**诚信应考，考试作弊将带来严重后果！**

**华南理工大学本科生期末考试**

**2021-2022-2学期《概率论与数理统计》试卷A**

**注意事项：1. 所有答案请答在答题卡上，答在试卷上无效；**

**2. 选择题请用2B铅笔涂黑；**

**3．考试形式：闭卷；**

**4. 本试卷共七道大题，满分100分，考试时间120分钟**。

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **题 号** | **一** | **二** | **三** | **四** | **五** | **六** | **七** | **总分** |
| **得 分** |  |  |  |  |  |  |  |  |

**一、选择题（共12题，每题3分，共36分）**

1. 袋中有50个乒乓球，其中20个黄的，30个白的，现在两个人不放回地依次从袋中随机各取一球。则第二人取到黄球的概率是( ).



答案 (B)

2. 设A，B是两个随机事件，，则( ).



解. (C)



3. 若～，～，那么的联合分布为( ).

(A) 二维正态分布，且 (B) 二维正态分布，且不定

(C) 未必是二维正态分布 (D) 以上都不对

答案 (C)

4. 设随机变量相互独立，其中*X*1在[0，6]上服从均匀分布，*X*2服从参数为=1的指数分布，*X*3服从参数为=3的泊松分布, 记，则*Y*的方差.



答案 (A)

解. 

5. 对正态总体的数学期望进行假设检验，如果在显著水平下接受，那么在显著水平0.01下，下列结论中正确的是( ).

（A）必须接受 （B）可能接受，也可能拒绝

（C）必须拒绝 （D）不接受，也不拒绝

答案 (A)

6. 设和是分别来自两个正态总体和的样本，且相互独立，和分别是两个样本的修正样本方差，则服从的统计量是( ).

(A)  (B)  (C)  (D) 

答案 (D)

解. 

7. 设 为标准正态分布的概率密度, 为 上均匀分布的概率密度，若

为概率密度, 则 应满足( ).  
(A) (B) (C) (D)

答案 (C)

解. 由已知条件可得

,

即

8. 设随机变量和的相关系数为0.9, 若, 则与的相关系数为( ).



答案 (D)

9. 设随机变量独立同分布，且的分布函数为, 则的分布函数为( ).

(A) (B) (C) (D)

答案 (A)

解. 由分布函数的定义及随机变量 独立同分布，可得

10. 设 为来自二项分布总体 的简单随机样本, 和 分别为样本均值和修正样本方差. 若 为 的无偏估计量, 则



答案 (B)

解. 因为 , 于是

由此可得

11. 设是独立同分布的随机变量序列，且，，

那么依概率收敛于( )



答案 (D)

解. 根据辛钦弱大数定理，



12. 设随机变量与相互独立，且服从标准正态分布的概率分布为

记为随机变量的分布函数，则函数的间断点个数为( ).  
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

答案 (B)  
解. 的分布函数为  
所以 为 的唯一间断点.

**二、（10分）**

设甲、乙、丙三个地区爆发了某种流行病，三个地区的总人数比为2:5:3，而三个地区感染此病的比例分别为6%，4%，3%。现从这三个地区任意抽取一个人，问（1）此人感染此病的概率是多少？（2）如果此人感染此病，此人选自乙地区的概率是多少？

（注：最后结果可以是小数或者分数，但分数不能四舍五入写成小数）

解 设*B*＝{此人感染此病}，

*A*1，*A*2，*A*3分别表示此人选自甲、乙、丙三个地区

由已知，有，，，

，，

（1）由全概率公式有



（2）由贝叶斯公式有

 (10分)

**三、(10分)**

一个复杂的系统由100个相互独立起作用的部件所组成。在运行期间，每个部件损坏的概率为0.1，而为了使整个系统正常工作，至少必需有84个部件工作，求整个系统能正常工作的概率。

附：

解：系统中能够正常工作的部件数*X*服从二项分布：。(2分)

于是

 (7分)

 (10分)

**四、(10分)**

某工厂宣称该厂的日用水量平均为350公斤，抽查11天的日用水量的记录，计算得均值，修正方差。假设用水量服从正态分布。

(1)能否同意该厂的看法？（显著性水平，）

(2)求方差的置信度为95%的置信区间。（注：(2)小题结果就用分位数表示）



解：⑴  

∴ 接受原假设，同意该厂说法。(5分)

⑵  

∴的95%的置信区间为 (10分)

**五、（12分）**

设随机变量 的概率分布为

在给定 的条件下，随机变量 服从均匀分布   
(1) 求的分布函数 .  
(2) 求的分布函数 .  
解 (1) 的分布函数为

 (5分)

(2)

当 时，   
当 时,   
当 时,  
当 时，   
所以 (12分)

**六、(10分)**

设总体的概率密度为



其中是未知参数, 是来自总体的一个容量为的简单随机样本,分别用矩法估计和最大似然估计法求的估计量.

**解** (1) 矩法估计



令, 得的矩法估计量为. (5分)

(2) 最大似然估计

似然函数

取对数, 求导得



令上式等于0，解得

所以的最大似然估计量. (10分)

**七、(12分)**

设随机变量的概率分布相同, 的概率分布为

且与的相关系数.  
(1) 求 的概率分布;  
(2) 求 .

解. (1) 由已知条件可得   
所以

设 的概率分布与边缘分布为

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Y** |  | 1 |  |
| 0 |  |  |  |
| 1 |  |  |  |
|  |  |  | 1 |

则由已知条件可得

解方程组得 于是, 的概率分布为

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| X Y | 0 | 1 |
| 0 |  |  |
| 1 |  |  |

（9分）

(2)   
（12分）