Анализ свойств меры Хартли

Экспериментатор одновременно подбрасывает монету (М) и кидает игральную кость (К). Какое количество информации содержится в эксперименте (Э)?

Аддитивность:

$i(Э) = i(M) + i(K) => i(12 \text{ исходов}) = i(2 \text{ исхода}) + i(6 \text{ исходов}) : \ \log_x 12 = \log_x 2 + \log_x 6$

Неотрицательность:

Функция $log_x N$ неотрицательно при любом $x > 1$ и $N \geq 1$

Монотонность:

С увеличением $p(M)$ или $p(K)$ функция $i(Э)$ монотонно возрастает.

Принцип неопределённости:

При наличии всегда только одного исхода (монета и кость с магнитом) количество информации равно нулю: $\log_x 1 + log_x 1 = 0$

Клод Шеннон
(1916--2001)

Мера Хартли подходит лишь для систем с равновероятными состояниями.
Если состояния системы S не равновероятны, используют меру Шеннона:

$$i(S) = -\sum_{i=1}^{N} p_i \cdot log_2 p_i,$$

где N – число состояний системы,
pi – вероятность того, что система S находится в состоянии i (сумма всех p_i равна 1).

Формула Хартли является частным случаем формулы Шеннона!

Пример 1. Количество информации в акте подбрасывания обычной монеты по формуле Хартли равно $\log_2 2 = 1$ бит. По формуле Шеннона получим то же $i_{s1} = -0,5 * \log_2 0,5 - 0,5 * \log_2 0,5 = 1$ бит.

Пример 2. При подбрасывании монеты со смещённым центром тяжести количество