

杂谈勾股定理

张三

2015 年 3 月 6 日

摘要

这是一篇关于勾股定理的小短文.

目录

1	勾股定理在古代	2
2	勾股定理的近代形式	3

1 勾股定理在古代

西方称勾股定理为毕达哥拉斯定理, 将勾股定理的发现归功于公元前 6 世纪的毕达哥拉斯学派 [1]. 该学派得到了一个法则, 可以求出可排成直角三角形三边的三元数组. 毕达哥拉斯学派没有书面著作, 将定理的严格表述和证明则见于欧几里德¹《几何原本》的命题 47: 直角三角形斜边上的正方形等于两直角边上的两个正方形之和. 证明是用面积做的.

我国《周髀算经》载商高 (约公元前 12 世纪) 答周公问:

勾广三, 股修四, 径隅五.

又载陈子 (约公元前 7-6 世纪) 答荣方问:

若求邪者至日者, 以日下为勾, 日高为股,
勾股各自乘, 并而开方除之, 得邪至日.

都较古希腊更早. 后者已经明确道出勾股定理的一般形式. 图 1 是我国古代对勾股定理的一种证明 [2].

¹ 欧几里德, 约公元前 330-275



图 1: 宋赵爽在《周髀算经》注中作的弦图 (仿制), 该图给出了勾股定理的一个极具对称美的证明.

2 勾股定理的近代形式

勾股定理可以用现代语言表述如下:

定理 1 (勾股定理) 直角三角形斜边的平方等于两腰的平方和.

可以用符号语言表述为: 设直角三角形 ABC , 其中 $\angle C = 90^\circ$, 则有

$$AB^2 = BC^2 + AC^2 \quad (1)$$

满足式子(1)的整数称为勾股数. 第 1 节所说毕达哥拉斯学派得到的三元数组就是勾股数. 下表列出了一些较小的勾股数:

直角边 a	直角边 b	斜边 c
3	4	5
5	12	13

$$(a^2 + b^2 = c^2)$$

参考文献

- [1] 克莱因. 古今数学思想. 上海科学技术出版社, 2002.
- [2] 曲安京. 商高, 赵爽与刘徽关于勾股定理的证明. 数学传播, 20(3), 1998.
- [3] 矢野健太郎. 几何的有名定理. 上海科学技术出版社, 1986.