

诚信应考,考试作弊将带来严重后果!

华南理工大学期末考试

《数理逻辑》A 卷

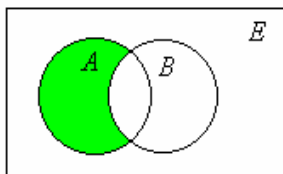
- 注意事项: 1. 开考前请将密封线内各项信息填写清楚;
2. 所有答案请直接答在试卷上;
3. 考试形式: 闭卷;
4. 本试卷共五大题, 满分 100 分, 考试时间 120 分钟。

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						

得分

一、单选题 (20 分)

- 下列命题公式中, 是重言式的是_____。
A. $\neg(\neg P \vee Q) \wedge Q$ B. $(Q \rightarrow P) \wedge Q \rightarrow P$ C. $P \wedge Q$ D. $P \rightarrow Q$
- 设 A、B、C 为任意集合, 下面命题为真的是_____。
A. 若 $A \cup B = A \cup C$, 则 $B = C$ B. 若 $A - B = \emptyset$, 则 $A = B$
C. 若 $A \cap B = A \cap C$, 则 $B = C$ D. $\emptyset \subseteq \emptyset$
- 在关于二元关系性质的叙述中, 正确的是_____。
A. 若关系 R、S 具有自反性, 则 $R \cap S$ 一定有自反性;
B. 若关系 R、S 具有自反性, 则 $R - S$ 一定有自反性;
C. 若关系 R、S 具有传递性, 则 $R \cup S$ 一定有传递性;
D. 若关系 R、S 具有反对称性, 则 $R \cup S$ 一定有反对称性;
- 含有 3 个元素的集合共有_____种不同的划分。
A. 4 B. 10 C. 5 D. 6
- 设 A、B 为任意集合, 下面命题为真的是_____。
A. $P(A) \cup P(B) = P(A \cup B)$ B. $P(A \cap B) = P(A) \cap P(B)$
C. $P(A - B) = P(A) - P(B)$ D. 若 $A - B = \emptyset$, 则 $B \subseteq A$
- 设 A、B 是集合, 右图的文氏图的阴影部分的区域可用_____表达式表示
A. $A \cap B$ B. $A \cup B$ C. $A - B$ D. $(A \cup B) - (A \cap B)$

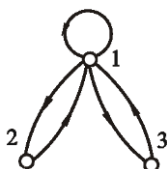


7. 设 R, S, T 是 A 上的二元关系, 则下列命题中错误的是_____。
- A. $(R \circ S) \circ T = R \circ (S \circ T)$ B. $t(R) \cup t(S) = t(R \cup S)$
 C. R 对称当且仅当 $R = R^{-1}$ D. $(R \cup S) \circ T = R \circ T \cup S \circ T$
8. 下列谓词公式中, 是逻辑有效式的是_____。
- A. $\forall x(F(x) \rightarrow G(x))$ B. $\forall xF(x) \rightarrow \exists xF(x)$
 C. $\neg(F(x,y) \rightarrow R(x,y)) \wedge R(x,y)$ D. $\forall x\exists yF(x,y) \rightarrow \exists x\forall yF(x,y)$
9. 设 A 为 n 元集, 则在 A 上可定义的二元关系中, 一共可定义_____不同的自反关系。
- A. 2^n B. 2^{n^2-n} C. 2^{n^2} D. $2^{\frac{n(n-1)}{2}}$
10. 下列关系的性质中, 等价关系不具备的是_____。
- A. 自反性 B. 反对称性 C. 传递性 D. 对称性

得分

二、填空题 (20 分)

1. 设 P, Q 的真值为 0; R 的真值为 1, 则命题公式: $P \vee (Q \wedge R)$ 的真值是_____。
2. 设论域为 $\{1,2\}$, 一元谓词定义为 $F(x): x > 2, G(x): x = 0$, 则 $(\exists x)(F(x) \rightarrow G(x))$ 的真值为_____。
3. 设 $P(x): x$ 是正整数, $Q(x): x$ 是偶数, $R(x): x$ 是奇数, 则公式: $(\forall x)(P(x) \rightarrow (Q(x) \vee R(x)))$ 翻译成自然语句为:_____。
4. 设 $A = \{a, b, c\}$, 则 A 的全部子集共有_____个, A 的幂集 $P(A)$ 共有_____个元素。
5. 在偏序关系 $\langle P(\{a, b, c, d\}), R \subseteq \rangle$ 的哈斯图中, 最大元素是_____, 极小元素是_____。
6. 两个集合 A 和 B 相等 ($A \subseteq B$) 用谓词形式可定义为:_____。
7. 已知集合 C 定义为: $C = \{x | x \in \mathbb{Z} \wedge 3 < x \leq 6\}$, 则集合 C 中的元素为: $C =$ _____。
8. 设 A, B 分别为 m 元集和 n 元集, m, n 为正整数, 则从 A 到 B 有_____个不同的函数。
9. 用联结词 \downarrow 表示公式 $P \wedge Q =$ _____。
10. 对集合 $A = \{1, 2, 3\}$, R 是 A 上的关系 (如下图所示), 列出它所具有的性质:_____。



得分

三. 计算题 (20 分)

1. 求命题公式: $(P \rightarrow \neg Q) \rightarrow R$ 的主析取范式 and 成真赋值。

2. 已知 $A=\{1,2,3\}$, $B=\{1,4\}$, 求 $A \cup B$ 、 $A - B$ 、 $A \oplus B$ 和 $P(A \oplus B)$ 。

3. 设 $A=\{a, b, c\}$, $R=\{<a, b>, <b, c>, <c, a>\}$, 求 R 的自反闭包 $r(R)$ 、对称闭包 $s(R)$ 和传递闭包 $t(R)$ 。

4. 在有限个体域 $D=\{1,2\}$ 内消去公式: $\forall x\exists y (F(x,y) \rightarrow G(y,x))$ 的量词。

得分

四. 证明题 (20 分)

1. 对任意的集合 A 、 B , 证明: $P(A) \cup P(B) \subseteq P(A \cup B)$

2. 设 q 为命题变项, 与个体变元 x 无关, 请用语义上证明: $(\exists x)(P(x) \vee q) = (\exists x)P(x) \vee q$

3. 设 $A=\{1, 2, 3, 4\}$, 在 A 上定义二元关系 R : $\langle\langle x, y \rangle, \langle u, v \rangle\rangle \in R \Leftrightarrow x+y = u+v$,

(1) 证明: R 是等价关系

(2) 求 R 导出的划分.

得分

五. 应用题 (20 分)

1. 甲、乙、丙、丁四人参加考试, 有人问他们, 谁的成绩最好, 甲说: “不是我”, 乙说: “是丁”, 丙说: “是乙”, 丁说: “不是我”. 四人的回答只有一人符合实际, 问是谁的成绩最好, 若只有一人成绩最好, 他是谁?

2. 符号化下面命题, 并用谓词逻辑构造其推证结论的过程: 乌鸦都不是白色的. 北京鸭是白色的. 因此, 北京鸭不是乌鸦.

3. 求 1 到 1000 之间 (包含 1 和 1000 在内) 既不能被 5 和 6 整除, 也不能被 8 整除的数有多少个?