

浙江大学 2023-2024 学年 线性代数荣誉课辅学讲义

2023-2024 学年线性代数 I/II (H) 辅学授课

吴一航 yhwu_is@zju.edu.cn

2023 年 7 月 2 日

目录

第一章 预备知识	1
1.1 等价类	1
1.2 高斯消元法	1
1.3 基本代数结构	1
第二章 线性空间	3
2.1 线性空间的定义	3
2.2 线性子空间	3
2.3 复数与线性空间	3
第三章 有限维线性空间	5
3.1 线性扩张	5
3.2 线性相关性	5
3.3 基与维数	5
第四章 线性空间的运算	7
4.1 线性空间的交、并、和	7
4.2 线性空间的直和	7
4.3 维数公式	7
4.4 线性空间的积	7
第五章 线性映射	9
5.1 线性映射的定义	9
5.2 线性映射的确定	9
5.3 线性映射的像与核	9
5.4 线性映射的矩阵表示	9

第六章 线性映射基本定理	11
6.1 线性映射的秩	11
6.2 线性映射基本定理	11
6.3 像与核的进一步讨论	11
6.4 可逆与同构	11
第七章 商空间与对偶	13
第八章 矩阵基本运算	15
8.1 矩阵基本运算	15
8.2 矩阵转置	15
8.3 初等矩阵	15
8.4 矩阵的逆	15
8.5 矩阵的逆的求解	15
第九章 矩阵运算进阶	17
9.1 特殊矩阵	17
9.2 分块矩阵	17
9.3 矩阵的幂	17
第十章 矩阵的秩	19
10.1 矩阵的秩	19
10.2 相抵标准形	19
10.3 秩不等式	19
第十一章 行列式 (I)	21
11.1 行列式的几种定义	21
11.2 行列式的基本运算	21
11.3 伴随矩阵	21
11.4 Cramer 法则	21
11.5 行列式的秩	21
第十二章 行列式计算进阶	23
第十三章 朝花夕拾	25
13.1 线性方程组解的一般理论	25
13.2 理论应用	25
13.3 线性方程组拓展题型	25

目录	5
----	---

第十四章 多项式	27
-----------------	-----------

14.1 多项式的定义	27
14.2 带余除法	27
14.3 代数学基本定理	27

第十五章 不变子空间	29
-------------------	-----------

15.1 不变子空间的定义	29
15.2 特征值与特征多项式	29
15.3 特征向量与特征子空间	29

第十六章 相似标准形	31
-------------------	-----------

16.1 上三角矩阵	31
16.2 对角矩阵	31
16.3 分块对角矩阵	31

第十七章 多项式的进一步讨论	33
-----------------------	-----------

17.1 特征多项式与极小多项式	33
17.2 哈密顿-凯莱定理	33
17.3 多项式与标准形	33

第十八章 若当标准形	35
-------------------	-----------

18.1 若当标准形的存在	35
18.2 若当标准形的求法	35
18.3 若当标准形的应用	35

第十九章 内积空间	37
------------------	-----------

19.1 内积和范数	37
19.2 标准正交基	37
19.3 正交补	37

第二十章 内积空间上的算子 (I)	39
--------------------------	-----------

20.1 正交矩阵和酉矩阵	39
20.2 正定矩阵	39

第二十一章 内积空间上的算子 (II)	41
----------------------------	-----------

21.1 自伴算子和正规算子	41
21.2 谱定理	41

第二十二章 极分解与奇异值分解	43
------------------------	-----------

第二十三章 实空间上的算子	45
第二十四章 行列式 (II)	47
第二十五章 线性代数与解析几何基础	49
第二十六章 二次型	51
26.1 双线性函数	51
26.2 二次型的标准形	51
26.3 惯性定理	51
第二十七章 线性代数与多元微积分	53

第 1 讲 预备知识

1.1 等价类

1.2 高斯消元法

1.3 基本代数结构

第 2 讲 线性空间

2.1 线性空间的定义

2.2 线性子空间

2.3 复数与线性空间

第3讲 有限维线性空间

3.1 线性扩张

3.2 线性相关性

3.3 基与维数

第 4 讲 线性空间的运算

4.1 线性空间的交、并、和

4.2 线性空间的直和

4.3 维数公式

4.4 线性空间的积

第 5 讲 线性映射

5.1 线性映射的定义

5.2 线性映射的确定

5.3 线性映射的像与核

5.4 线性映射的矩阵表示

第6讲 线性映射基本定理

- 6.1 线性映射的秩
- 6.2 线性映射基本定理
- 6.3 像与核的进一步讨论
- 6.4 可逆与同构

第7讲 商空间与对偶

第8讲 矩阵基本运算

8.1 矩阵基本运算

8.2 矩阵转置

8.3 初等矩阵

8.4 矩阵的逆

8.5 矩阵的逆的求解

第 9 讲 矩阵运算进阶

9.1 特殊矩阵

9.2 分块矩阵

9.3 矩阵的幂

第 10 讲 矩阵的秩

10.1 矩阵的秩

10.2 相抵标准形

10.3 秩不等式

第 11 讲 行列式 (I)

11.1 行列式的几种定义

11.2 行列式的基本运算

11.3 伴随矩阵

11.4 Cramer 法则

11.5 行列式的秩

第 12 讲 行列式计算进阶

第 13 讲 朝花夕拾

13.1 线性方程组解的一般理论

13.2 理论应用

13.3 线性方程组拓展题型

第 14 讲 多项式

14.1 多项式的定义

14.2 带余除法

14.3 代数学基本定理

第 15 讲 不变子空间

15.1 不变子空间的定义

15.2 特征值与特征多项式

15.3 特征向量与特征子空间

第 16 讲 相似标准形

16.1 上三角矩阵

16.2 对角矩阵

16.3 分块对角矩阵

第 17 讲 多项式的进一步讨论

17.1 特征多项式与极小多项式

17.2 哈密顿-凯莱定理

17.3 多项式与标准形

第 18 讲 若当标准形

18.1 若当标准形的存在

18.2 若当标准形的求法

18.3 若当标准形的应用

第 19 讲 内积空间

19.1 内积和范数

19.2 标准正交基

19.3 正交补

第 20 讲 内积空间上的算子 (I)

20.1 正交矩阵和酉矩阵

20.2 正定矩阵

第 21 讲 内积空间上的算子 (II)

21.1 自伴算子和正规算子

21.2 谱定理

第 22 讲 极分解与奇异值分解

第 23 讲 实空间上的算子

第24讲 行列式 (II)

第 25 讲 线性代数与解析几何基础

第 26 讲 二次型

26.1 双线性函数

26.2 二次型的标准形

26.3 惯性定理

第 27 讲 线性代数与多元微积分

27.1 向量函数的导数

27.2 行列式的导数

27.3 雅可比行列式