

文章编号: 1671-8860(2006)11-0945-04

文献标志码: A

# GIS 线目标间拓扑关系描述的 4 交差模型

邓 敏<sup>1</sup> 李志林<sup>2</sup> 李永礼<sup>2</sup> 张雪松<sup>3</sup>

(1 中南大学测绘与国土信息工程系, 长沙市岳麓山, 410083)  
(2 香港理工大学土地测量与地理资讯学系, 香港九龙红磡)  
(3 华中师范大学城市与环境科学学院, 武汉市珞喻路 152 号, 430079)

**摘 要:** 提出了利用连通度不变量来区分单个线目标上具有不同拓扑特性的点, 进一步定义了线目标的端点集和内点集。在此基础上, 建立了  $IR^1$  和  $IR^2$  中线目标间拓扑关系的基本模型。该模型能有效地表达线目标间拓扑关系的变化特性。

**关键词:** 拓扑关系; 线目标; 拓扑距离; 概念邻域; 余维数

**中图法分类号:** P208

目前, 拓扑关系研究主要集中在面目标间拓扑关系的描述方法和形式化建模方面<sup>[1-3]</sup>, 并且提出的描述方法和模型仍未达成共识。归纳起来, 目前拓扑关系的描述存在的主要问题是: ① 已有的形式化描述模型仅是拓扑关系的粗糙描述和区分, 在分类上远未具有完备性; ② 这些描述模型仅仅比较适用于二维空间中的面目标, 而对于线与线、线与面目标间的拓扑关系描述并不是很适用<sup>[1, 4]</sup>, 尤其是当目标维数与镶嵌空间维数不一致时。

空间目标的拓扑特性以及目标间的拓扑关系是拓扑变换下的不变量, 即不因空间旋转、平移、放大/缩小等变换而发生改变。这意味着它们的区分标准也应该是拓扑不变量<sup>[1, 5-7]</sup>。并且, 这些不变量可以用来表征图形结构的不同拓扑特性。基于此, 本文首先提出利用连通度不变量来区分单个线目标构成元素的拓扑特性, 然后建立线目标间拓扑关系描述的基本模型——4 交差模型。

## 1 单个线目标的拓扑特性描述

### 1.1 余维数为零的情形

根据点集拓扑学理论, 一个集合  $A$  的拓扑边界  $\partial A$  被定义为它的闭包  $\bar{A}$  与它的外部的闭包

$\overline{A^-}$  的交集, 表达为:

$$\partial A = \bar{A} \cap \overline{A^-} \tag{1}$$

由于 GIS 中线目标可以视为一个闭集, 即有  $A = \bar{A}$ , 则式(1)变为:

$$\partial A = A \cap \overline{A^-} \tag{2}$$

相应地, 线目标的内部可以定义为:

$$A^0 = A - \partial A \tag{3}$$

分析式(1)可知, 在一维矢量空间( $IR^1$ )中的线目标边界是它的两个端点, 内部为除了两个端点之外的其余构成部分。相应地, 边界和内部的构成元素称为端点和内点。根据点集拓扑学理论, 端点和内点是由邻域概念得以区分的, 即对于任一内部点  $p_i$ , 总存在一个这样的对称开区间  $(p_i - \epsilon, p_i + \epsilon)$  包含在线目标集合内, 这里  $\epsilon$  是一个无穷小正数。进而, 定义所有的内点为线目标的内部。然而, 端点则不存在邻域, 因为在线目标  $A$  中不存在一个包含端点的无穷小的开区间。这表明内点和端点具有不同的拓扑特性。实用中, 也可以利用拓扑不变量来区分它们的拓扑差别。下面利用连通度拓扑不变量来区分和定义  $IR^1$  中线目标的边界和内部。

对于线目标上的任一点  $p_i$ , 它的连通度可以按如下方法确定: 首先以点  $p_i$  为圆心, 以无穷小正数  $\epsilon$  画一个圆, 然后计算圆与线目标的交点, 则

交点的个数就是点  $p_i$  的连通度, 记为  $D_n(p_i)$ 。另一种比较直观的确定方法是计算删除点  $p_i$  后导致的分离数。容易发现, 线目标的所有内点的连通度都为 2, 而端点的连通度为 1。于是, 式(2)和式(3)可以等价表达为:

$$\partial A = \{p_i \mid D_n(p_i) = 1, p_i \in A\} \quad (4)$$

$$A^0 = \{p_i \mid D_n(p_i) = 2, p_i \in A\} \quad (5)$$

式中,  $\partial A$ 、 $A^0$  分别为线目标的边界和内部。

1.2 余维数大于零的情形

当一个线目标  $A$  处在二维矢量空间  $IR^2$  时, 即余维数为 1, 根据式(2)可知, 线目标  $A$  的边界是它本身, 而内部是空集, 可以利用邻域概念更好地解释之。在  $IR^2$  中, 线目标上的任一点  $p_i$  的邻域可以定义为以  $p_i$  为圆心, 以无穷小正数  $\epsilon$  为半径的圆域  $c_\epsilon$ 。显然, 不可能有  $c_\epsilon \in A$  成立, 也就是说, 线目标上没有任何一点有邻域存在, 即线目标的内部为空集, 而边界则为线目标本身<sup>[4]</sup>。在这种情况下, 4 交模型和 9 交模型对线目标间拓扑关系的描述和区分将没有多大意义。但是, 利用 9 交模型区分的 33 种情形确实是不同的拓扑关系。对于相同的两个空间目标, 在低维镶嵌空间中可能的拓扑关系情形在高维空间中仍然成立,

并且在高维镶嵌空间中拓扑情形种类可能会增加或不变, 但不会减少。在现有的拓扑关系形式化描述中可能存在两方面的问题: 一方面是单个空间目标的拓扑区分; 另一方面可能是用于拓扑关系形式化描述的模型。因此, 如何识别和区分  $IR^2$  中线目标本身构成元素的拓扑差别是非常重要的, 这也是建立拓扑关系区分模型的基础。下面仍然采用连通度拓扑不变量来区分线目标上具有不同拓扑特性的点。

在  $IR^2$  中, 线目标上任一点的连通度的确定方法类似于在  $IR^1$  中。但是, 在  $IR^3$  中不同的是计算点的球域与线目标的交点个数, 依此类推, 在  $IR^n$  中线目标上任一点连通度的确定方法是计算  $n$  维球域与线目标的交点个数。不难发现, 在不同的镶嵌空间中, 对于同一个线目标, 点的连通度保持不变。同时, 根据连通度的取值, 则可以区分出线目标上具有不同拓扑特性的点。对于一个简单线目标, 仅存在 1 和 2 两个连通度, 如图 1, 称这两种具有不同连通度的点分别为端点和内点, 它们构成的集合则为端点集和内点集(为区别  $IR^2$  中的点集拓扑边界和内部), 并且仍可采用式(4)和式(5)进行定义。

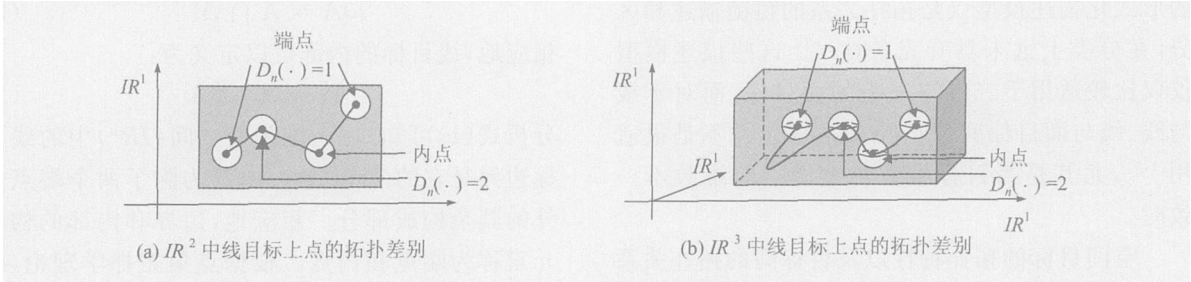


图 1 在  $IR^2$  和  $IR^3$  中线目标拓扑定义

Fig.1 Identification of the Topology Difference for a Line in  $IR^2$  and  $IR^3$

进而, 可以区分不同类型的线目标。图 2 列出了一些不同类型的线目标, 并且分别标识了各顶点的连通度。从图 2 中可以看出, 对于一个简单线目标, 其两个端点的连通度满足  $D_n(\cdot) = 1$ , 而除端点之外的所有内点则满足  $D_n(\cdot) = 2$ ; 而对于一个环线目标, 它的所有点的连通度都相同, 并且满足  $D_n(\cdot) = 2$ , 于是, 环线目标只有内点, 不存在端点。纵观上述定义与分析, 通过连通度这个拓扑不变量对线目标的拓扑进行区分和表达是合理的。

2  $IR^1$  中线目标间的拓扑关系

2.1 4 交差模型

前已述及, 一个线目标的拓扑可以区分为端

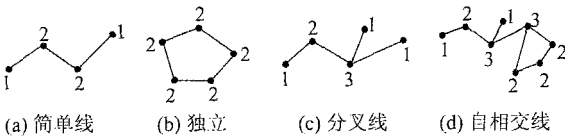


图 2 利用连通度区分的不同类型线目标

Fig.2 Various Types of Lines Distinguished by the Connective Degree

点集和内点集。这种特性在一定程度上说明了两线目标端点集之间交集的信息可由线目标内点集的交集和线目标本身的交集来表达。此外, 运用目标本身进行差集运算有利于区分更多的相交情形。为此, 本文建立一个 4 交差模型, 形式化表达为:

$$\chi(A, B) = \begin{bmatrix} A^0 \cap B^0 & A - B \\ B - A & A \cap B \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中, 交集( $A^0 \cap B^0$  和  $A \cap B$ )、差集( $A - B$  和  $B - A$ ) 取值为它们的分离数, 可以通过计算 Euler 示性数得到。对于一个  $n$  维目标集合, 它的 Euler 示性数可以表达为<sup>[9]</sup>:

$$\chi(O_n) = \sum_{i=0}^n (-1)^i a_i \quad (7)$$

其中,  $\chi(O_n)$  为一个  $n$  维空间目标的 Euler 示性数;  $a_i$  ( $0 \leq i \leq n$ ) 为  $O_n$  中含有  $i$  单纯形的个数。而对于一个非闭集合, 需要进行闭包处理<sup>[5]</sup>。进而, 根据式 (6), 可以完全区分  $IR^1$  中线目标间的拓扑关系, 如图 3。

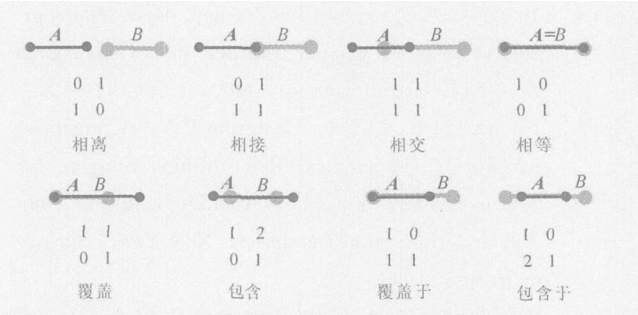


图 3 在  $IR^1$  中线目标间的 8 种可能拓扑关系  
Fig. 3 Eight Kinds of Topological Relations for Lines in  $IR^1$

2.2 拓扑关系的概念邻域

事实上, 图 3 中的 8 种线/线目标间拓扑关系在 Egenhofer 提出的 4 交模型下也能得以区分。但是, 4 交模型并不能反映两个线目标相互作用时拓扑关系的变化规律<sup>[19]</sup>。在此, 类似地利用 Egenhofer 等 (1992) 提出的拓扑距离计算方法表达拓扑距离函数  $d_r$  为:

$$d_r(\gamma_1, \gamma_2) = \sum_{i=1}^4 |x_1^i - x_2^i| \quad (8)$$

其中,  $\gamma_1, \gamma_2$  分别为两种拓扑关系; 而  $x_1^i, x_2^i$  ( $1 \leq i \leq 4$ ) 分别是  $\gamma_1, \gamma_2$  中的相对应元素。

根据式 (8) 则可计算出图 3 中任意两种拓扑关系的距离。结果列于表 1。

表 1  $IR^1$  中线目标间拓扑关系的距离

Tab. 1 Topological Distances Between Line/Line Relations in $IR^1$								
$d(-, -)$	相离	相接	相交	覆盖	包含	覆盖于	包含于	相等
相离	0	1	2	3	4	3	4	4
相接	1	0	1	2	3	2	3	3
相交	2	1	0	1	2	1	2	2
覆盖	3	2	1	0	1	2	3	1
包含	4	3	2	1	0	3	4	2
覆盖于	3	2	1	2	3	0	1	1
包含于	4	3	2	3	4	1	0	2
相等	4	3	2	1	2	1	2	0

在此基础上, 定义拓扑距离等于 1 的两种拓扑关系为邻域关系。反之, 如果  $\gamma_p$  与  $\gamma_q$  为邻域关系, 那么它们的拓扑距离满足  $d_r(\gamma_p, \gamma_q) = 1$ 。从表 1 中可以看出, “相离”与“相接”、“相交”与“覆盖”都是邻域关系, 进而, 定义由所有的邻域关系相连接而构成的图称为概念邻域图, 如图 4 为  $IR^1$  中线目标间拓扑关系的概念邻域图, 其中 “—” 为邻域关系连接符。

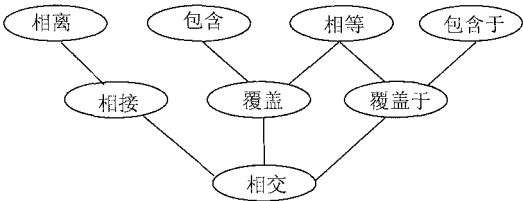


图 4 线目标间拓扑关系概念邻域图  
Fig. 4 A Conceptual Neighborhood Graph of Line/Line Relations

由此, 基于 4 交差模型定义的拓扑距离具有如下特性。

- (1)  $d_r(\gamma_1, \gamma_2) = d_r(\gamma_2, \gamma_1)$ , 即拓扑距离满足对称性。
- (2)  $0 \leq d_r(\gamma_1, \gamma_2) \leq 4$ , 即拓扑距离的有界非负性。当且仅当  $\gamma_1 = \gamma_2$  时, 才有  $d_r(\gamma_1, \gamma_2) = 0$  成立, 并且, 拓扑距离的最大值等于 4。拓扑距离越大, 在一定程度上表明两种拓扑关系之间难以转换。
- (3)  $d_r(\gamma_1 + \gamma_2) + d_r(\gamma_2, \gamma_3) \geq d_r(\gamma_1, \gamma_3)$ , 即拓扑距离的最短路径特性。这里, 最短路径是指从一种关系到另一种关系所需最少拓扑变化次数的过程。从上面概念邻域图中能容易看到, 包含关系变化到相等关系的最短路径为包含-覆盖-相等, 所以它们的距离等于 2; 再如, 从相接关系变化到包含于关系的最短路径为相接-相交-覆盖于-包含于, 而不是相接-相交-覆盖-相等-覆盖于-包含于, 于是它们之间的距离为 3, 而不是 5。反之, 如果某两个关系的拓扑距离为  $k$ , 那么从一个关系变化到另一个关系至少需要经过  $k$  次变化。

3  $IR^2$  中线目标间的拓扑关系

根据 4 交差模型, 可区分出  $IR^2$  中两线段目标之间的 11 种拓扑关系情形。与图 3 比较, 在  $IR^2$  中线段目标间拓扑关系情形比在  $IR^1$  中增加了 3 种交叉情形, 这主要是由于一维线段目标镶嵌在二维空间时增加了自由度, 即余维数等于 1, 见图 5。

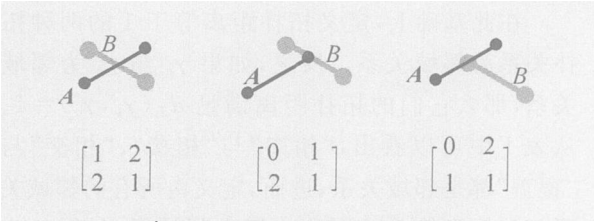


图 5  $IR^2$  中线段目标间增加的 3 种拓扑关系

Fig. 5 Topological Relations for Lines Embedded in  $IR^2$

对于  $IR^2$  中两个折线目标, 它们的拓扑关系情形可以为无穷多种。例如, 两个折线相交  $n$  次的拓扑关系就不同于相交  $n - 1$  次, 并且交的类型也有很多种。相应地, 4 交差模型在二维空间的区分能力也大大增强了, 这可从它的元素取值范围容易发现。在  $IR^1$  中, 它的 4 个元素取值范围分别为:

$$\begin{cases} 0 \leq \chi(A^0 \cap B^0) \leq \chi(A \cap B) \leq 1 \\ 0 \leq \chi(A - B) \leq \chi(B - A) \leq 2 \end{cases} \quad (9)$$

其中  $\chi(\cdot)$  为相应交、差集的分离子数。而在  $IR^2$  中, 它的 4 个元素取值范围为:

$$\begin{cases} 0 \leq \chi(A^0 \cap B^0) \leq \chi(A \cap B) < +\infty \\ 0 \leq \chi(A - B) \leq \chi(B - A) < +\infty \end{cases} \quad (10)$$

当 4 交差模型中元素取不同值时, 则表示拓扑关系情形也不同。因此, 理论上 4 交差模型可以区分无穷种拓扑关系情形。然而在实际应用与分析中, 用户查询分析的问题一般较为简单。

## 4 结 语

(1) 连通度不变量能够有效地区分和表达线目标构成元素的拓扑差异, 并且不受镶嵌空间维数的影响。

(2) 4 交差模型能够完备地区分和描述  $IR^1$  中线目标间的拓扑关系, 而且有效地表达了线目标相互作用过程中拓扑性质的变化, 因此, 4 交差模型在分析和推理两目标间的拓扑关系方面具有一定的优势。

(3) 对于  $IR^2$  中的线目标, 4 交差模型能够完备区分两线段目标间的 11 种拓扑关系, 但它对折线目标间拓扑关系的区分能力仍然是很有限的, 不能区分两个线目标相交的详细情形, 这有待于进一步扩展 4 交差模型和拓扑关系描述方法。

## 参 考 文 献

[ 1 ] Egenhofer M, Franzosa R. Point set Topological Spatial Relationships[ J ]. International Journal of Geographical Information Systems, 1991, 5 ( 2 ): 161 174

[ 2 ] Randell D, Cui Z, Cohn A. A Spatial Logical based on Regions and Connection[ C ]. The 3rd International Conference on Knowledge Representation and Reasoning, San Mateo, 1992

[ 3 ] Chen Jun, Li Chengming, Li Zhilin, et al. A Voronoi based 9 intersection Model for Spatial Relations[ J ]. International Journal of Geographical Information Science, 2001, 15(3): 204 220

[ 4 ] Li Zhilin, Li Yongli, Chen Yongqi. Basic Topological Models for Spatial Entities in 3 Dimensional Space[ J ]. GeoInformatica, 2000, 4 ( 4 ): 419 433

[ 5 ] Clementini E, Di F P, Oosterom P V. A Small Set for Formal Topological Relationships Suitable for End user Interaction[ M ]. // Abel D, Beng Chin Ooi. Advances in Spatial Databases. New York: Springer Verlag, 1993

[ 6 ] Clementini E, Di F P. Topological Invariants for Lines[ J ]. IEEE Trans on Knowledge and Data Engineering, 1998, 10: 38 54

[ 7 ] 邓敏, 冯学智, 陈晓勇. 面目标间拓扑关系形式化描述的层次模型[ J ]. 测绘学报, 2005, 34( 2 ): 142 147

[ 8 ] Breunig M. Integration of Spatial Information for Geo information Systems[ M ]. New York: Springer Verlag, 1996.

[ 9 ] 邓敏, 张雪松, 林宗坚. 拓扑关系形式化描述的 Euler 示性数模型[ J ]. 武汉大学学报 · 信息科学版, 2004, 34( 10 ): 872 876

[ 10 ] Deng Min, Chen Xiaoyong, Kusanagi M, et al. Reasoning of Topological Relations Between Imprecise Regions[ J ]. Geographic Information Sciences, 2004, 10( 1 ): 73 81

[ 11 ] Egenhofer M, Al Taha K. Reasoning about Gradual Changes of Topological Relationships[ C ]. The International Conference GIS—from Space to Territory: Theories and Methods of Spatio temporal Reasoning in Geographic Space, Pisa, Italy, 1992

第一作者简介: 邓敏, 博士, 主要研究 GIS 空间关系理论与应用、遥感与 GIS 空间数据质量和地理信息不确定性分析与建模。

E mail: lsdmin@polyu. edu. hk

( 下转第 974 页 )

性能评价[J]. 计算机应用研究, 2004, 21(10):  
128-130

第一作者简介: 邹勤, 硕士。研究方向为数字图像处理和模式识别。

E-mail: zq\_qvb@126.com

## Fusion of Remote Sensing Images Based on Morphological Pyramid and Its Performance Evaluation

ZOU Qin<sup>1</sup> JIA Yonghong<sup>1</sup>

(1 School of Remote Sensing and Information Engineering, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan 430079, China)

**Abstract:** A fusion method is introduced which is based on morphological pyramid decomposition, and applied to ikonos images. As a non linear filter, the morphological filter outperforms the linear filter(eg. Gaussian filter) in precise edge localization, and better represents the detailed spatial information of images. Results and analysis of the experiments show that the fusion method based on morphological pyramid is better than the methods stemming from Laplacian pyramid or contrast pyramid.

**Key words:** morphological pyramid; image fusion; multiresolution analysis; Laplacian pyramid; contrast pyramid

**About the first author:** ZOU Qin, master, his research interests include digital image processing, pattern recognition.

E-mail: zq\_qvb@126.com

(上接第 948 页)

## A Generic Model of Line/Line Topological Relations in GIS

DENG Min<sup>1</sup> LI Zhilin<sup>2</sup> LI Yongli<sup>2</sup> ZHANG Xuesong<sup>3</sup>

(1 Department of Surveying and Geo informatics, Central South University, Yuelushan, Changsha 410083, China)

(2 Department of Land Surveying and Geo informatics, The Hong Kong Polytechnic University, Kowloon, Hong Kong)

(3 College of Urban and Environment Sciences, Huazhong Normal University, 152 Luoyu Road, Wuhan 430079, China)

**Abstract:** The concept of connective degree is utilized for the identification of topological difference in the geometric structure of a line, its generally topological definition of a line is given. A generic model, called the 4 intersection and difference, is set up for the description of basic line/line topological relations, upon which a conceptual neighborhood graph is built with the consideration of topological distance. It concludes that the proposed model in this paper can represent the property of topological changes, and basic relations between line segments in  $IR^1$  and  $IR^2$ .

**Key words:** topological relations; line object; topological distance; conceptual neighborhood; co-dimension

**About the first author:** DENG Min, Ph.D. His research focuses on GIS and especially on spatial relations theory and its application, spatial information uncertainty and data quality. He has published over 40 papers.

E-mail: lsdmin@polyu.edu.hk