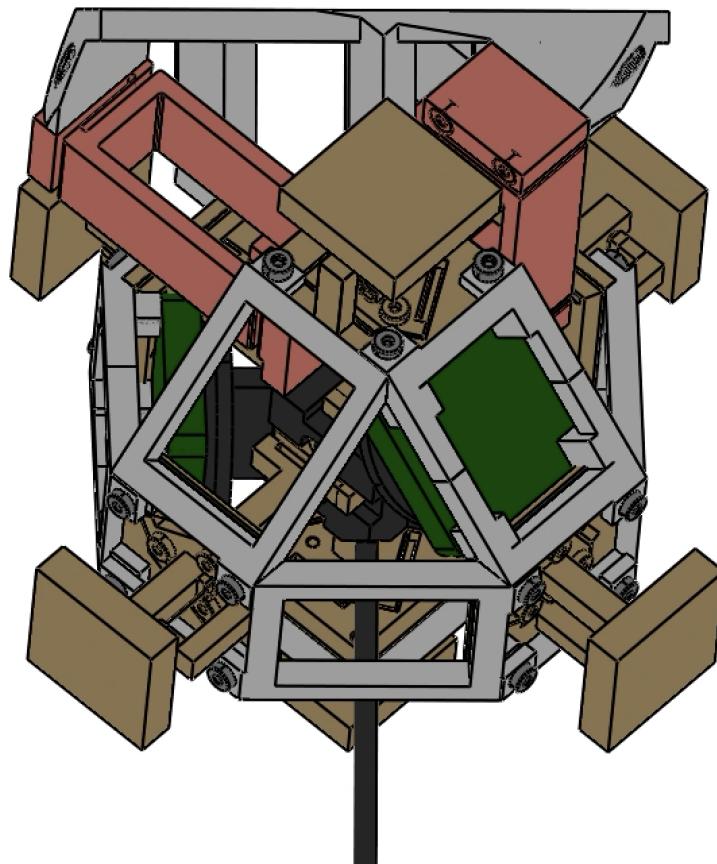


PROJET FLYFORCE

CONCEPTION DE MÉCANISMES II



EPFL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

Groupe 28 : Loïs Audemars 374009, Eliot Bourdariat 373994, Gabin Mayer 377774,
Léandre Négre 372082, Aldric Rüedi 379895

Mai 2025

Table des matières

1 Introduction	2
2 Conception générale	2
2.1 Explication du principe de fonctionnement	2
2.1.1 Principe de guidage du stylet à 3 degrés-de-liberté	3
2.1.2 Principes d'équilibrage en force, moment et, optionnellement, inertiel	3
2.1.3 Principe de mesure des déformations du corps d'épreuve	5
2.1.4 Mise en évidence des concepts originaux	5
2.2 Schéma cinématique du corps d'épreuve représenté avec des articulations idéales	5
2.3 Calcul de la mobilité selon la méthode de Grübler et des hyperstatismes	6
2.4 Implémentation de la cinématique du corps d'épreuve en guidages flexibles	7
2.4.1 Rotule à doigt guidée : une lame flexible combinée à une structure en arc	7
2.4.2 Rotule à doigt : Trois lames flexibles en parallèles, bloquées par une tige	8
2.4.3 Soufflet : Deux lames flexibles invérées	9
3 Dimensionnement détaillé	12
3.1 Rigidités : Applications numériques et dimensionnement	12
3.2 Calcul des contraintes maximales dans les articulations flexibles	13
3.2.1 Contraintes maximales dans les rotules à doigt guidées	13
3.2.2 Contraintes maximales dans les membranes	14
3.2.3 Contraintes maximales dans les soufflets	14
3.3 Calcul des déplacements des cibles des capteurs capacitifs	16
3.4 Calcul de la résolution de mesure de force	16
3.5 Calcul des gammes dynamiques de mesure de force	16
3.6 Calcul de la résolution de mesure de déplacement de la sphère du stylet	16
3.7 Calcul de la masse réduite au niveau du stylet	16
3.8 Erreur induite par la gravité	17
3.9 Erreur induite par les accélérations en translation	17
3.10 Erreur induite par les accélérations en rotation	17
3.11 Erreur induite par les vitesses angulaires	18
3.12 Erreur due aux non-linéarités du corps d'épreuve	18
4 Discussion	19
4.1 Liste de non-conformités avec le cahier des charges	19
4.2 Justifications et impacts	19
5 Construction	20
5.1 Argumentation des choix de construction	20
5.2 Argumentation des choix des matériaux	21
6 Conclusion	22
A Annexes	24
A.1 Dessin de construction avec liste de toutes les pièces	24
A.2 Code d'optimisation Python et Images de la CAO	24

1 Introduction

Ce rapport présente la conception détaillée du projet FlyForce, un capteur de force de contact à trois degrés-de-liberté destiné à la mesure précise de la force de contact entre l'extrémité sphérique d'un stylet et une pièce mécanique. Ce projet, réalisé dans le cadre du cours « Conception de mécanismes » sous la direction du Professeur S. Henein à l'EPFL et encadré par L. Dassa, vise à répondre aux exigences spécifiques des machines de mesure tridimensionnelles utilisées pour l'inspection et le contrôle qualité des pièces mécaniques.

L'objectif principal est de concevoir un corps d'épreuve déformable élastiquement capable de mesurer des forces selon trois axes indépendants tout en étant insensible aux variations de la gravité ainsi qu'aux accélérations linéaires et angulaires de sa base. Le mécanisme doit également minimiser les erreurs induites par les vitesses angulaires de déplacement. Pour atteindre ces objectifs, la solution s'appuie sur l'intégration de guidages flexibles équilibrés en force et en moment, couplés à des capteurs capacitifs haute précision.

Le rapport détaille les différentes étapes de la conception, de l'établissement du principe de fonctionnement à l'analyse cinématique et au dimensionnement précis du système. Enfin, les choix de matériaux et les procédés d'usinage retenus pour la réalisation physique du capteur sont justifiés afin de garantir une durabilité et une précision de mesure optimales.

2 Conception générale

Cette section introduit la conception générale du mécanisme FlyForce en expliquant les principes fondamentaux de fonctionnement du système. Nous y abordons notamment le guidage du stylet, l'équilibrage en force et moment, ainsi que le schéma cinématique et son implémentation en guidages flexibles.

2.1 Explication du principe de fonctionnement

Le mécanisme FlyForce repose sur un système de liaison élastique constitué de trois soufflets, reliés à un bloc central. Ce dernier est lui-même connecté aux systèmes d'équilibrages décrits en section 2.1.2, et illustrés (ébauche) à la figure 1 ci-dessous.

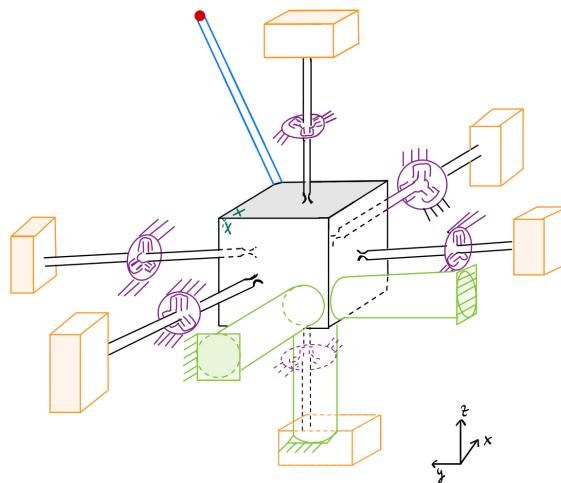


FIGURE 1 – Mécanisme de suspension sur trois soufflets (Rapport 1 : ébauche de la solution).

2.1.1 Principe de guidage du stylet à 3 degrés-de-liberté

Le mécanisme présenté repose sur trois soufflets indépendants. Chaque soufflet possède initialement cinq degrés de liberté (trois translations et deux rotations), exprimés comme suit :

$$x^F, \quad y^F, \quad z^F, \quad rx_1, \quad ry^F, \quad rz^F$$

En plaçant stratégiquement chaque soufflet selon une direction différente, les rotations individuelles sont progressivement bloquées. Ainsi, chaque soufflet empêche une rotation spécifique, ce qui résulte en un blocage global des trois rotations pour l'ensemble du mécanisme.

Le cube central, portant le stylet, ne conserve alors que les trois translations libres, tandis que toutes les rotations sont bloquées, comme indiqué ci-dessous :

$$x^F, \quad y^F, \quad z^F, \quad rx_1, \quad ry_1, \quad rz_1$$

Cette disposition garantit 3 degrés de liberté strictement en translation suivant le stylet.

2.1.2 Principes d'équilibrage en force, moment et, optionnellement, inertiel

Le mécanisme est conçu pour être **équilibré dynamiquement (FM)** et **équilibré inertiellement (FMI)** :

Équilibrage en force : Pour équilibrer en force un mécanisme, il faut que sa quantité de mouvement en translation soit nulle. La quantité de mouvement en translation d'un mécanisme composé de n solides S_i (avec i allant de 1 à n) s'écrit :

$$\vec{P}_{\text{tot/R}} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_{G_i/\mathcal{R}} = \vec{0}$$

Dans le mécanisme FlyForce, pour chaque translation, la répartition des masses assure l'équilibrage statique et donc l'équilibrage en force. En effet :

- Le cube central et le stylet (de masse $4m$) se déplacent dans la direction de la translation.
- Les quatre autres blocs périphériques (de masse m chacun) se déplacent dans la direction opposée à la même vitesse, par effet de levier.

Les deux blocs dans la direction de la translation ne se déplacent pas grâce à la liaison.

Ainsi, pour chaque translation, la somme vectorielle des quantités de mouvement du bloc central dans le sens de la translation est compensée par celle des blocs en sens inverse (voir figure 2) :

$$4m\vec{v} - 4 \times m\vec{v} = 0$$

Cette condition garantit que le mécanisme ne transmet pas de force résultante au bâti, confirmant ainsi son équilibrage en force.

Équilibrage en moment : La condition d'équilibrage en moment exige que le moment cinétique total par rapport au centre de masse soit nul :

$$\vec{L}_{G_{\text{tot}}/\mathcal{R}} = I_{G_{\text{tot}}} \vec{\omega}_{\text{tot}/\mathcal{R}} = \vec{0}$$

Dans FlyForce, cette condition est respectée car :

- Le bloc central est bloqué en rotation : $\vec{\omega}_{\text{central}} = \vec{0}$.
- Les blocs périphériques sont angulairement fixés, mais peuvent translater, ne changeant pas le centre de masse global.

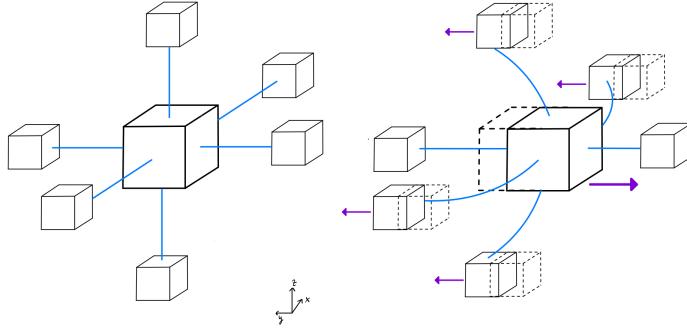


FIGURE 2 – Mécanisme en translations : représentation du bloc central et des blocs périphériques lors d'une translations (en x, y ou z par son isotropisme). Deux blocs restent immobiles car les articulations flexibles utilisées ne transmettent pas la translation.

Ainsi, $\vec{\omega}_{\text{tot}/\mathcal{R}} = \vec{0}$, donc $\vec{L}_{G_{\text{tot}}/\mathcal{R}} = \vec{0}$: le mécanisme est équilibré en moment.

Équilibrage inertiel : La condition d'équilibrage en inertie exige que le tenseur d'inertie par rapport au centre de masse reste constant au cours du temps.

À l'aide du théorème de Steiner et du moment d'inertie d'un bloc, on considère le tenseur d'inertie global suivant, dans le cas où :

- le bloc central (stylet compris) a une masse $M = 4m$ et un côté A ,
- les blocs périphériques ont une masse m et un côté a ,
- chaque bloc périphérique est relié au bloc central par un segment de longueur ℓ .

Le tenseur d'inertie global au repos (sans déplacement du bloc central) est alors :

$$\vec{I}(\vec{0}) = \begin{pmatrix} I_0 \\ I_0 \\ I_0 \end{pmatrix}, \quad \text{avec} \quad I_0 = \frac{1}{6}(4m)A^2 + ma^2 + 4ml^2$$

Ici, I_0 représente le moment d'inertie calculé par rapport à l'origine du repère, sans déplacement ($\vec{r} = \vec{0}$).

Lorsque le bloc central subit un déplacement défini par le vecteur $\vec{r} = (x, y, z)$, le moment d'inertie devient :

$$\vec{I}(x, y, z) = \begin{pmatrix} I_x(\vec{r}) \\ I_y(\vec{r}) \\ I_z(\vec{r}) \end{pmatrix}, \quad \text{avec} \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

La composante $I_x(\vec{r})$, correspondant au moment d'inertie autour de l'axe x traversant le centre de masse, s'écrit :

$$I_x(\vec{r}) = \frac{1}{6}(4m)A^2 + 4m(y^2 + z^2) + ma^2 + 4m(y^2 + z^2 + \ell^2)$$

$$I_x(\vec{r}) = I_0 + (4m + 4m)r_{x0}^2 = I_0 + 8m r_{x0}^2, \quad \text{où} \quad r_{x0} = \sqrt{y^2 + z^2}$$

Par analogie, on obtient :

$$I_y(\vec{r}) = I_0 + 8m r_{y0}^2, \quad \text{avec} \quad r_{y0} = \sqrt{x^2 + z^2}$$

$$I_z(\vec{r}) = I_0 + 8m r_{z_0}^2, \quad \text{avec} \quad r_{z_0} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Le tenseur d'inertie en présence d'un déplacement du bloc central \vec{r} est donc égal au tenseur de référence I_0 (configuration centrée), augmenté d'un terme correctif proportionnel au carré du déplacement.

Ce résultat met en évidence que le système n'est pas parfaitement équilibré en inertie dès qu'un déplacement est introduit (ce qui n'a lieu que lors d'un palpage). Toutefois, les exigences imposent uniquement qu'aucune erreur ne soit induite par l'inertie du mécanisme.

Or, lorsque le mécanisme est au repos (en l'absence de contact), le cube central reste centré : le système est alors parfaitement équilibré inertiellement. Lorsqu'un palpage a lieu, le stylet est en appui fixe sur une surface : il ne bouge pas, et les capteurs ne mesurent aucun déplacement parasite lié à l'inertie du mécanisme. Ainsi, une faible erreur de mesure est induite, et l'exigence d'équilibrage inertiel est respectée dans les conditions de fonctionnement spécifiées.

2.1.3 Principe de mesure des déformations du corps d'épreuve

La mesure des déformations du corps d'épreuve est réalisée à l'aide de capteurs capacitifs (CSH3FL-CRm1,4) positionnés au niveau du bloc central. Ce choix s'explique par le fait que les blocs périphériques sont reliés au bloc central par des membranes flexibles, conçues pour permettre l'équilibrage mais non pour transmettre fidèlement les déformations mécaniques. Ils sont positionnés à $\pm 1.5\text{mm}$ et ont une résolution de 2.25 nm à 2 Hz . À $\pm 1.5\text{ mm}$, il y a des bûties pour empêcher le déplacement du système.

Ainsi, les capteurs capacitifs permettent d'obtenir une mesure précise dans chacune des directions (x, y, z), qui sont par ailleurs isotropes.

Pour des raisons d'encombrement, les capteurs ont été disposés selon un angle de 60° par rapport aux axes principaux. Ce choix nécessite un traitement logiciel afin de reconstruire les composantes orthogonales et décorrélérer les mesures selon x, y et z .

Le placement des capteurs est illustré en figure 4.

2.1.4 Mise en évidence des concepts originaux

Le mécanisme en idéal utilise des concepts ordinaires souvent étudiés dans le cours du Professeur S. Henein, une des particularités est le découplément en translation des blocs périphériques grâce à la rotule à doigt guidée, qui permet de grandement réduire la taille des masses périphériques, par rapport à notre première version. Un autre point original est l'implementation en guidage flexible des soufflets, qui deviennent deux lames en série (voir la figure 8a). Par ailleurs, la position du stylet a été choisie stratégiquement dans un coin de la structure, afin d'éviter toute interférence avec les autres mécanismes.

2.2 Schéma cinématique du corps d'épreuve représenté avec des articulations idéales

Le schéma 3 illustre notre solution en modélisation par guidages idéaux. Les éléments sont représentés selon le code couleur suivant :

- **En bleu - orange** ($\times 6$) : les rotules à doigt guidées assurant la liberté de rotation selon 2 axes et une translation (T_x , R_y , et R_z pour les rotules dans l'axe x),
- **En mauve** ($\times 6$) : les rotules à doigt (constituées d'une membrane et d'une tige) permettant les mouvements R_y , et R_z (pour les rotules dans l'axe x),
- **En vert** ($\times 3$) : les soufflets, dont les caractéristiques sont détaillées en section 2.1.1,
- **En rouge** : les zones d'accroche au bâti, fixant le mécanisme à la structure externe.

Les capteurs et le stylet ne sont pas présents sur cette représentation.

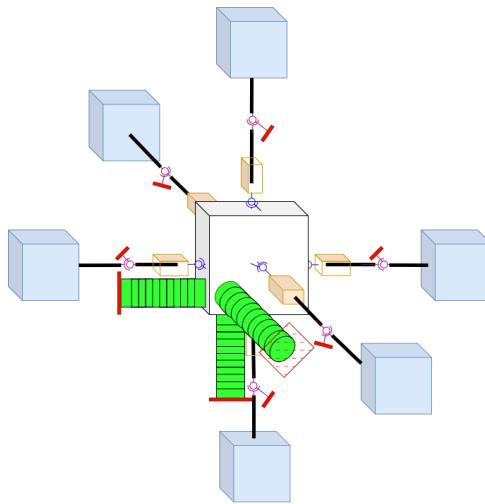


FIGURE 3 – Schéma cinématique en idéal

2.3 Calcul de la mobilité selon la méthode de Grübler et des hyperstatismes

Catégorie	Solution idéale
Nombre de joints (k)	15
Nombre de segments (n)	8
Boucles ($b = k - n + 1$)	$15 - 8 + 1 = 8$
Mobilité ($M = \sum \text{DOF}_{\text{joint}} - 6b$)	$(6 \times 2 + 6 \times 3 + 3 \times 5) - 6 \times 8 = -3$
DOF (attendus)	3
DOH (= DOF – M)	$3 - (-3) = 6$

TABLE 1 – Mobilité de Grübler pour la solution idéale

Catégorie	Solution physique
Nombre de joints (k)	36
Nombre de segments (n)	11
Boucles ($b = k - n + 1$)	$36 - 11 + 1 = 26$
Mobilité ($M = \sum \text{DOF}_{\text{joint}} - 6b$)	$(6 \times (9 + 3 + 5) + 3 \times 6) - 6 \times 26 = -36$
DOF (attendus)	$3 + 3 \times 1 = 6$
DOH (= DOF – M)	$6 - (-36) = 42$

TABLE 2 – Mobilité de Grübler pour la solution flexible

Le système comprend :

- 6 liaisons composées chacune de :
 - 1 rotule à doigt guidée (avec une lame ayant 3 DOFs),
 - 1 membrane flexible (avec 3 lames ayant 3 DOFs chacune et 1 segment interne) et 1 tige de 5 DOFs.
- 3 liaisons composées chacune de :
 - 1 soufflet (avec 2 lames ayant 3 DOFs chacune et 1 segment interne ayant 1 DOF interne).
 - 1 bâti (segment fixe),
 - 1 bloc central commun (segment rigide).

En configuration **idéale**, les **6 degrés d'hyperstatismes** proviennent du double blocage des

rotations selon les axes (deux rotules à doigts à la suite).

En configuration **flexible**, les **42 degrés d'hyperstatismes** proviennent d'une part des membranes (6 hyperstatismes par membranes) et d'une autre part de l'enchaînement des deux rotules à doigts (comme en idéal). Cela ne pose toutefois pas de problème, car les membranes sont usinées en une seule pièce, et leur assemblage avec les rotules à doigt guidées est soigneusement aligné, garantissant une mise en place précise sans difficulté.

2.4 Implémentation de la cinématique du corps d'épreuve en guidages flexibles

L'implémentation flexible de chaque articulations décrites de manière idéale en section 2.2 est présenté dans cette section :

- **Les rotules à doigt guidée** : une lame flexible combinée à une structure en arc ;
- **Les rotules à doigt** : une membrane composée de trois lames flexibles en parallèles, bloquée par une tige ;
- **Les soufflets** : deux lames flexibles inversées.

Une vue d'ensemble du mécanisme en guidages flexibles est comme suit :

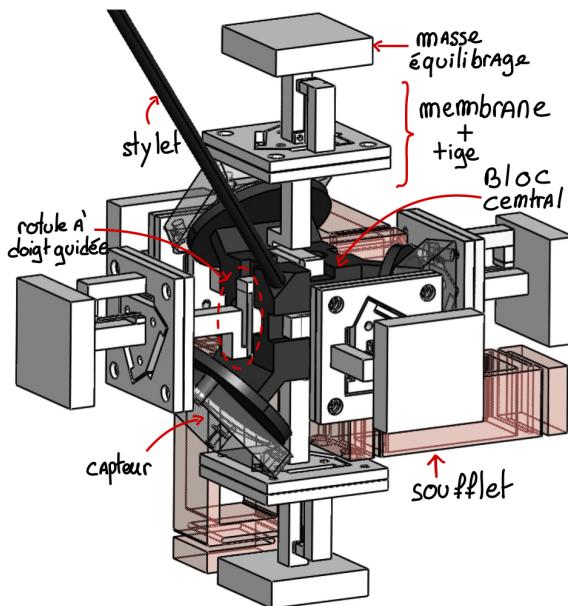


FIGURE 4 – Implémentation du système en guidages flexibles (sans le bati)

2.4.1 Rotule à doigt guidée : une lame flexible combinée à une structure en arc

L'implémentation de la **rotule à doigt guidée** se fait à l'aide d'une lame et d'une structure en arc. En fonction des différentes translations du bloc central, la lame sera sollicitée en flexion, en cisaillement et en torsion. Voici les formules des rigidités correspondantes :

$$\text{— Rigidité en flexion pure } k_{\text{flexion}} = \frac{Ebt^3}{12L}$$

$$\text{— Rigidité en cisaillement } k_{\text{cis}} = \frac{Ebt^3}{L^3}$$

$$\text{— Rigidité en torsion } k_{\text{tors}} = \frac{bt^3G}{3L}$$

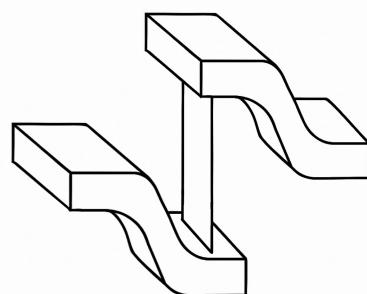


FIGURE 5 – Schéma d'une rotule à doigt guidé

2.4.2 Rotule à doigt : Trois lames flexibles en parallèles, bloquées par une tige

Cette section décrit l'implémentation des membranes et de la tige utilisées dans le mécanisme. Ces membranes sont constituées de **trois lames flexibles identiques** (reliées à une tige qui est connectée au bâti pour éviter la translation) disposées parallèlement et usinées en une seule pièce par découpe laser. Les formules sont extraites de la table B2, Conception des guidages flexibles, S. Henein. L'objectif est de déterminer les rigidités équivalentes selon les deux translations du plan de la membrane (x et y) et les deux rotations transmises (θ_x et θ_y). La rigidité en translation en z n'est pas calculée car le mouvement n'est pas transmis dans cette direction grâce à la tige (dont la rigidité autre que celle en z est négligée). Par simplification, la membrane est modélisée comme quatre lames dont la rigidité est **multipliée par trois quarts** pour passer du système à 3 lames au système à 4 lames. De plus, on considère que la tige est fixée au centre de la membrane.

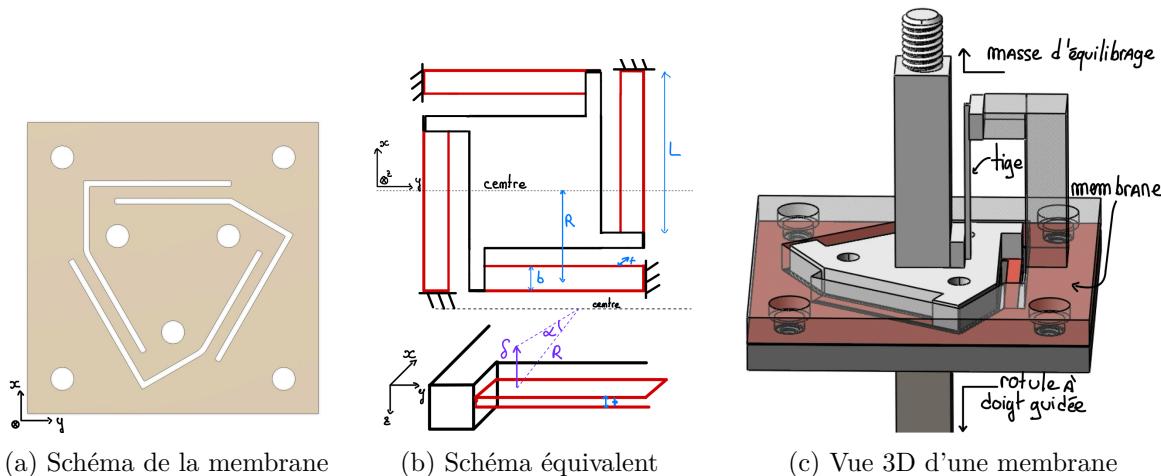
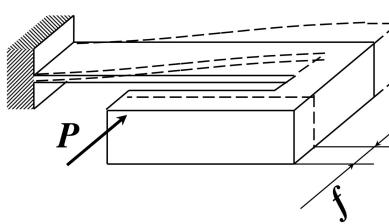


FIGURE 6 – Considérations pour le calcul

Rigidités d'une lame Les rigidités élémentaires utilisées dans les différentes directions sont issues des modèles classiques de poutres. On distingue notamment :

- Flexion pure : $k_{\text{flexion}} = \frac{Ebt^3}{12L}$
 - Lamme en S (figure de droite) : $k_S = \frac{Eb^3t}{L^3}$
 - Lamme en cisaillement (fig. 10b) : $k_C = \frac{Ebt^3}{L^3}$
 - Torsion : $k_{\text{torsion}} = \frac{Gbt^3}{3L}$
 - Traction / Compression : $k_{\text{traction}} = \frac{Ebt}{L}$
- 

(a) Tab B2, Conception des guidages flexibles, S. Henein

Rigidité en flexion pure d'une tige de section carrée et longueur l

$$k_{\text{tige}} = \frac{Eh^4}{12l}$$

Rigidités en translation

Rigidités x, y Le système en quatre lames répartit la charge de façon symétrique. Deux lames sont en traction, deux lames sont en flexion de type S. On modélise la rigidité globale comme une combinaison parallèle :

$$k_{x,y} = \frac{3}{4} (2k_S + 2k_{\text{traction}}) = \frac{3Eb^3t}{2L^3} + \frac{3Ebt}{2L}$$

Rigidités en rotation

Rigidités (θ_x, θ_y) En se basant sur le [schéma 6b](#), lors d'une rotation ($\theta_{x,y}$) il y a deux lames en S et en rotation et deux autres lames en flexion pur. Par géométrie : $\delta \approx \alpha R^2$ L'ensemble se combine selon la méthode des énergies :

$$\frac{1}{2}(k_{\theta x,y})\alpha^2 = \frac{3}{4}[2\frac{1}{2}k_{\text{flexion}}\alpha^2 + 2\frac{1}{2}k_{\text{torsion}}\alpha^2 + 2\frac{1}{2}k_C\delta^2] \Rightarrow k_{\theta x,y} = \frac{3}{2}(k_{\text{flexion}} + k_{\text{torsion}} + k_C R^2)$$

Ensuite, on prend encore en compte la tige en flexion et on trouve :

$$k_{\theta x,y,\text{totale}} = \frac{3}{2}(k_{\text{flexion}} + k_{\text{torsion}} + k_C R^2) + k_{\text{tige}}$$

2.4.3 Soufflet : Deux lames flexibles inversées

Cette section montre l'implémentation physique des soufflets. Nous allons procéder aux calculs, axe par axe, des rigidités axiales et angulaires du sous-système « soufflet » constitué de deux lames flexibles antiparallèles (figure 8a).

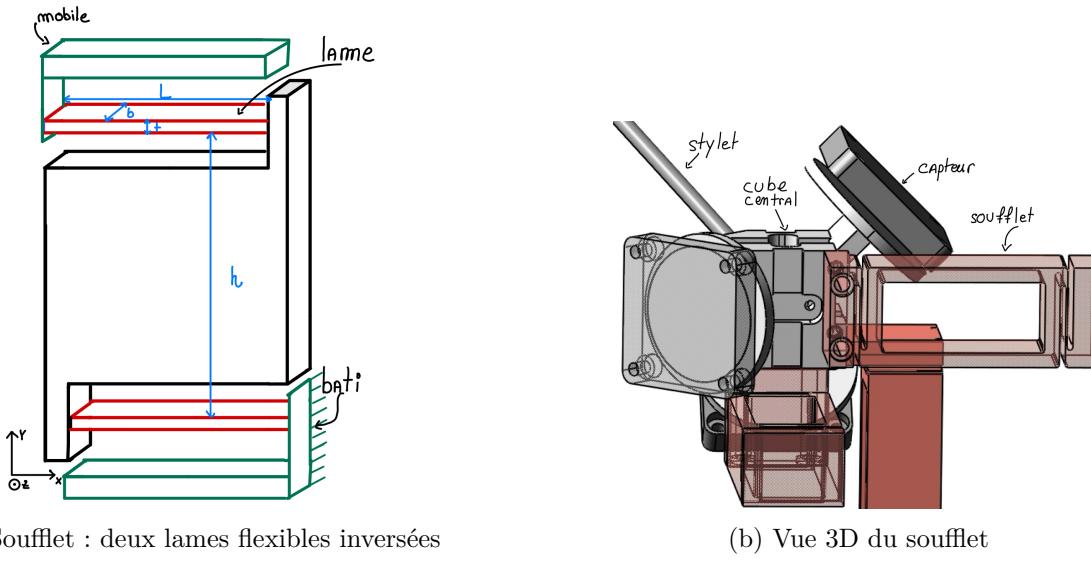


FIGURE 8 – Représentations du soufflet

Rigidités en translation

Moments d'inertie

$$I_y = \frac{t b^3}{12} \quad (\text{flèche dans } z), \quad I_z = \frac{b t^3}{12} \quad (\text{flèche dans } y)$$

Rigidité (x) Il a été considéré qu'une force appliquée en x est équivalent à un moment en z.

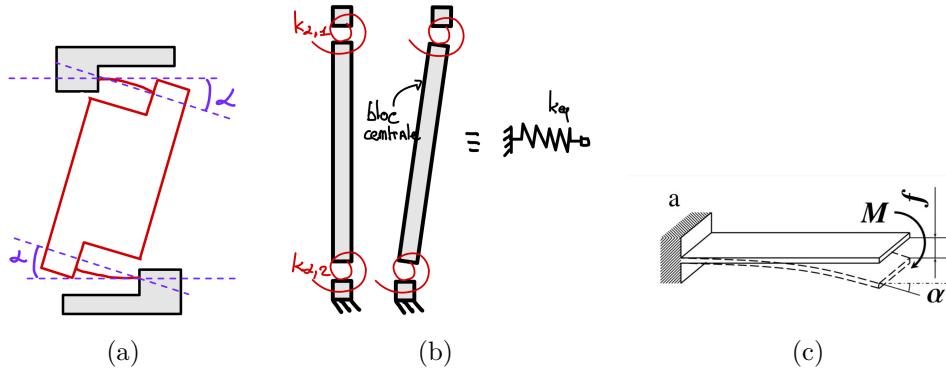


FIGURE 9 – (a) Schéma équivalent ; (b) Schéma des énergies ; (c) Tab B2, Conception des guidages flexibles, S. Henein

D'après la fig. 9c, on obtient donc :

$$k_{1,2\alpha} = \frac{EI_z}{L}$$

En utilisant la méthode des énergies, on arrive à la conclusion que les lames se comportent en théorie comme des lames en parallèles :

$$2 \cdot \frac{1}{2} k_\alpha \alpha^2 = \frac{1}{2} k_{eq} x^2, \quad h\alpha = x \implies k_{eq} = \frac{2k_\alpha}{h^2} \implies k_x = \frac{2EI_z}{Lh^2}.$$

Rigidité (y) Pour le cas de la rigidité en y, il s'agit simplement du cas de deux lames en séries selon fig. 10b.

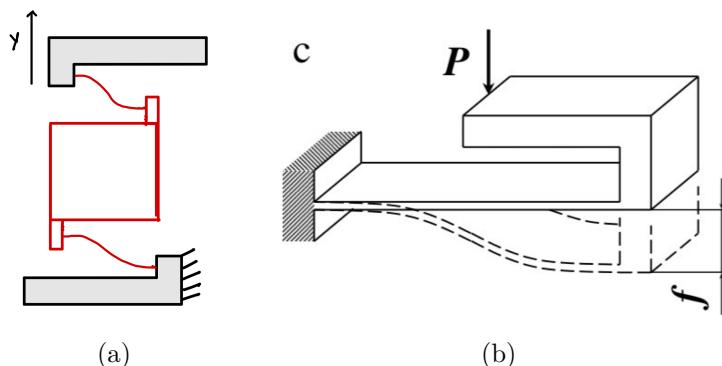


FIGURE 10 – (a) Schéma équivalent ; (b) Tab B2, Conception des guidages flexibles, S. Henein

Pour chaque lame :

$$k_{1,2y} = \frac{12EI_z}{L^3}$$

Deux lames en série :

$$k_y = 2 \cdot k_{1,2y} = \frac{6EI_z}{L^3}.$$

Rigidité (z) Pour la rigidité selon z, le cas peut se réduire au même schéma des énergies (fig. 9b) que celui pour x, mais en considérant des \$k_{1,2\alpha}\$ suivant maintenant la fig. 11.

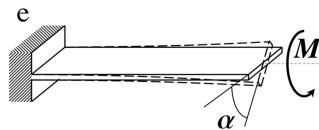


FIGURE 11 – Tab B2, Conception des guidages flexibles, S. Henein

On obtient ainsi :

$$k_{1,2\alpha} = \frac{bt^3G}{3L} \implies k_{\text{eq}} = \frac{2k_\alpha}{h^2} \implies k_z = \frac{2bt^3G}{3Lh^2}.$$

Rigidités en rotation

Rigidité (θ_x) Dans le cas de la rotation autour de x, il s'agit de deux lames en torsion selon la figure 11. Tout comme en translation, les rotations autour des axes x et z se comportent de telle sorte qu'elles ont les mêmes schémas des énergies (fig. 13b) On obtient donc via la méthode des énergies que :

$$k_{\alpha 1,2} = \frac{bt^3G}{3L} \quad 2 \cdot \frac{1}{2} k_\alpha \alpha^2 = \frac{1}{2} k_{\text{eq}} (2\alpha)^2, \implies k_{\text{eq}} = \frac{k_\alpha}{2} \implies k_{\theta_x} = \frac{bt^3G}{6L}.$$

Rigidité (θ_y) Ici le cas se réduit à 2 lames en séries qui se comportent comme la figure 12.

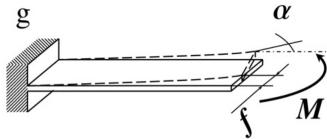


FIGURE 12 – Tab B2, Conception des guidages flexibles, S. Henein

On obtient donc que :

$$k_{\alpha 1,2} = \frac{EI_y}{L} \implies k_{\theta_y} = \frac{EI_y}{2L}$$

Rigidité (θ_z) Dans le cas de la rotation autour de l'axe z, le soufflet peut se réduire à la fig. 13a. La rigidité de chaque lame est la même que pour la translation selon x, suivant donc la figure 9c

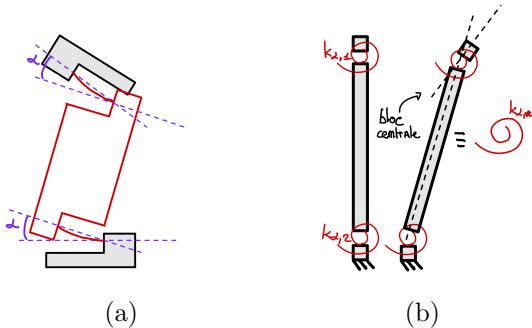


FIGURE 13 – (a) Schéma équivalent ; (b) Schéma pour les énergies

On peut le voir grâce à la méthode des énergies que les lames se comportent en théorie en série :

$$2 \cdot \frac{1}{2} k_\alpha \alpha^2 = \frac{1}{2} k_{\text{eq}} (2\alpha)^2, \implies k_{\text{eq}} = \frac{k_\alpha}{2} \implies k_{\theta_z} = \frac{EI_z}{2L}.$$

3 Dimensionnement détaillé

3.1 Rigidités : Applications numériques et dimensionnement

TABLE 3 – Paramètres géométriques

Paramètre	Symbol	Unité	Valeur
Blocs et systèmes			
Masse total du système	M_{tot}	g	441
Côtés cube central	A	mm	20
Masse cube central + masse stylet	$M = 4m$	g	62.048
Masse cubes périphériques	m	g	15.512
Longueur rotule à doigt guidée-membrane	L_{sys}	mm	18.9
Longueur stylet	L_{stylet}	cm	20
Rotule à doigt guidée			
Largeur lame	b	mm	4
Épaisseur lame	t	mm	0.1
Longueur libre	L	mm	10
Module d'Young	E	GPa	114
Module cisaillement	G	GPa	42.5
Membrane			
Largeur lame	b	mm	2
Épaisseur lame	t	mm	0.1
Longueur libre	L	mm	10
Diamètre intérieur	D	mm	12
Module d'Young	E	GPa	114
Module cisaillement	G	GPa	42.5
Tige (de section carrée)			
Longueur	l	mm	8
Largeur	h	mm	0.2
Module d'Young	E	GPa	114
Module cisaillement	G	GPa	42.5
Soufflet			
Largeur lame	b	mm	12.5
Épaisseur lame	t	mm	0.2
Écart vertical	h	mm	3.5
Longueur libre	L	mm	11.7
Module d'Young	E	GPa	114
Module cisaillement	G	GPa	42.5

TABLE 4 – Rigidités mécaniques équivalentes

Type de rigidité	Symbol	Valeur
Rotule à doigt guidée		
Flexion	$k_{flexion}$	0.038 Nm/rad
Cisaillement	$k_{cisaillement}$	456 N/m
Torsion	$k_{torsion}$	0.0058 Nm/rad
Membrane		
Translation x, y	$k_{x,y}$	1.73 MN/m
Translation z	k_z	bloquée
Rotation θ_x, θ_y	$k_{\theta_{x,y}}$	0.012 Nm/rad
Rotation avec tige θ_x, θ_y	$k_{\theta_{x,y,totale}}$	32.42 N/m
Soufflet		
Translation x	k_x	133 N/m
Translation y	k_y	3560 N/m
Translation z	k_z	198 N/m
Rotation θ_x	k_{θ_x}	0.0061 Nm/rad
Rotation θ_y	k_{θ_y}	159 Nm/rad
Rotation θ_z	k_{θ_z}	0.041 Nm/rad

Afin de déterminer la rigidité totale, on a déduit de notre système que toutes les rigidités étaient en parallèle.(On note k_{xm} , k_{xp} et k_{xs} les rigidités en translation des membranes, des rotules à doigt et des soufflets ; et $k_{\theta xm}$, $k_{\theta xp}$, $k_{\theta xs}$ les rigidités en rotation). De plus, on a ajouté des butées physiques afin de limiter le mouvement à $\pm 1.5\text{mm}$ et on s'est servi de l'approximation des petits angles pour relier les translations aux rotations. On a donc :

$$k_{\text{tot}} = \frac{4 \cdot k_{xm}}{L^2} + 2 \cdot k_{xp} + \frac{2 \cdot k_{\theta xp}}{L^2} + k_{xs} + k_{ys} + k_{zs} + \frac{2 \cdot k_{\text{simple}}}{L^2} = [4984.05 \text{ N/m}]$$

Avec L la distance séparant la membrane de la lame de la rotule à doigt. Ce résultat répond donc bien au cahier des charges.

3.2 Calcul des contraintes maximales dans les articulations flexibles

Le capteur choisi (CSH3FL-CRm1,4) possède une plage de mesure totale de 3 mm, ce qui correspond à une mesure maximale de déplacement de ± 1.5 mm. En connaissant la rigidité totale du système k_{tot} et en sachant que le déplacement des cibles est identique au déplacement du stylet, il est possible de déterminer la force de contact maximale F_{\max} atteinte lorsque le capteur arrive à sa limite :

$$F_{\max} = k_{\text{tot}} \cdot x_{\max} = [7.48 \text{ N}]$$

avec $x_{\max} = 1.5$ mm. Cette force est supposée identique dans toutes les directions du système. Rappel (Contrainte admissible - voir section 5.2) :

$$\sigma_{\text{adm}} \leq \sigma_{\text{fatigue}} \approx 550 \text{ MPa}$$

3.2.1 Contraintes maximales dans les rotules à doigt guidées

Lors d'une translation dans une direction, les lames des rotules à doigt guidées sont sollicitées de plusieurs façons : à chaque fois, deux lames sont en **flexion**, deux en **cisaillement** et deux en **torsion**.

Flexion : Pour une lame en flexion, la contrainte est donnée par :

$$\sigma_{\text{adm}} = \frac{\alpha_M \cdot E \cdot t}{2L} = [45 \text{ MPa}]$$

où $\alpha_M = \arctan\left(\frac{F_{\max}}{k_{\text{tot}} \cdot l}\right)$ et l est la distance entre la lame de la rotule à doigt guidée et la membrane.

Cisaillement : La contrainte de cisaillement est donnée par :

$$\sigma_{\text{adm}} = \frac{3Et}{L^2} \cdot f_{\text{cis}} = [513 \text{ MPa}] \quad \text{avec} \quad f_{\text{cis}} = \frac{F_{\max}}{k_{\text{tot}}}$$

Torsion : La contrainte en torsion dans une lame est exprimée par :

$$\sigma_{\text{adm}} = \sqrt{3} \cdot \tau_{\text{adm}} = \sqrt{3} \cdot \frac{\alpha_{\text{tors}} \cdot t \cdot G}{L} = [58 \text{ MPa}] \quad \text{où} \quad \alpha_{\text{tors}} = \alpha_M$$

3.2.2 Contraintes maximales dans les membranes

Pour le calcul des contraintes dans les membranes, on considère un modèle simplifié composé de quatre lames par membrane.

Lors d'une translation, deux des membranes ne subissent aucun effort dans leurs lames. Cela s'explique par l'utilisation de rotules à doigt guidées, qui, par leur conception, ne transmettent pas la translation dans une direction.

Pour les quatre autres membranes, on considère le cas défavorable où :

- deux lames sont soumises à une flexion pure ;
- deux lames sont soumises à une torsion.

Les contraintes associées s'évaluent ainsi :

Flexion :

$$\sigma_{\text{adm}} = \frac{\alpha_M \cdot Et}{2L} = [45 \text{ MPa}]$$

où $\alpha_M = \arctan\left(\frac{F_{\max}}{k_{\text{tot}} \cdot l}\right)$ et l est la distance entre la lame de la rotule à doigt guidée et la membrane.

Torsion :

$$\sigma_{\text{adm}} = \sqrt{3} \cdot \tau_{\text{adm}} = \sqrt{3} \cdot \frac{\alpha_{\text{tors}} \cdot t \cdot G}{L} = [58 \text{ MPa}]$$

Dans ce cas, on considère que $\alpha_{\text{tors}} = \alpha_{\text{adm}}$.

Cisaillement :

$$\sigma_{\text{adm}} = \frac{3f_{\text{cis}}Et}{L^2} = [1.6 \text{ MPa}] \quad \text{avec} \quad f_{\text{cis}} = \frac{xd}{l}$$

Avec d la distance du centre de la membrane aux lames de celle-ci et l la distance de la membrane à la lame de la rotule à doigt.

Contrainte maximale dans les tiges

On considère que les tiges sont fixées au centre de la membrane. Lors d'une translation dans une direction, deux d'entre elles ne sont soumises à aucun effort, grâce à l'utilisation des rotules à doigt guidée. Les quatre autres tiges sont sollicitées en flexion pure.

La contrainte s'exprime ainsi :

$$\sigma_{\text{adm}} = \frac{\alpha_M Eh}{2l_{\text{tige}}} = [151 \text{ MPa}]$$

où $\alpha_M = \arctan\left(\frac{F_{\max}}{k_{\text{tot}} \cdot l}\right)$ et l est la distance entre la lame de la rotule à doigt guidée et la membrane.

3.2.3 Contraintes maximales dans les soufflets

Il a été considéré que dans chacune des directions les contraintes appliquées sur les lames des soufflets étaient les mêmes. Le calcul se réduit donc à 3 cas différents (pour chaque soufflet dans les 3 directions) de déformations de lames, en ne considérant qu'une seule direction :

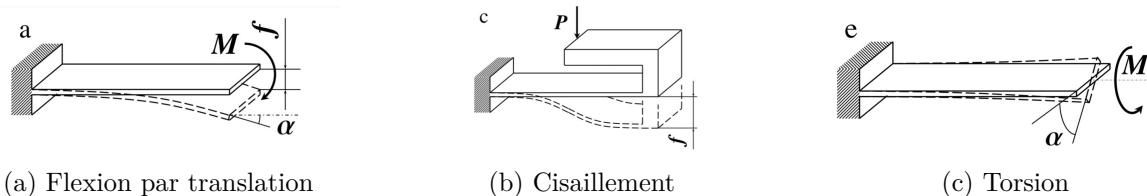


FIGURE 14 – Tab B2, Conception des guidages flexibles, S. Henein

(a) Flexion induite par translation Dans le premier cas, il s'agit de la translation du bloc vert dans la direction x (voir la figure 8a et le paragraphe rigidité (x)) qui induit donc une flexion de la lame.

Pour un déplacement du bloc central de x, une lame de longueur L, d'épaisseur t et une longueur de h du bloc centrale (distance entre les deux lames d'un soufflet) on obtient par géométrie : (fig. 15)

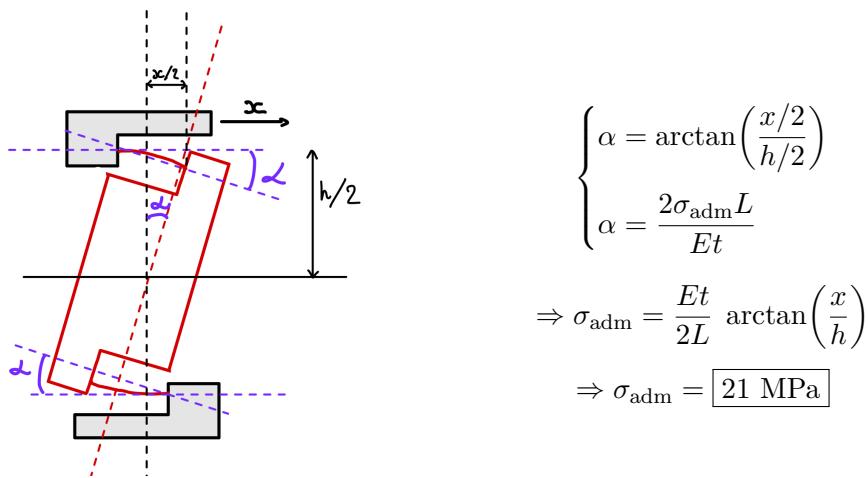


FIGURE 15 – Schéma de la géométrie considérée et calcul associé

(b) Cisaillement Dans le deuxième cas, il s'agit de la translation du bloc vert dans la direction y (voir la fig. 8a et le paragraphe rigidité (y)). Ainsi pour un déplacement de x du bloc, une lame de longueur L et d'épaisseur t, on obtient dans le pire cas d'une déformation de la lame sur une distance $\frac{x}{2}$ (fig. 14b) :

$$\sigma_{\text{adm}} = \frac{3xEt}{2L^2} = [187 \text{ MPa}]$$

(c) Torsion Et enfin dans le troisième cas, d'après la géométrie du système pour une longueur h séparant les deux lames et une longueur L de lame(voir fig. 8a), on obtient un angle de torsion pour un déplacement du bloc d'une distance x :

$$\begin{cases} \alpha_{\text{tors}} = \arctan\left(\frac{x/2}{h/2}\right) \\ \tau_{\text{adm}} = \frac{tG\alpha_{\text{tors}}}{L} = \frac{tG}{L} \arctan\left(\frac{x}{h}\right) \Rightarrow \sigma_{\text{adm}} = \frac{tG\sqrt{3}}{L} \arctan\left(\frac{x}{h}\right) = [27 \text{ MPa}] \\ \tau_{\text{adm}} = \frac{\sigma_{\text{adm}}}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

3.3 Calcul des déplacements des cibles des capteurs capacitifs

Les cibles des capteurs capacitifs correspondent aux arrêtes du cube central. Puisque le stylet est directement fixé à ce dernier, le déplacement des cibles reflète fidèlement celui du stylet. De plus, des bûties sont placées à ± 1.5 mm.

Cependant, les capteurs ne sont pas alignés selon les axes principaux (x, y, z), mais inclinés à 60° pour des raisons d'encombrement. Le déplacement mesuré par chaque capteur est donc une combinaison linéaire des déplacements réels selon les trois axes. Une reconstruction logicielle via une matrice de transformation permet d'en extraire les composantes indépendantes.

La norme du déplacement maximal est donnée par :

$$x_{\max, \text{cible}} = \frac{F_{\max}}{k_{\text{tot}}} = [1.5 \text{ mm}]$$

3.4 Calcul de la résolution de mesure de force

Du fait de l'inclinaison des capteurs, la résolution de force doit tenir compte du facteur de projection associé. La projection d'un vecteur sur trois directions espacées de 60° induit un facteur $\alpha = \frac{1}{\cos(30^\circ)} = \frac{2}{\sqrt{3}} \approx 1.1547$.

La résolution de force est donc :

$$\Delta F = k_{\text{tot}} \times \Delta x_{\text{capteur}} \times \alpha = [1.29 \times 10^{-5} \text{ N}]$$

où $\Delta x_{\text{capteur}} = 2.25$ nm est la résolution du capteur capacitif.

3.5 Calcul des gammes dynamiques de mesure de force

La gamme dynamique est calculée avec la nouvelle résolution :

$$GD = \frac{F_{\max}}{\Delta F} = [579\,203]$$

Elle est similaire pour chaque axe après traitement logiciel.

3.6 Calcul de la résolution de mesure de déplacement de la sphère du stylet

Du fait de l'inclinaison à 60° , la résolution réelle de déplacement du stylet est déduite par projection inverse :

$$\Delta x_{\text{stylet}} = \frac{\Delta x_{\text{capteur}}}{\cos(30^\circ)} = 2.25 \text{ nm} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = [2.60 \text{ nm}]$$

où $\cos(30^\circ) = \sqrt{3}/2$ correspond à l'angle entre le capteur et l'axe principal.

3.7 Calcul de la masse réduite au niveau du stylet

On utilise la relation d'équivalence énergétique suivante :

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \frac{1}{2} M_{\text{eq}} v_{\text{in}}^2$$

Dans notre système l'équation devient :

$$M_{\text{eq}}x^2 = 4mx^2 + Mx^2 \Leftrightarrow M_{\text{eq}} = 4m + M = 8m \approx [124.1 \text{ g}]$$

Où M est la masse du cube central plus celle du stylet.

On déduit la fréquence propre :

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{\text{tot}}}{M_{\text{eq}}}} \approx [31.9 \text{ Hz}]$$

Sachant que la fréquence d'utilisation est de 2 Hz, il n'y pas de risque de décrochement.

3.8 Erreur induite par la gravité

Même dans le pire des cas, notre système ne présente pas d'erreur significative de mesure de force liée à l'orientation dans le champ de gravité terrestre. En effet, le mécanisme est dynamiquement équilibré en force (voir section 2.1.2), ce qui signifie que la somme des forces gravitationnelles sur les sous-composants est compensée, maintenant le bloc central au repos. Néanmoins, les membranes étant chargé d'inverser le mouvement n'ont pas une rigidité axiale parfaite. Cela peut causer une légère erreur :

$$x_{\text{err}} \approx \frac{F_{\text{entraînement}}}{4k_{\text{xm}}} \approx \frac{(4m + M) \cdot a}{4k_{\text{xm}}} \Rightarrow F_{\text{err}} = x_{\text{err}} \cdot k_{\text{tot}} = [0.881 \text{ mN}]$$

Avec : $a = 9.81 \text{ m/s}^2$;

Ce qui est négligeable. Remarque : cette erreur peut un peu augmenter si la rigidité dans le sens de la gravité est plus faible si le mécanisme est tourné mais cela reste négligeable.

3.9 Erreur induite par les accélérations en translation

Dans le cas d'une accélération linéaire dans n'importe quelle direction, le système conserve un centre de masse fixe et équilibré. En effet, grâce à sa symétrie parfaite, les forces d'inertie associées aux différentes masses se compensent entre elles. Néanmoins, (comme pour la section 3.8) les membranes étant chargé d'inverser le mouvement n'ont pas une rigidité axiale parfaite. Cela peut causer une légère erreur :

$$x_{\text{err}} \approx \frac{F_{\text{entraînement}}}{4k_{\text{xm}}} \approx \frac{(4m + M) \cdot a}{4k_{\text{xm}}} \Rightarrow F_{\text{err}} = x_{\text{err}} \cdot k_{\text{tot}} = [0.539 \text{ mN}]$$

Avec : $a = 6 \text{ m/s}^2$;

Ce qui est négligeable.

3.10 Erreur induite par les accélérations en rotation

Notre système est insensible aux accélérations en rotation. En effet, les soufflets empêchent les rotations du bloc central, et les capteurs capacitifs ne mesurent que les translations. Ainsi, même si une légère rotation résiduelle subsiste (du fait de la non-idealité des soufflets), cela n'affecte pas les mesures.

L'erreur angulaire entre le capteur et la cible peut être calculée à l'aide du tenseur d'inertie établi en section 2.1.2 (ainsi que de la rigidité en torsion) :

$$I_x(\vec{r}) = I_0 + 8m(y^2 + z^2), \quad I_y(\vec{r}) = I_0 + 8m(x^2 + z^2), \quad I_z(\vec{r}) = I_0 + 8m(x^2 + y^2)$$

Cette dépendance quadratique montre que, dès que le bloc central est en déplacement, le système acquiert un déséquilibre inertiel. Lors d'une accélération angulaire $\vec{\alpha}$, le moment devient :

$$\alpha_{\text{err}} \approx \frac{M}{k_{\text{torsion}}} \approx \frac{(I_0 + 8mr^2) \cdot \alpha}{k_{\text{torsion}}} = [5.5 \cdot 10^{-5} \text{ rad}]$$

Avec : $\alpha_{\text{max}} = 30 \text{ rad/s}^2$ et $r_{\text{max}} = \sqrt{(1.5^2 + 1.5^2 + 1.5^2)} \text{ mm}$;

Ce qui est négligeable.

3.11 Erreur induite par les vitesses angulaires

Lorsqu'un palpage est en cours, le bloc central peut être légèrement décalé par rapport à la position d'équilibre, entraînant un déséquilibre dans les forces centrifuges appliquées aux masses périphériques en rotation. Ces forces centrifuges, orientées radialement, génèrent alors une force résultante qui agit sur le bloc central.

Cette force d'erreur peut être estimée par :

$$F_{\text{err}} = 4F_{\text{centrifuge}} \cdot \sin(\alpha) \approx 4m\omega^2 L \cdot \frac{r}{L} = 4m\omega^2 r = [4.02 \text{ mN}]$$

Avec : $\omega_{\text{max}} = 5 \text{ rad/s}$ et $r_{\text{max}} = \sqrt{(1.5^2 + 1.5^2 + 1.5^2)} \text{ mm}$;

Cette erreur n'est cependant **présente que pendant un palpage**, c'est-à-dire lorsque $r \neq 0$. Hors palpage, le bloc central reste parfaitement centré, donc $r = 0 \Rightarrow F_{\text{err}} = 0$.

Par ailleurs, cette force reste largement contrôlée : la spécification impose une erreur inertuelle maximale de $F_{\text{err,max}} = 15 \text{ mN}$ ce qui est respecté.

3.12 Erreur due aux non-linéarités du corps d'épreuve

Dans notre modélisation, nous avons supposé que les soufflets empêchaient parfaitement toute rotation du cube central. En réalité, cette hypothèse est imparfaite : de légères rotations peuvent survenir, entraînant une erreur dans la mesure de force. Toutefois, cette erreur peut être compensée en estimant la rotation effective du cube central et en corrigeant la mesure en conséquence. Les autres guidages flexibles sont peu susceptibles d'avoir des problèmes de non-linéarité et/ou sont négligeables pour des petits déplacements.

4 Discussion

4.1 Liste de non-conformités avec le cahier des charges

#	Exigence	Respectée
1	Encombrement max : H = 191 mm ; D = 84 mm	Partiellement
2	Masse max capteur : 1 kg	Oui
3	Plage force : > ± 5 N	Oui
4	Plage déplacement : > ± 1 mm	Oui
5	Rigidité : 5 ± 0.5 N/mm	Oui
6	Résolution force : < 1.5 mN	Oui
7	Erreur inertie : < 15 mN	Oui
8	3 DOF guidages flexibles	Oui
9	Équilibré en force (gravitation et translation)	Oui
10	Équilibré en moment (rotation)	Oui
11	Invariant inertiel (vitesses angulaires)	Partiellement
12	Supporte ± 15 N sans endommagement	Oui
13	Durée de vie > 10 ans @ 2 Hz / 4h/j	Oui
14	Température de fonctionnement : 23 ± 5 °C	Oui (par défaut)
15	Coût < 300 CHF (indicatif)	A discuter

TABLE 5 – Vérification des exigences du cahier des charges

4.2 Justifications et impacts

1. Encombrement max : Le diamètre du mécanisme dépasse légèrement l'exigence, atteignant 103 mm (en incluant la course des blocs périphériques). Le stylet est également enfoncé d'environ 25 mm, mais cela peut être corrigé en le rallongeant. Malgré cela, le volume total reste conforme aux contraintes d'encombrement. D'ailleurs, ce dépassement pourrait être évité en optimisant la forme ou le matériau des masses périphériques.

11. Invariant inertiel : Le mécanisme n'est pas invariant inertiellement si le mécanisme est en translation (voir section 2.1.2). Dans le cadre du projet FlyForce, cela n'est pas nécessaire.

12. Résistance à ± 15 N sans endommagement : Des butées mécaniques ont été intégrées afin de limiter le déplacement du mécanisme à un maximum de ± 1.5 mm. Cette limitation empêche les déformations excessives des éléments flexibles, ce qui permet au système de supporter des forces allant jusqu'à 15 N sans risque d'endommagement permanent.

13. Durée de vie : Le nombre de cycles n_{cycles} a été estimé à 57.6×10^6 . Pour cette durée de vie, la limite de fatigue du titane Grade 23 est d'environ 550 MPa, contre seulement 80 MPa pour l'aluminium 6061-T6. Toutes les articulations flexibles du mécanisme sont réalisées en titane. Les calculs de contraintes menés dans la section précédente montrent que, même sous la force maximale de contact, les contraintes restent inférieures à cette limite, ce qui garantit la tenue en fatigue à long terme.

14. Température de fonctionnement : Les capteurs sont conçus pour fonctionner dans cette plage de température, et les matériaux utilisés présentent une dilatation thermique négligeable sur l'intervalle spécifié.

15. Coût < 300 CHF : Bien qu'il soit difficile d'estimer précisément le coût à ce stade, plusieurs choix de conception ont été faits pour le minimiser. Toutes les pièces ont été pensées pour être facilement usinables, principalement à l'aide d'une machine CNC 5 axes. Le design priviliege de petites pièces simples, et l'assemblage a été volontairement simplifié pour limiter les opérations manuelles.

5 Construction

5.1 Argumentation des choix de construction

Procédés d'usinage

L'ensemble des pièces flexibles du mécanisme — notamment les **rotules à doigt guidées** et les **soufflets** — est usiné par électroérosion par fil. Ce procédé permet une grande précision et évite l'introduction de contraintes mécaniques ou thermiques dans les zones critiques des guidages flexibles.

En particulier, les lames constituant les rotules et les soufflets nécessitent un usinage de haute précision avec des rayons de courbure contrôlés et des épaisseurs faibles, ce que seule l'électroérosion permet d'obtenir de manière fiable et reproductible.

Les **membranes**, quant à elles, sont découpées par découpe laser sous forme d'un unique composant souple. Ce composant est ensuite **pris en sandwich** entre deux pièces rigides usinées séparément (par fraisage), qui servent d'interface de fixation et assurent la rigidité globale de la structure. Cette architecture permet d'assembler des pièces flexibles monolithiques sans introduire d'hyperstatismes parasites.

Les pièces rigides non flexibles sont réalisées à l'aide de procédés d'usinage classiques, en fonction de leur complexité géométrique :

- **Fraisage 3 axes** : pour les blocs centraux, périphériques et les tiges (carrées) ;
- **Percage de précision** : pour les points de fixation ;
- **Assemblage par vis** : selon les zones de fixation.

Procédés d'assemblage

Afin d'assembler le système, il convient de suivre les étapes suivantes :

1. Fixation des soufflets : commencer par visser les soufflets au bloc central, puis les fixer à la base du bâti, comme illustré en figure 16a.

2. Assemblage des systèmes d'équilibrage sans liaison à la base : pour les trois modules flottants, assembler successivement :

- la membrane,
- la tige centrale (à visser dans son logement),
- la masse (fixée par une vis traversant la membrane),
- la rotule à doigt guidée (vissée au bloc central),
- le capteur (fixé sur le bâti),
- la liaison membrane-bâti.

Ces étapes sont illustrées en figure 16b.

3. Assemblage des systèmes d'équilibrage reliés à la base : pour les trois modules connectés au bâti, procéder comme précédemment, tout en ajoutant les fixations spécifiques à la base (voir figure 16c).

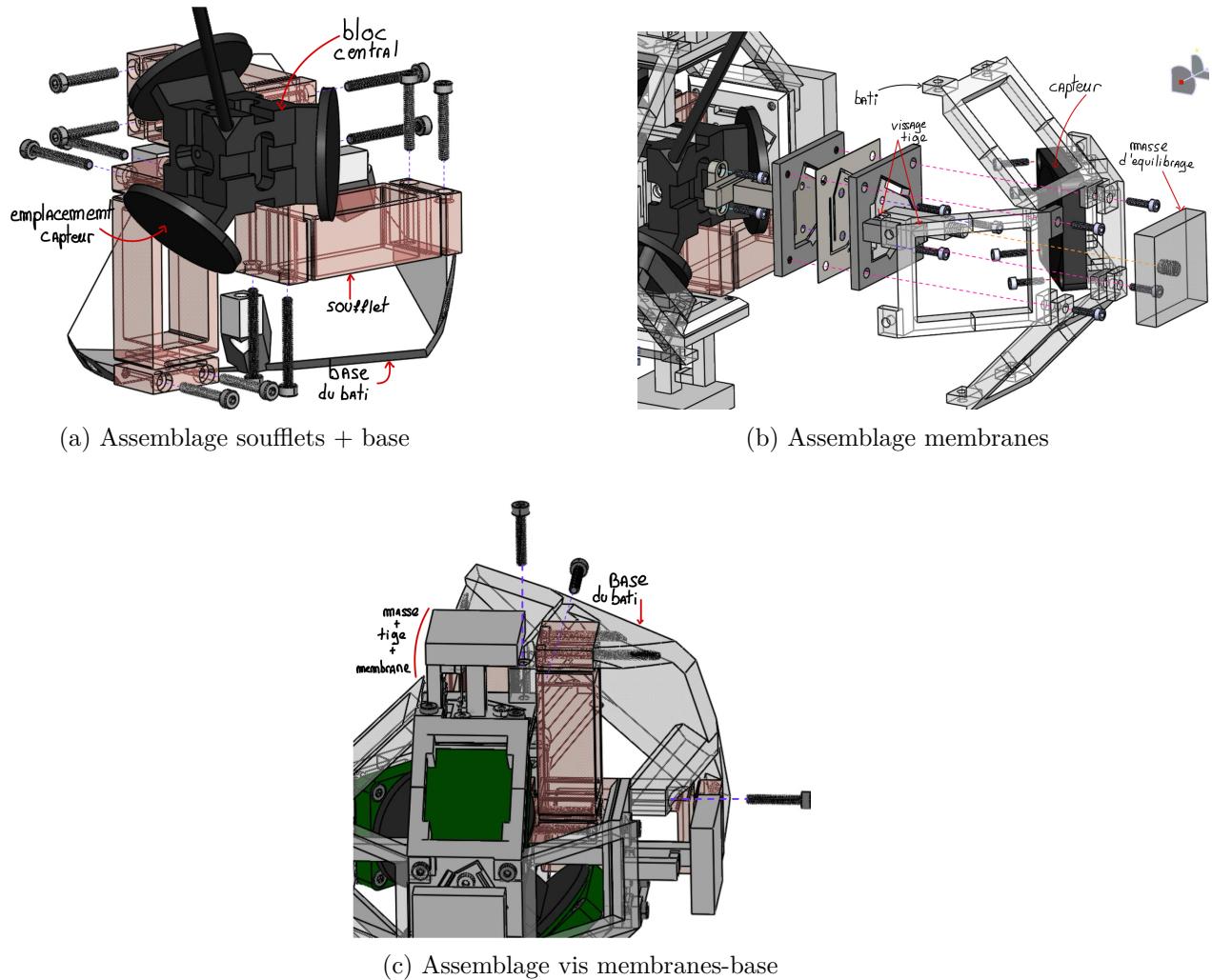


FIGURE 16 – Vues 3D des différentes parties de l'assemblage

5.2 Argumentation des choix des matériaux

Les matériaux retenus dans notre conception sont évalués selon quatre critères principaux :

- leur **densité** ρ ;
- leur **module de Young** E , pour maximiser la rigidité ;
- leur **tenue au fatigue** σ_{fatigue} pour n_{cycles} , pour maximiser le temps d'utilisation ;
- leur **usinabilité par électroérosion**, indispensable pour la fabrication des pièces flexibles.

n_{cycles} est défini selon les exigences :

$$n_{\text{cycles}} = f \cdot 3600 \cdot n_{\text{heures}} \cdot n_{\text{jours}} \cdot n_{\text{années}}$$

Application numérique :

$$n_{\text{cycles}} = 2 \cdot 3600 \cdot 4 \cdot 200 \cdot 10 = \boxed{57.6 \cdot 10^6 \text{ cycles}}$$

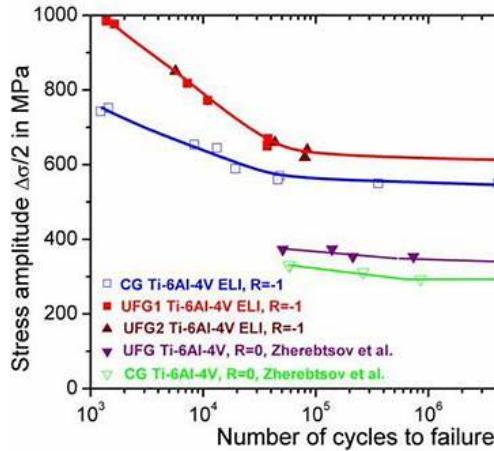


FIGURE 17 – Courbe S-N du titane

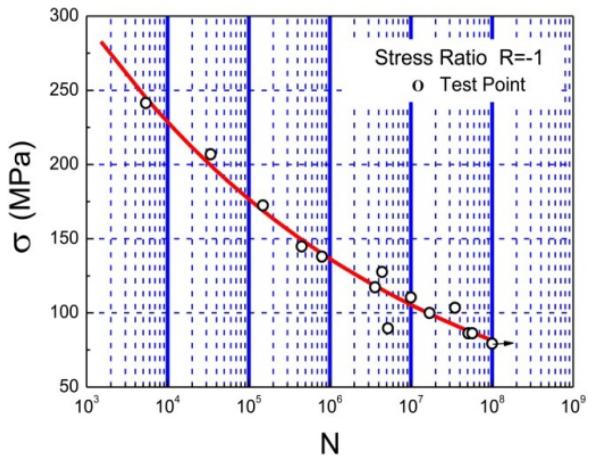


FIGURE 18 – Courbe S-N de l'aluminium

Titanium

Le titane **Grade 23** (Ti6Al4V-ELI) est utilisé pour les pièces flexibles. Il combine une densité intermédiaire ($\rho = 4430 \text{ kg/m}^3$), un module $E = 114 \text{ GPa}$, une bonne tenue en fatigue ($\sigma_{\text{fatigue}} \approx 550 \text{ MPa}$) et une très bonne usinabilité par électroérosion.

Aluminium

L'aluminium **6061-T6** (aluminium alloy) a été choisi pour la majorité des structures rigides. Il possède une faible densité ($\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$), un module $E = 68.9 \text{ GPa}$, et une tenue en fatigue correcte ($\sigma_{\text{fatigue}} \approx 80 \text{ MPa}$). Il est surtout avantageux pour minimiser l'inertie, réduire la fréquence propre du système et un usinage simple.

Aacier

L'Acier n'est nécessaire que pour la conception des masses périphériques, c'est pourquoi on a opté pour un acier inoxydable bon marché possédant une densité élevée ($\rho = 8000 \text{ Kg/m}^3$).

Conclusion : le titane est adapté pour garantir une longue durée de vie en fatigue, d'où son utilisation dans les zones flexibles à fortes contraintes. À l'inverse, l'aluminium ne possède pas de limite de fatigue stable et doit éviter d'être soumis à des contraintes (il est utilisé pour les pièces rigides). De plus, de l'acier est utilisé pour les contre-poids (les cubes périphériques) pour garantir un petit encombrement.

Évaluation du compromis économique

Le coût des matériaux reste faible. En ce qui concerne l'usinage, il pourrait être maintenu en dessous de **300 CHF par pièce** pour une production de **1000 pièces**, à condition de recourir à une chaîne automatisée combinant une machine 5 axes et une machine à électroérosion.

6 Conclusion

Le projet **FlyForce** a abouti à la conception d'un capteur de force tridimensionnel à 3 degrés de liberté en translation compact et léger, reposant sur des **guidages flexibles équilibrés**. Il est

capable de mesurer avec précision des forces de contact tout en restant insensible aux perturbations externes telles que la gravité, les accélérations linéaires et angulaires. L'implémentation que nous avons choisie est très élégante, le système est parfaitement isotrope en rigidité et en course. Ce qui rend son dimensionnement aisés.

Le mécanisme, conçu pour fonctionner avec une **rigidité de 4.984 N/mm**, présente une **fréquence propre de 31.9 Hz**, bien supérieure à la fréquence d'excitation maximale (2 Hz), garantissant ainsi une bonne stabilité dynamique et l'absence de résonance.

Le système est capable de mesurer des forces jusqu'à **7.48 N**, avec une **Résolution de 12.9 μ N**, soit une **gamme dynamique de plus de 579'000**, tout en conservant une excellente isotropie et une insensibilité aux perturbations inertielles. Les erreurs maximales dues à l'inertie ont été estimées à seulement **4.02 mN** sous vitesse angulaire extrême ce qui reste largement dans les tolérances fixées.

Les contraintes maximales dans les zones flexibles, notamment les rotules, membranes et soufflets, ont été soigneusement évaluées et restent inférieures à la limite de fatigue du matériau (**550 MPa pour le titane Grade 23**), assurant une **durée de vie estimée à plus de 57 millions de cycles**.

Un inconvénient lié au choix de 3 degrés de liberté en translation est qu'en palpant, on induit naturellement un moment dans la tige. Or, une tige réelle n'ayant pas une rigidité infinie, elle se déforme légèrement sous l'effet de ce moment, ce qui introduit des erreurs de mesure. Ce phénomène serait atténué si le système disposait de deux degrés de liberté en rotation et un en translation .

En conclusion, le capteur FlyForce répond à l'intégralité du cahier des charges.

A Annexes

A.1 Dessin de construction avec liste de toutes les pièces

Le dessin de construction complet est présenté à la fin du document. Ce document est au format A2 pour garantir la lisibilité des détails.

A.2 Code d'optimisation Python et Images de la CAO

Le code source utilisé pour l'optimisation est disponible à l'adresse suivante :

github.com/Projet-Flyforce

Plusieurs images de la CAO sont présentes en dessous :

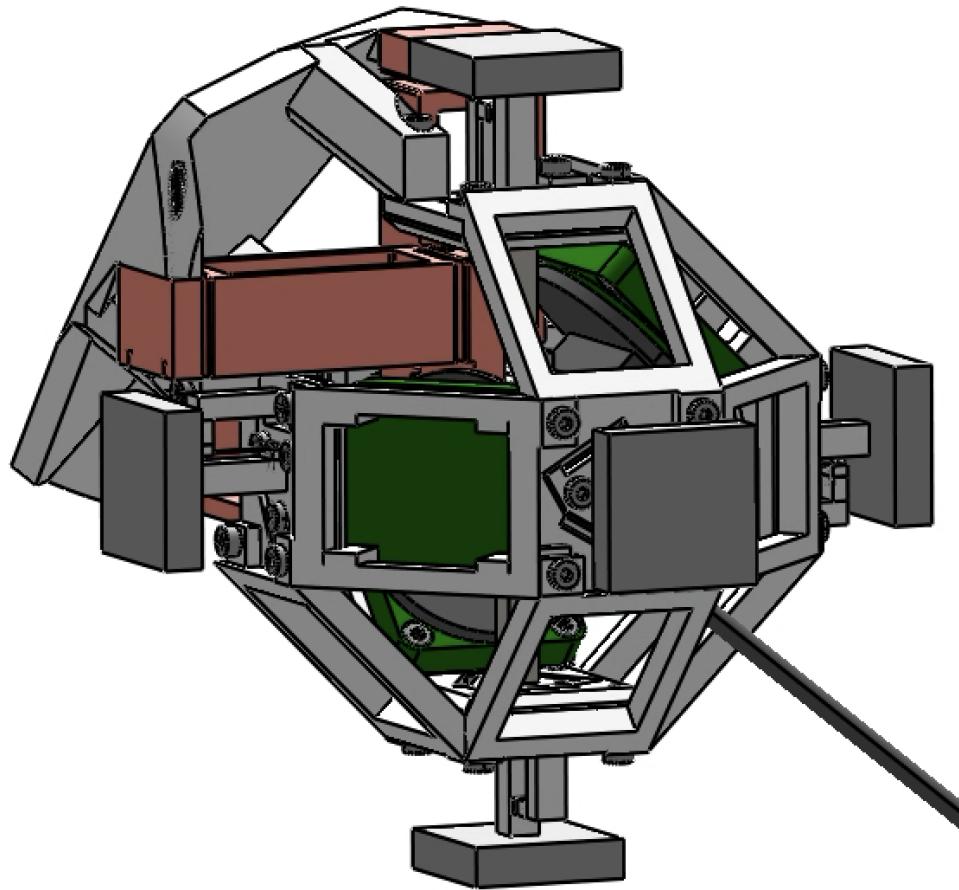


FIGURE 19 – CAO : vue d'ensemble

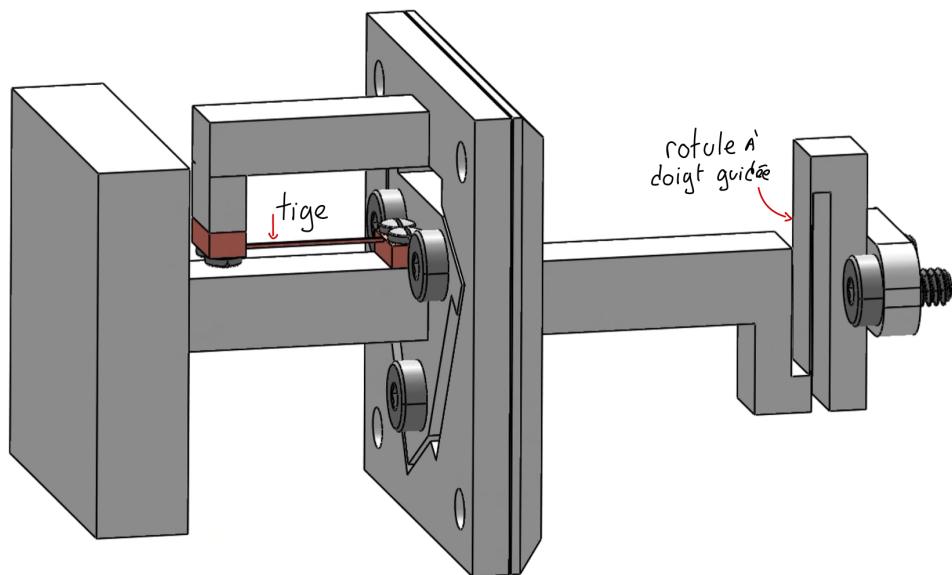


FIGURE 20 – CAO : système d'équilibrage

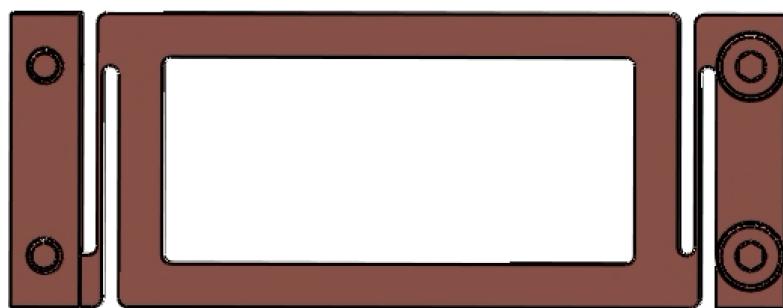


FIGURE 21 – CAO : soufflet avec la butée visible

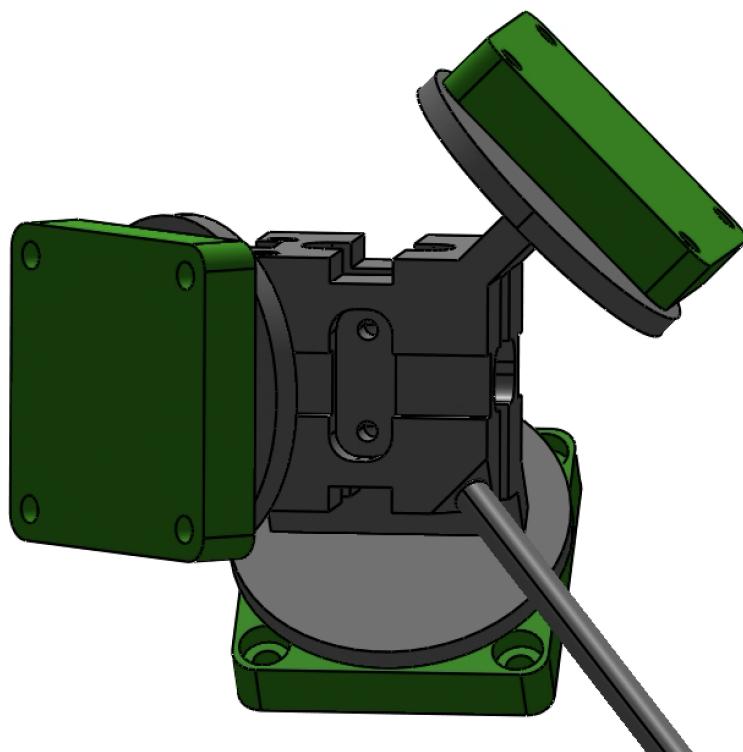


FIGURE 22 – CAO : bloc central avec les capteurs

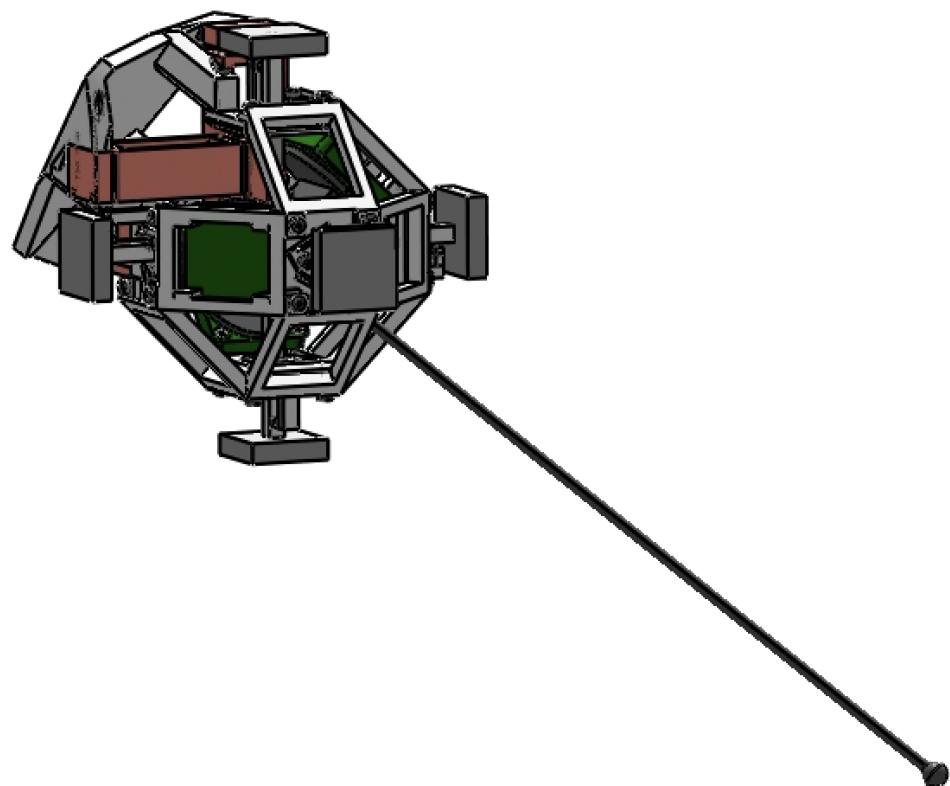


FIGURE 23 – CAO : vue d'ensemble et du stylet en entier