

北京航空航天大学

2011—2012 学年 第二学期期末

《最优估计理论》

研究生考试卷

班 级 _____ 学 号 _____

姓 名 _____ 成 绩 _____

2012 年 5 月 27 日

班级_____ 学号_____ 姓名_____ 成绩_____

《最优估计理论》期末考试卷

(2012 年 5 月 27 日, 星期日, 17:00~19:00, B121 教室)

1. 判断正误 (20 分)

- 1) 在随机变量服从正态分布但统计特性未知情况下, 线性最小方差估计与极大似然估计具有相同的估计精度;
- 2) 使用非加权常规最小二乘法 $\hat{\mathbf{X}} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{Z}$ 进行估计, 若已知噪声统计特性可以提高估计精度;
- 3) 利用正交定理推导 Kalman 滤波方程时, 仅考虑估计误差与观测值的正交性, 因此最优估计解没有无偏性的约束;
- 4) \mathbf{K} 、 \mathbf{P} 阵可离线解算是各类 Kalman 滤波器的共性特征;
- 5) 平滑滤波利用时刻 k 以后的观测数据对 k 时刻的状态进行估计;
- 6) 估计误差协方差阵 \mathbf{P} 的渐进性必然会导致 \mathbf{P} 极限的存在;
- 7) 衰减记忆滤波、限定记忆滤波对模型误差引起的发散现象有抑制作用;
- 8) 强跟踪滤波器是通过有效调节 \mathbf{P} 阵达到自适应目的的;
- 9) 序贯处理能够有效抑制计算舍入误差;
- 10) UKF 通过对非线性函数的较高精度逼近改善滤波精度。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

正确的在题号对应的空格处划 \checkmark , 否则划 \times 。

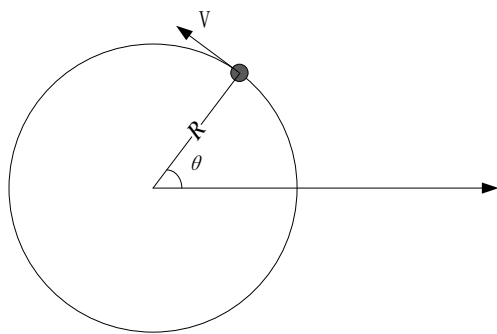
2. (15 分) 信号 z 服从变化规律: $Z=at+bt^2$, 其中 a 与 b 是服从正态分布的随机变量,

t	1	2	3	4	5	6
Z	2.95	10.05	21.5	35.96	55.7	78.1

上表给出不同时刻 z 信号的测量值, 且不同时刻测量精度相同, a 、 b 的极大似然估计结果怎样。(提示: 注意估计准则之间的相互关系)

3. (20 分) 如图所示有一物体沿半径为 50 米的圆形轨道运动, 其理想速率未知, 但速率变化服从方差为 $1(\text{米/秒})^2$ 的正态分布, 若仅能实现对 θ 角的测量, 并已知其测量误差方差为 5° , 为实现对其运动参数有效估计:

- 1) 构建稳定、离散的 Kalman 滤波问题滤波器, 实现运动速率的估计, 并证明其稳定性;
- 2) 若初始状态 (θ_0, v_0) 为 $(30^\circ, 5 \text{ 米/秒})$, 以 0.5 秒为间隔的两次观测序列为 33° 、 36.8° 度, 请给出速度的 2 次估计值;
- 3) 讨论圆周半径对估计结果的影响, 分析其原因。(提示: 有多种情况需要考虑)



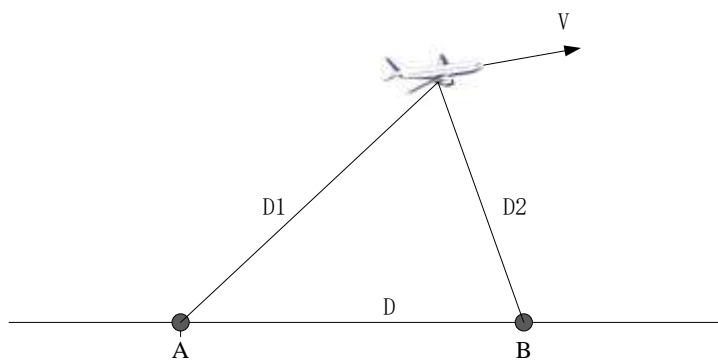
(此页空白，为答题页)

4. (20 分) 飞机以匀速直线飞行, 若 A、B 两测量点及飞机构成的平面与飞机速度矢量共面, 测量点距离为 $D=10\text{km}$, 两测量点仅能提供飞机距离信息 D_1 、 D_2 , 观测误差方差为别为 0.1km^2 、 0.2km^2 ; 飞机水平速度分量为 200m/s , 方差为 $16(\text{m/s})^2$; 天向速度分量为 50m/s , 方差为 $8(\text{m/s})^2$, 为实现对飞机位置坐标的估计, 请完成以下工作:

- 1) 给出飞机位置估计的数学模型;
- 2) 利用 EKF 并根据以下测量结果给出第 1 秒飞机位置最优估计;

T(s)	0	1	2
D1(m)	7805	8003	8158
D2(m)	6246	6327	6206

- 3) 若有三个不共线、位置已知测量点; 飞机匀速飞行, 但速度分量未知。请给出利用 Kalman 滤波实现飞机位置估计的滤波器模型 (包括状态、观测方程)。



(此页空白，为答题页)

5. （25 分）针对 Kalman 滤波，给出如下问题的回答：

- 1) 列写噪声不相关、无输入情况下预测问题、滤波问题求解方程组；
- 2) 分析 Kalman 滤波的主要特性；
- 3) 对比两组公式的异同之处，并进行原因说明；
- 4) 为什么预测问题中 $P(k+1|k)$ 、滤波问题中 $P(k|k)$ 含有负项？

(此页空白，为答题页)

6. (附加题: 10 分) 固定区间平滑问题的求解公式如下

$$\begin{aligned}\hat{X}(k|N) &= \hat{X}(k|k) + A_s(k)[\hat{X}(k+1|N) - \Phi(k+1, k)\hat{X}(k|k)] \\ A_s(k) &= P(k|k)\Phi^T(k+1, k)[\Gamma(k+1, k)Q_k\Gamma^T(k+1, k) \\ &\quad + \Phi(k+1, k)P(k|k)\Phi^T(k+1, k)]^{-1}\end{aligned}$$

请比较分析与滤波问题求解公式的差异, 并说明道理。