Olasılık ve Raslantı Değişkenleri

Bir Rassal Değişkenin Beklenen Değeri ve Varyansı

Kesikli Bir Rassal Değişkenin Beklenen Değeri

- Bir rassal değişkenin beklenen değeri bize olasılık fonksiyonunun merkezi hakkında bilgiler verir.
- **Tanım :** X, aşağıdaki olasılık fonksiyonuna sahip kesikli bir rassal değişken olsun.

$X=x$	x_1	x_2	....	x_N
$f(x)=P(X=x)$	$f(x_1)$	$f(x_2)$	.....	$f(x_N)$

- X'in $E(X)$ ile gösterilen beklenen değeri aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$E(X) = x_1.f(x_1) + x_2.f(x_2) + \cdots + x_N.f(x_N) = \sum_{i=1}^{N} x_i.f(x_i)$$

- X rasgele değişkeni sayılabilir sonsuzluktaki $x_1, x_2, \ldots,$ $x_n, \ldots.$ sonuçlarını alıyorsa beklenen değer aşağıdaki gibi

$$E(X) = x_1.f(x_1) + x_2.f(x_2) + \cdots + x_N.f(x_N) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i.f(x_i)$$

- Bu $E(X)$ sayısına ayrıca X rassal değişkeninin ortalaması yada kitle (populasyon) ortalaması denir

- Beklenen değeri göstermek için genellikle μ harfi kullanılır. X ve $Y, \ldots$ gibi birden çok rassal değişkenle çalışıldığında μ'ler için ortalamaları göstermek üzere indis kullanılır.

$$\mu_X = E(X) \text{ ve } \mu_y = E(Y)$$

- Yalnız bir rassal değişken düşünüldüğünde indis atılabilir.

$$E(X) = \mu_X = \mu$$

- **Örnek:** Düzgün 6 yüzlü bir zar atılsın. Üste gelen yüzdeki noktaların beklenen değeri nedir?

- **Çözüm:** Zarın üst yüzünde bulunan noktaların sayısını X ile gösterelim. X'in olanaklı değerleri 1, 2, 3, 4, 5, 6' nın her biri 1/6 olasılığı ile elde edilir

$$E(X)=\sum_{i=1}^{6} x_i.f(x_i)=1.\frac{1}{6}+2.\frac{1}{6}+3.\frac{1}{6}+4.\frac{1}{6}+5.\frac{1}{6}+6.\frac{1}{6}$$

$$=3,5$$

- **Örnek:** Bir paranın üç kez atılması durumunda elde edilen turaların sayısının beklenen değerini hesaplayınız.

- **Çözüm:** Bir paranın üç kez atılmasında bulunan turaların sayısını X ile gösterelim.

$X=x$	**0**	**1**	**2**	**3**
$f(x)=P(X=x)$	1/8	3/8	3/8	1/8

$$E(X)=\sum_{i=1}^{4} x_i f(x_i)=0.\frac{1}{8}+1.\frac{3}{8}+2.\frac{3}{8}+3.\frac{1}{8}$$

$$=\frac{12}{8}=\frac{3}{2}$$

Sürekli Bir Rassal Değişkenin Beklenen Değeri

- **Tanım :** X, bir boyutlu sürekli bir rassal değişken olsun. $f(x)$, X'in olasılık yoğunluk fonksiyonu olmak üzere, X'in beklenen değeri, $E(X)$, aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x.f(x)dx \qquad -\infty < x < +\infty$$

Sürekli Bir Rassal Değişkenin Beklenen Değeri

- Örnek: Sürekli X rassal değişkeni aşağıdaki olasılık fonksiyonuna sahip olsun.

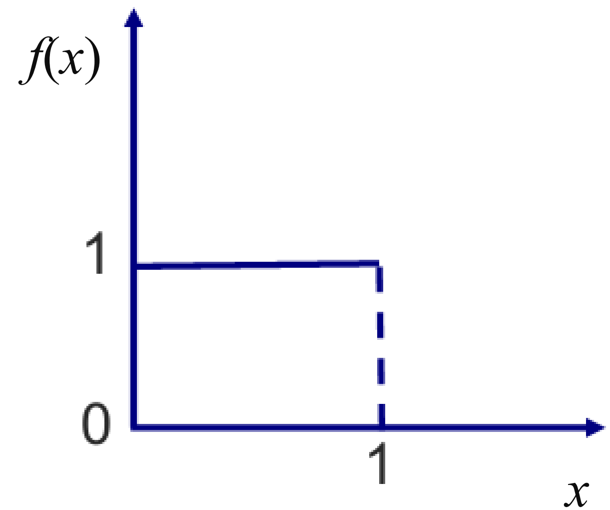
$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ 1 & 0<x<1 \\ 0 & x \geq 1 \end{cases}$$

a) $f(x)$'in grafiğini çiziniz

b) X'in beklenen değerini bulunuz.

Çözüm

- a) $f(x)$'in tanımından görülebileceği gibi $f(0)=0$ ve $f(1)=0$'dır . $f(x)$'in grafiği:



- b) X'in beklenen değeri

$$E(X)=\int_0^1 1.x.dx=\frac{x^2}{2}\Big|_0^1=\frac{1}{2}$$

Beklenen Değerin Özellikleri

- Bu bölümde verilen temel özellikler rassal değişkenlerin fonksiyonlarının beklenen değerlerinin hesaplanmasını sadeleştirecektir. Sonuçlar sürekli yada kesikli rassal değişkenlerin her ikisi içinde geçerlidir.

Beklenen Değerin Özellikleri

- **Tanım : a)** Kesikli X rasgele değişkeni için olasılık fonksiyonu aşağıdaki gibi verilsin.

$X=x$	x_1	x_2	....	x_N
$f(x)=P(X=x)$	$f(x_1)$	$f(x_2)$	.....	$f(x_N)$

- Y, X'in fonksiyonu olsun. Bu takdirde yeni rassal değişken $Y=g(X)$'in beklenen değeri

$$E[g(X)] = g(x_1).f(x_1) + g(x_2).f(x_2) + ... + g(x_N).f(x_N)$$

$$E(Y) = E[g(X)] = \sum_{i=1}^{N} g(x_i).f(x_i) \quad \text{dir.}$$

Beklenen Değerin Özellikleri

- b) X, $f(x)$ olasılık fonksiyonuna sahip sürekli rassal değişken ise

$$E(Y) = E[g(X)] = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x).f(x).dx \quad \text{dir.}$$

Örnek

- **Örnek :** X rassal değişkeninin olasılık fonksiyonu aşağıdaki gibi verilmiştir.

$X=x$	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
$f(x)=P(X=x)$	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

- a) $E(X^2)$ b) $E(2X)$ c) $E(2X\text{-}1)$ değerlerini bulunuz.

Çözüm

- a) X^2 'nin olanaklı değerleri ve karşılık gelen olasılıklar

$X=x$	**1**	**4**	**9**	**16**	**25**	**36**
$f(x)=P(X=x)$	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

$$E(X^2) = 1.(1/6) + 4.(1/6) + 9.(1/6) + 16.(1/6) + 25.(1/6) + 36.(1/6)$$

$$= 91/6$$

$$E(X^2) \neq [E(X)]^2$$

Çözüm

- b) 2X'in olanaklı değerleri ve karşılık gelen olasılıklar

$X=x$	**2**	**4**	**6**	**8**	**10**	**12**
$f(x)=P(X=x)$	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

$$E(2X)=2.(1/6)+4.(1/6)+6.(1/6)+8.(1/6)+10.(1/6)+12.(1/6) \; =7$$

- c) 2X-1'in olanaklı değerleri ve karşılık gelen olasılıklar

$X=x$	**1**	**3**	**5**	**7**	**9**	**11**
$f(x)=P(X=x)$	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

$$E(2X-1)=1.(1/6)+3.(1/6)+5.(1/6)+7.(1/6)+9.(1/6)+11.(1/6)$$

$=6$

Beklenen Değerin Özellikleri

- **Teorem :** a ve b sabitler ve X rassal değişken ise

$$E(aX+b)=a.E(X)+b$$

- **İspat:** $g(X)=aX+b$ alalım

$$E[g(X)]=E(aX+b)=\sum_{i=1}^{N}(ax_i+b).f(x_i)$$

$$=(ax_1+b).f(x_1)+(ax_2+b).f(x_2)+\ldots+(ax_N+b).f(x_N)$$

$$=a\underbrace{\sum_{i=1}^{N}x_i.f(x_i)}_{E(X)}+b\underbrace{\sum_{i=1}^{N}f(x_i)}_{1}$$

Beklenen Değerin Özellikleri

- **Tanım :** (X,Y) iki boyutlu değişken olsun ve $Z=H(X,Y)$ alalım.
- a) (X,Y) kesikli rassal değişken ve

$$f(x_i, y_j) = P(X = x_i, Y = y_j) \quad i=1,2,...,M;\ j=1,2,...,N \text{ ise}$$

$$E(Z) = \sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N} H(x_i, y_j).f(x_i, y_j) \quad \text{dir.}$$

Beklenen Değerin Özellikleri

- b) (X,Y), $f(x,y)$ olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip sürekli rassal değişkense

$$E(Z) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} H(x,y).f(x,y).dxdy \quad \text{dir.}$$

Beklenen Değerin Özellikleri

- **Teorem :** Ortalamaları $E(X)$ ve $E(Y)$ olan X ve Y rassal değişkenlerinin ortak olasılık fonksiyonu $f(x_i,y_j)$ $i=1,2,\ldots,M$; $j=1,2,\ldots,N$ olsun. Bu durumda

$$E(X+Y)=E(X)+E(Y) \ \text{dir.}$$

- Yani iki rassal değişkenin toplamının ortalaması, onların ortalamaları toplamına eşittir.

- $X_1,X_2,\ldots,X_N$ ortalamaları $E(X_1),E(X_2),\ldots,E(X_N)$ olan rassal değişkenler olsunlar.

$$E(X_1+X_2+\ldots+X_N)=E(X_1)+E(X_2)+\ldots+E(X_N)$$

Örnek

- **Örnek :** Bir zar N kez atılsın. Üst yüzde görünecek noktaların toplamının beklenen değeri nedir?
- **Çözüm:** i-nci zar üzerindeki görünecek noktaların sayısı X_i, i=1,2,…,N olsun. Bu durumda N zar üzerindeki noktaların sayısının toplamı $S= X_1+ X_2+\ldots+ X_N$ dir. Buradan

$$E(S)= E(X_1+ X_2+\ldots+ X_N)$$

- Bir zarın üste gelen yüzündeki sayıların beklenen değeri $E(X_i)=7/2$ (i=1,2,…,N) olduğundan

$$E(X)= 7N/2$$

Beklenen Değerin Özellikleri

- **Teorem :** Ortalamaları $E(X)$ ve $E(Y)$ olan bağımsız X ve Y rassal değişkenlerinin ortak olasılık fonksiyonu $f(x_i,y_j)$ $i=1,2,\ldots,M;\ j=1,2,\ldots,N$ olsun. Bu durumda

$$E(X.Y)=E(X).\mathrm{E}(Y)$$ dir

- İki bağımsız rassal değişkenin çarpımının ortalaması, ortalamalar çarpımına eşittir.

Bir Rassal Değişkenin Varyansı

- Bir rassal değişkenin beklenen değeri bize olasılık fonksiyonunun merkezi hakkında bilgiler verir. Ancak beklenen değer bir deneyden diğerine rassal değişkenin değerlerinin dağılımı, değişimi ya da yayılması ile ilgili bilgi vermez. Dağılım, değişim ya da yayılma ölçüsü olarak varyans kullanılır.

Bir Rassal Değişkenin Varyansı

- **Tanım:** X, olasılık fonksiyonu aşağıdaki tablodaki gibi verilmiş olan kesikli rassal değişken olsun.

$X=x$	x_1	x_2	....	x_N
$f(x)=P(X=x)$	$f(x_1)$	$f(x_2)$	.....	$f(x_N)$

- X'in ortalaması $E(X)=\mu$ ise X'in varyansı, $Var(X)$ veya $\sigma^2{}_X$ aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$\sigma_X^2 = Var(X) = E[(X-\mu)^2]$$

- Yani X'in varyansı, X'in kendi ortalamasından sapmasının karesinin ortalamasıdır

Bir Rassal Değişkenin Varyansı

- **Tanım :** X, μ ortalamalı kesikli ya da sürekli bir rassal değişken olsun. X'in standart sapması, σ_X, varyansın kareköküdür ve aşağıdaki eşitlikte verilmiştir.

$$\sigma_X = \sqrt{Var(X)} = \sqrt{E(X-\mu)^2}$$

Bir Rassal Değişkenin Varyansı

- **Örnek:** Bir para üç kez atıldığında gelebilecek turaların sayısı X olsun. Aşağıdaki tabloda X'in olasılık fonksiyonu σ_X ve $\sigma^2{}_X$ ile birlikte verilmiştir.

$X=x$	$f(x)$	$x.f(x)$	$[x\text{-}E(X)]^2$	$[x\text{-}E(X)]^2.f(x)$
0	1/8	0	$(0\text{-}3/2)^2=9/4$	9/32
1	3/8	3/8	$(1\text{-}3/2)^2=1/4$	3/32
2	3/8	6/8	$(2\text{-}3/2)^2=1/4$	3/32
3	1/8	3/8	$(3\text{-}3/2)^2=9/4$	9/32
$E(X)$ =12/8=3/2			$\sigma^2{}_X$=24/32=3/4	

$$\text{Böylece } \sigma_X^2 = \frac{3}{4} \text{ ve } \sigma_X = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ dir}$$

Bir Rassal Değişkenin Varyansı

- Teorem : X, $E(X)=\mu$ ortalamalı ve $Var(X)= \sigma^2$ varyanslı bir rassal değişken ise

$$\sigma^2 = E(X^2) - [E(X)]^2 = E(X^2) - \mu^2 \quad \text{dir.}$$

Bir Rassal Değişkenin Varyansı

- İspat:

$$\sigma_X^2 = Var(X) = E\left\{[(X - E(X)]^2\right\}$$

$$= E\left\{X^2 - 2X.E(X) + [E(X)]^2\right\}$$

$$Var(X) = E(X^2) - 2.E(X).E(X) + [E(X)]^2$$

$$= E(X^2) - [E(X)]^2 \quad \text{bulunur.}$$

Bir Rassal Değişkenin Varyansı

- **Örnek:** Bir para üç kez atıldığında gelebilecek turaların sayısı X olsun. Aşağıdaki tabloda σ^2_X'in diğer yöntemle hesaplanışı verilmektedir.

$X=x$	$f(x)$	$x.f(x)$	$x^2.f(x)$
0	1/8	0	0^2.1/8=0
1	3/8	3/8	1^2.3/8=3/8
2	3/8	6/8	2^2.3/8=12/8
3	1/8	3/8	3^2.1/8=9/8
		$E(X)$=3/2	$E(X^2)$=24/8=3

$$Var(X)=\sigma^2=E(X^2)-[E(X)]^2=3-\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{3}{4}$$

Bir Rasgele Değişkenin Varyansının Özellikleri

- **Teorem :** a bir sabit ve X bir rassal değişken olsun.

$$Var(aX) = a^2.Var(X) \quad \text{yada}$$

$$\sigma_{aX}^2 = a^2.\sigma_X^2$$

- Bir a sabitiyle çarpılmış X rassal değişkeninin varyansı a^2 ile X'in varyansının çarpımına eşittir.

Bir Rasgele Değişkenin Varyansının Özellikleri

- **Örnek:** X rassal değişkenin varyansı 0.50 olsun.

  a) $2X$

  b) $X/2$

  rassal değişkenlerinin varyanslarını bulunuz.

Bir Rasgele Değişkenin Varyansının Özellikleri

- **Çözüm:**

$$Var(aX) = a^2.Var(X) \ \text{ denkleminden}$$

a) $Var(2X) = \sigma^2_{2X} = 4\ .\sigma^2_X = 4.(0,5) = 2$

b) $Var\left(\frac{1}{2}X\right) = \sigma^2_{\frac{1}{2}X} = \frac{1}{2^2}\sigma^2_X = \frac{1}{4}.(0,5) = \frac{1}{8} = 0,125$

Bir Rasgele Değişkenin Varyansının Özellikleri

- **Teorem :** b bir sabit ve X bir rassal değişken olsun.

$$Var(X+b) = Var(X) \quad \text{yada}$$

$$\sigma^2_{X+b} = \sigma^2_X$$

- Bir rassal değişkenin her bir değerine eklenen sabit miktar varyansı etkilememektedir.

Bir Rasgele Değişkenin Varyansının Özellikleri

- **Örnek:** X rassal değişkenin varyansı 5 olsun.

  a) X+3

  b) X-6 rassal değişkenlerinin varyanslarını bulunuz.

- **Çözüm:**

a) $$\sigma^2_{X+3} = Var(X+3) = Var(X) = 5$$

b) $$\sigma^2_{X-6} = Var(X-6) = Var(X) = 5$$

Kovaryans

- **Tanım :** X ve Y rassal değişkenlerinin ortalamaları μ_X ve μ_Y olmak üzere

$$E[(X-\mu_X).(Y-\mu_Y)]$$

beklenen değerine X ve Y arasındaki kovaryans denir ve σ_{XY} ya da $Cov(X,Y)$ ile gösterilir.

$$Cov(X,Y)=E(XY)-E(X).E(Y)=E(XY)-\mu_X.\mu_Y$$

Kovaryans

- Kovaryans X ve Y'nin birbiriyle nasıl ilişkiye sahip olduğunu gösterir. X ve Y istatistiksel olarak birbirinden bağımsız iseler $E(XY)=E(X).E(Y)$ olacağından, bu durumda $Cov(X,Y)=0$ bulunur.

- Bunun tersi doğru değildir. Yani $Cov(X,Y)=0$ olması X ve Y'nin bağımsızlığını gerektirmez.

Bir Rasgele Değişkenin Varyansının Özellikleri

- **Teorem :** X ve Y ortalamaları sırasıyla $E(X)=\mu_X$, $E(Y)=\mu_Y$, varyansları $Var(X)=\sigma^2{}_X$, $Var(Y)=\sigma^2{}_Y$ olan bağımsız iki rassal değişken olsunlar.

$$Var(X+Y) = Var(X) + Var(Y) \text{ yada}$$

$$\sigma^2_{X+Y} = \sigma^2_X + \sigma^2_Y$$

Bir Rasgele Değişkenin Varyansının Özellikleri

- **Teorem :** $X_1, X_2, \ldots, X_N$; $E(X_i)=\mu_i$ $(i=1,2,\ldots,N)$ ortalamalı ve $Var(X_i)=\sigma^2_i$ varyanslı $(i=1,2,\ldots,N)$ bağımsız rassal değişkenler olsun.

$$Var(X_1 + X_2 + \ldots + X_N) = Var(X_1) + Var(X_2) + \ldots + Var(X_N)$$

yada

$$\sigma^2_{X_1+X_2+\ldots+X_N} = \sigma^2_{X_1} + \ldots + \sigma^2_{X_N}$$

Örnek

- **Örnek:** Bir zar N kez atıldığında üst yüzlerdeki sayıların toplamının varyansı nedir?
- **Çözüm:** i-nci zar üzerindeki görünecek noktaların sayısı X_i, i=1,2,…,N olsun. Bu durumda N zar üzerindeki noktaların sayısının toplamı $S = X_1 + X_2 + \ldots + X_N$ dir. Buradan

$$Var(S) = Var(X_1 + X_2 + \ldots + X_N)$$
$$= Var(X_1) + Var(X_2) + \ldots + Var(X_N)$$

- $Var(X_i) = 35/12 \quad i=1,2,\ldots,N$

$$Var(S) = 35.\frac{N}{12}$$

Örnek

- X ve Y'nin ortak olasılık dağılımı aşağıdaki tablodaki gibi verilsin. $E(X)$, $E(Y)$, $E(XY)$ ve $Cov(X,Y)$'yi bulunuz. X ve Y'nin bağımsız olmadıklarını gösteriniz.

X/Y	-2	-1	1	2	$f_X(x)$
1	0	1/4	1/4	0	2/4
4	1/4	0	0	1/4	2/4
$f_Y(y)$	1/4	1/4	1/4	1/4	1

Çözüm

- Tablodan $E(X)=5/2$, $E(Y)=0$ ve $E(XY)=0$ bulunur.Böylece $Cov(XY)=0$ dır.

$$f_{XY}(4,-1)=0, \quad f_X(4)=2/4, \text{ ve } \quad f_Y(-1)=1/4\text{'tür.}$$

- Bu durumda X ve Y'nin bağımsız olmadığını göstermek için $f_{XY}(4,-1) \neq f_X(4)f_Y(-1)$ olması yeterlidir.

- Y tarafından alınan değerler X tarafından alınan değerleri etkiler. Gerçekten $X=Y^2$ dir. Yani Y'nin değeri X'in değerini tam olarak belirtir.

Korelasyon Katsayısı

- Kovaryans X ve Y arasında yalnızca bir ilişki olup olmadığını vermektedir.
- Kovaryans ilişkinin tipini veya derecesini belirtmez.
- Bir çok durumda iki rassal değişken arasında doğrusal bir ilişki olup olmadığı ile ilgileniriz.
- Bu doğrusallığı ölçmek için Pearson korelasyon katsayısı, ρ, kullanılır.

Korelasyon Katsayısı

- **Tanım:** X ve Y, $E(X)$ ve $E(Y)$ ortalamaları ve $Var(X), Var(Y)$ varyanslarına sahip olsunlar. X ve Y arasındaki korelasyon ρ_{xy} ile gösterilir ve aşağıdaki gibi tanımlanır .

$$\rho_{xy} = \frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{Var(X)Var(Y)}}$$

Korelasyon Katsayısı

- **Örnek :** İki boyutlu (X,Y) rasgele değişkeni $R=\{(x,y) \mid 0<x<y<1\}$ bölgesi $y=x$ doğrusunun üst kısmında, $y=1$ doğrusunun altında, y ekseninin sağında kalan üçgensel bölge üzerinde düzgün dağılıma sahip olsun. X ve Y'nin ortak olasılık fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$f(x,y)=\begin{cases} 2 & ,\ (\mathrm{x;y}) \in \mathrm{R\ ise} \\ 0 & ,\ \text{başka yerde} \end{cases}$$

- ρ_{xy} korelasyon katsayısını bulunuz.

Korelasyon Katsayısı

- **Çözüm:** X ve Y'nin marjinal olasılık yoğunluk fonksiyonları:

$$g(x) = \int_x^1 2dy = 2(1-x) \qquad ,0 \le \mathrm{x} \le 1$$

$$h(y) = \int_0^y 2dx = 2y \qquad ,0 \le y \le 1;$$

Bu durumda;

$$E(X) = \int_x^1 2x(1-x)dx = 1/3 \qquad E(Y) = \int_0^1 2y^2 dy = 2/3$$

$$E(X^2) = \int_0^1 2x^2(1-x)dx = 1/6 \qquad E(Y^2) = \int_0^1 2y^3 dy = 1/2$$

Korelasyon Katsayısı

- **Çözüm (devam):**

$$Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = 1/18$$

$$Var(Y) = E(Y^2) - [E(Y)]^2 = 1/18$$

$$E(XY) = \int_0^1 \int_0^y 2xydxdy = 1/4$$

$$\rho_{xy} = \frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{Var(X)Var(Y)}} = \frac{E(XY) - E(X)E(Y)}{\sqrt{Var(X)Var(Y)}} = 1/2$$

Korelasyon Katsayısı

- **Teorem :** ρ_{xy} korelasyon katsayısı -1 ve +1 arasında değer alır.
- $\rho_{xy} = 1$ ise, X ve Y arasında mükemmel pozitif bir korelasyon vardır (β>0, $Y=\alpha+\beta X$). X'in büyük değerleri için Y'nin de büyük değerleri elde edilir.
- ρ_{xy} = -1 ise, X ve Y arasında mükemmel negatif bir korelasyon vardır (β<0). Küçük X değerleri büyük Y değerleri ile ilişkilidir .
- $\rho_{xy} = 0$ ise X ve Y arasında bir ilişki olsa bile doğrusal değildir.

Sorular

- X, ve Y bağımsız rassal değişkenler olmak üzere bileşik olasılık dağılımları aşağıda verilmiştir.

$f(x,y)$	x: **2**	**4**
y: **1**	0.1	0.15
3	0.2	0.3
5	0.1	0.15

a) $E(2X\text{-}3Y)$ b) $E(XY)$

- X, ve Y aşağıdaki olasılık yoğunluk fonksiyonlarına sahip bağımsız rassal değişkenler olsun. $Z=XY$ 'nin beklenen değerini hesaplayınız.

$$g(x) = \begin{cases} 8/x^3 & x > 2 \\ 0 & diger\ haller \end{cases}$$

$$h(y) = \begin{cases} 2y & 0 < y < 1 \\ 0 & diger\ haller \end{cases}$$

Sorular

- X,ve Y rassal değişkenlerin bileşik olasılık fonksiyonu aşağıda verilmiştir.

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{16y}{x^3} & x>2 \text{ ve } 0<y<1\\ 0 & diger\ \ haller\end{cases}$$

korelasyon katsayısını ρ_{XY} hesaplayınız.

- X, ve Y bağımsız rassal değişkenler sırasıyla $\sigma^2{}_X=5$ $_{ve}$ $\sigma^2{}_Y=3$ varyanslara sahiptir. $Z=-2X+4Y-3$ rassal değişkeninin varyansını bulunuz.

- Bir önceki soruyu X, ve Y rassal değişkenlerinin bağımsız olmadığı ve $\sigma_{XY}=1$ için çözünüz.

Sorular

- X,ve Y rassal değişkenlerin bileşik olasılık fonksiyonu aşağıda verilmiştir.

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{16y}{x^3} & x > 2 \text{ ve } 0 < y < 1 \\ 0 & \text{diger haller} \end{cases}$$

korelasyon katsayısını ρ_{XY} hesaplayınız.

- X, ve Y bağımsız rassal değişkenler sırasıyla $\sigma^2{}_X=5$ $_{ve}$ $\sigma^2{}_Y=3$ varyanslara sahiptir. $Z=-2X+4Y-3$ rassal değişkeninin varyansını bulunuz.

- Bir önceki soruyu X, ve Y rassal değişkenlerinin bağımsız olmadığı ve σ_{XY}=1 için çözünüz.