Merkezi Eğilim Ölçüleri (Ortalamalar)

- **Analitik Ortalamalar**
  - Aritmetik
  - Geometrik
  - Harmonik
  - Kareli ortalama
- **Analitik olmayan ortalamalar**
  - Mod
  - Medyan
  - Kartil, Desil ve Santiller

MERKEZİ EĞİLİM ÖLÇÜLERİ

- Gözlem sonuçlarına bakarak, anakütle hakkında bazı kararlar verebilmek ve anlam çıkarabilmek için gözlem sonuçları üzerinde istatistik işlemlerinin yapılması gerekmektedir.
- Verilerin düzenlenmesi,veri grubunun tamamı hakkında bir ölçü vermediğinden, düzenlenmiş verilerin yorumlanması ve daha anlamlı hale getirilmesi için merkezi eğilim ve merkezi dağılım ölçülerinden yararlanılmaktadır.
- Merkezi eğilim ölçüleri, verilerin hangi değer etrafında toplandığı hakkında bilgi veren ve veri grubunu özetleyen değerlerdir.
- Merkezi eğilim ölçüsü olarak **mod**, **ortalama**, **medyan** gibi istatistiksel tanımlar kullanılmaktadır.

MERKEZİ EĞİLİM ÖLÇÜLERİ

Ortalamalar

- **Tanım:** Bir serideki tüm gözlem değerlerini temsil eden tek bir rakama ortalama denir.
- Ortalamalar özellikle tek maksimumlu serilerde gözlemlerin hangi değer etrafında toplandığını gösterir.
- Ortalama değer daima serinin minimum ve maksimum değerleri arasında yer alır.

$$X_{\min} \leq Ortalama \leq X_{\max}$$

MERKEZİ EĞİLİM ÖLÇÜTLERİ

Ortalamalar

Ortalamalar hesaplanmalarında kullanılan birimlere göre iki ana gruba ayrılabilir.

1.Grup (Analitik)

- Aritmetik Ortalama
- Kareli Ortalama
- Geometrik Ortalama
- Harmonik Ortalama

2.Grup(Analitik Olmayan)

- Mod
- Medyan

- 1.Gruptaki ortalamaların değeri, serinin herhangi bir biriminin değeri değiştiğinde değişir.
- 2. gruptaki ortalamaların değerinin değişmesi için bu ortalamaların hesabında kullanılan birimlerin değerinin değişmesi gerekir.

Aritmetik ortalama

- **Tanım:** Aritmetik ortalama serideki gözlem değerleri toplamının toplam gözlem sayısına oranıdır.

- Basit seride

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + X_N}{N} = \frac{\sum X_i}{N}$$

- Frekans serisinde

$$\bar{X} = \frac{f_1 X_1 + f_2 X_2 + \ldots\ldots + f_k X_k}{f_1 + f_2 + \ldots\ldots + f_k} = \frac{\sum f_i X_i}{\sum f_i}$$

- Gruplandırılmış seride

$$\bar{X} = \frac{f_1 m_1 + f_2 m_2 \ldots\ldots + f_k m_k}{f_1 + f_2 + \ldots\ldots + f_k} = \frac{\sum f_i m_i}{\sum f_i}$$

X_i : i. gözlem değeri f_i : i. değerin frekansı

m_i : i. sınıfın orta noktası N : toplam gözlem sayısı

Örnek: Bir işletmede aynı parçayı üreten işçilerin bu parçayı üretim sürelerinin dağılımı aşağıdaki gibi gözlenmiştir. Parça üretim süresinin aritmetik ortalamasını bulunuz.

Parça üretim süresi(dk)(X_i)	İşçi sayısı (f_i)	$f_i.X_i$
12	2	24
13	4	52
14	7	98
15	6	90
16	1	16
Toplam	20	280

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{5} f_i X_i}{\sum_{i=1}^{5} f_i} = \frac{280}{20}$$

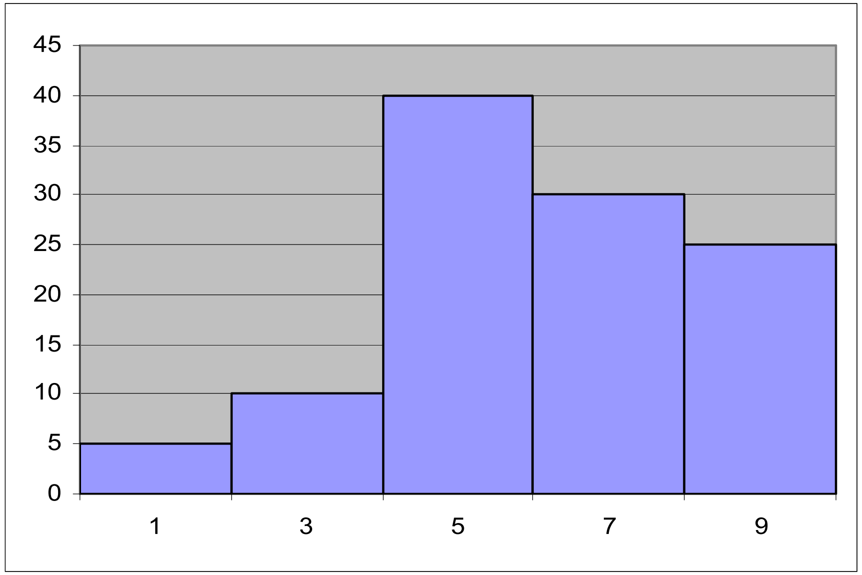
$$\overline{X} = 14 \quad dk \quad .$$

Örnek: Bir işyerinde yapılan telefon görüşmelerinin süresinin dağılımı için aşağıdaki gruplanmış seri verilmiştir. Buna göre görüşme süresinin aritmetik ortalamasını bulunuz.

Görüşme süresi	Görüşme sayısı (f_i)	m_i	$f_i m_i$
0 - 2	5	1	5
2 - 4	10	3	30
4 - 6	40	5	200
6 - 8	30	7	210
8 - 10	25	9	225
Toplam	110		670

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i m_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i} = \frac{670}{110}$$

$$\overline{X} = 6,09 \quad dakika$$



Tartılı Aritmetik Ortalama

- Bir serideki gözlem değerlerlerinin önem dereceleri farklı olursa, bu tür serilerin aritmetik ortalaması tartılı olarak hesaplanır. Bunun için önem derecesini gösteren katsayılar (tartılar) kullanılır. *Örnek olarak öğrencilerin ortalama notlarını hesaplarken derslerin kredileri tartı olarak düşünülürken, ücretlerin belirlenmesinde kıdem tartı olarak kabul edilebilir.*

- Basit seride

$$\overline{X}_T = \frac{\sum t_i X_i}{\sum t_i}$$

- Frekans serisinde

$$\overline{X}_T = \frac{\sum t_i f_i X_i}{\sum t_i f_i}$$

- Gruplandırılmış seride

$$\overline{X}_T = \frac{\sum t_i f_i m_i}{\sum t_i f_i}$$

Örnek: Aşağıda bir öğrencinin almış olduğu dersler, notları ve kredileri verilmiştir. Not ortalamasını tartılı aritmetik ortalama cinsinden hesaplayınız.

Dersler	Notlar (X_i)	Kredi (t_i)	t_iX_i
İstatistik	70	3	210
Matematik	60	4	240
Bilgisayar	50	3	150
Veri Yapıları	80	2	160
Toplam	260	$\sum t_i=12$	$\sum t_iX_i=760$

$$\bar{X}_T = \frac{\sum t_i X_i}{\sum t_i} = \frac{760}{12}$$

$$\bar{X}_T = 63{,}33 \; puan$$

Basit Ortalamada

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{N} = \frac{260}{4}$$

$$\bar{X} = 65 \quad puan$$

Örnek: Bir işletmede işçilerin saat ücretleri çalıştıkları süre (kıdem) dikkate alınarak belirlenmektedir. Veriler aşağıdaki gibi olduğuna göre bu işletmede ortalama saat ücretini tartılı aritmetik ortalama cinsinden hesaplayınız.

Saat ücreti (TL)	İşçi sayısı (f_i)	Ortalama kıdem (t_i)	m_i	$f_i t_i$	$f_i t_i m_i$	$f_i m_i$
1.00 – 1.40	10	2.5	1.20	25	30.0	12.00
1.40 – 1.60	30	5.0	1.50	150	225.0	45.00
1.60 – 1.80	50	9.5	1.70	475	807.5	85.00
1.80 – 2.00	15	13.0	1.90	195	370.5	16.90
2.00 – 2.50	5	18.0	2.25	90	202.5	11.25
Toplam	110			935	1635.5	170.15

$$\overline{X} = \frac{\sum f_i t_i m_i}{\sum f_i t_i} = \frac{1635,5}{935} \Rightarrow \overline{X} = 1,75\ TL / saat$$

Basit Ortalama ?

Tartılı aritmetik ortalamanın kullanıldığı yerler

- Veriler arasında önem farkı bulunması halinde kullanılır.
- Oranların ve ortalamaların ortalaması hesaplanırken kullanılır.

Örnek: Bir işletmede bulunan üç tezgahın belli bir günde ürettikleri malların sayısı ve üretimlerindeki kusurlu oranları aşağıdaki tabloda verilmiştir. Buna göre bu tezgahların ürettiği mamul kütlesinin kusurlu oranını bulunuz.

Tezgahlar	Üretim miktarı (t_i)	Kusurlu oranı (X_i)	t_iX_i
A	100	0.03	3
B	200	0.05	10
C	50	0.01	0.5
	$\Sigma t_i = 350$	$\Sigma X_i = 0.09$	$\Sigma t_iX_i = 13.5$

$$\bar{X}_T = \frac{\sum t_i X_i}{\sum t_i} = \frac{13,5}{350}$$

$$\bar{X}_T = 0,03857$$

Basit Ortalama ?

Aritmetik ortalamanın özellikleri

- Aritmetik ortalama hassas bir ortalama olup serideki aşırı değerlerden etkilenir ve aşırı değere doğru kayma gösterir.
- Serinin gözlem sayısı ile aritmetik ortalaması çarpılırsa serinin toplam değeri elde edilir.

$$N\bar{X} = \sum X_i$$

- Serideki gözlem değerlerinin aritmetik ortalamadan sapmaları toplamı sıfır olur.

$$\sum (X_i - \bar{X}) = \sum X_i - N\bar{X} = \frac{\sum X_i}{N} - \frac{N\bar{X}}{N} = \bar{X} - \bar{X} = 0$$

- Serideki değerlerin aritmetik ortalamadan sapmalarının kareleri toplamı minimum olur.

$$\sum (X_i - \bar{X})^2 \Rightarrow Minimum$$

Aritmetik ortalamanın özellikleri

- Aritmetik ortalama özellikle normal dağılıma yakın serilerin ortalaması için elverişlidir.

- Bir serinin değerleri, diğer iki serinin değerleri toplamından oluşuyorsa bu serinin aritmetik ortalaması da diğer iki serinin aritmetik ortalamaları toplamına eşit olur. $\bar{X} = \bar{Y} + \bar{Z}$

Geometrik Ortalama (G)

- Bir serideki gözlem değerlerinin birbirleri ile çarpımlarının, gözlem sayısı derecesinde kökünün alınması ile elde edilir. **Basit seri** için şöyle yazılır.

$$G = \sqrt[N]{X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdot \cdots \cdot X_N}$$

$$G = \sqrt[N]{\prod_{i=1}^{N} X_i}$$

- Ancak bu yoldan geometrik ortalamayı bulmak için gözlem sayısının az olması gerekir. Gözlem sayısı arttıkça bu yoldan geometrik ortalamayı hesaplamak güçleşmektedir. Bunun yerine logaritmik dönüşüm uygulanarak geometrik ortalama hesaplanır.

$$G = \sqrt[N]{X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdots X_N}$$

$$G = (X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdots X_N)^{1/N}$$

her iki tarafının logaritması alınırsa

$$\log G = \frac{1}{N} \log(X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdots X_N)$$

Çarpımın logaritması ayrı ayrı logaritmalar toplamına eşit olduğuna göre;

$$\log G = \frac{\log X_1 + \log X_2 + \log X_3 + \cdots + \log X_N}{N}$$

$$\log G = \frac{\sum_{i=1}^{N} \log X_i}{N}$$

$\log G$'yi G ye çevirmek için $\log G$'nin ters logaritması alınarak geometrik ortalama elde edilir.

$$G = 10^{\log G}$$

- **Frekans serisinde;**

$$G = \sqrt[\sum f_i]{X_1^{f_1} \cdot X_2^{f_2} \cdot X_3^{f_3} \cdots \cdot X_k^{f_k}}$$

$$\log G = \frac{f_1 \log X_1 + f_2 \log X_2 + f_3 \log X_3 + \cdots + f_k \log X_k}{f_1 + f_2 + f_3 + \cdots f_k} \Rightarrow \boxed{\log G = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i \log X_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i}}$$

- **Gruplandırılmış seride;**

$$G = \sqrt[\sum f_i]{m_1^{f_1} \cdot m_2^{f_2} \cdot m_3^{f_3} \cdots \cdot m_k^{f_k}}$$

$$\log G = \frac{f_1 \log m_1 + f_2 \log m_2 + f_3 \log m_3 + \cdots + f_k \log m_k}{f_1 + f_2 + f_3 + \cdots f_k} \Rightarrow \boxed{\log G = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i \log m_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i}}$$

Geometrik ortalamanın özellikle geometrik dizi şeklindeki serilere uygun olduğunu söylemek mümkündür. Geometrik bir dizi logaritması alınarak aritmetik diziye dönüştürülür. Değişim oranlarının (yüzde, oran, vb.) ortalamasının hesaplanmasında, bir zaman aralığı içerisindeki bir üretimin yada satışın artış miktarının ortalamasının belirlenmesinde yaygın olarak kullanılmaktadır.

- Geometrik ortalamanın özellikle geometrik dizi şeklindeki serilere uygun olduğunu söylemek mümkündür. Geometrik bir dizi logaritması alınarak aritmetik diziye dönüştürülür. Değişim oranlarının (yüzde, oran, vb.) ortalamasının hesaplanmasında, bir zaman aralığı içerisindeki bir üretimin yada satışın artış miktarının ortalamasının belirlenmesinde yaygın olarak kullanılmaktadır.

- Geometrik diziye benzer değişim gösteren nüfus, milli gelir artışı, fiyat artışı ve sermaye artışı gibi değişkenlerin tahmininde geometrik ortalama özelliğinden yararlanılabilir. Bu tür seriler genel olarak bir önceki yılın belli bir yüzdesi şeklinde değişim göstermektedir. Bunun için bir dönemlik (ay yıl vs) değişim oranı geometrik ortalama ile belirlenir.

❑ **Örnek:** Bir işletmede aynı parçayı üreten 5 işçinin belli bir günde ürettikleri kusurlu parça sayıları aşağıda verilmiştir. Bu işçilerin parça üretiminin geometrik ortalamasını bulunuz.

Kusurlu parça sayısı (X_i)	$\log X_i$
3	0.477
5	0.699
8	0.903
15	1.176
30	1.477
	$\Sigma \log X_i = 4.732$

$$G = \sqrt[N]{X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdots X_N}$$

$$G = \sqrt[5]{3 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 15 \cdot 30} = \sqrt[5]{54000}$$

$$G = 8{,}84 \ parça$$

veya

$$\log G = \frac{\sum_{i=1}^{N} \log X_i}{N} = \frac{4.732}{5} \Rightarrow \log G = 0{,}9464$$

$$G = 10^{0{,}9464} \qquad G = 8{,}84 \ parça$$

❑Örnek: Bir işletmede çalışan işçilerin belli bir günde ürettikleri kusurlu parça sayılarının dağılımı aşağıda verilmiştir. Bu verilerden hareketle işçi başına günlük kusurlu parça üretiminin geometrik ortalamasını bulunuz.

Kusurlu parça sayısı	İşçi sayısı (f_i)	m_i	$\log m_i$	$f_i \log m_i$
0 – 10	5	5	0.69897	3.49485
10 – 13	8	11.5	1.0606	8.4848
13 – 15	10	14	1.146	11.46
15 – 20	12	17.5	1.243	14.316
20 – 40	5	30	1.477	7.385
	$\Sigma f_i = 40$			$\Sigma f_i \log m_i = 45.74065$

$$G = \sqrt[\sum f_i]{m_1^{f_1} \cdot m_2^{f_2} \cdot m_3^{f_3} \cdots m_k^{f_k}} = \sqrt[40]{5^5 \cdot 11.5^8 \cdot 14^{10} \cdot 17.5^{12} \cdot 30^5} = 13,918$$

$$\log G = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i \log m_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i} = \frac{45,74065}{40} \Rightarrow \log G = 1,1436 \qquad G = 10^{1,1436} = 13,918$$

Geometrik ortalamanın özellikleri

- Geometrik ortalamanın gözlem sayısı kadar üssü alınırsa serinin çarpımı elde edilir.

$$G^N = X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdots X_N \quad G^N = \prod X_i$$

- Bir serideki gözlem değerlerinin geometrik ortalamaya oranları çarpımı 1'e eşittir.

$$\frac{X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdots X_N}{G \cdot G \cdot G \cdots G} = \frac{\prod X_i}{G^N} = \frac{G^N}{G^N} = 1$$

- Bir serideki değerlerin logaritmalarının serinin geometrik ortalamasının logaritmasından farklarının toplamı sıfır olur

$$\sum(\log X_i - \log G) = 0 \quad \sum \log X_i - N \log G = 0$$

$$\frac{\sum \log X_i}{N} - \frac{N \cdot \log G}{N} = 0 \Rightarrow \log G - \log G = 0$$

- Serideki aşırı değerlere karşı, aritmetik ortalama kadar hassas değildir.

- İki serinin gözlem sayısı ve çarpımları eşit ise geometrik ortalamaları da eşit olur.
- Serideki değerlerin çarpımı sonucu negatif ve serideki çarpanların sayısı çift ise geometrik ortalama hesaplanamazken, serideki değerlerin çarpımı sonucu negatif ve serideki çarpanların sayısı tek ise geometrik ortalama hesaplanabilir.
- Geometrik ortalama özellikle geometrik dizi şeklindeki (değişim oranı sabit) serilerin ortalamasının hesaplanmasında kullanılır. (2,4,8,16,32,64 tam geometrik 1,10,100,1000,10000 tam geometrik vs.)

X_i	$\log X_i$
3	0,477
9	0,954
27	1,431
81	1,908
243	2,386

$$G = \sqrt[5]{3 \cdot 9 \cdot 27 \cdot 81 \cdot 243} = \sqrt[5]{14348907}$$

$$\boxed{G = 27}$$

$$\log G = \frac{\log X_i}{N} = \frac{7{,}156}{5} \Rightarrow \log G = 1{,}4312$$

$$G = 10^{1{,}4312} \qquad \boxed{G = 27}$$

Harmonik Ortalama

- Harmonik ortalama bir serideki gözlem değerlerinin terslerinin aritmetik ortalamasının tersine eşittir.
- Basit bir seri için bu ifade şöyle gösterilebilir.

$$H = \frac{1}{\dfrac{\dfrac{1}{X_1} + \dfrac{1}{X_2} + \dfrac{1}{X_3} + \cdots + \dfrac{1}{X_N}}{N}} = \frac{N}{\dfrac{1}{X_1} + \dfrac{1}{X_2} + \dfrac{1}{X_3} + \cdots + \dfrac{1}{X_N}} \Rightarrow H = \frac{N}{\sum_{i=1}^{N} \dfrac{1}{X_i}}$$

- Frekans serisinde

$$H = \frac{\sum f_i}{\sum \dfrac{f_i}{X_i}}$$

- Gruplandırılmış seride

$$H = \frac{\sum f_i}{\sum \dfrac{f_i}{m_i}}$$

Örnek : Bir ilkokulda 5. Sınıf öğrencilerinin okuma hızlarını ölçmek için yapılan araştırmada alınan sonuçlar şöyledir. Buna göre öğrencilerin ortalama okuma hızını harmonik ortalama ile bulunuz

1 dakikada okunan kelime sayısı (X_i)	$\frac{1}{X_i}$
60	0,0166
68	0,0147
72	0,0139
75	0,0133
80	0,0125
Toplam	0,0710

$$H = \frac{N}{\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{X_i}} = \frac{5}{0.071}$$

$$H = 70,42 \text{ kelime}$$

❖ **Örnek:** Kocaeli ilinde aylık yağışların dağılımı ile ilgili yapılan çalışmada aşağıdaki veriler elde edilmiştir. Bu verilerden hareketle aylık yağışların harmonik ortalamasını bulunuz.

Yağış (kg/m^2)	Ay sayısı (f_i)	m_i	$\frac{f_i}{m_i}$
0 - 20	4	10	0,4
20- 40	6	30	0,2
40- 60	10	50	0,2
60- 80	7	70	0,1
	27		0,9

$$H = \frac{\sum f_i}{\sum \frac{f_i}{m_i}} = \frac{27}{0,9}$$

$$H = 30\, kg / m^2$$

Harmonik ortalamanın kullanıldığı yerler

- Harmonik ortalama az kullanılan ortalamalardan biri olup, özellikle oran şeklinde ortaya çıkan verilerin ortalamasında kullanılır. Bir seride sabit ve değişken unsurun yer değiştiriyorsa, yani sabit unsur, değişken, değişken unsur sabit oluyorsa böyle durumlarda harmonik ortalama kullanılır.
- Hız → yol (km)/zaman(saat):*zaman sabit, alınan yol değişken*
- Verim → zaman/parça: *üretilen parça sabit,zaman değişken*
- Fiyat → ödenen para(TL)/miktar(kg): *miktar sabit, ödenen para değişken olarak ifade edilir.*
- Bu ifadeler tam ters şekilde; yani sabit unsuru değişken, değişken unsuru sabit tutmak sureti ile de ifade edilebilir.
- Hız → zaman/yol şeklinde ters olarak ifade edilebilir. (Belli uzunluktaki bir yolun ne kadar zamanda alındığı ifade edilebilir.)
- Verim → parça/zaman: Belli bir zamanda ne kadar parça üretildiği
- Fiyat → miktar/ödenen para: Para miktarı sabit iken, bu paraya alınabilecek değişen mal miktarı şeklinde düşünülebilir

Bu gibi durumlarda harmonik ortalama en uygun sonucu verir.

- **Örnek:** Bir işletmede çalışan ve aynı parçayı işleyen 4 işçinin bu parçayı üretim sürelerinin dağılımı aşağıda verilmiştir. Bu işçiler hep birlikte bu parçayı 4 saat süre ile ürettiklerinde ürettikleri parçaların ortalama üretim süresini bulunuz.

İşçiler	Üretim süresi (dk)
A	5
B	6
C	10
D	20

- **Çözüm:**

  Üretim süresi 4*60=240 dakika

  A işçinin üretimi 240/5 = 48 parça

  B işçinin üretimi 240/6 = 40 parça,

  C işçinin üretimi 240/10 = 24 parça,

  D işçinin üretimi 240/20 = 12 parça.

İşçilerin 4 saatteki toplam üretimi 48+40+24+12=124 parça

Toplam işçilik süresi 4*240=960 dakika

Parçanın ortalama üretim süresi: 960/124=7,74 dakika/parça

- Örneğin Harmonik ortalama ile çözümü:

$$H = \frac{N}{\sum \frac{1}{X_i}} = \frac{4}{0.517}$$

$$H = 7{,}74\ dakika / parça$$

Üretim süresi (X_i)	$1/X_i$
5	0,2
6	0,167
10	0,1
20	0,05
Toplam	0,517

Harmonik ortalamanın özellikleri

- Harmonik ortalama seride sıfır değeri varsa hesaplanamaz,
- Seride farklı işaretli değerler varsa harmonik ortalama mantıklı olmayan sonuçlar verir.

Kareli Ortalama (K)

- Kareli ortalama serideki değerlerin karelerinin aritmetik ortalamasının karekökküdür.Kareli ortalama aşağıdaki formüllerle hesaplanır.

- **Basit seride**

$$K=\sqrt{\frac{X_1^2+X_2^2+X_3^2+\cdots+X_N^2}{N}} \Rightarrow K=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} X_i^2}{N}}$$

- **Frekans serisinde**

$$K=\sqrt{\frac{f_1X_1^2+f_2X_2^2+f_3X_3^2+\cdots f_kX_k^2}{f_1+f_2+f_3+\cdots+f_k}} \Rightarrow K=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} f_iX_i^2}{\sum_{i=1}^{k} f_i}}$$

- **Gruplandırılmış seride**

$$K=\sqrt{\frac{f_1m_1^2+f_2m_2^2+f_3m_3^2+\cdots f_km_k^2}{f_1+f_2+f_3+\cdots+f_k}} \Rightarrow K=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} f_im_i^2}{\sum_{i=1}^{k} f_i}}$$

Örnek: Bir otomobil servis istasyonuna günlük olarak gelen araçların dağılımı aşağıda verilmiştir.

Araç sayısı (X_i)	Gün sayısı (f_i)	X_i^2	$f_i \cdot X_i^2$
1	4	1	4
2	8	4	32
3	12	9	108
4	10	16	160
5	6	25	150
Toplam	$\sum f_i = 40$		$\sum f_i \cdot X_i^2 = 454$

$$K = \sqrt{\frac{\sum f_i \cdot X_i^2}{\sum f_i}} = \sqrt{\frac{454}{40}}$$

$$K = \sqrt{11,35}$$

$$K \cong 3,39\, araç$$

Kareli ortalamanın kullanıldığı yerler

- Diğer ortalamaların kullanılmadığı durumlarda kareli ortalama kullanılabilir.
- Bir seride sıfır ve/veya farklı işaretli değerler varsa geometrik ve harmonik ortalamalar hesaplanamaz, hesaplansa da mantıklı sonuçlar vermez. Eğer aritmetik ortalama da makul bir sonuç vermiyorsa kareli ortalama kullanılabilir.
- Kareli ortalama özel olarak sapmalar serisinin ortalamasında kullanılır.
- Sapmalar serisi verilerin aritmetik ortalamadan sapmalarını veren seridir. Yani $\sum (X_i - \overline{X})$ serisidir.
- Sapmalar serisinin toplamı sıfır olduğundan { $\sum (X_i - \overline{X}) = 0$ }, bu serinin ortalaması kareli ortalama ile hesaplanabilir. Bu şekilde hesaplanan ortalamaya standart sapma adı verilir.

Analitik ortalamalar arasındaki ilişkiler

Normal bir seride ortalamalar arasında aşağıdaki gibi bir büyüklük ilişkisi vardır.

$$K > \bar{X} > G > H$$

- **Ödev:** Bir işletmede gerçekleştirilen günlük üretim miktarının dağılımı aşağıda verilmiştir. Bu verilerden hareketle;

- Aritmetik ortalamayı,
- Geometrik ortalamayı,
- Harmonik ortalamayı,
- Kareli ortalamayı bulunuz.

Üretim (Kg)	f_i
0 – 60	10
60 – 100	20
100 – 120	40
120 – 140	50
140 – 180	45
180 – 250	35
Toplam	200

- Aritmetik ortalama: 137,63
- Harmonik ortalama: 112,64
- Geometrik ortalama: 127,36
- Kareli ortalama: 145,53

- $K = \mathbf{145{,}53} > \bar{X} = \mathbf{137{,}63} > G = \mathbf{127{,}36} > H = \mathbf{112{,}64}$