

北京大学信息科学技术学院期末试卷

考试科目： 集合论与图论 姓名： 学号：

考试时间： 2018 年 1 月 2 日 任课教师：

题号	一	二	三	四	五				总分
分数									
阅卷人									

北京大学考场纪律

1、考生进入考场后，按照监考老师安排隔位就座，将学生证放在桌面上。无学生证者不能参加考试；迟到超过 15 分钟不得入场。在考试开始 30 分钟后方可交卷出场。

2、除必要的文具和主考教师允许的工具书、参考书、计算器以外，其它所有物品（包括空白纸张、手机、或有存储、编程、查询功能的电子用品等）不得带入座位，已经带入考场的必须放在监考人员指定的位置。

3、考试使用的试题、答卷、草稿纸由监考人员统一发放，考试结束时收回，一律不准带出考场。若有试题印制问题请向监考教师提出，不得向其他考生询问。提前答完试卷，应举手示意请监考人员收卷后方可离开；交卷后不得在考场内逗留或在附近高声交谈。未交卷擅自离开考场，不得重新进入考场答卷。考试结束时间到，考生立即停止答卷，在座位上等待监考人员收卷清点后，方可离场。

4、考生要严格遵守考场规则，在规定时间内独立完成答卷。不准交头接耳，不准偷看、夹带、抄袭或者有意让他人抄袭答题内容，不准接传答案或者试卷等。凡有违纪作弊者，一经发现，当场取消其考试资格，并根据《北京大学本科考试工作与学术规范条例》及相关规定严肃处理。

5、考生须确认自己填写的个人信息真实、准确，并承担信息填写错误带来的一切责任与后果。

学校倡议所有考生以北京大学学生的荣誉与诚信答卷，共同维护北京大学的学术声誉。

以下为试题和答题纸，共 5 大题。

装订线内

不要答题

得分

一、(20 分) 设  $n$  是某个自然数,  $N$  是自然数集, 回答下列问题并给出证明:

(1)  $P(n)$  是否传递集?

(2)  $P(N)$  是否归纳集?

得分

二、(20 分) 对于无向图  $G_1=(V_1,E_1)$  和  $G_2=(V_2,E_2)$ , 如果有函数  $f:V_1 \rightarrow V_2$  满足以下性质: 对于任意的  $u,v \in V_1$ ,  
 $(u,v) \in E_1 \Rightarrow (f(u), f(v)) \in E_2$ ,

则说  $f$  是从  $G_1$  到  $G_2$  的同态。把同态看作全体无向图上的二元关系, 试回答下列问题并给出证明。

(1) 同态关系是否自反的?

(2) 同态关系是否反自反的?

(3) 同态关系是否对称的？

(4) 同态关系是否反对称的？

(5) 同态关系是否传递的？

(6) 证明：图  $G$  可以  $k$ -着色当且仅当  $G$  可以同态到  $k$  个顶点的完全图。

得分

三、(20 分) (1) 证明：一棵树的完美匹配若存在则是唯一的。

(2) 设  $e$  是完全图  $K_n$  的一条边，求  $K_n - e$  的生成树个数  $\tau(K_n - e)$ 。

得分

四、(20 分) (1) 设  $G$  是  $n$  阶简单图, 有  $m$  条边、 $p$  个连通分支。  
证明:  $n-p \leq m \leq (n-p)(n-p+1)/2$ 。

(2) 证明: 设图  $G$  的直径大于 3, 则  $G$  的补图的直径  $\leq 3$ 。

得分

五、(20 分) 设图  $G$  如右图所示，  
试回答下列问题并给出证明。

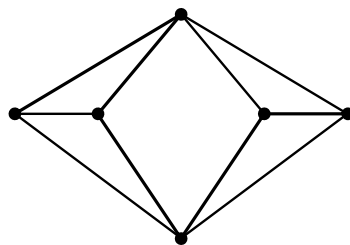


图  $G$

(1) 图  $G$  是否外平面图?

(2) 图  $G$  的补图是否哈密顿图?

(3) 求图  $G$  的支配数  $\gamma_0(G)$  和点覆盖数  $\alpha_0(G)$ 。

(4) 求图  $G$  的点连通度  $\kappa(G)$  和边色数  $\chi'(G)$ 。