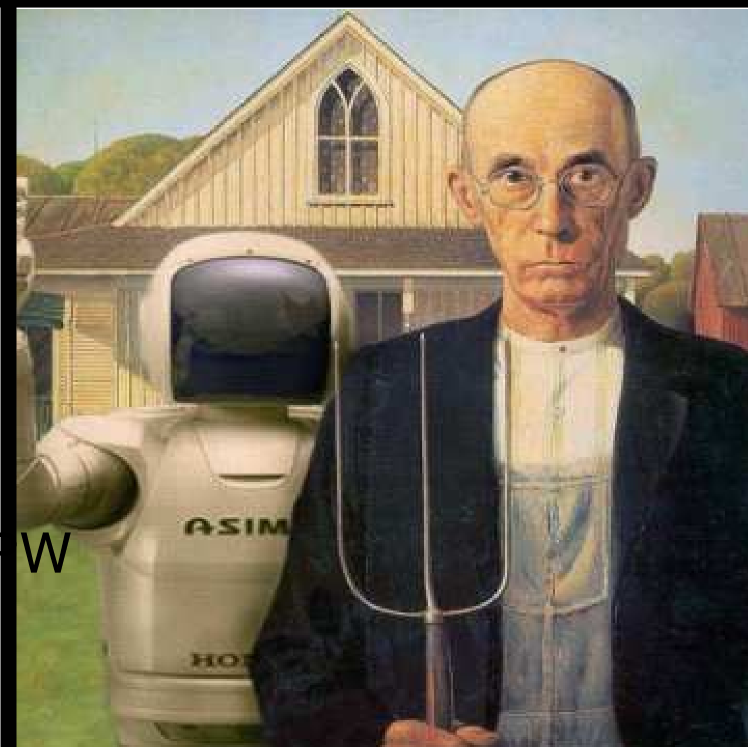
Sztuczna Inteligencja

Wykład 7

Piotr Wąsiewicz

Zakład Sztucznej Inteligencji - ISE PW

pwasiewi@elka.pw.edu.pl



Generowanie reguł klasyfikujących algorytmem CN2

Indukcja reguł

- Kompleks k składa się z selektorów.
- $k_1 = \{< \text{słoneczna} \vee \text{deszczowa}, \text{zimna} \vee \text{ciepła}, ?, ? >\}$
  $k_2 = \{< \text{słoneczna}, \text{ciepła}, ?, ? >\}$
  $k_2 \prec k_1$
  k_2 jest bardziej szczegółowe od k_1, k_1 jest bardziej ogólne od k_2
- $S \rhd k$ to dokładniej $(\exists k \in S) k \rhd x$ - zbiór wszystkich x pokrywanych przez $k \in S$
- $\{k_1 \rhd x\} = \{1, 2, 5, 6, 9\}$
- $\{k_2 \rhd x\} = \{1, 2\}$
- Kompleks tylko z jednym selektorem nieuniwersalnym zwany jest *kompleksem atomowym* .

Indukcja reguł - sekwencyjne pokrywanie

funkcja *sekwencyjne-pokrywanie(T)*
argumenty wejściowe:

- T - zbiór trenujący dla pojęcia c

zwraca: zbiór reguł reprezentujący hipotezę przybliżającą c

$R := 0; P := T$;
jak długo $P \neq 0$ wykonaj
  $k :=$ znajdź-kompleks(T, P);
  $d :=$ kategoria(k, T, P);
  $R := R \cup \{k \rightarrow d\}$;
  $P := P - P_k$;
 koniec jak długo
zwróć R

Indukcja reguł - algorytm CN2

funkcja *znajdź-kompleks-cn2*(T, P)
argumenty wejściowe:

- T - zbiór trenujący dla pojęcia c,
- P - podzbiór zbioru T zawierający przykłady nie pokryte przez wygenerowane wcześniej reguły

zwraca: statystycznie istotny kompleks pokrywający pewną liczbę przykładów z P z dużą dokładnością;

$S := \{<?>\}$;$k_* :=<?>$;
jak długo $S \neq \phi$ wykonaj
  $S' := S \cap \mathbb{S}$;
  $S' := S' - S - \{<\phi>\}$;
  dla wszystkich kompleksów $k \in S'$ wykonaj
    jeśli $\psi_k(P) > \theta \wedge \vartheta_k(P) > \vartheta_{k_*}(P)$ to
      $k_* := k$
    koniec jeśli
  koniec dla
  $S :=$ Arg $\max^m_{k \in S'} v_k(P)$
koniec jak długo
zwróć k_*

Algorytm CN2 - funkcja oceniająca kompleksy

Entropię zbioru P ze względu na kompleks k określa się następująco:

$$E_k(P) = \sum_{d \in C} -\frac{|P_k^d|}{|P_k|} log \frac{|P_k^d|}{|P_k|}$$

Entropia ma tę cechę, że największą wartość przyjmuje dla zrównoważonych rozkładów częstości kategorii. Funkcja oceniająca kompleksy musi być zanegowaną entropią:

$$\vartheta_k(P) = -E_k(P)$$

Algorytm CN2 - statystyka χ

Niech f_i oznacza *zaobserwowaną częstość* (liczbę wystąpień) i-tej wartości atrybutu y_i dla $i = 1, 2, 3, \ldots, v_1$ i odpowiednio f_j dla y_j dla $j = 1, 2, 3, \ldots, v_2$, f_{ij} liczbę (częstość) jednoczesnych wystąpień i-tej i j-tej wartości atrybutów y_i i y_j, a e_{ij} to wartość oczekiwana jednoczesnego wystąpienia przy założeniu niezależności y_1 i y_2 i $(v_1 - 1)(v_2 - 1)$ stopniach swobody.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{v_1} \sum_{j=1}^{v_2} \frac{(f_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}},$$

gdzie $e_{ij} = \frac{f_i^1 f_j^2}{n}$

Im większa wartość statystyki tym bardziej atrybuty są zależne od siebie.

Algorytm CN2 - statystyka χ

$$\chi_k^2(P) = \sum_{d \in C} \frac{(|P_k^d| - e_k^d(P))^2}{e_k^d(P)},$$

gdzie $e_k^d(P) = |P_k| \frac{|P^d|}{|P|}$

Zbiór testowy T

x	aura	temperatura	wilgotność	wiatr	$c(x)$
1	słoneczna	ciepła	duża	słaby	0
2	słoneczna	ciepła	duża	silny	0
3	pochmurna	ciepła	duża	słaby	1
4	deszczowa	umiarkowana	duża	słaby	1
5	deszczowa	zimna	normalna	słaby	1
6	deszczowa	zimna	normalna	silny	0
7	pochmurna	zimna	normalna	silny	1
8	słoneczna	umiarkowana	duża	słaby	0
9	słoneczna	zimna	normalna	słaby	1
10	deszczowa	umiarkowana	normalna	słaby	1
11	słoneczna	umiarkowana	normalna	silny	1
12	pochmurna	umiarkowana	duża	silny	1
13	pochmurna	ciepła	normalna	słaby	1
14	deszczowa	umiarkowana	duża	silny	0

Zbiór $\mathbb{S}$ kompleksów atomowych

$$
\begin{aligned}
&\mathbb{S} = \{< \text{deszczowa}, ?, ?, ? >,\\
&< \text{deszczowa} \vee \text{słoneczna}, ?, ?, ? >,\\
&< \text{deszczowa} \vee \text{pochmurna}, ?, ?, ? >,\\
&< \text{pochmurna}, ?, ?, ? >,\\
&< \text{pochmurna} \vee \text{słoneczna}, ?, ?, ? >,\\
&< \text{słoneczna}, ?, ?, ? >,\\
&<?, \text{ciepła}, ?, ? >,\\
&<?, \text{ciepła} \vee \text{zimna}, ?, ? >,\\
&<?, \text{ciepła} \vee \text{umiarkowana}, ?, ? >,\\
&<?, \text{umiarkowana}, ?, ? >,\\
&<?, \text{umiarkowana} \vee \text{zimna}, ?, ? >,\\
&<?, \text{zimna}, ?, ? >,\\
&<?, ?, \text{duża}, ? >, <?, ?, \text{normalna}, ? >, <?, ?, ?, \text{silny} >, <?, ?, ?, \text{słaby} >\}
\end{aligned}
$$

Kolejne kroki algorytmu CN2 1/3

1. Początkowo
   $R = \phi, P = T = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14\}, \mathbb{S}$
2. Następuje wywołanie *znajdź-kompleks* (T, P).
   - $S = \{<?>\} \neq \phi, k_* = <?>$ i $\vartheta_{k_*}(P) = -E_{k_*}(P) = -0.940$,
   - $S' = \mathbb{S} = S \cap \mathbb{S}$,
   - $k = <\text{pochmurna}, ?, ?, ?>$ ma największą wartość $\vartheta_k = 0$ w zbiorze $\mathbb{S}$; $S = \{k\}, k_* = k$,
3. $R = \{<\text{pochmurna}, ?, ?, ?> \rightarrow 1\}$, $P = \{1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 14\}$,
4. $P \neq \phi \Rightarrow$*znajdź-kompleks* (T, P),
   - $S = \{<?>\} \neq \phi, k_* = <?>$ i $\vartheta_{k_*}(P) = -1$,
   - $S' = \mathbb{S} = S \cap \mathbb{S}$,
   - $k = <?, \text{ciepła}, ?, ?>$ ma największą wartość $\vartheta_k = 0$ w zbiorze $\mathbb{S}$;
     $S = \{k\} \neq \phi, k_* = k$,
5. $R = \{<\text{pochmurna}, ?, ?, ?> \rightarrow 1, <?, \text{ciepła}, ?, ?> \rightarrow 0\}$,
   $P = \{4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 14\}$,

Kolejne kroki algorytmu CN2 2/3

6. $P \neq \phi \Rightarrow$*znajdź-kompleks* (T, P),
   - $S' = \mathbb{S} = S \cap \mathbb{S}$,
   - $k =<?, ?, \text{normalna}, ?>$ zostaje wybrane z najwyższą wartością $\vartheta_k = -0,721$ w zbiorze $\mathbb{S}$; $S = \{k\} \neq \phi, k_* = k$,
   - k_* nie ma wartości 0 (pętla jak długo się nie kończy),
   - w następnym cyklu dla $S' = S \cap \mathbb{S}$ największą wartość $\vartheta_k = 0$ ma kompleks $k =<?, ?, \text{normalna}, \text{słaby}>$, $k_* = k$
7. $R = \{<\text{pochmurna}, ?, ?, ?> \rightarrow 1, <?, \text{ciepła}, ?, ?> \rightarrow 0, <?, ?, \text{normalna}, \text{słaby}> \rightarrow 1\}$, $P = \{4, 6, 8, 11, 14\}$,
8. po kilku dalszych wywołaniach funkcji *znajdź-kompleks* (T, P) otrzymujemy $R = \{<\text{pochmurna}, ?, ?, ?> \rightarrow 1, <?, \text{ciepła}, ?, ?> \rightarrow 0, <?, ?, \text{normalna}, \text{słaby}> \rightarrow 1, <?, \text{zimna}, ?, ?> \rightarrow 0, <?, ?, \text{normalna}, ?> \rightarrow 1, <?, ?, ?, \text{silny}> \rightarrow 0, <\text{słoneczna}, ?, ?, ?> \rightarrow 0\}, P = \{4\}$

Kolejne kroki algorytmu CN2 3/3

9. $P \neq \phi \Rightarrow$*znajdź-kompleks* (T, P),
   - $S = \{<?>\} \neq \phi, k_* = <?>$ i $\vartheta_{k_*}(P) = -E_{k_*}(P) = 0$,
10. Ostatecznie

$$R = \{<\text{pochmurna}, ?, ?, ?> \rightarrow 1,$$

$$<?, \text{ciepła}, ?, ?> \rightarrow 0,$$

$$<?, ?, \text{normalna}, \text{słaby}> \rightarrow 1,$$

$$<?, \text{zimna}, ?, ?> \rightarrow 0,$$

$$<?, ?, \text{normalna}, ?> \rightarrow 1,$$

$$<?, ?, ?, \text{silny}> \rightarrow 0,$$

$$<\text{słoneczna}, ?, ?, ?> \rightarrow 0,$$

$$<?> \rightarrow 1\}$$