

Группа Р3110 К работе допущен _____ Студент Данилов Павел Юрьевич

Работа выполнена

Преподаватель Коробков Максим Петрович

Отчет принят _____

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №1.07V Маятник Максвелла

Время проведения замеров: 05.12.2020 14:54

1. Цель работы.

1. Изучение динамики плоского движения твердого тела на примере маятника Максвелла
2. Проверка выполнения закона сохранения энергии маятника с учетом потерь на отражение и трение
3. Определение центрального осевого момента инерции маятника Максвелла

2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

Рассчитать I_c маятника.

Сравнить I_c и $I_{\text{теор}}$

Исследовать зависимости E_k и $E_{\text{полн}}$ от высоты маятника

3. Объект исследования.

Маятник Максвелла

4. Метод экспериментального исследования.

Прямое многократное измерение времени движения маятника, прямое однократное измерение времени прохождения рамки осью маятника (для разных положений и высот)

5. Рабочие формулы и исходные данные.

$H_0 = 1\text{ м} \pm 0,005\text{ м}$, $m = 0,47 \pm 0,01\text{ кг}$, $r = 0,0025 \pm 0,0001\text{ м}$, $R = 0,065\text{ м}$

$$\alpha \Delta h_i = \frac{gt^2}{2}$$

$$I_c = (\alpha - 1)mr^2$$

$$I_c(\text{теор}) = mR^2$$

$$v_i = \frac{2r}{t_i}$$

$$Ek = \frac{1}{2} m \left(\frac{Ic}{mr^2} + 1 \right) * v_i^2$$

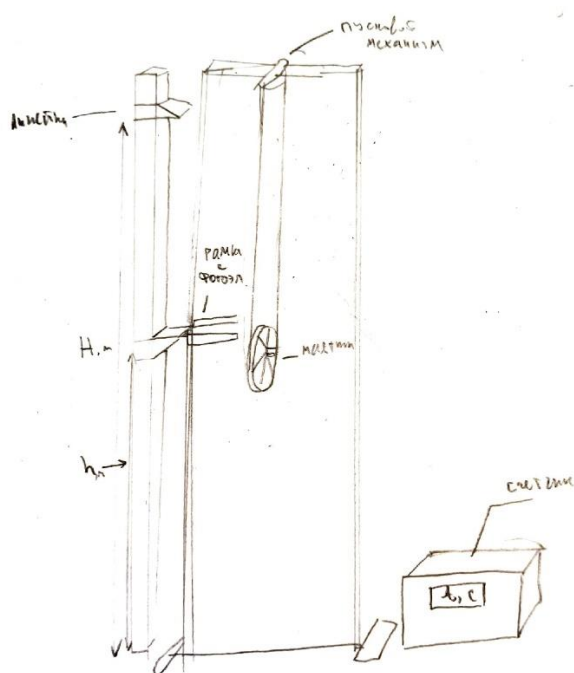
$$Ep = mgH$$

$$H = L - \Delta hi$$

6. Измерительные приборы.

№ п/п	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон	Погрешность прибора
1	Секундомер	Цифровой	до 10 сек	$\pm 0,00005c$
2	Линейка	-	$\leq 1m$	$\pm 0,005m$

7. Схема установки (перечень схем, которые составляют Приложение 1).



8. Результаты прямых измерений и их обработки (таблицы, примеры расчетов).

Таблица 1

h0=10см	hi, см						
	20	30	40	50	60	70	80
t1, мс	2615,6	3716,6	4554,6	5271,1	5895	6453,2	6971,8
t2, мс	2615,8	3713,7	4559	5263,8	5894,8	6464,7	6980,9
t3, мс	2616,1	3715,1	4562,1	5272,2	5892	6455,8	6982,4
t4, мс	2615,6	3716,6	4554,7	5269,5	5894,5	6458,4	6979,1
t5, мс	2616,7	3712,6	4561	5273,6	5891,8	6462,1	6971
deltahi, м	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
<t>, мс	2615,78	3715,5	4557,6	5269,15	5894,075	6458,03	6978,55
1/2*(g<ti>^2), м	33,5956	67,7823	101,989	136,321	170,574	204,777	239,118

Таблица 2

h0=10см	hi						
	20	30	40	50	60	70	80
t1,мс	52,6	37,4	30,6	26,4	23,6	21,6	20,1
t2,мс	81	44,3	33,8	28,4	25	22,5	20,9
t3,мс	81	44,4	33,8	28,6	25,2	22,8	20,8
v1,м/с	0,095	0,134	0,163	0,189	0,212	0,231	0,249
v2,м/с	0,062	0,113	0,148	0,176	0,200	0,222	0,239
v3,м/с	0,062	0,113	0,148	0,175	0,198	0,219	0,240

9. Расчет результатов косвенных измерений (таблицы, примеры расчетов).

Расчет высот:

$$\frac{gt_1^2}{2} = 9,82 * 2,61578 * \frac{2,61578}{2} = 33,60\text{м}$$

$$\Delta h_1 = 0,2 - 0,1 = 0,1\text{м}$$

Расчет момента инерции:

$$x_1 * y_1 = 0,1 * 33,6 = 3,36\text{м}^2$$

$$x_1 * x_1 = 0,01\text{м}^2$$

$$\alpha_1 = \frac{\sum x_i * y_i}{\sum x_i * x_i} = 341,13$$

$$I_c = (\alpha - 1)mr^2 = 340,13 * 0,47 * 0,0025 * 0,0025 = 0,0010\text{кг} * \text{м}^2$$

$$I_c(\text{теор}) = mR^2 = 0,47 * 0,065 * 0,065 = 0,0020\text{кг} * \text{м}^2$$

Расчет скорости:

$$v_i = \frac{2r}{t_i} = 2 * \frac{0,0025}{0,0526} = 0,095\text{м/с}$$

Расчет энергии:

$$E_{k1} = \frac{1}{2}m \left(\frac{I_c}{mr^2} + 1 \right) * v_1^2 = \frac{1}{2} * 0,47 * \left(\frac{0,001}{0,47 * 0,0025 * 0,0025} + 1 \right) * 0,095 * 0,095 = 0,72\text{Дж}$$

$$E_{p1} = mgH = 0,47 * 9,82 * (1 - 0,1) = 4,15\text{Дж}$$

$$E_{\text{полн}} = 4,154 + 0,724 = 4,88\text{Дж}$$

Таблица 3:

	1	2	3	4	5	6	7		
$x_i * y_i, \text{м}^2$	3,36	13,56	30,60	54,53	85,29	122,87	167,38		
$x_i * x_i, \text{м}^2$	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49		
$\sum x_i * y_i, \text{м}^2$	477,58	$\sum x_i * x_i, \text{м}^2$	1,40	$\text{eps}(\alpha), \%$	0,17	$I_c, \text{кг} \cdot \text{м}^2$	0,0010	$\text{eps}(\alpha-1), \%$	0,17
α	341,13	$\text{CKO}(\alpha)$	0,29	$\text{delta}(\alpha)$	0,59	$I_c(\text{теор}), \text{кг} \cdot \text{м}^2$	0,0020	$\text{eps}(r^2), \%$	5,66
$(y_i - \alpha x_i)^2$	0,27	0,20	0,12	0,017	0,00012	0,01	0,11	$\text{eps}(m), \%$	2,13
$\sum (y_i - \alpha x_i)^2$	0,72							$\text{eps}(I_c), \%$	6,05
								$\text{delta}(I_c), \text{кг} \cdot \text{м}^2$	0,000060

Таблица 4:

Н	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3
Ек1, Дж	0,72	1,43	2,14	2,88	3,60	4,30	4,96
Епот1, Дж	4,15	3,69	3,23	2,77	2,31	1,85	1,38
Еполн1, Дж	4,88	5,13	5,37	5,64	5,91	6,14	6,35
Ек2, Дж	0,31	1,02	1,75	2,48	3,21	3,96	4,59
Епот2, Дж	4,15	3,69	3,23	2,77	2,31	1,85	1,38
Еполн2, Дж	4,46	4,71	4,99	5,25	5,51	5,80	5,97
Ек3, Дж	0,31	1,02	1,75	2,45	3,16	3,86	4,63
Епот3, Дж	4,15	3,69	3,23	2,77	2,31	1,85	1,38
Еполн3, Дж	4,46	4,71	4,99	5,22	5,46	5,70	6,02

10. Расчет погрешностей измерений (для прямых и косвенных измерений).

Рассчитаем СКО для α :

$$СКО(\alpha) = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \alpha x_i)^2}{6 \cdot \sum x_i^2}} = 0,293$$

$$\Delta\alpha = 2 \cdot СКО(\alpha) = 0,59$$

$$\varepsilon\alpha = \frac{0,59}{341,13} \cdot 100\% = 0,17\%$$

Рассчитаем погрешности для момента инерции:

$$\varepsilon(\alpha - 1) = \frac{0,59}{340,13} \cdot 100\% = 0,17\%$$

$$\varepsilon(r) = \frac{0,0001}{0,0025} \cdot 100\% = 4\%$$

$$\varepsilon(r^2) = \sqrt{2} \cdot \varepsilon(r) = 5,66\%$$

$$\varepsilon(m) = \frac{0,01}{0,47} \cdot 100\% = 2,13\%$$

$$\varepsilon(I_c) = \sqrt{\varepsilon(r^2)^2 + \varepsilon(m)^2 + \varepsilon(\alpha - 1)^2} = 6,05\%$$

$$\Delta I_c = I_c \cdot \frac{6,05}{100} = 0,000060 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$I_c = (0,00010 \pm 0,000060) \text{ кг} \cdot \text{м}^2$;	$e_{1.1} = 6,05\%$;	$\alpha = 0,95$
--	----------------------	-----------------

11. Графики (перечень графиков, которые составляют Приложение 2).

График 1:

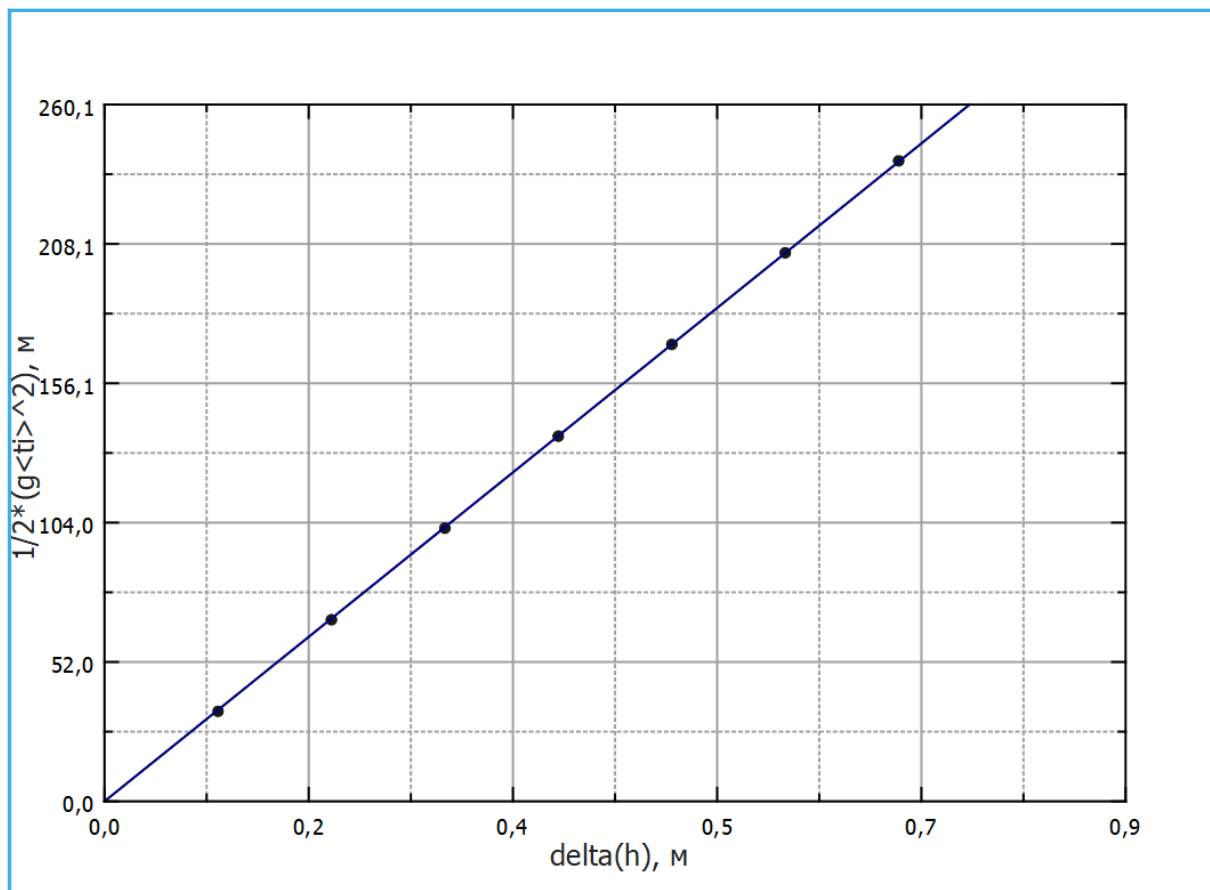
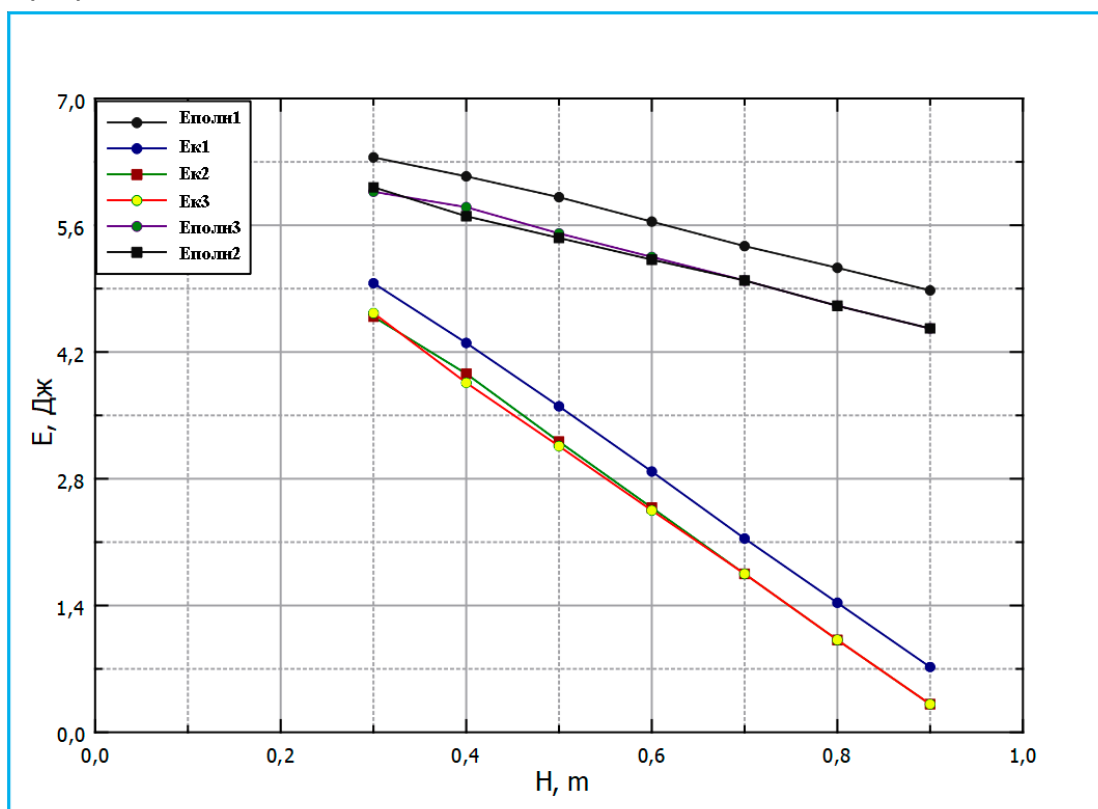


График 2:



12. Окончательные результаты.

$$I_c = (0,00010 \pm 0,000060) \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$\epsilon_{1.1} = 6,05\%;$$

$$\alpha = 0,95$$

$$I_c = 0,00010 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \quad I_{c\text{теор}} = 0,00020 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Графики зависимости полной и кинетической энергий от высоты представлены в п.11

13. Выводы.

1. В результате проведенного исследования мы получили момент инерции, который в два раза меньше теоретического. Это объясняется недопустимостью предположения о том, что вся масса маятника сосредоточена на внешней поверхности его маховика, т. к. в этом случае внутренний и внешний радиусы его диска должны совпадать, что явно не правда.

Если считать, что внутри маятника есть некоторое кольцо определенного диаметра и массы (возможно, состоящее из воздуха, что следует из некоторых (но не всех) иллюстраций из методички), необходимо использовать другую формулу для расчета $I_{c(\text{теор})}$:

$$J_{\text{теор}} = \frac{1}{8} m_0 D_0^2 + \frac{1}{8} m_d (D_0^2 + D_d^2) + \frac{1}{8} m_k (D_d^2 + D_k^2)$$

Где m_0, D_0 – масса и диаметр оси; m_d, D_d – масса и внешний диаметр маятника; m_k, D_k – масса и внешний диаметр кольца (внутренний диаметр маятника).

Сравнить I_c с $I_{c\text{теор}}$, полученным по данной формуле у нас не получится из-за нехватки данных об установке.

Если же считать внешний диаметр маятника равным нулю (тогда маятник по сути – плотный цилиндр), необходимо использовать формулу:

$$I_c = \frac{mR^2}{2}$$

При подстановке исходных значений в эту формулу мы получаем результат, равный $I_c = 0,000993 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. Тогда погрешность нашего результата 0,7%, что достаточно мало. Учитывая, что измерения выполнялись на виртуальной установке, где погрешность крайне мала, можно предположить, что кольцо маятника действительно представляет из себя плотный цилиндр, как на данной иллюстрации (из методических указаний по данной ЛР):

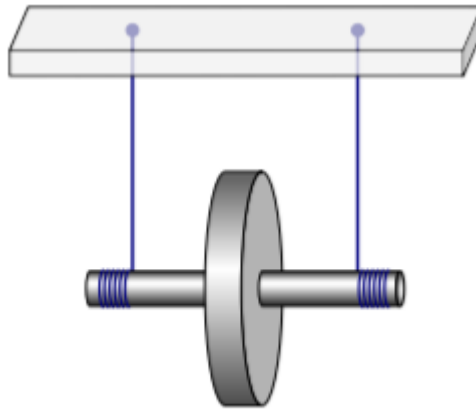


РИС. 1. Маятник Максвелла

2. По *графику 2* можно заметить, что, как полная, так и кинетическая энергия (внутри одного положения, т. е. например рассматриваем изменения E_{k1}) убывают с возрастанием высоты рамки с фотоэлементом. Линейность убывания кинетической энергии явно следует из ее формулы ($E_k \sim v^2$), т. к. $v \sim \sqrt{h}$ ($v \sim t$, $h \sim t^2$) $\Rightarrow E_k \sim h$. Соответственно с убыванием высоты замера E_k возрастает, т. к. скорость в нижней точке траектории движения маятника максимальна.

Возрастание полной энергии с убыванием высоты можно объяснить только неправильной работой виртуальной модели маятника. *)

Заметим, что каждая точка графика E_{k2} и E_{k3} ниже графика E_{k1} на некоторую константу. Аналогичная ситуация с графиками $E_{полн2}$, $E_{полн3}$, $E_{полн1}$. Это объясняется тем, что при достижении маятника нижней точки его траектории, сила натяжения нитей резко возрастает за маленький интервал времени (возникает рывок нитей) и маятник теряет часть своей кинетической энергии (которая уходит на неупругую деформацию нитей), а вектор его скорости разворачивается. Это происходит между первым и вторым измерениями, $E_{k1} > E_{k2}$ и $E_{полн1} > E_{полн2}$. Между измерениями 2 и 3 подобного рывка не происходит (скорость постепенно убывает до 0 и потом маятник начинает падение) \Rightarrow кинетическая энергия сохраняется, что мы и наблюдаем на графике (разница между графиками E_{k2} , E_{k3} ; $E_{полн2}$, $E_{полн3}$ объясняется погрешностью).

*) С точки зрения законов физики, если пренебречь взаимодействием с воздухом и трением нитей о стержни (которые достаточно малы), система ось-маятник-нити является замкнутой. Следовательно, ее $E_{полн} = \text{const}$. Заметим, что в момент времени t_0 полная энергия системы $= E_{п}$ (маятника), если пренебречь $E_{п}$ нитей и оси (они малы по ср. с $E_{п}$ маятника). Тогда $E_{сист} = E_{п0} = mgh_0 = 4,62 \text{ Дж}$. Но заметим, что, к примеру, $E_{полн1}$ принимает значения $[4,88; 6,35]$, что противоречит ЗСЭ.

Теоретически мы должны были получить график $E_{полн}$, близкий к прямой, параллельной оси H , возможно, имеющий небольшой уклон ($k > 0$), т. к. у системы есть потери энергии (на трение нити о стержень, на трение о воздух). График с $k < 0$, который мы получили, объяснить, иначе как ошибкой установки, невозможно, ведь $k < 0$, по сути, значит, что система имеет какой-то внешний постоянный источник энергии, хотя по факту это не так. Наиболее логичное объяснение полученному графику – неверное вычисление установкой времени прохождения оси маятника через рамку (по которому мы считаем мгновенные скорости). Тогда получается, что неверно измеряется зависящая от этих значений времени кинетическая энергия (по моему предположению, она имеет постоянное отклонение в большую сторону).

14. Дополнительные задания.

15. Выполнение дополнительных заданий.

16. Замечания преподавателя (исправления, вызванные замечаниями преподавателя, также помещают в этот пункт).