诚信应考，考试作弊将带来严重后果！

华南理工大学本科生期末考试

2017-2018 学年第二学期《概率论与数理统计》A 卷

注意事项：1. 开考前请将密封线内各项信息填写清楚；

2. 所有答案请直接答在试卷上；

3．考试形式：闭卷；

4. 本试卷共八大题，满分 100 分，考试时间 120 分钟。

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得 分									

可能用到的表值：

$\Phi(1.285)=0.9,\quad \Phi(1.645)=0.95,\quad \Phi(1.96)=0.975,\quad \Phi(2.33)=0.99$

$t_{0.025}(35)=2.0301,\quad t_{0.025}(36)=2.0281,\quad t_{0.05}(35)=1.6896,\quad t_{0.05}(36)=1.6883$

一、 填空题（每小题 3 分，共 18 分）

1. 设袋中有红、白、黑球个 1 个，从中有放回地取球，每次取 1 个，直到三种颜色的求都取到时停止，则取球次数恰好为 4 的概率为________________.

2. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} Ax^2 & 0\le x\le 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$，则 $A=$________.

3. 设 $X_1,X_2,\ldots,X_n$ 独立同分布，$X_1\sim B(1,p)$，则 $P(\overline{X}=k/n)=$_________.

4. 设连续随机变量 X 的密度函数满足 $f(x)=f(-x)$，$P\left\{X\le x_\alpha\right\}=\alpha$，则 $P(|X|>x_\alpha)=$_________。

5. 设总体 $X\sim N\left(0,\sigma^2\right)$，$X_1,X_2,\cdots,X_6$ 是来自 X 的简单随机样本，设

$$Y=\left(X_1+X_2+X_3\right)^2+\left(X_4+X_5+X_6\right)^2$$

则当 $C=$_________时，$CY\sim\chi^2(2)$.

6. 设二维离散型随机变量(X,Y)的分布列为

(X,Y)	$(1,0)$	$(1,1)$	$(2,0)$	$(2,1)$
P	0.4	0.2	a	b

若$E(XY)=0.8$，$a=$________。

二、单项选择题（每小题 3 分，共 18 分）

1. 设随机变量X的密度$f(x)$满足$f(1-x)=f(1+x)$，$\int_0^2 f(x)dx=0.8$，则$P\{X<0\}=$______.

(A) 0.5　　(B) 0.2　　(C) 0.1　　(D) 0.4

2. 设$X_1,X_2\cdots X_n(n\geq 2)$为来自总体$N(\mu,1)$的简单随即样本，记$\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，

则下列结论中不正确的是

（A）$\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$服从$\chi^2$分布　　（B）$2(X_n-X_1)^2$服从$\chi^2$分布

（C）$\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$服从$\chi^2$分布　　（D）$n(\bar{X}-\mu)^2$服从$\chi^2$分布

3. 设随机变量X服从$N(\mu,\sigma^2)(\sigma>0)$, 记$p=P\{X\leq\mu+\sigma^2\}$. 则（　　）

$(A)p$随着μ增加而增加　　$(B)p$随着σ增加而增加

$(C)p$随着μ增加而减少　　$(D)p$随着σ增加而减少

4. 随机试验E有三种两两不相容的结果$A_1,A_2,A_3,$且三种结果发生的概率均为$\frac{1}{3}$，将试验E独立重复做两次，X表示 2 次试验中结果A_1发生的次数，Y表示两次试验中结果A_2发生的次数，则X与Y的相关系数为（　　）

$(A)\frac{1}{3}$　　$(B)-\frac{1}{3}$　　$(C)-\frac{1}{2}$　　$(D)\frac{1}{2}$

5. 设A,B为两个随机事件，且$0<P(A)<1,0<P(B)<1$, 如果$P\left(A|B\right)=1$, 则

（A）$P\left(\bar{B}|\bar{A}\right)=1$　　（B）$P\left(A|\bar{B}\right)=0$　　（C）$P\left(A\cup B\right)=0$　　（D）$P\left(B|A\right)=1$

6．设随机变量ξ的数学期望$E\xi=\mu$，方差$D\xi=\sigma^2$，则由车贝雪夫不等式

$P\left(|\xi-\mu|\geq 3\sigma\right)\leq$ ____ 。

（A）$\frac{1}{3}$　　（B）$\frac{1}{\sqrt{3}}$　（C）　$\frac{1}{6}$　　（D）　$\frac{1}{9}$

三、（10 分）一个盒子中装有 4 个白球、6 个红球，现投掷一枚均匀的骰子，骰子投掷出几点就从盒中无放回地取几个球。试求：

（1）所取的全是白球的概率。

（2）如果已知取出的都是白球，那么骰子所掷的点数恰为 3 的概率是多少？

四、（10 分）某工程师为了解一台天平的精度，用该天平对一物体的质量做n次测量，该物体的质量μ是已知的，设n次测量结果X_1，X_2，...，X_n 相互独立且均服从正态分布$N\left(\mu，\sigma^2\right)$。该工程师记录的是$n$次测量的绝对误差$Z_i=|X_i-\mu|(i=1,2,\cdots,n)$，利用$Z_1$，$Z_2,\cdots Z_n$估计$\sigma$。

（1）求Z_i的概率密度；

（2）利用一阶矩求σ的矩估计量。

五、(12 分) 设随机变量 X 的概率分布为 $P\left\{X=0\right\}=\dfrac{1}{3}$， $P\left\{X=1\right\}=\dfrac{2}{3}$, Y 的概率分布为 $P\left\{Y=-1\right\}=P\left\{Y=0\right\}=P\left\{Y=1\right\}=\dfrac{1}{3}$，且 $P\left\{X^2=Y^2\right\}=1$。

（1）求二维随机变量（X, Y）的概率分布。

（2）求 Z=XY 的概率分布。（3）求 X 与 Y 的相关系数。

六、（10）假设一条生产线生产的产品合格率是 0.8.要使一批产品的合格率达到在 76%与 84%之间的概率不小于 90%，使用中心极限定理推断这批产品至少要生产多少件？

$\Phi(3)=0.9987$　$\Phi(1.25)=0.894$　$\Phi(1.645)=0.95$　$\Phi(1.33)=0.908$

七、(10 分) 设某次概率统计考试考生的成绩 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，从中随机地抽取 36 位考生的成绩，算得平均成绩为 $\overline{x}=66.5$ 分，修正方差为 $S^{*2}=225$ 分.

(1)在置信度为 0.95 时，求出学生成绩数学期望 μ 的置信区间。

(2)在显著性水平 α =0.05 下，检验是否可以认为这次考试的平均成绩为 70 分。

$t_{0.975}(35)=2.0301,\quad t_{0.975}(36)=2.0281,\quad t_{0.95}(35)=1.6896,\quad t_{0.95}(36)=1.6883$

八、(12 分) 设总体 X 的密度函数是 $f(x;\theta)=\dfrac{1}{2\theta}e^{-\frac{|x|}{\theta}}$，其中 $\theta>0$ 是参数。样本 $X_1,X_2,...,X_n$ 来自总体 X 。

（1）求 θ 的最大似然估计 $\hat{\theta}_L$；

（2）证明 $\hat{\theta}_L$ 是 θ 的无偏估计，且 $\hat{\theta}_L$ 是 θ 的相合估计（一致估计）。