第一章

1.（1） $x_1=10-3t, x_2=-7+5t, x_3=t$，其中 t 为任意实数.

（2） $x_1=-t, x_2=-1+2t, x_3=t$，其中 t 为任意实数.

（3） $x_1=1, x_2=1, x_3=1, x_4=1$.

（4） $x_1=0, x_2=0, x_3=0$.

2.（1） $k=\frac{8}{3}$；（2） $k\neq-\frac{2}{3}$；（3） $k=1$

4.（1）无穷多解；（2）唯一解；（3）无解；（4）唯一解.

5.（1）无解；（2） $(100-3s+96t, s, 54+52t, t)$，其中 s，t 为任意实数；

（3） $(\frac{1}{2}(1-s+t), s, t, 0)$，其中 s，t 为任意实数.

6.（1） $(0,0,0)$；（2） $(-2t,0,t,t)$，其中 t 为任意实数.

7. $\alpha\neq-2$.

8.（1）一定有零解；（2） $\beta=-5$.

9. $\lambda=-1$ 或 5.

第二章

1.（1） $\begin{bmatrix}1 & -2 & 5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}=-1$；（2） $\begin{bmatrix}2 & 0 & -1\\0 & 1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\\-1\end{bmatrix}$； $\begin{bmatrix}5 & 1 & 4\\0 & 2 & 1\\1 & 0 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix}$.

2.（1） $\begin{bmatrix}-5 & 0 & -1\\10 & 1 & 10\end{bmatrix}$；（2） $\begin{bmatrix}3 & 1 & 1\\-4 & 0 & -4\end{bmatrix}$.

3.（1）1；（2） $\begin{bmatrix}-1 & 2\\-2 & 4\\-3 & 6\\-4 & 8\end{bmatrix}$；（3） $\begin{bmatrix}10 & 4 & -1\\4 & -3 & -1\end{bmatrix}$；（4） $\begin{bmatrix}-3\\-8\end{bmatrix}$.

4.（1） $\begin{bmatrix}-9 & 1 & 5\\-3 & 6 & 0\\-7 & 6 & 5\end{bmatrix}$；（2） $\begin{bmatrix}-8 & 1 & 4\\-2 & 4 & -1\\-5 & 5 & 6\end{bmatrix}$.

5. $X=\frac{1}{3}(A^T+B^T+C)$, $Y=\frac{1}{3}(2A^T+2B^T-C)$.

10. 互为逆矩阵.

12. $(A+I)^{-1}=A-3I$.

14.（1）是；（2）是；（3）不是；（4）是.

15. $\begin{bmatrix}1&0&-5\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$.

18.（1）$\begin{bmatrix}2/3&2/9&-1/9\\-1/3&-1/6&1/6\\-1/3&1/9&1/9\end{bmatrix}$；（2）$\dfrac{1}{4}\begin{bmatrix}1&1&1&1\\1&1&-1&-1\\1&-1&1&-1\\1&-1&-1&1\end{bmatrix}$；（3）$\begin{bmatrix}1&-4&-3\\1&-5&-3\\-1&6&4\end{bmatrix}$；

（4）$\begin{bmatrix}0&\cdots&0&a_n^{-1}\\a_1^{-1}&\cdots&0&0\\\vdots&\ddots&\vdots&\vdots\\0&\cdots&a_{n-1}^{-1}&0\end{bmatrix}$.

19.（1）$\begin{bmatrix}2&-23\\0&8\end{bmatrix}$；（2）$\begin{bmatrix}2&-1&-1\\-4&7&4\end{bmatrix}$.

20. $\begin{bmatrix}5&-2&-2\\4&-3&-2\\-2&2&3\end{bmatrix}$.

21.（1）$\begin{bmatrix}-2&1\\1&1\\0&3\end{bmatrix}$；（2）$\begin{bmatrix}a&0&ac&0\\0&a&0&ac\\1&0&c+bd&0\\0&1&0&c+bd\end{bmatrix}$.

23. $\begin{bmatrix}0&B^{-1}\\A^{-1}&0\end{bmatrix}$.

24. $\begin{bmatrix}I&-A\\0&I\end{bmatrix}$；$\begin{bmatrix}0&0\\B&BA\end{bmatrix}$.

25. $\begin{bmatrix}5\\26\\-13\\29\end{bmatrix}$.

第三章

1.（1）-2；（2）$ab(b-a)$；（3）0.

2.（1）8；（2）1；（3）$3abc-a^3-b^3-c^3$.

3.（1）0；（2）$-abdf$.

4.（1）0；（2）$4abcdef$；（3）0.

5.（1）-270；（2）-9.

6.（1）$(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}\dfrac{n+1}{2}n^{n-1}$；（2）$x^n+(-1)^{n+1}y^n$.

8. $A^*=\begin{bmatrix}1 & 3 & 3\\ 2 & -4 & 1\\ 1 & -2 & -2\end{bmatrix}$；$A^{-1}=\dfrac{1}{5}\begin{bmatrix}1 & 3 & 3\\ 2 & -4 & 1\\ 1 & -2 & -2\end{bmatrix}$.

9. $-\dfrac{16}{27}$.

12.（1）$\begin{bmatrix}3\\ 4\\ 5\end{bmatrix}$；（2）$\begin{bmatrix}0\\ 2\\ 0\\ 0\end{bmatrix}$.

13. $k=8$ 或 5 或 2.

14. $\lambda=1$或$\mu=0$.

第四章

1. $\beta=(-1, 4, 1)$.

2. $\alpha=(1, 2, 3, 4)$.

3.（1）V_1是，V_2不是.

5.（1）$\beta=-11\alpha_1+14\alpha_2+9\alpha_3$；（2）$\beta=\alpha_1+4\alpha_2-6\alpha_3+3\alpha_4$.

6.（1）线性相关；（2）线性相关；（3）线性无关；（4）线性无关.

11. 线性无关.

13. $\beta=2\alpha_1+3\alpha_2-\alpha_3$.

14. 基：$\varepsilon_1=(1,0,\cdots,0,0)$，$\varepsilon_2=(0,1,\cdots,0,0)$，…，$\varepsilon_{n-1}=(0,0,\cdots,1,0)$；维数：$n-1$.

15. 维数：2.

22.（1）秩=3；$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$是一个极大无关组，$\alpha_4=-\alpha_1+2\alpha_3$；

（2）秩=2；α_1,α_2是一个极大无关组，$\alpha_3=-\dfrac{11}{9}\alpha_1+\dfrac{5}{9}\alpha_2$.

23.（1）2；（2）3.

25.（1）基础解系：$\xi=\begin{bmatrix}4\\-9\\4\\3\end{bmatrix}$，通解：$k\xi$，其中$k$取任意数；

（2）基础解系：$\xi_1=\begin{bmatrix}-2\\1\\0\\0\end{bmatrix}$，$\xi_2=\begin{bmatrix}1\\0\\0\\1\end{bmatrix}$，通解：$k_1\xi_1+k_2\xi_2$，其中$k_1,k_2$取任意数.

26.（1）通解：$\begin{bmatrix}4\\-1\\0\end{bmatrix}+k\begin{bmatrix}-1/2\\-1/4\\1\end{bmatrix}$，其中$k$取任意数；

（2）通解：$\begin{bmatrix}1/3\\0\\0\\1\end{bmatrix}+k_1\begin{bmatrix}-4/3\\1\\0\\0\end{bmatrix}+k_2\begin{bmatrix}-1/3\\0\\1\\0\end{bmatrix}$，其中$k_1,k_2$取任意数.

27. 当$a_1+a_2=b_1+b_2$时，方程组有解；通解：$\begin{bmatrix}a_1-b_2\\b_2\\a_2\\0\end{bmatrix}+k\begin{bmatrix}1\\-1\\-1\\1\end{bmatrix}$，其中$k$取任意数.

28.（1）$\begin{bmatrix}1&2&1\\-1&3&3\\0&2&2\end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix}0&-1&3/2\\1&1&-2\\-1&-1&5/2\end{bmatrix}$；

（2）$\begin{bmatrix}3\\4\\4\end{bmatrix}$；

（3）$\begin{bmatrix}11/2\\-5\\13/2\end{bmatrix}$.

第五章

1.（1）$\lambda_1=-5$：$k_1\begin{bmatrix}-2\\1\end{bmatrix}$，其中$k_1$为任意非零数，$\lambda_2=1$：$k_2\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$，其中$k_2$为任意非零数；

（2）$\lambda_1=2$：$k_1\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}$，其中$k_1$为任意非零数，$\lambda_2=\lambda_3=1$：$k_2\begin{bmatrix}1\\2\\-1\end{bmatrix}$，其中$k_2$为任意非零数；

（3）$\lambda_1=-2$：$k_1\begin{bmatrix}2\\1\\2\end{bmatrix}$，其中$k_1$为任意非零数，$\lambda_2=\lambda_3=7$：$k_2\begin{bmatrix}-1/2\\1\\0\end{bmatrix}+k_3\begin{bmatrix}-1\\0\\1\end{bmatrix}$，其中$k_2,k_3$为不全为零的任意数；

（4）$\lambda_1=1$：$k_1\begin{bmatrix}a+2\\3\\0\end{bmatrix}$，其中$k_1$为任意非零数，$\lambda_2=2$：$k_2\begin{bmatrix}2\\2\\1\end{bmatrix}$，其中$k_2$为任意非零数，$\lambda_3=2a-1$：$k_3\begin{bmatrix}1\\1\\a-1\end{bmatrix}$，其中$k_3$为任意非零数.

2. $\lambda=1$或 0.

3. $x=0$.

4.（1）可以对角化，$T=\begin{bmatrix}-2&1\\1&1\end{bmatrix}$；

（2）不可以对角化；

（3）可以对角化，$T=\begin{bmatrix}2&-1&-1\\1&2&0\\2&0&1\end{bmatrix}$；

（4）当$a\neq1$且$a\neq\dfrac{3}{2}$时，可以对角化，$T=\begin{bmatrix}a+2&1&2\\3&1&2\\0&a-1&1\end{bmatrix}$.

5. 特征值为：$1,-1,-2$，可以对角化.

6. $x=-2$，$A^n=A$.

8.（1）$-2,2,-4$；（2）$2,-2,-2$；（3）$\begin{bmatrix}2&&\\&-2&\\&&-2\end{bmatrix}$.

9.（1）$A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 2\\ 0 & 1 & 2\\ 3 & -2 & 0\end{bmatrix}$；（2）$A^m\alpha=\dfrac{1}{3}\begin{bmatrix}-18+11\times 2^{m+1}+2\times(-1)^m\\ -27+11\times 2^{m+1}+2\times(-1)^m\\ 11\times 2^m-2\times(-1)^m\end{bmatrix}$.

11. 209.