

# Facharbeit Informatik

Joel Mantik

2. März 2023

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Theoretische Grundlagen</b>	<b>3</b>
2.1	Lineare Gleichungssysteme . . . . .	3
2.2	Gaußsches Eliminationsverfahren . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Implementierung des Algorithmus</b>	<b>5</b>
3.1	Schritte des Verfahrens . . . . .	5
3.1.1	Brute-Force Methode . . . . .	5
3.1.2	Pivot-Suche . . . . .	5
3.2	Vergleich der Methoden . . . . .	5
<b>4</b>	<b>Anwendungen des Gaußschen-Eliminationsverfahrens</b>	<b>6</b>
4.1	Lösung von linearen Gleichungssystemen . . . . .	6
4.2	Inversion von Matrizen . . . . .	6
4.3	Beispielanwendungen . . . . .	6
<b>5</b>	<b>Abwägungen</b>	<b>7</b>
5.1	Vor- und Nachteile im Vergleich zu anderen Methoden . . . . .	7
<b>6</b>	<b>Fazit</b>	<b>8</b>

# Kapitel 1

## Einleitung

Der Gauß-Algorithmus ist eins der wichtigsten Lösungsverfahren zum Lösen linearer Gleichungssysteme. Er spielt eine tragende Rolle in vielen Bereichen der Mathematik und ist dennoch recht unkompliziert. Aufgrund der Wichtigkeit, habe ich dazu entschieden, den Algorithmus in dieser Facharbeit zu implementieren, zu analysieren, und Anwendungsmöglichkeiten aufzuzeigen.

# Kapitel 2

## Theoretische Grundlagen

Der Gauß-Algorithmus ist ein Algorithmus, welcher beim Lösen von linearen Gleichungssystemen zum Einsatz kommt. Im folgenden Kapitel werden die mathematische Theorie von linearen Gleichungssystemen und dem Gauß-Algorithmus erläutert, welche die Grundlage für die spätere Implementierung sind.

### 2.1 Lineare Gleichungssysteme

Ein lineares Gleichungssystem ist eine Sammlung von Gleichungen, in denen jede Unbekannte mit höchstens dem ersten Grad vorkommt. Es kann in der Form  $Ax = b$  geschrieben werden, wobei  $A$  eine  $m * n$  Matrix ist,  $x$  ein  $n$ -dimensionaler Vektor von Unbekannten und  $b$  ein  $m$ -dimensionaler Vektor von Konstanten ist. Das Ziel eines solchen linearen Gleichungssystems ist es, eine Lösung für  $x$  zu finden, die alle Gleichungen erfüllt. Hierbei gibt es drei Arten von Lösungen:

1. Das Gleichungssystem hat genau *eine* Lösung; es gibt genau eine Lösung, welche alle Gleichungen im System erfüllt. Die Lösungsmenge ist z. B. :  $\mathbb{L} = \{(x, y, z) | (1, 2, 3)\}$ .
2. Das Gleichungssystem hat *keine* Lösung, wenn es keine Lösung gibt, die alle Gleichungen erfüllt. Die Lösungsmenge ist eine leere Menge:  $\mathbb{L} = \{\}$ .
3. Das Gleichungssystem hat *unendlich viele* Lösungen, wenn es mehrere Lösungen gibt, die alle Gleichungen im System erfüllen. Hierbei sind die verschiedenen Variablen voneinander abhängig. Die Lösungsmenge sieht beispielsweise wie folgt aus:  
 $\mathbb{L} = \{(x, y, z) | (x = y * z, y \in \mathbb{R}, z \in \mathbb{R})\}$ .

Ein allgemeines lineares Gleichungssystem lässt sich wie folgt definieren:<sup>1</sup>

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_3$$

## 2.2 Gaußsches Eliminationsverfahren

---

<sup>1</sup>Günther Gramlich. *Lineare Algebra: Eine Einführung*. Carl Hanser Verlag GmbH Co KG, 2021.

# Kapitel 3

## Implementierung des Algorithmus

### 3.1 Schritte des Verfahrens

#### 3.1.1 Brute-Force Methode

#### 3.1.2 Pivot-Suche

### 3.2 Vergleich der Methoden

# Kapitel 4

## Anwendungen des Gaußschen-Eliminationsverfahrens

- 4.1 Lösung von linearen Gleichungssystemen
- 4.2 Inversion von Matrizen
- 4.3 Beispielanwendungen

# Kapitel 5

## Abwägungen

### 5.1 Vor- und Nachteile im Vergleich zu anderen Methoden



# Kapitel 6

## Fazit