

Алгебра логики: введение

домашнее задание

Костылев Влад, Б01-208

18 сентября 2022 г.

№1

$$\neg(x = y) \wedge ((y < x) \rightarrow (2z > x)) \wedge ((x < y) \rightarrow (x > 2z))$$

$$\Rightarrow (x \neq y) \wedge ((y \geq x) \vee (2z > x)) \wedge ((x \geq y) \vee (x > 2z))$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 16; \\ \left[\begin{array}{l} x \leq 16; \\ x < 14 \end{array} \right] \Rightarrow x = 15 \\ \left[\begin{array}{l} x \geq 16; \\ x > 14. \end{array} \right] \end{cases}$$

№2

x	y	z	$\neg y$	$x \wedge \neg y$	$\neg((x \wedge \neg y) \wedge z)$
0	0	0	1	0	1
0	0	1	1	0	1
0	1	0	0	0	1
0	1	1	0	0	1
1	0	0	1	1	1
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	0	1
1	1	1	0	0	1

№3

$$1 \oplus x_1 \oplus x_2 = \neg x_1 \oplus x_2 = x_1 \oplus \neg x_2 = (x_1 \leftrightarrow x_2)$$

$$(x_1 \rightarrow x_2) \wedge (x_2 \rightarrow x_1) = (\overline{x_1} \vee x_2) \wedge (\overline{x_2} \vee x_1) = (x_1 \leftrightarrow x_2) \Rightarrow \text{ч.т.д.}$$

№4 а) $x \wedge (y \rightarrow z) \stackrel{?}{=} (x \wedge y) \rightarrow (x \wedge z)$

$$x \wedge (y \rightarrow z) = x \wedge (\overline{y} \vee z) = (x \wedge \overline{y}) \vee (x \wedge z)$$

$$(x \wedge y) \rightarrow (x \wedge z) = (\overline{x \wedge y}) \vee (x \wedge z) \Rightarrow \text{неверно}$$

б) $x \oplus (y \leftrightarrow z) \stackrel{?}{=} (x \oplus y) \leftrightarrow (x \oplus z)$

$$x \oplus (y \leftrightarrow z) = x \oplus \overline{y} \oplus z$$

$$(x \oplus y) \leftrightarrow (x \oplus z) = (\overline{x \oplus y}) \oplus (x \oplus z) = (\overline{y} \oplus x) \oplus (x \oplus z) = \overline{y} \oplus z \Rightarrow \text{неверно}$$

№5 а) $x \rightarrow y \stackrel{?}{=} y \rightarrow x$

x	y	$x \rightarrow y$	$y \rightarrow x$
0	0	1	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	1	1	1

\Rightarrow неверно

b) $(x \rightarrow y) \rightarrow z \stackrel{?}{=} x \rightarrow (y \rightarrow z)$

x	y	z	$x \rightarrow y$	$(x \rightarrow y) \rightarrow z$	$y \rightarrow z$	$x \rightarrow (y \rightarrow z)$
0	0	0	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0	1
0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1
1	1	0	1	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1

\Rightarrow неверно

№6 а) $f(x_1, x_2, x_3) = 00111100$

x_1	x_2	x_3	$f(x_1, x_2, x_3)$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

$\Rightarrow x_1, x_2$ — существенные, x_3 — фиктивная,

т.к. $f(0, x_2, x_3) \neq f(1, x_2, x_3)$ и $f(x_1, 0, x_3) \neq f(x_1, 1, x_3)$

b) $g(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \rightarrow (x_1 \vee x_2)) \rightarrow x_3$

$$(x_1 \rightarrow (x_1 \vee x_2)) \rightarrow x_3 = (\overline{x_1} \vee x_1 \vee x_2) \rightarrow x_3 = 1 \rightarrow x_3 = 0 \vee x_3 = x_3$$

$\Rightarrow x_1, x_2$ — фиктивные, x_3 — существенная

№7 Доказать: $f(x_1, \dots, x_n) = (x_1 \vee f(0, x_2, \dots, x_n)) \wedge (\overline{x_1} \vee f(1, x_2, \dots, x_n))$

$x_1 = 0 \Rightarrow$

$$f(0, x_2, \dots, x_n) = (0 \vee f(0, x_2, \dots, x_n)) \wedge \overbrace{(1 \vee f(1, x_2, \dots, x_n))}^1 = (0 \vee f(0, x_2, \dots, x_n)) = f(0, x_2, \dots, x_n)$$

$x_1 = 1 \Rightarrow$

$$f(1, x_2, \dots, x_n) = \overbrace{(1 \vee f(0, x_2, \dots, x_n))}^1 \wedge (0 \vee f(1, x_2, \dots, x_n)) = (0 \vee f(1, x_2, \dots, x_n)) = f(1, x_2, \dots, x_n)$$

\Rightarrow ч.т.д.

№8 Функция истинна $\forall i \in \mathbb{N} : x_i^{\alpha_i} = 1$. Если будет хотя бы один 0, то функция будет ложна (набор одних конъюнкций) \Rightarrow т.к. x_1, x_2, \dots, x_n - это некий фиксированный набор, то:

$$\forall i \in \mathbb{N}, i \leq n : \alpha_i = \begin{cases} 1, x_i = 1; \\ 0, x_i = 0; \end{cases}$$

\Rightarrow набор $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ фиксирован, ч.т.д.