学习资料就找包打听

资料获取，回复公众号资料关键词

包包！公众号我发了口令，但是没有收到资料诶？

华工小朋友

要输入正确的口令才行噢，可以用盲猜法（课程+试卷）或者资料专区检索（详见P3）

包子妹妹

如果口令、链接失效或者公众号没有找到想要的资料，怎么办呢?

华工小朋友

别急，包包是人工运营的你可以通过以下途径反馈~（P4）

叮当包

包包有偿收集资料投稿

如有资料需求疑问，扫一扫添加包包微信

华工包打听公众号

微信添加（推荐）

资料获取指南

资料反馈箱

华工包打听

资料声明

关于资料

- 来源　由同学投稿，包打听有偿收集、整理
- 分享　资料无偿分享给同学使用

注意事项

资料不保证100%正确，仅供参考，切勿依赖

资料如有错误，请反馈给包打听微信

未经授权不能转作他用

华工新生答疑、校园指引、入学考试、感情树洞、华工黑市群、学习群、闲置群、 校园资讯、校内通知、吃喝玩乐、兼职、家教、大学学车、考研、留学四六级（星球）等一站式服务。

·微信号——即时互动，丰富社群，校园生活资讯

·公众号——学习资料校园百事，学校通租

·包星球——吃喝玩乐兼职考研留学信息，应有尽有

·QQ口号—-百事打听！

包包微信　包打听公众号

最全能校园服务平台
校园大小事
皆可打听

一、填空题（每小题 5 分，共 10 题）

1）在三角形 ΔABC，三个内角 A、B、C 对应的边分别为 a, b, c，已知 $b^2+c^2=a^2-2bc\sin A+\frac{2}{5}bc$，则 $\cos A=$ $\underline{\quad -\frac{3}{5} \quad}$。

2）a, $b\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，函数 $f\left(x\right)=a\sin\left(ax+b\right)$ 关于轴 $x=2$ 对称，则 $\frac{1}{a}+\frac{1}{2b}$ 的取值范围是 $\underline{\quad [\frac{9}{\pi}, +\infty) \quad}$。

3）任意画一个三角形，其任意两个内角之和大于第三个内角的概率为 $\underline{\quad \frac{1}{4} \quad}$。

4）F 是椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 的一个焦点，P_1, P_2, $\cdots$, P_n 是此椭圆上的点，如果 $\{|FP_n|\}$ 是以 $\frac{1}{50}$ 为公差的等差数列，S 是此数列的和，则 S 的最大值为 $\underline{\quad 202 \quad}$。

5）三棱锥 $P-ABC$ 中 $\angle APB=\angle BPC=\angle APC=90^\circ$，$PA=2$，$AB=4$，$BC=6$，则三棱锥 $P-ABC$ 的外接球的半径为 $\underline{\quad \sqrt{10} \quad}$。

6）已知函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}x^2+1 & x\geq 0\\ 1 & x<0\end{cases}$，则不等式 $f\left(1-x^2\right)>f\left(2x\right)$ 的解集为 $\underline{\quad [-1, \sqrt{3-2\sqrt{2}})=[-1,\sqrt{2}-1) \quad}$。

7）已知 F 是抛物线 $y^2=4x$ 的焦点，点 A, B, C 是此抛物线上的点，且有 $\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB}+\overrightarrow{FC}=\vec{0}$，则 $\left|\overrightarrow{FA}\right|+\left|\overrightarrow{FB}\right|+\left|\overrightarrow{FC}\right|=$ $\underline{\quad 6 \quad}$。

8）圆 $x^2+y^2=1$ 与直线 $y=2x+m$ 相交于 A, B 两点，且 OA，OB 与 x 正方向所成

的角为α，β（以x正方向为始边，逆时针旋转），$\sin\left(\alpha+\beta\right)=$____$-\frac{4}{5}$____。

9）已知函数$y=\log_a\left(a^2x\right)\cdot\log_{a^2}\left(ax\right)$，当$x\in\left[2\ ,\ 4\right]$时，$y$的取值范围是$\left[-\frac{1}{8}\ ,\ 0\right]$，则$a$的取值为____$\frac{1}{2}$____。

10）对于二次函数$f\left(x\right)=ax^2+bx+c$有$f'\left(0\right)>0$，且对任给的$x\in R$使得$ax^2+bx+c\geq 0$恒成立，则$\frac{a+b+c}{f'\left(0\right)}$的最小值为____2____。

二、解答题（本大题共5题，每小题10分）

11）数列$\left\{a_n\right\}$是正数数列，且对任意正整数n有$2\sqrt{a_n}\leq 1-\frac{a_{n+1}}{a_n}$，试证明：

1、当$n\geq 1$时，$a_n\leq\sqrt{a_n}-\sqrt{a_{n+1}}$

2、当$n\leq 2$时，$a_n\leq\frac{1}{\left(n+2\right)^2}$

证明：1、因为 $2\sqrt{a_n}\leq 1-\frac{a_{n+1}}{a_n}$

所以 $2a_n\sqrt{a_n}\leq a_n-a_{n+1}$

又因为数列$\left\{a_n\right\}$是正数数列，所以数列$\left\{a_n\right\}$是递减的，因此

$$2a_n\sqrt{a_n}\leq a_n-a_{n+1}=\left(\sqrt{a_n}-\sqrt{a_{n+1}}\right)\left(\sqrt{a_n}+\sqrt{a_{n+1}}\right)\leq 2\sqrt{a_n}\left(\sqrt{a_n}-\sqrt{a_{n+1}}\right)$$

$$a_n\leq\sqrt{a_n}-\sqrt{a_{n+1}}$$

2、由$a_n\leq\sqrt{a_n}-\sqrt{a_{n+1}}$可得$\sqrt{a_{n+1}}\leq\sqrt{a_n}\left(1-\sqrt{a_n}\right)$

当$n=2$时，$\sqrt{a_2}\leq\sqrt{a_1}\left(1-\sqrt{a_1}\right)\leq\frac{1}{4}\left[\sqrt{a_1}+\left(1-\sqrt{a_1}\right)\right]^2\Rightarrow a_2\leq\frac{1}{16}$

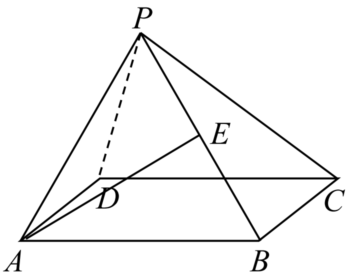
假设$n=k$时有$a_k\leq\frac{1}{\left(k+2\right)^2}$，当$n=k+1$时，

$$\sqrt{a_{k+1}} \le \sqrt{a_k}\left(1-\sqrt{a_k}\right) \le \frac{1}{k+2}\left(1-\sqrt{a_k}\right) \le \frac{1}{k+2}\left(1-\sqrt{a_{k+1}}\right)$$

$$\frac{k+3}{k+2}\sqrt{a_{k+1}} \le \frac{1}{k+2} \Rightarrow a_{k+1} \le \frac{1}{\left(k+1+2\right)^2}$$

综上命题得证。

12）如图所示，正四棱锥 $P-ABCD$ 的体积为 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$，$AB=2$。



1、求侧面 PAD 与底面 $ABCD$ 所成二面角的大小；

2、若 E 为 PB 的中点，求异面直线 PD 和 AE 所成角的正切；

3、在侧面 PAD 上寻找一点 F 使 $EF \perp$ 面 PBC，试确定 F 的位置，并加以证明。

解：1、设 O 为正方形 $ABCD$ 的中心，M 是 AD 的中点，则 $\angle PMO$ 为侧面 PAD 与底面 $ABCD$ 所成二面角 $PO=\frac{4\sqrt{3}}{3}\times\frac{3}{4}=\sqrt{3}$ ，$OM=1$ ，$PM=2$

$\angle PMO=60^{\circ}$。

2、因为 $OE // \frac{1}{2}PD$，所以 $\angle AEO$ 等于异面直线 PD 和 AE 所成角。由于 $AO\perp PO$ ，$AO\perp BD$，所以 $AO\perp EO$，$\tan\angle AEO=\frac{AO}{EO}=\frac{\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{5}}{2}}=\frac{2\sqrt{10}}{5}$。

3、作 AM 的中点 F，则 $FE\perp$ 面 PBC。现证明此结论。

作 BC 的中点 N，PN 的中点 Q，由 1、可得 ΔPMN 是等边三角形，所以 $MQ\perp PN$，

$\left.\begin{array}{l} MN\perp BC \\ PO\perp BC \end{array}\right\} \Rightarrow BC\perp$ 面 $PMN \Rightarrow MQ\perp BC$，由此可得 $MQ\perp$ 面 PBC；

又因为 $EQ // \frac{1}{2}BN$，所以 $\left.\begin{array}{l} AF=EQ \\ AF // EQ \end{array}\right\} \Rightarrow EF // MQ \Rightarrow EF\perp$ 面 PBC。

13）已知双曲线的虚轴长、实轴长和焦距成等差数列，且以 y 轴为右准线，并过定点 $A\left(1\ ,\ 2\right)$。试求

1、此双曲线右焦点 F 的轨迹方程；

2、过 A 与 F 的弦与双曲线右支交于 B，求 B 点的轨迹方程。

解：1、设此双曲线的虚轴长、实轴长和焦距分别为 $2b$，$2a$，$2c$，右焦点 F 的坐标为

$(x\ ,\ y)$，则有 $a^2+b^2=c^2$，$2a=b+c$，由此可得离心率为 $e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{5}{4}$，又因为 y 轴为右准线，所以 $x>0$，

由双曲线定义可得： $\dfrac{|AF|}{1}=e=\dfrac{5}{4}$

所求轨迹方程为： $(x-1)^2+(y-2)^2=\dfrac{25}{16}$

2、设 B 点的坐标为 $(x\ ,\ y)$ $\quad x>0$

由双曲线定义可得： $\dfrac{|AF|}{1}=\dfrac{|BF|}{x}=e=\dfrac{5}{4}$

由合比定理得： $\dfrac{|AF|+|BF|}{1+x}=\dfrac{|AB|}{1+x}=\dfrac{5}{4}$

所求轨迹方程为： $(x-1)^2+(y-2)^2=\dfrac{25}{16}(1+x)^2$

14）某工厂生产某种产品的固定成本为 3.675 万元，但每生产 100 件需要增加可变成本 1 万元，根据市场调研分析，产品年需求量为 500 件，销售收入函数为 $R(x)=8x-\dfrac{1}{2}x^2$（万元）$0\le x\le 5$，其中 x 是产品售出数量（单位：百件）

1、把利润表示为年产量的函数；

2、年产量多少时，该厂所得利润最大？

3、年产量多少时，企业有盈利？

解：1、设利润为 y，$y=\begin{cases}7x-\dfrac{1}{2}x^2-3.675 & 0\le x\le 5\\ -x+23.825 & x>5\end{cases}$

2、$7x-\dfrac{1}{2}x^2-3.765=-\dfrac{1}{2}\left(x^2-14x+49\right)+24.825=-\dfrac{1}{2}(x-7)^2+24.825$

抛物线 $f(x)=-\dfrac{1}{2}x^2+7x-3.675$ 开口朝下，顶点坐标为 $(7\ ,\ 24.825)$

所以当年产量为 500 时，有最大利润 18.825 万元。

3、解方程 $7x-\dfrac{1}{2}x^2-3.675=0$ 可得 $x=\dfrac{14\pm\sqrt{166.6}}{2}$；解方程 $-x+23.825=0$ 可得 $x=23.825$。$x=\dfrac{14-\sqrt{166.6}}{2}\approx 0.5463$，所以当产量在 55 台到 2382 台之间时，企业有盈利。

15）是否存在常数 a，b，c 使得等式

$$1\cdot 2^2+2\cdot 3^2+\cdots+n\left(n+1\right)^2=\frac{n\left(n+1\right)}{12}\left(an^2+bn+c\right)$$

对一切自然数 n 都成立。如果你认为不成立，请说明理由；如果你认为成立，请证明它并利用此结论计算 $1+2^3+\cdots+n^3$。（没有说情理由或证明不得分）

解：成立。

当 $n=1$ 时，$a+b+c=24$；当 $n=2$ 时，$4a+2b+c=44$；当 $n=3$ 时，$9a+3b+c=70$

解方程组 $\begin{cases}a+b+c=24\\4a+2b+c=44\\9a+3b+c=70\end{cases}$ 可得 $a=3$，$b=11$，$c=10$

假设 $n=k$ 时有，$1\cdot 2^2+2\cdot 3^2+\cdots+k\left(k+1\right)^2=\dfrac{k\left(k+1\right)}{12}\left(3k^2+11k+10\right)$

当 $n=k+1$ 时，

$$1\cdot 2^2+2\cdot 3^2+\cdots+k\left(k+1\right)^2+\left(k+1\right)\left(k+2\right)^2=\frac{k\left(k+1\right)}{12}\left(3k^2+11k+10\right)+\left(k+1\right)\left(k+2\right)^2$$

$$=\frac{k+1}{12}\left[k\left(3k+5\right)\left(k+2\right)+12\left(k+2\right)^2\right]$$

$$=\frac{\left(k+1\right)\left(k+2\right)}{12}\left[3k^2+17k+24\right]$$

$$=\frac{\left(k+1\right)\left(k+2\right)}{12}\left[3\left(k+1\right)^2+11\left(k+1\right)+10\right]$$

由数学归纳法可得当 $a=3$，$b=11$，$c=10$ 时，使得等式

$$1\cdot 2^2+2\cdot 3^2+\cdots+n\left(n+1\right)^2=\frac{n\left(n+1\right)}{12}\left(an^2+bn+c\right)$$

对一切自然数 n 都成立。

又因为

$$1\cdot 2^2+2\cdot 3^2+\cdots+n\left(n+1\right)^2=\sum_{k=1}^{n+1}k^3-\sum_{k=1}^{n+1}k^2\ ,\quad \sum_{k=1}^{n+1}k^2=\frac{1}{6}\left(n+1\right)\left(n+2\right)\left(2n+3\right)$$

$$\sum_{k=1}^{n+1}k^3=\frac{\left(n+1\right)\left(n+2\right)}{12}\left[n\left(3n+5\right)+2\left(2n+3\right)\right]=\frac{\left(n+1\right)^2\left(n+2\right)^2}{4}$$

所以 $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}k^3=\frac{n^2\left(n+1\right)^2}{4}$