

座位号

专业班级

学院

呼吸

姓名

线:

(密)封线内不答题)

臣

华南理工大学本科生期末考试

2017-2018 学年第二学期

4. 本试卷共 6 大题, 满分 100 分, 考试时间 120 分钟。

题 号	一	二	三	四	五	六	总分
得 分							

评阅教师请在试卷袋上评阅栏签名

得分

一、填空题：共 5 题，每题 2 分，共 10 分。

1. 微分方程 $y'' + 2y' - 3y = 2 - 3x$ 的通解为_____;
2. 向量场 $2xy\vec{i} + e^z \sin y\vec{j} + (x^2 + y^2 + z^2)\vec{k}$ 的旋度为_____;
3. 设 Γ 是平面上的下半圆周 $y = -\sqrt{1-x^2}$, $-1 \leq x \leq 1$, 则第一类曲线积分 $\int_{\Gamma} x^2 + y^2 ds =$ _____;
4. 幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n \cdot 2^n} x^n$ 的收敛域为_____;
5. 设周期为 2π 的函数 $f(x) = |x|$, $-\pi < x < \pi$, 则 $f(x)$ 的傅里叶(Fourier)级数在 $x = \pi$ 处收敛于_____.

二、选择题：共 5 题，每题 2 分，共 10 分。

1. 下列微分方程中，属于二阶线性常微分方程的是()

A. $(x+y^2)dy + e^x dx = 0$;

B. $xy'' + (\sin x)y' + (\ln x)y = \tan x$;

C. $(y'')^2 + y = 2$;

D. $y'' + \ln y = 2$.

2. 二元函数 $f(x, y)$ 在点 (a, b) 的两个偏导数 $\frac{\partial f}{\partial x}(a, b)$ 和 $\frac{\partial f}{\partial y}(a, b)$ 存在是 $f(x, y)$ 在该点连续的()

A. 充分而非必要条件;

B. 必要而非充分条件;

C. 充分必要条件;

D. 既非充分也非必要条件.

3. 曲面 $3x^2 + y^2 + z^2 = 12$ 上点 $M(-1, 0, 3)$ 处的切平面与平面 $z = 0$ 的夹角是()

A. $\frac{\pi}{6}$;

B. $\frac{\pi}{4}$;

C. $\frac{\pi}{3}$;

D. $\frac{\pi}{2}$.

4. 设 Γ 是平面闭曲线 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, a, b > 0$, 取逆时针方向, 则第二类曲线积分

$$\int_{\Gamma} xdy - ydx = ()$$

A. πab ;

B. $2\pi ab$;

C. 0 ;

D. $-2\pi ab$.

5. 下列级数发散的是()

A. $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \sin \frac{\pi}{3^n}$;

B. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$;

C. $\sum_{n=2018}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$;

D. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2}$.

三、计算题：共 3 题，每题 10 分，共 30 分。

得分

1. 设 $z = xf\left(\frac{y}{x}\right) + g(x, xy)$, 其中 $f(t)$ 具有连续的二阶导数,

$g(u, v)$ 具有连续的二阶偏导数, 计算二阶偏导数 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

2. 计算累次积分 $\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} dx \int_{\frac{1}{2}}^{\sqrt{x}} \cos\left(\pi \frac{x}{y}\right) dy + \int_{\frac{1}{2}}^1 dx \int_x^{\sqrt{x}} \cos\left(\pi \frac{x}{y}\right) dy$.

3. 计算曲面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 夹在两柱面 $x^2 + y^2 = x$ 和 $x^2 + y^2 = 2x$ 之间的那一部分的面积.

四、简答题：共 3 题，每题 10 分，共 30 分。

得分

1. 设 Σ 是曲线 $\begin{cases} z = \sqrt{y-1}, \\ x = 0, \end{cases}$ ($1 \leq y \leq 3$) 绕 y 轴旋转一周所成的曲面,

其法向量与 y 轴正向夹角恒大于 $\frac{\pi}{2}$. 求曲面积分

$$\iint_{\Sigma} (8y+1)xdydz + 2(1-y^2)dzdx + (z^2-2z)dxdy.$$

2. 设曲线积分 $\int_{\Gamma} (f(x)-e^x)\sin\frac{y}{2}dx - \frac{1}{2}f(x)\cos\frac{y}{2}dy$ 与路径无关,其中 $f(x)$ 有一阶连续

导数且 $f(0)=0$. 求 $f(x)$, 并计算曲线积分 $\int_{(0,0)}^{(1,1)} (f(x)-e^x)\sin\frac{y}{2}dx - \frac{1}{2}f(x)\cos\frac{y}{2}dy$.

3. 将函数 $f(x) = \cos^2 x$ 展开成 x 的幂级数.

五、证明题：共 1 题，每题 10 分，共 10 分。

得分

设 $0 < c < 1$ ，证明函数项级数 $\sum_{n=0}^{\infty} (1-x)^n$ 在 $[c, 1]$ 一致收敛，

但在 $(0, 1)$ 不一致收敛。

六、应用题：共 1 题，每题 10 分，共 10 分。

得分

设椭圆 $x^2 + 3y^2 = 12$ 的内接等腰三角形之底边平行于椭圆的长轴，求这样的三角形的最大面积.