

学习资料 就找包打听

资料获取，回复公众号资料关键词

包包！公众号我发了口令，但是没有收到资料诶？



华工小朋友

要输入正确的口令才行噢，可以用盲猜法
(课程+试卷)或者资料专区检索(详见P3)



包子妹妹

如果口令、链接失效或者公众号
没有找到想要的资料，怎么办呢？



华工小朋友

别急，包包是人工运营的你可以通过以下途径反馈~ (P4)



叮当包

包包有偿收集资料投稿

如有资料需求疑问，扫一扫添加包包微信



华工包打听公众号



微信添加
(推荐)



资料获取指南



资料反馈箱

华工包打听

资料声明

关于资料

- 来源 由同学投稿，包打听有偿收集、整理
- 分享 资料无偿分享给同学使用

注意事项

资料不保证100%正确，仅供参考，切勿依赖
资料如有错误，请反馈给包打听微信
未经授权不能转作他用



华工新生答疑、校园指引、入学考试、感情树洞、华工黑市群、学习群、闲置群、校园资讯、校内通知、吃喝玩乐、兼职、家教、大学学车、考研、留学四六级(星球)等一站式服务。

·微信号——即时互动，
丰富社群，校园生活资讯

·公众号——学习资料
校园百事，学校通租

·包星球——吃喝玩乐
兼职考研留学信息，
应有尽有

·QQ口号——百事打听！



包包微信



包打听公众号

最全能校园
服务平台
校园大小事
皆可打听



本答案作者：茗骞 (qq: 1614195673 欢迎加好友)。基于华工转专业交流群 (574301006) 的回忆版试题编写，感谢转专业群的学长学姐的付出。欢迎转载。

本答案目前经历 **2** 次修订，感谢转专业交流群的群友们！不保证答案 **100%正确**（可能打错字或者本来就没对 doge），不保证解析为最优解。如有不足之处，敬请谅解

1. 1336, 1004, 1321 这 3 个数都有共同的特点：都是四位数、首位都是 1、有且仅有两个数字相同。则这样的 4 位数一共有 _____ 个。

答案：432

解析：分类讨论+枚举法

分类为相同的数字是否为 1, 两种情况分别有 216 种。

相同的数字为 1：1 放的位置可以是十百位的任一位，其余两位数有 9×8 种情况，共 $3 \times 9 \times 8 = 216$ 种。

相同的数字不为 1：即从 9 个数字中挑一个数字选为相同数字，剩下一个数字的数值有 8 种情况，三个数字的排列有 3 种情况，共 $3 \times 9 \times 8 = 216$ 种。

2. $|\frac{x}{1-\sqrt{x+1}}| \leq \sqrt{x+8}$, 则 x 的取值范围是 _____。

答案： $[-1, 0) \cup (0, 8]$

解析：注意根式内以及分母的取值范围，平方后正常解即可

3. $x = \frac{a}{a+b+c} + \frac{b}{a+b+d} + \frac{c}{a+c+d} + \frac{d}{b+c+d}$, $a, b, c, d \in R^+$, 则 x 的取值范围是 _____.

答案: (1,2)

解析: 本题的两种方法都不是很靠谱, 并且似乎只有这两种方法

注意条件: a, b, c, d 为正实数

法一: 糖水原理

糖水不等式:

若 $b > a > 0, m > 0$, 则 $\frac{a+m}{b+m} > \frac{a}{b}$.

(证明略)

根据糖水不等式, 对 $\frac{a}{a+b+c}$, 可以将 a 视为糖, $(a+b+c)$ 视为糖水, 这个分式表达的就是糖水浓度。令 $a \rightarrow +\infty$, 显然 $\frac{a}{a+b+c} = 1$, $\frac{b}{a+b+d} + \frac{c}{a+c+d} = 0$; 剩下一项 $\frac{d}{b+c+d}$, 同样令 $d \rightarrow +\infty$, 则其等于 1。

故最大值趋于 2 (不取)。

同样的, 令 a 与 d 趋近于 0, 发现若 b 与 c 为 0 则分母为 0, 无意义。

则 $a=d=0, b \neq 0, c \neq 0$ 的时候, 有最小值趋近于 1 (不取)。

法二: 放缩

把每一项的分母放缩成 $(a+b+c+d)$, 则 x 最小值 = 1。

把 $\frac{a}{a+b+c}$ 放缩成 $a/(a+c)$, $\frac{c}{a+c+d}$ 放缩成 $c/(a+c)$, 则这两项的和为 1。

另外两项按这样的方式放缩, 和也是 1。此时 x 最大值 = 2。

两种都是取不到的。所以是开区间。

小声 bb: 为什么这样放? 谁敢这样放? 我也想知道啊……

4. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=5$, $BC=7$, $AC=9$, D 是 AC 上一点且 $BD=5$, 则 $\frac{AD}{DC} = \underline{\hspace{2cm}}$.

答案: $19/8$

解析: 作等腰三角形 ABD 的高, 勾股定理走流程即可

5. 设函数 $f(x)$ 对一切实数 x 都满足 $f^2(x) - f(x)f(2\pi - x) - 2f^2(2\pi - x) = 0$, 且方程 $f(x) = 0$ 有且仅有 9 个不同的实根, 则这 9 个实根的和为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

答案: 9π

解析: 因式分解后发现实根两两满足 $x_1 + x_2 = \pi$, 还有一个就是 π , 共 9π

6. 设 i 为虚数单位, n 为正整数, 则 $i + 2i^2 + 3i^3 + \cdots + 4ni^{4n} = \underline{\hspace{2cm}}$.

答案: $2n - 2ni$

解析: 4 为一个周期, 共有 n 个周期。

7. 使得关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} \sin x = m \sin^3 y \\ \cos x = m \cos^3 y \end{cases}$ 有实数解的正实数 m 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

答案: $[1, 2]$

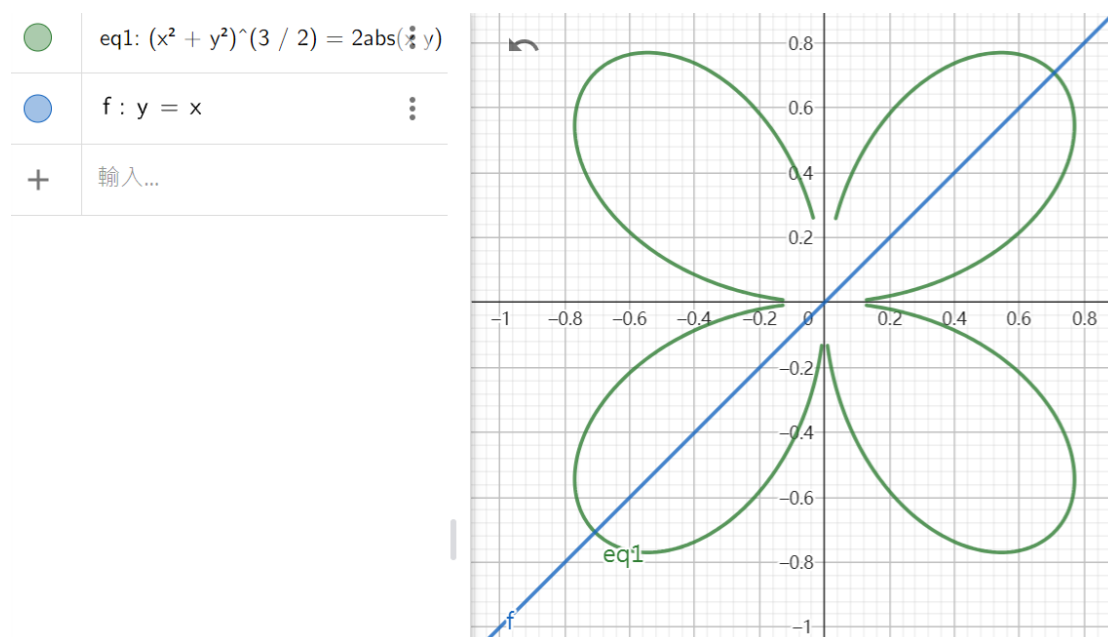
解析: 上下两式平方后相加, 可以消去 x , 之后对 y 的三角函数降幂, 参变分离即可得到 m 范围。

8. 设方程 $(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}} = 2|xy|$ 所表示的曲线围成图形的面积为 A , 它在第一象限内位于直线 $y = x$ 下方部分的面积为 $\frac{\pi}{16}$, 则 $A = \underline{\hspace{2cm}}$.

答案: $\pi/2$

解析：

参考图如下：



关于原点中心对称且关于坐标轴对称，**同时关于 $y=x$ 对称**，并且发现该曲线在第一象限与 $y=x$ （在第一象限的面积有一半在 $y=x$ 下方），故 $\pi/16$ 乘 8 可以得到答案。

9. 已知 A 点坐标为 $(2, -\frac{12}{5})$ ， F_1 是椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 的左焦点，点 P 是椭圆上一点，则 $|PA| + |PF_1|$ 的最大值为 _____。

答案：63/5

解析：看到 PF_1 ，很自然补一个 PF_2 上去，原式 $= 2a + PA - PF_2 \geq 2a + AF_2$ 此时三点共线。

*. 已知 $A(1,2)$ ， $B(3,0)$ ，圆 $C: (x-3)^2 + (y-2)^2 = 1$ ，点 P 在 OC 上 $\overrightarrow{OP} = \lambda \overrightarrow{OA} + \mu \overrightarrow{OB}$ ，求 $11\lambda + 9\mu$ 的最小值_____。

警告：这一题在其中一版卷子中描述有误!!! 此处题面为另一版卷子

中所选取。

那道题面错了的题目做了我6小时都没有出这个答案呜呜呜……

答案：12

解析：设 $P(3+\cos x, 2+\sin x)$ ，代入 $\overrightarrow{OP} = \lambda \overrightarrow{OA} + \mu \overrightarrow{OB}$ 后直接利用坐标表示 μ 和 λ ，正常求三角函数最小值就行了。

一、求 $f(y) = \frac{e^y - e^{-y}}{2}$ 的反函数 $y = f^{-1}(x)$ 及其单调性，奇偶性。

答案：略（没有下 `mathtype` 打不出来）

解析：换元，令 $e^y = m$ ，解 x 为参数的关于 m 的二元一次方程可以轻松得到 m 用 x 的表示的表达式。单调性可以求导，也可以求证 $f(x+k) - f(x) (k > 0)$ 的正负。

二、证明 $\frac{\pi}{1-\pi^2} + \frac{\pi^2}{1-\pi^4} + \frac{\pi^4}{1-\pi^8} + \cdots + \frac{\pi^{2^{n-1}}}{1-\pi^{2^n}} > \frac{1}{1-\pi}, n \in \mathbf{N}^*$ 。

解析：有两个方向可以构造

法一：裂项（推荐）

分母用平方差公式表示，如 $1-\pi^2 = (1+\pi)(1-\pi)$ ，相信你已经发现分子可以用 $1/2[(1+\pi) - (1-\pi)]$ 表示了。剩余过程略。

法二：构造无穷递缩等比数列（不推荐，计算复杂）

若不幸没有看出来是裂项，那么构造数列，令原数列的第 n 项为 a_n ，

构造数列 $\{b_n\}$ ，令 $b_1 = a_1 = \frac{\pi}{1-\pi^2}$ ， $b_1/(1-q) = \frac{1}{1-\pi}$ ，得到 $a_n > b_n$ ，证明 b_n

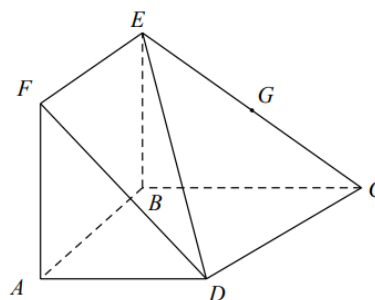
的前 n 项和大于 $\frac{1}{1-\pi}$ 即可。

三、已知 $EB \perp$ 平面 $ABCD$ ，四边形 $ABEF$ 为正方形，且 $AB = AD = 2$ ， $BC = 4$ ， $BC \perp AB$ ， $AD \parallel BC$ ，点 G 是 EC 中点

(1) 证明： $DG \parallel$ 平面 $ABEF$

(2) 证明：平面 $EDC \perp$ 平面 EDB

(3) 求平面 $ABEF$ 与平面 EDC 所成锐二面角的余弦值.



解析：

- (1) 取 BE 中点 M ，证明四边形 $MGDA$ 为平行四边形即可。
- (2) DC 垂直于 BD 与 BE ，则 $DC \perp$ 面 BDE 。
- (3) 利用投影法，面 EDC 在面 $ABEF$ 上面的投影面积/面 EDC 的面积 $= \cos\theta$

四、已知数列 $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ ， $n \in \mathbf{N}^*$

(1) 证明 Bernoulli 不等式 $(1+h)^n \geq 1+nh$ ， $h \in \mathbf{R}$ ， $n \in \mathbf{N}^*$ 。

(2) 证明 $\{a_n\}$ 递增且存在上界（即 $\exists M \in \mathbf{R}$ 使 $\forall n \in \mathbf{N}^*$ 有 $a_n < M$ 成立）

解析：

- (1) 数学归纳法可以轻松解决。证明略，数学归纳法详情请百度。
- (2) 证明递增： $a_n/a_{n+1} < 1$

证明上界：

法一：换元+洛必达

令 $x = a_n$ ，两边取对数，得 $\ln x = \ln(1+1/n)/(1/n)$ ，用洛必达可得到 $\ln x$ 的上界为 1，则 x 的上界为 e 。

法二：高等数学（不推荐，可能没分）

书上是这样写的，因为 e 的定义就是这样。(doge)