

# Konu 3. Dilbilgisi Ve Diller

Tanım, Sınıflandırma, Özellikler

# Dilbilgisi:

## Tanım:

- Biçimsel dil, bir alfabedeki simgelerden oluşturulan dizgilerin bir kümesidir.
- Buna göre, bir alfabedeki simgelerden oluşturulabilecek tüm dizgileri içeren kümeyi E ile gösterirsek, bu alfabe üzerinde tanımlanan her dil E'nin bir altkümesidir. E'deki dizgilerden, dilde yer alanlar dilin tümceleridir (sentences).
- Dilde yer alan ve dilin tümcelerini oluşturan dizgiler “geçerli”, dilde yer almayan dizgiler ise “geçersiz” dizgilerdir.
- Biçimsel dil açısından dizgi (string), tümce (sentence) ve sözcük (word) terimleri birbirinin yerine kullanılabilir. Tümce ise dilde yer alan dizgi ya da sözcükleri anlatmak için kullanılacaktır.
- Buna göre bir alfabe ve bu alfabe üzerinde tanımlı bir dil düşünüldüğünde, alfabedeki simgelerden oluşturulan ve dilde yer alan (geçerli) dizgiler dilin tümcelerini oluşturacaktır. Dilin hangi tümcelerden oluştuğunu gösteren kurallar bütünü ise dilbilgisi (grammar) olarak adlandırılacaktır.

# Dilbilgisi ve dilin biçimsel tanımı:

- Biçimsel olarak dilbilgisi bir dördlü olarak tanımlanır:

$$G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$$

$V_N$  = Sözdizim değişkenleri kümesi (sonlu bir küme)

$V_T$  = Uç simgeler kümesi (sonlu bir küme)

$V_N$  ve  $V_T$  ayrık kümelerdir.  $V_N \cap V_T = \emptyset$

$S$ : Başlangıç değişkeni  $S \in V_N$

$P$ : Yeniden yazma ya da türetme kuralları

$\alpha \Rightarrow \beta$  biçimindedir ve  $\alpha$  nın yerine  $\beta$  konulabilir diye okunur.

- En genel (kısıtlamasız) biçimiyle  $\alpha$  ve  $\beta$  aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\alpha \in V^+ \quad \beta \in V^*$$

$$V = V_N \cup V_T \quad V^+ = V^* - \{\lambda\}$$

- Bir dilbilgisi tarafından tanımlanan dil biçimsel olarak aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$L(G) = \{w \mid w \in V^* \quad S \Rightarrow^* w\}$$

- Yukarıdaki tanıma göre, bir dilin tümceleri, başlangıç simgesinden ( $S$ 'den) başlanarak ve yeniden yazma kuralları yeterli sayıda kullanılarak elde edilen uç simge dizgileridir.

- $S \Rightarrow \alpha_1 \Rightarrow \alpha_2 \Rightarrow \alpha_3 \Rightarrow \dots \Rightarrow \alpha_n \Rightarrow w$   $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ : tümcesel yapılar  $w$ : tümce

# Örnek 3.1

$$G_{3.1} = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$$

$$V_N = \{ S \}$$

$$V_T = \{ 0, 1 \}$$

$$P: \quad S \Rightarrow 0S1$$

$$S \Rightarrow 01$$

$G_{3.1}$  tarafından türetilen tümce örnekleri:

$$S \Rightarrow 01$$

$$S \Rightarrow 0S1 \Rightarrow 0011$$

$$S \Rightarrow 0S1 \Rightarrow 00S11 \Rightarrow 000111$$

Örnekler dikkate alındığında  $L(G_{3.1})$  dili aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

$$L(G_{3.1}) = \{ 0^n 1^n \mid n \geq 1 \}$$

# Dilbilgisi Ve Dillerin Sınıflandırılması:

- Tür 0:Kısıtlamasız Dilbilgisi
- Tür 1: Bağlama bağımlı Dilbilgisi
- Tür 2: Bağlamdan Bağımsız Dilbilgisi
- Tür 3: Düzgün Dilbilgisi

# Tür 0 Kısıtlamasız Dilbilgisi

- Tür-0 ya da kısıtlamasız dilbilgisinin yeniden yazma kuralları
- $\alpha \Rightarrow \beta \quad : \quad \alpha \in V^+ \quad \beta \in V^*$

biçimindedir.

Tür-0 dilbilgisi tarafından türetilen dile tür-0 dil denir.

- Tür-0 dillere **özyineli sayılabilir (recursively enumerable)** diller de denir.
- Kısaca “**r.e.**” diye nitelenen özyineli sayılabilir diller için, dilin tümcelerini ardarda türeten bir yordam (procedure) bulunabilir.
- r.e. diller için, bir tümce verildiğinde, bu tümcenin dilde yer alıp almadığını (dolayısıyla geçerli bir tümce olup olmadığını) belirleyen bir yordam da **bulunabilir**.

# Örnek 3.2

$G_{3.2} = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$

$V_N = \{ S, L, R, A, B, C \}$

$V_T = \{ a \}$

P:  $S \Rightarrow LAaR$

$Aa \Rightarrow aaA$

$AR \Rightarrow BR \mid C$

$aB \Rightarrow Ba$

$LB \Rightarrow LA$

$aC \Rightarrow Ca$

$LC \Rightarrow \lambda$

Tür-0 bir dilbilgisi olan  $G_{3.2}$  tarafından türetilen tümcelerden birkaçını bulalım:

$S \Rightarrow LAaR \Rightarrow LaaAR \Rightarrow LaaC \Rightarrow LaCa \Rightarrow LCaa \Rightarrow aa$

$S \Rightarrow LAaR \Rightarrow LaaAR \Rightarrow LaaBR \Rightarrow LaBaR \Rightarrow LBaaR \Rightarrow LAaaR \Rightarrow LaaAaR \Rightarrow LaaaaAR \Rightarrow LaaaaC \Rightarrow LaaaCa \Rightarrow$   
 $LaaCaa \Rightarrow LaCaaa \Rightarrow LCaaaa \Rightarrow aaaa$

Yukarıda türetilen örnek tümceler ve dilbilgisinin kuralları dikkatle incelendiğinde  $L(G_{3.2})$  dilinin tanımının aşağıdaki gibi olduğu bulunabilir.

$L(G_{3.2}) = \{ a^i \mid i = 2^n, n \geq 1 \}$

# Tür-1 Bağlama Bağımlı Dilbilgisi

- Tür-1 dilbilgisinin yeniden yazma kuralları:

$$\alpha \Rightarrow \beta \quad : \quad \alpha \in V^+ \quad \beta \in V^* \quad |\alpha| \leq |\beta|$$

biçimindedir. Görüldüğü gibi, tür-1 dilbilgisinde, tür-0 dilbilgisine göre  $|\alpha| \leq |\beta|$  kısıtlaması getirilmektedir. Tür-1 dilbilgisine **bağlama-bağımlı (context sensitive)** dilbilgisi de denir.

- Tür-1 dilbilgisi, yeniden yazma kurallarının tümü:

$$\alpha_1 A \alpha_2 \Rightarrow \alpha_1 B \alpha_2 \quad A \in V_N \quad \alpha_1, \alpha_2, \beta \in V^*$$

biçiminde olan bir normal biçime (normal form) dönüştürülebilir.

- Tür-1 dilbilgisi tarafından türetilen dile tür-1 ya da bağlama-bağımlı dil denir.
- Tür-1 dilin diğer bir adı **özyineli (recursive)** dildir.
- özyineli diller için, bir tümce verildiğinde, bu tümcenin dilde yer alıp almadığını (dolayısıyla geçerli bir tümce olup olmadığını) belirleyen bir algoritma bulunabilmektedir. Oysa tür-0 diller için tümcenin dilde yer alıp almadığını belirleyen bir yordam bulunabilmektedir.
- Algoritmanın her zaman sonlanan bir yordam olduğu düşünüldüğünde, özyineli (r.) dillerin, özyineli sayılabilir (r.e.) dillerin bir alt sınıfı olduğu görülmektedir.



## Örnek 3.3

$$G_{3.3} = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$$

$$V_N = \{ S, A, B \}$$

$$V_T = \{ a, b, c \}$$

$$P: \quad S \Rightarrow aSAB$$

$$S \Rightarrow aAB$$

$$BA \Rightarrow AB$$

$$aA \Rightarrow ab$$

$$bA \Rightarrow bb$$

$$bB \Rightarrow bc$$

$$cB \Rightarrow cc$$

$$S \Rightarrow aAB \Rightarrow abB \Rightarrow abc ;$$

$$S \Rightarrow aSAB \Rightarrow aaABAB \Rightarrow aabBAB \Rightarrow aabbBB \Rightarrow aabbcB \Rightarrow aabbcc ;$$

$G_{3.3}$  tür-1 bir dilbilgisidir. Yukarıdaki örneklerden,  $L(G_{3.3})$  dilinin aşağıdaki gibi tanımlanabileceği görülmektedir:

$$L(G_{3.3}) = \{ a^n b^n c^n \mid n \geq 1 \}$$

# Tür-2 Bağlamdan Bağımsız Dilbilgisi

- Tür-2 dilbilgisinin yeniden yazma kuralları:

$$A \Rightarrow \beta \quad : \quad A \in V_N \quad \beta \in V^*$$

biçimindedir.

- Yeniden yazma kurallarının sol tarafında tek bir değişken **(A)** yer almaktadır. Yeniden yazma kuralı, hangi bağlamda olursa olsun, A'nın yerine konulabileceğini tanımlamaktadır. Bu özelliği nedeniyle tür-2 dilbilgisine **bağlamdan-bağımsız (context free)** dilbilgisi denir

# Örnek 3.4.

$G_{3.4} = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$

$V_N = \{ S, A, B \}$

$V_T = \{ a, b \}$

P:  $S \Rightarrow aB \mid bA$

$A \Rightarrow a \mid aS \mid bAA$

$B \Rightarrow b \mid bS \mid aBB$

$S \Rightarrow bA \Rightarrow baS \Rightarrow babA \Rightarrow baba$

$S \Rightarrow aB \Rightarrow abS \Rightarrow abbA \Rightarrow abbaS \Rightarrow abbaaB \Rightarrow abbaab$

$S \Rightarrow bA \Rightarrow bbAA \Rightarrow bbaSA \Rightarrow bbaaBA \Rightarrow bbaabSA \Rightarrow bbaabaBA \Rightarrow bbaababA \Rightarrow bbaababa$

$G_{3.4}$  tür-2 bir dilbilgisidir. Dilbilgisinin kuralları ve yukarıdaki örnekler dikkatle incelendiğinde,  $L(G_{3.4})$  dilinin,  $\{ a, b \}$  alfabelinde eşit sayıda **a** ve **b** içeren dizgiler kümesi olduğu görülür.

Daha önce örnek olarak verilen dilbilgilerinden yalnız  $G_{3.1}$  tür-2 bir dilbilgisidir.  $G_{3.2}$ ,  $G_{3.3}$  ise tür-2 değildir.

# Tür 3-Düzgün Dilbilgisi

- Tür-3 dilbilgisinin yeniden yazma kuralları

$$A \Rightarrow aB$$

$$A \Rightarrow a$$

$$A \Rightarrow \lambda : A, B \in V_N, a \in V_T$$

biçimindedir.

- Yeniden yazma kurallarının sol tarafında tek bir değişken (**A**); sağ tarafında ise ya tek bir uç simge ya da bir uç simge ile bir değişken yer almaktadır.
- Tür-3 dilbilgisi tarafından türetilen dile tür-3 ya da **düzgün (regular)** dil denir.

# Örnek 3.5

$G_{3.5} = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$

$V_N = \{ S, A, B \}$

$V_T = \{ 0, 1 \}$

$P: S \Rightarrow 0S \mid 0A \mid 0 \mid \lambda$

$A \Rightarrow 0B$

$B \Rightarrow 1S$

$S \Rightarrow 0S \Rightarrow 00$

$S \Rightarrow 0A \Rightarrow 00B \Rightarrow 001S \Rightarrow 001$

$S \Rightarrow 0S \Rightarrow 00A \Rightarrow 000B \Rightarrow 0001S \Rightarrow 00010A \Rightarrow 000100B \Rightarrow 0001001S \Rightarrow$   
 $00010010$

$G_{3.5}$  tür-3 bir dilbilgisidir. Dilbilgisinin kuralları ve yukarıdaki örnekler dikkatle incelendiğinde,  $L(G_{3.5})$  dilinin “ $\{ 0, 1 \}$  alfabesinde, içindeki her **1**’den önce en az iki tane **0** bulunan dizgiler kümesi” olduğu görülür.

## 3.2.5. Sağ-Doğrusal ve Sol-Doğrusal Dilbilgisi

- Yeniden yazma kuralları:

$$A \Rightarrow wB$$

$$A \Rightarrow w \quad : \quad A, B \in V_N, \quad w \in V_T^*$$

biçiminde olan dilbilgisine **sağ-doğrusal (right-linear)** dilbilgisi denir. Sağ-doğrusal dilbilgisinin yeniden yazma kurallarının sol tarafında bir değişken, sağ tarafında ise bir uç simgeler dizgisi ya da bir uç simgeler dizgisi ile bir değişken yer alır. Uç simgeler dizgisi sıfır uzunluğunda bir dizgi de olabilir.

- Yeniden yazma kuralları;

$$A \Rightarrow Bw$$

$$A \Rightarrow w \quad : \quad A, B \in V_N, \quad w \in V_T^*$$

biçiminde olan dilbilgisine **sol-doğrusal (left-linear)** dilbilgisi denir. Sol-doğrusal dilbilgisinin yeniden yazma kurallarının sol tarafında bir değişken, sağ tarafında ise bir uç simgeler dizgisi ya da bir değişken ile bir uç simgeler dizgisi yer alır. Uç simgeler dizgisi sıfır uzunluğunda bir dizgi de olabilir.

# Sağ doğrusal-Tür3

- Sağ-doğrusal ve sol-doğrusal dilbilgileri tarafından türetilen diller düzgün dillerdir. Tür-3 dilbilgileri tarafından türetilen diller de düzgün diller olduğuna göre tür-3, sağ-doğrusal ve sol-doğrusal dilbilgileri denk dilbilgileridir. Tür-3, sağ-doğrusal ve sol-doğrusal dilbilgilerinin tümü düzgün dilbilgileri; türettikleri diller ise düzgün diller olarak adlandırılır.
- Düzgün dilbilgileri için verilen ve birbirine denk olduğu belirtilen üç biçimden, tür-3 sağ-doğrusalın özel bir biçimidir. Başka bir deyişle her tür-3 dilbilgisi aynı zamanda sağ-doğrusaldır. **Sağ-doğrusal her dilbilgisi de, ek değişkenler kullanılarak, kolaylıkla tür-3 dilbilgisine dönüştürülebilir.**

- $A \Rightarrow a_1 a_2 \dots a_n$  yerine:  
 $A \Rightarrow a_1 A_1$   
 $A_1 \Rightarrow a_2 A_2$   
.....  
 $A_{n-1} \Rightarrow a_n$
- $A \Rightarrow a_1 a_2 \dots a_n B$  yerine:  
 $A \Rightarrow a_1 A_1$   
 $A_1 \Rightarrow a_2 A_2$   
.....  
 $A_{n-1} \Rightarrow a_n B$

Bu nedenle tür-3 ve sağ-doğrusal dilbilgilerinin denk olduğu açıktır. Sol-doğrusal ve sağ-doğrusal dilbilgilerinin denkliği ise bu kadar açık değildir. Ancak düzgün dilbilgisinin üç biçimi (tür-3, sağ-doğrusal ve sol-doğrusal) tarafından türetilen dillerin sonlu özdevinirler (FA) tarafından tanınan düzgün diller olduğu gösterildiğinde dolaylı olarak bu üç biçimin eşdeğerliği de ispatlanmış olmaktadır.



# Örnek 3.6

$$G_{3.6} = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$$

$$V_N = \{ S, A \}$$

$$V_T = \{ 0, 1 \}$$

$$P: S \Rightarrow 0A$$

$$A \Rightarrow 10A \mid \lambda$$

$$S \Rightarrow 0A \Rightarrow 0$$

$$S \Rightarrow 0A \Rightarrow 010A \Rightarrow 010$$

$$S \Rightarrow 0A \Rightarrow 010A \Rightarrow 01010A \Rightarrow 01010$$

$$L(G_{3.6}) = 0(10)^* = (01)^*0$$

# Örnek 3.6

$$G_{3.6} = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$$

$$V_N = \{ S, A \}$$

$$V_T = \{ 0, 1 \}$$

$$P: S \Rightarrow 0A$$

$$A \Rightarrow 10A \mid \lambda$$

$$G'_{3.6} = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$$

$$V_N = \{ S \}$$

$$V_T = \{ 0, 1 \}$$

$$P: S \Rightarrow S10 \mid 0$$

$$G''_{3.6} = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$$

$$V_N = \{ S, A, B \}$$

$$V_T = \{ 0, 1 \}$$

$$P: S \Rightarrow 0A$$

$$A \Rightarrow 1B \mid \lambda$$

$$B \Rightarrow 0A$$

$G_{3.6}$  tarafından türetilen ve yukardaki düzgün deyimlerle gösterilen dil, aşağıdaki sol-doğrusal ( $G'_{3.6}$ ) ve tür-3 ( $G''_{3.6}$ ) dilbilgileri tarafından da türetilir. Dolayısıyla  $G_{3.6}$ ,  $G'_{3.6}$  ve  $G''_{3.6}$  aynı dili türeten, denk dilbilgileridir.

## 3.3. DÜZGÜN DİL - SONLU ÖZDEVİNİR İLİŞKİSİ

- Tür-3 dilbilgisinin türettiği dili tanıyan sonlu otomatin bulunması
- Sağ-doğrusal dilbilgisinin türettiği dili tanıyan sonlu otomatin bulunması
- Soldoğrusal dilbilgisinin türettiği dili tanıyan otomatin bulunması
- Sonlu özdevinirin tanıdığı dili türeten düzgün dilbilgisinin bulunması

### 3.3.1. Düzgün Dilbilgisinin Türettiği Dili Tanıyan Sonlu Özdevinirin Bulunması

- **Teorem 3.1.** Bir düzgün dilbilgisi verildiğinde, bu dilbilgisinin türettiği dili tanıyan bir sonlu otomat bulunabilir.
- Sonlu özdevinirler tarafından tanınan kümelerin düzgün kümeler olduğu tanımlanmıştır. Teorem 3.1'de ise düzgün dilbilgileri tarafından türetilen dillerin sonlu otomatlar tarafından tanındığı belirtilmektedir. Burdan, düzgün dilbilgileri tarafından türetilen dillerin (düzgün dillerin) düzgün kümeler olduğu sonucu çıkmaktadır.
- Düzgün dilbilgileri için üç farklı biçim olduğu için de, dilbilgisine eşdeğer sonlu özdevinirin nasıl bulunacağı tür-3, sağ-doğrusal ve sol-doğrusal dilbilgileri için ayrı ayrı gösterilecektir.

### 3.3.1.1. Tür-3 Dilbilgisinin Türettiği Dili Tanıyan Sonlu Özdevinin Bulunması

Bir tür-3 dilbilgisi (**G**) verildiğinde,  $T(M) = L(G)$  eşitliğini sağlayan sonlu özdevinir (**M**) aşağıdaki gibi bulunur.

$$G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$$

$$M = \langle Q, \Sigma, q_0, \delta, F \rangle$$

$$Q = V_N \cup \{ C \} \quad C, V_N \text{'de bulunmayan yeni bir değişken}$$

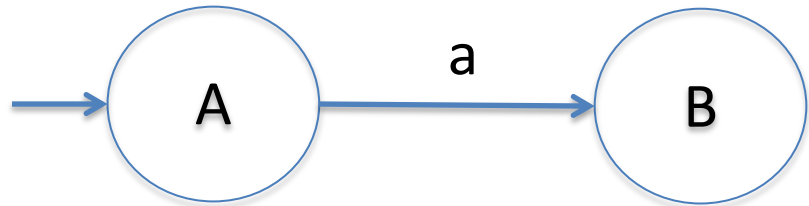
$$\Sigma = V_T$$

$$q_0 = S$$

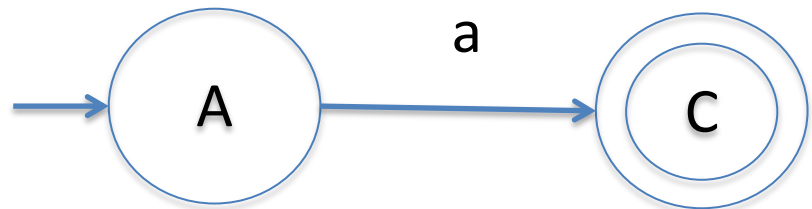
$$F = \{ C \} \quad \text{eğer } L(G) \text{ } \lambda' \text{yı içermiyorsa}$$

$$= \{ C, S \} \quad \text{eğer } L(G) \text{ } \lambda' \text{yı içeriyorsa}$$

$$A \Rightarrow aB \quad \text{için} \quad \delta(A, a) = B$$



$$A \Rightarrow a \quad \text{için} \quad \delta(A, a) = C$$



# Örnek 3.7

$G_{3.7} = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$

$V_N = \{ S, A, B \}$

$V_T = \{ 0, 1 \}$

$P: S \Rightarrow 0S \mid 1A$

$A \Rightarrow 0B$

$B \Rightarrow 0B \mid 1S \mid 1$

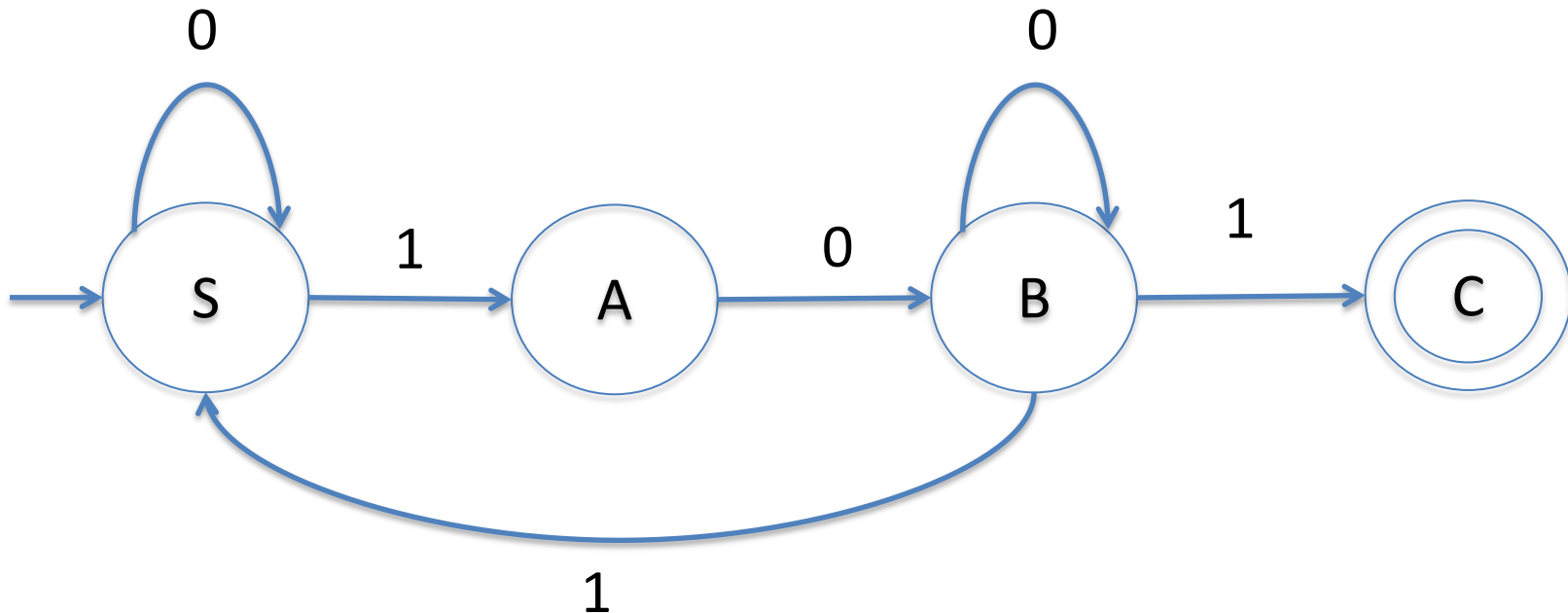
$M_{3.7} = \langle Q, \Sigma, q_0, \delta, F \rangle$

$Q = \{ S, A, B, C \}$

$\Sigma = \{ 0, 1 \}$

$q_0 = S$

$F = \{ C \}$



## 3.3.1.2. Sağ-Doğrusal Dilbilgisinin Türettiği Dili Tanıyan Sonlu Özdevinin Bulunması

- Bir sağ-doğrusal dilbilgisi (**G**) verildiğinde,  $T(M) = L(G)$  eşitliğini sağlayan sonlu özdevinir (**M**) aşağıdaki gibi bulunur.

$G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$

$M = \langle Q, \Sigma, q_0, \delta, F \rangle$

$Q = \{[S], [\lambda], [\alpha_1], [\alpha_2], [\alpha_3], \dots\}$

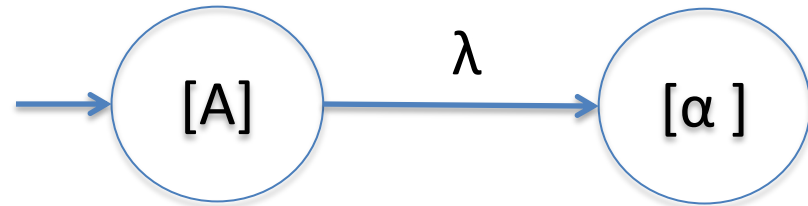
$\alpha_i$  : herhangi bir yeniden yazma kuralının herhangi bir son eki (suffix)

$\Sigma = V_T$

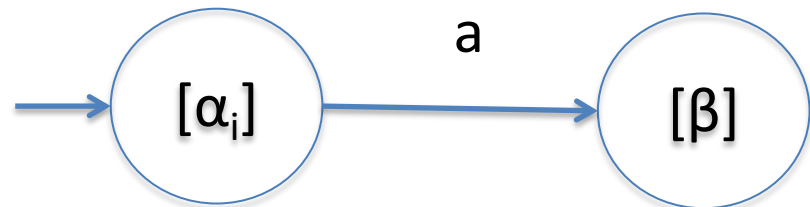
$q_0 = [S]$

$F = [\lambda]$

$A \Rightarrow \alpha$  yeniden yazma kuralı için bir  $\lambda$  geçişi



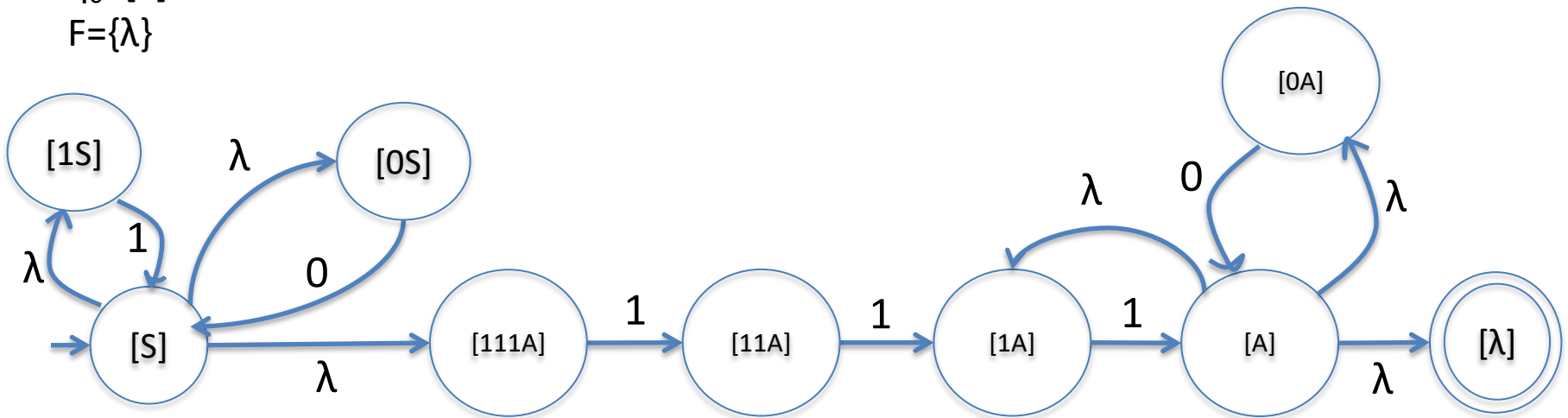
İlk simgesi bir uç simge olan her  $\alpha_i (\alpha_i = a\beta)$  için



### 3.3.1.2. Sağ-Doğrusal Dilbilgisinin Türettiği Dili Tanıyan Sonlu Özdevinin Bulunması Örnek:

$$G_{3.8} = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$$
$$V_N = \{S, A, B, C\}$$
$$V_T = \{0, 1\}$$

P: S=> 0S | 1S | 111A

$$A \Rightarrow 0A \mid 1A \mid \lambda$$
$$M_{3.8} = \langle Q, \Sigma, q_0, \delta, F \rangle$$
$$Q = \{[S], [\lambda], [0S], [1S], [111A], [11A], [1A], [A], [0A]\}$$
$$\Sigma = \{0, 1\}$$
$$q_0 = [S]$$
$$F = \{\lambda\}$$


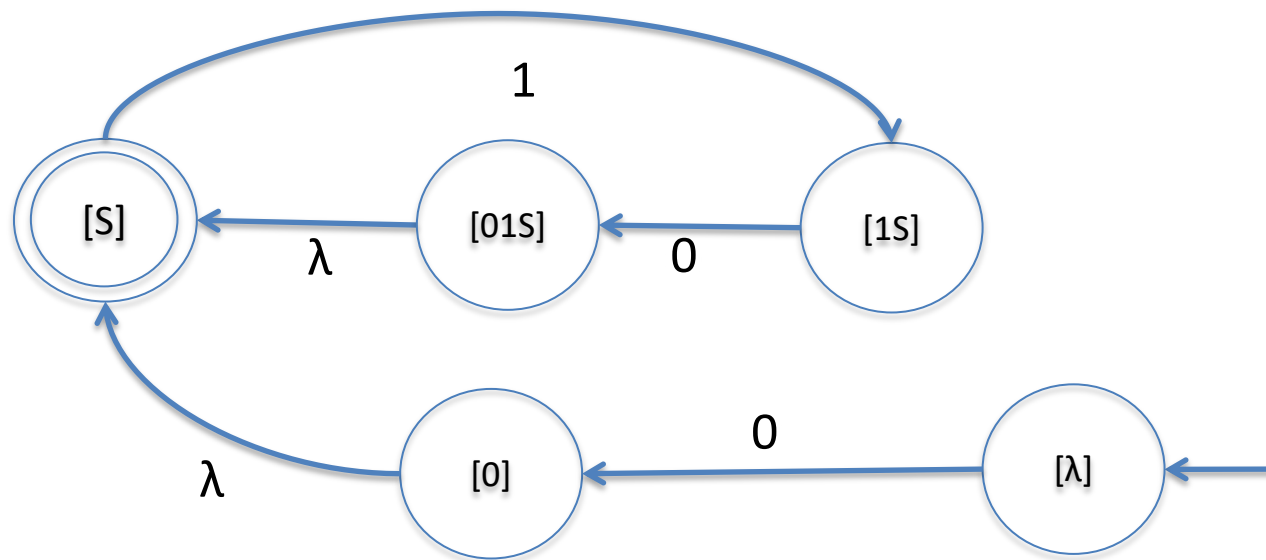
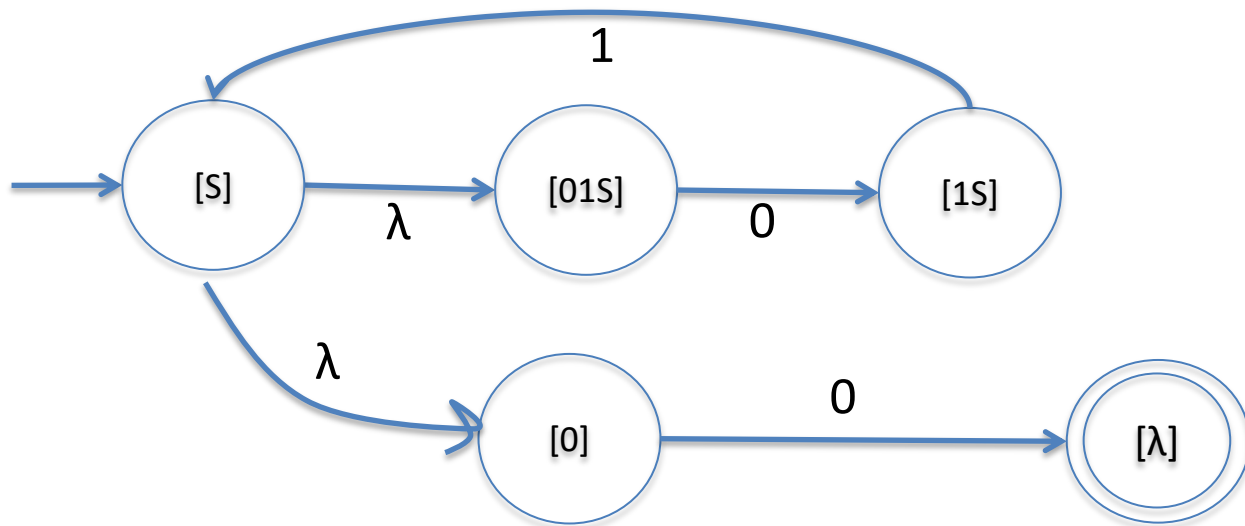


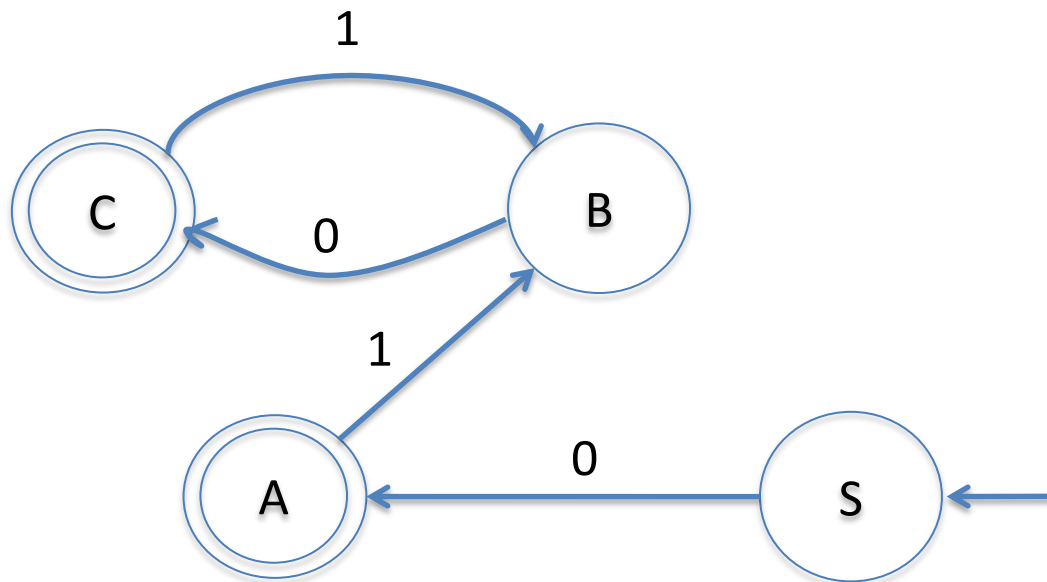
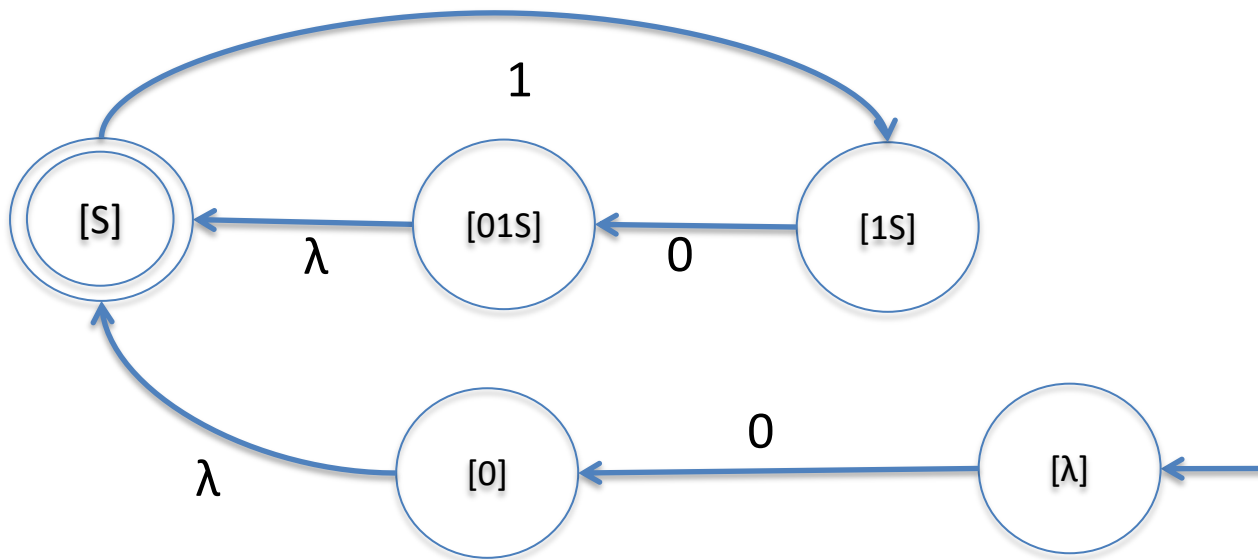
### 3.3.1.3. Sol-Doğrusal Dilbilgisinin Türettiği Dili Tanıyan Sonlu Özdevinin Bulunması

- Sol-doğrusal bir dilbilgisi (**G**) verildiğinde, bu dilbilgisinin türettiği dili tanıyan makine (**M**) aşağıdaki gibi bulunur.
  1. **G**'deki tüm yeniden yazma kurallarının sağ tarafları tersine çevrilerek **G<sup>R</sup>** elde edilir. **G<sup>R</sup>** sağ-doğrusal bir dilbilgisidir.
  2. **G<sup>R</sup>**'yi tanıyan makine (**M<sup>R</sup>**) bulunur.
  3. **M<sup>R</sup>** tersine çevrilerek **M** elde edilir.
- Bunun için :
  - Başlangıç durumu uç durum, uç durumlar ise başlangıç durumu yapılır.
  - Tüm durum geçişleri tersine çevrilir.

# Örnek:

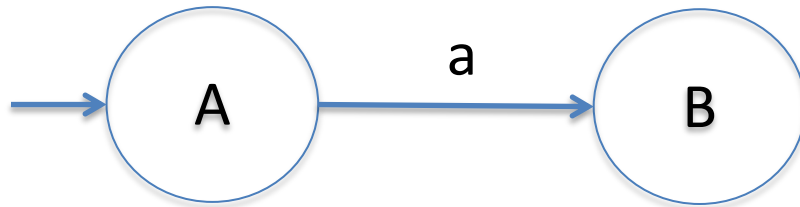
- $G_{3.9} = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$   
 $V_N = \{S\}$   
 $V_T = \{0, 1\}$   
 $P: S \Rightarrow 0 \mid S10$
- $G_{3.9}$  sol doğrusal bir dilbilgisidir.
- Önce yeniden yazma kuralları tersine çevrilerek  $G_{3.9}^R$  elde edilir.  
 $G_{3.9}^R = \langle V_N, V_T, P^R, S \rangle$   
 $P^R: S \quad 0 \mid 01S$
- Sonra  $G_{3.9}^R$ 'un türettiği dili tanıyan sonlu özdevinir ( $M_{3.9}$ ) bulunur.  
 $M_{3.9}^R = \langle Q^R, \Sigma, q_0^R, \delta^R, F^R \rangle$   
 $Q^R = \{[S], [\lambda], [0], [01S], [1S]\}$   
 $\Sigma = \{0, 1\}$   
 $q_0^R = [S]$   
 $F^R = [\lambda]$



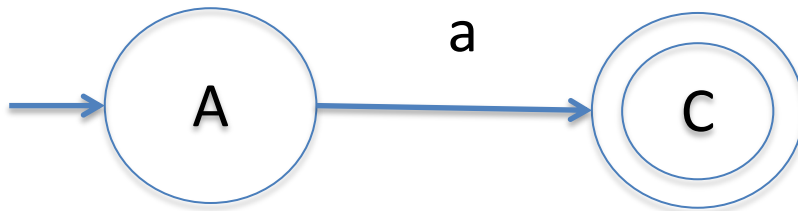


### 3.3.2. Sonlu Özdevinirin Tanıdığı Dili Türeten Düzgün Dilbilgisinin Bulunması

- Bir sonlu özdevinir  $(M)$  verildiğinde,  $L(G) = T(M)$  eşitliğini sağlayan tür-3 dilbilgisi  $(G)$  aşağıdaki gibi bulunur.
- $M = \langle Q, \Sigma, q_0, \delta, F \rangle$
- $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$
- $V_N = Q$
- $V_T = \Sigma$
- $S = q_0$
- $\delta$  : Dilbilgisinin yeniden yazma kuralları, sonlu özdevinirin durum geçişlerinden aşağıdaki gibi türetilir.

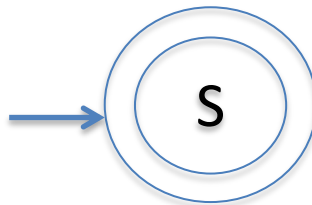


için :  $A \Rightarrow aB$



$A = aC$  ve  $A \Rightarrow a$

Eğer başlangıç durumu uç durum ise:  $S \Rightarrow \lambda$



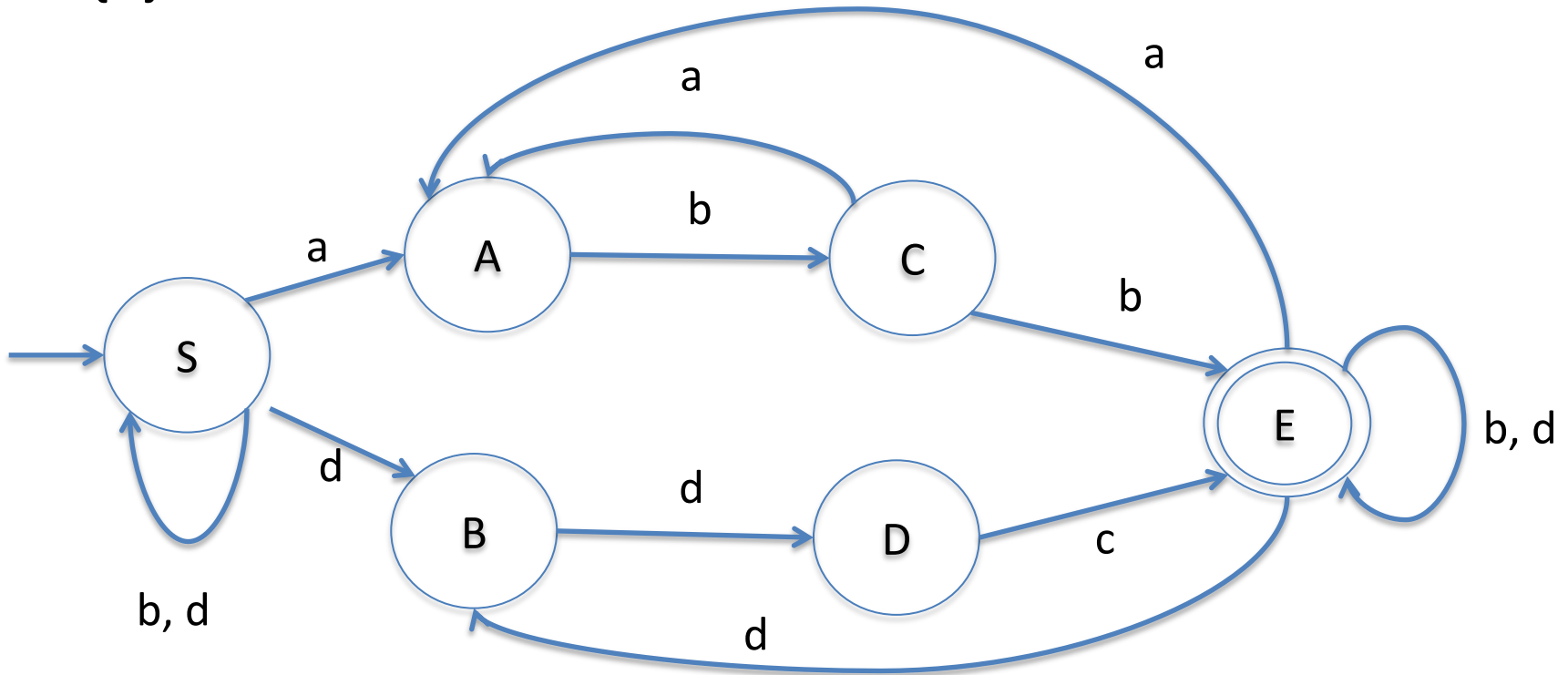
# Örnek 3.10

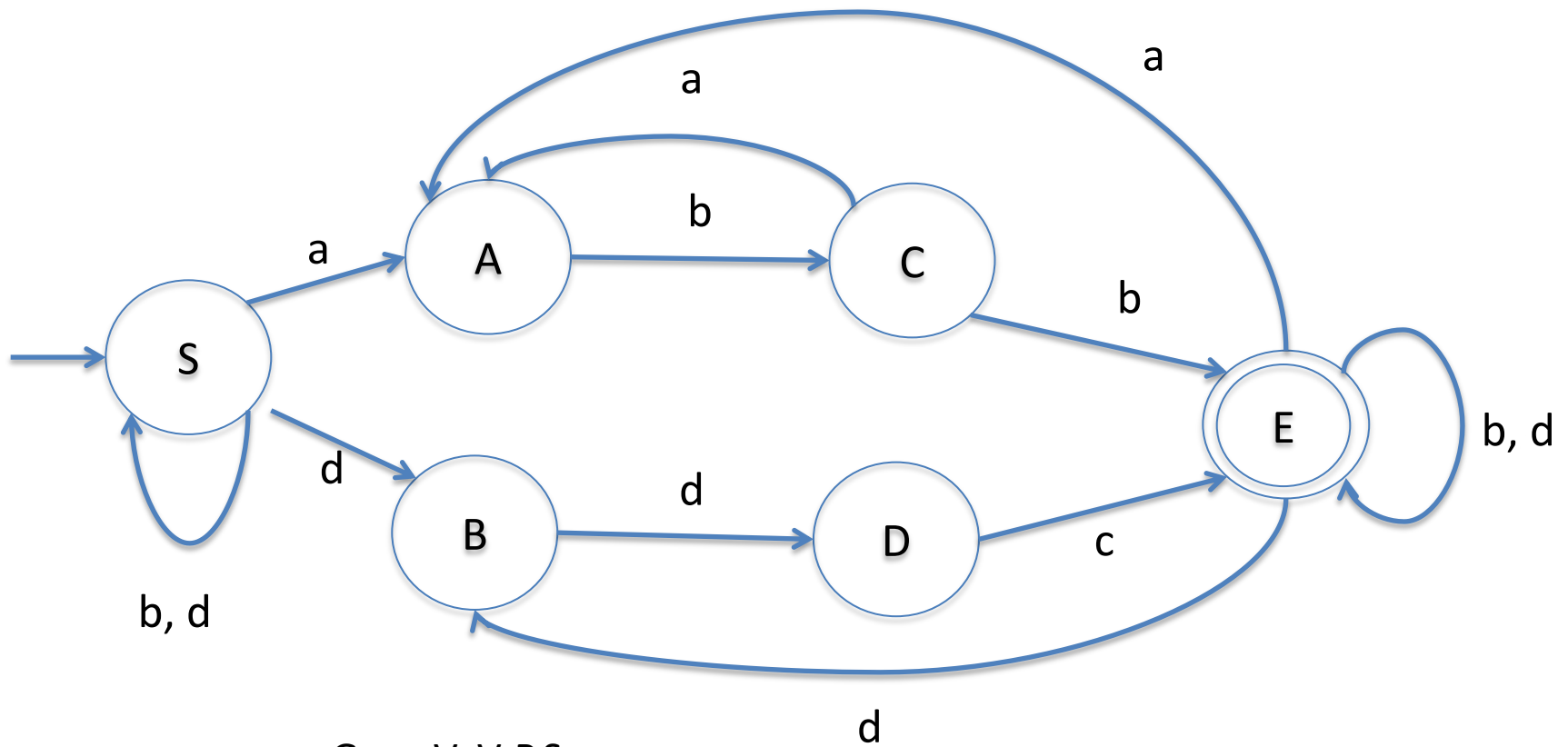
$M_{3.10} = \langle Q, \Sigma, S, \delta, F \rangle$

$Q = \{S, A, B, C, D, E\}$

$\Sigma = \{a, b, c, d\}$

$F = \{E\}$





- $G_{3.9} = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$   
 $V_N = Q = \{S, A, B, C, D, E\}$   
 $V_T = \Sigma = \{a, b, c, d\}$   
 $P:$ 
  - $S \Rightarrow aA \mid bS \mid dS \mid dB$
  - $A \Rightarrow bC$
  - $B \Rightarrow dD$
  - $C \Rightarrow aA \mid bE \mid b$
  - $D \Rightarrow cE \mid c$
  - $E \Rightarrow aA \mid dB \mid bE \mid dE \mid b \mid d$

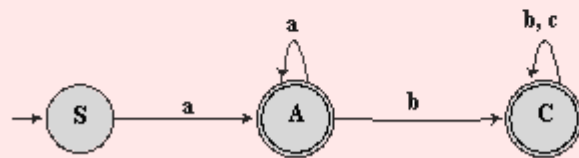
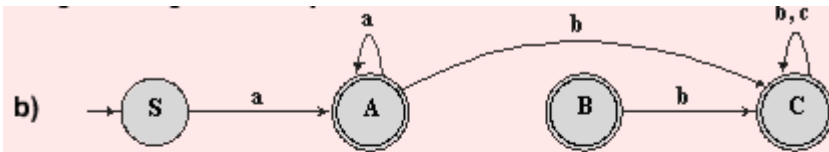
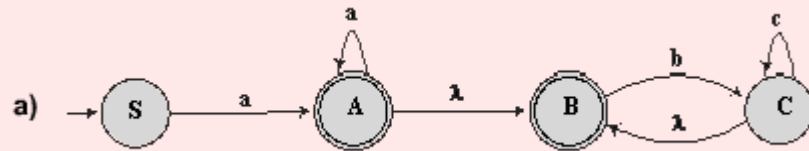


## 3.5.1. Örnek 1

$$L_{s.3.1} = aa^*(bc^*)^*$$

- a)  $L_{s.3.1}$ 'i tanıyan NFA' nın geçiş çizeneğini oluşturunuz. Oluşturduğunuz geçiş çizeneği  $\lambda$  - geçişleri içerebilir.
- b) Eğer oluşturduğunuz geçiş çizeneği  $\lambda$  - geçişleri içeriyorsa, bu geçişleri tek tek yok ederek  $\lambda$  - geçişi içermeyen denk geçiş çizeneğini bulunuz.
- c)  $L_{s.3.1}$ 'i türeten ve  $(A \Rightarrow \lambda)$  biçiminde yeniden yazma kuralı içermeyen bir düzgün dilbilgisi tanımlayınız.

### 3.5.1. Cevap 1



c)  $G_{S3.1} = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$

$$V_N = \{S, A, C\}$$

$$V_T = \{a, b, c\}$$

$$P : S \Rightarrow aA \mid a$$

$$A \Rightarrow aA \mid bC \mid a \mid b$$

$$C \Rightarrow BC \mid cC \mid b \mid c$$

### 3.5.3. Örnek 3

#### Örnek 3

Aşağıda tanımı verilen dillerden her birinin türünü belirtiniz ve bu dili türeten bir dilbilgisinin biçimsel tanımını veriniz. Tanımladığınız dilbilgisinin nasıl çalıştığını açıklayınız.

**a)**  $\{0, 1\}$  alfabesinde, içinde çift sayıda (en az 2 olmak üzere) **1** bulunan dizgiler kümesi.

**b)**  $L_{S.3.3.2} = \{ a^n b^i c^n d^j \mid n \geq 1, i \geq 1, j \geq 1 \}$

### 3.5.3. Cevap 3

a)  $L_{S.3.3.1}$  düzgün bir dildir.

$$G_{S.3.3.1} = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$$

$$V_N = \{ S, A, B \}$$

$$V_T = \{ 0, 1 \}$$

$$P : S \Rightarrow 0S \mid 1A$$

$$A \Rightarrow 0A \mid 1B \mid 1$$

$$B \Rightarrow 0B \mid 1A \mid 0$$

b)  $L_{S.3.3.2}$  bağlamdan-bağımsız bir dildir.

$$G_{S.3.3.2} = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$$

$$V_N = \{ S, A, B, D \}$$

$$V_T = \{ a, b, c, d \}$$

$$P : S \Rightarrow aAcD$$

$$A \Rightarrow aAc \mid B$$

$$B \Rightarrow bB \mid b$$

$$D \Rightarrow dD \mid d$$

## 3.5.4. Örnek 4

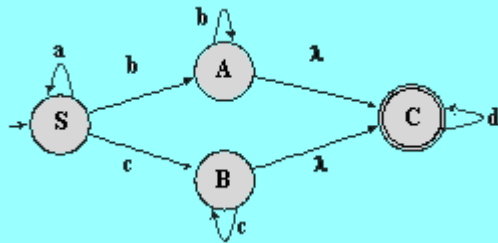
### Örnek 4

$L_{S.3.4}$  dili aşağıdaki düzgün deyimle tanımlanıyor:

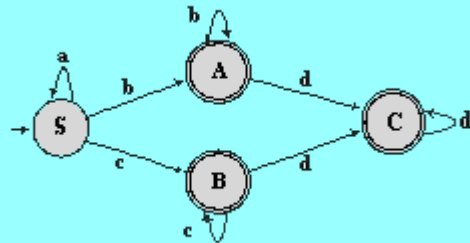
$$L_{S.3.4} = a^*(bb^* + cc^*)d^*$$

- a)  $L_{S.3.4}$  dilini sözel olarak tanımlayınız.  $L_{S.3.4}$  'ü tanıyan sonlu özdevinirin (**NFA**) geçiş çizeneğini oluşturunuz (çizenekte başlangıç durumunu **S**, diğer durumları ise **A**, **B**, **C**, ... diye adlandırınız).
- b) Oluşturduğunuz çizenek  $\lambda$ -geçişli/geçişleri içeriyorsa, bu geçişleri yok ederek  $\lambda$ -geçişsiz denk çizeneği bulunuz .
- c)  $L_{S.3.4}$  dilini türeten bir tür-3 dilbilgisi oluşturunuz (bunun için **b**'de bulduğunuz  $\lambda$ -geçişsiz çizeneği kullanınız).

### 3.5.4. Cevap 4



b)



c)  $G_{S.3.4} = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$

$V_N = \{ S, A, B, C \}$

$V_T = \{ a, b, c, d \}$

$P : S \Rightarrow aS \mid bA \mid cB \mid b \mid c$

$A \Rightarrow bA \mid dC \mid b \mid d$

$B \Rightarrow cB \mid dC \mid c \mid d$

$C \Rightarrow dC \mid d$

## 3.5.9. Örnek 9

### Örnek 9

Aşağıda tanımlanan her dilbilgisinin türettiği dilin doğru ve eksiksiz tanımını bir düzgün deyim, bir küme tanımı ya da bir sözel tanım olarak veriniz.

$$\text{a) } S \Rightarrow XY$$

$$X \Rightarrow aXb \mid ab$$

$$Y \Rightarrow cY \mid c$$

$$\text{b) } S \Rightarrow KLM$$

$$K \Rightarrow a$$

$$L \Rightarrow KLM \mid cN$$

$$M \Rightarrow b \mid bb$$

$$N \Rightarrow cN \mid \lambda$$

$$\text{c) } S \Rightarrow aAd$$

$$A \Rightarrow aAd \mid B$$

$$B \Rightarrow bBc \mid bc$$

### 3.5.9. Cevap 9

$$\text{a) } L_{S.3.9.1} = \{ a^n b^n c^m \mid n, m \geq 1 \}$$

$$\text{b) } L_{S.3.9.2} = \{ a^n c^m b^k \mid n, m \geq 1, n \geq k \geq 2n \}$$

$$\text{c) } L_{S.3.9.3} = \{ a^n b^k c^k d^n \mid n, k \geq 1 \}$$



## 3.5.16. Örnek 16

### Örnek 16

Aşağıdaki düzgün dilbilgisi veriliyor.

$$G_{S.3.16} = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$$

$$V_N = \{ S, B \}$$

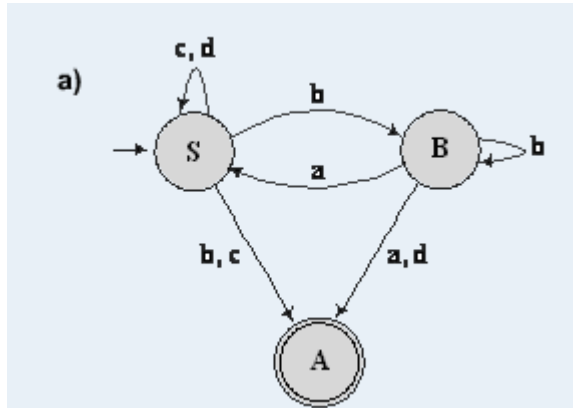
$$V_T = \{ a, b, c, d \}$$

$$P : S \Rightarrow cS \mid dS \mid bB \mid b \mid c$$

$$B \Rightarrow aS \mid bB \mid a \mid d$$

- a)  $L(G_{S.3.16})$ 'yi tanıyan NFA'nın (  $\lambda$ -geçişsiz) geçiş çizeneğini bulunuz.
- b) Denklem sistemi yazıp çözerek,  $L(G_{S.3.16})$ 'yi tanımlayan bir düzgün deyim bulunuz.

### 3.5.16. Cevap 16



b)  $L(G_{S.3.16}) = (c + d + bb^*a)^*(b + c + bb^*(a + d))$

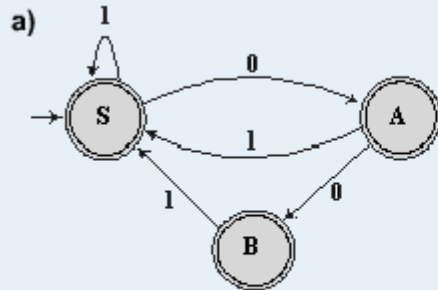
## 3.5.19. Örnek 19

### Örnek 19

Aşağıda sözel olarak tanımlanan her düzgün dil için, önce dili tanıyan  $\lambda$ -geçişsiz geçiş çizeneğini oluşturunuz. Sonra da dili türeten sağ-doğrusal bir dilbilgisi tanımlayınız. Tanımladığınız dilbilgisinde gerekiyorsa ( $S \Rightarrow \lambda$ ) kuralı yer alsın. Ancak bunun dışında hiçbir kuralda  $\lambda$  yer almasın.

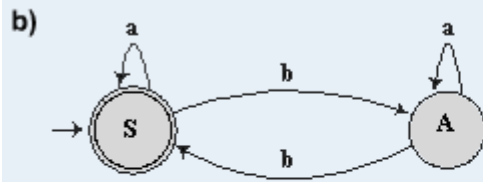
- a)  $\{0, 1\}$  alfabesinde, içinde ardarda ikiden çok **0** bulunmayan (başka bir deyişle içinde **000** altdizgisi bulunmayan) dizgiler kümesi.
- b)  $\{a, b\}$  alfabesinde, içinde çift sayıda  $(0, 2, 4, \dots)$  **b** bulunan dizgiler kümesi.

### 3.5.19. Cevap 19



Tanımlanan kümeyi türeten sağ-doğrusal bir dilbilgisi:

$G_{S.3.19.1} = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$   
 $V_N = \{ S, A, B \}$   
 $V_T = \{ 0, 1 \}$   
 $P : S \Rightarrow \lambda \mid 1 \mid 0 \mid 1S \mid 0A$   
 $A \Rightarrow 1 \mid 0 \mid 1S \mid 0B$   
 $B \Rightarrow 1 \mid 1S$



Tanımlanan kümeyi türeten sağ-doğrusal bir dilbilgisi:

$G_{S.3.19.2} = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$   
 $V_N = \{ S, A \}$   
 $V_T = \{ a, b \}$   
 $P : S \Rightarrow \lambda \mid a \mid bA \mid aS$   
 $A \Rightarrow b \mid bS \mid aA$