

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ

Fakulta Informačních Technologií

ELEKTRONIKA PRO INFORMAČNÍ TECHNOLOGIE

2020/2021

Semestrální projekt

Natália Bubáková

(xbubak01)

22. apríla 2021

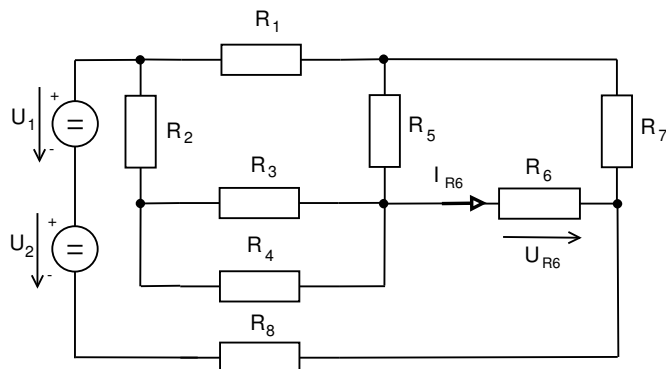
Obsah

1	Príklad 1	2
2	Príklad 2	6
3	Príklad 3	8
4	Príklad 4	11
5	Príklad 5	12
6	Zhrnutie výsledkov	14

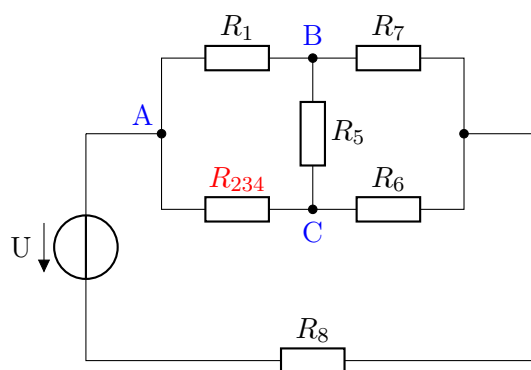
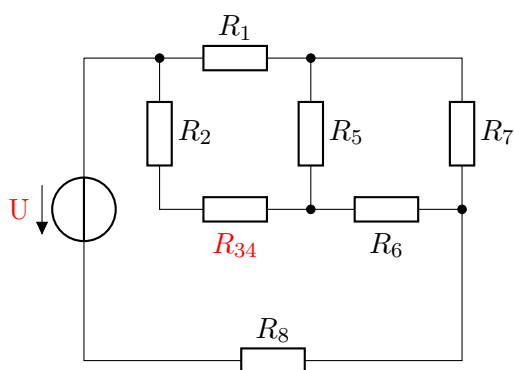
Príklad 1

Stanovte napätí U_{R6} a prúd I_{R6} . Použite metodu postupného zjednodušování obvodu.

sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]	R_7 [Ω]	R_8 [Ω]
H	135	80	680	600	260	310	575	870	355	265



Najskôr si urobíme prvotné zjednodušenia a prekreslíme obvod tak, aby...

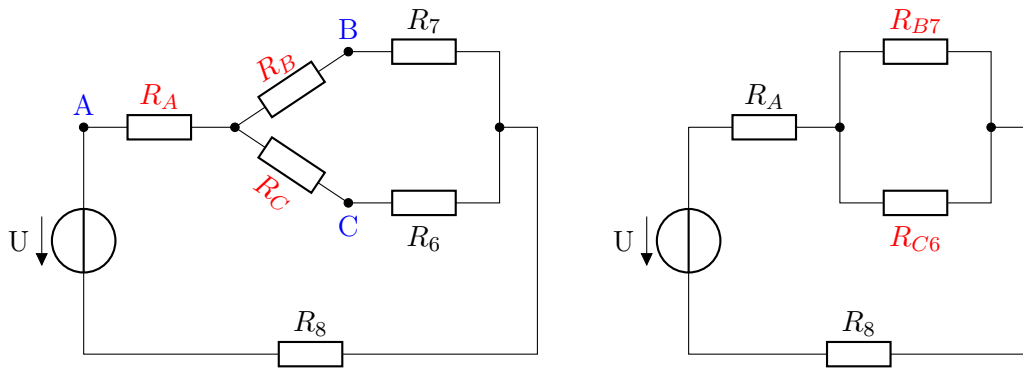


$$U = U_1 + U_2 \Rightarrow 135 + 80 = 215V$$

$$R_{34} = \frac{R_3 * R_4}{R_3 + R_4} \Rightarrow \frac{260 * 310}{260 + 310} = \frac{8060}{57} \approx 141,4035\Omega$$

$$R_{234} = R_2 + R_{34} \Rightarrow 600 + \frac{8060}{57} = \frac{42260}{57} \approx 741,4035\Omega$$

..sme mohli pokračovať úpravou *TROJUHOLNÍK* \Rightarrow *HVIEZDA*



$$R_A = \frac{R_1 * R_{234}}{R_1 + R_{234} + R_5} \Rightarrow \frac{28736800}{57} * \frac{57}{113795} = \frac{5747360}{22759} \approx 252,5313\Omega$$

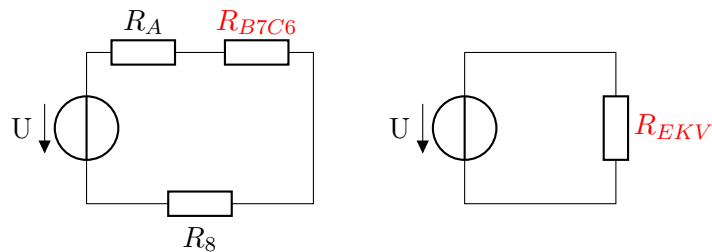
$$R_B = \frac{R_1 * R_5}{R_1 + R_{234} + R_5} \Rightarrow \frac{391000 * 57}{113795} = \frac{4457400}{22759} \approx 195,8522\Omega$$

$$R_C = \frac{R_5 * R_{234}}{R_1 + R_{234} + R_5} \Rightarrow \frac{24299500}{57} * \frac{57}{113795} = \frac{4859900}{22759} \approx 213,5375\Omega$$

Ďalej zjednodušujeme...

$$R_{B7} = R_B + R_7 \Rightarrow \frac{4457400}{22759} + 355 = \frac{12536845}{22759} \approx 550,8522\Omega$$

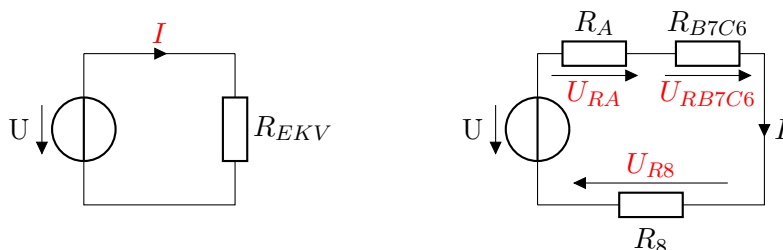
$$R_{C6} = R_C + R_6 \Rightarrow \frac{4859900}{22759} + 870 = \frac{24660230}{22759} \approx 1083,5375\Omega$$



$$R_{B7C6} = \frac{R_{B7} * R_{C6}}{R_{B7} + R_{C6}} \Rightarrow \frac{12536845 * 24660230}{22759^2} * \frac{22759}{12536845 + 24660230} = 365 + \frac{6563090069}{33862729197} \approx 365,1938\Omega$$

$$R_{EKV} = R_A + R_{B7C6} + R_8 \Rightarrow \frac{5747360}{22759} + (365 + \frac{6563090069}{33862729197}) + 265 = 882 + \frac{1078895}{1487883} \approx 882,7251\Omega$$

..až napokon s výsledným R_{EKV} môžeme dopočítať celkový prúd a napätia na ňom závislé



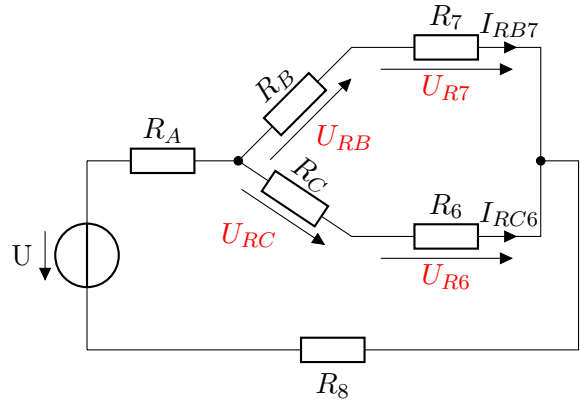
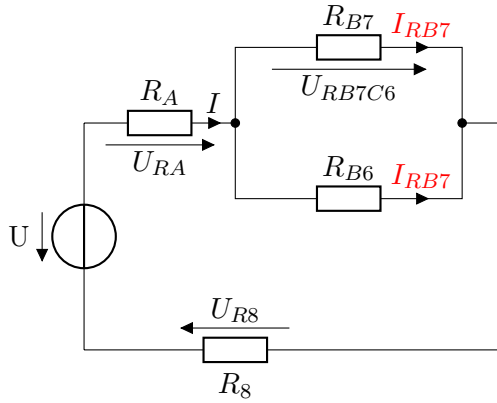
$$I = \frac{U}{R_{EKV}} \Rightarrow \frac{215}{882 + \frac{1078895}{1487883}} = \frac{319894845}{1313391701} \approx 0,2436A$$

$$U_{RA} = I * R_A \Rightarrow \frac{319894845}{1313391701} * \frac{5747360}{22759} = 61,50751753938 \approx 61,5075V$$

$$U_{RB7C6} = I * R_{B7C6} \Rightarrow \frac{319894845}{1313391701} * (365 + \frac{6563090069}{33862729197}) = 88 + \frac{977184361042}{1030740749071} \approx 88,9480V$$

$$U_{R8} = I * R_8 \Rightarrow \frac{319894845}{1313391701} * 265 = 64 + \frac{715065061}{1313391701} \approx 64,5444V$$

Pokračujeme čiastkovými prúdmi v závislosti na rovnaké napätie v paralelnom zapojení a ďalej s čiastkovými napätiami v závislosti na rovnaký prúd v sériovom zapojení rezistorov..



$$I_{RB7} = \frac{U_{RB7C6}}{R_{B7}} \Rightarrow (88 + \frac{977184361042}{1030740749071}) * \frac{22759}{12536845} = \frac{212077978}{1313391701} \approx 0,1615A$$

$$I_{RC6} = \frac{U_{RB7C6}}{R_{C6}} \Rightarrow (88 + \frac{977184361042}{1030740749071}) * \frac{22759}{24660230} = \frac{3717823}{45289369} \approx 0,0821A$$

$$U_{RB} = I_{RB7} * R_B \Rightarrow \frac{212077978}{1313391701} * \frac{4457400}{22759} = 31 + \frac{42747015383}{68401560007} \approx 31,6249V$$

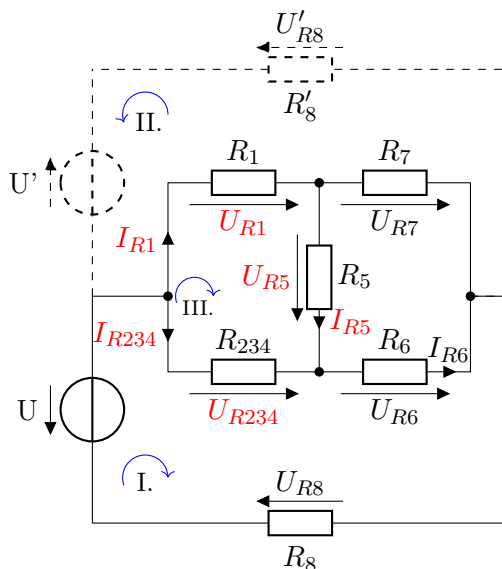
$$U_{R7} = I_{RB7} * R_7 \Rightarrow \frac{212077978}{1313391701} * 355 = 57 + \frac{424355233}{1313391701} \approx 57,3231V$$

$$U_{RC} = I_{RC6} * R_C \Rightarrow \frac{3717823}{45289369} * \frac{4859900}{22759} = 17 + \frac{23724141891}{44814815177} \approx 17,5294V$$

$$U_{R6} = I_{RC6} * R_6 \Rightarrow \frac{3717823}{45289369} * 870 = 71 + \frac{18960811}{45289369} \approx 71,4183V$$

A skôr ako sme sa spätným rozkladom zjednodušeného obvodu dostali k tomu pôvodnému, už v tejto fáze vieme určiť napätie $U_{R6} \approx 71,4183V$ a prúd $I_{RC6} = I_{R6} \approx 0,0821A$

A to si vďaka Kirchhoffovým zákonom môžeme o krok ďalej i skontrolovať..



$$I.. \quad U_{R234} + U_{R6} + U_{R8} - U = 0$$

$$U_{R234} = U - U_{R6} - U_{R8} \Rightarrow 215 - \left(71 + \frac{18960811}{45289369}\right) - \left(64 + \frac{715065061}{1313391701}\right) = 79 + \frac{48463121}{1313391701} \approx 79,0369V$$

$$II.. \quad U_{R1} + U_{R7} + U_{R8} - U = 0$$

$$U_{R1} = U - U_{R7} - U_{R8} \Rightarrow 215 - \left(57 + \frac{424355233}{1313391701}\right) - \left(64 + \frac{715065061}{1313391701}\right) = 93 + \frac{173971407}{1313391701} \approx 93,1325V$$

$$III.. \quad U_{R1} + U_{R5} - U_{R234} = 0$$

$$U_{R5} = U_{R234} - U_{R1} \Rightarrow \left(79 + \frac{48463121}{1313391701}\right) - \left(93 + \frac{173971407}{1313391701}\right) = -\left(14 + \frac{5456882}{57103987}\right) \approx -14,0956V$$

$$I_{R234} = \frac{U_{R234}}{R_{234}} \Rightarrow \left(79 + \frac{48463121}{1313391701}\right) * \frac{57}{42260} = \frac{7369125}{69125879} \approx 0,1066A$$

$$I_{R5} = \frac{U_{R5}}{R_5} \Rightarrow -\left(14 + \frac{5456882}{57103987}\right) * \frac{1}{575} = -\frac{32196508}{1313391701} \approx -0,0245A$$

$$I_{R234} + I_{R5} - I_{R6} = 0$$

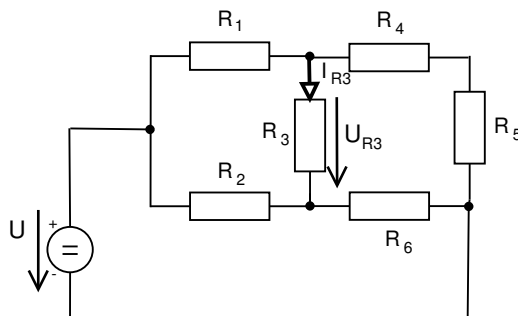
$$\frac{7369125}{69125879} + \left(-\frac{32196508}{1313391701}\right) - \frac{3717823}{45289369} = 0$$

...a kontrola nám pekne vyšla !

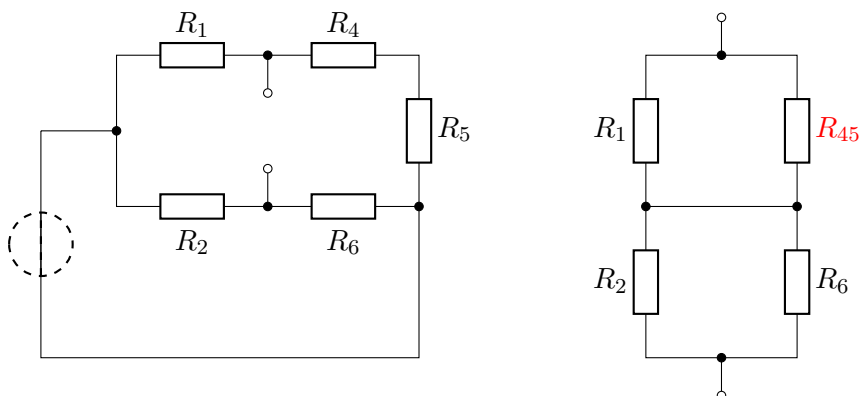
Príklad 2

Stanovte napätí U_{R3} a proud I_{R3} . Použijte metodu Théveninovy věty.

sk.	U [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]
H	220	190	360	580	205	560	180



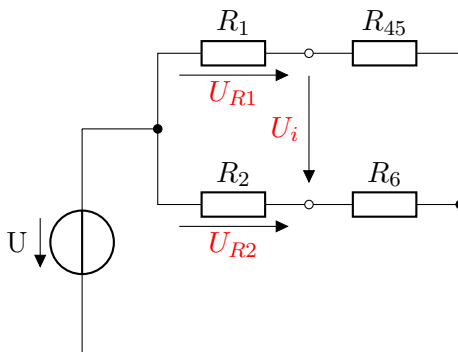
V prvom kroku si prekreslíme obvod bez zdroju (nahradíme ho skratom) a R_3 nahradíme rozpojenými svorkami pre výpočet R_i .



Pre ľahší výpočet sme si sériovo zapojené R_4 a R_5 zjednotili a obvod prekreslili. Ďalej len dopočítame celkový odpor cez čiastkové odpory získané z paralelného a navzájom seriového zapojenia rezistorov..

$$\begin{aligned}
 R_{45} &= R_4 + R_5 \Rightarrow 205 + 560 = 765\Omega \\
 R_{145} &= \frac{R_1 * R_{45}}{R_1 + R_{45}} \Rightarrow \frac{190 * 765}{190 + 765} = 152 + \frac{38}{191} \approx 152,1990\Omega \\
 R_{26} &= \frac{R_2 * R_6}{R_2 + R_6} \Rightarrow \frac{360 * 180}{360 + 180} = 120\Omega \\
 R_i &= R_{145} + R_{26} \Rightarrow \left(152 + \frac{38}{191}\right) + 120 = 272 + \frac{38}{191} \approx 272,1990\Omega
 \end{aligned}$$

V ďalšom kroku počítame so zdrojom, avšak medzi rozpojené svorky akoby vložíme voltmeter a tým dopočítame U_i



A nakoľko dvojica R_1 a R_{45} rovnako ako aj R_2 a R_6 sú v sérii priamo napojené na zdroj napätia U , tak pri výpočte môžeme použiť vzorec pre výpočet deliča napätia..

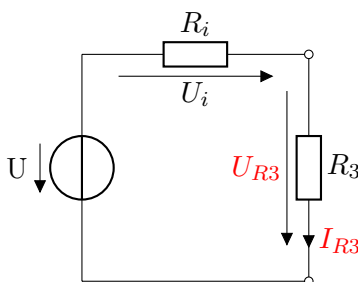
$$U_{R1} = U * \frac{R_1}{R_1 + R_{45}} \Rightarrow 220 * \frac{190}{190 + 765} = 43 + \frac{147}{191} \approx 43,7696V$$

$$U_{R2} = U * \frac{R_2}{R_2 + R_6} \Rightarrow 220 * \frac{360}{360 + 180} = 146 + \frac{2}{3} \approx 146,6667V$$

$$U_{R1} + U_i - U_{R2} = 0$$

$$U_i = U_{R2} - U_{R1} \Rightarrow (146 + \frac{2}{3}) - (43 + \frac{147}{191}) = 102 + \frac{514}{573} \approx 102,8970V$$

V poslednom kroku si prekreslíme zjednodušený obvod s R_3 ..



..a napokon len dopočítame I_{R3} a U_{R3} podľa Ohmovho zákona

$$I_{R3} = \frac{U_i}{R_i + R_3} \Rightarrow \frac{102 + \frac{514}{573}}{(272 + \frac{38}{191}) + 580} = \frac{5896}{48831} \approx \underline{0,1207A}$$

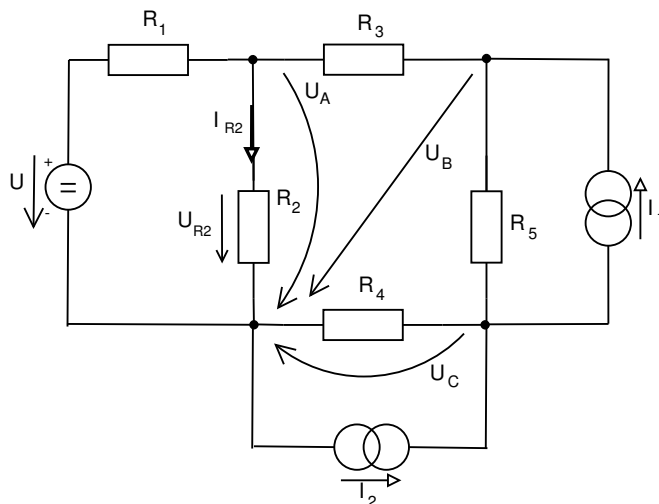
$$U_{R3} = R_3 * I_{R3} = 580 * \frac{5896}{48831} = 70 + \frac{1510}{48831} \approx \underline{70,0309V}$$

Prúd I_{R3} vyšiel 120,743mA a napätie U_{R3} 70,0309V

Príklad 3

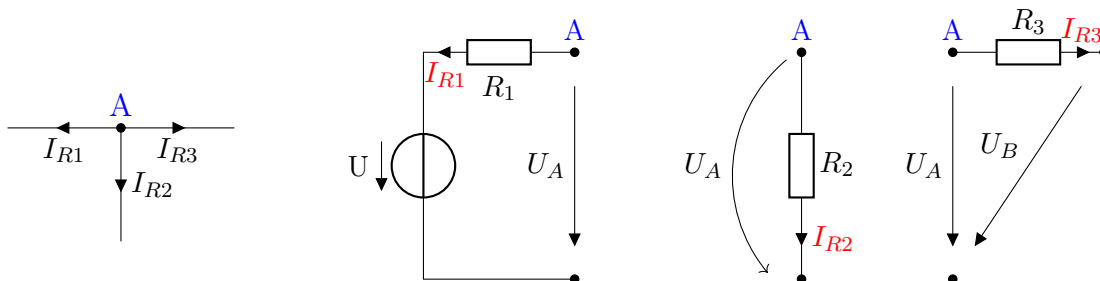
Stanovte napätí U_{R2} a prúd I_{R2} . Použite metodu uzlových napätí (U_A, U_B, U_C).

sk.	U [V]	I_1 [A]	I_2 [A]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]
A	120	0.9	0.7	53	49	65	39	32



Podľa Kirchhoffových zákonov si odvodíme vzťahy prisúdzujúce ku každému z uzlov, z ktorých vychádzajú napätia U_A, U_B a U_C

Uzol A:



A keďže nepoznáme smery jednotlivých napätí, predpokladáme, že všetky prúdy z daného uzlu vždy vychádzajú (i keď nie) a napokon ich v rovnici len neutrálne sčítame. V slučkách počítame napätie v smere hodinových ručičiek..

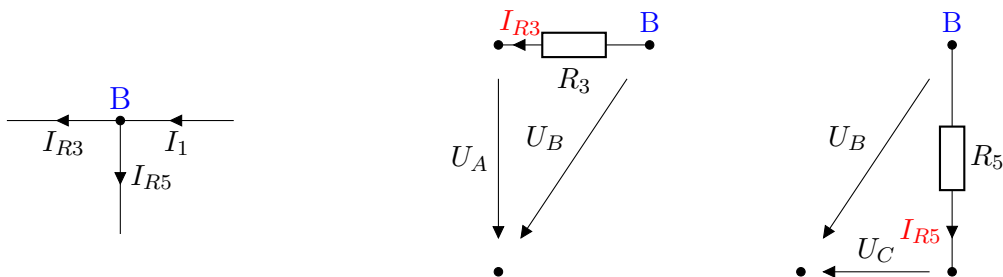
$$I_{R1} + I_{R2} + I_{R3} = 0$$

$$U_A - U - I_{R1} * R_1 = 0 \Rightarrow I_{R1} = \frac{U_A - U}{R_1}$$

$$I_{R2} * R_2 - U_A = 0 \Rightarrow I_{R2} = \frac{U_A}{R_2}$$

$$I_{R3} * R_3 + U_B - U_A = 0 \Rightarrow I_{R3} = \frac{U_A - U_B}{R_3}$$

Uzol B:



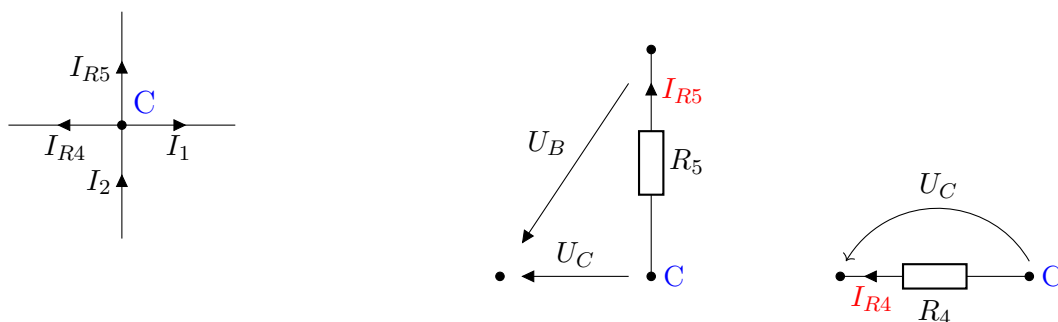
Nakoľko prúd I_1 má opačný smer od nášho predpokladu, musíme mu dať i opačné znamienko..

$$I_{R3} + I_{R5} - I_1 = 0$$

$$U_B - U_A - I_{R3} * R_3 = 0 \Rightarrow I_{R3} = \frac{U_B - U_A}{R_3}$$

$$I_{R5} * R_5 + U_C - U_B = 0 \Rightarrow I_{R5} = \frac{U_B - U_C}{R_5}$$

Uzol C:



$$I_{R4} + I_{R5} + I_1 - I_2 = 0$$

$$U_C - U_B - I_{R5} * R_5 = 0 \Rightarrow I_{R5} = \frac{U_C - U_B}{R_5}$$

$$U_C - I_{R4} * R_4 = 0 \Rightarrow I_{R4} = \frac{U_C}{R_4}$$

Doplníme si rovnice a zjednodušíme..

$$A: \frac{U_A - U}{R_1} + \frac{U_A}{R_2} + \frac{U_A - U_B}{R_3} = 0 \Rightarrow \frac{U_A - 120}{53} + \frac{U_A}{49} + \frac{U_A - U_B}{65} = 0 \Rightarrow 9227U_A - 2597U_B = 382200$$

$$B: \frac{U_B - U_A}{R_3} + \frac{U_B - U_C}{R_5} - I_1 = 0 \Rightarrow \frac{U_B - U_A}{65} + \frac{U_B - U_C}{32} - 0.9 = 0 \Rightarrow -32U_A + 97U_B - 65U_C = 1872$$

$$C: \frac{U_C}{R_4} + \frac{U_C - U_B}{R_5} + I_1 - I_2 = 0 \Rightarrow \frac{U_C}{39} + \frac{U_C - U_B}{32} + 0,9 - 0,7 = 0 \Rightarrow -39U_B + 71U_C = -249,6$$

Ďalej len dosadzovacou metódou dopočítame napätia U_A , U_B a U_C , pomocou ktorých možno vypočítať zvyšné vlastnosti obvodu..

$A :$

$$U_A = \frac{382200 + 2597U_B}{9227}$$

$C :$

$$U_C = \frac{-249.6 + 39U_B}{71}$$

$B :$

$$-32 * \frac{382200 - 2597U_B}{9227} + 97 * U_B - 65 * \frac{-249.6 + 39U_B}{71} = 1872$$

$$\frac{-32 * 382200 - 32 * 2597U_B}{9227} + 97U_B + \frac{65 * 249,6 - 65 * 39U_B}{71} = 1872$$

$$-71 * 32 * 382200 - 71 * 32 * 2597U_B + 9227 * 71 * 97U_B + 9227 * 65 * 249,6 - 9227 * 65 * 39U_B = 9227 * 71 * 1872$$

$$-868358400 - 5900384U_B + 63546349U_B + 149698848 - 23390445U_B = 1226379024$$

$$34255520U_B = 1945038576$$

$$U_B = \frac{1945038576}{34255520} = 56 + \frac{128507}{164690} \approx 56,7803V$$

$$U_A = \frac{382200 + 2597 * (56 + \frac{128507}{164690})}{9227} = 57 + \frac{66387}{164690} \approx 57,4031V$$

$$U_C = \frac{-249,6 + 39 * (56 + \frac{128507}{164690})}{71} = 27 + \frac{110949}{164690} \approx 27,6737V$$

A tak si podľa Ohmovho zákona dopočítame práve hľadaný prúd a napätie..

$$I_{R2} = \frac{U_A}{R_2} \Rightarrow (57 + \frac{66387}{164690}) * \frac{1}{49} = 1 + \frac{28243}{164690} \approx \underline{1,1715A}$$

$$U_{R2} = I_{R2} * R_2 \Rightarrow (1 + \frac{28243}{164690}) * 49 = 57 + \frac{66387}{164690} \approx \underline{57,4031V}$$

Prúd I_{R2} je 1,1715A a napätie U_{R2} je 57,4031V

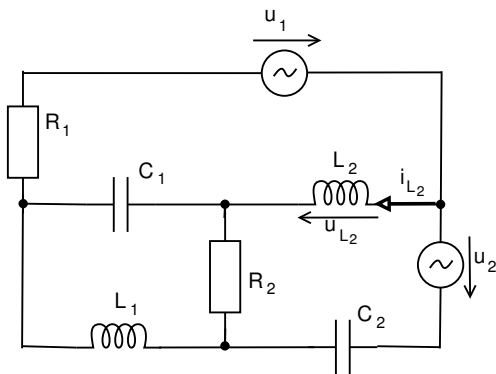
Príklad 4

Pro napájecí napětí platí: $u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi ft)$, $u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi ft)$.

Ve vztahu pro napětí $u_{L_2} = U_{L_2} \cdot \sin(2\pi ft + \varphi_{L_2})$ určete $|U_{L_2}|$ a φ_{L_2} . Použijte metodu smyčkových proudů.

Pozn: Pomocné směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik ($t = \frac{\pi}{2\omega}$).

sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	L_1 [mH]	L_2 [mH]	C_1 [μ F]	C_2 [μ F]	f [Hz]
H	65	60	10	10	160	75	155	70	95

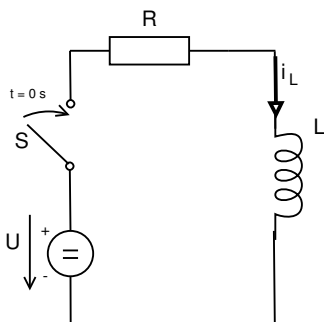


Príklad 5

V obvode na obrázku níže v čase $t = 0[\text{s}]$ sepne spínač S . Sestavte diferenciálnu rovnicu popisujúcu chovanie obvodu na obrázku, ďalej ju upravte dosadením hodnôt parametrov. Vypočítajte analytické riešenie $i_L = f(t)$. Provedte kontrolu výpočtu dosadením do sestavenej diferenciálnej rovnice.

Pozn: Pomocné smery šípek napájacích zdrojů platí pro speciální časový okamžik ($t = \frac{\pi}{2\omega}$).

sk.	U [V]	L [H]	R [Ω]	$i_L(0)$ [A]
H	18	50	40	5



Na vyjadrenie vzťahov v obvode, podľa II. Kirchhoffovho zákona zostavíme rovnicu, do ktorej dosadíme vzťahy platné pre rezistor $I_R = \frac{U_R}{R}$ a pre cievku $i'_L = \frac{U_L}{L}$, kde $i_L = I_R$.

$$U_R + U_L - U = 0 \Rightarrow R * i_L + L * i'_L - U = 0$$

$$i'_L = \frac{U - R * i_L}{L} \Rightarrow i'_L = \frac{18 - 40 * i_L}{50} = \frac{9}{25} - \frac{4}{5} i_L$$

A tak sme dostali charakteristickú rovnicu, z ktorej si vyjadríme λ .

$$i'_L + \frac{4}{5} i_L = \frac{9}{25}$$

$$\lambda + \frac{4}{5} = 0 \Rightarrow \lambda = -\frac{4}{5}$$

Riešenie dosadíme do všeobecného tvaru riešenia a zderivujeme..

$$i_L(t) = k(t) * e^{\lambda t}$$

$$i'_L(t) = k(t) * e^{-\frac{4}{5}t}$$

$$i'_L(t) = k'(t) * e^{-\frac{4}{5}t} - \frac{4}{5} k(t) e^{-\frac{4}{5}t}$$

Známe hodnoty doplníme do charakteristickej rovnice..

$$k'(t) * e^{-\frac{4}{5}t} - \frac{4}{5} k(t) e^{-\frac{4}{5}t} + \frac{4}{5} k(t) * e^{-\frac{4}{5}t} = \frac{9}{25}$$

$$k'(t) * e^{-\frac{4}{5}t} = \frac{9}{25}$$

Vyjadríme $k(t)$..

$$\begin{aligned}k'(t) &= \frac{9}{25}e^{\frac{4}{5}t} \\k(t) &= \int \frac{9}{25}e^{\frac{4}{5}t}dt \\k(t) &= \frac{9}{20}e^{\frac{4}{5}t} + c\end{aligned}$$

A toto doplníme do očakávaného tvaru riešenia..

$$i_L(t) = (\frac{9}{20}e^{\frac{4}{5}t} + c) * e^{\lambda t} \Rightarrow i_L(t) = \frac{9}{20} + c * e^{-\frac{4}{5}t}$$

Aplikujeme počiatočnú podmienku a dosadíme i_L ..

$$\begin{aligned}i_L(0) &= \frac{9}{20} + c * e^{-\frac{4}{5}0} \\5 &= \frac{9}{20} + c \Rightarrow c = 5 - \frac{9}{20} = \frac{91}{20}\end{aligned}$$

Hľadané analytické riešenie teda je:

$$\underline{i_L(t) = \frac{9}{20} + \frac{91}{20}e^{-\frac{4}{5}t}}$$

..a to si môžeme overiť dosadením $i_L(t)$ a $i'_L(t)$ do rovnice popisujúcej obvod:

$$i'_L + \frac{4}{5}i_L = \frac{9}{25}$$

$$\begin{aligned}i_L(t) &= \frac{9}{20} + \frac{91}{20}e^{-\frac{4}{5}t} \\i'_L(t) &= \frac{9}{25}e^{\frac{4}{5}t} * e^{-\frac{4}{5}t} - \frac{4}{5} * (\frac{9}{20}e^{\frac{4}{5}*t} + \frac{91}{20}) * e^{-\frac{4}{5}t} = -\frac{364}{100}e^{-\frac{4}{5}t}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}-\frac{364}{100}e^{-\frac{4}{5}t} + \frac{4}{5} * (\frac{9}{20} + \frac{91}{20}e^{-\frac{4}{5}t}) &= \frac{9}{25} \\-\frac{364}{100}e^{-\frac{4}{5}t} + \frac{36}{100} + \frac{364}{100}e^{-\frac{4}{5}t} &= \frac{9}{25} \\0 &= 0\end{aligned}$$

Zhrnutie výsledkov

Príklad	Skupina	Výsledky
1	H	$U_{R6} = 71,4183V$ $I_{R6} = 0,0821A$
2	H	$U_{R3} = 70,0309V$ $I_{R3} = 0,1207A$
3	A	$U_{R2} = 57,4031V$ $I_{R2} = 1,1715A$
4	H	$ U_{L2} =$ $\varphi_{L2} =$
5	H	$i_L(t) = \frac{9}{20} + \frac{91}{20}e^{-\frac{4}{5}t}$