Olasılık ve Raslantı Değişkenleri

Olasılık

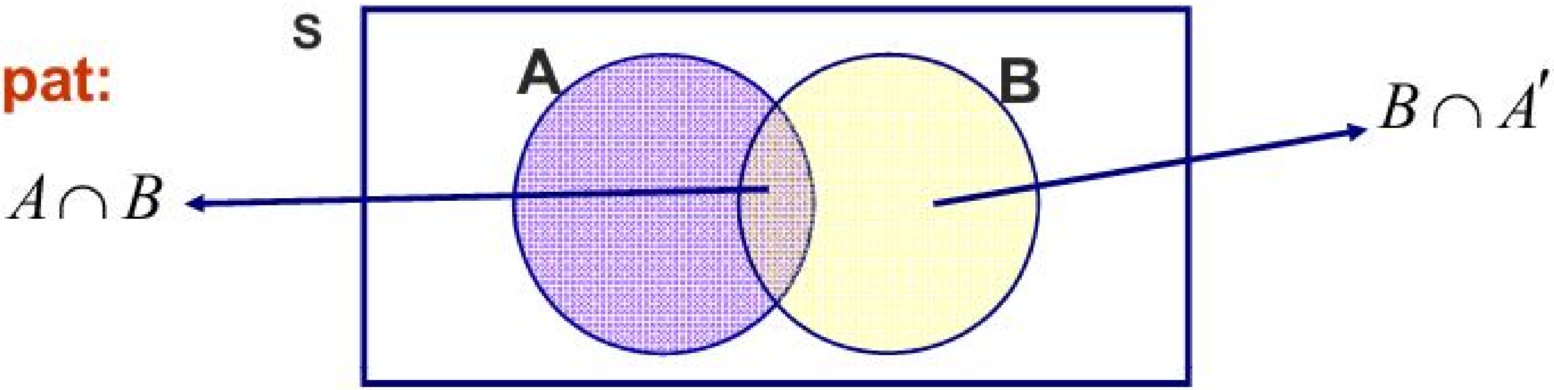
Toplam Kuralı ve Ayrık Olaylar

- **A ve B, S örnek uzayında iki olay olsun.**

$$\boxed{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \text{ dir.}}$$

Toplam Kuralı ve Ayrık Olaylar

İspat:



$$A \cup B = A \cup (B \cap A') \text{ ve } B = (A \cap B) \cup (B \cap A')$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B \cap A') \text{ veP}(B) = P(A \cap B) \cup P(B \cap A')$$

$$P(B \cap A') = P(B) - P(A \cap B)$$

$$\boxed{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$$

Örnek:

- 52 kartlık standart bir desteden rasgele bir kart çekildiğinde, bu kartın bir birli veya karo olması olasılığı nedir?

"Karo çekilmesi" olayı A, "Birli (As) çekilmesi" olayı B olsun. Bu örnek uzayda 52 örnek nokta vardır.

$$P(A) = 13/52, \quad \mathrm{P(B)} = 4/52, \quad \mathrm{P(A \cap B)} = 1/52 \ \text{ dir.}$$

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= \frac{13}{52} + \frac{4}{52} - \frac{1}{52} \\ &= \frac{16}{52} \end{aligned}$$

Toplam Kuralı ve Ayrık Olaylar

E_1, E_2, E_3, bir S örnek uzayında 3 olay ise,

$$P(E_1 \cup E_2 \cup E_3) = P(E_1) + P(E_2) + P(E_3) - P(E_1 \cap E_2)$$
$$- P(E_1 \cap E_3) - P(E_2 \cap E_3) + P(E_1 \cap E_2 \cap E_3)$$

İSPAT??

Toplam Kuralı ve Ayrık Olaylar

- Genel Sonuç

Genel olarak $A_1, A_2, \ldots, A_n$ rasgele olaylarsa

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{1 \le i < j \le n} P(A_i \cap A_j) + \ldots +$$

$$\sum_{1 \le i < j \le n} P(A_i \cap A_j \cap A_k) - \ldots + (-1)^{n-1} P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n)$$

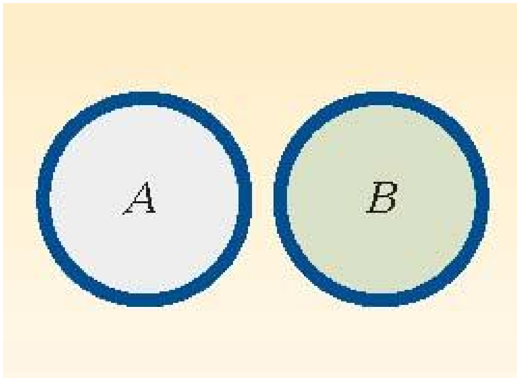
yazılır.

Toplam Kuralı ve Ayrık Olaylar

- A ve B ayrık olaylar ise

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$



Soru:

- Kamuoyunun %55’inin genetik mühendisliğini desteklediği, %45’ininse karşı olduğu bilinmektedir. Rasgele iki kişi seçilerek ve bu kişilerin genetik mühendisliğini destekleyip desteklemedikleri öğrenilmek istenmektedir.

  a) Bu deneyin ağaç diyagramını çiziniz.

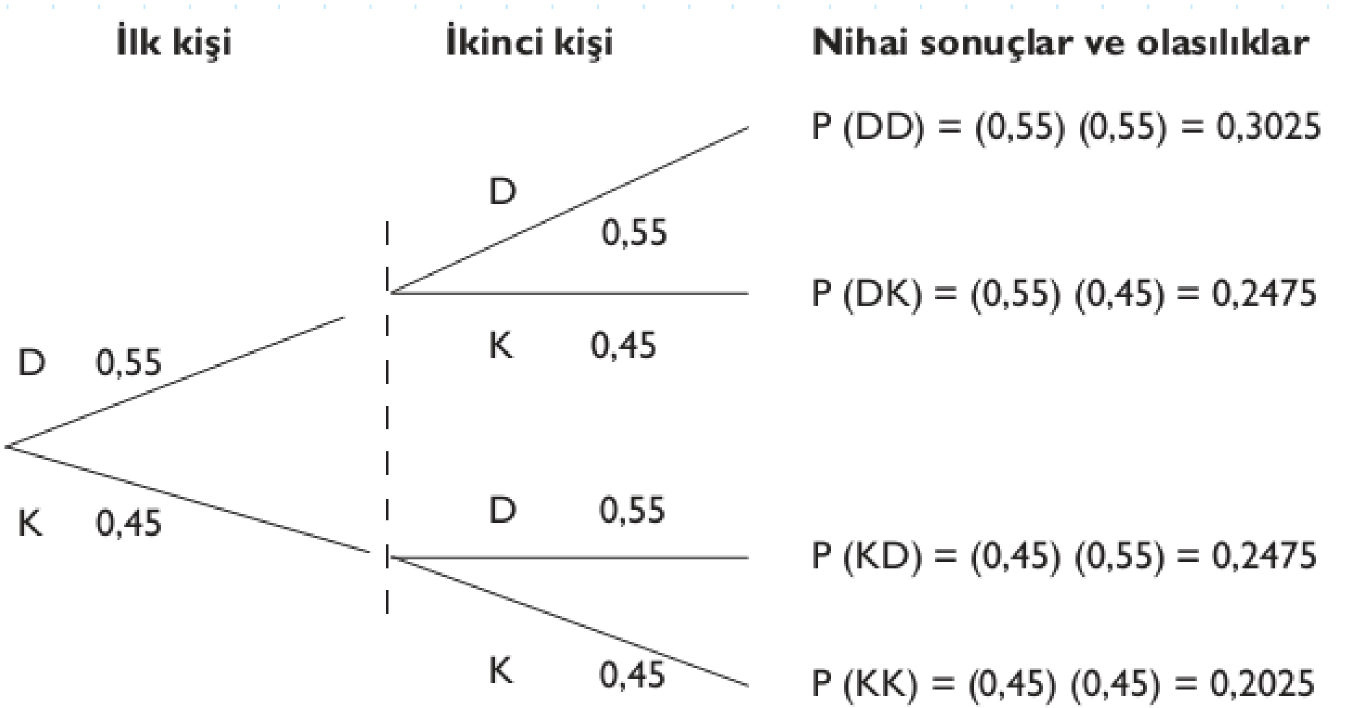
  b) İki kişiden en az birinin genetik mühendisliğini desteklemesi olasılığını bulunuz.

Cevap

a) Deneyin olayları tanımlanacak olursa;

D = Genetik mühendisliğinin desteklenmesi

K = Genetik mühendisliğine karşı olunması



Cevap-devam

b) İki kişiden en az birinin genetik mühendisliğini desteklemesi DD, DK ve KD sonuçlarını içermektedir ve bu üç ayrık olayın bileşiminin olasılığı,

$$\begin{aligned} P\,(\text{en az bir kişi destekliyor}) &= P\,(DD \cup DK \cup KD) \\ &= P\,(DD) + P\,(DK) + P\,(KD) \\ &= 0.3025 + 0.2475 + 0.2475 \\ &= 0.7975 \end{aligned}$$

Koşullu Olasılık

- Bir A olayının olasılığı ile ilgilendiğimizi varsayalım ve A'dan farklı bir B olayının gerçekleşmiş olduğu bilgisi verilmiş olsun.
- A'nın olasılığının, B hakkındaki ek bilgiden nasıl etkilendiğini bilmek istiyoruz.
- Örnek: İki zarın birlikte atılması deneyinde üst yüzlerde görülen sayılar toplamının 7 olduğu bilindiğine göre zarların birinde 3 diğerinde 4 gelmesi olasılığını öğrenmek gibi..

Koşullu Olasılık

A ve B, bir S örnek uzayında iki olay olsun. B verilmişken, A olayının koşullu olasılığı P(A/B) aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)},\quad (P(B)\neq 0\ \text{ ise})$$

Benzer şekilde

$$P(B/A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)},\quad (P(A)\neq 0\ \text{ ise})$$

Koşullu Olasılık

- Buradan

$$P(A \cap B) = P(B).P(A / B)$$

$A \cap B = B \cap A$ olduğundan

$$P(A \cap B) = P(A).P(B / A)$$

da yazabiliriz

Örnek

- İki zar birlikte atıldığında toplam 6 olduğunda birinin 2 olma olasılığını bulunuz.

- A={Zarlardan birinin 2 olması}
- B={Toplamının 6 olması}
- Bu durumda

  A={(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6),(1,2),(3,2),(4,2),(5,2),(6,2)}

  B={(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1)}

  A∩B={(2,4),(4,2)}

$$P(\mathrm{A}|\mathrm{B}) = \frac{P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})}{P(\mathrm{B})} = \frac{2/36}{5/36} = \frac{2}{5} = 0.4$$

Örnek

- 52 kartlık bir desteden rasgele bir kart çekilsin.
  - A olayı“Kart bir maçadır” olsun.
  - B olayı ise “kartın siyah renkli” olması olsun.

B verilmişken A’nın gerçekleşme olasılığını bulunuz.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{13/52}{26/52} = \frac{1}{2} = 0.5$$

- B olayı hakkında ek bilgi verilmeseydi, A olayının olasılığı

$$P(A) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$$

- Yani ek bilgi A olayının olasılığını arttırmıştır

Örnek

- 10 tanesi kusurlu 50 parça arasından iadesiz olarak rasgele iki parça seçildiğinde her iki parçanın da kusurlu olma olasılığı nedir?
  - A olayı “İlk seçilen parça kusurlu”
  - B olayı “İkinci seçilen parça kusurlu”

$$P(\mathrm{A}) = \frac{10}{50} = \frac{1}{5} \qquad P(\mathrm{B}|\mathrm{A}) = \frac{9}{49}$$

- Bu durumda

$$P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = P(\mathrm{B}|\mathrm{A})P(\mathrm{A}) = \frac{9}{49}\frac{1}{5} = \frac{9}{245}$$

Örnek

- Bir firmada çalışan 100 kişiye, üst düzey yöneticilere çok yüksek ücretler ödenmesini onaylayıp onaylamadıkları sorulmuş ve aşağıdaki tabloda verilen sonuçlar elde edilmiştir:

Cinsiyet	Onaylıyor	Onaylamıyor
Erkek	15	45
Kadın	4	36

Rasgele seçilen bir çalışanın erkek olduğu biliniyorsa, bu kişinin onaylama olasılığını bulunuz.

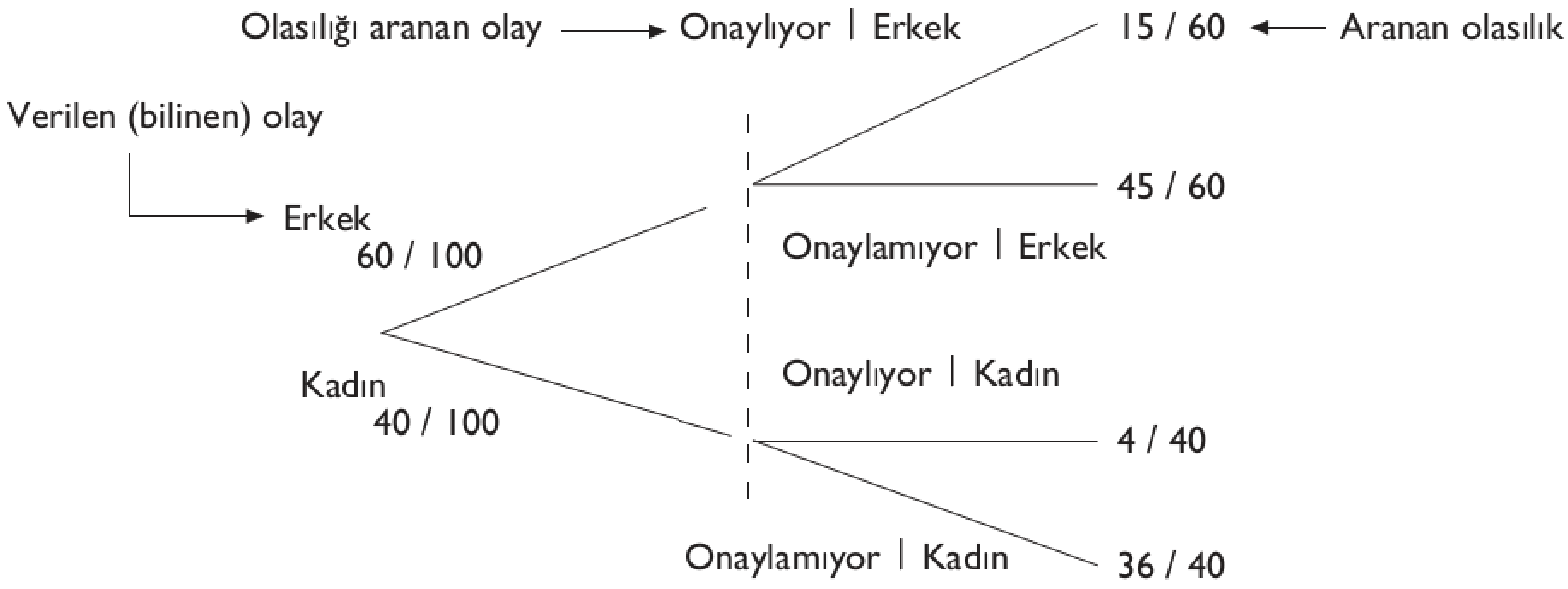
$$P(O+|\text{Erkek}) = \frac{oes}{tes} = \frac{15}{60} = 0.25$$

oes → **O**naylayan **E**rkek **S**ayısı
tes → **T**oplam **E**rkek **S**ayısı

Örnek

- Verilen problem için **ağaç diyagramı**

Cinsiyet	Onaylıyor	Onaylamıyor	Toplam
Erkek	15	45	60
Kadın	4	36	40
Toplam	19	81	100



Örnek

- Bir önceki örnekteki sonuçlardan yararlanarak, rasgele seçilen kişinin üst düzey yöneticilere yüksek ücret verilmesini onayladığı bilindiğine göre, bu kişinin kadın çalışan, olma olasılığını bulunuz.

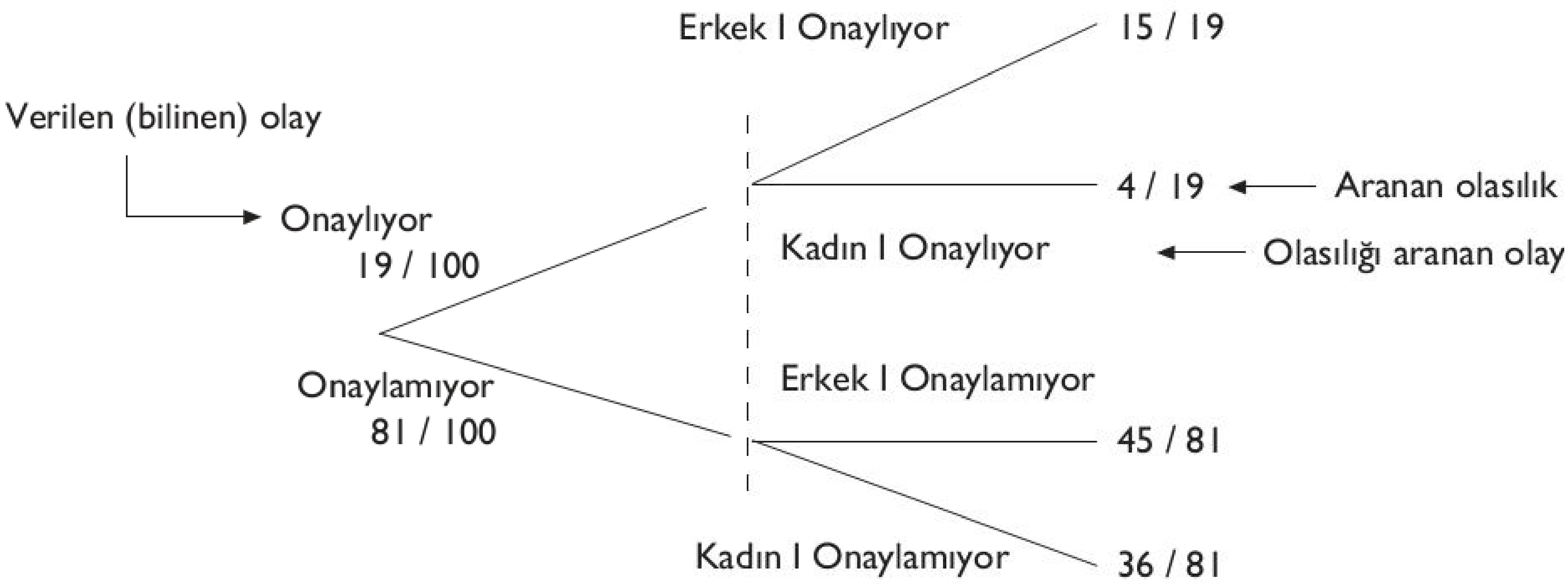
Cinsiyet	Onaylıyor	Onaylamıyor	Toplam
Erkek	15	45	60
Kadın	4	36	40
Toplam	19	81	100

$$\mathrm{P}(\mathrm{K}|\mathrm{O}+) = \frac{oks}{tos} = \frac{4}{19} = 0.211$$

oks → **O**naylayan **K**adın **S**ayısı

tos → **T**oplam **O**naylayanların **S**ayısı

- **Örneğin ağaç diyagramı:**



Örnek

- Bir üniversitede okuyan öğrencilerin %70'i tiyatroya, %35 ise sinemaya ilgi duymaktadır.
  - Bir öğrencinin sinemaya ilgi duyduğu bilindiğinde tiyatroya ilgi duyma olasılığı 0,40 ise her iki aktiviteye birden ilgi duyma olasılığı nedir?
  - Bir öğrencinin sinemaya veya tiyatroya ilgi duyma olasılığı nedir?

- T→ Tiyatroya ilgi duyma
  P(T)=0,70

  S→ Sinemaya ilgi duyma
  P(S)=0,35

a) $P(T/S) = 0{,}40 \quad P(T \cap S) = ?$ $\qquad P(T/S) = \dfrac{P(T \cap S)}{P(S)}$

$$P(T \cap S) = P(T/S) \quad P(S) = 0{,}40 \,.\, 0{,}35 = 0{,}14$$

b)
$$P(T \cup S) = P(T) + P(S) - P(T \cap S)$$
$$= 0{,}70 + 0{,}35 - 0{,}14 = 0{,}91$$

Soru:

- Bir üniversite rektörü, tüm öğrencilerin etik konusunda bir dersi (zorunlu) almasının yararlı olacağını düşünmektedir. Bu konuda öğretim elemanı ve öğrencilerden oluşan toplam 300 kişiye düşüncesini sormuş ve elde edilen sonuçlardan aşağıdaki tablo oluşturulmuştur.

Sorulan	Katılıyor	Karşı	Çekimser	Toplam
Öğretim elemanı	45	15	10	70
Öğrenci	90	110	30	230
Toplam	135	125	40	300

- Bu gruptan rasgele seçilen birinin öğretim elemanı ya da katılıyor olma olasılığını bulunuz.

Cevap

A = Seçilen kişi öğretim elemanı

B = Seçilen kişi düşünceye katılmakta

$P(A) = 70 / 300 = 0.233$

$P(B) = 135 / 300 = 0.450$

$P(A \cap B) = P(A)\, P(B \mid A) = (70 / 300)\,(45 / 70) = 0.150$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.233 + 0.450 - 0.150$$
$$= 0.533$$

Koşullu Olasılık İçin Çarpma Teoremi

- $A_1, A_2, \ldots, A_n$ olayları bir deneyin S örnek uzayında ise

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n) = P(A_1).P(A_2 / A_1).P(A_3 / A_1 \cap A_2)\ldots$$
$$.P(A_n / A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_{n-1}) \qquad \text{dir.}$$

Örnek

- 52'lik bir desteden yerine koymaksızın 3 kart çekiliyor. Bu 3 kartında As olma olasılığı nedir?

A1:İlk kart bir As'tır.

A2:İkinci kart bir As'tır.

A3: Üçüncü kart bir As'tır.

$$P(A_1)=\frac{4}{52}, \quad \mathrm{P}(\mathrm{A}_2 / A_1)=\frac{3}{51} \quad \text{ve} \quad P(A_3 / A_1 \cap A_2)=\frac{2}{50} \quad \text{dir.}$$

Örnek - devam

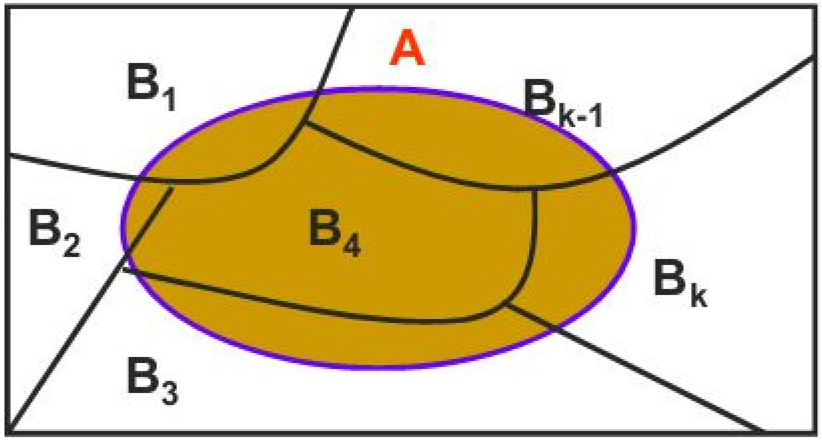
- $A_1 \cap A_2 \cap A_3$ olayının olasılığı;
  - ilk çekilişte As bulma olasılığı;
  - ilk çekilişte As bulunduğu verilmişken ikinci çekilişte As bulma olasılığı;
  - birinci ve ikinci çekilişte As bulunduğu verilmişken üçüncü çekilişte As bulunması olasılığının çarpımlarına eşittir.

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1).P(A_2 / A_1).P(A_3 / A_1 \cap A_2)$$

$$= \frac{4}{52} \cdot \frac{3}{51} \cdot \frac{2}{50}$$

$$= \frac{24}{132600} = 0,000181$$

Örnek Uzayın Parçalanışı



$a)\ B_i \cap B_j = \varnothing$ tüm $i \neq j$'ler için

$b)\ \bigcup_{i=1}^{k} B_i = S$

$c)\ P(B_i) > 0$ tüm i'ler için

ise B_1, B_2, …, B_k olaylarına S örnek uzayının bir parçalanışı denir.

Toplam Olasılık Yasası

- $B_1, B_2, \ldots, B_k$ olayları bir S örnek uzayının bir parçalanışı ise S'deki herhangi bir A olayı için

$$\boxed{P(A) = \sum_{i=1}^{k} P(B_i) P(A / B_i)} \quad \text{dir.}$$

Toplam Olasılık Yasası (ispat)

A olayını aşağıdaki gibi yazabiliriz.

$$A = (A \cap B_1) \cup (A \cap B_2) \cup ... \cup (A \cap B_k)$$

$$P(A) = P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) + ... + P(A \cap B_k)$$

Toplam Olasılık Yasası

$$\boxed{P(A) = P(A / B_1)P(B_1) + P(A / B_2)P(B_2) + ... + P(A / B_k)P(B_k)}$$

Örnek

- Bir depoda 20 kusurlu 80 kusursuz elektrik ampulü bulunsun. Yerine koymaksızın 2 ampul seçelim. İkinci seçilen ampulün kusurlu olması olasılığını bulunuz.

A={İlk seçilen kusurludur}

A'={İlk seçilen kusursuzdur}

B= {İkinci seçilen kusurludur}

$$P(B) = P(A).P(B / A) + P(A').P(B / A')$$

$$= \frac{1}{5}.\frac{19}{99} + \frac{4}{5}.\frac{20}{99} = \frac{1}{5}$$

Bağımsız Olaylar

- Eğer bir olayın ortaya çıkması öteki olayın ortaya çıkma olasılığını etkilemiyorsa, bu iki olaya bağımsız olaylar denir.
- **Örnek:** Mavi gözlere sahip olmak

$$P(A \cap B) = P(B).P(A / B)$$

- Bağımsızlık durumunda

$$P(A / B) = P(A)$$

- A ve B olaylarının bağımsız olması için gerek ve yeter koşul

$$\boxed{P(A \cap B) = P(A).P(B)}$$

Bağımsız Olaylar

- Bir para iki kez atılsın. İki kez tura gelmesi olasılığı nedir?

  A= {İlk atışta tura gelmesi}
  B= {İkinci atışta tura gelmesi}

  İki olay bağımsız olduğundan

$$P(A \cap B) = P(A).P(B)$$
$$= \frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Burada

$$A = \{TY, TT\} \text{ ve } \mathrm{B}=\{\mathrm{YT,TT}\},\ A \cap B = \{TT\} \neq \varnothing$$

Bağımsız Olaylar

- A ve B bağımsız olaylarsa A ve B kümelerinin en az bir ortak örnek noktası vardır. Yani

$$A \cap B \neq \varnothing$$

$$P(A) \neq 0 \text{ ve } P(B) \neq 0$$

- **Soru:** İki zarın tek bir atılışında iki birli gelmesi olasılığı nedir?

Örnek:

- Bir kutuda, I. Makinede üretilmiş 60, II. Makinede üretilmiş 40 olmak üzere toplam 100 kaset bulunmaktadır. I. Makinede üretilen 60 kasetin 9 tanesi, tüm kasetlerinde 15 tanesi bozuktur. Rasgele seçilen bir kasetin bozuk olması D ve bu kasetin I. Makinede üretilmiş olması A olayını göstermektedir. A ve D olayları bağımsız mıdır?

Makine	Bozuk (D)	Sağlam (S)	Toplam
Makine I (A)	9	51	60
Makine II (B)	6	34	40
Toplam	15	85	100

$P(D) = 15 / 100 = 0.15$ $\quad$ $P(D \mid A) = 9 / 60 = 0.15$

I. ve II. Makinede üretilen bozuk kaset yüzdesi aynı olduğu için, (9 / 60 = 6 / 40) her iki makinenin de bozuk kaset üretme olasılığı 0.15 olduğu için, **bu olaylar bağımsız olaylardır**.

Soru:

- Bir firmada çalışan 420 kişiye sigara içip içmedikleri ve üniversite mezunu olup olmadıkları sorularak aşağıdaki iki yönlü tablo oluşturulmuştur.

Sigara	Üniversite mezunu	Üniversite mezunu değil
İçiyor	35	80
İçmiyor	130	175

"Sigara içme" ve "Üniversite mezunu olmama" olayları bağımsız olaylar mıdır?

Soru:

- Örnek: Bir kutuda 1 den 9 a kadar numaralanmış biletler vardır. Kutudan artarda 3 bilet çekildiğinde;

  a) tek, çift, tek veya çift, tek, çift çekilme olasılığını bulunuz.

  b) çekilen biletlerden en az 2 tanesinin çift olma olasılığını bulunuz.

- Çözüm:

  a) $P(TÇT \cup ÇTÇ) = \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} \cdot \frac{4}{7} + \frac{4}{9} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{80}{504} + \frac{60}{504} = \frac{140}{504} = \frac{5}{18} = 0.278$

  b) $P(Ç \geq 2) = P(Ç = 2) + P(Ç = 3) = P(TÇÇ \cup ÇTÇ \cup ÇÇT) + P(ÇÇÇ)$

  $= (\frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} + \frac{4}{9} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7} + \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7}) + (\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7}) = \frac{60+60+60}{504} + \frac{24}{504} = \frac{204}{504} \cong 0,405$

Bağımlı Olaylar

İki veya daha fazla olayın gerçekleşmesi birbirine bağlıysa yani bir olayın sonucu diğer olayın sonucunu etkiliyorsa böyle olaylara bağımlı olaylar denir. $(P(A|B) \neq P(A), P(B|A) \neq P(B))$

- **Soru:** Aynı anda 2 zar atalım, zarların yüzlerindeki sayılar toplamının 11 (r + b = 11) ve aynı anda r ≠5 olması olasılığı nedir?
- **Çözüm:** Örnek uzayda r + b = 11 olan (5,6) ve (6,5) örnek noktaları vardır. Bu iki elemanlı kümeyi E = ((5,6); (6,5)) ile gösterirsek,

$$P(E) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

r ≠5 ile tanımlanan küme F olsun. Bu nedenle F içinde 30 örnek nokta vardır

$$P(F) = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$$

E ve F aynı anda gerçekleşecek olaylar olduğundan ve yalnız (6,5) noktası ortak olduğu için,

$$P(E \cap F) = \frac{1}{36}$$

$P(E).P(F) = \frac{1}{18}.\frac{5}{6} \neq \frac{1}{36}$ olduğundan E ve F olayları bağımlı olaylardır.

Olasılıkların Çarpımının Toplanması Kuralı ve Bayes Teoremi

Çoğu zaman son meydana gelen olay, daha önce bazı olayların meydana gelip gelmemesine dayanır. Mesela bir hastanın iyileşmesi olayı, hastalığın doğru teşhisi olayı ve uygun tedavinin tatbiki olayına dayanır. Bir cihazın güvenilir olarak çalışabilir olması, cihazın dizaynından, mamul hale gelene kadar geçirdiği safhaların başarılı bir şekilde neticelendirilmiş olmasına bağlıdır. Bu ve benzeri konularda kullanılabilecek genel bir teknik geliştirmek için aşağıdaki problemi inceleyelim.

Olasılıkların Çarpımının Toplanması Kuralı ve Bayes Teoremi

- **Örnek :** İki kavanozdan birincisinde **4 siyah** ve **6 kırmızı** top, ikincisinde **3 siyah** ve **2 kırmızı** top vardır. Rasgele bir kavanoz seçer ve seçilen kavanozdan yine rasgele bir top çekersek;
  - a) Siyah bir top çekilmiş olma olasılığı nedir?
  - b) Siyah topun çekildiği bilindiğinde birinci kavanozun seçilmiş olma olasılığı nedir?

Olasılıkların Çarpımının Toplanması Kuralı ve Bayes Teoremi

- **Çözüm:**

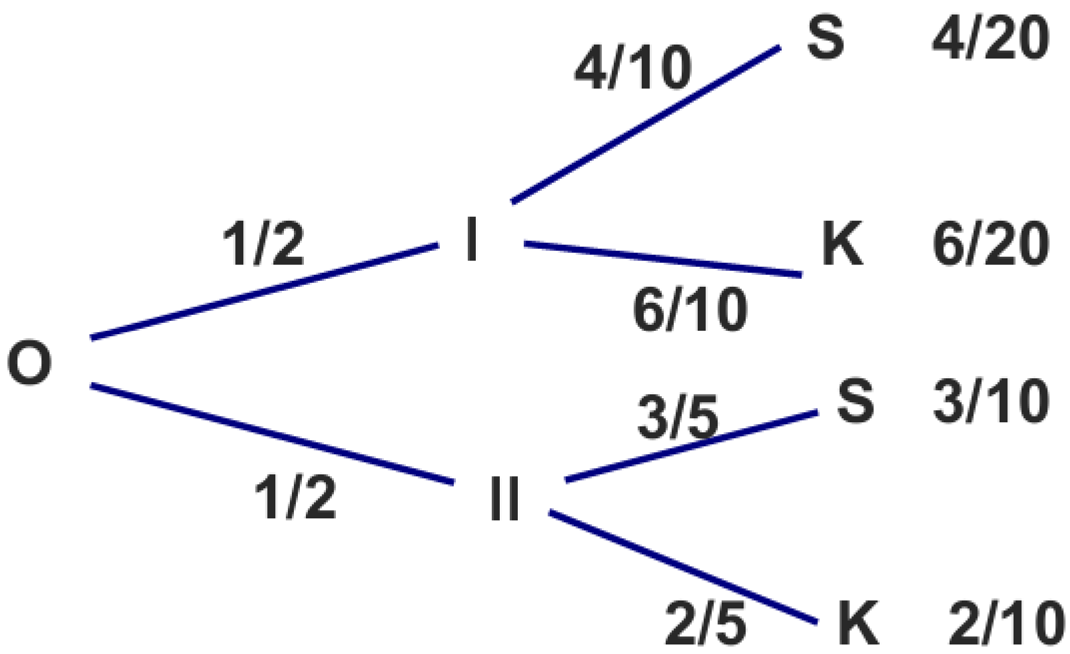
  A: I. kavanozun seçilmesi
  B: II. kavanozun seçilmesi
  E: Siyah topun çekilmesi

  - **a) P(Siyah)=P(I. kavanoz ve siyah)+P(II. kavanoz ve siyah)**

$$P(E) = P(A \cap E) + P(B \cap E) \qquad \text{veya}$$

$$P(E) = P(A).P(E/A) + P(B).P(E/B) \quad \text{dir.}$$

Olasılıkların Çarpımının Toplanması Kuralı ve Bayes Teoremi



$$P(E) = \frac{1}{2}.\frac{4}{10} + \frac{1}{2}.\frac{3}{5} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

Olasılıkların Çarpımının Toplanması Kuralı ve Bayes Teoremi

- **P(Kavanoz I/Siyah)=P(Kavanoz I ve siyah)/P(Siyah)**

$$P(A/E)=\frac{P(A\cap E)}{P(E)}$$

$$P(A\cap E)=\frac{4}{20}\quad \text{(Ağaç diyagramını kullanarak)}$$

$$P(E)=\frac{10}{20}\quad \text{(a şıkkından)}$$

$$P(A/E)=\frac{4/20}{10/20}=\frac{4}{10}$$

Olasılıkların Çarpımının Toplanması Kuralı ve Bayes Teoremi

- Teorem: $B_1, B_2, \ldots, B_k$'lar bir S örnek uzayının parçalanışı olsun. A, S içinde $P(A) \neq 0$ olan bir olay ise

$$\boxed{P(B_r / A) = \frac{P(B_r)P(A / B_r)}{\sum_{i=1}^{k} P(B_i)P(A / B_i)}}$$

- Sonucun bilindiği durumda sebebin hangi olasılıkla hangi olaydan meydana geldiği ile ilgilenir. Yani A olayı meydana geldiği takdirde bu durumun B_r olayından kaynaklanmış olma olasılığı Bayes Teoremi ile bulunur.

Olasılıkların Çarpımının Toplanması Kuralı ve Bayes Teoremi

- Cıvata üreten bir fabrikada toplam üretimin % 30'u A, % 30'u B, % 40'ı C makineleri tarafından yapılmaktadır. Bu makinelerin, sırasıyla üretimlerinin % 1, %3 ve %2'si kusurlu cıvatalardır. Bir günlük üretim sonunda bir cıvata seçiliyor ve kusurlu olduğu görülüyor. Bu cıvatanın A makinesi, B makinesi, C makinesinde üretilmiş olma olasılığı nedir?

Olasılıkların Çarpımının Toplanması Kuralı ve Bayes Teoremi

E: Kusurlu cıvata
A: Cıvata A makinesinde yapıldı
B: Cıvata B makinesinde yapıldı
C: Cıvata C makinesinde yapıldı.

$$P(A) = 0.30, \quad P(E/A) = 0.01, \quad P(B) = 0.30, \quad P(E/B) = 0.03,$$
$$P(C) = 0.40, \quad P(E/C) = 0.02$$

$$P(A \cap E) = P(A).P(E/A) = (0.30).(0.01) = 0.003$$
$$P(B \cap E) = P(B).P(E/B) = (0.30).(0.03) = 0.009$$
$$P(C \cap E) = P(C).P(E/C) = (0.40).(0.02) = 0.008$$

Olasılıkların Çarpımının Toplanması Kuralı ve Bayes Teoremi

Bayes teoremini kullanarak

$$P(A/E)=\frac{P(A\cap E)}{P(A\cap E)+P(B\cap E)+P(C\cap E)}$$

$$=\frac{0.003}{0.003+0.009+0.008}=\frac{3}{20}$$

Benzer şekilde

$$P(B/E)=\frac{0.009}{0.020}=\frac{9}{20}$$

$$P(C/E)=\frac{0.008}{0.020}=\frac{8}{20}$$

- **Problem:** Bir doktor hastasının H_1, H_2 ve H_3 hastalıklarından birine yakalandığını eşit olasılıklarla tahmin etmektedir. Bu hastalığı belirlemek için bir test işlemi yapmaktadır. Bu test ile hastalığın H_1 olması halinde pozitif sonuç vermesi olasılığı 0.8, H_2 için 0.6, H_3 için 0.4 olduğu bilinmektedir. Test pozitif sonuç verdiğine göre doktorun
- **a)** H_1 teşhisi koyma olasılığı
- **b)** H_2 teşhisi koyma olasılığı
- **c)** H_3 teşhisi koyma olasılığını bulunuz.