МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ»

КАФЕДРА № 2

ОТЧЕТ
ЗАЩИЩЕН С ОЦЕНКОЙ
ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

Доцент		С.Л. Козенко
должность, уч. Степень, звание	подпись, дата	инициалы, фамилия

ОТЧЕТ О ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЕ №3

ИНТЕРПОЛЯЦИЯ

по курсу: ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА

РАБОТУ ВЫПОЛНИЛ

СТУДЕНТ ГР. 4134К		Столяров Н.С.
	подпись, дата	инициалы, фамилия

Санкт-Петербург 2023

Цель работы

а) освоение методов интерполяции функций;

б) совершенствование навыков по алгоритмизации и программированию вычислительных задач.

Задание

Составить схему алгоритма и программу на языке C/C++ решения задачи по теме «Интерполяция» в соответствии с индивидуальным заданием.

Вариант 5

Значения x: 1.1 0.7 0.4 0.1 -0.2

Значения y: 2.5 3.7 4.2 2.0 0.0

Метод интерполяции: метод Ньютона

Описание метода решения

Для интерполяции функций, заданных таблицами с равноотстоящими значениями аргумента

$Xi+1-Xi=h$,где $i=0,1,2\ldots n-1$

построение интерполяционных формул и вычисление по формулам заметно упрощается. В записях этих интерполяционных алгоритмов используются разности между значениями функции в соседних узлах интерполяции.

Конечной разностью первого порядка называется

$\Delta yi=(Yi+1-Yi)$,где $i=0,1,2\ldots n-1$

Из конечных разностей первого порядка образуются конечные разности второго порядка:

$\Delta 2yi=\Delta yi+1-\Delta yi$,где $i=0,1,2\ldots n-1$

Аналогично определяются конечные разности третьего, четвёртого и более высоких порядков.

Для функций, заданных таблицами с постоянным шагом изменения аргумента, наиболее часто используются первая или вторая формулы Ньютона, в которых интерполяционная функция определяется как многочлен вида:

$Pn(I)(x)=a0+a1(x-X0)+a2(x-X0)(x-X1).+\cdots+an(x-X0)\ldots(x-Xn-1)$ (1)

при интерполяции от нулевого узла $X0$ или

$Pn(II)(x)=b0+b1(x-Xn)+b2(x-Xn)(x-Xn-1).+\cdots+bn(x-Xn)\ldots(x-X0)$ (2)

при интерполяции от узла $Xn.$

Значения коэффициентов ai и bi в формулах (1) или (2) находятся из условий Лагранжа, определяющих в узлах интерполяции совпадение значений интерполирующей функции со значением табличнозаданной функции

$Pn(xi)=Yi$

Полагая $X=X0$, в формуле (1) получим

$Pn(X0)=a0=Y0$

Аналогично для

$X=X1$ $Pn(X1)=a0+a1(X1-X0)=Y1$

и далее a

$1=Y1-Y0X1-X0$

или, используя введённые обозначения,

$a1 = \Delta y01!h$

Продолжая подстановки значений Xi , получим

Pn(X2)=$a0$+$a1(X2-X0)$+ $a2$ $(X2-X0)(X2-X1)$ =$Y2$

и далее $a2*2h2=Y2-a0-a1*2h=Y2-Y0-\Delta y0h*2h=Y2-2Y1+$ $Y0=\Delta 2y0$

откуда $a2= \Delta 2y02!h2$

Проведя аналогичные преобразования для $X=X3$ и $X=X4$, получим

$a3= \Delta 3y03!h3$, $a4= \Delta 4y04!h4$, … , $ak= \Delta ky0k!hk$

Найденные коэффициенты подставляются в формулы (1) или (2) для вычисления значений интерполируемой функции.

Аналитические расчеты

Полином Ньютона

$$P_n(x) = \frac{5}{2} + \left(\frac{\frac{5}{2}}{11-\frac{7}{10}} + \frac{\frac{37}{10}}{\frac{7}{10}-11}\right)(x-11) + \left(\frac{\frac{5}{2}}{\left(11-\frac{7}{10}\right)\left(11-\frac{2}{5}\right)} + \frac{\frac{37}{10}}{\left(\frac{7}{10}-11\right)\left(\frac{7}{10}-\frac{2}{5}\right)} + \frac{\frac{21}{5}}{\left(\frac{2}{5}-11\right)\left(\frac{2}{5}-\frac{7}{10}\right)}\right)\left((x-11)\left(x-\frac{7}{10}\right)\right)$$
$$+ \left(\frac{\frac{5}{2}}{\left(\left(11-\frac{7}{10}\right)\left(11-\frac{2}{5}\right)\right)\left(11-\frac{1}{10}\right)} + \frac{\frac{37}{10}}{\left(\left(\frac{7}{10}-11\right)\left(\frac{7}{10}-\frac{2}{5}\right)\right)\left(\frac{7}{10}-\frac{1}{10}\right)} + \frac{\frac{21}{5}}{\left(\left(\frac{2}{5}-11\right)\left(\frac{2}{5}-\frac{7}{10}\right)\right)\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{10}\right)} + \frac{2}{\left(\left(\frac{1}{10}-11\right)\left(\frac{1}{10}-\frac{7}{10}\right)\right)\left(\frac{1}{10}-\frac{2}{5}\right)}\right)\left(\left((x-11)\left(x-\frac{7}{10}\right)\right)\left(x-\frac{2}{5}\right)\right)$$
$$+ \left(\frac{\frac{5}{2}}{\left(\left(\left(11-\frac{7}{10}\right)\left(11-\frac{2}{5}\right)\right)\left(11-\frac{1}{10}\right)\right)\left(11+\frac{1}{5}\right)} + \frac{\frac{37}{10}}{\left(\left(\left(\frac{7}{10}-11\right)\left(\frac{7}{10}-\frac{2}{5}\right)\right)\left(\frac{7}{10}-\frac{1}{10}\right)\right)\left(\frac{7}{10}+\frac{1}{5}\right)} + \frac{\frac{21}{5}}{\left(\left(\left(\frac{2}{5}-11\right)\left(\frac{2}{5}-\frac{7}{10}\right)\right)\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{10}\right)\right)\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{5}\right)}\right.$$
$$\left. + \frac{2}{\left(\left(\left(\frac{1}{10}-11\right)\left(\frac{1}{10}-\frac{7}{10}\right)\right)\left(\frac{1}{10}-\frac{2}{5}\right)\right)\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{5}\right)} + \frac{0}{\left(\left(\left(-\frac{1}{5}-11\right)\left(-\frac{1}{5}-\frac{7}{10}\right)\right)\left(-\frac{1}{5}-\frac{2}{5}\right)\right)\left(-\frac{1}{5}-\frac{1}{10}\right)}\right)\left(\left(\left((x-11)\left(x-\frac{7}{10}\right)\right)\left(x-\frac{2}{5}\right)\right)\left(x-\frac{1}{10}\right)\right)$$

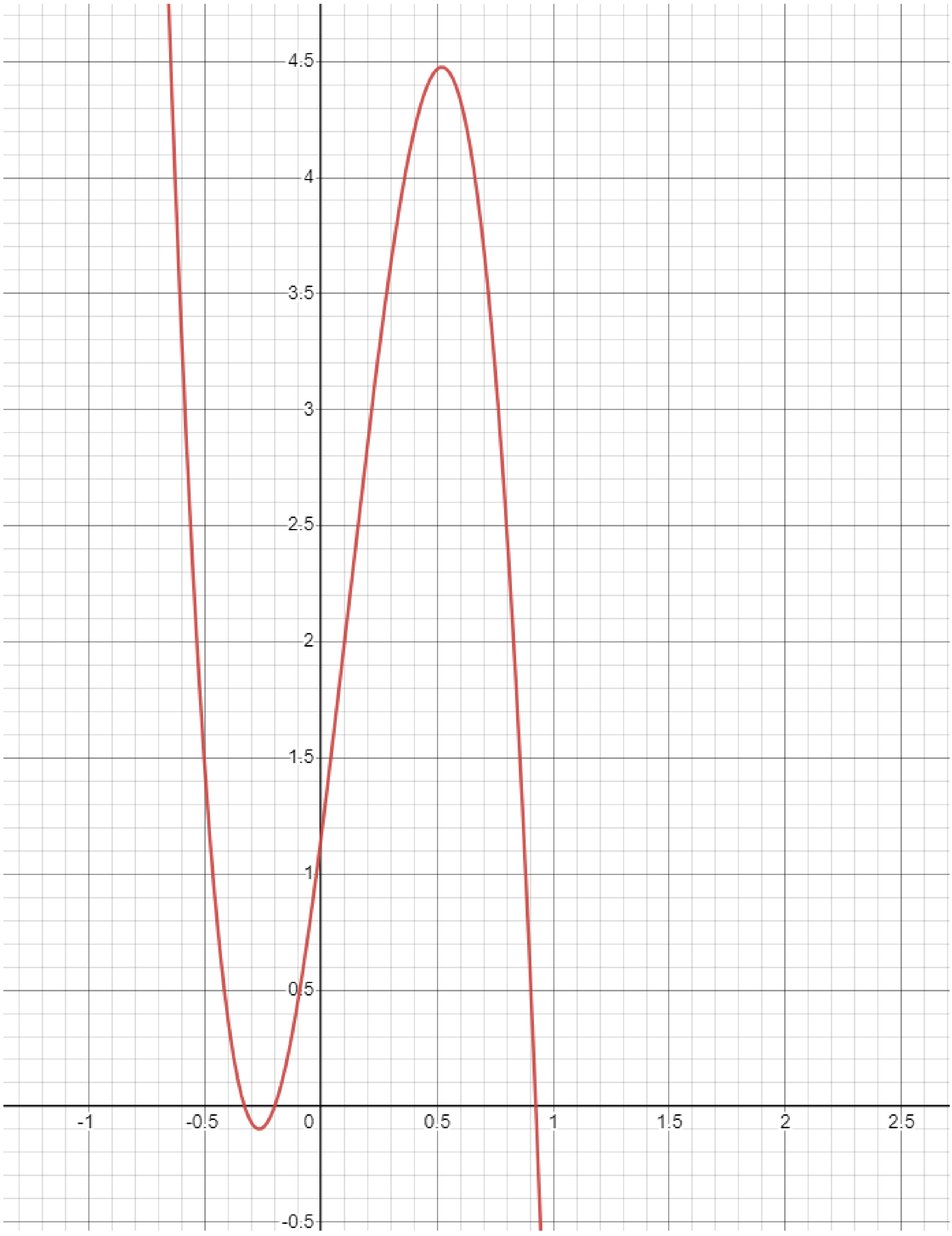
После упрощения

Полином Ньютона после упрощений

$$\frac{2324421125}{1349530308}x^4 - \frac{26482679725}{1349530308}x^3 + \frac{4042497275}{599791248}x^2 + \frac{42850132417}{5398121232}x + \frac{446600387}{385580088}$$

Интерполированные значения

x	0.85	0.55	0.25	-0.05
y	1.6228059359381088	4.46	3.264097651651838	0.7806705805802705


4.5
4
3.5
3
2.5
2
1.5
1
0.5
-0.5
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5
2
2.5

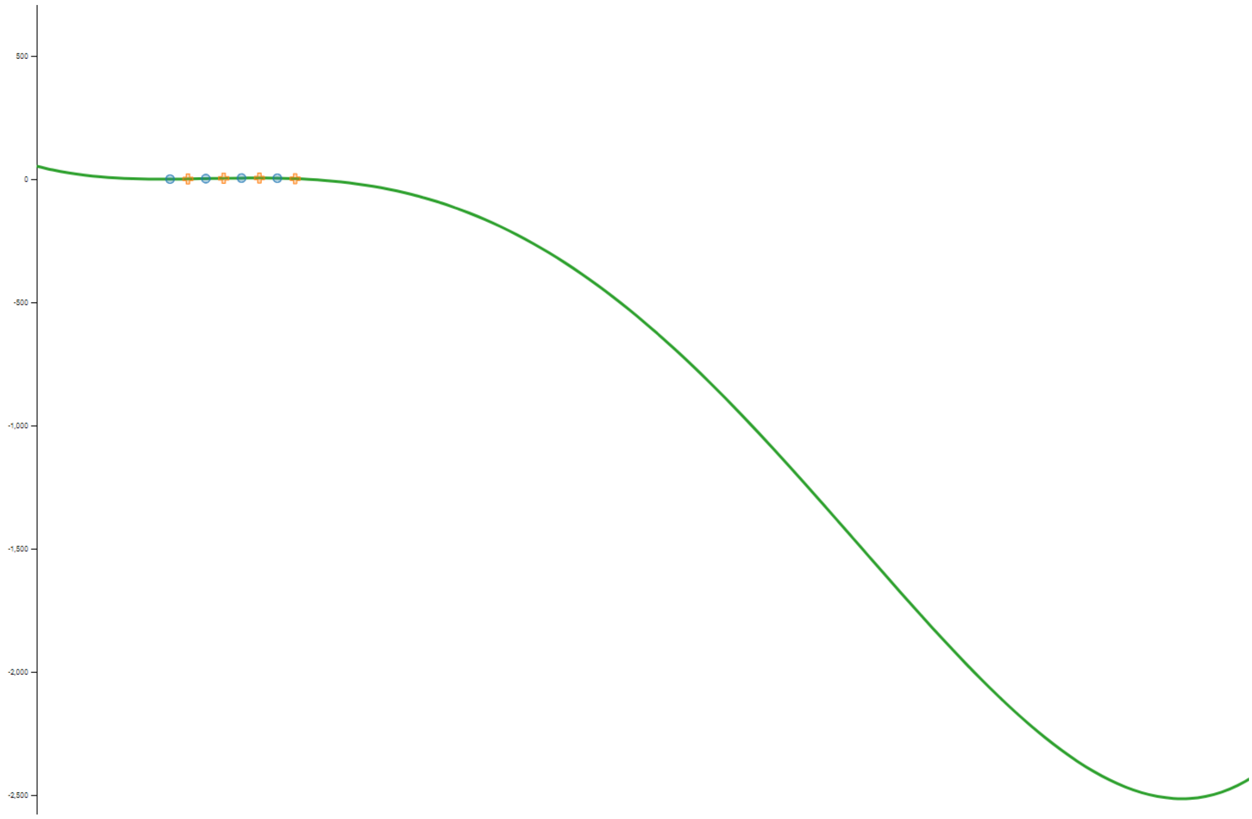
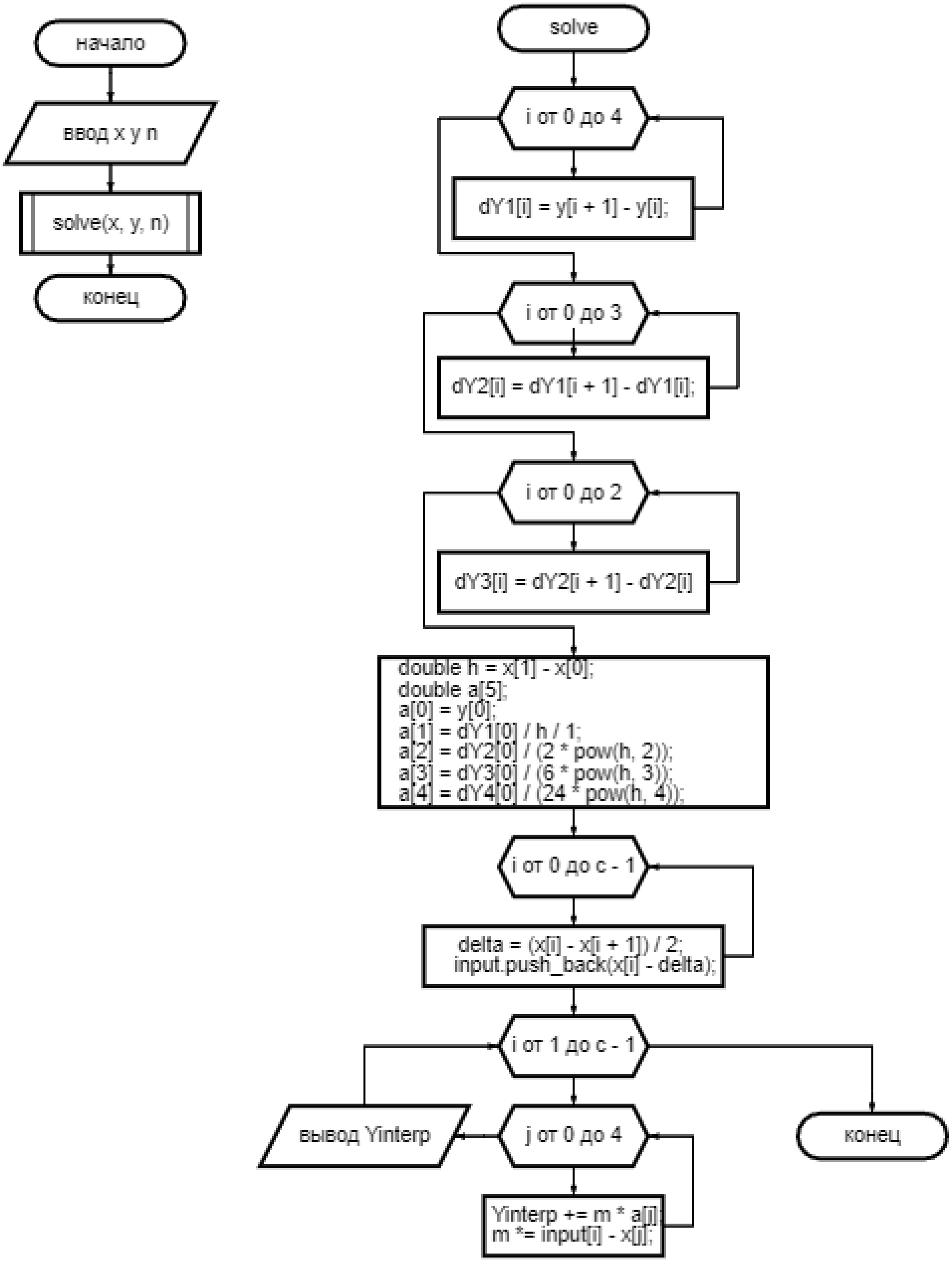


Схема алгоритма решения задачи



Листинг кода программы

```
#include <iostream>
#include <vector>
#include <cmath>
using namespace std;

#define AUTO_INPUT true

void solve(double x[], double y[], int n) {
  //вычисление конечных разностей
  double dY1[4];
  double dY2[3];
  double dY3[2];
  double dY4[1];

  for (int i = 0; i < 4; i++) {
```

```
    dY1[i] = y[i + 1] - y[i];
  }

  for (int i = 0; i < 3; i++) {
    dY2[i] = dY1[i + 1] - dY1[i];
  }

  for (int i = 0; i < 2; i++) {
    dY3[i] = dY2[i + 1] - dY2[i];
  }
  dY4[0] = dY3[1] - dY3[0];

  //вычисление значений коэффициента полинома
  double h = x[1] - x[0];
  double a[5];
  a[0] = y[0];
  a[1] = dY1[0] / h / 1;
  a[2] = dY2[0] / (2 * pow(h, 2));
  a[3] = dY3[0] / (6 * pow(h, 3));
  a[4] = dY4[0] / (24 * pow(h, 4));

  int c;
  double iX, Yinterp, m;
  vector <double> input;

  input.clear();

  double delta = 0;
  c = n;
  for (int i = 0; i < c - 1; i++) {
    delta = (x[i] - x[i + 1]) / 2;
    input.push_back(x[i] - delta);
  }

  // cout << "Введите количество дополнительных точек: ";
  // cin >> c;
  // for (int i = 0; i < c; i++) {
  //   cout << "x[" << i << "]= ";
  //   cin >> iX;
  //   input.push_back(iX);
  // }

  cout << endl;
  //вычисления y по первой формуле ньютона

  for (int i = 0; i < c - 1; i++) {
    m = 1;
    Yinterp = 0;

    for (int j = 0; j < 5; j++) {
      Yinterp += m * a[j];
      m *= input[i] - x[j];
    }
    cout << "Yinterp[" << input.at(i) << "]= " << Yinterp << endl;
  }

}

int main() {
  system("chcp 65001");

  int n;
  double *x;
```

```
  double *y;
  if (AUTO_INPUT) {
    n = 5;
    x = (double*)malloc(n * sizeof(double));
    y = (double*)malloc(n * sizeof(double));
    x[0] = 1.0;
    x[1] = 0.7;
    x[2] = 0.4;
    x[3] = 0.1;
    x[4] = -0.2;

    y[0] = 2.5;
    y[1] = 3.7;
    y[2] = 4.2;
    y[3] = 2.0;
    y[4] = 0.0;

    cout << "x = { ";
    for (int i = 0; i < n; i++)
      cout << x[i] << " ";
    cout << "}\ny = { ";
    for (int i = 0; i < n; i++)
      cout << y[i] << " ";
    cout << "}";

  } else {
    cout << "количество уловых точек: ";
    cin >> n;
    x = (double*)malloc(n * sizeof(double));
    y = (double*)malloc(n * sizeof(double));
    for (int i = 0; i < n; i++) {
      cout << "x[" << i << "] = ";
      cin >> x[i];
      cout << "y[" << i << "] = ";
      cin >> y[i];
      cout << endl;
    }
  }

  solve(x, y, n);

  return 0;
}
```

Результат работы программы

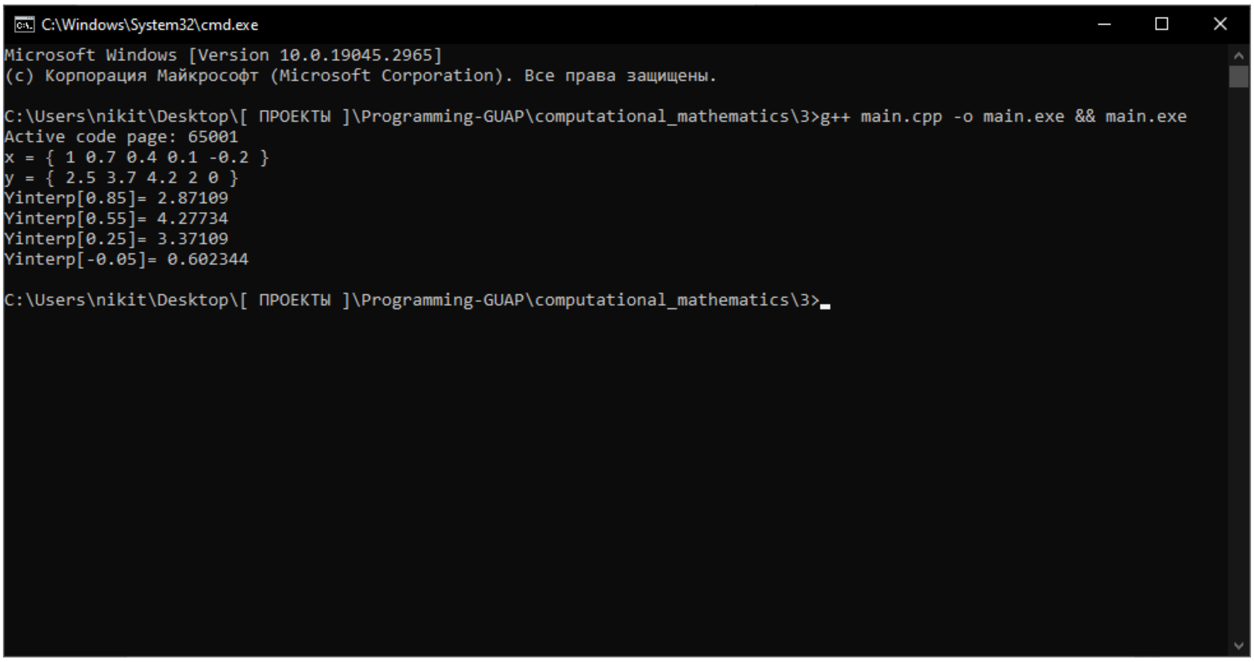


Рисунок 16 – Результат работы программы

Сравнение результатов аналитического и программного расчета

Таблица 1 – Сравнение результатов аналитического и программного расчета

	аналитический	программный
x=0	2.79375	2.79375
x=0.2	1.58125	1.58125
x=0.4	0.91875	0.91875
x=0.6	0.50625	0.50625
x=0.8	0.04375	0.04375
x=1	-0.76875	-0.76875
x=1.2	-2.23125	-2.23125
x=1.4	-4.64375	-4.64375

Исходя из данных таблицы 1 (все данные совпадают), мы можем сделать вывод, что программа работает верно.

Вывод

В ходе выполнения практической работы №3 была написана программа, которая решает задачу интерполяции функции используя при этом метод Ньютона. Результат программного расчета при одинаковых входных данных полностью совпал с результатом аналитического расчета, что говорит о том, что программа работает корректно и выдает правильные результаты.