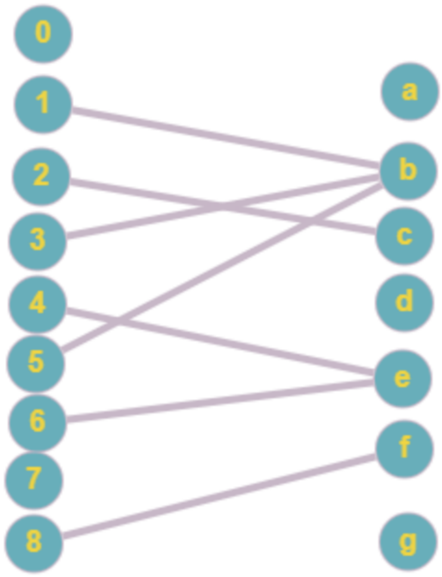
Двудольные графы, паросочетания и функции
домашнее задание

Костылев Влад, Б01-208

24 октября 2022 г.

№1



1. Dom(h) = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 8}
2. Range(h) = {b, c, e, f}
3. h({0, 1, 2, 3, 4}) = {b, c, e}
4. h^{-1}({a, b, c}) = {1, 2, 3, 5}
5. h({0, 1, 2, 6, 7, 8}) = {b, c, e, f}
   h^{-1}({b, c, e, f}) = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 8}
6. h^{-1}({a, b, c, d, e}) = {1, 2, 3, 4, 5, 6}
   h({1, 2, 3, 4, 5, 6}) = {b, c, e}

№2 Рассмотрим все $x \in X$:
Если x - составное число ⇒ у него нет прообраза.

Если x - простое число ⇒ у него может быть не более $\lfloor\sqrt{x}\rfloor$ прообразов ($y > \sqrt{x}$, то $y^2 > x$ и x не подходит под условие, что $x > y^2$).

Значит у всех $x \in X$ либо 0, либо конечное число прообразов, и т.к. X конечно, то суммарно будет тоже конечное кол-во прообразов ⇒ f^{-1}(X) конечен.

№3 $f^{-1}(f(A)) \not\subseteq A$: $a_1 \in X, a_2 \in X, a_1 \in A, a_2 \notin A, b_1 \in Y, f(a_1) = b_1, f(a_2) = b_1 \Rightarrow$ не все элементы прообраза $f^{-1}(f(A))$ (включающий в себя a_1, a_2) принадлежат A.

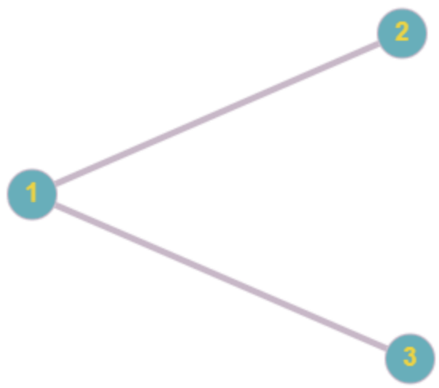
$f^{-1}(f(A)) \not\supseteq A$: $a_1 \in X, a_1 \in A$, но a_1 не определена на f, а значит не существует $f(a_1)$ и $a_1 \notin f^{-1}(f(A))$.

$f^{-1}(f(A)) \neq A$: по доказанному выше $\Rightarrow$ никакой из знаков сравнения нельзя поставить вместо ?.

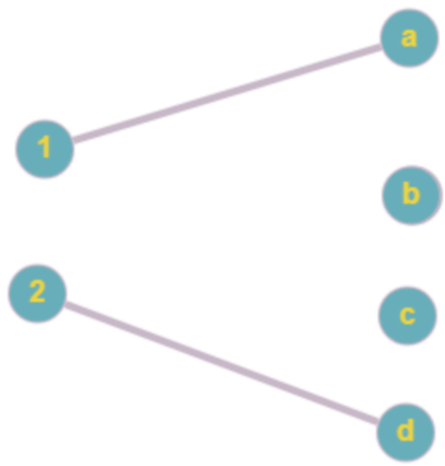
№4 Пусть $A \cap B = C$
$f(A \setminus B) = D$, $f(C) = E$, $f(B \setminus A) = F$
Тогда $f(A) = D \cup E$
$f(B) = F \cup E$
$f(A) \setminus f(B) = (D \cup E) \setminus (F \cup E) = D \setminus F$

Наше утверждение превращается в D ? $D \setminus F \Rightarrow$? - $\supseteq$

№6 Неверно:



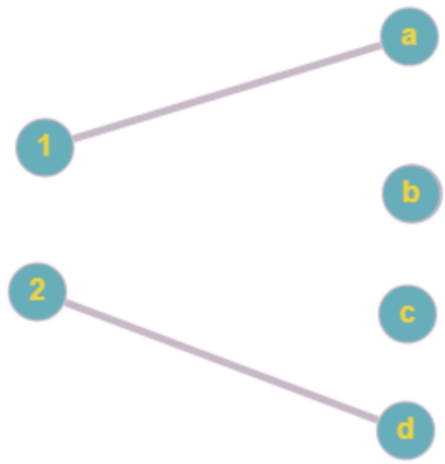
№7 Неверно:



X = {1, 2}
Y = {a, b, c, d}
B = {a, d} $\subseteq Y$

$f^{-1}(B) = X$, но B $\neq$ Y

№8



X = {1, 2}
Y = {a, b, c, d}
B = {b, c} $\subseteq Y$
B $\neq \emptyset$
$f^{-1}(B) = \emptyset$