

Dowód dostępny w książce "Morris H DeGroot, Mark J Schervish-Probability and statistics", strona 323, rozdział o rozkładzie wykładniczym
 S_1, \dots, S_n - niezależne zmienne losowe o rozkładzie wykładniczym

$$S_i \sim \text{Exp}(\lambda_i), \lambda_i > 0$$

$$\Lambda = \lambda_1 + \dots + \lambda_n, S_{\min} = \{S_1, \dots, S_n\}$$

$$\text{Pokaż, że } S_{\min} \sim \text{Exp}(\Lambda)$$

Wiedząc, iż dystrybucja dla rozkładu wykładniczego wynosi

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

$$\text{Dla } t > 0$$

$$P(S_{\min} > t) = P(S_1 > t, \dots, S_n > t)$$

$$= P(S_1 > t) * \dots * P(S_n > t)$$

$$= e^{-\lambda_1 t} * \dots * e^{-\lambda_n t}$$

$$= e^{-t * (\lambda_1 + \dots + \lambda_n)}$$

$$= e^{-\Lambda t}$$

$$F_{\min}(t) = P(S_{\min} \leq t) = 1 - P(S_{\min} > t) = 1 - e^{-\Lambda t}$$