

**Экзаменационная программа  
по курсу «Аналитическая геометрия»,  
осенний семестр 2022–2023 учебного года  
(кроме потока Ершова А.В.)**

1. Направленные отрезки и векторы, линейные операции над ними. Свойства линейных операций. Коллинеарность и компланарность векторов. Линейно зависимые и независимые системы векторов. Связь линейной зависимости с коллинеарностью и компланарностью векторов. Базис, координаты вектора в базисе. Действия с векторами в координатах.

2. Определения общей декартовой и прямоугольной (ортонормированной) системы координат. Матрица перехода и ее основное свойство. Изменение координат вектора при замене базиса. Изменение координат точки при переходе к новой системе координат. Формулы перехода от одной прямоугольной системы координат на плоскости к другой.

3. Скалярное произведение и его свойства. Ортогональные проекции. *Выражение скалярного произведения в координатах, выражение в ортонормированном базисе*<sup>1</sup>. *Выражение скалярного произведения в ортонормированном базисе*<sup>2</sup>. Матрица Грама<sup>3</sup>. Формулы для определения расстояния между точками и угла между векторами.

4. Ориентация на плоскости и в пространстве. Смешанное и векторное произведения векторов, их свойства и геометрический смысл. Выражение смешанного и векторного произведений через координаты векторов. Условия коллинеарности и компланарности векторов. Формула двойного векторного произведения. *Биортогональный (взаимный) базис*<sup>4</sup>.

5. Алгебраические линии и поверхности, их порядок. Теорема об инвариантности порядка линии на плоскости (поверхности в пространстве) при переходе к новой декартовой системе координат.

6. Векторные и координатные формы уравнения прямой на плоскости и в пространстве. Условия параллельности (или совпадения), перпендикулярности прямых на плоскости, заданных в координатной форме. *Пучок прямых на плоскости*<sup>5</sup>. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых в пространстве. Расстояние от точки до прямой на плоскости и в пространстве. Расстояние между двумя прямыми в пространстве.

---

<sup>1</sup> Для всех, кроме потока Д.А. Степанова.

<sup>2</sup> Для потока Д.А. Степанова.

<sup>3</sup> Для потоков О.Е. Орёл, Д.А. Терёшина и И.А. Чубарова.

<sup>4</sup> Для всех, кроме потока Д.А. Степанова.

<sup>5</sup> Для всех, кроме потока Д.А. Терёшина и И.А. Чубарова.

7. Векторные и координатные формы уравнения плоскости. Условия параллельности (или совпадения) плоскостей, заданных в координатной форме. Расстояние от точки до плоскости в пространстве и расстояние между параллельными плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Прямая как линия пересечения двух плоскостей. *Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых*<sup>6</sup>. *Связка и пучок плоскостей*<sup>7</sup>.

8. Алгебраические линии второго порядка на плоскости, их классификация. Приведение уравнения линии второго порядка к каноническому виду. Центр линии второго порядка, центральные и нецентральные линии.

9. Эллипс, гипербола и парабола, их свойства. Касательные к эллипсу, гиперболе и параболе. *Уравнения эллипса, гиперболы и параболы в полярной системе координат*<sup>8</sup>.

10. *Асимптотические направления и диаметры линий второго порядка*<sup>9</sup>.

11. *Цилиндрические и конические поверхности*<sup>10</sup>. Поверхности вращения. Эллипсоид, гиперболоиды, параболоиды и конус второго порядка, их основные свойства. Прямолинейные образующие.

12. Отображения и преобразования плоскости. Произведение (композиция) отображений. Взаимно однозначное отображение, обратное отображение. Линейные преобразования плоскости. Координатное представление линейных преобразований плоскости.

13. Аффинные преобразования плоскости и их основные свойства. Геометрический смысл модуля и знака определителя аффинного преобразования плоскости. Аффинная классификация линий второго порядка. Ортогональные преобразования плоскости и их свойства. Разложение аффинного преобразования плоскости в произведение ортогонального преобразования и двух сжатий. *Понятие о группе преобразований*<sup>11</sup>.

14. Алгебраические операции с матрицами. *Элементарные преобразования матриц*<sup>12</sup>. Обратная матрица.

15. Определение детерминанта. Свойства детерминанта. Миноры, алгебраические дополнения. Детерминант произведения матриц. Правило Крамера. Критерий обратимости. Формула для элементов обратной матрицы.

---

<sup>6</sup> Для потоков Д.А. Степанова и И.А. Чубарова.

<sup>7</sup> Для потока А.Н. Бурмистрова.

<sup>8</sup> Для потоков Д.А. Терёшина и И.А. Чубарова.

<sup>9</sup> Для всех, кроме потоков Д.А. Степанова и Д.А. Терёшина.

<sup>10</sup> Для всех, кроме потока Д.А. Терёшина.

<sup>11</sup> Для всех, кроме потоков А.Н. Бурмистрова и Д.А. Терёшина.

<sup>12</sup> Для всех, кроме потоков Д.А. Степанова И.А. Чубарова.