Gramáticas independientes del contexto

Senén Barro Ameneiro, CiTIUS

@SenenBarro

Material elaborado fundamentalmente por
el profesor Manuel Mucientes Molina

Bibliografía

- J.E. Hopcroft, R. Motwani y J.D. Ullman. "Teoría de Autómatas, Lenguajes y Computación”, Addison Wesley, 2008.
  - Capítulo 5

- P. Linz, ''An Introduction to Formal Languages and Automata”, Jones and Bartlett Publishers, Inc., 2001.
  - Capítulo 5

GIC: lo que vamos a ver

- Lenguajes independientes del contexto (LIC)
- Gramáticas independientes del contexto (GIC)
  - implementación de analizadores sintácticos
  - descripción de formatos de documentos: XML

- Árboles sintácticos: representan gráficamente la estructura de la gramática
- Autómatas con pila

Definición de GIC

Las GIC están formadas por cuatro componentes:

- el conjunto finito de **símbolos no terminales (*V*)** o variables, que permiten representar subconjuntos del lenguaje o estados intermedios en la generación de las palabras del lenguaje
- el alfabeto de **símbolos terminales (*T*)**, que son los símbolos finales del lenguaje
- un conjunto finito de **producciones o reglas (*P*)**, que indican las transformaciones posibles desde los símbolos no terminales a las palabras del lenguaje
- el **símbolo inicial o axioma (*S*)** de la gramática (una de las variables), a partir del cual se obtiene cualquier palabra del lenguaje

Definición de GIC

Las **reglas de la** gramática están formadas por:

- una variable, cabeza de la producción,
- el símbolo de producción ➔,
- una cadena de cero o más símbolos terminales y no terminales, que son el cuerpo de la producción

Es decir, las producciones son de la forma *B*➔*x*, con $B \in V$ y $x \in (V \cup T)^*$

G = (*V*, *T*, *P*, *S*)

- <u>ejemplo</u>: $G_{palíndromo}$ = ({*S*}, {0, 1}, *P*, *S*), donde P son las producciones o reglas:

$$S \rightarrow \varepsilon \mid 0 \mid 1 \mid 0S0 \mid 1S1$$

Distintas gramáticas

Las **distintas gramáticas** admiten **formas distintas para las producciones**:

Tipo 0, no restringida o recursivamente enumerables

$$\begin{gathered} x \rightarrow y \\ x \in (NT/T)^{+} \\ y \in (NT/T)^{*} \end{gathered}$$

Tipo 1, sensible al contexto

$$\begin{gathered} \alpha \rightarrow \beta\, ; |\alpha| \leq |\beta| \\ \alpha = z_1 x\, z_2 \\ \beta = z_1 y\, z_2 \\ z_{1,}\, z_2 \in T^{*} \\ x \in NT \\ y \in (NT/T)^{+} \end{gathered}$$

Tipo 2, libre de contexto

$$\begin{gathered} x \rightarrow y \\ x \in NT \\ y \in (NT/T)^{*} \end{gathered}$$

Notemos que se está usando NT (No Terminal) como V

Tipo 3, regular

$$\begin{gathered} \alpha \rightarrow \beta \\ \alpha \in NT \\ \beta \in \begin{cases} aB \\ Ba \\ b \end{cases} \\ B \in NT \\ a \in T^{+} \\ b \in T^{*} \end{gathered}$$

Gramáticas regulares

Los lenguajes regulares, estudiados en capítulos anteriores, pueden asociarse a una **gramática de tipo 3 o regular**

- Gramáticas regulares:
  - lineales por la derecha
  - lineales por la izquierda
- Una gramática $G = (V, T, P, S)$ es lineal por la derecha si todas sus producciones son de la forma:
  - $A \rightarrow xB$
  - $A \rightarrow x$

  donde A y B pertenecen a V y x pertenece a T^*
- Una gramática $G = (V, T, P, S)$ es lineal por la izquierda si todas sus producciones son de la forma:
  - $A \rightarrow Bx$
  - $A \rightarrow x$

Ejemplo de gramática (GIC)

$G = (\{E, I\}, \{+, *, (,), a, b, 0, 1\}, P, E)$, donde P es el conjunto de producciones:

$$
\begin{array}{llcl}
1. & E & \rightarrow & I \\
2. & E & \rightarrow & E + E \\
3. & E & \rightarrow & E * E \\
4. & E & \rightarrow & (E) \\
\\
5. & I & \rightarrow & a \\
6. & I & \rightarrow & b \\
7. & I & \rightarrow & Ia \\
8. & I & \rightarrow & Ib \\
9. & I & \rightarrow & I0 \\
10. & I & \rightarrow & I1
\end{array}
$$

Derivaciones de una gramática

Sea $G = (V, T, P, S)$ y $\alpha A \beta$ una cadena de terminales y no terminales (variables), donde A está en V y α y β están en $(V \cup T)^*$.

Sea $A \rightarrow \Upsilon$ una producción de G. Entonces:

$$\alpha A \beta \underset{G}{\Rightarrow} \alpha \gamma \beta$$

Una **derivación de una sentencia ω** es la **secuencia** de sustituciones de no terminales que, partiendo del símbolo inicial S, produce como resultado ω.

Derivaciones de una gramática

Ejemplo de derivación de: "a * (a + b00)"

- Derivación más a la izquierda:

$$E \Rightarrow E * E \Rightarrow I * E \Rightarrow a * E \Rightarrow$$

$$a * (E) \Rightarrow a * (E + E) \Rightarrow a * (I + E) \Rightarrow a * (a + E) \Rightarrow$$

$$a * (a + I) \Rightarrow a * (a + I0) \Rightarrow a * (a + I00) \Rightarrow a * (a + b00)$$

- Derivación más a la derecha:

$$E \underset{md}{\Rightarrow} E * E \underset{md}{\Rightarrow} E * (E) \underset{md}{\Rightarrow} E * (E + E) \underset{md}{\Rightarrow}$$

$$E * (E + I) \underset{md}{\Rightarrow} E * (E + I0) \underset{md}{\Rightarrow} E * (E + I00) \underset{md}{\Rightarrow} E * (E + b00) \underset{md}{\Rightarrow}$$

$$E * (I + b00) \underset{md}{\Rightarrow} E * (a + b00) \underset{md}{\Rightarrow} I * (a + b00) \underset{md}{\Rightarrow} a * (a + b00)$$

Lenguaje de una gramática

Si $G = (V, T, P, S)$ es una GIC, el **lenguaje de *G*** será:

$$L(G) = \{w \text{ que están en } T^* \mid S \overset{*}{\underset{G}{\Rightarrow}} w\}$$

- Si $G = (V, T, P, S)$ es una GIC, cualquier cadena $\alpha \in (V \cup T)^*$, tal que $S \overset{*}{\Rightarrow} \alpha$ es una ***forma sentencial***
- El lenguaje $L(G)$ está formado por las formas sentenciales que están en T^* y se denominan **sentencias**

Ejemplos de formas sentenciales:

$$E \Rightarrow E * E \Rightarrow E * (E) \Rightarrow E * (E + E) \Rightarrow E * (I + E)$$

$$E \underset{mi}{\Rightarrow} E * E \underset{mi}{\Rightarrow} I * E \underset{mi}{\Rightarrow} a * E$$

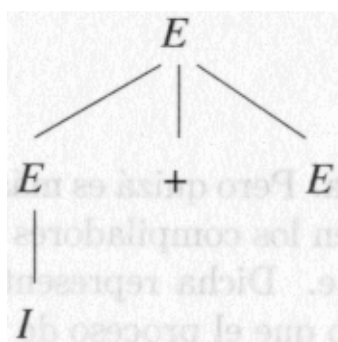
$$E \underset{md}{\Rightarrow} E * E \underset{md}{\Rightarrow} E * (E) \underset{md}{\Rightarrow} E * (E + E)$$

Árboles de derivación

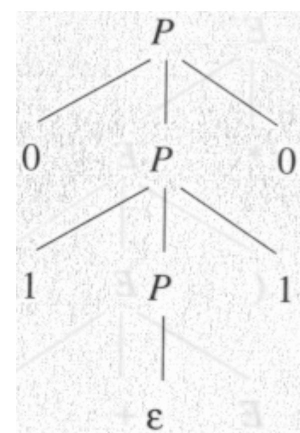
Representación de las **derivaciones en forma de árbol**

- Sea $G = (V, T, P, S)$. El árbol de derivación para G tendrá las siguientes características:
  - cada nodo interior está etiquetado con una variable
  - cada hoja está etiquetada con una variable, un terminal o ε. Si es ε, tiene que ser el único hijo de su nodo progenitor
  - si un nodo interior está etiquetado con A y sus hijos están etiquetados con $X_1, X_2, \ldots, X_k$ (de izquierda a derecha), entonces $A \rightarrow X_1X_2 \ldots X_k$ es una producción de P
- Ejemplos:

$$E \overset{*}{\Rightarrow} I + E$$



$$P \overset{*}{\Rightarrow} 0110$$

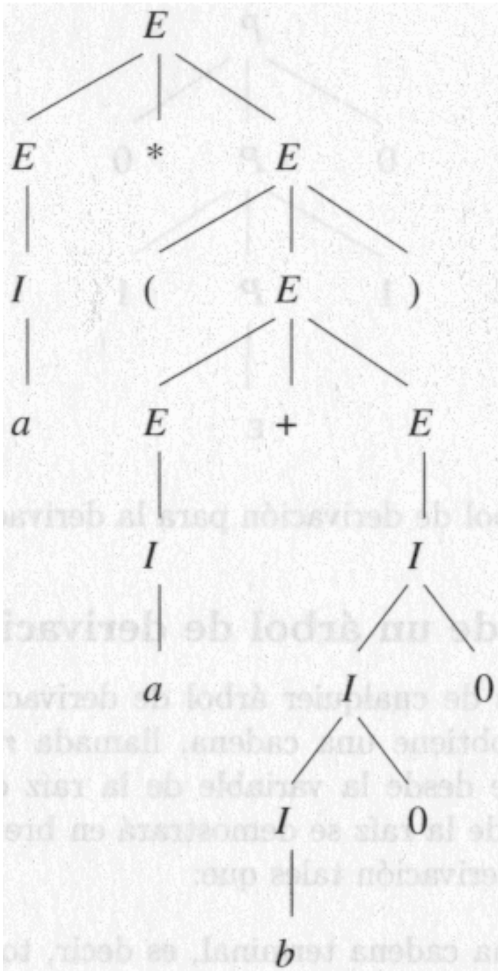


Resultado de un árbol de derivación

Concatenando la hojas de un árbol desde la izquierda se obtiene la cadena resultado del árbol, que se deriva desde la raíz

$$E \stackrel{*}{\Rightarrow} a * (a + b00)$$

1.	E	$\rightarrow$	I
2.	E	$\rightarrow$	$E + E$
3.	E	$\rightarrow$	$E * E$
4.	E	$\rightarrow$	(E)
5.	I	$\rightarrow$	a
6.	I	$\rightarrow$	b
7.	I	$\rightarrow$	Ia
8.	I	$\rightarrow$	Ib
9.	I	$\rightarrow$	$I0$
10.	I	$\rightarrow$	$I1$



Cadenas del lenguaje:

- los nodos hoja son terminales
- la raíz está etiquetada con el símbolo inicial

Aplicaciones de las GIC

Descripción de lenguajes de programación

- Análisis sintáctico

Lenguajes de marcado

- HTML (HyperText Markup Language)

1.	*Car*	$\rightarrow$	$a \mid A \mid \cdots$
2.	*Texto*	$\rightarrow$	$\varepsilon \mid$ *Car Texto*
3.	*Doc*	$\rightarrow$	$\varepsilon \mid$ *Elemento Doc*
4.	*Elemento*	$\rightarrow$	*Texto* $\mid$ <EM> *Doc* </EM> $\mid$ <P> *Doc* $\mid$ <OL> *Lista* </OL> $\mid \cdots$
5.	*ListItem*	$\rightarrow$	<LI> *Doc*
6.	*Lista*	$\rightarrow$	$\varepsilon \mid$ *ListItem Lista*

Figura 5.13. Parte de una gramática de HTML.

Aplicaciones de las GIC

Lenguajes de marcado: XML (eXtensible Markup Language)

- El formato se especifica con un DTD (Document Type Definition)
  - Uso de GIC para describir las etiquetas permitidas y su forma de anidarse

```
<!DOCTYPE PcSpecs [
    <!ELEMENT PCS (PC*)>
    <!ELEMENT PC (MODELO, PRECIO, PROCESADOR, RAM, DISCO+)>
    <!ELEMENT MODEL0 (#PCDATA)>
    <!ELEMENT PRECIO (#PCDATA)>
    <!ELEMENT PROCESADOR (FABRICANTE, MODELO, VELOCIDAD)>
    <!ELEMENT FABRICANTE (#PCDATA)>
    <!ELEMENT MODELO (#PCDATA)>
    <!ELEMENT VELOCIDAD (#PCDATA)>
    <!ELEMENT RAM (#PCDATA)>
    <!ELEMENT DISCO (DISCODURO | CD | DVD)>
    <!ELEMENT DISCODURO (FABRICANTE, MODELO, TAMAÑO)
    <!ELEMENT TAMAÑO (#PCDATA)>
    <!ELEMENT CD (VELOCIDAD)>
    <!ELEMENT DVD (VELOCIDAD)>
]>
```

Figura 5.14. Una DTD para computadoras personales.

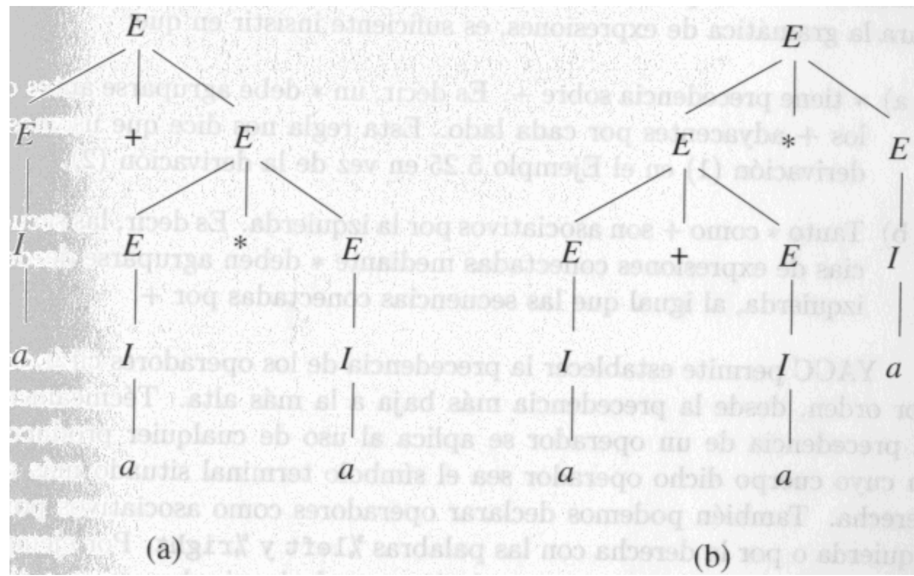
```
<PCS>
    <PC>
        <MODEL0>4560</MODELO>
        <PRECIO>$2295</PRECIO>
        <PROCESADOR>
            <FABRICANTE>Intel</FABRICANTE>
            <MODEL0>Pentium</MODELO>
            <VELOCIDAD>800MHz</VELOCIDAD>
        </PROCESADOR>
        <RAM>256</RAM>
        <DISCO><DISCODURO>
            <FARBICANTE>Maxtor</FABRICANTE>
            <MODELO>Diamond</MODELO>
            <TAMAÑO>30.5Gb</TAMAÑO>
        </DISCODURO></DISCO>
        <DISCO><CD>
            <VELOCIDAD>32x</VELOCIDAD>
        </CD></DISCO>
    </PC>
    <PC>
        ...
    </PC>
</PCS>
```

Figura 5.15. Parte de un documento que obecede a la estructura de la DTD

Ambigüedad

Una GIC $G = (V, T, P, S)$ es ambigua si existe al menos una cadena w en T^* para la que podemos encontrar dos árboles de derivación distintos con la raíz etiquetada con S y cuyo resultado es w

1. $E \rightarrow I$
2. $E \rightarrow E + E$
3. $E \rightarrow E * E$
4. $E \rightarrow (E)$
5. $I \rightarrow a$
6. $I \rightarrow b$
7. $I \rightarrow Ia$
8. $I \rightarrow Ib$
9. $I \rightarrow I0$
10. $I \rightarrow I1$



La existencia de derivaciones diferentes para una cadena no supone un defecto en la gramática; *la existencia de árboles de derivación diferentes sí supone un problema*

$$E \rightarrow E + E \rightarrow I + E \rightarrow a + E \rightarrow a + I \rightarrow a + b$$

$$E \rightarrow E + E \rightarrow E + I \rightarrow E + b \rightarrow I + b \rightarrow a + b$$

Problemas

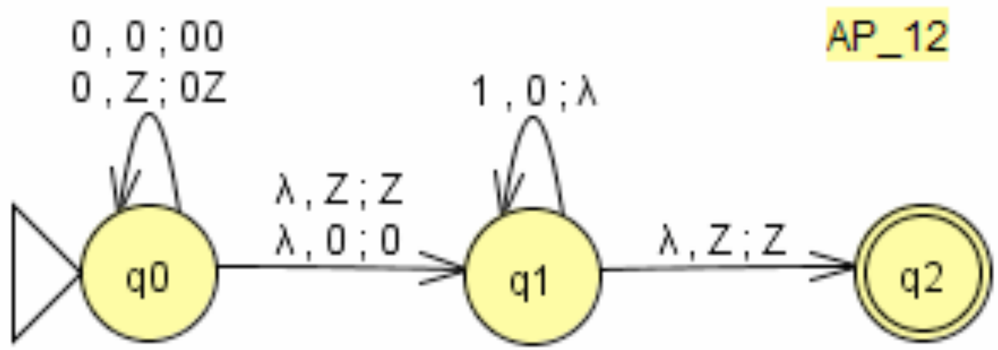
Diseñar la GIC que genere el lenguaje:

L = {0^n1^n | n≥0}

L = {λ, 01, 0011, 000111…}

G = ({S}, {0,1}, P, S)

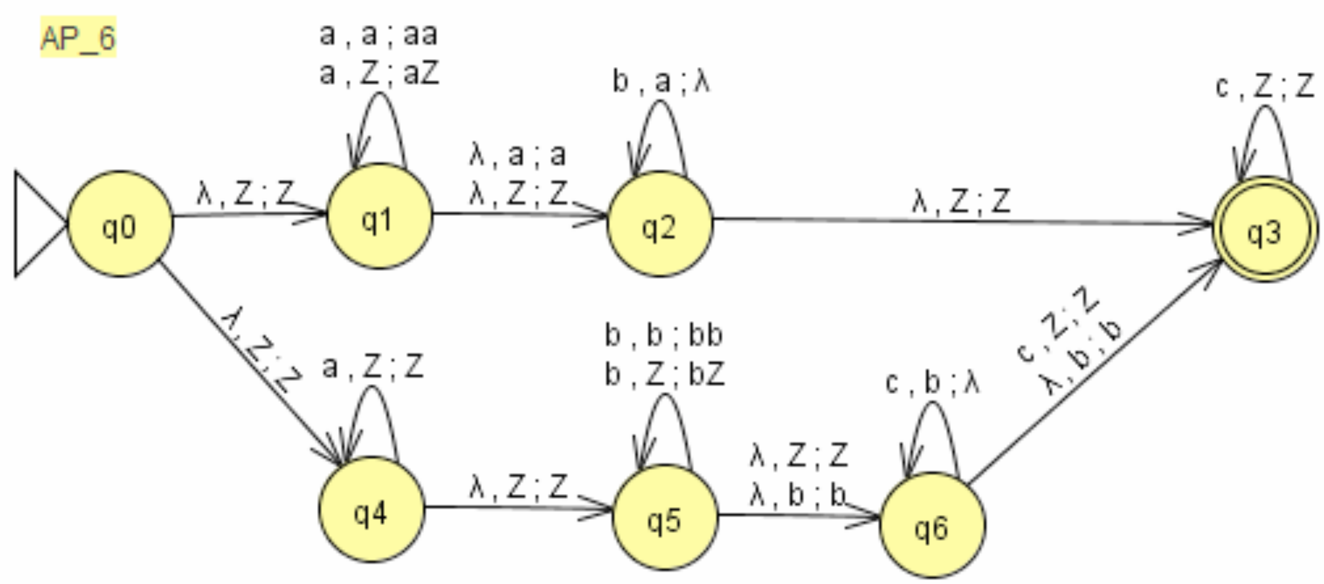
P = {S ➔ λ | 0S1}



Problemas

Diseñar la GIC que genere el lenguaje:

$L = \{a^i\, b^j\, c^k \,/\, i = j \text{ ó } j \neq k, \text{ con } i, j, k \geq 0\}$



Problemas

1. Diseñar la GIC que genere el lenguaje:

   $L = \{0^{n}1^{n} \mid n \geq 1\}$

1. Diseñar la GIC que genere el lenguaje:

   $L = \{a^{i}b^{j} \mid 2i = j;\ i, j > 0\}$

1. Diseñar la GIC que genere el lenguaje:

   $L = \{a^{i}b^{j}c^{k} \,/\, i \neq j \text{ ó } j \neq k\}$

1. Diseñar la GIC que genere el lenguaje:

   $L = \{(a+b+c)^{*} \,/\, N(a)+N(b)>N(c)\}$

Problemas

Diseñar la GIC que genere el lenguaje:

$L=\{0^n 1^n \mid n \geq 1\}$

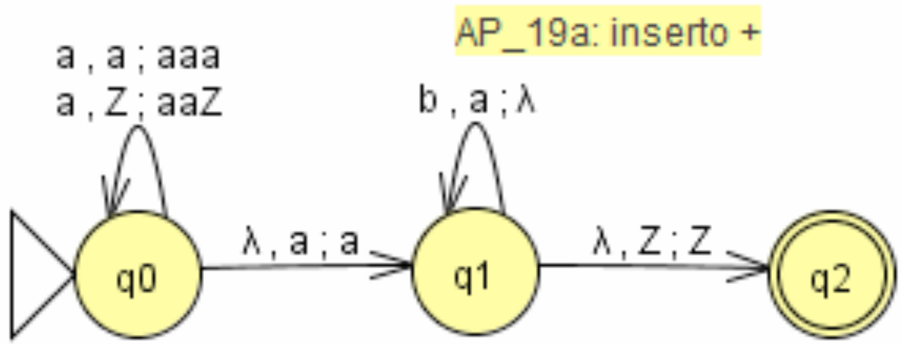
Table Text Size

LHS		RHS
S	$\rightarrow$	0S1
S	$\rightarrow$	01

Problemas

Diseñar la GIC que genere el lenguaje:

$$L = \{a^i b^j \mid 2i = j;\ i, j > 0\}$$



Problemas

Diseñar la GIC que genere el lenguaje:

$$L = \{a^i\, b^j\, c^k \;/\; i \neq j \;\; ó \;\; j \neq k\}$$

Table Text Size

LHS		RHS
S	$\rightarrow$	XC
S	$\rightarrow$	AY
X	$\rightarrow$	aXb
X	$\rightarrow$	aA
X	$\rightarrow$	bB
Y	$\rightarrow$	bYc
Y	$\rightarrow$	bB
Y	$\rightarrow$	cC
A	$\rightarrow$	aA
A	$\rightarrow$	λ
B	$\rightarrow$	bB
B	$\rightarrow$	λ
C	$\rightarrow$	cC
C	$\rightarrow$	λ

Problemas

Diseñar la GIC que genere el lenguaje:

$$L = \{(a+b+c)^* \ / \ N(a)+N(b)>N(c)\}$$

Table Text Size

LHS		RHS
Z	$\rightarrow$	SaS
Z	$\rightarrow$	SbS
S	$\rightarrow$	bScS
S	$\rightarrow$	aScS
S	$\rightarrow$	cSaS
S	$\rightarrow$	cSbS
S	$\rightarrow$	aS
S	$\rightarrow$	bS
S	$\rightarrow$	λ

Formas normales para GIC

- Las gramáticas en **formas normales** pueden generar todos los LIC
  - Forma Normal de Chomsky
  - Forma Normal de Greibach
- Las gramáticas en formas normales reducen la complejidad para la obtención de las derivaciones
- Para obtener una gramática en forma normal es necesario realizar una serie de transformaciones que no modifican el lenguaje generado:
  - eliminación de producciones ε
  - eliminación de producciones unitarias (reglas de encadenamiento)
  - eliminación de símbolos inútiles

Formas normales para GIC

Eliminación de producciones ε

- Una variable es anulable si $A \Rightarrow^* \varepsilon$
- Algoritmo. Sea $G = (V, T, P, S)$ una GIC. Encontraremos todos los símbolos anulables de G mediante el siguiente algoritmo:
  - Base: si $A \rightarrow \varepsilon$ es una producción de G, A es anulable
  - Paso inductivo: si existe una producción $B \rightarrow C_1C_2 \ldots C_k$ en la que las $C_{i,\ i=1,\ldots,K}$ son anulables, B es anulable

Formas normales para GIC

Eliminación de producciones ε

- Construcción de una gramática sin producciones ε:
  - sea $G = (V, T, P, S)$ una GIC
  - se determinan todos los símbolos anulables de G
  - se construye la gramática $G_1 = (V, T, P_1, S)$ donde P_1 se determina como sigue:
    - para cada producción $A \rightarrow X_1X_2 \dots X_k$ donde k >= 1, supongamos que m de los k símbolos son anulables
    - la nueva gramática tendrá 2^m versiones de esta producción (las X_i anulables estarán presentes o ausentes en todas las combinaciones posibles)
    - si, $m = k$ no se incluirá el caso de todas las X_i ausentes
    - además, las producciones de P de la forma $A \rightarrow \varepsilon$ no estarán en P_1
    - si ε forma parte del lenguaje, se añade la producción $S \rightarrow \varepsilon$

Formas normales para GIC

Eliminación de producciones ε

Ejemplos:

- Dada la gramática $S \rightarrow ABC$, $A \rightarrow aAA \mid \varepsilon$, $B \rightarrow bBC \mid \varepsilon$, $C \rightarrow bc \mid \varepsilon$, construir la gramática sin producciones ε
- Dada la gramática $S \rightarrow aS \mid AB \mid AC$, $A \rightarrow aA \mid \varepsilon$, $B \rightarrow bB \mid bS$, $C \rightarrow cC \mid \varepsilon$, construir la gramática sin producciones ε

Formas normales para GIC

Eliminación de producciones unitarias

- Producción unitaria: $A \rightarrow B$, donde A y B son variables
  - añaden pasos adicionales en las derivaciones
- Pares unitarios: pares de variables A y B tales que $A \Rightarrow^* B$, usando una secuencia que sólo hace uso de producciones unitarias
- Obtención de los pares unitarios (A, B)
  - Base: (A, A) es un par unitario para toda variable A
  - Paso inductivo: sea (A, B) un par unitario, y $B \rightarrow C$ una producción donde C es una variable. Entonces (A, C) es un par unitario

Formas normales para GIC

Eliminación de producciones unitarias

<u>Ejemplo</u>: determinar los pares unitarios de la gramática

$$\begin{array}{lcl} I & \rightarrow & a \mid b \mid Ia \mid Ib \mid I0 \mid I1 \\ F & \rightarrow & I \mid (E) \\ T & \rightarrow & F \mid T * F \\ E & \rightarrow & T \mid E + T \end{array}$$

Formas normales para GIC

Eliminación de producciones unitarias

- Eliminación de las producciones unitarias: dada la GIC $G = (V, T, P, S)$, se construye la GIC

  $G_1 = (V, T, P_1, S)$ como sigue:

  1. encontramos los pares unitarios de G
  2. para cada par unitario (A, B), añadimos a P_1 todas las producciones $A \rightarrow \alpha$, donde $B \rightarrow \alpha$ es una producción no unitaria de P

– Ejemplo: eliminar las producciones unitarias de la siguiente gramática

$$
\begin{array}{lcl}
I & \rightarrow & a \mid b \mid Ia \mid Ib \mid I0 \mid I1 \\
F & \rightarrow & I \mid (E) \\
T & \rightarrow & F \mid T * F \\
E & \rightarrow & T \mid E + T
\end{array}
$$

Formas normales para GIC

Eliminación de símbolos inútiles

- Un símbolo X es útil para una gramática $G = (V, T, P, S)$ si existe alguna derivación de la forma $S \Rightarrow^* \alpha X \beta \Rightarrow^* w$, donde w está en T^*
- X es **generador** si $X \Rightarrow^* w$ (w está en T^*)
  - todo símbolo terminal es generador
- X es **alcanzable** si existe una derivación $S \Rightarrow^* \alpha X \beta$ para algún α y β
- **Todo símbolo útil es generador y alcanzable**
- Eliminación de símbolos inútiles
  1. eliminamos los símbolos no generadores
  2. eliminamos los símbolos no alcanzables

Cálculo de símbolos generadores

Algoritmo: sea $G = (V, T, P, S)$ una gramática. Para calcular los símbolos generadores de G se lleva a cabo la siguiente inducción:

- Base: todo símbolo de T es generador
- Paso inductivo: dada una producción $A \rightarrow \alpha$, donde todo símbolo de α es generador, entonces A es generador (se incluye el caso $\alpha = \varepsilon$)

Cálculo de símbolos alcanzables

Algoritmo: sea $G = (V, T, P, S)$ una gramática. Para calcular los símbolos alcanzables de G se lleva a cabo la siguiente inducción:

- Base: S es alcanzable
- Paso inductivo: dada una variable A alcanzable, para todas las producciones cuya cabeza es A, todos los símbolos de los cuerpos de dichas producciones serán alcanzables

Problemas

Dada la gramática siguiente, eliminar producciones ε y unitarias y símbolos inútiles:

$S \rightarrow AC \mid BS \mid B$

$A \rightarrow aA \mid aF$

$B \rightarrow cF \mid b$

$C \rightarrow cC \mid D$

$D \rightarrow aD \mid BD \mid C$

$E \rightarrow aA \mid BSA$

$F \rightarrow bB \mid b$

Problemas

S	$\longrightarrow$	AC
S	$\longrightarrow$	BS
S	$\longrightarrow$	cF
S	$\longrightarrow$	b
D	$\longrightarrow$	BD
E	$\longrightarrow$	BSA
C	$\longrightarrow$	BD
D	$\longrightarrow$	cC
C	$\longrightarrow$	aD
F	$\longrightarrow$	b
F	$\longrightarrow$	bB
E	$\longrightarrow$	aA
D	$\longrightarrow$	aD
C	$\longrightarrow$	cC
B	$\longrightarrow$	b
B	$\longrightarrow$	cF
A	$\longrightarrow$	aF
A	$\longrightarrow$	aA

Hay tres producciones unitarias:

(S,B), (C,D) y (D,C),

que han de reescribirse para eliminarlas, quedando como se ve en la figura

Problemas

S	$\rightarrow$	BS
S	$\rightarrow$	cF
S	$\rightarrow$	b
B	$\rightarrow$	cF
B	$\rightarrow$	b
F	$\rightarrow$	bB
F	$\rightarrow$	b

Después de eliminar las producciones unitarias y los símbolos inútiles, eliminando los que no son generadores y los que no son alcanzables, queda el conjunto de producciones de la figura

Resumen de las transformaciones

Recordemos: para convertir una GIC *G* en una GIC equivalente que no tiene símbolos inútiles, producciones ε o producciones unitarias, es necesario realizar los siguientes pasos en el orden establecido:

1. eliminar las producciones ε
2. eliminar las producciones unitarias
3. eliminar los símbolos inútiles

Formal Normal de Chomsky

Todo LIC no vacío tiene una gramática *G* en la que todas las producciones tienen una de las formas siguientes:

- $A \rightarrow BC$, donde *A*, *B*, *C* son variables
- $A \rightarrow a$, donde *A* es una variable y *a* un símbolo terminal
- $S \rightarrow \varepsilon$

Se dice que *G* está en Forma Normal de Chomsky (FNC)

- Una cadena de longitud *n* se analiza en 2*n*-1 pasos
- El árbol de derivación es binario y su profundidad máxima es *n*
- Se usa como algoritmo el método CYK

Formal Normal de Chomsky

Ejemplos:

- Gramática: $S \rightarrow AX_1$, $X_1 \rightarrow BX_2$, $X_2 \rightarrow CX_3$, $X_3 \rightarrow DE$, $A \rightarrow a$, $B \rightarrow b$, $C \rightarrow c$, $D \rightarrow d$, $E \rightarrow e$. Cadena: abcde

- Gramática: $S \rightarrow SS \mid AB \mid CD$, $A \rightarrow a$, $B \rightarrow b$, $C \rightarrow c$, $D \rightarrow d$. Cadena: abcdab

Formal Normal de Chomsky

Para transformar una gramática a FNC:

- no puede tener producciones ε, producciones unitarias, ni símbolos inútiles
- las producciones de esa gramática tienen la forma $S \rightarrow \varepsilon$, $A \rightarrow a$ (ya están en FNC) o bien un cuerpo de longitud dos o más. Habrá que:
  - a) conseguir que en los cuerpos de longitud dos o más sólo aparezcan variables
  - b) descomponer los cuerpos de longitud tres o más en una cascada de producciones en cuyos cuerpos sólo aparezcan dos variables

Formal Normal de Chomsky

Construcción para (a):

- para cada símbolo terminal *a* que aparece en un cuerpo de longitud dos o más, se crea una nueva variable *A*
- esta variable sólo tendrá la producción $A \rightarrow a$
- se sustituyen las apariciones de *a* por *A* siempre que aparezca en un cuerpo de longitud mayor o igual que dos

Construcción para (b):

- se descomponen las producciones de la forma $A \rightarrow B_1B_2 \ldots B_k$ para $k >= 3$, en un grupo de producciones con dos variables en cada cuerpo
- se introducen k–2 variables nuevas, C_1, C_2, ..., C_{k-2}
- se reemplaza la producción original por las k–1 producciones $A \rightarrow B_1C_1$, $C_1 \rightarrow B_2C_2$, ..., $C_{k-3} \rightarrow B_{k-2}C_{k-2}$, $C_{k-2} \rightarrow B_{k-1}B_k$

Formal Normal de Chomsky

Ejemplo: convertir la gramática en FNC

$$
\begin{aligned}
E &\to E + T \mid T * F \mid (E) \mid a \mid b \mid Ia \mid Ib \mid I0 \mid I1 \\
T &\to T * F \mid (E) \mid a \mid b \mid Ia \mid Ib \mid I0 \mid I1 \\
F &\to (E) \mid a \mid b \mid Ia \mid Ib \mid I0 \mid I1 \\
I &\to a \mid b \mid Ia \mid Ib \mid I0 \mid I1
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
E &\to EC_1 \mid TC_2 \mid LC_3 \mid a \mid b \mid IA \mid IB \mid IZ \mid IO \\
T &\to TC_2 \mid LC_3 \mid a \mid b \mid IA \mid IB \mid IZ \mid IO \\
F &\to LC_3 \mid a \mid b \mid IA \mid IB \mid IZ \mid IO \\
I &\to a \mid b \mid IA \mid IB \mid IZ \mid IO \\
A &\to a \\
B &\to b \\
Z &\to 0 \\
O &\to 1 \\
P &\to + \\
M &\to * \\
L &\to (\\
R &\to) \\
C_1 &\to PT \\
C_2 &\to MF \\
C_3 &\to ER
\end{aligned}
$$

Formal Normal de Greibach

Todo LIC no vacío es $L(G)$ para alguna gramática G cuyas producciones tienen la forma: $A \rightarrow a\alpha$, donde a es un símbolo terminal y α una cadena de cero o más variables

El uso de una producción introduce un símbolo terminal en una forma sentencial

- una cadena de longitud n tiene una derivación de n pasos
- Un analizador sintáctico descendente parará a profundidad n
- Nunca habrá recursividad por la izquierda

Problemas

1. Encontrar una gramática equivalente a: $S \rightarrow AB \mid CA$, $A \rightarrow a$, $B \rightarrow BC \mid AB$, $C \rightarrow aB \mid b$, sin símbolos inútiles

2. Dada la gramática $S \rightarrow ASB \mid \varepsilon$, $A \rightarrow aAS \mid a$, $B \rightarrow SbS \mid A \mid bb$, obtener la gramática equivalente en FNC