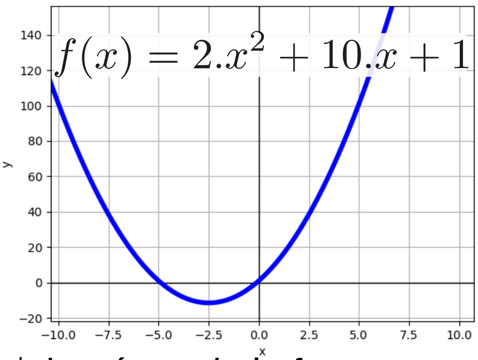
Polynôme du 2nd degré

Fonction polynomiale :

Une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ est qualifiée de polynomiale d'ordre 2 s'il existe $(a,b,c) \in \mathbb{R}^* \times \mathbb{R}^2$ tels que :

$$f(x) = a.x^2 + b.x + c$$

Représentation graphique :



Équation du 2nd degré :

Soit $(a,b,c) \in \mathbb{R}^* \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, une équation du 2nd degré est de la forme :

$$a.x^2 + b.x + c = 0$$

Discriminant :

Le discriminant de f(x) se note Δ et est donnée par :

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

- $\Delta < 0$, alors l'équation $a.x^2+b.x+c = 0$ n'a pas de solutions dans $\mathbb{R}$.
- $\Delta = 0$, l'équation $a.x^2+b.x+c = 0$ n'a 1 solution dans $\mathbb{R}$: $x_0 = \dfrac{-b}{2a}$
- $\Delta > 0$, l'équation $a.x^2+b.x+c = 0$ admet 2 solutions dans $\mathbb{R}$.

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Exemples :

$f_1(x) = x^2 + 4.x - 5$

On calcul le discriminant :

$\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times (-5) = 36$

$\Delta > 0$, $f_1(x)$ admet 2 racines réelles :

$x_1 = -5$ et $x_2 = 1$

$f_2(x) = 6.x^2 + 4.x + 1$

On calcul le discriminant :

$\Delta = 4^2 - 4 \times 6 \times 1 = -8$

$\Delta < 0$, $f_2(x)$ n'admet aucunes racines réelles.

Polynôme du 2^nd degré

Variation de f(x) :

Les variations et le signe de celle-ci sur son domaine de définition peuvent être synthétisés dans un tableau (ici a > 0):

x	$-\infty$		x_1		α		x_2		$+\infty$
signe		signe a	0		signe -a		0	signe a	
f(x)	$+\infty$		0		β		0		$+\infty$

$$\alpha = \frac{-b}{2a} \qquad \beta = f(\alpha)$$

Différents scénarios de variation de f(x) :

En fonction du signe du coefficient “a” et du discriminant, on peut distinguer 6 cas :