

座位号

专业班级

学院

学号

姓名

诚信应考，考试作弊将带来严重后果！

# 华南理工大学本科生期末考试

《工科数学分析（二）》A 卷

2017-2018 学年第二学期

- 注意事项：1. 开考前请将密封线内各项信息填写清楚；  
2. 所有答案请直接答在试卷上；  
3. 考试形式：闭卷；  
4. 本试卷共 6 大题，满分 100 分，考试时间 120 分钟。

题 号	一	二	三	四	五	六	总分
得 分							

评阅教师请在试卷袋上评阅栏签名

得分

一、填空题：共 5 题，每题 2 分，共 10 分。

- 微分方程  $y'' + y' - 2y = 1 - 2x$  的通解为\_\_\_\_\_；
- 设函数  $u = \ln(x^2 + y^2 + z^2)$ ，求  $\text{div}(\text{grad}u) =$ \_\_\_\_\_；
- 设  $\Gamma$  是球面  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$  与平面  $x + y + z = 0$  的交线，则第一类曲线积分  $\oint_{\Gamma} x^2 ds =$ \_\_\_\_\_；
- 曲线  $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 8, \\ x^2 + y^2 = z^2 \end{cases}$  在点  $(1, \sqrt{3}, 2)$  处的切线方程为\_\_\_\_\_；
- 设周期为  $2\pi$  的函数  $f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi < x < 0, \\ 1, & 0 < x < \pi, \end{cases}$  则  $f(x)$  的傅里叶(Fourier)级数在  $x = \pi$  处收敛于\_\_\_\_\_。

## 二、选择题：共 5 题，每题 2 分，共 10 分。

1. 下列微分方程为二阶微分方程的是( )

- A.  $(y'')^2 + x^2 y' + x^2 = 0$ ;      B.  $(y')^2 + 3xy = y^2$ ;  
C.  $xy''' + y'' + x^2 y = 0$ ;      D.  $y' - y^2 = \sin x$ .

2. 二元函数  $f(x, y) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{y}, & xy \neq 0, \\ 0, & xy = 0 \end{cases}$ , 则  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$  ( )

- A. 不存在;      B. 等于 1;  
C. 等于 0;      D. 等于 2.

3. 设函数  $z = f(x, y)$  在  $(a, b)$  的某个邻域内有直到二阶的连续偏导数, 且  $\frac{\partial z}{\partial x}(a, b) = 0$ , $\frac{\partial z}{\partial y}(a, b) = 0$ , 记  $A = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}(a, b)$ ,  $B = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}(a, b)$ ,  $C = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}(a, b)$ . 则函数  $z = f(x, y)$  在点 $(a, b)$  取极大值的充分条件是( )

- A.  $A > 0, AC > B^2$ ;      B.  $A < 0, AC > B^2$ ;  
C.  $A > 0, AC < B^2$ ;      D.  $A < 0, AC < B^2$ .

4. 曲面  $z = F(x, y, z)$  在点  $(x, y, z)$  处的一个法向量为( )

- A.  $(F_x, F_y, F_z - 1)$ ;      B.  $(-F_x, -F_y, 1)$ ;  
C.  $(F_x, F_y, F_z)$ ;      D.  $(F_x - 1, F_y - 1, F_z - 1)$ .

5. 使得级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \ln n}{n^p}$  条件收敛的常数  $p$  的取值范围是( )

- A.  $p < 0$ ;      B.  $0 < p < 1$ ;  
C.  $0 < p < 1$ ;      D.  $p > 1$ .

三、计算题：共 3 题，每题 8 分，共 24 分。

得分

1. 设  $u = f(x, y, z)$ ，其中函数  $f$  有二阶连续的偏导数，且  $z = z(x, y)$  由方程

$$z^5 - 5xy + 5z = 1 \text{ 所确定，求 } \frac{\partial u}{\partial x} \text{ 和 } \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}.$$

2. 计算累次积分  $\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} dx \int_{\frac{1}{2}}^{\sqrt{x}} e^{\frac{x}{y}} dy + \int_{\frac{1}{2}}^1 dx \int_x^{\sqrt{x}} e^{\frac{x}{y}} dy$ .

3. 计算三重积分  $\iiint_{\Omega} (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$ , 其中  $\Omega$  为球面  $x^2 + y^2 + z^2 = 2z$  围成的区域.

四、证明题：共 1 题，每题 1 分，共 8 分。

证明函数项级数  $\sum_{n=0}^{\infty} x^2 e^{-nx}$  在  $[0, +\infty)$  一致收敛.

得分

五、简答题：共 4 题，每题 10 分，共 40 分。

得分

1. 求曲面  $x^2 + y^2 + z^2 = 4z$  在抛物面  $z = x^2 + y^2$  内的部分的面积.

2. 设  $\Sigma$  是锥面  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  被平面  $z = 0$  及  $z = 1$  截下的部分的下侧, 计算第二类曲面积分

$$\iint_{\Sigma} xye^z dydz + yz^2 dzdx - ye^z dxdy.$$



3. 设曲线积分  $\int_{\Gamma} (\sin x - f(x)) \frac{y}{x} dx + f(x) dy$  与路径无关, 其中  $f(x)$  有一阶连续导数且

$f(\pi) = 1$ , 求  $f(x)$  并计算曲线积分  $\int_{(1,0)}^{(\pi,\pi)} (\sin x - f(x)) \frac{y}{x} dx + f(x) dy$ .

4. 求幂级数  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} x^{2n+1}$  的收敛域及和函数.

六、应用题：共 1 题，每题 8 分，共 8 分。

得分

将长度为  $a$  的铁丝分成三段，分别围成一个正方形、一个圆形和一个正三角形，求三个图形面积之和的最大值.