

Dasar-Dasar Statistika Ilmu Komputer : Variabel Random

Dasar teori

Definisi Random Variabel (Variabel Acak)

Suatu variabel disebut acak jika nilai-nilai yang dimiliki merupakan kemungkinan atau kejadian acak. Dalam mendefinisikan suatu fungsi variabel acak, kita harus mampu memetakan semua kejadian yang terjadi secara tepat ke dalam suatu bilangan riil. Untuk lebih mudah memahami mengenai konsep ini, maka perhatikan contoh soal di bawah!

Contoh soal :

Dua bola diambil satu per satu tanpa pengembalian dari suatu kantong yang berisi 4 bola putih dan 3 bola hitam. Bila X menyatakan jumlah bola putih yang diambil maka nilai x yang mungkin dari variabel acak X adalah....

Penyelesaian :

Nilai x yang mungkin dari variabel acak X dapat disajikan seperti dalam tabel berikut :

Ruang Sampel	x
PP	2
PH	1
HP	1
HH	0

Macam-macam Variabel Acak

Secara umum, variabel acak biasanya menghubungkan nilai-nilai numerik dengan setiap kemungkinan hasil percobaan. Karena nilai-nilai numerik tersebut dapat bersifat diskrit (hasil perhitungan) dan bersifat kontinu (hasil pengukuran) maka variabel acak dapat diklasifikasikan ke dalam *variabel acak diskrit* dan *variabel acak kontinu*.

a. Variabel acak diskrit

Berhubungan dengan hasil sebuah peristiwa yang ruang sampelnya terhingga dan terhitung. Sedangkan distribusi peluangnya disebut *distribusi peluang variabel acak diskrit*. Variabel acak diskrit merupakan variabel acak yang memiliki sejumlah nilai yang dapat dihitung atau merupakan bilangan bulat positif dan tidak berbentuk pecahan.

Variabel acak diskrit jika digambarkan pada sebuah garis interval akan berupa sederetan titik-titik yang terpisah. Contohnya, jumlah siswa di kelas, jumlah mobil yang melewati jalan bebas hambatan setiap harinya dan lain sebagainya. Umumnya variabel diskrit berhubungan dengan pencacahan terhadap suatu objek atau individu. Contoh lihat tabel 1 di atas. Kita tidak mungkin mengatakan jumlah laki-laki = $\frac{1}{2}$. atau $\frac{1}{4}$.

Beberapa contoh variabel diskrit :

1. Jumlah kesalahan pengetikan
2. Jumlah kendaraan yang melewati persimpangan jala
3. Jumlah kecelakaan per minggu

b. Variabel acak kontinu

Didefinisikan sebagai suatu variabel yang nilai-nilainya berada dalam ruang sample takterhingga. Variabel ini bisa mempunyai sebuah harga dimana harga-harga x dibatasi oleh $-\infty < X < \infty$. Variabel acak kontinu dapat diilustrasikan sebagai titik-titik dalam sebuah garis. Variabel acak kontinu merupakan variabel acak yang memiliki nilai tak berhingga atau merupakan bilangan-bilangan yang tidak bulat maupun pecahan. Variabel acak kontinu jika digambarkan pada sebuah garis interval, akan berupa sederetan titik yang bersambung membentuk suatu garis lurus. Contohnya, jumlah air yang keluar dari sebuah selang air, jumlah oksigen di udara, dan lain sebagainya. Pengukuran fisik seperti waktu atau panjang merupakan contoh yang paling mudah dipahami untuk variabel acak kontinu ini.

Misalkan :

Para buruh di sebuah wilayah akan diukur tinggi badannya. Jika kita menggunakan meteran dengan ketelitian sentimeter, maka tinggi setiap orang bisa kita anggap sebagai titik dalam meteran tersebut. Dengan demikian setiap ukuran X akan berhubungan titik-titik yang jumlahnya sangat banyak atau takterhingga

Distribusi Probabilitas Variabel Acak Diskrit

Distribusi Probabilitas variabel Acak Diskrit

Distribusi probabilitas variabel acak menggambarkan bagaimana suatu probabilitas didistribusikan terhadap nilai-nilai dari variabel acak tersebut. Untuk variabel diskrit X , distribusi probabilitas didefinisikan dengan fungsi probabilitas dan dinotasikan sebagai $p(x)$. Fungsi probabilitas $p(x)$ menyatakan probabilitas untuk setiap nilai variabel acak X .

Contoh:

Jumlah mobil terjual dalam sehari menurut jumlah hari selama 300 hari

Jumlah mobil terjual dalam sehari	Jumlah hari
0	54
1	117
2	72
3	42
4	12
5	3
Total	300

Distribusi Probabilitas Jumlah Mobil Terjual dalam Sehari

X	$p(x)$
0	0,18
1	0,39
2	0,24
3	0,14
4	0,04
5	0,01
Total	1,00

Dalam membuat suatu fungsi probabilitas untuk variabel acak diskrit, kondisi berikut harus dipenuhi.

1. $p(x) \geq 0$ atau $0 \leq p(x) \leq 1$
2. $\sum p(x) = 1$

Kita juga bisa menyajikan distribusi probabilitas dengan menggunakan grafik.

Distribusi Probabilitas Kumulatif Variabel Acak Diskrit

Fungsi probabilitas kumulatif digunakan untuk menyatakan jumlah dari seluruh nilai fungsi probabilitas yang lebih kecil atau sama dengan suatu nilai yang ditetapkan. Secara matematis, fungsi probabilitas kumulatif dinyatakan sebagai berikut.

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{X \leq x} p(x)$$

Dimana

$F(x) = P(X \leq x)$ menyatakan fungsi probabilitas kumulatif pada titik $X = x$ yang merupakan jumlah dari seluruh nilai fungsi probabilitas untuk nilai X sama atau kurang dari x .

Contoh :

Probabilitas Kumulatif dari jumlah mobil terjual dalam sehari

X	$F(x)$
0	0,18
1	0,57 (= 0,18 + 0,39)
2	0,81 (= 0,18 + 0,39 + 0,24)
3	0,95 (= 0,18 + 0,39 + 0,24 + 0,14)
4	0,99 (= 0,18 + 0,39 + 0,24 + 0,14 + 0,04)
5	1,00 (= 0,18 + 0,39 + 0,24 + 0,14 + 0,04 + 0,01)

Distribusi Probabilitas Variabel Acak Kontinu

Distribusi probabilitas variabel acak kontinu dinyatakan dengan fungsi $f(x)$ dan sering disebut sebagai fungsi kepadatan atau fungsi kepadatan probabilitas dan bukan fungsi probabilitas. Nilai $f(x)$ bisa lebih besar dari 1.

Fungsi kepadatan probabilitas harus memenuhi syarat sebagai berikut.

1. $f(x) \geq 0$
2. integral seluruh fungsi kepadatan probabilitas $f(x) = 1$
3. $P(a < X < b) = \int_a^b f(x) dx$

Catatan : $f(x) dx = P\{x \leq X \leq (x + dx)\}$, yaitu probabilitas bahwa nilai X terletak pada interval x dan $x + dx$.

Fungsi Probabilitas Kumulatif Variabel Acak Kontinu

Kalau pada variabel acak diskrit, fungsi probabilitas kumulatif dihitung dengan cara penjumlahan maka pada variabel acak kontinu, probabilitas kumulatif dicari dengan integral.

Fungsi Probabilitas Bersama

Bila X dan Y adalah dua variabel acak diskrit, distribusi probabilitas bersamanya dapat dinyatakan sabagai sebuah fungsi f(x,y) bagi sembarang nilai (x,y) yang dapat diambil oleh peubah acak X dan Y. Sehingga dalam rumus variabel acak diskrit.

$f(x,y) = p(X = x, Y = y)$

Dimana nilai f(x,y) menyatakan peluang bahwa x dan y terjadi secara bersamaan. Sedangkan distribusi probabilitas kumulatif bersama X dan Y terdiri dari nilai (x,y) dan f(x,y) untuk semua (X,Y)

Nilai Harapan Dan Varians Dari Variabel Acak Diskrit

Rata-rata (m) dari distribusi probabilitas adalah nilai harapan dari variabel acaknya. Nilai harapan variabel acak diskrit adalah rata-rata tertimbang terhadap seluruh kemungkinan hasil dimana penimbangannya adalah nilai probabilitas yang dihubungkan dengan setiap hasil. Nilai harapan diperoleh dengan menyatakan setiap kemungkinan hasil x dengan probabilitasnya P(X) dan kemudian menjumlahkan hasil perkalian tersebut. Nilai harapan dari variabel acak diskrit X yang dinotasikan dengan E(X) dirumuskan sebagai berikut.

$E(X) = x_1 p(x_1) + x_2 p(x_2) + \dots + x_N p(x_N)$

Dimana:

x_i = nilai ke-l dari variabel acak X

$p(x_i)$ = probabilitas terjadinya x_i

Selain rata-rata, ukuran statistic yang lain adalah varians dan standar deviasi. Varians (s^2) dari variabel acak diskrit didefinisikan sebagai berikut.

Varians dari variabel acak diskrit adalah rata-rata tertimbang dari kuadrat selisih antara kemungkinan hasil dan rata-ratanya dimana penimbangannya adalah probabilitas dari masing-masing hasil tersebut. Varians diperoleh dengan mengalikan setiap kemungkinan kuadrat selisih $(x_i - m)^2$ dengan probabilitasnya $p(x_i)$ dan kemudian menjumlahkan seluruh hasil perkalian tersebut. Sehingga varians dinyatakan sebagai berikut dimana:

x_i = nilai ke-l dari variable acak X

$p(x_i)$ = probabilitas terjadinya x_i

Standar deviasi s diperoleh dengan menarik akar dari s^2 .

Nilai Harapan dari Fungsi Probabilitas Bersama

Jika fungsi probabilitas bersama dinotasikan dengan $p(x, y)$ untuk variabel acak X dan Y, maka nilai harapan dari variabel acak $h(x, y)$ yang merupakan fungsi dari X dan Y adalah sebagai berikut.

$E[h(x, y)] = (\sum h(x, y) p(x, y)$

Dimana:

$h(x, y)$ adalah sembarang fungsi dari X dan Y

$p(x, y)$ adalah probabilitas terjadinya X dan Y secara bersama-sama.

Aturan-aturan dalam Menghitung Nilai Harapan.

- 1. $E(k) = k$, k = bilangan konstan.
- 2. Varians (k) = 0 dan varians (X) = s^2
- 3. $E(kX) = k E(X)$
- 4. Varians (kX) = k^2s^2
- 5. $E(X \pm Y) = E(X) \pm E(Y)$

$E(S X_i) = SE(X_i) \qquad i = 1, 2, \dots, n$

$E(Sk_i X_i) = S k_i E(X_i) \qquad i = 1, 2, \dots, n$

Kovarians Dan Aplikasinya Dalam Keuangan

Pada sub bab ini, kita pelajari konsep kovarians antara dua variabel dan kegunaannya dalam manajemen portfolio dan keungan.

Kovarians

Kovarians adalah suatu pengukur yang menyatakan variasi bersama dari dua variable acak. Kovarians antara dua variabel acak diskrit X dan Y dinotasikan dengan s_{xy} dan didefinisikan sebagai berikut dimana

X_i = nilai variable acak X ke-i

Y_i = nilai variable acak Y ke-i

$P(x_i, y_i)$ = probabilitas terjadinya x_i dan y_i

$i = 1, 2, \dots, N$

Nilai Harapan dari Penjumlahan Dua Variabel

Nilai harapan dari penjumlahan dua variable acak adalah sama dengan penjumlahan dari nilai harapan masing-masing variabel acak.

$$E(X + Y) = E(X) + E(Y)$$

Varsians dari Penjumlahan Dua Variabel

Varsians dari penjumlahan dua variabel acak adalah sama dengan jumlah varsians dari masing-masing variabel ditambah dua kali kovarians.

Standar Deviasi dari Penjumlahan dua Variabel

Portfolio Expected Return dan Fortfolio Risk

Setelah kita definisikan kovarians, expected return, dan standar deviasi dari penjumlahan dua variabel acak, kita dapat menerapkan konsep-konsep tersebut pada studi mengenai sekelompok asset yang merujuk pada apa yang disebut sebagai portfolio. Dengan menanamkan investasi yang disebarkan pada tidak hanya satu perusahaan, investor mengkombinasikan pengembalian dan meminimumkan resiko. Dalam studi portfolio, kita menggunakan penimbang untuk setiap jenis investasi dengan proporsi asset pada investasi tersebut. Hal ini memungkinkan kita untuk menghitung portfolio expected return dan portfolio risk.

Portfolio expected return untuk investasi dua asset sama dengan penimbang bagi asset X dikalikan dengan expected return dari asset X ditambah dengan penimbang bagi asset Y dikalikan dengan expected return asset Y.

$$E(P) = wE(X) + (1 - w) E(Y)$$

Dimana:

$E(P)$ = portfolio expected return

w = proporsi nilai portfolio dari asset X

$(1 - w)$ = proporsi nilai portfolio dari asset Y

$E(X)$ = expected return asset X

$E(Y)$ = expected return asset Y

Quiz


KONTAK KAMI

📍 Eduplex Coworking Space, Jln. Ir. H. Juanda Dago no. 84 Bandung, Jawa Barat, Indonesia

☎ +62-8211-6654-087

✉ bisaaimail@gmail.com

IJIN PENYELENGGARAAN


LEMBAGA KURSUS PELATIHAN (LKP)
BISA AI ACADEMY
 JENIS KURSUS : TEKNOLOGI INFORMASI
 DAN KOMPUTER
 Jl. Pasir Salam I No.5B, Ancol, Kec. Regol, Kota Bandung, Jawa Barat
 Website : <https://bisa.ai>
 Email : bisaaimail@gmail.com

CASE STUDY

[Webinar](#)

[Kompetisi](#)

[Freelance](#)

[Bootcamp](#)

[Diskusi Private](#)

[Kunjungan](#)

[Industri](#)

[Job Fair](#)

[Event Sosial](#)

[Ujian](#)

[Master Class +](#)

[OJT](#)

OFFICIAL PARTNERSHIP

