

数学学院（学院三四班和创新班）

(2019年12月制定)

《数学分析（一）》 复习提纲

- 1 菲赫金哥尔茨《数学分析原理》第一卷；
- 2 欧阳光中《数学分析》上册；
- 3 陈纪修《数学分析》上册
- 4 吉米多维奇《数学分析习题集》

1. 上下确界的定义及描述：（菲） p.8-10.
2. 上下确界的 ε 论述：参见（欧阳） p.73 (i)
(ii).
3. 序列（数列）极限的定义： 要求熟记 $\varepsilon - N$
语言并会使用这一语言证明数列的极限，
（菲） p.42 例题 30 1) 2) 3) 4) 5) 6) ; (欧阳)
p.23-25 例 1-4.

4. 无穷小量（（菲） p.41）和无穷大量
（（菲） p.44）的定义： 知道无穷小量的倒数
是无穷大量（p.45）.
5. 函数极限的定义：要求熟记 $\varepsilon - \delta$ 语言
（菲） p.47 以及 Heine关于函数极限的第一个定义（菲） p.46，并会运用这两个定义证明函数极限的存在以及不存在， p.48 例题
34 1) 2) 3) 4) 5) 6) 7) ；（欧阳） p.42 例 1，
p.45 例2.
6. 要求会证明两个函数极限定义的等价性
（Heine）：（菲） p.47；（欧阳） p.44 性质 7；
（陈） p.66 定理3.1.5.
7. 单侧(左右)极限，（菲） p.53 35节及例题.

8. 理解掌握函数在无穷远处的极限定义： 参见（欧阳） p. 47-48 第四节论述.
9. 理解掌握函数趋于无穷大的定义： 参见（欧阳） p. 49-50 第五节论述.
10. $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n \neq a$ 的“ $\varepsilon - N$ ”陈述以及
 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \neq A$ 的“ $\varepsilon - \delta$ ”陈述.
11. 极限的简单性质：（菲）罗列于 p.54-58 ；
（欧阳） p.42-44 (要求会证明). 论述于书(欧阳) p.43 中关于函数有界的定义，另外还要会陈述函数无界的定义.
12. 夹挤(夹逼，两边夹)定理：本定理叙述于
（菲） p.57 3), 会用夹挤定理求数列和函数的极限,（菲） p.66 例题 4) 6); （欧阳） p.27 例题5-7.

13. 会运用函数极限的四则运算法则（见（菲）(p.63)）求函数的极限：（菲）p.64 例题 1) 2); p.67 例题 7)及作业题；（欧阳）p.46 例 3.

14. 会证明并要求会熟练运用关于数列的单调有界原理：（菲）p.68 定理及其证明 运用见 p.69 例题 45 1) 2); （欧阳）p.32 例 12以及作业题.了解函数的单调有界原理（菲）p.72 定理及证明.

15. 区间套（闭区间套）定理：（菲）p.71; (欧阳) p.74 定理 5. 关于该定理适用条件的论述和探讨：见（欧阳）p.79 习题 7 以及（陈）p.59 习题12.

16. 欧拉数 e 的定义及其证明（单调有界原理的重要运用之一）叙述于（菲）p. 73-74；（欧阳）p.33-34；（陈）p. 48-49.
17. 由欧拉数 e 导出的基本极限，（菲）p.76-78，特别是结论 p. 76 4).
18. 掌握 Stolz 定理的运用：（吉）p.15，习题144-145.
19. 知道部分序列（子列）的定义，会证明子序列收敛定理（波尔查诺-魏尔斯特拉斯引理）（致密性定理），（菲）p.79 记住 p.79 第二自然段的叙述；（欧阳）p. 75.
20. 记住，证明以及会运用柯西（Cauchy）收敛原理（准则）：（菲）p.80 定理（数列），p.81 定理（函数情形），其中 p.80 数列情形

要会证明；(欧阳) p. 76-77 例2; (吉) p.45, 习题640.

21. 理解连续函数的定义以及等价论述：

(菲) p.89-90 特别是 p.90 第二自然段的论述；(欧阳) p.55.

22. 知道单调函数的连续性条件：定理叙述于

(菲) p.91, 要求会证明以及运用它证明初等函数的连续性 (p.93-94 2, 3, 4, 5, 6) ；
(欧阳) P57

23. 复合函数的连续性：(菲) p.94 定理和证明

24. 三个基本极限：(菲) p.94-95, 会用它们来求函数的极限；(欧阳) p. 52 例7. 以及布置的作业题.

25. 会求幂指数表达式的极限（菲）： p.96,
比如（吉）p38 习题 520-523.

26. 间断点的分类： 同济大学高等数学复印资料.

27. 连续函数的性质：（菲）p.98-107,（欧阳）
p.80-87.

1) 介值定理（波尔查诺-柯西第一定理），叙述于（菲）p.99, 要求会证明 波尔查诺-柯西第二定理，叙述于（菲）p.101, 反函数存在性定理，叙述于（菲）p.102. 会用零点存在定理判定方程根的存在性：（陈）p. 93, 例 3.4.1, 3.4.2, p.97, 习题6, 7.

2) 有界性定理（魏尔斯特拉斯第一定理），叙述于（菲）p.103 要求会证明并领会两个证

明的实质(a. 反证法+波尔查诺-魏尔斯特拉斯引理 b. 直接法+有限覆盖定理).

3) 最值定理 (魏尔斯特拉斯第二定理), 叙述于 p.104 要求会证明.

4) 一致连续性要求会证明, 叙述于 (菲) p.105-107. 一致连续的充分必要条件 (要求会证明), 叙述于 (陈) p. 96, 定理 3.4.5. 会判别函数在区间上的一致连续性: (陈) p.97,例 3.4.5, p.99, 习题 80.

28. 导数的定义: 叙述于 (菲) p.111. 导数的起源: 叙述于 (菲) p.109.

29. 导数的几何意义 (切线问题): 叙述于 (菲) p.110, 会求切线 (切向量): (欧阳)

p.94 习题2; (陈) p.106-108, 例题 4.2.1, 4.2.2,
p.119 习题 5, (吉) p.78 习题 1073.

30. 反函数求导法则: (菲) p.116, (欧阳)
p.102, 要求理解和证明.

31. 可导与连续的关系: (菲) p. 118-119 可导
必定连续, p.124 86 节, 连续不一定可导 (记住
例子) .

32. 记住初等函数的求导公式: (菲) p.117,
(欧阳) p.103.

33. 复合函数的求导法则: (菲) p.121 要求
理解和证明, (欧阳) p.107.

34. 会熟练!! 运用复合函数求导法则计算导
数 (菲) p.122-123, 例题 4) 5) 6) 7) 8) 9) 10)
11), (欧阳) p.108-109, 例1-8.

35. 隐函数求导法: (欧阳) p. 114, (陈) p. 123; 参数方程求导法: (欧阳) p.116. (陈) p. 125 以及 (欧阳) (陈) 相关例题.
36. 幂指函数求导法 (陈, 欧阳书中称为对数求导法): (菲) p.123 例 11.
37. 无穷导数: (菲) p.124 87节 例.
38. 会用导数的定义求分段函数的导数:
(菲) p.125 第88段特殊情况例子, (吉) p.71 习题 991, 992.
39. 微分的定义, 叙述于 (菲) p.126; (欧阳) p.111-112.
40. 可微性与导数存在的关系定理, 叙述于 (菲) p.127, (欧阳) p.112, 要求会证明.

41. 理解并会证明一阶微分的形式不变性,
(菲) p.130 第 92 节; (陈) p.122; (欧阳)
p.113.

42. 高阶导数的定义: 叙述于 (菲) p.133,
(欧阳) p. 122-123. 要求会求高阶导数, (菲)
p.134 - 136 1) 2) 3) 4) 5) 6) 的推导. 会运用求高
阶导数的莱布尼茨公式: (菲) p.137 例题;
(欧阳) p. 123-126 例2 例4; (陈) p.133 例
4.5.5.

43. 高阶微分: 知道定义 (菲) p.138; (欧
阳) p.127.

44. 记住并且会证明中值定理: 费马(Fermat),
罗尔 (Rolle), 拉格朗日(Lagrange), 柯西
(Cauchy), 叙述于 (菲) p.140- 145; (欧阳)
p.131-134; (陈) p.140-151, 证明和结论本身都
很重要.

45. 中值定理的运用: (欧阳) p.135 布置的作业题, (陈) p.153-154 布置的作业题.

46. 泰勒 (Taylor) 公式, 记住拉格朗日 (Lagrange) 型余项公式 ((菲) p.149 (12)), 佩亚罗型 (Peano) 型余项公式 ((菲) p.151 (16));

也见 (欧阳) p.138 定理, p.139 -2; (陈) p.163 定理 5.3.1, 5.3.2.

47. 记住并会推导初等函数的泰勒公式, (菲) p.152-153 1) 2) 3) 4) 5) 6), 记住并会证明, 同时要求作业题, (吉) 1377, 1382 号题, 以及习题课补充例题.

48. 会用泰勒公式求极限: (欧阳) p. 141 例 6, 7, p.142 习题 10; (陈) p. 176-177 例 5.4.10, 5.4.11, p. 183 习题 6.

复习方法：

1. 主课讲解过的例题（菲，陈，欧阳）.
2. 上面所列举的需要记住的定理结论以及它们的证明.
3. 主课和习题课讲解过的例题和习题（菲，陈，欧阳，吉）.
4. 其他作业题.
5. 上面知识点每完成一项，在前面打一个勾. 若有疑难之处，标记后通过向老师或同学提问，或是参考相关习题解答，笔记搞清楚.

预祝同学们期末取得好成绩!