

## **1.3. Sonlu Otamatların İndirgenmesi**

İndirgeme: Aynı kümeyi kapsayan ve daha az durumlardan oluşan makine

# 1.3. Sonlu Özdevinirlerin İndirgenmesi

- Sonlu özdevinirlerle ilgili olarak şimdiye kadar birden çok model tanımlandı. Tanımlanan modelleri aşağıdaki gibi özetlemek mümkündür:
- Tanıyıcı Otomatlar
  - DFA
  - NFA
- Çıkış Üreten Otomatlar
  - Moore Makinesi
  - Mealy Makinesi
- Gerek FA modelinde gerekse çıkış üreten sonlu özdevinir modelinde, tanımlanan sonlu özdevinirin (makinenin) karmaşıklığı durum sayısı ile doğru orantılıdır. Bu nedenle, bir sonlu özdevinir verildiğinde, bu sonlu özdevinirin indirgenmesi önem taşıyabilir.
- **Bir sonlu özdevinirin indirgenmesi ya da yalınlaştırılması, bu sonlu özdevinire denk, durum sayısı en küçük sonlu özdevinirin bulunmasıdır.**

## 1.3.1. Ardıl, Öncel, Denk ve Ayırdedilebilir Durum Tanımları

- DFA, Moore ve Mealy modellerinin en geniş Mealy modelidir. Çünkü tanıyıcı (FA) model, Moore modelinin çıkış alfabesi { **kabul**, **red** } olan bir alt türü olarak görülebilir.
- Moore modeli ise, Mealy modelinin, çıkış işlevi giriş alfabesinden bağımsız olan bir alt türü olarak görülebilir. Bu nedenle tanımlar verilirken Mealy modeli esas alınacaktır

# Örnek 1.11

- Mealy türü  $M_{1.11}$  makinesinin giriş ve çıkış alfabeleri :
  - $\{ 0, 1 \}$  alfabetesidir.

Başlangıç durumu A olan makinenin geçiş ve çıkış işlevleri yandaki durum çizelgesi ile tanımlanmaktadır

Ş.D	x=0	x=1
→ A	A, 0	D, 1
B	C, 0	E, 1
C	G, 0	E, 1
D	G, 0	F, 1
E	E, 1	C, 0
F	B, 0	D, 1
G	B, 0	E, 1

## 1.3.1.1 Ardıl

$$S_1 \xrightarrow{x} S_2$$

M makinesinin  $S_1$  durumundan  $x$  giriş simgesi ile  $S_2$  durumuna geçiliyorsa:

**$S_1$ 'in  $x$ -ardılı  $S_2$ 'dir.**

- $x$  bir giriş simgesi,  $w$  ise giriş simgelerinin bir dizgisi olmak üzere, **deterministik modellerde, bir durumun  $x$  ve  $w$  ardılı her zaman tek bir durumdur.**
- Deterministik olmayan modellerde ise  $x$  ve  $w$  ardıları, durumların birer altkümesidir. Geçiş çizeneğinde yer aldığı için bir durumun  $x$ -ardılı kolaylıkla bulunabilir.
- Bir durumun  **$w = x_1 x_2 \dots x_k$**  ardılını bulmak için ise, geçiş çizeneği kullanılarak önce  **$x_1$**  ardılı bulunur; daha sonra  **$x_1$** -ardılın  **$x_2$** -ardılı, .. vb bulunarak  **$w$** -ardılı elde edilir.

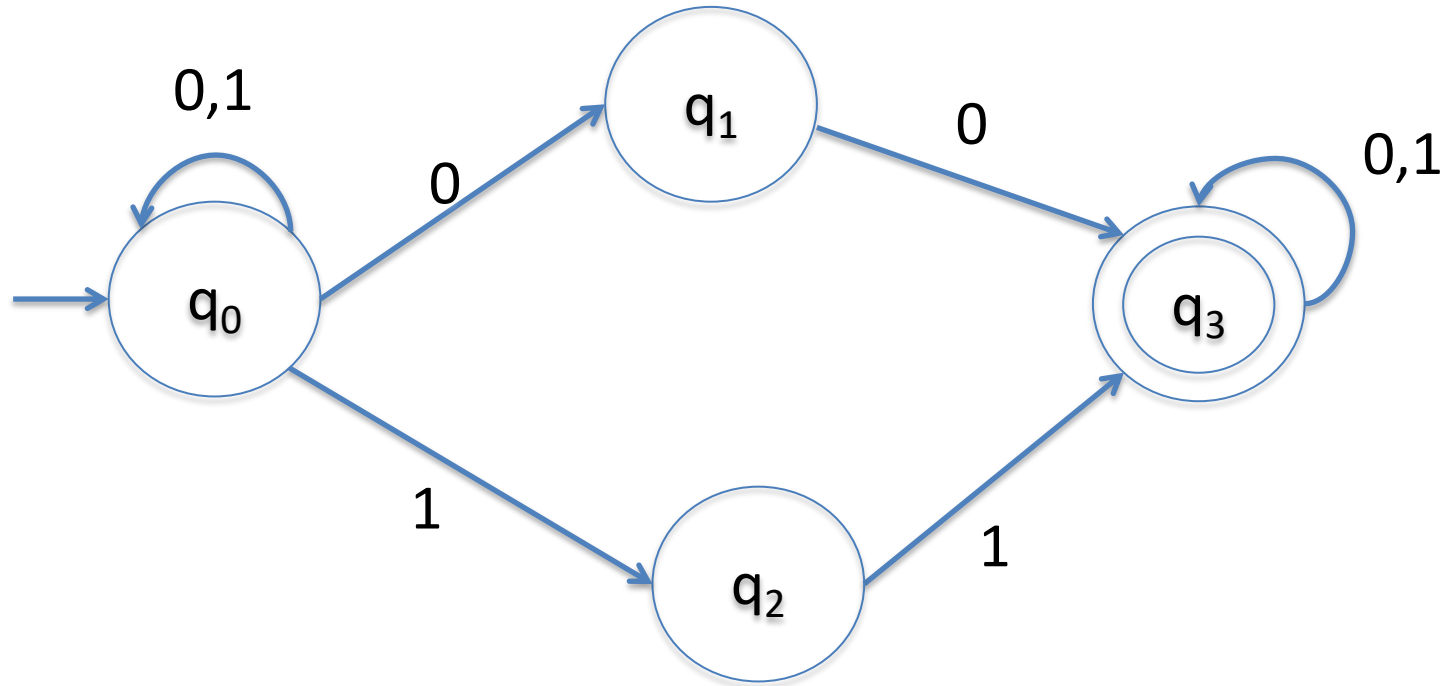
# Ardıl örnek:

**M<sub>1.11</sub>** makinesinde **A** durumunun **1**-ardılı **D**'dir.

Aynı makinenin **B** durumunun **011**-ardılı ise **C**'dir.

Ş.D	x=0	x=1
→ A	A, 0	D, 1
B	C, 0	E, 1
C	G, 0	E, 1
D	G, 0	F, 1
E	E, 1	C, 0
F	B, 0	D, 1
G	B, 0	E, 1

# M 1.3 makinesi Ardıl



$q_0$  durumunun 0-ardılı  $\{q_0, q_1\}$ 'dir.

$\{q_0, q_1\}$  yerine  $q_0q_1$  yazılabilir.

Buna göre  $q_0$  durumunun 0-ardılı  $q_0q_1$ , 1-ardılı  $q_0q_2$ , 100-ardılı ise  $q_0q_1q_3$ 'dür.

$q_1$  durumunun 1-ardılı ile  $q_2$  durumunun 01-ardılı ise yoktur (boş kümedir).

## 1.3.1.2 Öncel

- M 1.11 makinesinin  $S_1, S_2, \dots, S_i$  durumlarından,  $x$  giriş simgesi ile  $S_j$  durumuna geçiliyorsa  $S_j$  durumunun  $x$ -önceli  $\{S_1, S_2, \dots, S_i\}$  dir.

Ş.D	x=0	x=1
→ A	A, 0	D, 1
B	C, 0	E, 1
C	G, 0	E, 1
D	G, 0	F, 1
E	E, 1	C, 0
F	B, 0	D, 1
G	B, 0	E, 1

Ş.D	Önceki x=0	Durum x=1
→ A	A	-
B	FG	-
C	B	E
D	-	AF
E	E	BCG
F	-	D
G	CD	-



Kullanılan model deterministik olsa bile, bir durumun x ve w öncelleri, durumların birer altkümesidir.

Örneğin  $M_{1.11}$  makinesi için **B** durumunun **0**-önceli **FG**, **001**-önceli ise **AEF**'dir. Aynı makine için **D** durumunun **0** ve **110** öncelleri ise yoktur. Bir makinenin x-öncellerini bulmak için öncel çizelgesi adı verilen bir çizelge oluşturulabilir.  $M_{1.11}$  makinesi için oluşturulan öncel çizelgesi yanda görülmektedir.

Ş.D	Önceki x=0	Durum x=1
→ A	A	-
B	FG	-
C	B	E
D	-	AF
E	E	BCG
F	-	D
G	CD	-

# Denk Durumlar

$M_{1.11}$  makinesinin **A** ve **B** durumları 1-denktir. **C** ve **F** durumları da 1-denktir. Buna karşılık **E** ve **G** durumları 1-denk değildir.

$M_{1.11}$  makinesinin **A** ve **D** durumları **2-denktir**. **B** ve **C** durumları **3-denktir**. **B** ve **C** durumları aynı zamanda **4-denktir**, **5-denktir**.

Buna karşılık **A** ve **D** durumları **3-denk değildir**.

Ş.D	x=0	x=1
→ A	A, 0	D, 1
B	C, 0	E, 1
C	G, 0	E, 1
D	G, 0	F, 1
E	E, 1	C, 0
F	B, 0	D, 1
G	B, 0	E, 1

# Denk Durum:

- M makinesi  $S_1$  ve  $S_2$  durumlarından herhangi birinde iken, uzunluğu  $n$  ya da daha kısa olan hangi giriş dizgisi uygulanırsa uygulansın, makine hep aynı çıkış dizgisini üretiyorsa, bu durumlara **n-denk** durumlar denir.
- Uygulamada, tüm  $n$ 'ler için  $n$ -denk olan durumlara denk durumlar denir.
- $n$  ve  $n$ 'den küçük tüm  $k$  değerleri için  $k$ -denk olan iki duruma ise  $n$ -denk denir.  
Örneğin  $M_{1.11}$  makinesinin **A** ve **F** durumları 2-denk durumlardır. Bu durumların 2 denk olarak nitelenmesi, 3-denk olmadıkları anlamına gelir. Ancak 2-denk olan durumlar doğal olarak 1-denktir. Ancak durum denkliği her zaman en büyük  $n$  değeri üzerinden belirtilir.

# Ayırdedebilir Durum:

M makinesin  $S_1$  ve  $S_2$  durumlarını ayırdetmek için eğer en az  $n$  uzunluğunda bir giriş dizgisi gerekli ise bu durumlara:

**$n$ -ayırdedilebilir** durumlar denir.

Eğer  $S_1$  ve  $S_2$  durumları  $n$ -ayırdedilebilir ise, bu iki durum  $(n-1)$ -denk'tir.

$M_{1.11}$  makinesinin **A** ve **E** durumları 1-ayırdedilebilirdir.

**B** ve **D** durumları ise 2 ayırdedilebilirdir.

Buna karşılık **A** ve **F** durumları 3-ayırdedilebilirdir.

**D** ve **F** durumlarını ise hiçbir giriş dizgisi ile ayırdetmek mümkün değildir.

Denk olan **D** ve **F** durumları ayırdedilemez durumlardır.

A  $\xrightarrow[Z=0]{X=0}$  A

E  $\xrightarrow[Z=1]{X=0}$  E

A ve E 1-Ayırdedilebilir

B  $\xrightarrow[Z=11]{X=10}$  E

D  $\xrightarrow[Z=10]{X=10}$  B

B ve D 2-Ayırdedilebilir

A  $\xrightarrow[Z=010]{X=010}$  G

F  $\xrightarrow[Z=011]{X=010}$  E

A ve F 3-Ayırdedilebilir

Ş.D	x=0	x=1
→ A	A, 0	D, 1
B	C, 0	E, 1
C	G, 0	E, 1
D	G, 0	F, 1
E	E, 1	C, 0
F	B, 0	D, 1
G	B, 0	E, 1

# Makine Denkliği

- $M_1$  ve  $M_2$ , giriş ve çıkış alfabeleri aynı olan iki makine olsun.  $M_1$  makinesinin durumlarını  $S_{11}, S_{12}, S_{13}, \dots$  olarak;  $M_2$  makinesinin durumlarını ise  $S_{21}, S_{22}, S_{23}, \dots$  olarak gösterelim.
  - $\forall S_{1i} \in M_1 \rightarrow \exists S_{2j} \in M_2 : S_{1i} = S_{2j}$
  - $\forall S_{2i} \in M_2 \rightarrow \exists S_{1j} \in M_1 : S_{2i} = S_{1j}$
- ise  $M_1 \cong M_2$

Eğer  $M_1$  makinesinin her durumu için  $M_2$  makinesinde bu duruma denk bir durum varsa;  $M_2$  makinesinin her durumu için de  $M_1$  makinesinde bu duruma denk bir durum varsa,  $M_1$  ve  $M_2$  makineleri denktir.

## 1.3.1.6 Makine İndirgeme

- Bir  $M$  makinesi verildiğinde, bu makinenin indirgenmesi ya da yalınlaştırılması, bu makineye denk makinelerden durum sayısı en küçük olanın bulunması anlamına taşır.
- Bu makineyi  $M_{\min}$  ya da  $M^*$  ile gösterebiliriz.
- Bir makineye denk bir ya da birden çok makine olabilir.

## 1.3.2 İndirgeme Yöntemi

- Sonlu özdevinirlerin indirgenmesi için denklik bölümlmeleri (*equivalence partitions*) kullanılır.
  - Bir M makinesi için,  $P_k$  ile gösterilen k-denklik bölümlmesi, k-denk durumların aynı bölümde yer aldığı bir bölümlmedir.
  - Örneğin bir Mealy makinesi olan  $M_{1.11}$  için 0-denklik bölümlmesi
    - $P_0 = (ABCDEFGG)$  tek bölüm içerir.
- Çünkü, hiçbir giriş simgesi uygulanmadan, bir Mealy makinesinin durumlarını ayırdetmek mümkün değildir.
- $M_{1.11}$  için 1-denklik bölümlmesi ise:
    - $P_1 = (ABCDFF)(E)$  iki bölüm içerir. Çünkü makinenin **E** dışındaki tüm durumları 1-denktir.



# İndirgeme yöntemi

- Makinenin denklik bölümlemesini bulmak için sırasıyla  $P_0, P_1, P_2, \dots$  bulunur. Denklik bölümlerlerinin türetilmesi  $P_{k+1} = P_k$  elde edilinceye kadar sürdürülür.
- $P_{k+1} = P_k$  elde edildiğinde, denklik bölümlemesinin

$P = P_k$  olduğu anlaşılır ve türetme kesilir.

$P_m$  denklik bölümlerinden,  $P_{m+1}$  denklik bölümlenmesinin türetilmesi için Teorem 1.3'den yararlanılır.

Teorem 1.3:

M makinesinin  $S_1$  ve  $S_2$  durumunun  $(m+1)$ -denk olması için aşağıdaki ik koşulun sağlanması gerekli ve yeterlidir.

- $S_1$  ve  $S_2$  m-denkle olmalı ( $P_m$  denklik bölünmesinde aynı bölümde bulunmalı).
- Tüm  $x$  giriş simgeleri için  $S_1$  ve  $S_2$  durumlarının  $x$ -ardıkları da m-denkle olmalı ( $P_m$  denklik bölümlenmesinde aynı bölüm bulunmalı).

# 1.3.2.1. Mealy Makinelerinin İndirgenmesi

- Mealy makinelerinin indirgenmesi  $M_{1.11}$  makinesi örnek alınarak incelenecektir.
- Daha önce belirtildiği gibi, hiçbir giriş uygulanmadan Mealy makinesinin durumları ayırdedilemez. Başka bir deyişle Mealy makinesinin tüm durumları 0-denktir.

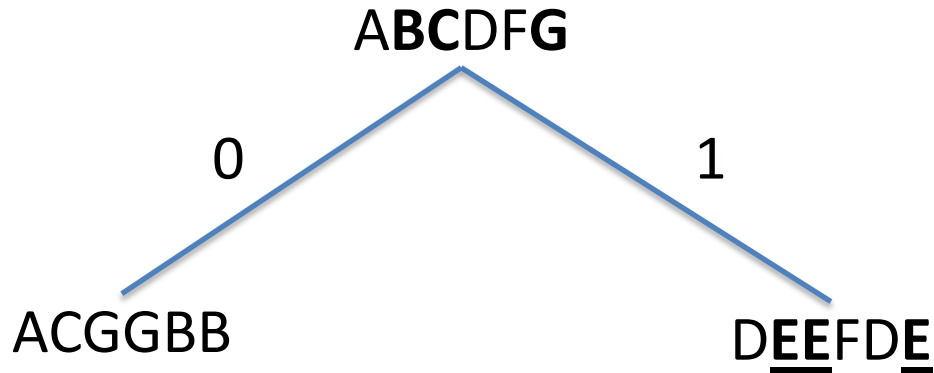
$P_0 = (ABCDEFGG)$

- $P_1$  denklik bölümlemesini bulmak için durum çizelgesinin incelenmesi yeterlidir.
- $M_{1.11}$ 'in durum çizelgesinde, E dışındaki tüm durumlar için, x geçişi sırasında üretilen çıkış değerinin birinci kolonda **0**, ikinci kolonda ise **1** olduğu görülür. Buna göre E dışındaki durumlar 1-denktir.

$P_1 = (ABCDG)(E)$

Ş.D	x=0	x=1
→ A	A, 0	D, 1
B	C, 0	E, 1
C	G, 0	E, 1
D	G, 0	F, 1
E	E, 1	C, 0
F	B, 0	D, 1
G	B, 0	E, 1

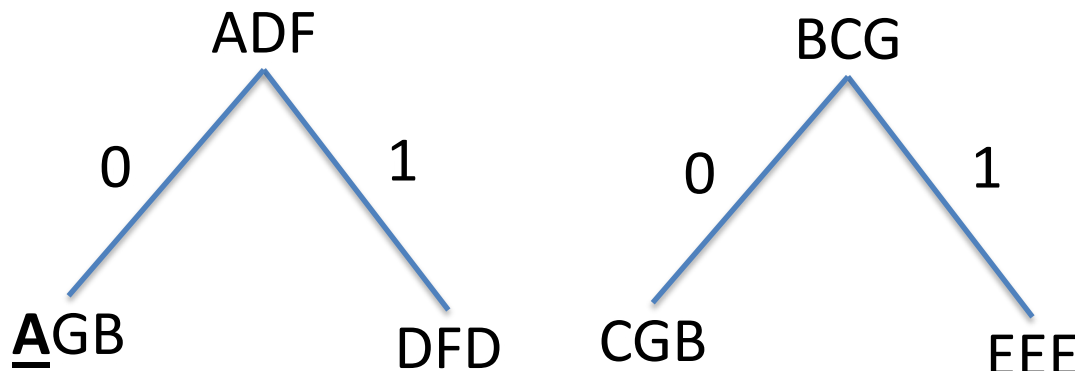
- $P_2$  denklik bölümlemesini bulmak için Teorem 1.3'den yararlanılır.
- $M_{1.11}$  makinesinin iki durumunun 2-denk olabilmesi için, hem bu iki durumun, hem de bu iki durumun **0** ve **1**-ardıllarının 1-denk olması; bunun için de  $P_1$  denklik bölümlemesinde aynı bölümde bulunması gerekir.



Ş.D	x=0	x=1
→ A	A, 0	D, 1
B	C, 0	E, 1
C	G, 0	E, 1
D	G, 0	F, 1
E	E, 1	C, 0
F	B, 0	D, 1
G	B, 0	E, 1

- $P_1$  bölümlenmesinde aynı bölümde bulunan **ABCD** durumlarının **0**-ardıkları,  $P_1$  bölümlenmesinde aynı bölümde yer aldığı için, 1-denktir. Ancak bu durumlarının **1** ardıklarının tümü 1-denk değildir. Burdan, **ADF** durumlarının kendi aralarında, **BCG** durumlarının da kendi aralarında 2-denk olduğu anlaşılır ve aşağıdaki  $P_2$  denklik bölümlenmesi elde edilir:  
 $P_2 = (ADF)(BCG)(E)$

$P_3$  denklik bölümlenmesini bulmak için **ADF** ve **BCG** durumlarının **0** ve **1**-ardıkları incelenir:

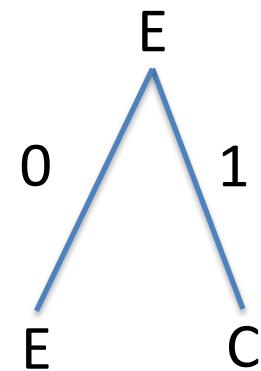
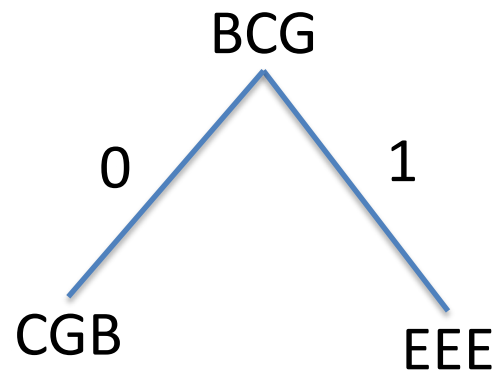
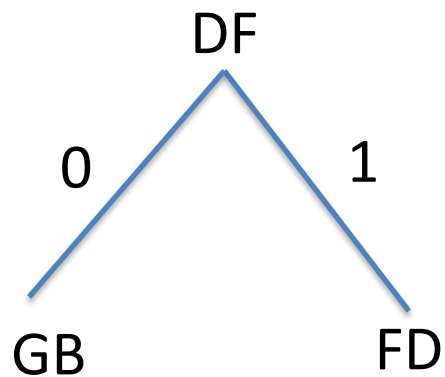
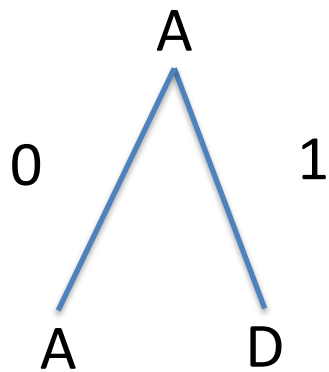


Ş.D	x=0	x=1
→ A	A, 0	D, 1
B	C, 0	E, 1
C	G, 0	E, 1
D	G, 0	F, 1
E	E, 1	C, 0
F	B, 0	D, 1
G	B, 0	E, 1

- Yapılan incemede **ADF** durumlarının **1** ardıllarının  $P_2$ 'de aynı bölümde yer aldığı, ancak **0**-ardıllarının  $P_2$ 'de aynı bölümde yer almadığı görülür. Bu nedenle **DF** durumlarının 3-denk olduğu, ancak **A** durumunun **D** ve **F** durumlarına 3-denk olmadığı anlaşılır ve  $P_3$ 'de **A** durumu **DF** durumlarından ayrılır. **BCG** durumlarına gelince, bu durumların hem **0** hem de **1**-ardılları  $P_2$ 'de aynı bölümde yer almaktadır. Buna göre **BCG** durumları 3 denk durumlardır ve  $P_3$  denklik bölümlenmesinde aynı bölümde yer alacaklardır. Sonuç olarak  $P_3$  denklik bölümlenmesi aşağıdaki gibi oluşur:

$$P_3 = (A)(DF)(BCG)(E)$$

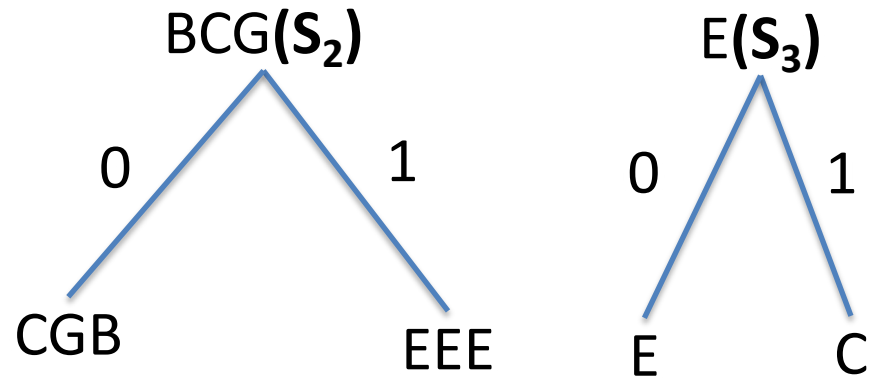
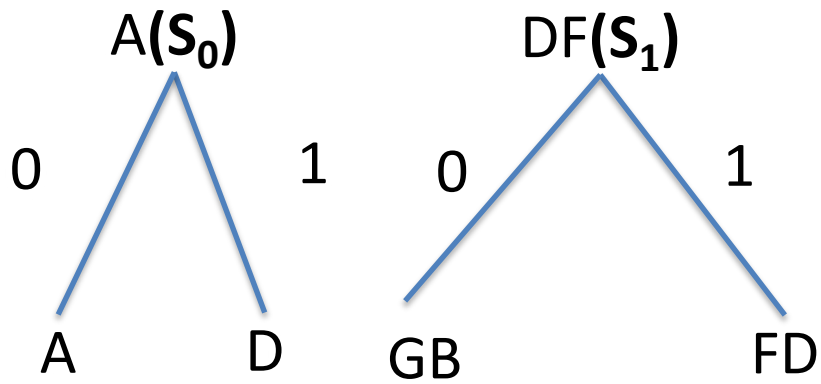
- $P_4$  denklik bölümlenmesini bulmak için **DF** ve **BCG** durumlarının **0** ve **1**-ardıllarını incelemek gerekir.
- BCG** durumlarının, daha önce incelenen ve yukarıda yer alan **0** ve **1** ardılları  $P_3$ 'de de aynı bölümde yer almaktadır. Bu nedenle **BCG** durumları  $P_4$ 'de de aynı bölümde yer alacaktır.



Ş.D	x=0	x=1
→ A	A, 0	D, 1
B	C, 0	E, 1
C	G, 0	E, 1
D	G, 0	F, 1
E	E, 1	C, 0
F	B, 0	D, 1
G	B, 0	E, 1

- **DF** durumlarının ardılları incelendiğinde ise, bu iki durumun **0** ve **1** ardıllarının  $P_3$ 'de aynı bölümde yer aldığı görülür. Bu nedenle **DF** durumları  $P_4$ 'de aynı bölümde yer alacaktır. Sonuç olarak,  $P_4$  denklik bölümlemesi  $P_3$ 'e eşittir.  

$$P_4 = P_3 = (A)(DF)(BCG)(E)$$
- Böylece  $M_{1.11}$  makinesinin denklik bölümlemesi:
- $P = (A)(DF)(BCG)(E)$
- olarak elde edilir. Denklik bölümlemesinde 4 bölüm olduğu için,  $M_{1.11}$ 'e denk en küçük makinenin 4 durumu olacaktır. En küçük makinenin durumları:
- **A** için  $S_0$ ,  
**DF** için  $S_1$ ,  
**BCG** için  $S_2$ ,  
**E** için  $S_3$  diye adlandırılırsa,  $M_{1.11}$  makinesine denk en küçük makinenin durum çizelgesi yandaki gibi bulunur.



Ş.D	x=0	x=1
→ A	A, 0	D, 1
B	C, 0	E, 1
C	G, 0	E, 1
D	G, 0	F, 1
E	E, 1	C, 0
F	B, 0	D, 1
G	B, 0	E, 1

Ş.D	x=0	x=1
→ $S_0$	$S_0, 0$	$S_1, 1$
$S_1$	$S_2, 0$	$S_1, 1$
$S_2$	$S_2, 0$	$S_3, 1$
$S_3$	$S_3, 1$	$S_2, 0$



## 1.3.2.2. Moore Makinelerinin İndirgenmesi

- Bilindiği gibi Moore makinelerinde çıkış işlevi, durumlar kümesinden çıkış alfabesine bir eşlemedir. Bu eşlemeyle her duruma bir çıkış simgesi eşlenir. Bir Moore makinesi belirli bir durumda iken belirli bir çıkış simgesi üretir. Bu nedenle hiçbir giriş simgesi uygulanmadan belirli durumlar ya da durum altkümeleri ayırdedilebilir. Başka bir deyişle, Moore makinesinin tüm durumları 0-denkleme değildir.
- Moore makinesinin  $P_0$  0-denkleme bölümlenmesinde, çıkış simgesi kadar bölüm bulunur.
- Mealy ve Moore makinelerinin indirgenmesindeki tek fark  $P_0$  0-denkleme bölümlenmesinin oluşturulmasıdır. İndirgemenin sonraki adımları benzer biçimde yürütülür.

# Örnek 1.12

Moore  
türü  $M_{1.12}$  makine  
sinin giriş ve çıkış  
alfabeleri  
 $\{0, 1\}$  alfabetesidir.  
Başlangıç durumu  
A olan makinenin  
geçiş ve çıkış  
işlevleri yandaki  
durum çizelgesi ile  
tanımlanmaktadır

ŞD	x=0	X=1	z
→ A	C	B	0
B	B	D	1
C	A	H	2
D	E	G	1
E	C	D	2
F	C	H	2
G	G	H	1
H	F	B	1

- Durumların çıkış değerlerine göre  $P_0$ :

(A)

$z=0$

(BDGH)

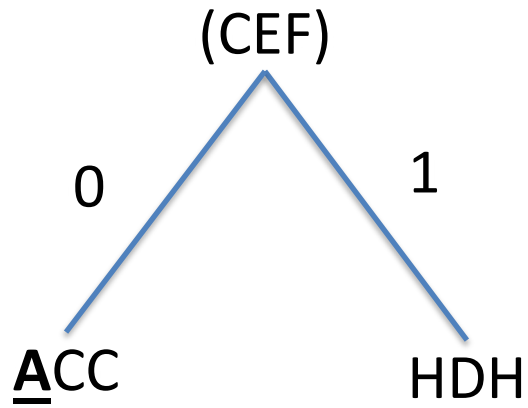
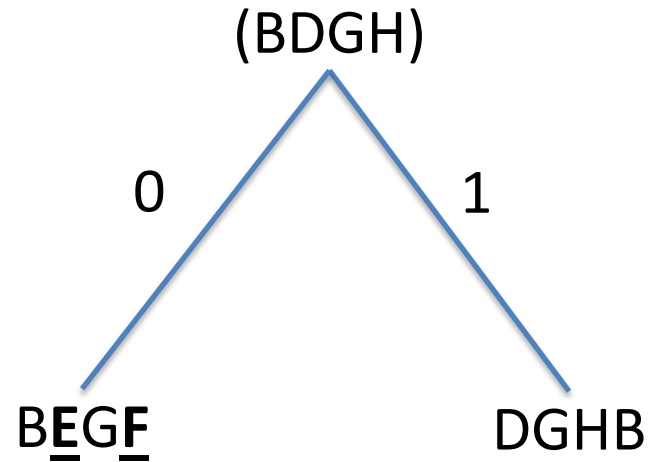
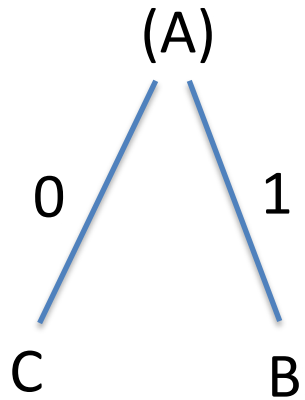
$z=1$

(CEF)

$z=2$

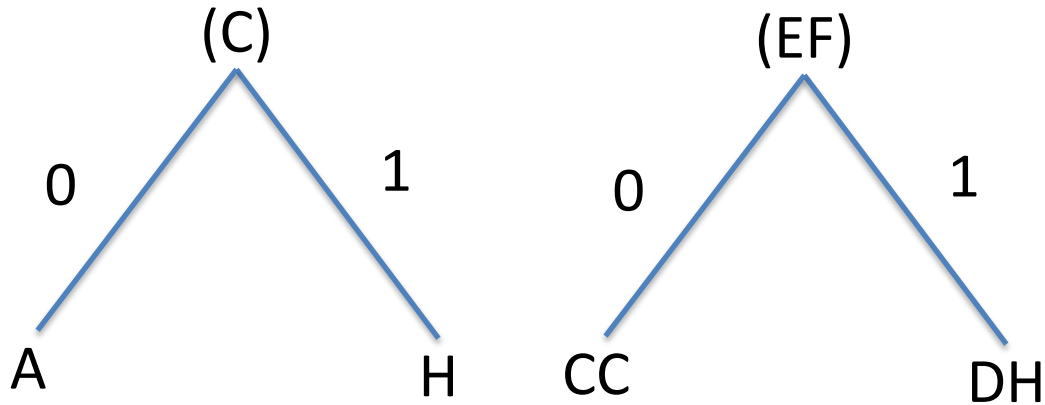
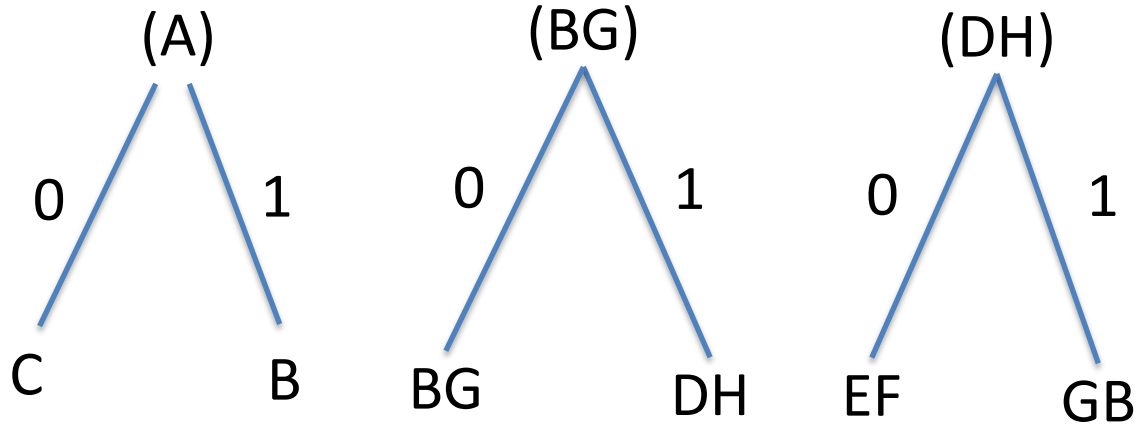
ŞD	x=0	X=1	z
→ A	C	B	0
B	B	D	1
C	A	H	2
D	E	G	1
E	C	D	2
F	C	H	2
G	G	H	1
H	F	B	1

- 0 ve 1 ardıllarına göre  $P_1$ :



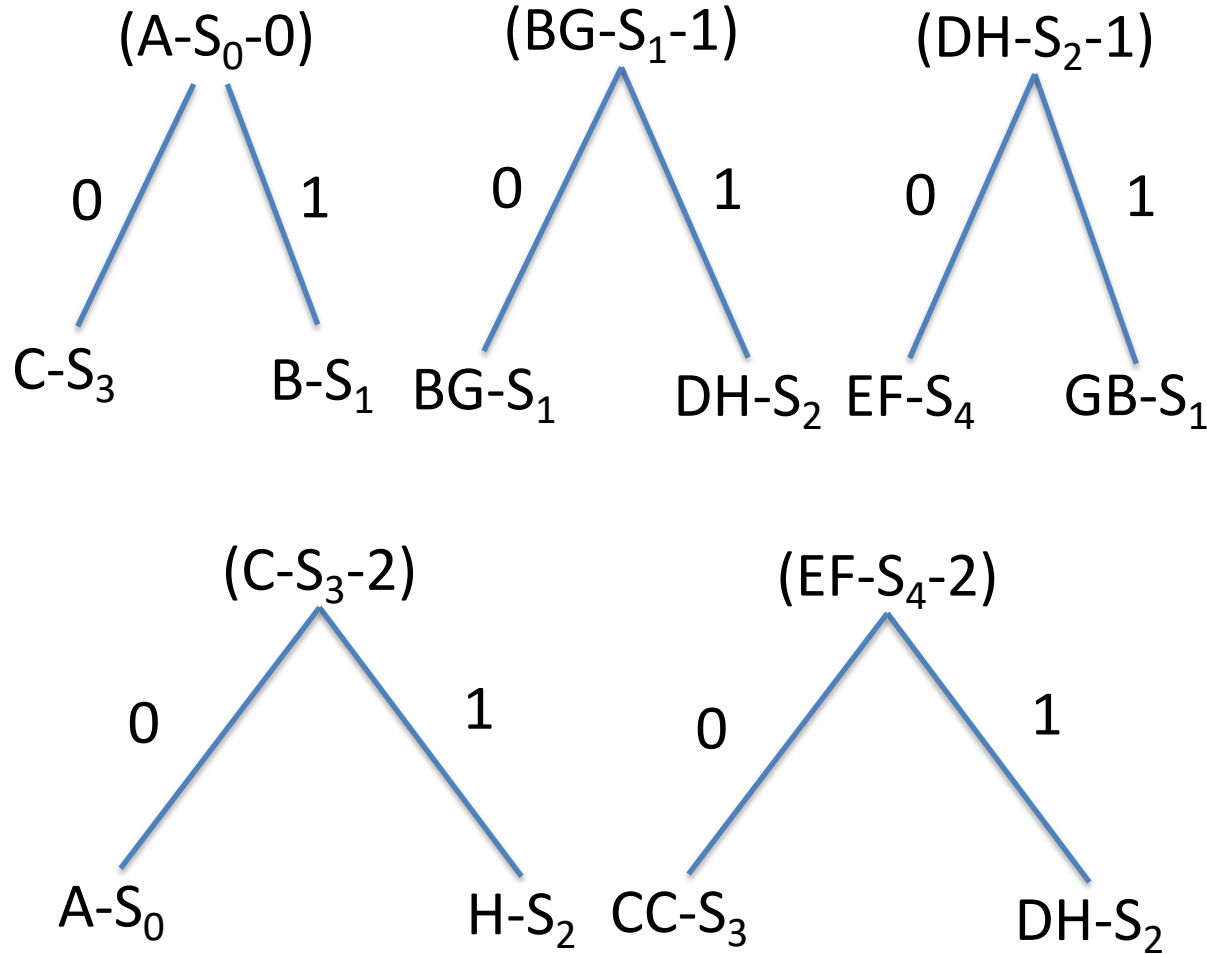
ŞD	x=0	X=1	z
A	→ C	B	0
B	B	D	1
C	A	H	2
D	E	G	1
E	C	D	2
F	C	H	2
G	G	H	1
H	F	B	1

- 0 ve 1 ardıllarına göre  $P_2$ :



ŞD	x=0	X=1	z
→ A	C	B	0
B	B	D	1
C	A	H	2
D	E	G	1
E	C	D	2
F	C	H	2
G	G	H	1
H	F	B	1

- Denklik bölümlemesinde 5 bölüm olduğu için,  $M_{1.12}$ 'ye denk en küçük makinenin 5 durumu olacaktır. En küçük makinenin durumları:
- **A** için  $S_0$ , **BG** için  $S_1$ , **DH** için  $S_2$ , **C** için  $S_3$  **EF** için  $S_4$  diye adlandırılırsa,  $M_{1.12}$  makinesine denk en küçük makinenin durum çizelgesi yandaki gibi bulunur.



ŞD	x=0	X=1	z
→ S <sub>0</sub>	S <sub>3</sub>	S <sub>1</sub>	0
S <sub>1</sub>	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	1
S <sub>2</sub>	S <sub>4</sub>	S <sub>1</sub>	1
S <sub>3</sub>	S <sub>0</sub>	S <sub>2</sub>	2
S <sub>4</sub>	S <sub>3</sub>	S <sub>2</sub>	2

# 1.3.2.3. Deterministik Sonlu Özdevinirlerin (DFA) İndirgenmesi

- Bilindiği gibi DFA modeli, Moore makinesinin kısıtlı bir türüdür. Moore modelinde çıkış alfabesi { **kabul**, **red** } gibi ikili bir alfabeyle sınırlanırsa, durumlar çıkış işlevi ile “**kabul eden**” ve “**kabul etmeyen**” durumlar olmak üzere ikiye ayrılır ve DFA modeli elde edilir. Buna göre DFA’ların indirgenmesi Moore makinelerinin indirgenmesi ile aynı olacaktır.

# Örnek 1.3

- Deterministik bir özdevinir (DFA) olan  $M_{1.13}$  yandaki durum çizeneği ile tanımlanmaktadır.
- Buna göre varsa indirgeme yapınız.

ŞD	x=0	x=1
→ q <sub>0</sub>	q <sub>0</sub>	q <sub>1</sub>
q <sub>1</sub>	q <sub>2</sub>	q <sub>4</sub>
q <sub>2</sub>	q <sub>4</sub>	q <sub>7</sub>
q <sub>3</sub>	q <sub>6</sub>	q <sub>5</sub>
q <sub>4</sub>	q <sub>5</sub>	q <sub>3</sub>
q <sub>5</sub>	q <sub>5</sub>	q <sub>7</sub>
q <sub>6</sub>	q <sub>7</sub>	q <sub>2</sub>
q <sub>7</sub>	q <sub>7</sub>	q <sub>5</sub>

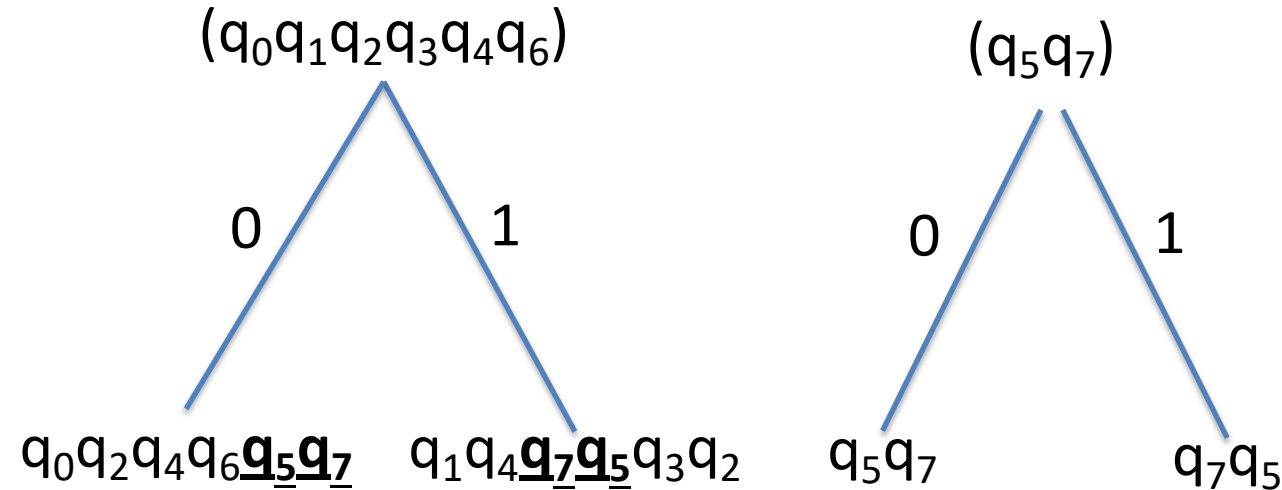


# Örnek 1.3

- Durumlar ilk etapta F kümesi içerisinde olup olmamalarına göre (tanıyıcı, tanıyıcı değil) olarak ayırdedilir.
- $P_0 = (q_0 q_1 q_2 q_3 q_4 q_6)(q_5 q_7)$

ŞD	x=0	X=1
→ q <sub>0</sub>	q <sub>0</sub>	q <sub>1</sub>
q <sub>1</sub>	q <sub>2</sub>	q <sub>4</sub>
q <sub>2</sub>	q <sub>4</sub>	q <sub>7</sub>
q <sub>3</sub>	q <sub>6</sub>	q <sub>5</sub>
q <sub>4</sub>	q <sub>5</sub>	q <sub>3</sub>
q <sub>5</sub>	q <sub>5</sub>	q <sub>7</sub>
q <sub>6</sub>	q <sub>7</sub>	q <sub>2</sub>
q <sub>7</sub>	q <sub>7</sub>	q <sub>5</sub>

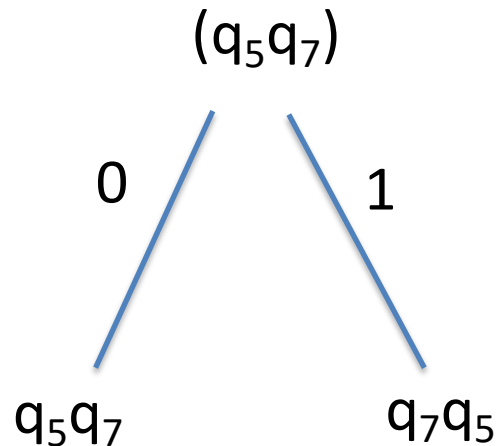
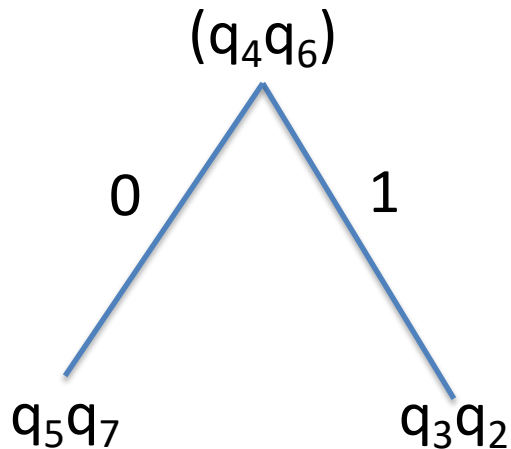
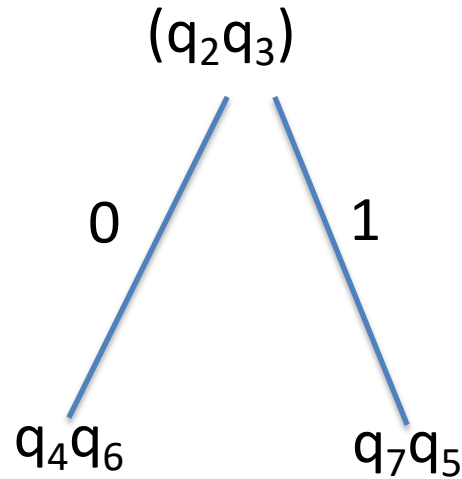
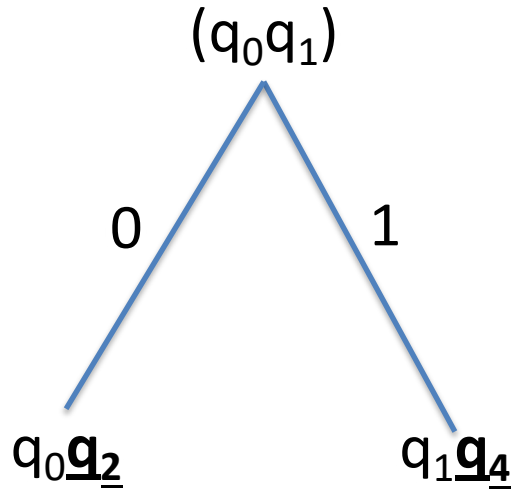
# 0 ve 1 ardıllarına göre $P_1$ :



$$P_1 = (q_0q_1) (q_2q_3) (q_4q_6) (q_5q_7)$$

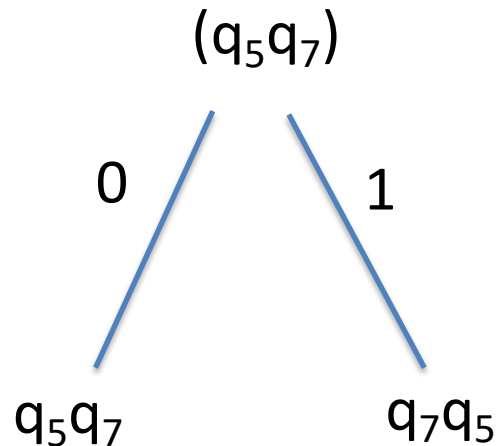
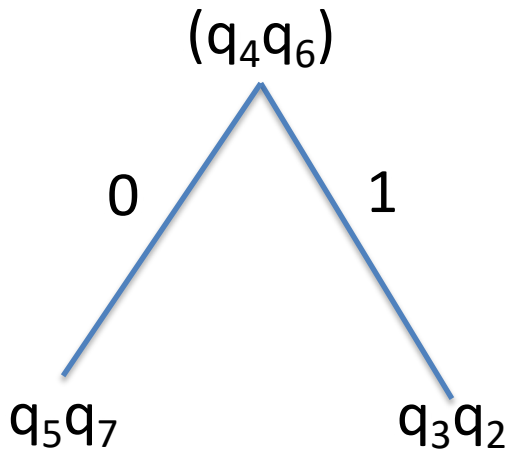
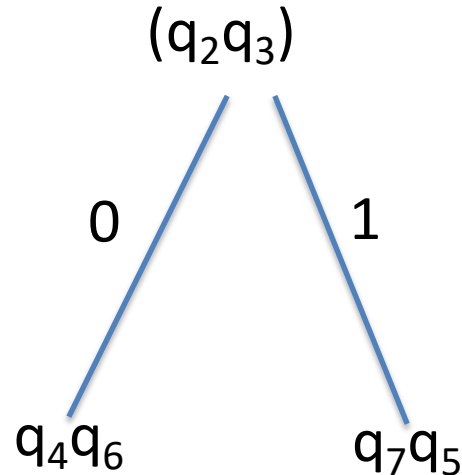
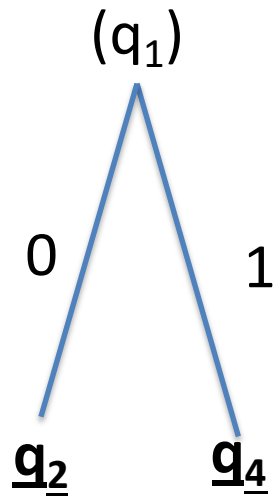
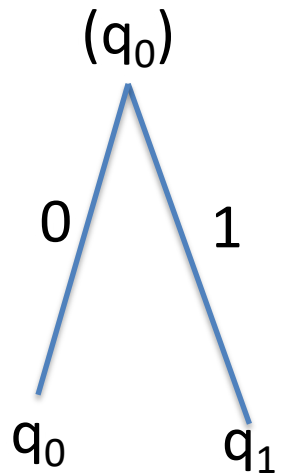
ŞD	x=0	x=1
→ $q_0$	$q_0$	$q_1$
$q_1$	$q_2$	$q_4$
$q_2$	$q_4$	$q_7$
$q_3$	$q_6$	$q_5$
$q_4$	$q_5$	$q_3$
$q_5$	$q_5$	$q_7$
$q_6$	$q_7$	$q_2$
$q_7$	$q_7$	$q_5$

# 0 ve 1 ardıllarına göre $P_2$ :



ŞD	x=0	X=1
→ $q_0$	$q_0$	$q_1$
$q_1$	$q_2$	$q_4$
$q_2$	$q_4$	$q_7$
$q_3$	$q_6$	$q_5$
$q_4$	$q_5$	$q_3$
$q_5$	$q_5$	$q_7$
$q_6$	$q_7$	$q_2$
$q_7$	$q_7$	$q_5$

# 0 ve 1 ardıllarına göre $P_2$ :



ŞD	x=0	x=1
→ $q_0$	$q_0$	$q_1$
$q_1$	$q_2$	$q_4$
$q_2$	$q_4$	$q_7$
$q_3$	$q_6$	$q_5$
$q_4$	$q_5$	$q_3$
$q_5$	$q_5$	$q_7$
$q_6$	$q_7$	$q_2$
$q_7$	$q_7$	$q_5$

- $P_2 = (q_0) (q_1) (q_2 q_3) (q_4 q_6) (q_5 q_7)$
- Denklik bölümlerinde 5 bölüm olduğu için,  $M_{1.13}$ 'e denk en küçük makinenin 5 durumu olacaktır. En küçük makinenin durumları:

$q_0$  için  $S_0$ ,  $q_1$  için  $S_1$ ,  $q_2 q_3$  için  $S_2$ ,  $q_4 q_6$  için  $S_3$ ,  $q_5 q_7$  için  $S_4$  diye adlandırılırsa,  $M_{1.13}$  makinesine denk en küçük makinenin durum çizelgesi yandaki gibi bulunur.

ŞD	x=0	X=1
→ $S_0$	$S_0$	$S_1$
$S_1$	$S_2$	$S_3$
$S_2$	$S_3$	$S_4$
$S_3$	$S_4$	$S_2$
$S_4$	$S_4$	$S_4$

# KONU ÖRNEK SORULARI

### Örnek 9

Aşağıda durum çizelgesi verilen Mealy makinesini indirgeyiniz.

ŞD	SD, z	
	x=0	x=1
A	C,1	F,0
B	H,1	F,0
C	E,0	F,1
D	F,1	C,0
E	F,1	C,0
F	D,0	C,1
G	H,1	C,0
H	E,0	J,0
J	G,0	J,1

## Çözüm

Denklik Bölümlemesi:  $P = (ADE) (BG) (CF) (H) (J)$   
 $S_0 \quad S_1 \quad S_2 \quad S_3 \quad S_4$

En küçük makinenin Durum Çizelgesi:

ŞD	SD, z	
	x=0	x=1
$S_0$	$S_2, 1$	$S_2, 0$
$S_1$	$S_3, 1$	$S_2, 0$
$S_2$	$S_0, 0$	$S_2, 1$
$S_3$	$S_0, 0$	$S_4, 0$
$S_4$	$S_1, 0$	$S_4, 1$



### Örnek 10

Aşağıdaki geçiş çizelgesi ile tanımlanan DFA'yı indirgeyiniz.

ŞD	SD, z	
	x=0	x=1
→A	A	E
B	C	E
C	D	G
D	F	G
E	F	B
F	C	G
⊙G	G	D

## Çözüm

Denklik Bölümlemesi:  $P = (A) (BE) (CDF) (G)$   
 $S_0 \quad S_1 \quad S_2 \quad S_3$

En küçük DFA'nın Geçiş Çizelgesi:

ŞD	SD, z	
	x=0	x=1
→S <sub>0</sub>	S <sub>0</sub>	S <sub>1</sub>
S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	S <sub>1</sub>
S <sub>2</sub>	S <sub>2</sub>	S <sub>3</sub>
Ⓢ <sub>3</sub>	S <sub>3</sub>	S <sub>2</sub>