Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет ИТМО

Кафедра Вычислительной Техники
Дисциплина: Информатика

Лабораторная работа №7
Работа с системой компьютерной вёрстки TEX

Данилов Павел Юрьевич
P3110

Санкт-Петербург
2020

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КРУЖОК

А. Д. Бендукиндзе,
А. К. Сулаквелидзе

ВЫЧИСЛЕНИЕ СУММ

Вычисление сумм - один из важнейших и интереснейших вопросов математики. Существуют разные методы вычисления сумм. В статье рассказывается о двух из них.

1. В математике и ее многочисленных приложениях для сокращенной записи суммы употребляется специальный знак. Это Σ - буква греческого алфавита «сигма». Запись суммы посредством знака Σ часто бывает очень удобной. Познакомимся с этим знаком.

Пусть дана сумма вида

$$a_1 + a_2 + ... + a_n.$$

Все слагаемые этой суммы обозначены одной буквой, для отличия использованы индексы. Данную сумму сокращенно можно записать в следующем виде:

$$\sum_{k=1}^{n} a_k.$$

Читается: «сигма a_k, k меняется от 1 до n». Для такой записи берется «типичное» слагаемое суммы, в нашем случае a_k *), перед ним пишется знак Σ и указываются границы измерения k. Например, запись

$$\sum_{k=1}^{10} k.$$

означает сумму $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$,

*) a_k называется общим членом суммы

а запись

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)}$$

- сумму

$$\frac{1}{1*2} + \frac{1}{2*3} + ... + \frac{1}{(n-1)*n} + \frac{1}{n*(n+1)}$$

Нетрудно проверить следующие свойства знака Σ:

$$\sum_{k=1}^{n} 1 = n, \sum_{k=1}^{n} (ca_k) = c\sum_{k=1}^{n} a_k,$$

$$\sum_{k=1}^{n} (a_k + b_k) = \sum_{k=1}^{n} a_k + \sum_{k=1}^{n} b_k.$$

Проверим, к примеру, второе свойство. По определению

$$\sum_{k=1}^{n} ca_k = ca_1 + ca_2 + ... + ca_n,$$

поэтому, согласно известному свойству сумммы, имеем:

$$\sum_{k=1}^{n} ca_k = c(a_1 + a_2 + ... + a_n).$$

Но выражение в скобках есть не что иное, как

$$\sum_{k=1}^{n} a_k$$

и, следовательно,

$$\sum_{k=1}^{n} ca_k = c\sum_{k=1}^{n} a_k$$

П р и м е р.

№	Занумерованные дроби	β=0,
1.	0, $\boxed{1}$ 2 3 4 5 6 7 8 0 1...	2
2.	0, 2 $\boxed{4}$ 6 1 4 5 3 2 1 4...	5
3.	0, 1 3 $\boxed{2}$ 4 5 3 1 7 8 2...	3
4.	0, 0 1 4 $\boxed{6}$ 7 2 7 8 0 1...	7
5.	0, 4 2 3 1 $\boxed{2}$ 1 4 5 6 0...	3
6.	0, 5 6 7 2 4 $\boxed{5}$ 8 0 1 2...	6
7.	0, 2 4 3 5 6 7 $\boxed{8}$ 0 2 4...	0
8.	0, 7 5 4 6 2 1 2 $\boxed{0}$ 1 2...	1
9.	0, 8 0 8 0 1 0 2 2 $\boxed{2}$ 2...	3
. . . .		. . .

$$\beta = 0,25376013...$$

З а д а ч а 1. Доказать, что построенная дробь β не входит в ихсодную последовательность.

Итак, второй факт доказан, перейдем к первому.

Сначала обсудим поучительную историю об универсальной библиотеке. сколь угодно длинные пробелы (в частности, благодаря этому в число пятисотстраничных книг можно включить книги, состоящие из меньшего числа непустых страниц). В результате книгу можно предстваить себе как последовательность из 50 X 40 X 500 = 10^6 знаков, каждый из которых может быть одним из 100 знаков наборной азбуки (литер), т. е. как одно слово из миллиона букв в языке. алфавит которого состоит из 100 букв. Обратите внимание, что это сведение стало возможным благодаря введению знака пробела, иначе последовательность знаков могла бы не определять книгу однозначно(ее можно поразному разбить на слова).

З а д а ч а 2. Доказать, что число различных слов длины n в языке, алфавит которого состоит из k букв, равно k^n *).