

GYMNASIUM BÄUMLIHOF

MATURAARBEIT

# Theoretical Informatics: Formal languages and finite model theory

A study of the connection of first order logic and  
context-sensitive languages

Written by:  
Yaël Arn, 4A



**Platzhalter für Titelbild**

Supervisor:  
ALINE SPRUNGER

Coreferent:  
BERNHARD PFAMMATTER

June 25, 2024, 4058 Basel

# Contents

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Descriptive Complexity</b>	<b>4</b>
2.1	Aims . . . . .	4
2.2	Important Results . . . . .	4
2.2.1	$\text{NSPACE}[s(n)] \subseteq \text{DSpace}[s(n)^2]$ . . . . .	4
2.2.2	$\text{FO(LFP)} = \text{P}$ . . . . .	4
2.3	Open questions . . . . .	4
2.3.1	$\text{P} \stackrel{?}{=} \text{NP}$ . . . . .	4
2.3.2	$\text{NSpace}[O(n)] \stackrel{?}{=} \text{DSpace}[O(n)]$ . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Formal Languages</b>	<b>5</b>
3.1	Definition . . . . .	5
3.2	Chomsky Hierarchy . . . . .	5
3.2.1	Regular Languages . . . . .	5
3.2.2	Context-Free Languages . . . . .	5
3.2.3	Context-Sensitive Languages . . . . .	5
3.2.4	Recursive Languages . . . . .	5
<b>4</b>	<b>Personal Contribution</b>	<b>6</b>
<b>5</b>	<b>Results</b>	<b>7</b>
<b>6</b>	<b>Conclusion and Direction</b>	<b>8</b>
	<b>Index</b>	<b>10</b>
	<b>List of Figures</b>	<b>10</b>
	<b>Listings</b>	<b>11</b>
	<b>Bibliography</b>	<b>12</b>
<b>A</b>	<b>Mathematical Background</b>	<b>12</b>
A.1	First Order Logic . . . . .	12
A.2	Second Order Logic . . . . .	12
A.3	Turing Machines . . . . .	12

# Forword

# 1. Introduction

## 2. Descriptive Complexity

### 2.1 Aims

### 2.2 Important Results

2.2.1  $\text{NSPACE}[s(n)] \subseteq \text{DSpace}[s(n)^2]$

2.2.2  $\text{FO(LFP)} = \text{P}$

### 2.3 Open questions

2.3.1  $\text{P} \stackrel{?}{=} \text{NP}$

2.3.2  $\text{NSpace}[O(n)] \stackrel{?}{=} \text{DSpace}[O(n)]$

## 3. Formal Languages

### 3.1 Definition

### 3.2 Chomsky Hierarchy

#### 3.2.1 Regular Languages

#### 3.2.2 Context-Free Languages

#### 3.2.3 Context-Sensitive Languages

#### 3.2.4 Recursive Languages

## 4. Personal Contribution

## 5. Results



## 6. Conclusion and Direction

**Thanks**

## List of Figures

# Listings

# A. Mathematical Background

A.1 First Order Logic

A.2 Second Order Logic

A.3 Turing Machines

# Independence declaration (German)

Ich, Yaël Arn, 4A

bestätige mit meiner Unterschrift, dass die eingereichte Arbeit selbstständig und ohne unerlaubte Hilfe Dritter verfasst wurde. Die Auseinandersetzung mit dem Thema erfolgte ausschliesslich durch meine persönliche Arbeit und Recherche. Es wurden keine unerlaubten Hilfsmittel benutzt. Ich bestätige, dass ich sämtliche verwendeten Quellen sowie Informanten/-innen im Quellenverzeichnis bzw. an anderer dafür vorgesehener Stelle vollständig aufgeführt habe. Alle Zitate und Paraphrasen (indirekte Zitate) wurden gekennzeichnet und belegt. Sofern ich Informationen von einem KI-System wie bspw. ChatGPT verwendet habe, habe ich diese in meiner Maturaarbeit gemäss den Vorgaben im Leitfaden zur Maturaarbeit korrekt als solche gekennzeichnet, einschliesslich der Art und Weise, wie und mit welchen Fragen die KI verwendet wurde. Ich bestätige, dass das ausgedruckte Exemplar der Maturaarbeit identisch mit der digitalen Version ist. Ich bin mir bewusst, dass die ganze Arbeit oder Teile davon mittels geeigneter Software zur Erkennung von Plagiaten oder KI-Textstellen einer Kontrolle unterzogen werden können.

Ort & Datum

Unterschrift

---