封面

作者：lafael

仓库：https://github.com/4512abc/SCUT

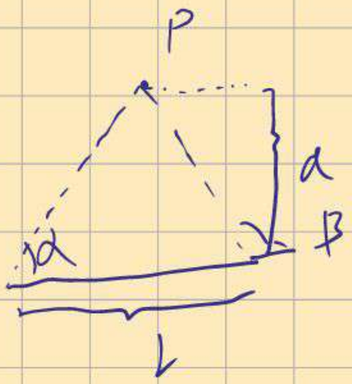
14 真空中的静电场

1. 两点电荷之间的库仑力为 $F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r^2}=k\frac{q_1q_2}{r^2}$

2. 电场强度 $E=\frac{F}{q_0}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$ ，线越密集，场强越大

3. 微元模型

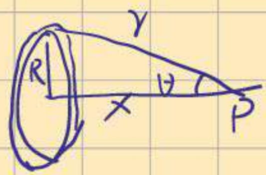
   1. 带电细棒



若L无限长，则 $E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}$
距离为a

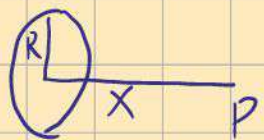
否则为 $E=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\cos\alpha-\cos\beta)$

   2. 带电圆环



$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qx}{(x^2+R^2)^{\frac{3}{2}}}$

   3. 带电圆盘

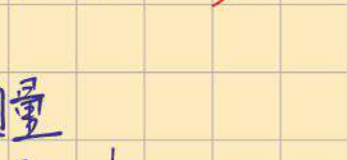


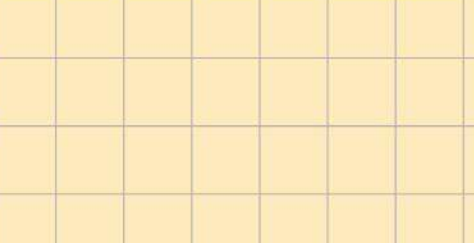
若 $R\gg x$，则 $E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$
（σ为面中点的电荷量）

反之 $E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1-\frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)$

一般取dl而非dr

4. 电场线

1. 

2. 

5. 电偶极子（力矩）（?）

6. 电场强度通量

$\Phi_e=\int_S E\cdot ds$

其中面元ds的单位法向矢量e_n，对封闭图形S积分，规定e_n表示指向S的外部方向；若不封闭，则e_n任意取

有E与e_n的夹角$\theta \Rightarrow \Phi_e = ES\cos\theta$

7. 高斯定理（先决条件，封闭曲面）—要默认把电荷放在中心：

$$\Phi_e = \underbrace{\oint_S E\cdot ds}_{\text{若在S上加0，则此处面积不计；算出来}} = \underbrace{\frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} q_i}_{\text{使用这个}} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int \rho\, dV$$

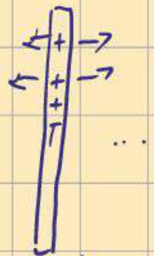
1. 闭合球面（球面带电荷量q）

$$E=\begin{cases}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} & (r>R)\\ 0 & (r<R)\end{cases}$$

2. 闭合球体（球体带电荷量q）

$$E=\begin{cases}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} & (r>R)\\ \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{rq}{R^3} & (r\le R)\end{cases}$$

3. 无限长带电荷直线



$$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

4. 无限长圆柱面（任一横截面带电荷λ）

$$E=\begin{cases}0 & (r<R)\\ \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} & (r>R)\end{cases}$$

5. 无限大平面

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

8 功

$$A=\frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_a}-\frac{1}{r_b}\right)$$

9 电势能

W_a: a点的电势能是从该点移动到电势零点所做的功

10 电势

$$U_a=\frac{W_a}{q_0}=\int_a^{\infty}E\cdot dl=\int_r^{\infty}\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr$$

1. 电势差

$$U_{ab}=U_a-U_b=\int_a^b E\cdot dl$$

$$A_{ab}=q_0U_{ab}$$

2. 点电荷电势

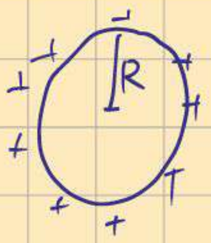
$$U=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

电荷系电势

$$U=\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

3. 带电球面电势

$$\left(U=\int\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr\right.$$

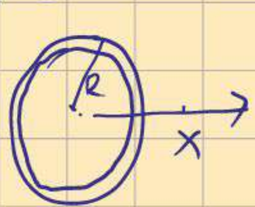


$$U=\begin{cases}\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R} & (r\le R)\\[2ex] \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} & (r>R)\end{cases}$$

← 注意从无穷远处

$$U=\int_r^R E\,dl+\int_R^{\infty}E\,dl$$

4. 带电圆环



$x\gg R$时 $U_P=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x}$

$x=0$时 $U_0=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$, $E_0=0$

$$\left(U=\int\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r}\right)$$

5. 共轴圆筒（无限长） 内圆筒线电荷密度 λ_1，外筒 λ_2

$$E=\begin{cases}0 & r<R_1\\ \dfrac{\lambda_1}{2\pi\varepsilon_0 r} & R_1<r<R_2\\ \dfrac{\lambda_1+\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0 r} & r>R_2\end{cases}$$

注意无限长时无穷远处电势不为0
这里令外筒表面电势为0

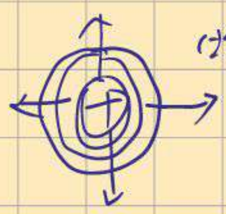
$$V=\begin{cases}\dfrac{\lambda_1}{2\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{R_2}{R_1} & r<R_1\\ \dfrac{\lambda_1}{2\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{R_2}{r} & R_1<r<R_2\\ \dfrac{\lambda_1+\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{R_2}{r} & r>R_2\end{cases}$$

6. 电偶极矩 ?

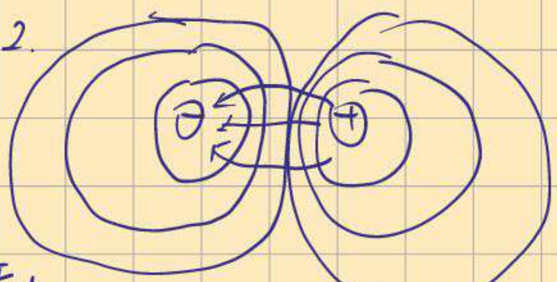
11. 等势面

等势面与电场线处处垂直

1.



2.



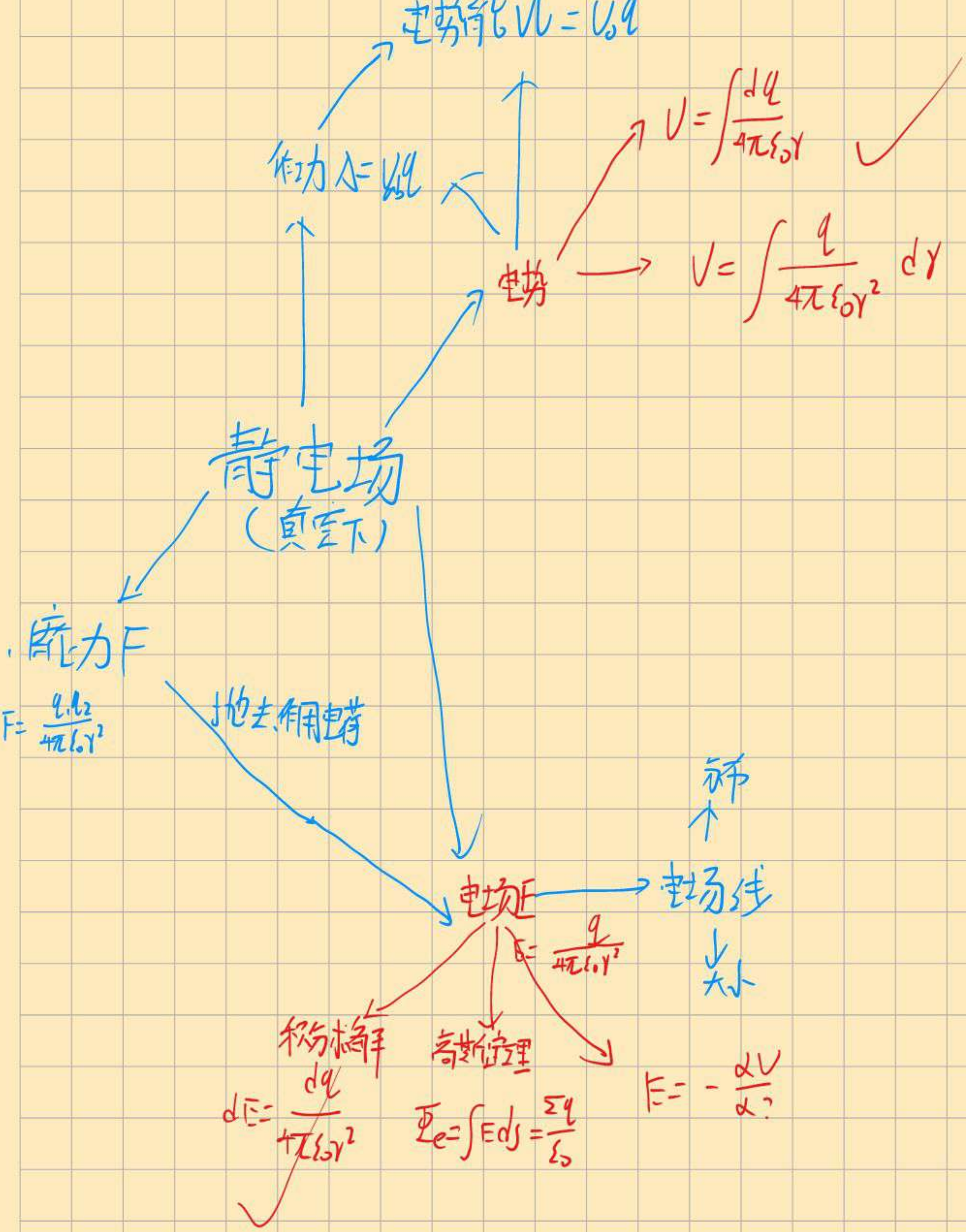
① 等势面密集的地方电场强度大

② 电场线由高电势指向低电势

对电势函数 V，有

$$\begin{cases}E_x=-\dfrac{dV}{dx}\\ E_y=-\dfrac{dV}{dy}\\ E_z=-\dfrac{dV}{dz}\end{cases}$$

$\dfrac{dV}{dx}$ 是指的增量
而E指向降低


电势能 $W=U_0q$
做功 $A=U_{12}q$
电势
$V=\int\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r}$
$V=\int\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr$
静电场
（真空下）
库仑力F
$F=\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$
抛去、作用电荷
电场E
$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$
电场线
方向
大小
积分求解
$dE=\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$
高斯定理
$\Phi_e=\int E\,ds=\frac{\Sigma q}{\varepsilon_0}$
$E=-\frac{dV}{dr}$

15 静电场中的导体和电介质

1. 静电平衡 / 静电屏蔽

- 空心/相连：电荷只分布在外表面
- 内部有导电体：内部导电体外表面有电荷，外物体内表面带相反电荷，代数和为0，外物体外表面带双倍电荷

2. 导电体接地：接地的导电体的电势为0，但带电荷量不一定为零

若不接地，则物体的净电荷不变

3. 外电场引起导电体束缚电荷的移动，称为极化电荷。其中分布在导体表面

给出电极化强度 P 和极化电荷密度 σ，P 一般与 E 成线性关系，方向也一般一致

$\sigma = P\cdot\cos\theta$

↳ P 与面内指向面外的法线夹角

使用 E_0 标记自由电子激发的电场，E' 标记极化电子的电场，E 为总电场 (q, q_0, q')

4. 介质中的高斯定理

定义电位移 $D = \varepsilon_0 E + P$ $= \varepsilon_0 E + \underbrace{\chi_e \varepsilon_0 E}_{\text{一般电介质 } E' \text{ 的公式}} = \varepsilon_0 (1+\chi_e) E$ （D 的单位：$C\cdot m^{-2}$）

有高斯公式 $\oint_S D\,ds = \sum_{\text{内}} q_0$

令 $\begin{cases} \varepsilon_r = 1+\chi_e \\ \varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r \end{cases}$ $\Rightarrow$ $D = \varepsilon_0 \varepsilon_r E = \varepsilon E$

- ε_r：相对电容率，相对介电
- χ_e：极化率
- ε：介质的电容率，介电

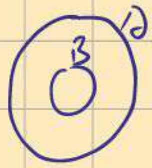
题 P059 例15-6 / P062 例15-8

5. 电容

1. 孤立导体（断开的电容）

$C = \dfrac{Q}{U}$ （$1F = 10^6 \mu F = 10^{12} pF$）

2、标准电容



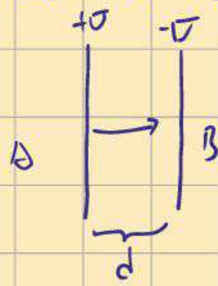
$$C=\frac{Q}{U_A-U_B}$$

计算步骤：

① 假设A,B分别带$+q$, $-q$

② 求E的分布，再 $V=\int_A^B E\cdot dl \to C$　由矢到证

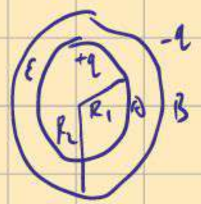
(1) 平行板电容



$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon}\qquad C=\frac{q}{V_{AB}}=\frac{\varepsilon S}{d}$$

$$V_{AB}=\frac{qd}{\varepsilon S}$$

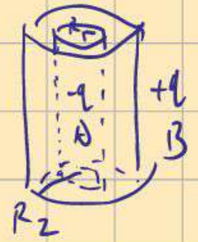
(2) 球形电容



$$V_{AB}=\frac{q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$

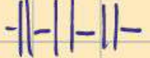
$$C=\frac{q}{V_{AB}}=\frac{4\pi\varepsilon R_1R_2}{R_2-R_1}$$

(3) 圆柱形电容



$$V_{AB}=\frac{q}{2\pi\varepsilon l}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

$$C=\frac{q}{V_{AB}}=\frac{2\pi\varepsilon l}{\ln\frac{R_2}{R_1}}$$

串联 

$$\frac{1}{C_总}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\cdots\qquad U=V_1+V_2+\cdots$$

并联

$$C_总=C_1+C_2+C_3+\cdots\qquad q=q_1+q_2+\cdots$$

3、Q变或V变时

有电源：V变，无电源Q变

动,求能量

4、能量

能量：$W_e=\frac{Q^2}{2C}=\frac{1}{2}CU^2=\frac{1}{2}QU$

$A=\int dA=\int U\,dq$

能量密度：$w_e=\frac{1}{2}\varepsilon E^2=\frac{1}{2}DE=\frac{1}{2}\frac{D^2}{\varepsilon}$，$W_e=\int_a^{\infty}dW_e$

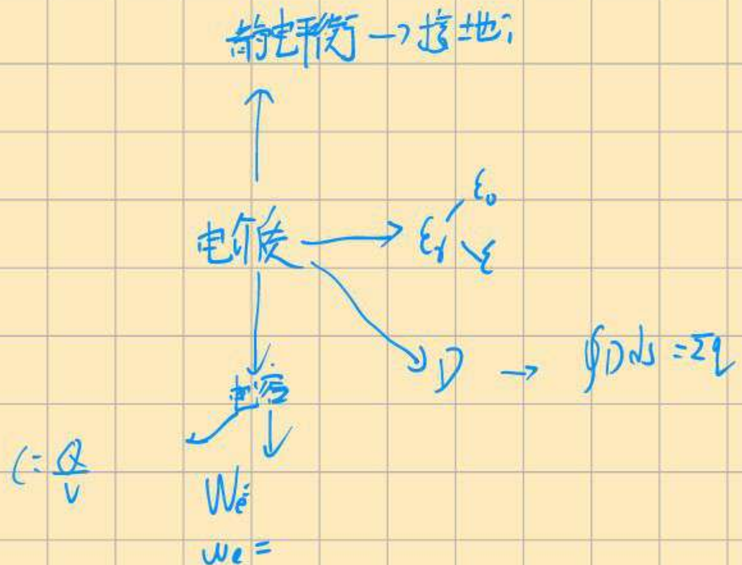
小写

问题：1. 是否在完全包围电介质时 ε 才替 ε_0

2. 是否外层有电介质时内部导体静电平衡

3. 如何计算不同情况下电容的 C、Q、V

4. 如何计算能量/能量密度



16 恒定磁场

一.电流

$I=\frac{dq}{dt}$ $\quad dq=sqnudt \quad I=qnus$

电子电荷量 电子速度 横截面 电子数

$1A=10^3mA=10^6\mu A$

电流密度(矢量) j, $I=\int j\cos\theta ds$

二.欧姆定律

$I=\frac{U}{R}$ $\quad R=\rho\frac{l}{S}$

三.磁

1.判别:右手螺旋关系,I总与B垂直,大拇指为电流方向

2.磁感应强度B

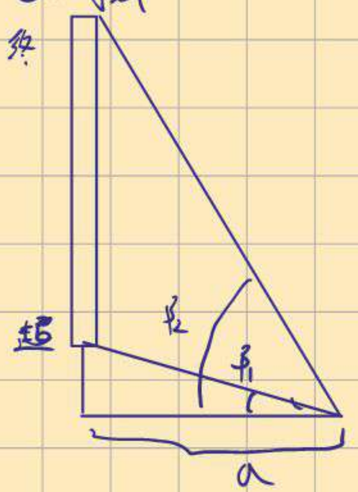
四.毕奥-萨伐尔定律

$dB=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\theta}{r^2}$ $\quad \vec{dB}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\vec{dl}\times\vec{r}}{r^3}$

$\vec{l}$:导线切线方向

$\vec{r}$:导线定到目标点的方向

(1) 载流直导线



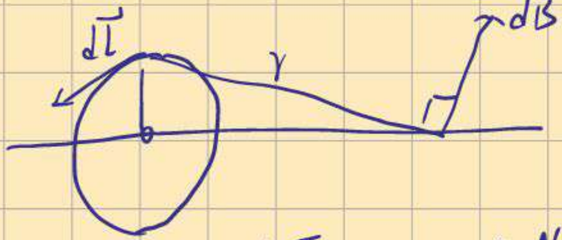
$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\sin\beta_2-\sin\beta_1)$

无限长: $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi a}$

半无限长: $B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}$

载流导线上一点 $B=0$

(2) 圆形线圈



$$dB=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}$$

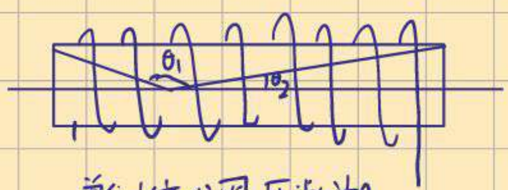
$$B=\int dB_{//}=\frac{\mu_0 R^2 I}{2(R^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

1. 圆心处 $B=\frac{\mu_0 I}{2R}$ / $B=\frac{\mu_0 N I}{2R}$

2. $x>>R$时， $B=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\pi R^2 I}{x^3}$

3. 一段圆弧（圆心角θ）在$x=0$处 $B=\frac{\mu_0 I}{2R}\cdot\frac{\theta}{2\pi}$

(3) 螺线管



单位长度线圈匝数n

$$dB=\frac{\mu_0}{2}\cdot\frac{R^2 I n dx}{(R^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$B=\frac{\mu_0}{2}nI(\cos\theta_2-\cos\theta_1)$$

(1) 无限长

$$B=\mu_0 n I$$

(2) 半无限长

$$B=\frac{1}{2}\mu_0 n I$$

(4) 匀速运动电荷的磁场

$$\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{q\vec{v}\times\vec{r}}{r^3} \qquad B=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{qv\sin(\vec{v},\vec{r})}{r^2}$$

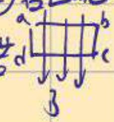
五 安培环路

1. 磁通量 $\Phi_m=\oint B\cdot ds$

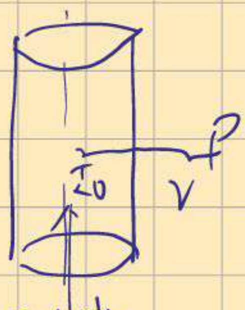
2. 安培环路定理 $\oint_L B\cdot dl=\mu_0\sum I_{内}$

① 穿过L围成的曲面

② 若电流与磁场成右手关系，则电流取正

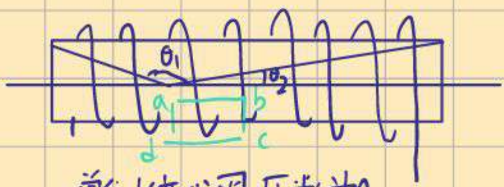
若  则 $\oint B dl=\int_d^a B dl+\int_c^b B dl$

(1) 载流直导线



$$B=\frac{\mu_0 I_0}{2\pi r}$$

(2) 螺线管

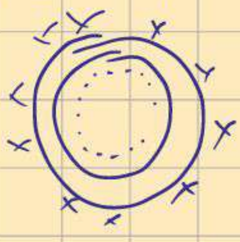


单位长度线圈匝数 n

$$\oint B\cdot dl=\int_a^b B\,dl+\underbrace{\int_b^c B\cdot dl}_{\text{垂直}=0}+\underbrace{\int_c^d B\,dl}_{\text{外部}=0}+\underbrace{\int_d^a B\,dl}_{\text{垂直}}$$

$$B=\mu_0 n I$$

(3) 螺线环



$$B=\frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$$

电流I → 电阻R

电生磁 → $dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\,dl \sin(I \cdot r)}{r^2}$

安培环路 $\oint B\,dl = \mu_0 \sum I_{内}$

17 磁场对电流的作用

1 洛伦兹力（右手定理，B穿过手掌，四指为I，大拇指为F）

$$F = |q| v B \sin\theta$$

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

三垂直

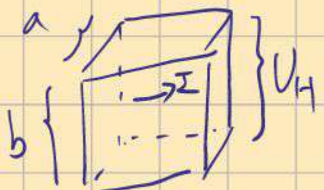
(1) 匀速圆周

$$qvB = \frac{mv^2}{R}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v}$$

(2) 回旋加速器

(3) 霍耳效应



$$F_e = qE = q\frac{U_H}{b}$$

$$F_m = qvB$$

$$I = nqvbd$$

$$\underbrace{F_e = F_m}$$

$$U_H = Bb\frac{I}{nqbd} = \frac{1}{nq}\frac{IB}{d}$$

霍耳系数

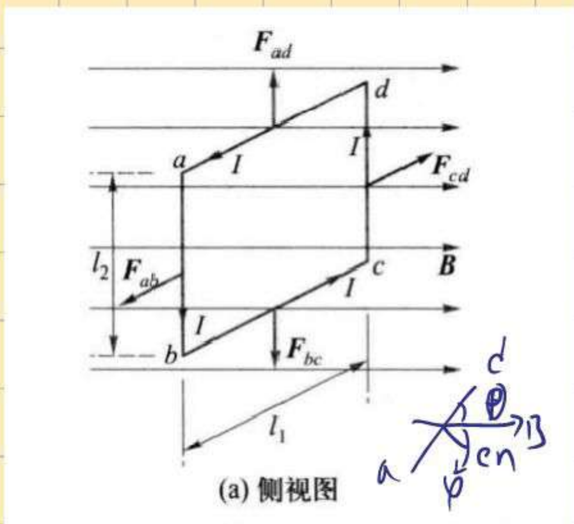
$$\frac{1}{nq} \;/\; -\frac{1}{ne}$$

(4) 载流导线

$$\vec{F} = \int I\, d\vec{l} \times \vec{B},$$

$$dF = IB\, dl \sin\theta$$

⑤ 载流线圈



(a) 侧视图

ab与dc有力臂 $l_1\cos\theta$

则有力偶矩 $M=F_{ab}l_1\cos\theta$

$=IBS\cos\theta$

$=NIBS\sin\varphi$

磁矩 $\vec{P}_m=NIS\vec{e}_n$

$\vec{M}=\vec{P}_m\times\vec{B}$

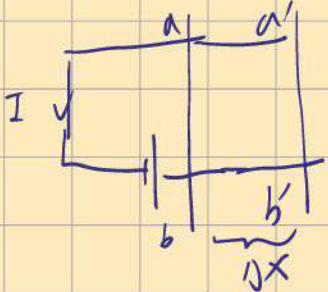
① 当 $\varphi=\frac{\pi}{2}$ 时　$M_{max}=NIBS$

② 当 $\varphi=0$ 时　平衡

③ 当 $\varphi=\pi$ 时，激态

2. 磁力的功

① 运动载流导体



$\begin{cases} W=F\cdot\Delta x \\ F=ILB \end{cases}$

② 转动载流线圈

$dW=-Md\varphi$ → ?

$=Id\Phi_m$

1. BLV
2. BIL
3. $M=P_mB$
4. $W=F\cdot\Delta x$ / $\int -M$

18 磁介质

外界磁场使磁介质中的电荷变化，产生磁化电流

一、$\vec{B}=\vec{B_0}+\vec{B'}$ → 磁化电流产生磁场

$\vec{B_0}$：外电流激发磁场/原始磁场

μ_r 相对磁导率　$B=\mu_r B_0=\mu_r\mu_0 nI\cdots$　μ 磁导率

引入磁场强度 $\vec{H}=\frac{\vec{B}}{\mu_0\mu_r}=\frac{B}{\mu_0}-M$　/ 磁化强度 $\vec{M}=\frac{\sum p}{\Delta V}=j_s$

j_s：磁化电流密度

二、安培环路

1. $$\begin{cases}\oint_L \vec{H}\,dl=\sum I_{(\text{外})}\\ \oint_L \vec{M}\,dl=\sum I_s\end{cases}$$

2. 环路 → B → 磁化电流 → 磁化强度

19 电磁感应

一. 感应电动势 ε_i

闭合导体回路中磁通量的变化使电流产生

法拉第：① $\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -N\frac{d\Phi_m}{dt}$

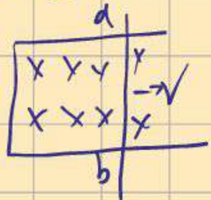
动生：② $\varepsilon_i = \int_b^a (v\times B)dl$

$$I_i = \frac{\varepsilon_i}{R} = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi_m}{dt}$$

$$q = \int_{t_1}^{t_2} I_i dt$$

二. 动生/感生

1 动生



棒ab的移动使电荷积累，产生电场 $\vec{E_k} = \vec{v}\times\vec{B}$

得到动生电动势 $\varepsilon_i = \int_-^+ \vec{E_k}\cdot d\vec{l}$

$$= \int_b^a (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$$

(1) 旋转铜棒

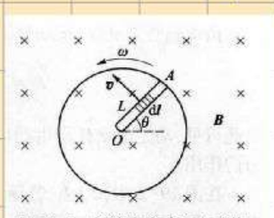


图 19-3 铜棒中的动生电动势

dl: O→A

$\vec{v}\times\vec{B}$: A→O

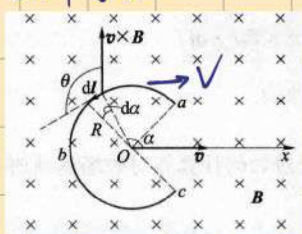
$d\varepsilon_i = -vBdl$

$= -l\omega Bdl$

$$\varepsilon_i = \int_0^L -l\omega Bdl, \quad 方向: A\to O$$

$$= -\frac{1}{2}L^2\omega B$$

(2) 各种导线



导线以V向右移动

$$\varepsilon_{abc} = \int_{\widehat{abc}} vBdl\cos\alpha$$

$$= \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{7\pi}{4}} -RvB\cos\alpha\, d\alpha$$

$$= -\sqrt{2}RvB$$

$$\varepsilon_{abc} = \varepsilon_{ac}$$

2、感生

$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_{感} \cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot dS$$

左手螺旋：四指沿E感，则大拇指沿B变化的方向

(1) 变化磁场激发圆形E感

图 19-8

B均匀变大

$E_{感} = -\frac{r}{2}\frac{dB}{dt} \quad (r<R)$

$E_{感} = -\frac{R^2}{2r}\frac{dB}{dt} \quad (r>R)$

(2) 变化磁场中各种导线的 ε_i

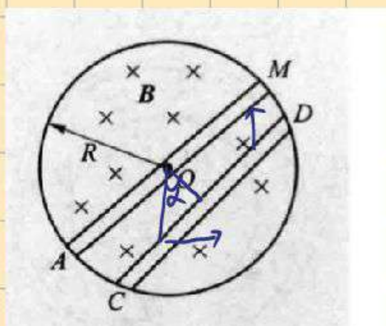


图 19-10

$\varepsilon_{CD} = \int_C^D E_{感} \cos\alpha \, dl$

$\varepsilon_{OM} = 0$

或补充为封闭图形OCD

$\Phi_m = B \cdot \frac{1}{2} lh$

$\varepsilon = -\frac{1}{2} lh \frac{dB}{dt}$，$\varepsilon_{OD} = \varepsilon_{OC} = 0$

3、同时存在

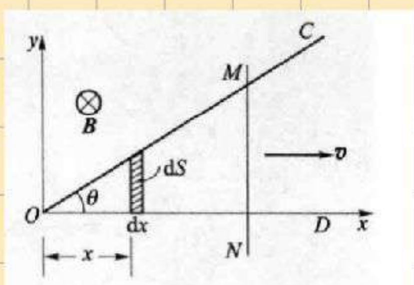


图 19-12

$dS = y\,dx = x\tan\theta\,dx$

$$\varepsilon_i = \frac{d\Phi_m}{dt} = \frac{d\int B\,dS}{dt}$$

三 自感/互感

1. 自感

1) 线圈电流的改变使得线圈产生E感

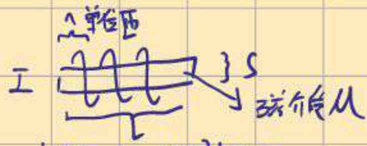
自感系数L，磁链ψ，电流i

$$\psi = Li$$

楞次

$$\varepsilon_L = \frac{d\psi}{dt} = \frac{d(Li)}{dt} = -\left(L\frac{di}{dt} + i\frac{dL}{dt}\right) = -L\frac{dI}{dt}$$

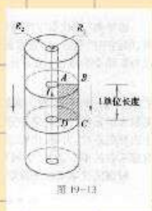
(1) 螺线管



磁链 $\psi = nl\Phi_m = \mu n^2 lIS$

$$L = \frac{\psi}{I} = \mu n^2 V$$

(2) 圆筒



$$B = \frac{\mu I}{2\pi r}$$

$$\psi = \Phi_m = \int B \cdot ds = \frac{\mu I}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

$$L = \frac{\mu}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

四 磁场能量

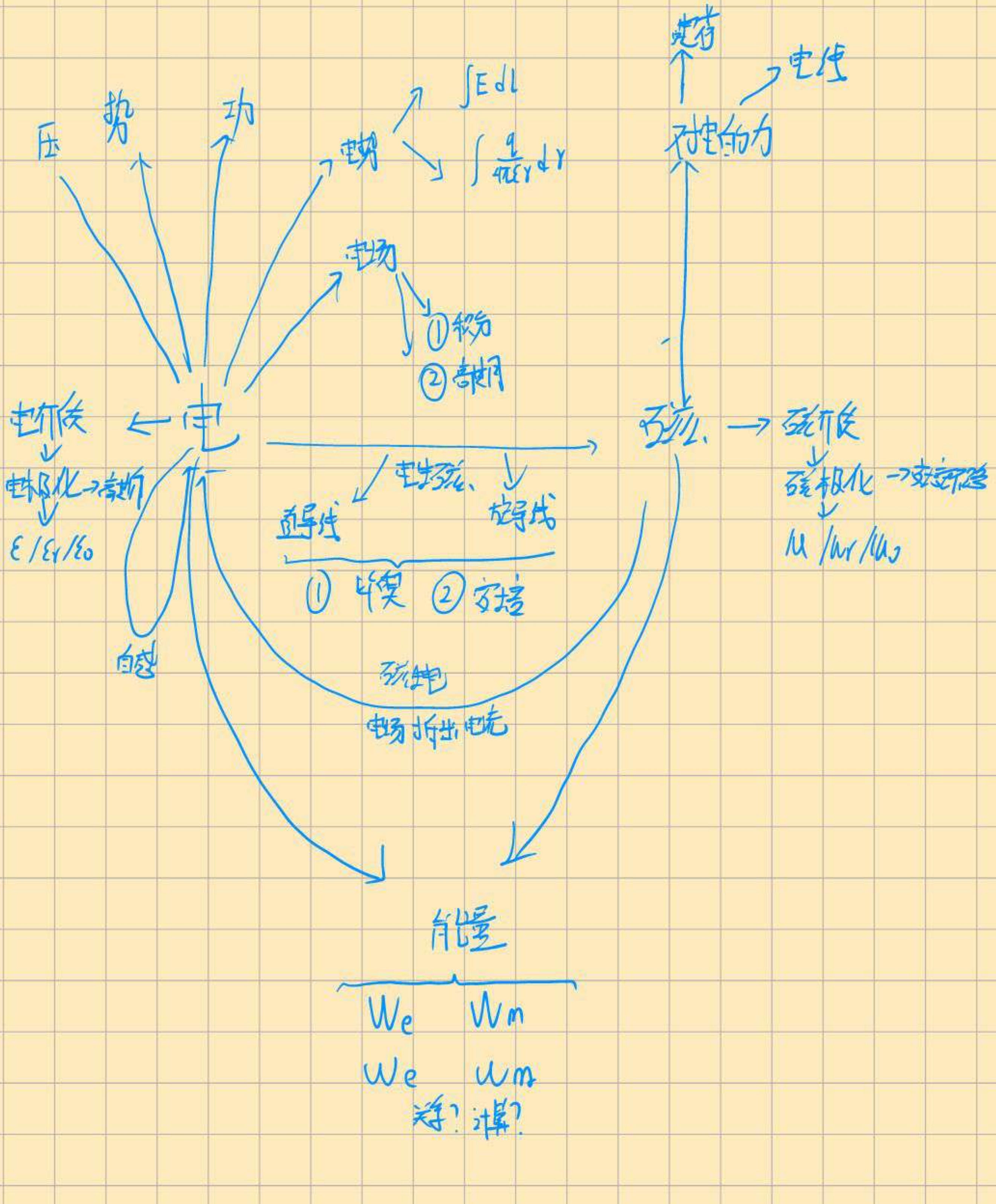
1. 自感线圈 $W_m = \frac{1}{2}LI^2$ $\quad W_m = \int w_m dV = \int_V \frac{B^2}{2\mu}dV$

$$w_m = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu} = \frac{1}{2}\mu H^2 = \frac{1}{2}BH$$

先求不同情况下的B再求 $W_m = \int w_m dV$

电：电荷—导线—圆环—圆盘—球—圆柱—螺线

磁：电荷—导线—不规则导线—线圈—



21 狭义相对论

一、伽利略变换

$$\left.\begin{aligned} x' &= x - ut \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= t \end{aligned}\right\} \qquad \left.\begin{aligned} u'_x &= u_x - v \\ u'_y &= u_y \\ u'_z &= u_z \end{aligned}\right\}$$

二、洛伦兹变换

$$\left.\begin{aligned} x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} x &= \frac{x' + vt}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} \\ y &= y' \\ z &= z' \\ t &= \frac{t' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} \end{aligned}\right\}$$

若 $v \ll c$ 则洛伦兹变换退化为伽利略变换

速度变换 表示一个坐标系以 u_x 运动时，另一个坐标系以 v 为相对速度观察者静止于时其速度

$$\left.\begin{aligned} u'_x &= \frac{u_x - v}{1 - \frac{u_x v}{c^2}} \\ u'_y &= \frac{u_y\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{u_x v}{c^2}} \\ u'_z &= \frac{u_z\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{u_x v}{c^2}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} u_x &= \frac{u'_x + v}{1 + \frac{u_x v}{c^2}} \\ u_y &= \frac{u'_y\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{u'_x v}{c^2}} \\ u_z &= \frac{u'_z\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{u_x v}{c^2}} \end{aligned}\right\}$$

u_x与v的方向与选定的坐标系有关

间隔

两事件在两个相对运动中，相对移动的坐标系中的间隔

$$x_2'-x_1'=\Delta x'=\frac{(x_2-x_1)-v(t_2-t_1)}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$ 空间间隔

$$t_2'-t_1'=\Delta t'=\frac{(t_2-t_1)-\frac{v}{c^2}(x_2-x_1)}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$ 时间间隔

相对论效应

时间

无因果
- 同时同地 → 观测为同时
- 同时不同地　不同时
- 不同时，同地　不同时
- 不同时 不同地　$\Delta t=\frac{v}{c^2}\Delta x$ 时同时

有因果：两事件先后顺序不变，但发生间隔改变

（设原静止系中 $\Delta t=t_0$，$\Delta x=0$）

则 $\Delta t'=\frac{\Delta t}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$　静止系的时间比运动系的长

空间

设两事件原有 $\Delta t=0$ $\Delta x=x_0$

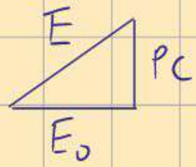
则 $\Delta x'=x_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$　物体所在系中测量的长度大于其他相对运动系中的长度

只有长度方向与运动方向一致时，才需要使用此公式

质量 $m=\dfrac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$

$$\left.\begin{array}{ll}\textbf{动能} & E_k=mc^2-m_0c^2 \\ \\ \textbf{静止能量} & E_0=m_0c^2\end{array}\right\} E=mc^2$$

动量 $p=mv$



动能守恒 $M_{前}c^2=M_Ac^2+M_Bc^2$

核反应

释放能量 $\Delta E=\Delta mc^2$ $\Delta m=m_{前}-m_{后}$

光的纵向多普勒效应

频率 $\nu=\sqrt{\dfrac{c-v}{c+v}}\,\nu_0$

电磁场的相对性原理

$P^+ \rightarrow v$

$\ominus$ ⟶ v

对P只受磁场

导线净电荷为0

$\overset{+}{P} \rightarrow v$ P只受电场力

v ⟵ + + + +

22 黑体辐射与能量量子化

一、热辐射 黑体辐射

(1) 热辐射：分子原子受到热激发而发射电磁波的现象

(2) 辐射出射度：$M(T)$

对应的波长

$$\begin{cases} M(T)=\int_0^\infty M_\lambda(T)\,d\lambda \\ \text{玻尔兹曼定律：} M_0(T)=\sigma T^4 \end{cases}$$

，$\sigma=5.670\times10^{-8}\,W\cdot m^{-2}\cdot K^{-4}$

T为开氏温度

(3) 单色辐射出射度：

单位时间，物体单位表面发出的波长λ在λ附近单位波长的电磁波的能量 M_λ

(4) 单色吸收率

温度为T时物体吸收(λ,λ+dλ)区间内的能量与入射的能量之比

(5) 黑体

入射的能量全部吸收的物体

二、基尔霍夫定律

相同温度下，不同物体对相同波长的单色吸收/辐射比值相等

维恩位移定律

$\lambda_m T=b$，$b=2.898\times10^{-3}\,m\cdot K$

↳ 单色辐出度的峰值波长，推测表面温度 T

普朗克黑体辐射公式

$$M_{0\lambda}(T)=\frac{2\pi hc^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}}-1}$$

- 维恩公式
- 瑞利-金斯公式

三. 普朗克假设 能量量子化

$\varepsilon = h\nu$ (ε：能量子，h：普朗克常量，ν：频率)

$\varepsilon_n = nh\nu$ (n：量子数)

四 爱因斯坦的光子假设

金属中的自由电子吸收光能而逸出

(1) 单位时间内逸出的光电子数与入射光强度成正比

(2) 光电子的初动能与入射光的频率有关，与强度无关

(3) 只有当入射光的频率高于红限频率时才会产生光电效应

(4) 无时间延迟

↳ 各种金属的红限频率不同，ν_0

$$\varepsilon_0 = h\nu_0 = h\frac{c}{\lambda_0} = A = eU_0$$

U_0 是材料决定的限制，U_c 是人为的限制

光电效应方程

光子
- 能量 $\varepsilon = h\nu = mc^2$
- 静质量 $m_0 = 0$
- 动量 $p = mc = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$

$$\frac{1}{2}mv^2 = eU_c$$ (U_c：反向电压或遏止电压)

$$= ek\nu - eU_0$$ (k：常量，eU_0：初动能)

则有 $\frac{1}{2}mv^2 = h\nu - A$ → 逸出功 $= eV_0$

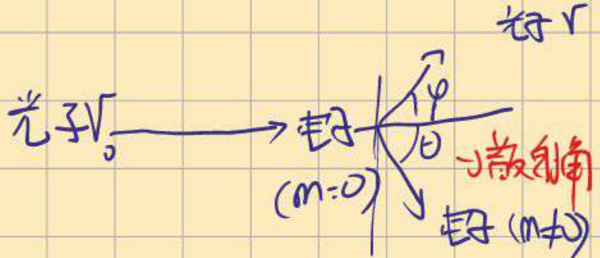
↙ 最大动能 $= eV_c$　　↘ 射线频率

五 康普顿效应

当X射线被物质散射时，散射光中不仅有原波长成分，还有大于其的成分

对原子量较小的不同物质，波长改变量相同

模型



一束光子打进来，会产生多个θ不同的新光子

有

1. 能量守恒

$$h\nu_0 + m_0c^2 = h\nu + mc^2$$

光子频率　电子静止质量　运动

动能守恒

$$E_k = h\nu_0 - h\nu$$

2. 动量守恒

$$\begin{cases} \dfrac{h\nu_0}{c} = \dfrac{h\nu}{c}\cos\varphi + mv\cos\theta \\ \dfrac{h\nu}{c}\sin\varphi = mv\sin\theta \end{cases}$$

得 $\frac{c}{\nu} - \frac{c}{\nu_0} = \frac{h}{m_0c}(1-\cos\varphi) = \lambda - \lambda_0$

记 $\lambda_c = \frac{h}{m_0c}$ 为康普顿波长，$\lambda_c = 2.43\times10^{-12}\,m$

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0c}(1-\cos\varphi) = \lambda_c(1-\cos\varphi)$$

六 玻尔的氢原子理论

对某原子辐射时发射出的不同频率成分的电磁波,构成了原子光谱

有公式 $\begin{cases} \lambda = B\dfrac{n^2}{n^2-4}, \quad B = 364.57\,nm \\ \tilde{\nu} = \dfrac{1}{\lambda} = R\left(\dfrac{1}{2^2} - \dfrac{1}{n^2}\right), \text{其中 } R = \dfrac{4}{B} \end{cases}$

↳ 波数

有特征

(1) 原子从能量为 E_n 跃迁到 E_k,就要发射/吸收频率为 ν_{kn} 的光子

$$\nu_{kn} = \frac{|E_n - E_k|}{h}$$

(2) 原子的围绕电子的角动量 L,距核距离 r_n

$$L = n\frac{h}{2\pi} \quad n = 1, 2, 3, \cdots$$

$$r_n = n^2\frac{h^2\varepsilon_0}{\pi m e^2} \quad n = 1, 2, 3, 4 \cdots$$

$n=1$ 的轨道称为玻尔半径

(3) 系统能量

$$E_n = -\frac{1}{n^2}\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}$$

↳ 量子数

$$= \frac{1}{n^2}E_1$$

23 量子力学初步

物质波

$\nu = \frac{E}{h}$　　$\lambda = \frac{h}{p}$

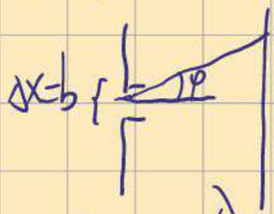
若考虑相对论,则 $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{h}{m_0 v}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$

否则 $\lambda = \frac{h}{m_0 v} = \frac{h}{\sqrt{2m_0 E_k}}$

粒子在空间某处出现的概率与在此处的德布罗意波的强度成正比

不确定关系

对电子的单缝衍射实验



$\sin\varphi = \frac{\lambda}{\Delta x}$

① 电子经过缝的位置不确定 Δx

② 电子经过缝后 x 方向动量不确定

$\Delta p_x = p\sin\varphi = p\frac{\lambda}{\Delta x}$

$\lambda = \frac{h}{p}$

$\Delta x \Delta p_x = h$　　称 Δp, Δx 为对应量的不确定范围

不确定关系

$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$

$\Delta y \Delta p_y \geq \frac{\hbar}{2}$

$\Delta z \Delta p_z \geq \frac{\hbar}{2}$

$\hbar = \frac{h}{2\pi}$

同一方向上的坐标与动量不能同时测量

能量与时间的不确定性关系

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

原子能级　原子寿命

波函数

$$\psi(x,t) = \psi_0 \cos\left[2\pi\left(\nu t - \frac{x}{\lambda}\right)\right]$$

$$= \psi_0 e^{-i2\pi\left(\nu t - \frac{x}{\lambda}\right)} \qquad f(x) = |\psi(x)|^2$$

① 概率性：粒子出现在某位置x的概率 $f(x) = |\psi(x)|^2$

② 归一化：$\int |\psi|^2 dV \leq 1$

薛定谔方程

$$E\psi(x) = \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + U(x)\right]\psi(x)$$ 一维定态

若势场U与时间无关，则为确定

定态粒子在空间的概率分布不随时间改变

一维无限深势阱中的粒子

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}+U(x)\right]\varphi(x)=E\varphi(x)$$

① Ⅰ, Ⅲ区中, $\varphi(x)\equiv 0$

② Ⅱ区中 $U(x)=0$, $\frac{d^2\varphi}{dx^2}+\frac{2mE}{\hbar^2}=0$

令 $k^2=\frac{2mE}{\hbar}$, 则 $\frac{d^2\psi}{dx^2}+k^2\psi=0$

有通解: $\psi(x)=A\sin(kx+\varphi)$

已知 $\psi(0)=0$, $\psi(a)=0$

得 $\varphi=0$, $k=\frac{n\pi}{a}$

则 $k^2=\frac{2mE}{\hbar}=\frac{n^2\pi^2}{a^2}$, $\begin{cases}\psi(x)=A\sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)\\ E_n=\frac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2}n^2 \quad \underset{\text{量子数}}{n=1,2,\cdots}\end{cases}$

则由归一化条件: $\int_{-\infty}^{\infty}|\psi_n(x)|^2dx=1$

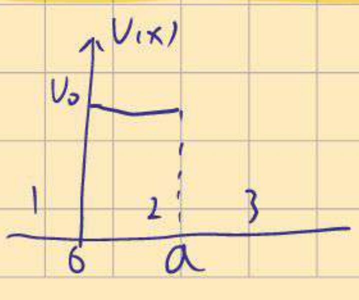
$A=\sqrt{\frac{2}{a}}$

得波函数 $\psi_n(x)=\begin{cases}0 & (x\leq 0,\ x\geq a)\\ \sqrt{\frac{2}{a}}\sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)\end{cases}$

概率密度 $dP(x)=|\psi_n(x)|^2=\frac{2}{a}\sin^2\left(\frac{n\pi}{a}\right)dx$ 表示区间概率

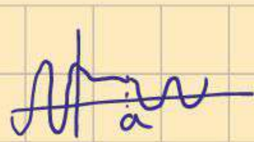
对应的不同态: $n=1,2,\cdots$ 有不同的表现

一维方势垒 隧道效应



$$\begin{cases}\psi_1(x)=Ae^{ik_1x}+A'e^{-ik_1x}\\ \psi_2(x)=Be^{k_2x}+B'e^{-k_2x}\\ \psi_3(x)=Ce^{ik_1x}+C'e^{-ik_1x}\end{cases}$$

势垒中存在隧道，使得少量粒子穿过



一维简谐振子（分子或晶格）

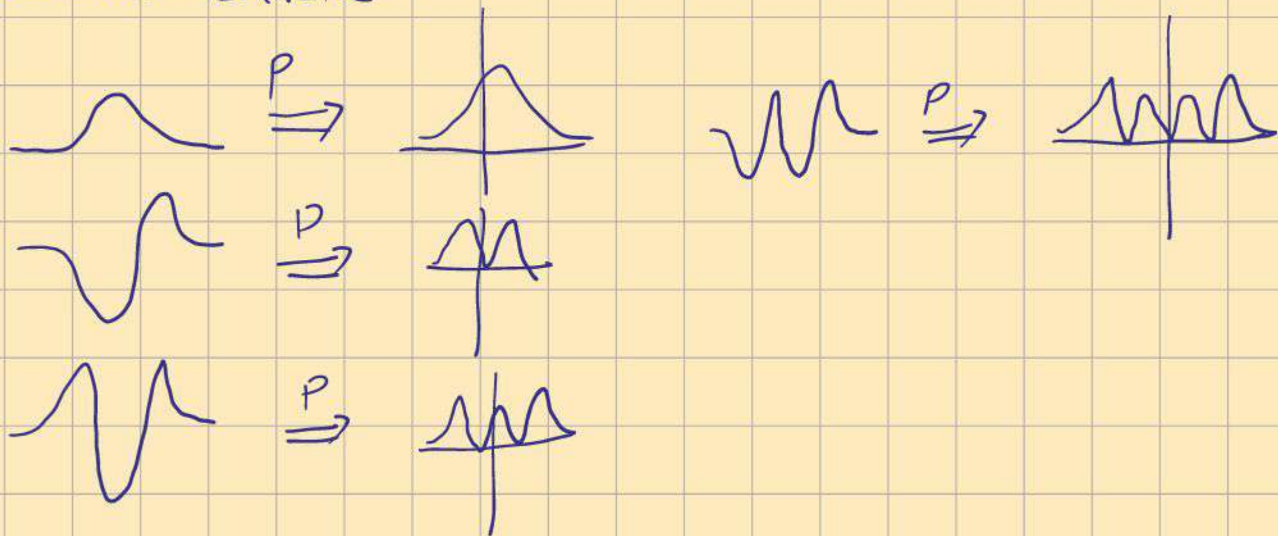
$U(x)=\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}m\omega^2x^2$ → 位移

↳ 固有频率

$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2}+\frac{1}{2}m\omega^2x^2\psi=E\psi \Rightarrow E_n=(n+\frac{1}{2})\hbar\omega$

$n=0$ 时 有零点能 $E_0=\frac{1}{2}\hbar\omega$

本征函数与概率密度



氢原子的量子力学处理

势能 $U(r)=-\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$ $\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2-\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\right]\psi=E\psi$

波函数 $\psi(r,\theta,\varphi)=R_{n,l}(r)\,Y_{l,m_l}(\theta,\varphi)$

1 能量量子化 $E_n=-\frac{1}{n^2}13.6eV$，$n=1,2,3\cdots$ 主量子数

2 角动量量子化 $L=\sqrt{l(l+1)}\frac{h}{2\pi}=\sqrt{l(l+1)}\hbar$，$l=0,1,2,\cdots(n-1)$ 角量子数

3 角动量空间取向量子化 $L_z=m_l\hbar$ $m_l=0,\pm1,\pm2\cdots,\pm l$ 磁量子数

L与z轴方向夹角 $\cos\theta=\frac{L_z}{L}=\frac{m_l}{\sqrt{l(l+1)}}$

用 s p d f g h 表示 $l=0,1,2,3,4,5$

对应于能级n的粒子，有n种l，有 $n(2n+1)$个m_l

则对此粒子，共有 $\sum_{l=0}^{n-1}(2l+1)=n^2$ 个波函数

氢原子系统总能量

$$E=-\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r}$$

轨道半径量子化

$$r_n=n^2\frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2}$$

自旋量子数 $s=\frac{1}{2}$

自旋角动量 $S=\sqrt{s(s+1)}\hbar=\frac{\sqrt{3}}{2}\hbar$

自旋角动量在外磁场方向的分量：$S_z=m_s\hbar=\pm\frac{1}{2}\hbar$

4 自旋量子数 $m_s=\pm\frac{1}{2}$

壳层结构

主壳层

1	2	3	4	5	6	7
K	L	M	N	O	P	Q

次壳层

0	1	2	3	4	5	6
s	p	d	f	g	h	i

相同主量子数n下的电子最多有

$$Z_n=\sum_{l=0}^{n-1}2(2l+1)=2n^2$$

泡利不相容：每个电子的 n l m_l m_s 都不相同

能级 $\begin{cases} n\uparrow，能级\uparrow \\ n一定，l\uparrow，能级\uparrow \end{cases}$ 用 $(n+0.7l)$ 判断能级高低

非相对论下

$E_k = \frac{1}{2}mv^2$

$p = mv$

$E = E_k +$ 静能

相对论下

(对光/电子)

$E_k = mc^2 - m_e c^2$

$p = mv = \frac{h}{\lambda}$

$E = h\nu = mc^2 = \frac{m_e}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}c^2$