

Prima Esercitazione di Laboratorio

Misura di Tensione e Verifica del Teorema di Millman

Gruppo D9: Saif Edine Safi, Mattia Fait

Ottobre 2024

Contents

1	Introduzione	2
2	Misura di Tensione	2
2.1	Descrizione dell'Esperimento	2
2.2	Dati e Confronto Teorico-Sperimentale	2
2.3	Stima della Resistenza Interna del Multimetro	3
3	Verifica del Teorema di Millman	3
3.1	Descrizione dell'Esperimento	3
3.2	Applicazione del teorema nel circuito sperimentale	3
3.3	Stima della corrente di lato	4
3.4	Osservazioni	4
4	Caratteristica I/V del Resistore	4
4.1	Descrizione dell'esperimento	4
4.2	Relazione tra I e V	4
5	Conclusioni	5

1 Introduzione

L'obiettivo della presente esercitazione è di familiarizzare con gli strumenti tipici del laboratorio di elettronica, come generatori da banco e multimetri. Nella prima parte, studieremo il partitore resistivo, misurando la tensione ai capi di diversi resistori e confrontando i risultati teorici con quelli sperimentali. Nella seconda parte, verificheremo il Teorema di Millman misurando le correnti e le cadute di potenziale nel circuito. Infine, studieremo la caratteristica corrente-tensione (I/V) di un resistore.

2 Misura di Tensione

2.1 Descrizione dell'Esperimento

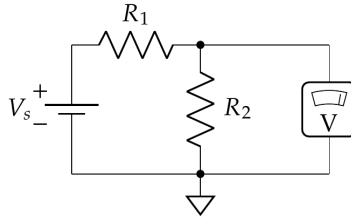


Figure 1: Partitore resistivo.

Il circuito utilizzato consiste in un generatore di tensione $V_s = 6V$ collegato in serie a due resistori, R_1 e R_2 . Lo scopo è misurare la tensione ai capi del resistore R_2 per diverse coppie di valori di R_1 e R_2 . I valori considerati sono:

- $R_1 = 1k\Omega$, $R_2 = 1k\Omega$
- $R_1 = 1k\Omega$, $R_2 = 500\Omega$
- $R_1 = 10k\Omega$, $R_2 = 10k\Omega$
- $R_1 = 100k\Omega$, $R_2 = 100k\Omega$
- $R_1 = 1M\Omega$, $R_2 = 1M\Omega$
- $R_1 = 10M\Omega$, $R_2 = 10M\Omega$

Il multimetro da banco è stato utilizzato per verificare che la tensione ai capi di R_2 fosse pari al valore teorico calcolato tramite la legge di Ohm.

2.2 Dati e Confronto Teorico-Sperimentale

La tensione ai capi del resistore R_2 è stata calcolata teoricamente utilizzando la formula del partitore di tensione:

$$V_{R2} = V_s \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

I valori misurati e teorici sono riportati nella Tabella 1.

$R_1[\Omega]$	$R_2[\Omega]$	V_{R2} (Teorico)[V]	V_{R2} (Misurato)[V]
1k	1k	3.00	2.99
1k	500	2.00	2.00
10k	10k	3.00	2.99
100k	100k	3.00	2.97
1M	1M	3.00	2.85
10M	10M	3.00	1.96

Table 1: Valori teorici e sperimentali della tensione ai capi di R_2 .

Dai dati ottenuti, si osserva che per valori elevati di resistenza (ordine dei megaohm), la tensione misurata differisce significativamente da quella teorica. Questo comportamento è dovuto alla resistenza interna del multimetro, che non è infinita e introduce un errore significativo quando R_1 e R_2 sono di valore comparabile alla resistenza interna del multimetro.

2.3 Stima della Resistenza Interna del Multimetro

Considerando il caso con $R_1 = R_2 = 10M\Omega$, è possibile stimare la resistenza interna del multimetro R_m utilizzando la relazione del partitore di tensione modificata:

$$V_{R2} = V_s \cdot \frac{R_2 \parallel R_m}{R_1 + (R_2 \parallel R_m)}$$

Sostituendo i valori misurati, otteniamo:

$$R_m \approx 9.42M\Omega$$

Questo valore suggerisce che il multimetro introduce una resistenza significativa quando misuriamo tensioni su resistenze dell'ordine dei megaohm, alterando i risultati.

3 Verifica del Teorema di Millman

3.1 Descrizione dell'Esperimento

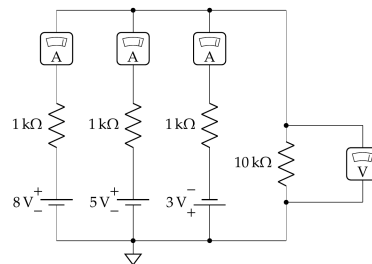


Figure 2: Circuito utilizzato per la verifica del Teorema di Millman.

Il circuito utilizzato per verificare il teorema di Millman è mostrato in Figura 2. Esso è composto da tre generatori di tensione e tre resistori in parallelo con un quarto resistore da 10 kΩ. Lo scopo è misurare le correnti erogate da ciascun generatore e la caduta di potenziale ai capi del resistore da 10 kΩ.

3.2 Applicazione del teorema nel circuito sperimentale

Le misure dei corrispettivi generatori sono:

I_1	I_2	I_3	V_4
4.72 mA	1.73 mA	-6.14 mA	-3.223 V

Table 2: Misure sperimentali.

Utilizzando il teorema di Millman possiamo ricavare il potenziale dell'intero collegamento:

$$\begin{aligned}
 V_0 &= \frac{\sum_{i=1}^4 \left(\frac{V_i}{R_i} \right)}{\sum_{i=1}^4 \left(\frac{1}{R_i} \right)} \\
 &= \frac{\frac{8V}{1k\Omega} + \frac{5V}{1k\Omega} - \frac{3V}{1k\Omega} + \frac{0V}{10k\Omega}}{\frac{1}{1k\Omega} + \frac{1}{1k\Omega} + \frac{1}{1k\Omega} + \frac{1}{10k\Omega}} \\
 &= \frac{100}{31} V \\
 &\approx 3.225V
 \end{aligned}$$

$$V_4 = 0 - V_0 = -3.225$$

Misurando la tensione ai capi del resistore R_4 si vede una differenza di potenziale pari a -3.223 V, dunque il valore sperimentale approssima il valore terico.

3.3 Stima della corrente di lato

Attraverso la legge di Ohm e il valore della tensione misurato è possibile stimare la corrente che passa attraverso il resistore: $I_4 = V_4/R_4 = -0.32mA$.

Utilizzando le altre misure è possibile verificare che la stima calcolata sia corretta. Infatti per la legge di Kirchhoff sui nodi deve risultare che:

$$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 0 \Rightarrow 4.72mA + 1.73mA - 6.14mA - 0.32mA = -0.01mA$$

Il risultato approssima con efficacia lo zero così da confermare la legge di Kirchhoff e dunque validare la corrente stimata sul resistore.

3.4 Osservazioni

Applicando il teorema di Millman, il potenziale del nodo comune ai resistori è stato calcolato come:

$$V_0 = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{V_i}{R_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}}$$

I valori misurati e teorici hanno mostrato un ottimo accordo, confermando la validità del teorema.

4 Caratteristica I/V del Resistore

4.1 Descrizione dell'esperimento

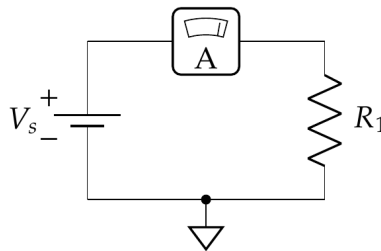


Figure 3: Circuito utilizzato per la verifica del Teorema di Millman.

Il circuito consiste in un resistore R_1 da 500Ω attaccato ad un generatore di tensione V_s . L'esperimento consiste nel misurare ripetutamente la corrente che attraversa il resistore, cambiando ogni volta il potenziale ai capi dello stesso.

Le misure hanno lo scopo di verificare sperimentalmente la legge di Ohm.

4.2 Relazione tra I e V

Come si nota dal grafico l'intensità misurata lungo il circuito e la tensione fornita hanno una relazione di tipo lineare,

Con un modello di regressione lineare è possibile trovare una retta che rappresenti al meglio la relazione fra le due grandezze.

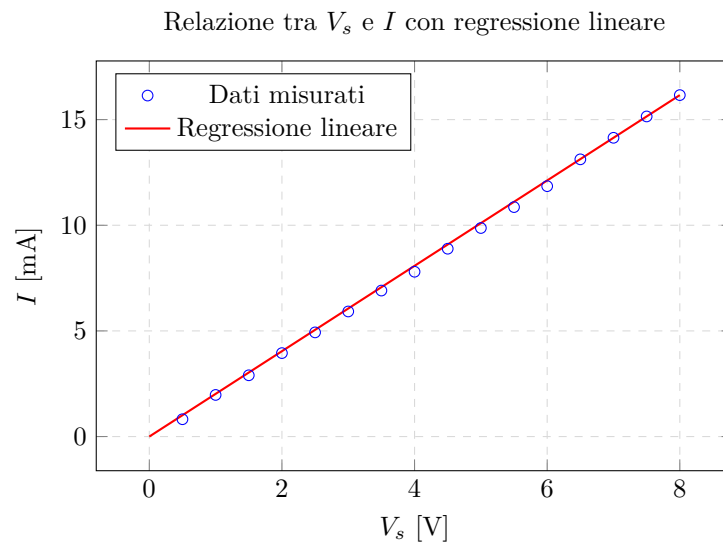
La retta che si ricava ha equazione $I = 2.02 \frac{mA}{V} V_s - 0.14mA$.

Il risultato ottenuto coincide con la teoria, infatti la retta teorica calcolata a partire dalla legge di Ohm risulta $I = \frac{V_s}{R} = 2 \frac{mA}{V} V_s$.

Il circuito per la misura della caratteristica I/V del resistore $R_1 = 500\Omega$ ha confermato una relazione lineare tra la corrente e la tensione, in accordo con la legge di Ohm. I dati raccolti sono riportati graficamente nella Figura 4.

V_s [V]	I [mA]	R_1 [Ω]
0.5	0.82	609.76
1.0	1.97	507.61
1.5	2.90	517.24
2.0	3.95	506.33
2.5	4.93	507.10
3.0	5.92	506.76
3.5	6.91	506.51
4.0	7.80	512.82
4.5	8.89	506.19
5.0	9.87	506.59
5.5	10.86	506.45
6.0	11.85	506.33
6.5	13.12	495.43
7.0	14.14	495.05
7.5	15.15	495.05
8.0	16.16	495.05

Table 3: Misure raccolte (senza lampadina)

Figure 4: Grafico della corrente I in funzione della tensione V_s con retta di regressione lineare

5 Conclusioni

L'esperimento ha permesso di verificare sia il funzionamento del partitore resistivo sia il Teorema di Millman, evidenziando l'importanza della resistenza interna degli strumenti di misura. Inoltre, la caratteristica I/V del resistore ha confermato la linearità prevista dalla legge di Ohm. La presenza di una resistenza interna non infinita nel multimetro ha introdotto errori significativi nelle misure con resistenze elevate, dimostrando l'importanza di considerare sempre le caratteristiche degli strumenti utilizzati.