**诚信应考，考试作弊将带来严重后果！**

# 华南理工大学本科生期末考试

## 2016-2017 学年第二学期《概率论与数理统计》A 卷

注意事项：1. 开考前请将密封线内各项信息填写清楚；

2. 所有答案请直接答在试卷上；

3．考试形式：闭卷；

4. 本试卷共八大题，满分 100 分，考试时间 120 分钟。

| 题 号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 总分 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 得 分 | | | | | | | | | |

**一、 填空题（每小题 3 分，共 18 分）**

1. 设随机变量 $X$ 服从参数为 $\lambda$ 的 Poisson 分布，且已知 $E\left[(X-1)(X-2)\right]=1$，则 $\lambda=$________ 。

2．随机变量 $X$ 的概率密度函数 $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{\pi}}e^{-x^2+2x-1}$，则 $E(X)$=________ 。

3. 设随机变量 $X$ 服从以 $n,p$ 为参数的二项分布，且 $EX$=15，$DX$=10，则 $n$=________。

4. 甲乙二人独立地同时破译密码，甲破译的概率为$\dfrac{1}{2}$，乙破译的概率为$\dfrac{1}{3}$，则该密码被破译的概率为_______。

5. $Y_1,Y_2,Y_3$独立且均服从分布$\chi^2(n)$，则$\dfrac{2Y_1}{Y_2+Y_3}$服从______________分布。

6. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，$X_1,X_2,X_3$为来自 $X$ 的样本，则当常数 $a=$_________时，$\hat{\mu}=\dfrac{1}{4}X_1+aX_2+\dfrac{1}{2}X_3$是未知参数$\mu$的无偏估计。

## 二、单项选择题（每小题 3 分，共 18 分）

1. 设随机变量 $X$ 服从参数为 3 的泊松分布，$Y \sim B\left(8, \frac{1}{3}\right)$，且 $X, Y$ 相互独立，

则 $D(X-3Y-4)=$（　　　　）。

（A）$-13$　　　（B）15　　　（C）19　　　（D）23

2. 有 $m$ 个球，随机地放在 $n$ 个盒子中（$m \le n$），则某指定的 $m$ 个盒子中各有一球的概率为(　　　　).

A. $\frac{m!}{n^m}$　　　B. $\frac{C_n^m m!}{n^m}$　　　C. $\frac{n!}{m^n}$　　　D. $\frac{C_m^n n!}{m^n}$

3. 设 $0<P(A)<1,\ 0<P(B)<1,\ P(A|B)+P(\bar{A}|\bar{B})=1$，则事件 $A$ 与 $B$（　）

A. 互不相容　　B. 互相对立　　C. 互不独立　　D. 相互独立

4. 随机变量 $X$ 的概率密度函数为 $f_X(x)=\frac{1}{\pi(1+x^2)}, x \in R$，则 $Y=3X$ 的密度函数 $f_Y(y)=($　　$)$

A. $\frac{1}{\pi(1+y^2)},\quad y \in R$　　　B. $\frac{3}{\pi(9+y^2)},\quad y \in R$

C. $\frac{1}{\pi(1+\frac{y^2}{9})},\quad y \in R$　　　D. $\frac{1}{\pi(1+9y^2)},\quad y \in R$

5. 设随机变量 $X$ 服从正态分布 $N(0,1)$,对给定的 $\alpha\,(0<\alpha<1)$,数 $u_\alpha$ 满足 $P\{X>u_\alpha\}=\alpha$.若 $P\{|X|<x\}=\alpha$,则 $x$ 等于(　　).

(A) $u_{\alpha/2}$　　(B) $u_{1-\alpha/2}$　　(C) $u_{(1-\alpha)/2}$　　(D) $u_{1-\alpha}$

6. 设 $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ 为总体 $N(1, 2^2)$ 的一个样本，$\overline{X}$ 为样本均值，则下列结论中正确的是（　　）。

A. $\frac{\overline{X}-1}{2/\sqrt{n}} \sim t(n)$；　B. $\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{n}(X_i-1)^2 \sim F(n,1)$；

C. $\frac{\overline{X}-1}{\sqrt{2}/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$；　D. $\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{n}(X_i-1)^2 \sim \chi^2(n)$；

**三、(10 分)** 某人去参加某课程的笔试和口试，笔试及格的概率为 $p$，若笔试及格则口试及格的概率也为 $p$，若笔试不及格则口试及格的概率为 $\frac{p}{2}$。

(1) 如果笔试和口试中至少有一个及格，则他能取得某种资格。求他能取得该资格的概率。

(2) 如果已知他口试已经及格，求他笔试及格的概率.

**四、(16分)** 设二维随机变量 $(X,\ Y)$ 的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} k\mathrm{e}^{-(2x+3y)}, & x>0, y>0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}.$$

(1) 确定常数 $k$；

(2) 求 $(X,\ Y)$ 分布函数 $F(x,y)$；

(3) 求 $P\{X<Y\}$；

(4) 判断 $X$ 与 $Y$ 是相互否独立。

**五、（10 分）**设二维离散型随机变量（$\xi,\eta$）的联合分布列

| $\xi$ \ $\eta$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| 0 | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{6}$ |
| 1 | $\frac{1}{6}$ | 0 | $\frac{1}{6}$ |

求（1）$\rho_{\xi\eta}$；　　（2）$D(\xi-\eta)$

六、（**8 分**）有一批种子，其中良种占$\frac{1}{6}$，从中任取 180 粒，问能以 0.99 的概率保证其中良种的比例与$\frac{1}{6}$相差多少？$\Phi(2.33)=0.99$;　$\Phi(2.48)=0.995$

**七、（10 分）**

⑴ 设总体 $X$ 等可能地取值1，2，3，…，$N$，其中 $N$ 是未知的正整数。$\left(X_1,\ X_2,\ \cdots,\ X_n\right)$是取自该总体中的一个样本．试求 $N$ 的最大似然估计量．（7 分）

⑵ 某单位的自行车棚内存放了 $N$ 辆自行车，其编号分别为 1，2，3，…，$N$，假定职工从车棚中取出自行车是等可能的。某人连续 12 天记录下他观察到的取走的第一辆自行车的编号为

12， 203， 23， 7， 239， 45， 73， 189， 95， 112， 73， 159。

试求在上述样本观测值下，$N$ 的最大似然估计值．（3 分）

**八、（10分）**已知多名实习生相互独立地测量同一块土地的面积，设每名实习生得到的测量数据 $X$ (平方米)服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，从这些测量数据中随机抽取 7 个，经计算，其平均面积为 125 平方米，修正标准差为 $S_n^* = 2.71$ 平方米.

(1) 求 $\mu$ 的置信度为 90%的置信区间；

(2)能否认为这块土地的平均面积为 124 平方米（显著性水平 $\alpha = 0.1$）？

$\mu_{0.9} = 1.29, \mu_{0.95} = 1.65, t_{0.9}(7) = 1.415, t_{0.9}(6) = 1.440, t_{0.95}(7) = 1.895, t_{0.95}(6) = 1.943$