研究生课程试卷

2019 - 2020 学年 第二学期期末

《非线性控制理论》

考试时间 2020 年 5 月 29 日

学 号 ________

姓 名________

成 绩 ________

北京航空航天大学

自动化科学与电气工程学院

2020 年 5 月

2019 - 2020 学年 第二学期期末试卷

学号__________ 姓名___________ 成绩__________

考试日期：2020 年 5 月 29 日 19:00—22:00， 考试地点：

考试科目：《非线性控制理论 A》（A 卷）

题目：

一、（共 20 分，每小题 5 分）试分析判断以下非线性系统的原点是否稳定、是否渐近稳定、是否全局渐近稳定。

（1）$\dot{x}_1 = x_1 - x_2 - x_2^2,\ \dot{x}_2 = x_2 + x_1$； (2) $\dot{x}_1 = -x_2,\ \dot{x}_2 = \dfrac{x_1}{1+x_1^2}$；

(3) $\dot{x}_1 = -x_1^3 - \sin x_2,\ \dot{x}_2 = 2x_1$； (4) $\dot{x}_1 = x_2,\ \dot{x}_2 = -x_1 - \dfrac{x_2}{1+x_2^2}$.

二、（共 10 分，每小题 5 分）考虑非线性系统

（1）$\dot{x} = -x^3 + x^2\cos x + |x| + d(t)\left(|d(t)| \le D < \infty\right)$；

（2）$\dot{x}_1 = -x_1^3 - x_2 + x_1 u^3,\ \dot{x}_2 = -x_2^3 + x_1 - x_2 u^2$ 。

试证明系统（1）的解有界和毕竟一致有界，并求出最终界的大小；试证明系统（2）输入-状态稳定。

三、（共 10 分，每小题 5 分）利用中心流形定理分析如下非线性系统原点的稳定性:

（1）$\dot{x}_1 = -x_1 + x_2^3,\ \dot{x}_2 = x_1$； （2）$\dot{x}_1 = -x_1 + x_2^2,\ \dot{x}_2 = x_3 - 2x_1x_2,\ \dot{x}_3 = x_1x_2 - x_3$

（提示：系统（1）考虑变换 $y = x_1 + x_2,\ z = x_1$；系统（2）考虑变换：$y = x_2 + x_3,\ z_1 = x_1,\ z_2 = x_3$ 。）

四、（共 10 分，每小题 5 分）考虑非线性系统

$$\dot{x}_1 = u,\ \dot{x}_2 = x_3 + \frac{1}{3}x_3^3,\ \dot{x}_3 = x_2 + \frac{1}{3}x_2^3 - u\ 。$$

（1）试求出相对阶为 3 的输出函数 $h(x)$，并构造状态和输入变换实现全状态反馈线性化；

（2）试设计状态反馈控制律使得闭环系统的原点全局渐近稳定。

五、（共 10 分，每小题 5 分）考虑非线性系统

$$\dot{x}_1 = x_1 - \sin x_2,\ \dot{x}_2 = x_1^2 + u,\ y = Lx_1 - x_2\ \ (L \neq 0)$$

其中 (x_1, x_2) 为系统状态，y 为系统输出。

（1）试确定非零常参数 L 的取值范围使得以上系统为最小相位系统（即系统的零动态在原点渐近稳定）；

（2）利用输入–输出反馈线性化方法设计控制律使得闭环系统的原点渐近稳定。

六、（共 10 分，每小题 5 分）考虑系统 $\dot{x}_1 = \dfrac{x_2}{1+x_2^2},\ \dot{x}_2 = -x_2 - x_1^2 + u$ 的原点镇定问题。

（1）利用局部线性化方法设计控制律使得闭环系统的原点局部渐近稳定，并给出原点吸引区的一个估计。

（2）构造控制律使得正定函数 $V = \dfrac{1}{2}(x_1^2 + x_2^2)$ 非增，并使得闭环系统的原点全局渐近稳定。

七、（共 10 分，每小题 5 分）考虑以下非线性系统：

(1) $\dot{x}_1 = x_2 - \sin x_1,\ \dot{x}_2 = x_2^2 + u$； (2) $\dot{x}_1 = -x_1^3 + x_1^2 x_2,\ \dot{x}_2 = x_3 + x_2^2,\ \dot{x}_3 = u$ 。

试利用反步法设计状态反馈控制律使得系统的原点全局渐近稳定。

八、（共 10 分，每小题 5 分）考虑以下非线性时变系统：

(1) $\dot{x}_1 = -x_1 - x_2^2,\ \dot{x}_2 = -\left(1 - \cos t\right) x_2$；

(2) $\dot{x}_1 = -x_1 - x_2 x_3,\ \dot{x}_2 = -x_2 - x_3^2 \cos(t),\ \dot{x}_3 = x_2(-x_1 - x_2 x_3)$ 。

试利用巴巴拉特引理及其它稳定性理论证明以上系统的状态均趋于零。（提示：题（1）首先证明 x_2 趋于零；题（2）首先证明非负函数 $V = \dfrac{1}{2}(x_1^2 + x_3^2)$ 非增）。

九、（共 10 分）考虑非线性系统

$\dot{x}_1 = x_2 - x_1^2,\ \ \dot{x}_2 = u_1 + d$

其中 d 为未知有界干扰，满足 $|d| \le D$，D 已知。试设计非连续滑模控制器使得系统的状态趋于零。