**诚信应考，考试作弊将带来严重后果！**

**华南理工大学本科生期末考试**

**2020-2021-2学期《概率论与数理统计》试卷A**

**注意事项：1. 所有答案请答在答题卡上，答在试卷上无效；**

**2. 选择题请用2B铅笔涂黑；**

**3．考试形式：闭卷；**

**4. 本试卷共七道大题，满分100分，考试时间120分钟**。

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **题 号** | **一** | **二** | **三** | **四** | **五** | **六** | **七** | **总分** |
| **得 分** |  |  |  |  |  |  |  |  |

**一、选择题（共12题，每题3分，共36分）**

1. 设随机变量与相互独立，且均服从区间上的均匀分布，则( ).

(A)  (B) (C)  (D) 

1. B

2. 设*T*服从自由度为*n*的*t*分布，若，则（ ）.

(A)  (B) (C)  (D) 

2. C

3. 从总体中抽取简单随机样本，易证估计量





均是总体均值的无偏估计量，则其中最有效的估计量是( ).

(A) (B)  (C) (D)

3. A 有.故最有效,所以A项正确.

4. 设随机变量和的数学期望分别为-2和2，方差分别为1和4，而相关系数为-0.5，则根据切比雪夫不等式.

(A)  (B)  (C)  (D) 

4. C

**解** 因为 







根据切比雪夫不等式



所以 

5. 设 是随机事件， 互不相容, 则 .

(A)  (B) (C)  (D) 

5. D   
由于 互不相容，即   
6. 设 为来自总体 的简单随机样本，则统计量的分布 ( ).  
(A) (B) (C) (D)

6. B 解 从形式上，该统计量只能服从 分布。故选 。  
证明如下:  
由正态分布的性质可知， 与 均服从标准正态分布且相互独立, 可知

7. 设随机变量 服从参数为 1 的泊松分布，则 ( ).

(A)  (B) (C)  (D) 

7. A

因为 服从参数为 1 的泊松分布，所以其概率布为

从而 于是，

8. 设 为来自二项分布总体 的简单随机样本， 和 分别为样本均值和样本修正方差，记统计量, 则

(A)  (B) (C)  (D) 

8. A

因为 , 故   
因为 , 所以

9. 设二维离散型随机变量X、Y的联合分布律如下，则联合分布函数值**( ).**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *Y*  *X* | 0 | 2 | 4 |
| 0 |  |  |  |
| 1 |  | 0 |  |

(A)  (B) (C)  (D) 

9. B

10.设 为两个分布函数, 其相应的概率密度 , 是连续函数, 则必为概率密度的是(

(A) (B) (C) (D)

10. D

由分布函数和概率密度的性质可得

,

.

从而有

所以 是概率密度,即正确选项为D

11. 设二维随机变量 服从正态分布 , 则 ( ).  
(A)  (B)  (C)  (D) 

11. A  
因为 服从二维正态分布，所以  
对二维正态随机变量, 所以 相互独立，从而 也相互独立，所以

12. 设随机变量 , 且相关系数, 则( ).  
(A) (B)   
(C) (D)

12. D

因为 与 的相关系数 , 所以 与 正相关, 即存在常数 , 使得 , 且 , 排除(A)、(C) 因为

所以 从而

**二、（10分）**甲、乙两人轮流投篮，甲先投。一般来说，甲、乙两人独立投篮的命中率分别为0.7和0.6。但由于心理因素的影响，如果对方在前一次投篮中投中，紧跟在后面投篮的这一方的命中率就会有所下降，甲、乙的命中率分别变为0.4和0.5。求：

(1) 乙在第一次投篮时投中的概率； (2) 甲在第二次投篮时投中的概率。

解：令表示事件“乙在第一次投篮时投中”，

令表示事件“甲在第*i*次投篮时投中”，

（1）

 (5分）

（2）



 (5分)

**三、(10分)** 有一批建筑房屋用的木柱,其中80%的长度不超过3m，现从这批木柱中随机地取出100根，问其中至少有30根超过3m的概率是多少？

附：

**解**  (2分)

则,记,则. (2分)

由棣莫佛-拉普拉斯定理得

 (2分)



 (4分)

**四、(10分)** 设某机器生产的零件长度（单位：cm），今抽取容量为16的样本，测得样本均值，样本修正方差.

(1) 求的置信度为0.95的置信区间；(保留四位小数)

(2) 检验假设（显著性水平为0.05）。

附: 



解：（1）的置信度为的置信区间:





所以的置信度为0.95的置信区间为（9.7869，10.2132） (5分)

(2)







因为，所以接受. (5分)

**五、（10分）**

设随机变量*X*的概率密度为 令随机变量   
(1) 求*Y*的分布函数； (2) 求概率 .

解 (1)   
由 的概率分布知，当 时， ; (1分)  
当 时, ; (1分)  
当 时，   
 (2分)

综上  (1分)

(2)



**六、(10分)** 设总体*X*的概率分布为

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *X* | 0 | 1 | 2 | 3 |
| *P* |  |  |  |  |

其中是未知参数，利用总体*X*的样本值：

3, 1, 3, 0, 3, 1, 2, 3.

求的矩估计和最大似然估计.

**解** 



令，解得的矩估计. (5分)

对于给定的样本值,似然函数为







令,解得.因不合题意,所以的最大似然估计为. (5分)

**七、(14分)** 设随机变量 与 的概率分布分别为

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 |  |  |  | 0 | 1 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

且

1. 求二维随机向量 的概率分布.  
   (2) 求 的数学期望E(*Z*).  
   (3) 求 与*Y* 的相关系数.

解: (1) 由 可得  
 (2分)

所以

所以 的概率分布为 (4分)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X Y Y Y | -1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 |  | 0 |
| 1 |  | 0 |  |

(2) 因为 的可能取值为 .

所以 , 从而可得 与 的相关系数为 (4分)