第一题

解这道题需要一些矩阵相关的知识。

Cayley-Hamilton定理告诉我们，矩阵的特征多项式是矩阵的化零多项式。也就是说，存在一个最高矩阵阶数次的多项式，使得。如果我们得到了一个化零多项式，那么就可以通过倍增的方法计算。

以上两式的乘法和取模运算均为多项式乘法和多项式取模。

倍增复杂度是的。

因为，所以，而最高只有次，所以。系数通过倍增得到，我们只需要预处理出即可。

怎么求？

因为只有两个特征值和，所以只要找到一个不是特征向量的向量，使得的多项式即为化零多项式。不停随机向量，直到它不是特征向量为止，然后解未知数为各项系数的方程组。

第二题

假如现在在，当前有两种策略，一种是向上，另一种是向右。假设我们要走到，先向上再向右的代价为 ，先向右后向上的代价为，所以如果就先向上走，否则现向右走。所以现在数组和数组内求一个凸包，然后每次比较下一条边的斜率，如果下一条边的斜率小就向上，否则向右。

第三题

离线。

需要确定每一个询问点是先手必胜点（简称为1）还是先手必败点（简称为0）。

某个点是0的充要条件是它不能到达别的0。

以y从小到大的顺序扫描每一行。

假如这一行有一些障碍点，那么我们可以以这些障碍点为界分成若干段，段与段之间显然是无关的（因为它们互相都不能到达）。

对于一段，暴力的方法是从左到右判断每一个点是0还是1。显然一段至多出现1个0，因为如果某个点是0了，那么它右边都能到达这个0，一定是1。对于一段的第一个点，首先它不能往左边走（因为它是一段的第一个点，左边是障碍或者边界），所以我们需要知道它下面能到达的点中有没有0，如果有，那么它就是1，否则它就是0。为了简化叙述，扫描到当前这一行时，如果一个点能到达的下面所有点中没有0，就将它称为z点，否则称为x点。如果我们找到一个0了，那么剩下的点都不需要判断，直接标为1，否则我们继续判断。当我们需要继续判断的时候，左边的点肯定全是1，所以还是只需要知道它是不是z点。因此，事实上我们需要找到的是第一个z点，把它标为0，剩下的全标1即可。如果找不到任何一个z点，那么全部都标为1。

现在问题来了，如何维护哪些点是z点。可以用一个数据结构（线段树或者平衡树维护线段），一开始均为z，当有0出现时（0一次只出现一个，即数量与障碍点成正比），在相应位置标记为x，在障碍点出现时，在相应位置标记为z（因为这是一个障碍点，上面的点向下能到达的点到这里为止，所以暂时还没0）。

上述算法需要一行一行扫描y坐标，还是会超时。事实上对于连续一段没有障碍点的y坐标，我们可以一起做。因为每一行都没有障碍点，所以第一行一定是左边第一个z点标0，第二行由于左边第一个点变成x了（因为第一行这个点标了0），所以就是左边第二个z点标0，以此类推。那么总结起来就是，如果有连续k行没有障碍点，那么就找左边前k个z分别标0，并将这些点转化为x。

总复杂度