

Probabilità e Statistica

Oudeys

September 24, 2024

CONTENTS

Contents	1
1 Probabilità	3
1.1 Calcolo combinatorio	3
1.1.1 Disposizioni di n elementi su k posti	3
1.1.2 Disposizioni con ripetizione	3
1.1.3 Permutazioni di n elementi	3
1.1.4 Combinazioni di n elementi presi k alla volta	3
1.1.5 Combinazioni con ripetizione	3
1.1.6 Ripartizioni di n elementi in m classi	3
1.2 Impostazione assiomatica del calcolo delle probabilità	4
1.3 Legami stocastici tra eventi	4
1.3.1 Probabilità condizionata	4
1.3.2 Regola del prodotto	4
1.3.3 Indipendenza stocastica	4
1.4 Formule fondamentali	4
1.4.1 Probabilità dell'unione di eventi non incompatibili	4
1.4.2 Regola della fattorizzazione	4
1.4.3 Teorema di Bayes - Regola della probabilità delle cause	4
2 Variabili aleatorie	5
2.1 Variabili aleatorie monodimensionali	5
2.1.1 Funzione distribuzione - Cdf	5
2.1.2 Funzione massa di probabilità - pmf	5
2.1.3 Funzione densità di probabilità - pdf	5
2.2 Variabili aleatorie bidimensionali	5

3	Modelli di variabili aleatorie discrete	5
4	Modelli di variabili aleatorie continue	5

1 PROBABILITÀ

1.1 Calcolo combinatorio

1.1.1 Disposizioni di n elementi su k posti

$$\forall n \geq k$$

$$\begin{aligned} D_{n,k} &= n(n-1)(n-2) \dots (n-k+1) \\ &= \frac{n(n-1)(n-2) \dots (n-k+1)(n-k)!}{(n-k)!} \\ &= \frac{n!}{(n-k)!} \end{aligned}$$

1.1.2 Disposizioni con ripetizione

$$D_{n,k}^r = n^k$$

1.1.3 Permutazioni di n elementi

$$P_n = D_{n,n} = n!$$

1.1.4 Combinazioni di n elementi presi k alla volta

$$\forall n > k$$

$$\begin{aligned} C_{n,k} &= \frac{D_{n,k}}{k!} \\ &= \frac{n!}{k!(n-k)!} \end{aligned}$$

1.1.5 Combinazioni con ripetizione

$$\forall n > 1$$

$$C_{n,k}^r = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}$$

1.1.6 Ripartizioni di n elementi in m classi

$$\sum_{i=1}^m k_i = n$$

$$R_{n;k_1,\dots,k_m} = \frac{n!}{k_1! \dots k_m!}$$

1.2 Impostazione assiomatica del calcolo delle probabilità**1.3 Legami stocastici tra eventi***1.3.1 Probabilità condizionata*

$$\forall \Pr\{A\} > 0$$

$$\Pr\{A|B\} = \frac{\Pr\{A \cap B\}}{\Pr\{B\}}$$

1.3.2 Regola del prodotto

$$\begin{aligned}\Pr\{A \cap B\} &= \Pr\{A\} \Pr\{B|A\} \\ &= \Pr\{B\} \Pr\{A|B\}\end{aligned}$$

1.3.3 Indipendenza stocastica

$$\begin{aligned}\Pr\{A|B\} &= \Pr\{A\} \\ \Leftrightarrow \\ \Pr\{B|A\} &= \Pr\{B\} \\ \Leftrightarrow \\ \Pr\{A \cap B\} &= \Pr\{A\} \Pr\{B\}\end{aligned}$$

1.4 Formule fondamentali*1.4.1 Probabilità dell'unione di eventi non incompatibili*

$$\Pr\{A \cup B\} = \Pr\{A\} + \Pr\{B\} - \Pr\{A \cap B\}$$

1.4.2 Regola della fattorizzazione

$$\begin{aligned}\Pr\{A\} &= \Pr\{A \cap C\} + \Pr\{A \cap \overline{C}\} \\ &= \Pr\{A|C\} \Pr\{C\} + \Pr\{A|\overline{C}\} \Pr\{\overline{C}\}\end{aligned}$$

1.4.3 Teorema di Bayes - Regola della probabilità delle cause

$$\forall \Pr\{E_i\} > 0, \Pr\{A\} > 0$$

$$\Pr\{E_j|A\} = \frac{\Pr\{E_j\} \Pr\{A|E_j\}}{\sum_{i=1}^n \Pr\{E_i\} \Pr\{A|E_i\}}$$

2 VARIABILI ALEATORIE

2.1 Variabili aleatorie monodimensionali

2.1.1 Funzione distribuzione - Cdf

$$\begin{aligned} F(x) &= \Pr\{X \leq x\} \\ &= F(x^+) \\ &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} F(x + \epsilon) \end{aligned}$$

$$\forall x_2 > x_1 : F(x_2) \geq F(x_1)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 1$$

$$0 \leq F(x) \leq 1$$

2.1.2 Funzione massa di probabilità - pmf

$$\begin{aligned} \Pr\{X = x\} &= F(x) - \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} F(x - \epsilon) \\ &= F(x) - F(x^-) \end{aligned}$$

2.1.3 Funzione densità di probabilità - pdf

$$\begin{aligned} f(x) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x} \\ &= \frac{d}{dx} F(x) \end{aligned}$$

$$F(x_1) = \int_{X \leq x_1} f(x) dx$$

$$\forall x_1 < x_2 : \Pr\{x_1 < X \leq x_2\} = F(x_2) - F(x_1)$$

$$= \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$$

$$\forall x \in \mathbb{R} : f(x) \geq 0$$

2.2 Variabili aleatorie bidimensionali

3 MODELLI DI VARIABILI ALEATORIE DISCRETE

4 MODELLI DI VARIABILI ALEATORIE CONTINUE