诚信应考，考试作弊将带来严重后果！

华南理工大学本科生期末考试

2015-2016 学年第二学期《概率论与数理统计》A 卷

注意事项：1. 开考前请将密封线内各项信息填写清楚；

2. 所有答案请直接答在试卷上；

3．考试形式：闭卷；

4. 本试卷共八大题，满分 100 分，考试时间 120 分钟。

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得 分									

一、 填空题（每小题 3 分，共 18 分）

1．设随机变量 X 和 Y 的数学期望分别为 -2 和 2,方差分别为 1 和 4,而相关系数为 -0.5,则根据契比雪夫不等式 $P\left\{\left|X+Y\right|\geq 6\right\}\leq$________.

2．设总体 X 服从正态分布 $N\left(0,2^2\right)$,而 $X_1,X_2,\cdots,X_{15}$ 是来自总体 X 的简单随机样本,则随机变量 $Y=\dfrac{X_1^2+X_2^2+\cdots+X_{10}^2}{2\left(X_{11}^2+X_{12}^2+\cdots+X_{15}^2\right)}$ 服从_______分布,参数为_________.

3．设总体 X 的概率密度 $f(x,\sigma)=\dfrac{1}{2\sigma}e^{-\frac{|x|}{\sigma}},-\infty<x<+\infty$，其中参数 $\sigma(\sigma>0)$ 未知，若 $\mathrm{X}_1,X_2,....,X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本，$\sigma=\dfrac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}|X_i|$ 是 σ 的估计量，则 $E(\sigma)=$______________

4．设二维随即变量 (X,Y) 服从 $N(\mu,\mu;\sigma^2,\sigma^2;0)$，则 $E(XY^2)=$_____.

5．设随机变量 X 的分布函数 $F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ \dfrac{1}{2}, & 0\leq x<1\\ 1-e^{-x}, & x\geq 1\end{cases}$，则 $P\{X=1\}=$_____.

6．设随机变量 X 服从参数为 1 的泊松分布，则 $P\left\{X=EX^2\right\}=$ _________.

二、单项选择题（每小题 3 分，共 18 分）

1．设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为总体 $X\sim N(0,1)$ 的一个样本，$\bar{X}$ 与 S^2 分别为样本均值和样本方差,则(　　)成立.

(A) $\bar{X}\sim N(0,1)$　　　　(B) $\sqrt{n}\bar{X}\sim N(0,1)$

(C) $\sum_{i=1}^{n}X_i^2\sim\chi^2(2n)$　　　　(D) $\bar{X}/S\sim t(n-1)$

2．设随机变量 X 和 Y 都服从标准正态分布,则(　　).

(A) $X+Y$ 服从正态分布　　　　(B) X^2+Y^2 服从 χ^2 分布

(C) X^2 和 Y^2 都服从 χ^2 分布　　　　(D) X^2/Y^2 服从 F 分布

3．设随机事件 A，B 满足 $A\subset B$ 且 $0<P(A)<1$，则必有（　）

(A) $P(A)\geq P(A|A\cup B)$　　　　(B) $P(A)\leq P(A|A\cup B)$

(C) $P(B)\geq P(B|A)$　　　　(D) $P(B)\leq P(B|\bar{A})$

4. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_6$ 是总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，S^2 是样本方差,则 $DS^2=$ (　　).

(A) $\frac{1}{5}\sigma^2$　　(B) $\frac{1}{5}\sigma^4$　　(C) $\frac{2}{5}\sigma^2$　　(D) $\frac{5}{18}\sigma^4$

5. 随机变量 $X\sim N(0,1)$，$Y\sim N(1,4)$ 且相关系数 $\rho_{XY}=1$，则（　　）

(A) $P\{Y=-2X-1\}=1.$　　　　(B) $P\{Y=2X-1\}=1.$

(C) $P\{Y=-2X+1\}=1.$　　　　(D) $P\{Y=2X+1\}=1.$

6. 某人向同一目标独立重复射击，每次射击命中目标的概率为 $p(0<p<1)$，则此人第 4 次射击恰好第 2 次命中目标的概率为

（A）$3p(1-p)^2$　　　　（B）$6p(1-p)^2$

（C）$3p^2(1-p)^2$　　　　（D）$6p^2(1-p)^2$

三、(10 分）箱中装有 6 个球，其中红、白、黑球的个数分别是 1，2，3 个，现从箱中随机地取出 2 个球，记 X 为取出的红球个数，Y 为取出的白球个数.

（Ⅰ）求随机变量 (X,Y) 的概率分布；（Ⅱ）求 $Cov(X,Y)$.

四、（8分）已知男子中有5%是色盲患者，女子中有0.25%是色盲患者，若从男女人数相等的人群中随机地挑选一人，恰好是色盲患者，问此人是男性的概率是多少？

五.（12 分） 设随机变量 X 的概率密度为 $f_X\left(x\right)=\begin{cases}\frac{1}{2},-1<x<0\\ \frac{1}{4},0\leq x<2\\ 0,\quad 其他\end{cases}$ ，令 $Y=X^2, F\left(x,y\right)$

为二维随机变量 (X,Y) 的分布函数.

（Ⅰ）求 Y 的概率密度 $f_Y\left(y\right)$；（Ⅱ）$\mathrm{Cov}(X,Y)$；（Ⅲ） $F\left(-\frac{1}{2},4\right)$.

六.（8 分） 某地某种商品在一家商场中的月消费额ξ～N(μ, σ^2)，且已知 σ=100 元。现商业部门要对该商品在商场中的平均月消费额 μ 进行估计，且要求估计的结果须以不小于 95%的把握保证估计结果的误差不超过 20 元，问至少需要随机调查多少家商场？

$\Phi(1.65)=0.95 \quad \Phi(1.96)=0.975 \quad \Phi(1.45)=0.926 \quad \Phi\left(1.40\right)=0.92$

七、(16 分)、设总体 X 服从 $\left[0,\theta\right]$ 的均匀分布，$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自 X 的样本.

(1)求 θ 的矩估计量 θ_1; (2)求 θ 的最大似然估计 θ_2;

(3)证明 $\theta_1, T_1 = \dfrac{n+1}{n}\theta_2$ 和 $T_2 = \left(n+1\right)\min\limits_{1 \le i \le n} X_i$ 均是 θ 的无偏估计量。

八.（10 分）化肥厂用自动打包机装化肥，某日测得 8 包化肥的重量（斤）如下：

98.7　100.5　101.2　98.3　99.7　99.5　101.4　100.5

已知各包重量服从正态分布 N（μ,σ^2）

（1）是否可以认为每包平均重量为 100 斤（取$\alpha=0.05$）？

（2）求参数σ^2的 90%置信区间。

可能用到的分位点：

$t_{0.99}(7)=2.998$　$t_{0.95}(7)=1.895$　$t_{0.975}(7)=2.3646$　$t_{0.95}(6)=1.943$

$\chi^2_{0.95}(7)=14.067$　$\chi^2_{0.05}(7)=2.167$　$\chi^2_{0.95}(6)=12.592$　$\chi^2_{0.05}(6)=1.635$