

Производящие функции

домашнее задание

Костылев Влад, Б01-208

11 декабря 2022 г.

№1

а) Разложим в ряд Тейлора следующую функцию:

$$(1-x)^{-1} = 1 + x + x^2 + x^3 \dots$$
$$\Rightarrow ((1-x)^{-1})' \cdot x = x + 2 \cdot x^2 + 3 \cdot x^3 \dots = \frac{x}{(1-x)^2}$$

б) Аналогично в ряд Тейлора:

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!}$$

Это и есть, что нам нужно.

№4

Доказать, что:

$$\sum_{k=2}^n k(k-1)C_n^k = n(n-1)2^{n-2}$$

Мы знаем, что:

$$(1+x)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k \cdot x^k = f(x)$$
$$\Rightarrow f''(x) = n(n-1)(1+x)^{n-2}$$

С другой стороны:

$$f''(x) = \sum_{k=2}^n k(k-1)C_n^k \cdot x^{k-2}$$

Получаем то, что и требовалось доказать:

$$\sum_{k=2}^n k(k-1)C_n^k = f''(1) = n(n-1)2^{n-2}$$