

Uvod.
Iskazna logika.
Zapisivanje rečenica.

March 24, 2020

- Promeljive reprezentuju iskaze.
- Ključni problem je ispitivanje da li je iskazna formula valjana ili tautologija.
- Znanje prikazano logikom je ili tačno ili netačno, ali ne može biti nedefinisano. *dijamant* sam za sebe nema nikakvo značenje, a *dijamant sija* je nešto što je tačno ili netačno i može biti prikazano.
- Takođe nije lako prikazati neku nesigurnost. Recimo *80% ce sutra padati kiša*
U logici – ili hoće, ili neće. Zbog toga se uvodi verovatnoća. Takođe postoje i različiti zapisi – preko neuronskih mreža itd.

- Znamo da je $x + y = 4$ ispravno, ali $x^2y + =$ nije.

Sintaksa iskazne logike

Skup iskaznih formula (ili jezik iskazne logike) nad prebrojivim skupom iskaznih slova P je skup za koji važi:

- Znamo da je $x + y = 4$ ispravno, ali $x^2y + =$ nije.

Sintaksa iskazne logike

Skup iskaznih formula (ili jezik iskazne logike) nad prebrojivim skupom iskaznih slova P je skup za koji važi:

- iskazna slova (iz skupa P) i logičke konstante (\top i \perp) su iskazne formule;

- Znamo da je $x + y = 4$ ispravno, ali $x^2y + =$ nije.

Sintaksa iskazne logike

Skup iskaznih formula (ili jezik iskazne logike) nad prebrojivim skupom iskaznih slova P je skup za koji važi:

- iskazna slova (iz skupa P) i logičke konstante (\top i \perp) su iskazne formule;
- ako su A i B iskazne formule, onda su i $(\neg A)$, $(A \wedge B)$, $(A \vee B)$, $(A \Rightarrow B)$ i $(A \Leftrightarrow B)$ iskazne formule.

- Znamo da je $x + y = 4$ ispravno, ali $x^2y + =$ nije.

Sintaksa iskazne logike

Skup iskaznih formula (ili jezik iskazne logike) nad prebrojivim skupom iskaznih slova P je skup za koji važi:

- iskazna slova (iz skupa P) i logičke konstante (\top i \perp) su iskazne formule;
- ako su A i B iskazne formule, onda su i $(\neg A)$, $(A \wedge B)$, $(A \vee B)$, $(A \Rightarrow B)$ i $(A \Leftrightarrow B)$ iskazne formule.
- iskazne formule mogu se dobiti samo konačnom primenom prethodna dva pravila.

- *Iskazna slova* = iskazne promenljive

- *Iskazna slova* = iskazne promenljive
- Šta bi bilo iskazno slovo?

- *Iskazna slova* = iskazne promenljive
- Šta bi bilo iskazno slovo?
- Primer: *dan*as je lep dan

- *Iskazna slova* = iskazne promenljive
- Šta bi bilo iskazno slovo?
- Primer: *dan*as je lep dan
- Šta je u ovoj rečenici iskazno slovo (tj. iskaz)?

- *Iskazna slova* = iskazne promenljive
- Šta bi bilo iskazno slovo?
- Primer: *dan*as je lep dan
- Šta je u ovoj rečenici iskazno slovo (tj. iskaz)?
- Da li je to *dan*as?

- *Iskazna slova* = iskazne promenljive
- Šta bi bilo iskazno slovo?
- Primer: *dan*as je lep dan
- Šta je u ovoj rečenici iskazno slovo (tj. iskaz)?
- Da li je to *dan*as?
- Da li je to *je*?

- *Iskazna slova* = iskazne promenljive
- Šta bi bilo iskazno slovo?
- Primer: *dan*as je lep dan
- Šta je u ovoj rečenici iskazno slovo (tj. iskaz)?
- Da li je to *dan*as?
- Da li je to *je*?
- Da li je to *lep*?

- *Iskazna slova* = iskazne promenljive
- Šta bi bilo iskazno slovo?
- Primer: *dan*as je lep dan
- Šta je u ovoj rečenici iskazno slovo (tj. iskaz)?
- Da li je to *dan*as?
- Da li je to *je*?
- Da li je to *lep*?
- Da li je to *dan*?

- *Iskazna slova* = iskazne promenljive
- Šta bi bilo iskazno slovo?
- Primer: *dan*as je *lep* *dan*
- Šta je u ovoj rečenici iskazno slovo (tj. iskaz)?
- Da li je to *dan*as?
- Da li je to *je*?
- Da li je to *lep*?
- Da li je to *dan*?
- Da li je to *lep dan*?

- *Iskazna slova* = iskazne promenljive
- Šta bi bilo iskazno slovo?
- Primer: *dan* *je* *lep* *dan*
- Šta je u ovoj rečenici iskazno slovo (tj. iskaz)?
- Da li je to *dan*?
- Da li je to *je*?
- Da li je to *lep*?
- Da li je to *dan*?
- Da li je to *lep dan*?
- Ili *dan* *je* *lep dan*?

- *Iskazna slova* = iskazne promenljive
- Šta bi bilo iskazno slovo?
- Primer: *dan*as je lep dan
- Šta je u ovoj rečenici iskazno slovo (tj. iskaz)?
- Da li je to *dan*as?
- Da li je to *je*?
- Da li je to *lep*?
- Da li je to *dan*?
- Da li je to *lep dan*?
- Ili *dan*as je lep dan?
- *Zaključak*: Iskazno slovo mora imati neki smisao, odnosno, to je neko najjednostavnije tvrđenje koje može imati vrednost tačno ili neačno.

- Posmatrajmo *je lep dan*

- Posmatrajmo *je lep dan*
- U Beogradu je lep dan.

- Posmatrajmo *je lep dan*
- U Beogradu je lep dan.
- Danas je lep dan.

- Posmatrajmo *je lep dan*
- U Beogradu je lep dan.
- Danas je lep dan.
- U Francuskoj je lep dan.

- Posmatrajmo *je lep dan*
- U Beogradu je lep dan.
- Danas je lep dan.
- U Francuskoj je lep dan.
- *je lep dan* ima jednino smisla u kontekstu (*dan*).

- Posmatrajmo *je lep dan*
- U Beogradu je lep dan.
- Danas je lep dan.
- U Francuskoj je lep dan.
- *je lep dan* ima jednino smisla u kontekstu (*dan*).
- U iskaznoj logici, iskaz ne zavisi od parametara, nego je posmatrano kao celokupno tvrđenje.

- *Atomičke formule* – elementi skupa P i $\{\top, \perp\}$

- *Atomičke formule* – elementi skupa P i $\{\top, \perp\}$
- *Literal* – atomička formula ili negacija atomičke formule

- *Atomičke formule* – elementi skupa P i $\{\top, \perp\}$
- *Literal* – atomička formula ili negacija atomičke formule
- *Klauza* – disjunkcija literala
 $p \vee \neg q \vee r \vee \neg w$

- Semantika daje *značenje*.

- Semantika daje *značenje*.
- Preciznije: Semantika jezika definiše *tačno* za svaku rečenicu u odnosu na svaki mogući *svet*.

- Semantika daje *značenje*.
- Preciznije: Semantika jezika definiše *tačno* za svaku rečenicu u odnosu na svaki mogući *svet*.
- Primer: $x + y = 4$ je tačno u svetu u kome je $x = 2$ i $y = 2$, ali netačno u svetu gde je $x = 1$ i $y = 1$

- Semantika daje *značenje*.
- Preciznije: Semantika jezika definiše *tačno* za svaku rečenicu u odnosu na svaki mogući *svet*.
- Primer: $x + y = 4$ je tačno u svetu u kome je $x = 2$ i $y = 2$, ali netačno u svetu gde je $x = 1$ i $y = 1$
- Preciznije" *model* obično koristimo umesto svet.

- Semantika daje *značenje*.
- Preciznije: Semantika jezika definiše *tačno* za svaku rečenicu u odnosu na svaki mogući *svet*.
- Primer: $x + y = 4$ je tačno u svetu u kome je $x = 2$ i $y = 2$, ali netačno u svetu gde je $x = 1$ i $y = 1$
- Preciznije" *model* obično koristimo umesto svet.
- *valuacija* – funkcija preslikavanja iz skupa P u skup 0, 1
 $v(p) = 1, v(q) = 0$

- Semantika daje *značenje*.
- Preciznije: Semantika jezika definiše *tačno* za svaku rečenicu u odnosu na svaki mogući *svet*.
- Primer: $x + y = 4$ je tačno u svetu u kome je $x = 2$ i $y = 2$, ali netačno u svetu gde je $x = 1$ i $y = 1$
- Preciznije" *model* obično koristimo umesto svet.
- *valuacija* – funkcija preslikavanja iz skupa P u skup $0, 1$
 $v(p) = 1, v(q) = 0$
- *interpretacija*, u oznaci I_v – za datu valuaciju v slika iskaznu formulu u skup $0, 1$

Interpretacija

- $I_v(p) = v(p)$ za svaki element p skupa P

Interpretacija

- $I_v(p) = v(p)$ za svaki element p skupa P
- $I_v(\top) = 1$ i $I_v(\perp) = 0$

Interpretacija

- $I_v(p) = v(p)$ za svaki element p skupa P
- $I_v(\top) = 1$ i $I_v(\perp) = 0$
- $I_v(\neg A) = 1$ ako je $I_v(A) = 0$
 $I_v(\neg A) = 0$ ako je $I_v(A) = 1$

Interpretacija

- $I_V(p) = v(p)$ za svaki element p skupa P
- $I_V(\top) = 1$ i $I_V(\perp) = 0$
- $I_V(\neg A) = 1$ ako je $I_V(A) = 0$
 $I_V(\neg A) = 0$ ako je $I_V(A) = 1$
- $I_V(A \wedge B) = 1$ ako je $I_V(A) = 1$ i $I_V(B) = 1$
 $I_V(A \wedge B) = 0$ inače

Interpretacija

- $I_v(p) = v(p)$ za svaki element p skupa P
- $I_v(\top) = 1$ i $I_v(\perp) = 0$
- $I_v(\neg A) = 1$ ako je $I_v(A) = 0$
 $I_v(\neg A) = 0$ ako je $I_v(A) = 1$
- $I_v(A \wedge B) = 1$ ako je $I_v(A) = 1$ i $I_v(B) = 1$
 $I_v(A \wedge B) = 0$ inače
- $I_v(A \vee B) = 0$ ako je $I_v(A) = 0$ i $I_v(B) = 0$
 $I_v(A \vee B) = 1$ inače

Interpretacija

- $I_V(p) = v(p)$ za svaki element p skupa P
- $I_V(\top) = 1$ i $I_V(\perp) = 0$
- $I_V(\neg A) = 1$ ako je $I_V(A) = 0$
 $I_V(\neg A) = 0$ ako je $I_V(A) = 1$
- $I_V(A \wedge B) = 1$ ako je $I_V(A) = 1$ i $I_V(B) = 1$
 $I_V(A \wedge B) = 0$ inače
- $I_V(A \vee B) = 0$ ako je $I_V(A) = 0$ i $I_V(B) = 0$
 $I_V(A \vee B) = 1$ inače
- $I_V(A \Rightarrow B) = 0$ ako je $I_V(A) = 1$ i $I_V(B) = 0$
 $I_V(A \Rightarrow B) = 1$ inače

Interpretacija

- $I_V(p) = v(p)$ za svaki element p skupa P
- $I_V(\top) = 1$ i $I_V(\perp) = 0$
- $I_V(\neg A) = 1$ ako je $I_V(A) = 0$
 $I_V(\neg A) = 0$ ako je $I_V(A) = 1$
- $I_V(A \wedge B) = 1$ ako je $I_V(A) = 1$ i $I_V(B) = 1$
 $I_V(A \wedge B) = 0$ inače
- $I_V(A \vee B) = 0$ ako je $I_V(A) = 0$ i $I_V(B) = 0$
 $I_V(A \vee B) = 1$ inače
- $I_V(A \Rightarrow B) = 0$ ako je $I_V(A) = 1$ i $I_V(B) = 0$
 $I_V(A \Rightarrow B) = 1$ inače
- $I_V(A \Leftrightarrow B) = 1$ ako je $I_V(A) = I_V(B)$
 $I_V(A \Leftrightarrow B) = 0$ inače

- *zadovoljavajuća valuacija* za iskaznu formulu A – takvo v da je $I_v(A) = 1$

- *zadovoljavajuća valuacija* za iskaznu formulu A – takvo v da je $I_v(A) = 1$
- Iskazna formula je *zadovoljiva* ako postoji valuacija koja je za nju zadovoljavajuća.

- *zadovoljavajuća valuacija* za iskaznu formulu A – takvo v da je $I_v(A) = 1$
- Iskazna formula je *zadovoljiva* ako postoji valuacija koja je za nju zadovoljavajuća.
- *valjana, tautologija* iskazna formula – svaka valuacija za nju je zadovoljavajuća

- *zadovoljavajuća valuacija* za iskaznu formulu A – takvo v da je $I_v(A) = 1$
- Iskazna formula je *zadovoljiva* ako postoji valuacija koja je za nju zadovoljavajuća.
- *valjana, tautologija* iskazna formula – svaka valuacija za nju je zadovoljavajuća
- Iskazna formula je *nezadovoljavajuća, kontradikcija* – ako ne postoji valuacija koja je za nju zadovoljavajuća.

- *zadovoljavajuća valuacija* za iskaznu formulu A – takvo v da je $I_v(A) = 1$
- Iskazna formula je *zadovoljiva* ako postoji valuacija koja je za nju zadovoljavajuća.
- *valjana, tautologija* iskazna formula – svaka valuacija za nju je zadovoljavajuća
- Iskazna formula je *nezadovoljavajuća, kontradikcija* – ako ne postoji valuacija koja je za nju zadovoljavajuća.
- *poreciva* iskazna formula – ako postoji valuacija u kojoj je formula netačna.

- *zadovoljavajuća valuacija* za iskaznu formulu A – takvo v da je $I_v(A) = 1$
- Iskazna formula je *zadovoljljiva* ako postoji valuacija koja je za nju zadovoljavajuća.
- *valjana, tautologija* iskazna formula – svaka valuacija za nju je zadovoljavajuća
- Iskazna formula je *nezadovoljavajuća, kontradikcija* – ako ne postoji valuacija koja je za nju zadovoljavajuća.
- *poreciva* iskazna formula – ako postoji valuacija u kojoj je formula netačna.
- *SAT* - problem ispitivanja da li je data iskazna formula zadovoljljiva

Normalne forme

- *Konjunktivna normalna forma* – iskazna formula oblika

$$A_1 \wedge A_2 \wedge A_3 \wedge \dots \wedge A_n$$

pri čemu je svako A_i ($1 \leq i \leq n$) *klauza*

Normalne forme

- *Konjektivna normalna forma* – iskazna formula oblika

$$A_1 \wedge A_2 \wedge A_3 \wedge \dots \wedge A_n$$

pri čemu je svako A_i ($1 \leq i \leq n$) *klauza*

- *disjunktivna normalna forma* – iskazna formula oblika

$$A_1 \vee A_2 \vee A_3 \vee \dots \vee A_n$$

pri čemu je svaka A_i ($1 \leq i \leq n$) konjunkcija literala

Normalne forme

- *Konjunktivna normalna forma* – iskazna formula oblika

$$A_1 \wedge A_2 \wedge A_3 \wedge \dots \wedge A_n$$

pri čemu je svako A_i ($1 \leq i \leq n$) *klauza*

- *disjunktivna normalna forma* – iskazna formula oblika

$$A_1 \vee A_2 \vee A_3 \vee \dots \vee A_n$$

pri čemu je svaka A_i ($1 \leq i \leq n$) konjunkcija literala

- Svaka iskazna formula može biti transformisana u konjunktivnu/disjunktivnu normalnu formu.

Algoritam KNF

- Eliminirati \Leftrightarrow korišćenjem

$$A \Leftrightarrow B \equiv (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$$

Algoritam KNF

- Eliminirati \Leftrightarrow korišćenjem

$$A \Leftrightarrow B \equiv (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$$

- Eliminirati \Rightarrow korišćenjem

$$A \Rightarrow B \equiv \neg A \vee B$$

Algoritam KNF

- Eliminirati \Leftrightarrow korišćenjem

$$A \Leftrightarrow B \equiv (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$$

- Eliminirati \Rightarrow korišćenjem

$$A \Rightarrow B \equiv \neg A \vee B$$

- Dok god je moguće primenjivati

$$\neg(A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B; \quad \neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$$

Algoritam KNF

- Eliminirati \Leftrightarrow korišćenjem

$$A \Leftrightarrow B \equiv (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$$

- Eliminirati \Rightarrow korišćenjem

$$A \Rightarrow B \equiv \neg A \vee B$$

- Dok god je moguće primenjivati

$$\neg(A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B; \quad \neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$$

- eliminirati višestruke \neg

$$\neg\neg A \equiv A$$

Algoritam KNF

- Eliminirati \Leftrightarrow korišćenjem

$$A \Leftrightarrow B \equiv (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$$

- Eliminirati \Rightarrow korišćenjem

$$A \Rightarrow B \equiv \neg A \vee B$$

- Dok god je moguće primenjivati

$$\neg(A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B; \quad \neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$$

- eliminirati višestruke \neg

$$\neg\neg A \equiv A$$

- Dok god je moguće primenjivati

$$A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

- Transformisanje formule u njenu konjunktivnu normalnu formu može da da formulu čija je dužina eksponencijalna u funkciji dužine polazne formule.

- Transformisanje formule u njenu konjunktivnu normalnu formu može da da formulu čija je dužina eksponencijalna u funkciji dužine polazne formule.
- Na primer, transformisanjem

$$(A_1 \wedge B_1) \vee (A_2 \wedge B_2) \vee \dots (A_n \wedge B_n)$$

u konjunktivnu normalnu formu, dobija se formula koja ima 2^n konjukata.

Zapisivanje rečenica

Zadatak 1

U igri mine na tabeli veličine 2×3 dobijena je sledeća konfiguracija:

1	A	C
1	B	2

Pri čemu A, B i C su neotvorena polja, a brojevi označavaju broj mina na okolnim poljima. Zapisati u iskaznoj logici uslove koji važe.

Zadatak 1

1	A	C
1	B	2

Pravimo iskaznu fomulu kojom zapisujemo uslove. Pri tome, u formuli figurišu iskazne promenljive — A, B i C. Ukoliko promenljiva ima vrednost tačno onda se na njoj nalazi mina. Ako ima vrednost netačno, onda na tom polju nema mine.

Zadatak 1

1	A	C
1	B	2

- uslov za 1: $A \vee B$
- dodajemo u konačnu formulu:
 $F = A \vee B$

Zadatak 1

1	A	C
<i>1</i>	B	2

- uslov za *1*: $A \vee B$
- dodajemo u konačnu formulu:
$$F = (A \vee B) \wedge (A \vee B)$$

Zadatak 1

1	A	C
1	B	2

- uslov za 1: $\neg(A \wedge B)$
- dodajemo u konačnu formulu:
$$F = (A \vee B) \wedge (A \vee B) \wedge \neg(A \wedge B)$$

Zadatak 1

1	A	C
1	B	2

- uslov za 1: $\neg(A \wedge B)$
- dodajemo u konačnu formulu:

$$F = (A \vee B) \wedge (A \vee B) \wedge \neg(A \wedge B) \wedge \neg(A \wedge B)$$

Zadatak 1

1	A	C
1	B	2

- uslov za 2: *barem na jednom od polja A, B ili C se ne nalazi mina (tj. barem jedna mora imati vrednost netačno. U suprotnom bi umesto 2 stajalo 3.)*
 $(\neg A \vee \neg B \vee \neg C)$
- dodajemo u konačnu formulu:
$$F = (A \vee B) \wedge (A \vee B) \wedge \neg(A \wedge B) \wedge \neg(A \wedge B) \wedge (\neg A \vee \neg B \vee \neg C)$$

Zadatak 1

1	A	C
1	B	2

- uslov za 2: ne može se desiti da bilo koja dva polja A, B ili C imaju vrednost netačno jer bi u tom slučaju stajalo 1 ili 0 umesto 2

$$\neg(\neg A \wedge \neg B)$$

- dodajemo u konačnu formulu:

$$F = (A \vee B) \wedge (A \vee B) \wedge \neg(A \wedge B) \wedge \neg(A \wedge B) \wedge (\neg A \vee \neg B \vee \neg C) \wedge \neg(\neg A \wedge \neg B)$$

Zadatak 1

1	A	C
1	B	2

- uslov za 2: ne može se desiti da bilo koja dva polja A, B ili C imaju vrednost netačno jer bi u tom slučaju stajalo 1 ili 0 umesto 2

$$\neg(\neg A \wedge \neg C)$$

- dodajemo u konačnu formulu:

$$\begin{aligned} F = & (A \vee B) \wedge (A \vee B) \wedge \neg(A \wedge B) \wedge \neg(A \wedge B) \\ & \wedge (\neg A \vee \neg B \vee \neg C) \wedge \\ & \neg(\neg A \wedge \neg B) \wedge \neg(\neg A \wedge \neg C) \end{aligned}$$

Zadatak 1

1	A	C
1	B	2

- uslov za 2: ne može se desiti da bilo koja dva polja A, B ili C imaju vrednost netačno jer bi u tom slučaju stajalo 1 ili 0 umesto 2

$$\neg(\neg B \wedge \neg C)$$

- dodajemo u konačnu formulu:

$$F = (A \vee B) \wedge (A \vee B) \wedge \neg(A \wedge B) \wedge \neg(A \wedge B)$$

$$\wedge(\neg A \vee \neg B \vee \neg C) \wedge$$

$$\neg(\neg A \wedge \neg B) \wedge \neg(\neg A \wedge \neg C) \wedge \neg(\neg B \wedge \neg C)$$

Zadatak 1

1	A	C
1	B	2

- Rešenje:

$$\begin{aligned} F &= (A \vee B) \wedge (A \vee B) \wedge \neg(A \wedge B) \wedge \neg(A \wedge B) \\ &\wedge (\neg A \vee \neg B \vee \neg C) \wedge \\ &\neg(\neg A \wedge \neg B) \wedge \neg(\neg A \wedge \neg C) \wedge \neg(\neg B \wedge \neg C) \end{aligned}$$

- DNF je nepovoljan za zapisivanje rečenica

- DNF je nepovoljan za zapisivanje rečenica
- CNF je *lista uslova* (mora da važi to i to i to ...)

- DNF je nepovoljan za zapisivanje rečenica
- CNF je *lista uslova* (mora da važi to i to i to ...)
- Znači to je *ZAPIS PROBLEMA*

- DNF je nepovoljan za zapisivanje rečenica
- CNF je *lista uslova* (mora da važi to i to i to ...)
- Znači to je *ZAPIS PROBLEMA*
- DNF je *lista mogućnosti* (može da važi to ili to ili to ...)

- DNF je nepovoljan za zapisivanje rečenica
- CNF je *lista uslova* (mora da važi to i to i to ...)
- Znaci to je *ZAPIS PROBLEMA*
- DNF je *lista mogućnosti* (može da važi to ili to ili to ...)
- Znaci to je *LISTA REŠENJA*

- DNF je nepovoljan za zapisivanje rečenica
- CNF je *lista uslova* (mora da važi to i to i to ...)
- Znaci to je *ZAPIS PROBLEMA*
- DNF je *lista mogućnosti* (može da važi to ili to ili to ...)
- Znaci to je *LISTA REŠENJA*
- Da bi iko ponudio DNF u stvarnosti, on mora ceo problem da ima rešen

- DNF je nepovoljan za zapisivanje rečenica
- CNF je *lista uslova* (mora da važi to i to i to ...)
- Znaci to je *ZAPIS PROBLEMA*
- DNF je *lista mogućnosti* (može da važi to ili to ili to ...)
- Znaci to je *LISTA REŠENJA*
- Da bi iko ponudio DNF u stvarnosti, on mora ceo problem da ima rešen
- A u tom slučaju nema potrebe ni bilo šta zapisivati

- DNF je nepovoljan za zapisivanje rečenica
- CNF je *lista uslova* (mora da važi to i to i to ...)
- Znaci to je *ZAPIS PROBLEMA*
- DNF je *lista mogućnosti* (može da važi to ili to ili to ...)
- Znaci to je *LISTA REŠENJA*
- Da bi iko ponudio DNF u stvarnosti, on mora ceo problem da ima rešen
- A u tom slučaju nema potrebe ni bilo šta zapisivati
- DNF je u praksi moguće znati samo za trivijalne probleme

Zadatak 2

Robot treba da rasporedi dva objekta u dve kutije. Pri tome ne sme oba objekta da stavi u istu kutiju. U vidu iskazne formule zapisati uslove koji definišu dopustive rasporede. Objasniti šta znači koje iskazno slovo.

Zadatak 2



- A i B su iskazna slova, koja označavaju prvi i drugi objekat.
- Ukoliko iskazno slovo ima vrednost tačno onda je objekat u prvoj kutiji, inače je u drugoj kutiji.

Zadatak 2



- ne mogu se oba objekta nalaziti u prvoj kutiji:
 $\neg(A \wedge B)$
- dodajemo u iskaznu formulu rešenja:
 $\neg(A \wedge B)$

Zadatak 2



- ne mogu se oba objekta nalaziti u drugoj kutiji:
 $\neg(\neg A \wedge \neg B)$
- dodajemo u iskaznu formulu rešenja:
 $\neg(A \wedge B) \wedge \neg(\neg A \wedge \neg B)$

Zadatak 2



- objekti se moraju nalaziti u nekoj kutiji:

$$A \vee B \vee \neg A \vee \neg B$$

- dodajemo u iskaznu formulu rešenja:

$$\neg(A \wedge B) \wedge \neg(\neg A \wedge \neg B) \wedge (A \vee B \vee \neg A \vee \neg B)$$

Zadatak 2

- Rešenje: $\neg(A \wedge B) \wedge \neg(\neg A \wedge \neg B) \wedge (A \vee B \vee \neg A \vee \neg B)$

Zadatak 3

Zapisati formulu koja opisuje uslov da se u svakoj vrsti table za igru oblika 2×2 polja može postaviti tačno jedan žeton.

Zadatak 3

A	B
C	D

- A, B, C, D su polja tabele. Mogu imati vrednost 0 ili 1. Pri tome, 1 označava da se žeton nalazi na polju, a 0 da se ne nalazi.

Zadatak 3

A	B
C	D

- zeton se nalazi u prvoj vrsti:
 $A \vee B$
- dodajemo u iskaznu formulu rešenja:
 $(A \vee B)$

Zadatak 3

A	B
C	D

- zeton se nalazi u drugoj vrsti:
 $C \vee D$
- dodajemo u iskaznu formulu rešenja:
 $(A \vee B) \wedge (C \vee D)$

Zadatak 3

A	B
C	D

- ne mogu se dva žetona nalaziti u prvoj vrsti:
 $\neg(A \wedge B)$
- dodajemo u iskaznu formulu rešenja:
 $(A \vee B) \wedge (C \vee D) \wedge \neg(A \wedge B)$

Zadatak 3

A	B
C	D

- ne mogu se dva žetona nalaziti u drugoj vrsti:
 $\neg(C \wedge D)$
- dodajemo u iskaznu formulu rešenja:
 $(A \vee B) \wedge (C \vee D) \wedge \neg(A \wedge B) \wedge \neg(C \wedge D)$

Zadatak 3

A	B
C	D

- Rešenje:

$$(A \vee B) \wedge (C \vee D) \wedge \neg(A \wedge B) \wedge \neg(C \wedge D)$$

Zadatak 4

U iskaznoj logici zapisati uslov da bitovi 3-bitnog broja moraju biti jednaki.

Zadatak 4

$A \ B \ C$

- A, B, C – označavaju bitove broja

Zadatak 4

$A \ B \ C$

- Bitovi A i B su jednaki:

$$A \Leftrightarrow B$$

- dodajemo u iskaznu formulu rešenja:

$$A \Leftrightarrow B$$

Zadatak 4

$A \ B \ C$

- Bitovi A i C su jednaki:
 $A \Leftrightarrow C$
- dodajemo u iskaznu formulu rešenja:
 $(A \Leftrightarrow B) \wedge (A \Leftrightarrow C)$

Zadatak 4

$A \ B \ C$

- Bitovi B i C su jednaki:
 $B \Leftrightarrow C$
- dodajemo u iskaznu formulu rešenja:
 $(A \Leftrightarrow B) \wedge (A \Leftrightarrow C) \wedge (B \Leftrightarrow C)$

Zadatak 4

$A \ B \ C$

- Rešenje:

$$(A \Leftrightarrow B) \wedge (A \Leftrightarrow C) \wedge (B \Leftrightarrow C)$$

Zadatak 5

U iskaznoj logici zapisati uslov: "dva dobitna broja se sabiraju i daju rezultat 3".

Zadatak 5

$$\begin{array}{r} A B \\ + C D \\ \hline 1 1 \end{array}$$

- A i B su bitovi prvog broja, a C i D bitovi drugog broja

Zadatak 5

$$\begin{array}{cc} & A & B \\ + & C & D \\ \hline & 1 & 1 \end{array}$$

- Da bi bila jedinica na poslednjoj poziciji:
 $(B \vee D) \wedge \neg(B \wedge D)$
- dodajemo u iskaznu formulu rešenja:
 $(B \vee D) \wedge \neg(B \wedge D)$

Zadatak 5

$$\begin{array}{cc} & A & B \\ + & C & D \\ \hline & 1 & 1 \end{array}$$

- Da bi bila jedinica na prvoj poziciji:
 $(A \vee C) \wedge \neg(A \wedge C)$
- dodajemo u iskaznu formulu rešenja:
 $(B \vee D) \wedge \neg(B \wedge D) \wedge (A \vee C) \wedge \neg(A \wedge C)$

Zadatak 5

$$\begin{array}{cc} & A & B \\ + & C & D \\ \hline & 1 & 1 \end{array}$$

- Rešenje:

$$(B \vee D) \wedge \neg(B \wedge D) \wedge (A \vee C) \wedge \neg(A \wedge C)$$

Zadatak 6

U iskaznoj logici zapisati uslov da je 4-bitna reprezentacija broja palindrom, ali da nisu svi bitovi isti.

Zadatak 6

$A \ B \ C \ D$

- prvi i poslednji bit su jednaki:
 $A \Leftrightarrow D$
- dodajemo u iskaznu formulu rešenja:

$$A \Leftrightarrow D$$

Zadatak 6

A B C D

- drugi i treći bit su jednaki:

$$B \Leftrightarrow C$$

- dodajemo u iskaznu formulu rešenja:

$$(A \Leftrightarrow D) \wedge (B \Leftrightarrow C)$$

Zadatak 6

A B C D

- nisu svi bitovi jednaki 1:
 $\neg(A \wedge B \wedge C \wedge D)$
- dodajemo u iskaznu formulu rešenja:
 $(A \Leftrightarrow D) \wedge (B \Leftrightarrow C) \wedge \neg(A \wedge B \wedge C \wedge D)$

Zadatak 6

A B C D

- nisu svi bitovi jednaki 0:
 $\neg(\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C \wedge \neg D)$
- dodajemo u iskaznu formulu rešenja:
 $(A \Leftrightarrow D) \wedge (B \Leftrightarrow C) \wedge \neg(A \wedge B \wedge C \wedge D) \wedge \neg(\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C \wedge \neg D)$

Zadatak 6

$A \ B \ C \ D$

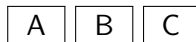
- Rešenja:

$$(A \Leftrightarrow D) \wedge (B \Leftrightarrow C) \wedge \neg(A \wedge B \wedge C \wedge D) \wedge \neg(\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C \wedge \neg D)$$

Zadatak 7

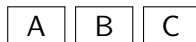
Tri polja se boje crvenom ili plavom bojom. Ukoliko je prvo polje crveno, druga dva moraju biti iste boje. Ukoliko je drugo polje crveno, treće mora biti plavo. Zapisati date uslove u iskaznoj logici.

Zadatak 7



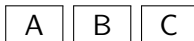
- A, B, C – oznaka polja. Ako je polje obojeno crvenom bojom onda ima vrednost 1, a ako je obojeno plavom, ima vrednost 0.

Zadatak 7



- Ukoliko je prvo polje crveno, druga dva moraju biti iste boje:
 $A \Rightarrow (B \Leftrightarrow C)$
- dodajemo u iskaznu formulu rešenja:
 $A \Rightarrow (B \Leftrightarrow C)$

Zadatak 7



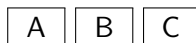
- Ukoliko je drugo polje crveno, treće mora biti plavo:

$$B \Rightarrow \neg C$$

- dodajemo u iskaznu formulu rešenja:

$$(A \Rightarrow (B \Leftrightarrow C)) \wedge (B \Rightarrow \neg C)$$

Zadatak 7



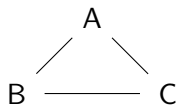
- Rešenja:

$$(A \Rightarrow (B \Leftrightarrow C)) \wedge (B \Rightarrow \neg C)$$

Zadatak 8

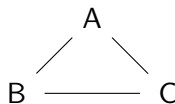
Temena trougla se boje pomoću dve boje. Pri tom, ni jedan par temena ne može imati istu boju. Zapisati date uslove u iskaznoj logici,

Zadatak 8



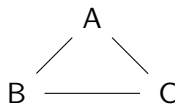
- A, B, C – temena trougla

Zadatak 8



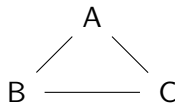
- A i B nisu iste boje:
 $\neg(A \Leftrightarrow B)$
- dodajemo u iskaznu formulu rešenja:
 $\neg(A \Leftrightarrow B)$

Zadatak 8



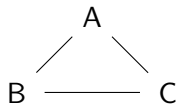
- A i C nisu iste boje:
 $\neg(A \Leftrightarrow C)$
- dodajemo u iskaznu formulu rešenja:
 $\neg(A \Leftrightarrow B) \wedge \neg(A \Leftrightarrow C)$

Zadatak 8



- B i C nisu iste boje:
 $\neg(B \Leftrightarrow C)$
- dodajemo u iskaznu formulu rešenja:
 $\neg(A \Leftrightarrow B) \wedge \neg(A \Leftrightarrow C) \wedge \neg(B \Leftrightarrow C)$

Zadatak 8



- Rešenje:

$$\neg(A \Leftrightarrow B) \wedge \neg(A \Leftrightarrow C) \wedge \neg(B \Leftrightarrow C)$$

Zadatak 9

Tabela 2×2 se boji crvenom ili plavom bojom. Ako je polje (1,1) ofarbano crvenom bojom onda barem jedno od ostalih polja mora biti plavo. Ako je polje (2,2) ofarbano plavom bojom onda barem dva ostala polja moraju biti crvena. Ne smeju sva polja biti ofarbana istom bojom. Zapisati date uslove u iskaznoj logici.

Zadatak 9

A	B
C	D

Rešenje:

$$A \Rightarrow (\neg B \vee \neg C \vee \neg D) \wedge$$

$$\neg D \Rightarrow (\neg(\neg A \wedge \neg C) \wedge \neg(\neg A \wedge \neg B) \wedge \neg(\neg C \wedge \neg B)) \wedge$$

$$\neg(A \wedge B \wedge C \wedge D) \wedge$$

$$\neg(\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C \wedge \neg D)$$

- Filipov raspored časova
- Raspored po grupama za Kup Sampiona

- SAT – problem traženja valuacija u kojoj je formula zadovoljiva

- SAT – problem traženja valuacija u kojoj je formula zadovoljiva
- Problem je NP kompletan

- SAT – problem traženja valuacija u kojoj je formula zadovoljiva
- Problem je NP kompletan
- Postoji mnogo SAT rešavača – Glucose, Lingeling, PicoSat, ArgoSat

- SAT – problem traženja valuacija u kojoj je formula zadovoljiva
- Problem je NP kompletan
- Postoji mnogo SAT rešavača – Glucose, Lingeling, PicoSat, ArgoSat
- Zasnovani su na DPLL proceduri (sledeći čas)

- SAT – problem traženja valuacija u kojoj je formula zadovoljiva
- Problem je NP kompletan
- Postoji mnogo SAT rešavača – Glucose, Lingeling, PicoSat, ArgoSat
- Zasnovani su na DPLL proceduri (sledeći čas)
- *MINISAT* – najpopularniji SAT rešavac

- Skine se sa neta i instalira (procitati ReadMe)

- Skine se sa neta i instalira (procitati ReadMe)
- Pokreće se sa *./minisat primer rezultat*

- Skine se sa neta i instalira (procitati ReadMe)
- Pokreće se sa *./minisat primer rezultat*
- Primer se zapisuje u *DIMACS* formatu

DIMACS format

- Može sadržati komentare. Svaki komentar počinje sa *c*

DIMACS format

- Može sadržati komentare. Svaki komentar počinje sa *c*
- Nakon komentara ide linija problema. Počinje slovom *p*, potom ime problema, što je u našem slučaju *cnf*, potom ide broj promenljivih i potom ide broj klauza.

p *cnf* 3 2

DIMACS format

- Može sadržati komentare. Svaki komentar počinje sa *c*
- Nakon komentara ide linija problema. Počinje slovom *p*, potom ime problema, što je u našem slučaju *cnf*, potom ide broj promenljivih i potom ide broj klauza.

p cnf 3 2

- Nakon te linije u svakoj liniji se zapisuje po jedna klauza

DIMACS format

- Može sadržati komentare. Svaki komentar počinje sa *c*
- Nakon komentara ide linija problema. Počinje slovom *p*, potom ime problema, što je u našem slučaju *cnf*, potom ide broj promenljivih i potom ide broj klauza.

p *cnf* 3 2

- Nakon te linije u svakoj liniji se zapisuje po jedna klauza
- Promenljive se označavaju celim brojevima od počevši od 1

DIMACS format

- Može sadržati komentare. Svaki komentar počinje sa *c*
- Nakon komentara ide linija problema. Počinje slovom *p*, potom ime problema, što je u našem slučaju *cnf*, potom ide broj promenljivih i potom ide broj klauza.

p cnf 3 2

- Nakon te linije u svakoj liniji se zapisuje po jedna klauza
- Promenljive se označavaju celim brojevima od počevši od 1
- Negacija promenljive se označava odgovarajućim negativnim brojem

$p \vee q \vee \neg r$

$p - 1 \quad q - 2 \quad r - 3$

12 - 3

DIMACS format

- Može sadržati komentare. Svaki komentar počinje sa *c*
- Nakon komentara ide linija problema. Počinje slovom *p*, potom ime problema, što je u našem slučaju *cnf*, potom ide broj promenljivih i potom ide broj klauza.

p cnf 3 2

- Nakon te linije u svakoj liniji se zapisuje po jedna klauza
- Promenljive se označavaju celim brojevima od počevši od 1
- Negacija promenljive se označava odgovarajućim negativnim brojem

$p \vee q \vee \neg r$

$p - 1 \quad q - 2 \quad r - 3$

12 - 3

- Svaka linija (klauza) se završava sa 0.

- $(A \vee B) \wedge (A \vee B) \wedge \neg(A \wedge B) \wedge \neg(A \wedge B)$
 $\wedge(\neg A \vee \neg B \vee \neg C) \wedge$
 $\neg(\neg A \wedge \neg B) \wedge \neg(\neg A \wedge \neg C) \wedge \neg(\neg B \wedge \neg C)$

Primer minesweap

- $(A \vee B) \wedge (A \vee B) \wedge \neg(A \wedge B) \wedge \neg(A \wedge B)$
 $\wedge (\neg A \vee \neg B \vee \neg C) \wedge$
 $\neg(\neg A \wedge \neg B) \wedge \neg(\neg A \wedge \neg C) \wedge \neg(\neg B \wedge \neg C)$
- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B) \wedge$
 $(\neg A \vee \neg B \vee \neg C) \wedge (A \vee C) \wedge (B \vee C)$

Primer minesweap

- $(A \vee B) \wedge (A \vee B) \wedge \neg(A \wedge B) \wedge \neg(A \wedge B)$
 $\wedge(\neg A \vee \neg B \vee \neg C) \wedge$
 $\neg(\neg A \wedge \neg B) \wedge \neg(\neg A \wedge \neg C) \wedge \neg(\neg B \wedge \neg C)$
- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B) \wedge$
 $(\neg A \vee \neg B \vee \neg C) \wedge (A \vee C) \wedge (B \vee C)$
- DIMACS:
p cnf 3 5
1 2 0
-1 -2 0
-1 -2 -3 0
1 3 0
2 3 0

1	A	C
1	B	2

- Nakon pokretanja *./minisat primer rezultat* izlaz je:
SATISFIABLE ;
1 -2 3

1	A	C
1	B	2

- Nakon pokretanja *./minisat primer rezultat* izlaz je:
SATISFIABLE ;
1 -2 3
- To znači: $A = 0$
 $B = 1$
 $C = 1$

1	A	C
1	B	2

- Moguće je odrediti sve valuacije koje zadovoljavaju uslov tako što se *zabrani* jedna po jedna.

1	A	C
1	B	2

- Moguće je odrediti sve valuacije koje zadovoljavaju uslov tako što se *zabrani* jedna po jedna.
- Zabranjujemo -1 2 3 (tj. stavljamo negaciju ove valuacije u DIMACS datoteku):

p cnf 3 6

1 2 0

-1 -2 0

-1 -2 -3 0

1 3 0

2 3 0

1 -2 -3 0

1	A	C
1	B	2

- Nakon pokretanja izlaz je:
SATISFIABLE i 1 -2 3
odnosno, $A = 1$, $B = 0$, $C = 1$

1	A	C
1	B	2

- Zabranimo i 1 -2 3: p cnf 3 7

1 2 0

-1 -2 0

-1 -2 -3 0

1 3 0

2 3 0

1 -2 -3 0

-1 2 -3 0

1	A	C
1	B	2

- Zabranimo i 1 -2 3: p cnf 3 7

1 2 0

-1 -2 0

-1 -2 -3 0

1 3 0

2 3 0

1 -2 -3 0

-1 2 -3 0

- Nakon pokretanja dobijamo:

UNSATISFIABLE

što znači da ne postoji više valuacija koje zadovoljavaju uslove.