第五章　地理空间距离关系

地理空间距离可以分为定性和定量两种类型，在概念上，与数学上的广义距离不完全相同，地理空间距离所描述的对象一定是发生在地理空间上的，并反映了空间物体间的接近程度。一般地，在人们的习惯语义中，空间目标之间的定性空间距离往往依赖于一定的文化和经验，因而，从目标A到目标B之间的距离的远近不仅仅依赖于它们的绝对位置（绝对距离），同时还依赖于它们之间的相对尺寸和形状、相关目标的位置、所选择的参考系等各种因素。在人们的生活中，空间距离的远近甚至依赖于所使用的交通工具、旅行的花费（价格）等非空间位置因素。地理空间距离关系强调地理空间上两个地理目标之间在空间上的相离程度，也可以简称为：地理空间距离或空间距离，但是，地理空间距离关系还包含了空间距离之间的关系，例如长短关系。

第一节　空间距离的定义

一、空间距离的特性

在空间上，两个点之间距离可以理解为以这两个点为端点的直线段的长度，这种距离具有如下的特性：

1) 自反性：$d(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$。
2) 对称性：$d(x, y) = d(y, x)$。
3) 三角形边长的特征：$d(x, y) \leqslant d(x, z) + d(z, y)$。
4) 非负性：$d(x, y) \geqslant 0$

空间距离也可以用定性方式描述，例如远、近等。在GIS中，定性空间距离关系满足以下几个基本条件：

1） 定性空间距离的划分标准不同，空间距离关系的集合也会不同。
2） 在一定的划分标准下，距离关系集合为S_0、S_1、$S_2 \cdots S_n$，则它们应该满足条件：$S_0 \leqslant S_1 \leqslant S_2 \leqslant \cdots \leqslant S_n$，这就是单调性假设。
3） 邻近距离关系应该满足条件：$S_i \geqslant \Delta_{i-1}$，$\forall i > 0$；其中，$\Delta_{i-1} = S_i - S_{i-1}$。
4） 当一个距离S_j比它前面的距离关系S_i大很多时，可以认为：$S_i + S_j \approx S_j$。

二、空间距离的计算方法

1、点与点之间的距离

点与点之间的距离定义比较多，常见的是欧氏距离，在 2 维平面上，任意两点 $A(x_1, y_1)$和 $B(x_2, y_2)$之间的欧氏距离可以定义为：

$$d_E(A,B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

任意两点之间的曼哈顿距离为：

$$d_M(A,B)=|x_2-x_1|+|y_2-y_1|$$

即为这两点在 x 方向上的距离加上在 y 方向上的距离。两个点之间的棋盘距离为：

$$d_C(A,B)=\max\{|x_2-x_1|,|y_2-y_1|\}$$

即为这两点在 x 方向和 y 方向上的较大距离。

在栅格数据模型中，假设栅格单元为正方形，栅格单元尺寸为 1，那么平面上两个点之间的栅格路径距离可定义为：

当 $|y_2-y_1|>|x_2-x_1|$ 时，$d_R(A,B)=|x_2-x_1|+\sqrt{2}\cdot(|y_2-y_1|-|x_2-x_1|)$

当 $|y_2-y_1|\leqslant|x_2-x_1|$ 时，$d_R(A,B)=|y_2-y_1|+\sqrt{2}\cdot(|x_2-x_1|-|y_2-y_1|)$

在球面上，任意两个点 A 和 B 之间的距离是指经过这两个点的大圆的弧长，是球面上两点之间的最短距离。设球半径为 R，点 A 和 B 的球面坐标分别为(φ_1，λ_1)和(φ_2，λ_2)，则这两个点之间的球面距离为（以弧度计）：

$$d_G(A,B)=\cos^{-1}(AB)\cdot R$$

其中，$\cos(AB)=\cos(90°-\varphi_1)\cos(90°-\varphi_2)+\sin(90°-\varphi_1)\sin(90°-\varphi_2)\cos(\lambda_1-\lambda_2)$

2、点与线之间的距离

点状物体与线状物体之间的距离可以定义为：该点与线上点之间的距离的最小值，这样，点 P 与线 L 之间的距离可以表示为：

$$d_{PL}(P,L)=\min_{x\in L}(d_{Px})$$

空间数据库中的线 L 一般是由有限条直线段 L_1，L_2，…，L_n 组成，可以通过计算点 P 到这些直线段的最小距离来确定点 P 到线 L 的距离。设点 P 到直线段 L_1，L_2，…，L_n 的最小距离分别为 d_1，d_2，…，d_n，则点 P 到线 L 的距离为：

$$d_{PL}(P,L)=\min\{d_1,d_2,\cdots,d_n\}$$

3、点与面之间的距离

点 P 与面 A 之间有不同的距离概念：“中心距离”是点 P 与面 A 中某一个特定点 P_0（几何中心或者重心）之间的距离。“最小距离”是指点 P 与面 A 中所有点之间距离的最小值。“最大距离”是指点 P 与面 A 中所有点之间距离的最大值。

4、线与线之间的距离

两条线 L_1 和 L_2 之间的距离可以定义为线 L_1 上的点 P_1 与线 L_2 上的点 P_2 之间距离的最

小值，其表达式为：

$$d(L_1,L_2)=\min\{d(P_1,P_2)|P_1\in L_1,P_2\in L_2\}$$

5、线与面之间的距离

线 L 与面 A 之间的距离也可以定义为线 L 上点 P_L 与面 A 上的点 P_A 之间距离的最小值，其表达式为：

$$d(L,A)=\min\{d(L,A)|P_L\in L,P_A\in A\}$$

6、面与面之间的距离

两个面 A_1 与 A_2 之间的距离也可以分为三种："中心距离"是指两个面状物体的质心之间的距离；"最小距离"是指面 A_1 中的点 P_1 与 A_2 中的点 P_2 之间距离的最小值，即

$$d_{\min}(A_1,A_2)=\min\{d(P_1,P_2)|P_1\in A_1,P_2\in A_2\};$$

"最大距离"是指面 A_1 中的点 P_1 与 A_2 中的点 P_2 之间距离的最大值，即

$$d_{\max}(A_1,A_2)=\max\{d(P_1,P_2)|P_1\in A_1,P_2\in A_2\}。$$

第二节　空间距离关系的定性推理

前面所讨论的空间关系定性描述只局限于空间拓扑关系和空间方向关系，但是，空间距离关系也是非常重要的，这里，把空间距离关系单独拿出来讨论。空间目标 A 与 B 的接近程度不仅依赖它们的绝对位置，而且与它们的相对大小和形状有关。空间距离概念是依赖于周围环境的，但是，我们往往将所有的距离信息减少到一种绝对的度量尺度，定量方法试图避免周围环境的影响。Frank（1992 年）明确描述了地理空间中关于距离（近、远）和主方向（东、南、西、北）的定性推理的一种方法。

一、空间距离关系的定性描述

定义一种定性的空间距离关系需要三个元素：源目标 PO（Primary Object）、参考目标 RO（Reference Object）、以及参考框架 FR（Frame of Reference）。参考目标 A 和源目标 B 之间的距离表示为 $d_{AB}=d$（A，B）。出于空间认知的考虑，空间距离可以从不同空间粒度上进行定义，第一个粒度等级是：近（Close）和远（Far）。这两种关系将平面分为两个区域，这两个区域都是以参考目标为中心，并且外部区域是无限的。依据其它空间粒度等级，可以得到不同的空间距离关系体系。例如，可以将距离分为三个等级：近（Close）、适中（Medium）、远（Far）；分为四个等级：很近（Very close）、近（Close）、远（Far）、很远；分为五个等级很近（Very close）、近（Close）、相当（Commensurate）、远（Far）、很远。

这些关系的名称是任意的，这些关系可以通过圆形区域将平面进行分割（如图 5-1 所示）。

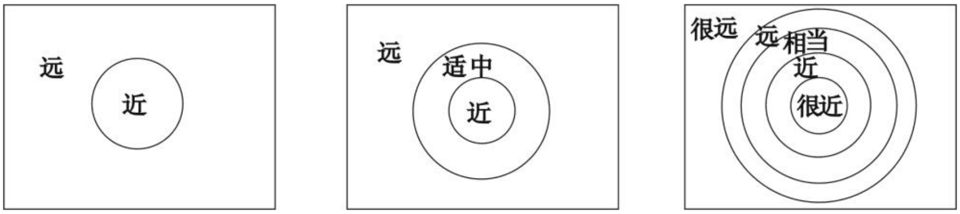


图 5-1　不同等级的距离分类

这种定性描述方法可以隐含地处理不确定性问题，因为如果在细致的等级中不能合适地区分某种关系，我们可以在更粗粒度等级中对其进行区分。理论上，在一个给定的粒度等级下，可以根据很多有序的距离 Q={q_0，q_1，⋯，q_n}来分割一个参考目标周围的空间。其中 q_0 离参考目标最近，而 q_n 离参考目标最远（可以到无穷远）。

二、空间距离关系的定性推理

假设参考目标 A 和源目标 B 之间的距离为 $d_{AB} = d(A, B)$，且 B 和 C 之间的距离为 $d_{BC} = d(B, C)$，则可以从这两个距离推理得到 A 和 C 之间的距离 d_{AC}。当然，所得到的这种距离一般是一个可能距离范围，也就是说，得到这个距离的上界和下界。D. Hernandez，E. Clementini 等（1995 年）提出了一种组合推理的方法，他们只考虑均匀的距离系统，在这种系统中，所有的距离关系是彼此联系的，并且提出了一些假设条件。为了描述这些假设，先区分δ_i和Δ_i的含义，前者是“第 i 个距离范围”，后者是“从原点到δ_i并且包含距离范围δ_i的距离范围”（图 5-2）。距离符号 q_i 表示距原点的所有距离，并且落入范围Δ_i。

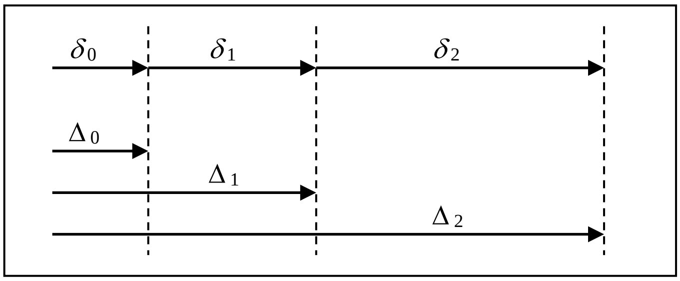


图 5-2　距离范围和到原点的距离

Hernandez D.等（1995 年）提出的约束条件如下：

1)　单调性：$\delta_0 \le \delta_1 \le \delta_2 \le \cdots \le \delta_n$

2)　范围限制：$\delta_i \ge \Delta_{i-1}, \forall i > 0$

3)　吸收律：$\delta_i \pm \delta_j \cong \delta_j$　（如果距离范围δ_j远大于它前面的δ_i（$\delta_j >> \delta_i$））

如果 AB 的方向与 BC 的方向相同（图 5-3），其推理相当于两个“正数”相加，所以距离的下界（LB）不能小于这两个距离中较大的那一个：

$$LB(d_{AC}) = d_{AB} \oplus d_{BC} = \max(d_{AB}, d_{BC})$$

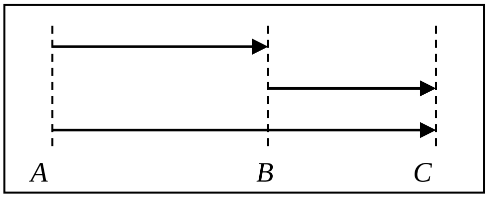


图 5-3　相同方向的距离组合

假设有序的距离关系为 $Q=\{q_0, q_1, \cdots, q_n\}$，如果没有结构上的限制，这种组合的上界（$UB$）就是 q_n。如果距离范围是单调递增的，我们可以得到：

$$UB(d_{AC}) = ord^{-1}(ord(d_{AB}) + ord(d_{BC}))$$

其中，函数 ord ()定义了距离的顺序，ord（Q）$\rightarrow\{1, \cdots, n+1\}$，$ord(q_i) = i + 1$，$ord^{-1}(i) = q_{i-1}$，若 $i>n$，则 $ord^{-1}(i) = q_n$。表 5-1 考虑了五种可能的距离情况，该组合表强调单调性，并且，距离的方向相同。例如：

$$UB(d_{AC}) = ord^{-1}(ord(q_0) + ord(q_0)) = ord^{-1}(1+1) = ord^{-1}(2) = q_{2-1} = q_1$$

$$UB(d_{AC}) = ord^{-1}(ord(q_0) + ord(q_4)) = ord^{-1}(1+5) = ord^{-1}(6) = q_4$$

表 5-1　相同方向的空间距离关系推理组合表（考虑第 1 个约束）

$\oplus$	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4
q_0	q_0, q_1	q_1, q_2	q_2, q_3	q_3, q_4	q_4
q_1	q_1, q_2	q_1, q_2, q_3	q_2, q_3, q_4	q_3, q_4	q_4
q_2	q_2, q_3	q_2, q_3, q_4	q_2, q_3, q_4	q_3, q_4	q_4
q_3	q_3, q_4	q_3, q_4	q_3, q_4	q_3, q_4	q_4
q_4	q_4	q_4	q_4	q_4	q_4

若考虑第 2）个约束条件，则两个距离关系组合中的上界为：

$$UB(d_{AC}) = succ(\max(d_{AB}, d_{BC}))$$

其中，函数 $succ$()表示距离关系表中的一个后继元素，若 $i<n$，则 $succ(q_i) = q_{i+1}$，且 $succ(q_n) = q_n$。因此，表 5-1 就变成了表 5-2。若考虑吸收律（第 3 个约束条件），可以进一步简化距离关系组合的上界，第 3 个约束条件允许忽略更小的距离，例如当两个距离的差别 $p = 2$ 时可以忽略，那么可以得到表 5-3，上界的计算方法如下：

$$\left|ord(d_{AB}) - ord(d_{BC})\right| \geq p \Rightarrow UB(d_{AC}) = \max(d_{AB}, d_{BC})$$

表 5-2　相同方向的空间距离关系推理组合表（考虑第 2 个约束）

$\oplus$	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4
q_0	q_0, q_1	q_1, q_2	q_2, q_3	q_3, q_4	q_4
q_1	q_1, q_2	q_1, q_2	q_2, q_3	q_3, q_4	q_4
q_2	q_2, q_3	q_2, q_3	q_2, q_3	q_3, q_4	q_4
q_3	q_3, q_4	q_3, q_4	q_3, q_4	q_3, q_4	q_4
q_4	q_4	q_4	q_4	q_4	q_4

表 5-3　相同方向的空间距离关系推理组合表（考虑第 3 个约束）

$\oplus$	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4
q_0	q_0, q_1	q_1, q_2	q_2	q_3	q_4
q_1	q_1, q_2	q_1, q_2	q_2, q_3	q_3	q_4
q_2	q_2	q_2, q_3	q_2, q_3	q_3, q_4	q_4
q_3	q_3	q_3	q_3, q_4	q_3, q_4	q_4
q_4	q_4	q_4	q_4	q_4	q_4

在两个距离方向相反的情况下（图 5-4），距离组合的上界是两个距离中较大的一个，因为这个组合对应的是两个“正数”之间的差，计算方法如下：

$$UB(d_{AC}) = d_{AB} \Theta d_{BC} = \max(d_{AB}, d_{BC})$$

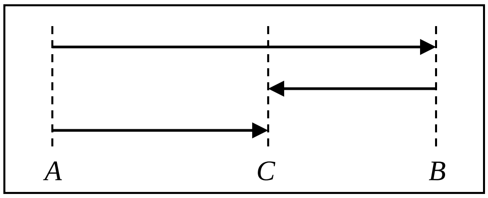


图 5-4　相反方向的距离组合

如果没有约束限制，下界就是 $LB(d_{AC}) = q_0$。然而运用与“相同方向”类似的策略，我们可以逐步限制这种下界。如果考虑第一个约束条件，下界就变为：

$$LB(d_{AC}) = ord^{-1}(\left|ord(d_{AB}) - ord(d_{BC})\right|)$$

当一个距离系统中有五种距离时，其组合推理表如表 5-4 所示。若考虑第 2 个约束条件，那么在给定的距离差 p 为 2 的情况下，下界的值为：

$$\left|ord(d_{AB}) - ord(d_{BC})\right| \geq 2 \Rightarrow LB(d_{AC}) = pred(\max(d_{AB}, d_{BC}))$$

其中，函数 *pred*()表示距离关系列表中某个元素的前一个元素，若 $i>0$，则 $pred(q_i) = q_{i-1}$，但是，$pred(q_0) = q_0$。其组合推理表如表 5-5 所示。若使用约束条件 3)，下界值为：

$$|ord(d_{AB}) - ord(d_{BC})| \geq p \Rightarrow LB(d_{AC}) = \max(d_{AB}, d_{BC})$$

当 p=2 时，其组合推理表如表 5-6 所示。

表 5-4　相反方向的空间距离组合推理表（考虑第 1 个约束）

Θ	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4
q_0	q_0	q_0, q_1	q_1, q_2	q_2, q_3	q_3, q_4
q_1	q_0, q_1	q_0, q_1	q_0, q_1, q_2	q_1, q_2, q_3	q_2, q_3, q_4
q_2	q_1, q_2	q_0, q_1, q_2	q_0, q_1, q_2	q_0, q_1, q_2, q_3	q_1, q_2, q_3, q_4
q_3	q_2, q_3	q_1, q_2, q_3	q_0, q_1, q_2, q_3	q_0, q_1, q_2, q_3	q_0, q_1, q_2, q_3, q_4
q_4	q_3, q_4	q_2, q_3, q_4	q_1, q_2, q_3, q_4	q_0, q_1, q_2, q_3, q_4	q_0, q_1, q_2, q_3, q_4

表 5-5　相反方向的空间距离组合推理表（考虑第 2 个约束）

Θ	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4
q_0	q_0	q_0, q_1	q_1, q_2	q_2, q_3	q_3, q_4
q_1	q_0, q_1	q_0, q_1	q_0, q_1, q_2	q_2, q_3	q_3, q_4
q_2	q_1, q_2	q_0, q_1, q_2	q_0, q_1, q_2	q_0, q_1, q_2, q_3	q_3, q_4
q_3	q_2, q_3	q_2, q_3	q_0, q_1, q_2, q_3	q_0, q_1, q_2, q_3	q_0, q_1, q_2, q_3, q_4
q_4	q_3, q_4	q_3, q_4	q_3, q_4	q_0, q_1, q_2, q_3, q_4	q_0, q_1, q_2, q_3, q_4

表 5-6　相反方向的空间距离组合推理表（考虑第 3 个约束）

Θ	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4
q_0	q_0	q_0, q_1	q_2	q_3	q_4
q_1	q_0, q_1	q_0, q_1	q_0, q_1, q_2	q_3	q_4
q_2	q_2	q_0, q_1, q_2	q_0, q_1, q_2	q_0, q_1, q_2, q_3	q_4
q_3	q_3	q_3	q_0, q_1, q_2, q_3	q_0, q_1, q_2, q_3	q_0, q_1, q_2, q_3, q_4
q_4	q_4	q_4	q_4	q_0, q_1, q_2, q_3, q_4	q_0, q_1, q_2, q_3, q_4

在一般情况下，两个距离关系的组合必须考虑任意可能的方向，并不是仅仅只有相同方向和相反方向这两种情形。但是，当考虑任意方向时，它们反映了距离组合结果的两种极端情况。相反方向距离的组合给出了组合后距离范围的下界，而相同方向距离的组合给出了组合后距离范围的上界。

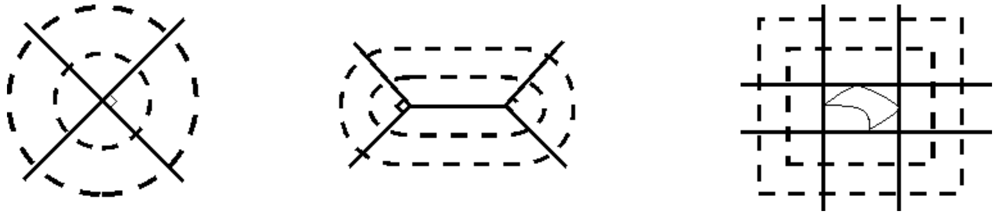
第三节　顾及空间距离的空间关系定性描述

在现实生活中经常会把距离和其他空间关系结合在一起进行空间推理，距离关系可以和方向关系、拓扑关系结合在一起，获取描述得更精确的空间知识。Zimmermann K.和Freksa C.（1993 年）提出了把距离和方位结合在一起的定性空间推理框架。如果把空间距离关系和空间方向关系或空间拓扑关系结合在一起，空间关系的描述就显得更复杂、更精确，但是，在前面的章节中主要以独立的方式讨论各种空间关系。

一、顾及空间距离关系的空间方向关系

在前面的章节中已讨论了多种空间方向关系的描述方法和推理方法，若增加距离关系，则描述模型就需要相应改变。Zimmermann K.和 Freksa C.（1993 年）就提出了把距离和方位结合在一起的空间方向关系描述方法，依据不同的距离限制条件就可以得到不同的描述空间方向的区域。

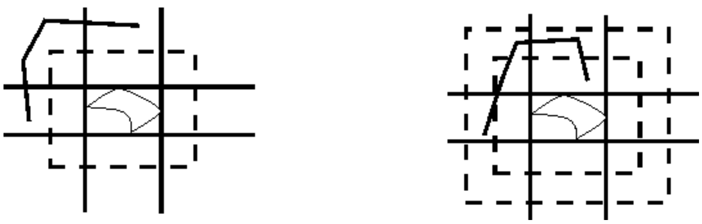
对于其它的空间方向参考系统，可以同样引入距离关系，如图 5-5 所示，每个方向区域（片）都可以依据距离关系再进行划分。



(a)　　(b)　　(c)

图 5-5　考虑距离关系的方向片的划分

这里，以图 5-5（c）的方向片为例来说明空间方向关系的描述方法。若只考虑空间方向，那么可以用一个 3×3 的矩阵来描述空间方向关系。当把方向片按照距离等级分区时，则不同距离等级的方向片应当单独用一个 3×3 的矩阵来描述。例如，图 5-6（a）可以表示为：$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$；图 5-6（b）可以表示为：$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$。当然，这些矩阵的元素还可以用源目标在不同距离等级的方向片上的比例来描述，而不只是表示“有”和“无”。



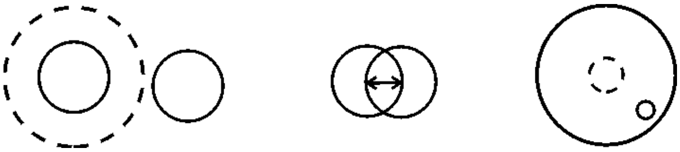
（a）　　（b）

图 5-6　源目标分布在不同距离等级的方向片上

二、顾及空间距离关系的空间拓扑关系

在前面的有关章节中空间拓扑关系的描述主要关心空间目标之间的连接性和包含性，但是，在实际应用中总是希望把这些特征与空间距离结合在一起，如图 5-7（a）所示，当两个目标相离时，源目标与参考目标之间的距离不同，它们之间的影响也会不同，图中把距离分为两个层次（远、近）。同样道理，当两个空间目标相交或相包含时，距离关系也同样起到非常重要的作用，例如，图 5-7（b）用相交部分的边界之间的距离说明了相交的程度；图 5-7（c）说明了在同样的包含关系条件下，被包含的目标与包含它的空间目标的边界会有不同的距离。

在“相离关系”的描述中，距离可以发挥很好的作用，最明显的例子是 Voronoi 图、等距离线或中心线等。



(a)　　(b)　　(c)

图 5-7　考虑距离关系的空间拓扑关系