Алгебра логики: введение
домашнее задание

Костылев Влад, Б01-208

18 сентября 2022 г.

№1

$$\neg(x=y)\wedge((y<x)\to(2z>x))\wedge((x<y)\to(x>2z))$$
$$\Rightarrow\ (x\neq y)\wedge((y\geq x)\vee(2z>x))\wedge((x\geq y)\vee(x>2z))$$
$$\Leftrightarrow\ \begin{cases} x\neq 16; \\ \left[\begin{array}{l} x\leq 16; \\ x<14 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x\geq 16; \\ x>14. \end{array}\right. \end{cases} \implies\ x=15$$

№2

x	y	z	$\neg y$	$x\wedge\neg y$	$\neg((x\wedge\neg y)\wedge z)$
0	0	0	1	0	1
0	0	1	1	0	1
0	1	0	0	0	1
0	1	1	0	0	1
1	0	0	1	1	1
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	0	1
1	1	1	0	0	1

№3

$$1\oplus x_1\oplus x_2=\neg x_1\oplus x_2=x_1\oplus\neg x_2=(x_1\leftrightarrow x_2)$$
$$(x_1\to x_2)\wedge(x_2\to x_1)=(\overline{x_1}\vee x_2)\wedge(\overline{x_2}\vee x_1)=(x_1\leftrightarrow x_2)\Rightarrow ч.т.д.$$

№4 **a)** $x\wedge(y\to z)\stackrel{?}{=}(x\wedge y)\to(x\wedge z)$

$$x\wedge(y\to z)=x\wedge(\overline{y}\vee z)=(x\wedge\overline{y})\vee(x\wedge z)$$
$$(x\wedge y)\to(x\wedge z)=(\overline{x\wedge y})\vee(x\wedge z)\Rightarrow \textit{неверно}$$

b) $x\oplus(y\leftrightarrow z)\stackrel{?}{=}(x\oplus y)\leftrightarrow(x\oplus z)$

$$x\oplus(y\leftrightarrow z)=x\oplus\overline{y}\oplus z$$
$$(x\oplus y)\leftrightarrow(x\oplus z)=(\overline{x\oplus y})\oplus(x\oplus z)=(\overline{y}\oplus x)\oplus(x\oplus z)=\overline{y}\oplus z\Rightarrow \textit{неверно}$$

№5 **a)** $x\to y\stackrel{?}{=}y\to x$

x	y	$x \to y$	$y \to x$
0	0	1	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	1	1	1

$$\Rightarrow \textit{неверно}$$

b) $(x \to y) \to z \stackrel{?}{=} x \to (y \to z)$

x	y	z	$x \to y$	$(x \to y) \to z$
0	0	0	1	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

$y \to z$	$x \to (y \to z)$
1	1
1	1
0	1
1	1
1	1
1	1
0	0
1	1

$$\Rightarrow \textit{неверно}$$

№6 **a)** $f(x_1, x_2, x_3) = 00111100$

x_1	x_2	x_3	$f(x_1, x_2, x_3)$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

$\Rightarrow x_1, x_2 -$ существенные, $x_3 -$ фиктивные,

т.к. $f(0, x_2, x_3) \neq f(1, x_2, x_3)$ и $f(x_1, 0, x_3) \neq f(x_1, 1, x_3)$

b) $g(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \to (x_1 \vee x_2)) \to x_3$

$$(x_1 \to (x_1 \vee x_2)) \to x_3 = (\overline{x_1} \vee x_1 \vee x_2) \to x_3 = 1 \to x_3 = 0 \vee x_3 = x_3$$

$\Rightarrow x_1, x_2 -$ фиктивные, $x_3 -$ существенная

№7 Доказать: $f(x_1, \ldots, x_n) = (x_1 \vee f(0, x_2, \ldots, x_n)) \wedge (\overline{x_1} \vee f(1, x_2, \ldots, x_n))$

$x_1 = 0 \Rightarrow$

$$f(0, x_2, \ldots, x_n) = (0 \vee f(0, x_2, \ldots, x_n)) \wedge \overbrace{(1 \vee f(1, x_2, \ldots, x_n))}^{1} = (0 \vee f(0, x_2, \ldots, x_n)) = f(0, x_2, \ldots, x_n)$$

$X_1 = 1 \Rightarrow$

$$f(1, x_2, \ldots, x_n) = \overbrace{(1 \vee f(0, x_2, \ldots, x_n))}^{1} \wedge (0 \vee f(1, x_2, \ldots, x_n)) = (0 \vee f(1, x_2, \ldots, x_n)) = f(1, x_2, \ldots, x_n)$$

$\Rightarrow$ ч.т.д.

№8 Функция истинна $\forall i \in \mathbb{N} : x_i^{\alpha_i} = 1$. Если будет хотя бы один 0, то функция будет ложна (набор одних конъюнкций) $\Rightarrow$ т.к. $x_1, x_2, \ldots, x_n$ - это некий фиксированный набор, то:

$$\forall i \in \mathbb{N}, i \leq n : \alpha_i = \begin{cases} 1, x_i = 1; \\ 0, x_i = 0; \end{cases}$$

$\Rightarrow$ набор $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ фиксирован, ч.т.д.