 2.7.3 | Efficienza | 15 |
| 2.8 | Quantità di moto | 16 |
| 2.8.1 | Quantità di moto e sua relazione con la forza | 16 |
| 2.8.2 | Conservazione della quantità di moto | 16 |
| 2.8.3 | Urti e impulso | 16 |

| | | |
|-------|--|----|
| 2.8.4 | Conservazione dell'energia e della quantità di moto negli urti | 17 |
| 2.8.5 | Centro di massa | 17 |
| 2.8.6 | Centro di massa e moto traslatorio | 17 |
| 2.9 | Momento angolare | 18 |
| 2.9.1 | Il principio della dinamica per il moto rotazionale | 18 |
| 2.9.2 | Conservazione del momento angolare | 18 |
| 2.9.3 | Momento angolare di una particella | 18 |
| 2.9.4 | Momento angolare e momento delle forze per un sistema di particelle | 18 |
| 2.9.5 | Momento angolare e momento delle forze per un corpo rigido | 18 |
| 2.9.6 | Conservazione del momento angolare | 18 |
| 2.9.7 | Giroscopio | 18 |
| 2.9.8 | Forze d'inerzia | 18 |
| 2.9.9 | Effetto Coriolis | 18 |
| 2.10 | Equilibrio statico, elasticità e rotture | 19 |
| 2.11 | Fluidi | 20 |
| 2.12 | Oscillazioni | 21 |

1 CINEMATICA

1.1 Moto in una dimensione

1.1.1 Velocità vettoriale media

$$[v] = [L][T]^{-1}$$

$$m \cdot s^{-1}$$

$$\bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$\frac{km}{h} = \frac{1}{3.6} \cdot \frac{m}{s}$$

$$\frac{m}{s} = 3.6 \cdot \frac{km}{h}$$

1.1.2 Velocità vettoriale istantanea

$$v = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

1.1.3 Accelerazione vettoriale media

$$[a] = [L][T]^{-2}$$

$$m \cdot s^{-2}$$

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

1.1.4 Accelerazione vettoriale istantanea

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$= \frac{dv}{dt}$$

$$= \frac{d^2x}{dt^2}$$

1.1.5 Moto uniformemente accelerato

$$v = v_0 + at$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

$$\bar{v} = \frac{v+v_0}{2}$$

1.2 Moto in più dimensioni

1.2.1 Vettore spostamento

$$\Delta \vec{r} = (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j} + (z_2 - z_1)\hat{k}$$

1.2.2 Velocità vettoriale media

$$\bar{\vec{v}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

1.2.3 Velocità vettoriale istantanea

$$\begin{aligned}\vec{v} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \\ &= \frac{d\vec{r}}{dt} \\ &= \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k} \\ &= v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k}\end{aligned}$$

1.2.4 Accelerazione vettoriale media

$$\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

1.2.5 Accelerazione vettoriale istantanea

$$\begin{aligned}\vec{a} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \\ &= \frac{d\vec{v}}{dt} \\ &= \frac{dv_x}{dt}\hat{i} + \frac{dv_y}{dt}\hat{j} + \frac{dv_z}{dt}\hat{k} \\ &= \frac{d^2x}{dt^2}\hat{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\hat{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\hat{k}\end{aligned}$$

1.2.6 Moto uniformemente accelerato

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2$$

| Componente x | Componente y |
|--|--|
| $v_x = v_{x0} + a_x t$ | $v_y = v_{y0} + a_y t$ |
| $x = x_0 + v_{x0} t + \frac{1}{2} a_x t^2$ | $y = y_0 + v_{y0} t + \frac{1}{2} a_y t^2$ |
| $v_x^2 = v_{x0}^2 + 2a_x(x - x_0)$ | $v_y^2 = v_{y0}^2 + 2a_y(y - y_0)$ |

1.2.7 Moto parabolico

$$y = \left(\frac{v_{y0}}{v_{x0}} \right) x - \left(\frac{g}{2v_{x0}^2} \right) x^2$$

| Componente x | Componente y |
|----------------------------------|---|
| $\forall \quad a_x = 0$ | $\forall \quad a_y = -g$ |
| $v_x = v_{x0}$ | $v_y = v_{y0} - gt$ |
| $x = x_0 + v_{x0} t$ | $y = y_0 + v_{y0} t - \frac{1}{2} gt^2$ |
| $v_y^2 = v_{y0}^2 + 2g(y - y_0)$ | |

Gittata:

$$\begin{aligned}
 R &= v_{x0} t \\
 &= v_{x0} \left(\frac{2v_{y0}}{g} \right) \\
 &= \frac{2v_{x0}v_{y0}}{g} \\
 &= \frac{2v_0^2 \sin \theta_0 \cos \theta_0}{g} \\
 &= \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}
 \end{aligned}$$

$$R_{max} = \frac{v_0^2}{g} \Leftrightarrow \theta = 45^\circ$$

1.3 Moto rotazionale

1.3.1 Velocità angolare media

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

1.3.2 Velocità angolare istantanea

$$\begin{aligned}\omega &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \\ &= \frac{d\theta}{dt}\end{aligned}$$

1.3.3 Accelerazione angolare media

$$\bar{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

1.3.4 Accelerazione angolare istantanea

$$\begin{aligned}\alpha &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \\ &= \frac{d\omega}{dt}\end{aligned}$$

1.3.5 Frequenza

$$f = \frac{\omega}{2\pi}$$

1.3.6 Periodo

$$T = \frac{1}{f}$$

1.3.7 Equazioni del moto in caso di accelerazione angolare costante

| |
|--|
| $\begin{aligned}\omega &= \omega_0 + \alpha t \\ \theta &= \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \\ \omega^2 &= \omega_0^2 + 2\alpha\theta \\ \bar{\omega} &= \frac{\omega + \omega_0}{2}\end{aligned}$ |
|--|

2 DINAMICA

2.1 Leggi di Newton

2.1.1 I principio della dinamica

$$\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{a} = 0 \Rightarrow \vec{v} = \text{costante}$$

2.1.2 II principio della dinamica

$$[F] = [M][L][T]^{-2}$$

$$N = kg \cdot m \cdot s^{-2}$$

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

2.1.3 III principio della dinamica

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

2.1.4 Definizione di massa

$$\forall F_1 = F_2$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{a_1}{a_2}$$

2.2 Moto circolare uniformemente accelerato

2.2.1 Accelerazione centripeta radiale

$$a_R = \frac{v^2}{r}$$

2.2.2 Forza centripeta radiale

$$\begin{aligned}\sum F_R &= m \cdot a_R \\ &= m \cdot \frac{v^2}{r}\end{aligned}$$

2.2.3 Forza normale su curva inclinata

$$F_N = m \cdot \frac{v^2}{r \cdot \sin \theta}$$

2.3 Gravitazione

2.3.1 Legge di Newton della gravitazione universale

$$F_G = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

$$g = G \cdot \frac{M_T}{r_T^2}$$

$$M_T = \frac{g \cdot r_T^2}{G}$$

Costante di gravitazione universale: $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$

2.3.2 Leggi di Keplero

I legge di Keplero:

La traiettoria di ogni pianeta attorno al Sole è un'ellisse, con il Sole che occupa uno dei due fuochi.

II legge di Keplero:

Ogni pianeta si muove in modo che la proiezione di una linea immaginaria tracciata dal Sole al pianeta disegni aree uguali in tempi uguali.

III legge di Keplero:

Il rapporto tra i quadrati dei periodi di due pianeti che orbitano intorno al Sole è pari al rapporto dei cubi dei loro semiassi maggiori. Il semiasse maggiore è la metà della lunghezza maggiore dell'asse dell'orbita e rappresenta la distanza media del pianeta dal Sole.

$$\frac{a_1^3}{T_1^2} = \frac{a_2^3}{T_2^2}$$

2.3.3 Campo gravitazionale

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m}$$

2.3.4 Principio di equivalenza

Non esiste alcun esperimento che possa distinguere se l'accelerazione di un corpo sia causata dalla forza di gravità o dal fatto che è il sistema di riferimento che sta accelerando.

2.4 Attrito

2.4.1 Attrito dinamico

$$F = \mu_d F_N$$

2.4.2 Attrito statico

$$F < \mu_s F_N$$

2.4.3 Attrito viscoso

$$F_V = -bv$$

Velocità limite caduta libera:

$$v_L = \frac{mg}{b}$$

2.5 Lavoro ed energia

2.5.1 Lavoro di una forza costante

$$[L] = [M][L]^2[T]^{-2}$$

$$N \cdot m = J$$

$$W = F \cdot d \cdot \cos \theta$$

2.5.2 Lavoro di una forza variabile

$$\begin{aligned} W &= \lim_{\Delta l_i \rightarrow 0} \sum F_i \cdot \cos \theta_i \Delta l_i \\ &= \int_A^B F \cdot \cos \theta \cdot dl \\ &= \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l} \\ &= \int_{x_A}^{x_B} F_x dx + \int_{y_A}^{y_B} F_y dy + \int_{z_A}^{z_B} F_z dz \end{aligned}$$

Lavoro compiuto da una forza elastica:

2.5.3 Energia cinetica

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

2.5.4 Teorema dell'energia cinetica

$$\begin{aligned} W_{tot} &= \Delta K \\ &= \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \end{aligned}$$

Il lavoro totale compiuto su un corpo è uguale alla variazione dell'energia cinetica del corpo. Il lavoro compiuto da una forza conservativa è recuperabile.

2.6 Conservazione dell'energia

2.6.1 Forze conservative e non conservative

Una forza è conservativa se il lavoro compiuto dalla forza lungo un qualunque percorso chiuso è zero.

| Forze conservative | Forze non conservative |
|----------------------|------------------------|
| Forza gravitazionale | Forza di attrito |
| Forza elastica | Tensione |
| Forza elettrica | Forza di propulsione |

Lavoro della forza di gravità:

$$\begin{aligned}
 W_G &= \int_1^2 \vec{F}_G \cdot d\vec{l} \\
 &= \int_1^2 mg \cdot \cos \theta dl \\
 &= - \int_1^2 mg dy = -mg(y_2 - y_1)
 \end{aligned}$$

2.6.2 Energia potenziale

Energia potenziale gravitazionale:

$$\begin{aligned}
 \Delta U &= U_2 - U_1 \\
 &= -W_G \\
 &= mg(y_2 - y_1)
 \end{aligned}$$

$$U_G = mgy$$

Variazione di energia potenziale:

$$\begin{aligned}
 \Delta U &= U_2 - U_1 \\
 &= - \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{l} \\
 &= -W
 \end{aligned}$$

Energia potenziale elastica:

$$\begin{aligned}
 \Delta U &= U(x) - U(0) \\
 &= - \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{l} \\
 &= - \int_0^x (-kx) dx \\
 &= \frac{1}{2} kx^2
 \end{aligned}$$

Energia potenziale di una forza unidimensionale:

$$U(x) = - \int F(x) dx$$

$$F(x) = - \frac{dU(x)}{dx}$$

Energia potenziale in tre dimensioni:

$$\vec{F}(x, y, z) = -\hat{i} \frac{\partial U}{\partial x} - \hat{j} \frac{\partial U}{\partial y} - \hat{k} \frac{\partial U}{\partial z}$$

2.6.3 Energia meccanica e sua conservazione

Energia meccanica:

$$E = K + U$$

Conservazione dell'energia meccanica:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + U$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{1}{2}v_2^2 + \frac{1}{2}kx_2^2$$

2.6.4 Principio di conservazione dell'energia

$$\Delta K + \Delta U = 0$$

2.6.5 Energia potenziale gravitazionale e velocità di fuga

$$\vec{F} = -G \frac{mM_T}{r^2 \hat{r}}$$

$$\Delta U = -\frac{GmM_T}{r_2} + \frac{GmM_T}{r_1}$$

$$U(r) = -\frac{GmM_T}{r}$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 - G\frac{mM_T}{r_1} = \frac{1}{2}mv_2^2 - G\frac{mM_T}{r_2}$$

Velocità di fuga:

$$v_f = \sqrt{2GM_t/r_T} = 1.12^4 m/s$$

2.7 Potenza

2.7.1 Potenza media

$$[P] = [M][L]^2[T]^{-3}$$

$$W = \frac{J}{s}$$

$$\overline{P} = \frac{W}{t}$$

2.7.2 Potenza istantanea

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{dE}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{l}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

2.7.3 Efficienza

$$e = \frac{P_{out}}{P_{in}}$$

2.8 Quantità di moto

2.8.1 Quantità di moto e sua relazione con la forza

$$[P] = [M][L][T]^{-1}$$

$$kg \cdot m \cdot s^{-1}$$

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

II principio della dinamica:

$$\begin{aligned}\sum \vec{F} &= \frac{d\vec{p}}{dt} \\ &= \frac{d(m\vec{v})}{dt} \\ &= m \frac{d\vec{v}}{dt} \\ &= m\vec{a}\end{aligned}$$

2.8.2 Conservazione della quantità di moto

$$\forall \sum \vec{F}_{ext} = 0$$

$$m_a \vec{v}_a + m_B \vec{v}_B = m_a \vec{v}'_a + m_B \vec{v}'_B$$

II principio della dinamica per un sistema di corpi:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum \vec{F}_{ext}$$

2.8.3 Urti e impulso

$$d\vec{p} = \vec{F} dt$$

Impulso:

$$\begin{aligned}\vec{J} &= \Delta \vec{p} \\ &= \vec{p}_f - \vec{p}_i \\ &= \int_{t_i}^{t_f} \vec{F} dt\end{aligned}$$

*2.8.4 Conservazione dell'energia e della quantità di moto negli urti***Urti elastici in una dimensione:**

$$\frac{1}{2}m_A v_A^2 + \frac{1}{2}m_B v_B^2 = \frac{1}{2}m_A v_A'^2 + \frac{1}{2}m_B v_B'^2$$

Urti anaelastici:**Urti in due o tre dimensioni:***2.8.5 Centro di massa*

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{M}$$

2.8.6 Centro di massa e moto traslatorio

2.9 Momento angolare

2.9.1 Il principio della dinamica per il moto rotazionale

$$\sum \tau = \frac{dL}{dt}$$

2.9.2 Conservazione del momento angolare

2.9.3 Momento angolare di una particella

2.9.4 Momento angolare e momento delle forze per un sistema di particelle

2.9.5 Momento angolare e momento delle forze per un corpo rigido

2.9.6 Conservazione del momento angolare

2.9.7 Giroscopio

2.9.8 Forze d'inerzia

2.9.9 Effetto Coriolis

2.10 Equilibrio statico, elasticità e rotture

2.11 Fluidi

2.12 Oscillazioni