

Отчет о выполнении лабораторной работы 1.4.8

Измерение модуля Юнга методом акустического резонанса

Костылев Влад, Б01-208

30 ноября 2022 г.

Аннотация

Цель работы: исследовать явление акустического резонанса в тонком стержне; измерить скорость распространения продольных звуковых колебаний в тонких стержнях из различных материалов и различных размеров; измерить модули Юнга различных материалов.

В работе используются: генератор звуковых частот, частотомер, осциллограф, электромагнитные излучатель и приёмник колебаний, набор стержней из различных материалов.

1 Теоретическая справка

Основной характеристикой упругих свойств твёрдого тела является его модуль Юнга E . Согласно закону Гука, если к элементу среды приложено некоторое механическое напряжение σ , действующее вдоль некоторой оси x . (напряжения по другим осям при этом отсутствуют), то в этом элементе возникнет относительная деформация вдоль этой же оси $\varepsilon = \frac{\Delta x}{x_0}$, определяемая соотношением:

$$\sigma = \varepsilon E \quad (1)$$

Если с помощью кратковременного воздействия в некотором элементе твёрдого тела создать малую деформацию, она будет далее распространяться в среде в форме волны, которую называют акустической или звуковой. Распространение акустических волн обеспечивается за счёт упругости и инерции среды. Волны сжатия/растяжения, распространяющиеся вдоль оси, по которой происходит деформация, называются продольными. Как будет строго показано далее, скорость u распространения продольной акустической волны в простейшем случае длинного тонкого стержня определяется соотношением:

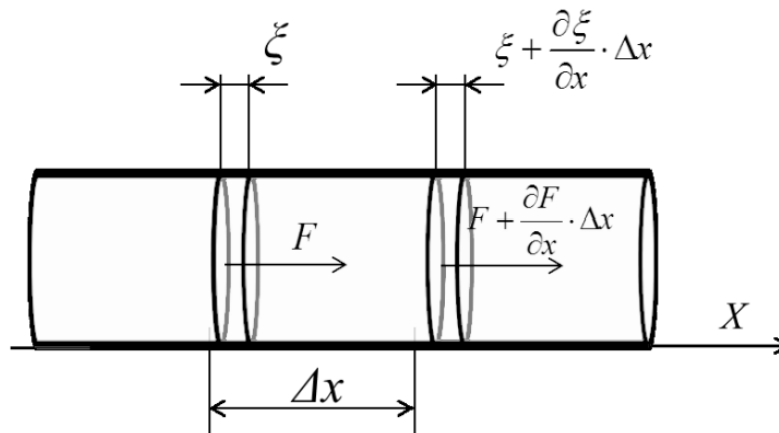
$$u = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (2)$$

где ρ – плотность среды.

Согласно закону Гука (1), имеем:

$$\sigma = \varepsilon E = E \frac{\delta \xi}{\delta x} \quad (3)$$

Здесь напряжение равно $\sigma = \frac{F}{S}$, где F – продольная сила, действующая на элементарный участок Δx , S – площадь поперечного сечения стержня. Напряжения, действующие на стенки рассматриваемого элемента в сечениях x и $x + \Delta x$, будут различными. Из-за этого возникнет результирующая возвращающая сила, стремящаяся вернуть элемент стержня в исходное (недеформированное и несмещённое) состояние:



$$\Delta F = S\sigma(x + \Delta x) - S\sigma(x) = \frac{\delta\sigma}{\delta x} S\Delta x = \frac{\delta^2\xi}{\delta x^2} ES\Delta x \quad (4)$$

Используя 2-й закон Ньютона и предыдущие соотношения, окончательно получаем:

$$\frac{\delta^2\xi}{\delta t^2} = u^2 \frac{\delta^2\xi}{\delta x^2} \quad (5)$$

Это уравнение носит название волнового. Оно имеет универсальный характер и описывает волны самой разной природы: акустические волны в твёрдых телах, жидкостях и газа, волны на струне, электромагнитные волны и т.п.

Экспериментальная установка:

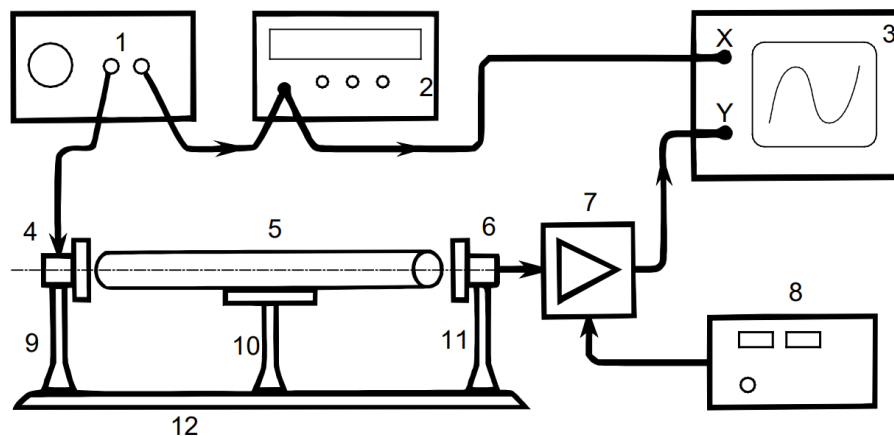


Рис. 3. Схема установки: 1 – генератор звуковой частоты, 2 – частотомер, 3 – осциллограф, 4 – электромагнит-возбудитель, 5 – образец, 6 – электромагнит-приёмник, 7 – усилитель звуковой частоты, 8 – блок питания усилителя, 9, 11 – стойки крепления электромагнитов, 10 – стойка крепления образца, 12 – направляющая

Исследуемый стержень 5 размещается на стойке 10. Возбуждение и приём колебаний в стержне осуществляются электромагнитными преобразователями 4 и 6, расположенными рядом с торцами стержня. Крепления 9, 11 электромагнитов дают возможность

регулировать их расположение по высоте, а также перемещать вправо-влево по столу 12. Электромагнит 4 служит для возбуждения упругих механических продольных колебаний в стержне. На него с генератора звуковой частоты 1 подаётся сигнал синусоидальной формы: протекающий в катушке электромагнита ток создаёт пропорциональное ему магнитное поле, вызывающее периодическое воздействие заданной частоты на торец стержня (к торцам стержней из немагнитных материалов прикреплены тонкие стальные шайбы). Рядом с другим торцом стержня находится аналогичный электромагнитный датчик 6, который служит для преобразования механических колебаний в электрические. Принцип работы электромагнитных датчиков описан подробнее ниже.

Сигнал с выхода генератора поступает на частотомер 2 и на вход канала X осциллографа 3. ЭДС, возбуждаемая в регистрирующем электромагните 6, пропорциональная амплитуде колебаний торца стержня, усиливается усилителем 7 и подаётся на вход канала Y осциллографа. Изменяя частоту генератора и наблюдая за амплитудой сигнала с регистрирующего датчика, можно определить частоту акустического резонанса в стержне. Наблюдения в режиме X–Y позволяют сравнить сигналы генератора и датчика, а также облегчает поиск резонанса при слабом сигнале.

2 Используемое оборудование

В работе используются: генератор звуковых частот, частотомер, осциллограф, электромагнитные излучатель и приёмник колебаний, набор стержней из различных материалов.

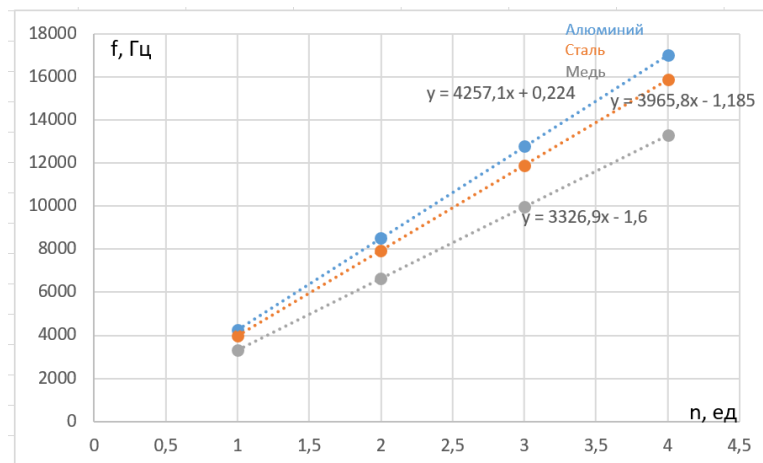
3 Методика измерений

Разделяемся с Саней, хоть и это очень сильно ударило по нашим отношениям, садимся за разные установки. Берем один из представленных стержней и закрепляем его между электромагнитами (возбудителем и приемником). Далее пытаемся получить бочку на осциллографе и фиксируем частоту в таблице. Затем меняем частоту и пытаемся получить эллипс на экране. Строим график зависимости амплитуды от частоты. Проводим ранее описанные действия с тремя стержнями: алюминиевым, стальным и медным.

4 Результаты измерений и обработка данных

4.1 Расчет модуля Юнга:

Первым делом, найдем скорость звука в каждом из стержней:



$$v_a = 4257 \pm 48 \text{ м/с} \quad v_c = 3965 \pm 37 \text{ м/с} \quad v_m = 3326 \pm 28 \text{ м/с}$$

Теперь найдем плотность для каждого стержня:

| Цилиндры | m, г | h, мм | d, мм | ρ , кг/м ³ | $d\rho$, кг/м ³ |
|----------|-------|-------|-------|----------------------------|-----------------------------|
| Медь | 40,34 | 230 | 12,43 | 8785 | 101 |
| Сталь | 37,07 | 240 | 12,61 | 1210 | 109 |
| Алюминий | 12,18 | 230 | 12,31 | 2720 | 117 |

Далее воспользовавшись формулой (2), рассчитаем модуль Юнга:

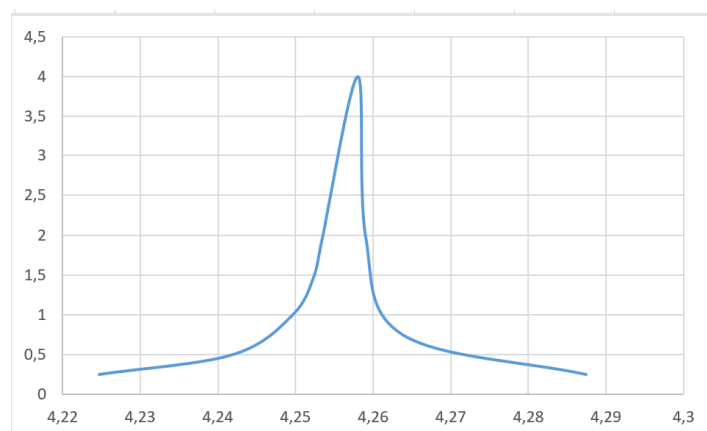
| | E (ГПа) | dE, ГПа |
|----------|---------|---------|
| Медь | 138 | 3 |
| Сталь | 189 | 3 |
| Алюминий | 71 | 1 |

4.2 Зависимость амплитуды от частоты:

Будем изменять частоту и, внося данные в таблицу, построим соответствующие графики:

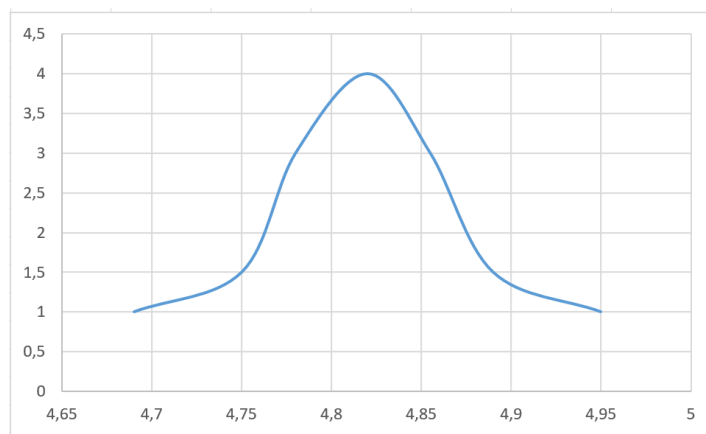
Для алюминия:

| | | | | | | | | | |
|-------------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|-------|--------|--------|
| A, В | 0,25 | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | 4 | 2 | 0,75 | 0,25 |
| ν , кГц | 4,2247 | 4,2419 | 4,2496 | 4,2524 | 4,2535 | 4,258 | 4,259 | 4,2638 | 4,2874 |



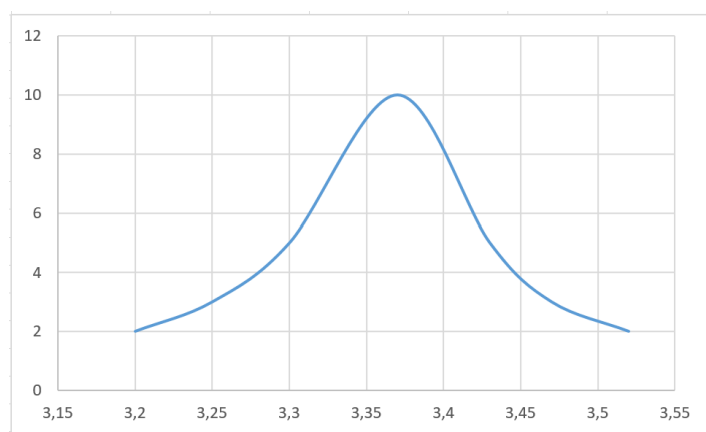
Для стали:

| | | | | | | | |
|-------------|------|------|------|------|-------|------|------|
| A, В | 1 | 1,5 | 3 | 4 | 3 | 1,5 | 1 |
| ν , кГц | 4,69 | 4,75 | 4,78 | 4,82 | 4,855 | 4,89 | 4,95 |



Для меди:

| | | | | | | | |
|--------|------|------|------|------|-----|------|-----|
| А, В | 2 | 3 | 5 | 10 | 5 | 3 | 2 |
| ν, кГц | 3,52 | 3,47 | 3,43 | 3,37 | 3,3 | 3,25 | 3,2 |



5 Обсуждение результатов

Все выше полученные результаты можно считать довольно точными, так как лежат в пределах погрешности.

6 Заключение

В ходе данной работы, мы научились измерять модуль Юнга не привычным для нас способом (как это было сделано в одной из предыдущих лабораторных работах).