§曲线.

1、n 任意维研究。

1) 显式方程，$x_2=x_2(x_1)$，$x_3=x_3(x_1)\cdots x_n=x_n(x_1)$.

2) 隐式方程，$F(x_1,x_2\cdots x_n)=0$.

3) 参数方程，$x_1=x_1(t)\quad x_2=x_2(t)\sim x_n=x_n(t)$

可写作向量形式，称为向量值函数.

$r(t)=(x_1(t),x_2(t)\cdots x_n(t))$

2、螺旋线.

$x=\cos t$，$y=\sin t$，$z=t$.

其中 $x^2+y^2=1$，在柱面上，且 z 随 t 变化.

当 t↑，曲线上升.

3、参数化，可令 $x=t$，将 $y=f(x)$ 参数化，

$$\begin{cases} x=t \\ y=f(t) \end{cases}$$

4. 投影

设有曲线 C，$\begin{cases} F(x,y,z)=0 \\ G(x,y,z)=0 \end{cases}$ 消去 z，则可得 C 关于 xOy 平面的投影柱面. $H(x,y)=0$.

~~$H(x,y)=0$~~

投影曲线，$\begin{cases} H(x,y)=0 \\ z=0. \end{cases}$

No.
Date.

§曲面及其方程

一、定义

1、方程 $\Leftrightarrow$ 曲面，则~~满足方~~

则满足曲面上的点满足方程，方程描述了所有曲面

2、$F(x,y,z)=0$，平面一般方程

3、$\begin{cases} x=x(u,v) \\ y=y(u,v) \\ z=z(u,v) \end{cases}$ 平面参方，可令 $x=u$，$y=v$.

二、曲面（出研究方法，截痕法）

1、柱面，例：$y=x^2$

准线：$y=x^2$ 母线（动直线L）：$z=0$.

2、球面：$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$

3、椭球面：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$

4、旋转曲面.

曲线：$\begin{cases} F(x,y)=0 \\ z=0 \end{cases}$ 沿x轴旋转一周的方程为.

$F(x,\pm\sqrt{y^2+z^2})$

5、其他曲面. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=0$

1）双叶双曲面：两项为负

单叶双曲面：一项为负

2）双曲抛物面（马鞍面）

$z=y^2-x^2$

Date

§空间解析几何

一、方程(平面、直线)与距离、夹角

~~1、直~~ 1. $d_{P\to l}=\dfrac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

2. 平面方程

1> 一般式: $Ax+By+Cz+D=0$

2> 点法式: $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$

3> 截距式 $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$

$A=-\dfrac{D}{a}$ $B=-\dfrac{D}{b}$, $C=-\dfrac{D}{c}$

4> 通过某条轴, 根据几何特点判断法向量, 写方程.

3. 直线方程.

1> 参数式: $\begin{cases}x=x_0+a_1t\\ y=y_0+a_2t\\ z=z_0+a_3t\end{cases}$ (推导: $\overrightarrow{P_0P}=t\vec{a}$, $\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OP_0}+t\vec{a}$

2> 对称式: $\dfrac{x-x_0}{a_1}=\dfrac{y-y_0}{a_2}=\dfrac{z-z_0}{a_3}$

3> 一般式. $\begin{cases}A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0\\ A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0\end{cases}$

由该方程可确定(叉积) l方向向量.

方向余弦由方向向量求得

4. 夹角. (a_1,b_1,c_1) (a_2,b_2,c_2)

1> 两直线, $\vec{s_1}$, $\vec{s_2}$ 分别为方向向量

则 $\cos\varphi$(锐) $=\left|\dfrac{\vec{s_1}\cdot\vec{s_2}}{|\vec{s_1}|\,|\vec{s_2}|}\right|=\left|\dfrac{a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2}{\sqrt{a_1^2+b_1^2+c_1^2}\cdot\sqrt{a_2^2+b_2^2+c_2^2}}\right|$

① 平行: $\dfrac{a_1}{a_2}=\dfrac{b_1}{b_2}=\dfrac{c_1}{c_2}$

② 垂直: $a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2=0$

2> 两平面、法向量分别为 $\vec{n_1}=(A_1,B_1,C_1)$, $\vec{n_2}=(A_2,B_2,C_2)$

① 夹角(取锐角). $\cos\varphi=\left|\frac{\vec{n_1}\cdot\vec{n_2}}{|\vec{n_1}||\vec{n_2}|}\right|$

② 垂直, $\vec{n_1}\cdot\vec{n_2}=0$. ③ 平行, $\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}=\frac{C_1}{C_2}$

$\vec{n}=(A_1,B_1,C_1)$

3> 直线与平面. 方向向量、法向量分别为 $\vec{s}=(a_1,b_1,c_1)$

① 夹角(取锐) $\cos(\frac{\pi}{2}-\varphi)=\sin\varphi=\left|\frac{\vec{n}\cdot\vec{s}}{|\vec{n}||\vec{s}|}\right|$

② 垂直 $\frac{A}{a}=\frac{B}{b}=\frac{C}{c}$ ③ 平行, $\vec{n}\cdot\vec{s}=0$.

5、距离.

1> 点到平面, $d=\frac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$

2> 点到直线. $P_0\to l$

方一、①写出过点 P_0 且垂直于 l 的平面 S

②将 l 写作参数方程, 代入 S 方程

③解出交点 M 坐标, 则 $d_{P_0\to l}=|MP_0|$ 或者

方二、①在 l 上找一点 P_0 (满足 l 方程, 令一项为0)

② $d_{P\to l}=|P_0P|\cdot\sin\theta=\frac{|\vec{P_0P}\times\vec{s}|}{|\vec{s}|}$ ($\vec{s}$ 为方向向量)

③ 求叉积、求模长

6、平面束.

过 l: $\begin{cases}A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0\\A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0\end{cases}$ 的平面束为:

$$A_1x+B_1y+C_1z+D_1+\lambda(A_2x+B_2y+C_2z+D_2)=0.$$