$Lecture4$

$rrison$

2 图像去畸变

见code/undistort/

3 双目视差

见code/stereo

4 矩阵微分

1. $d(Ax)/dx$是实值向量函数的行向量偏导数，称之为向量函数$f(x)$在x处的Jacobian矩阵
2. $d(x^T Ax)/dx$是实值标量函数的行向量偏导数，称之为实值标量函数$f(x)$在x处的梯度向量
3. 证明$x^T Ax = tr(Axx^T)$

$$x^T Ax = [x_1\ x_2\ \ \dots x_n] \cdot \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix}$$

$$= [x_1\ x_2\ \ \dots x_n] \cdot \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n a_{1i}x_i \\ \sum_{i=1}^n a_{2i}x_i \\ \dots \\ \sum_{i=1}^n a_{ni}x_i \end{bmatrix}$$

$$= x_1 \textstyle\sum_{i=1}^n a_{1i}x_i + x_2 \sum_{i=1}^n a_{2i}x_i + \cdots + x_n \sum_{i=1}^n a_{ni}x_i$$

$$tr(Axx^T) = tr\left(\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \cdot [x_1\ x_2\ \ \dots x_n] \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix}\right)$$

$$= tr\left(\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1x_1 & x_1x_2 & \dots & x_1x_n \\ x_2x_1 & x_2x_2 & \dots & x_nx_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_nx_1 & x_nx_2 & \dots & x_nx_n \end{bmatrix}\right)$$

$= \sum_{i=1}^{n} a_{1i}x_ix_1 + \sum_{i=1}^{n} a_{2i}x_ix_2 + \cdots + \sum_{i=1}^{n} a_{ni}x_ix_n$

$= x_1 \sum_{i=1}^{n} a_{1i}x_i + x_2 \sum_{i=1}^{n} a_{2i}x_i + \cdots + x_n \sum_{i=1}^{n} a_{ni}x_i$

所以得到$x^TAx = tr(Axx^T) = x_1 \sum_{i=1}^{n} a_{1i}x_i + x_2 \sum_{i=1}^{n} a_{2i}x_i + \cdots + x_n \sum_{i=1}^{n} a_{ni}x_i$

5 高斯牛顿法

见code/gaussnewton