Sakarya Üniversitesi

Elektrik-Elektronik Mühendisliği

EEM 305- İşaretler ve Sistemler

Ödev 6

1. Aşağıda verilen sürekli-zaman işaretlerin Laplace dönüşümünü bulunuz, karşılık gelen yakınsaklık bölgesini ve sıfır-kutup diyagramını çiziniz.

(a) $x(t)=e^{-2t}u(t)+e^{-3t}u(t)$

(b) $x(t)=e^{-4t}u(t)+e^{-5t}\sin(5t)u(t)$

(c) $x(t)=e^{2t}u(-t)+e^{3t}u(-t)$

(d) $x(t)=te^{-2|t|}$

(e) $x(t)=|t|e^{-2|t|}$

(f) $x(t)=|t|e^{2t}u(-t)$

(g) $x(t)=\begin{cases}1, & 0\le t\le 1\\ 0, & \text{aksi halde}\end{cases}$

(h) $x(t)=\begin{cases}t, & 0\le t\le 1\\ 2-t, & 1\le t\le 2\end{cases}$

(i) $x(t)=\delta(t)+u(t)$

(j) $x(t)=\delta(3t)+u(3t)$

2. Yakınsaklık bölgeleri aşağıda verilen Laplace dönüşümlerine karşılık gelen sürekli-zaman işaretleri hesaplayınız.

(a) $\dfrac{1}{s^2+9}$ $\quad Re[s]>0$

(b) $\dfrac{s}{s^2+9}$ $\quad Re[s]<0$

(c) $\dfrac{s+1}{(s+1)^2+9}$ $\quad Re[s]<-1$

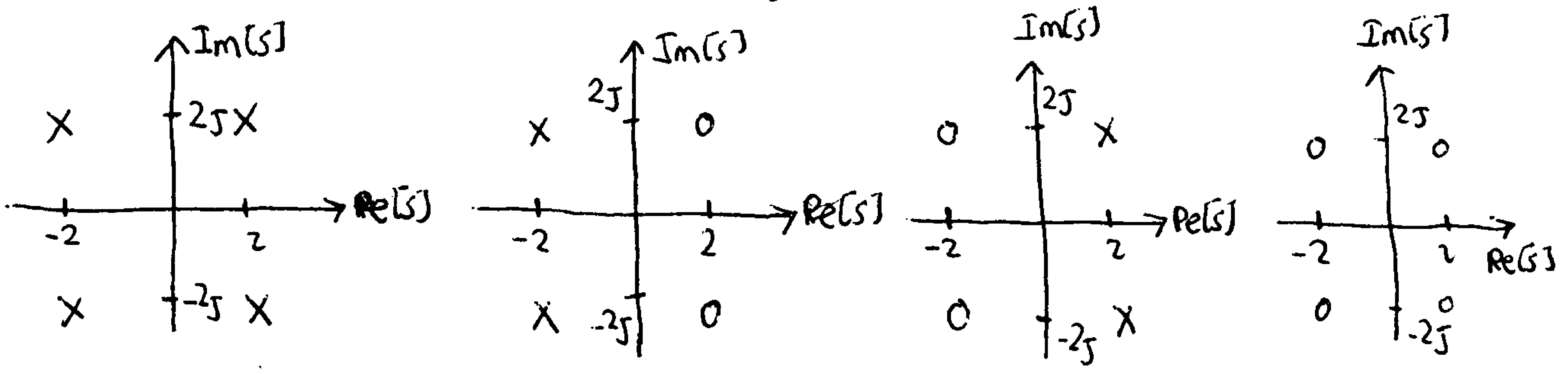
(d) $\dfrac{s+2}{s^2+7s+12}$ $\quad -4<Re[s]<-3$

(e) $\dfrac{s+1}{s^2+5s+6}$ $\quad -3<Re[s]<-2$

(f) $\dfrac{(s+1)^2}{s^2-s+1}$ $\quad Re[s]>\frac{1}{2}$

(g) $\dfrac{s^2-s+1}{(s+1)^2}$ $\quad Re[s]>-1$

3. $x(t)$ için aşağıdaki koşulları ele alalım: (i) $x(t)e^{-3t}$ mutlak integrallenebilirdir, (ii) $x(t)*(e^{-t}u(t))$ mutlak integrallenebilirdir, (iii) $t>1$ için $x(t)=0$, (iv) $t<-1$ için $x(t)=0$. Her bir durum için aşağıda verilen sıfır-kutup diyagramlarına karşılık gelen yakınsaklık bölgesinin nasıl olacağını belirleyiniz.



4. Bu problem boyunca, yakınsaklık bölgesi $j\omega$-eksenini içeren Laplace dönüşümleri ile ilgili olduğumuzu varsayacağız.

(a) Laplace dönüşümü $X(s)=s+1/2$ ve Fourier dönüşümü $X(j\omega)$ olan bir işaret ele alalım. $X(s)$'nin sıfır-kutup diyagramını çiziniz. Uzunluğu $|X(j\omega)|$'yı açısı $\measuredangle X(j\omega)$'yı temsil eden vektörü çizin.

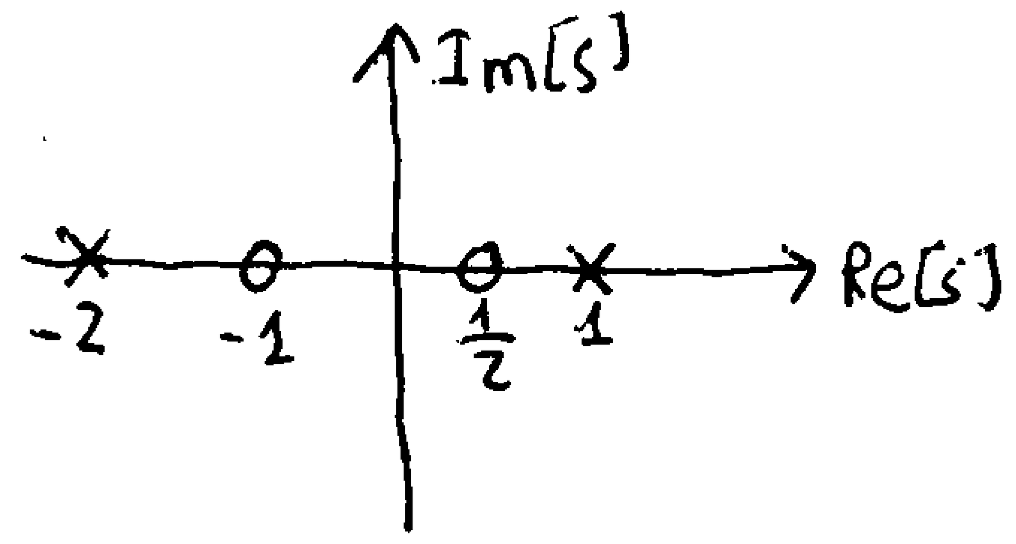
(b) (a) şıkkındaki sıfır-kutup ve vektör diyagramını inceleyerek $|X_1(j\omega)|=|X(j\omega)|$ olacak şekilde bir $x_1(t)\neq x(t)$ işareti belirleyiniz. $X_1(j\omega)$'ye ilişkin sıfır-kutup grafiğini ve ilgili vektörleri çiziniz.

(c) (b) şıkkındaki yanıtlarınız için, ilgili vektör diyagramları inceleyerek $\measuredangle X(j\omega)$ ile $\measuredangle X_1(j\omega)$ arasındaki ilişkiyi belirleyiniz.

(d) $\measuredangle X_2(j\omega) = \measuredangle X(j\omega)$, fakat $x_2(t)$ $x(t)$ ile orantılı olmayacak şekilde bir $X_2(s)$ bulunuz. $X_2(s)$ için sıfır-kutup grafiğini çiziniz ve $X_2(j\omega)$'yı temsil eden vektörleri gösteriniz.

(e) (d) şıkkındaki yanıtınız için, $|X_2(j\omega)|$ ile $|X(j\omega)|$ arasındaki ilişkiyi belirleyiniz.

(f) Laplace dönüşümü $X(s)$ ve dönüşüme ilişkin sıfır-kutup diyagramı aşağıda verilen bir işaret $x(t)$ olsun. $|X(j\omega)| = |X_1(j\omega)|$ ve $X_1(s)$'nin tüm kutupları (ve sıfırları) sol yarı s-düzleminde olacak şekilde bir $X_1(s)$ belirleyiniz. $\measuredangle X(j\omega) = \measuredangle X_2(j\omega)$ ve $X_2(s)$'nin tüm kutupları ve sıfırları sol yarı s-düzleminde olacak şekilde bir $X_2(s)$ belirleyiniz.

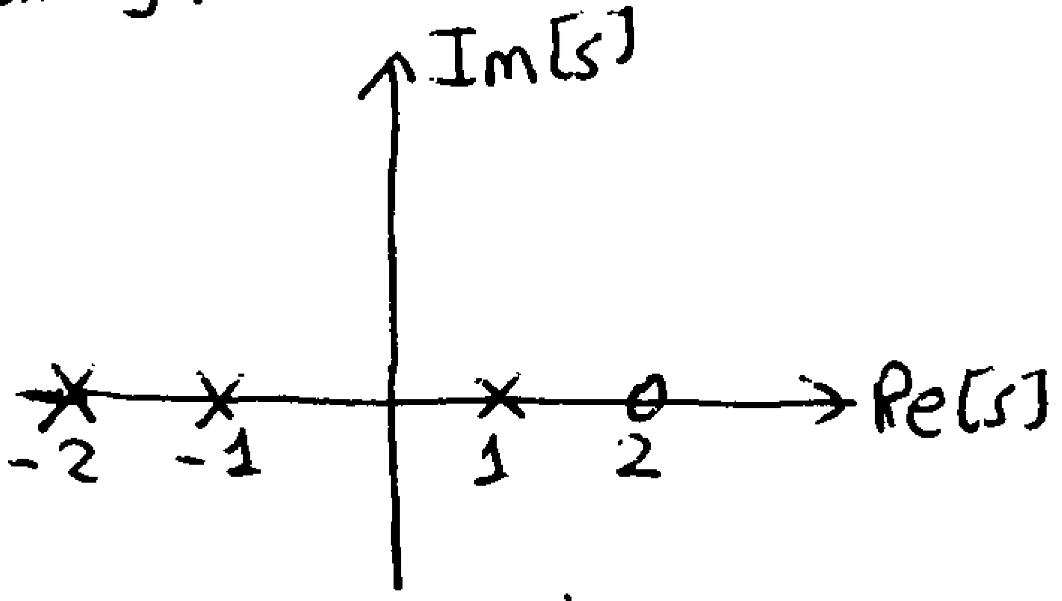


5. Bir $y(t)$ işareti ile $x_1(t)$ ve $x_2(t)$ işaretleri arasındaki ilişki $y(t) = x_1(t-2) * x_2(-t+3)$ olsun. $x_1(t) = e^{-2t}u(t)$ ve $x_2(t) = e^{-3t}u(t)$ ise Laplace dönüşümünün özelliklerini kullanarak $y(t)$'nin Laplace dönüşümü $Y(s)$'yi belirleyiniz.

6. Bir işaretin Laplace dönüşümü hakkında aşağıdaki bilgiler verilmektedir.
   1. $X(s)$'in 2 kutbu vardır.
   2. $X(s)$'in sıfırı yoktur.
   3. $X(s)$'in bir kutbu $s = -1 + j$ konumundadır.
   4. $e^{2t}x(t)$ mutlak integrallenebilir değildir.
   5. $X(0) = 8$.

   $X(s)$'yi belirleyiniz ve yakınsaklık bölgesini çiziniz.

7. LTI bir sistemin transfer fonksiyonuna karşılık gelen sıfır-kutup diyagramı aşağıda verilmiştir.
   (a) Bu sıfır-kutup diyagramına karşılık gelen tüm yakınsaklık bölgelerini belirtiniz.
   (b) (a) şıkkında belirlediğiniz her yakınsaklık bölgesi için sistemin kararlı ve/veya nedensel olup olmadığını belirleyiniz.



8. Bir LTI sistemin impuls yanıtı $h(t) = e^{-2t}u(t)$ ve sisteme uygulanan giriş $x(t) = e^{-t}u(t)$ olsun.
   (a) $x(t)$ ve $h(t)$'nin Laplace dönüşümlerini belirleyiniz.
   (b) Konvolüsyon özelliğini kullanarak çıkışın Laplace dönüşümü $Y(s)$'yi belirleyiniz.
   (c) $y(t)$'yi belirleyiniz.
   (d) $x(t)$ ile $h(t)$'nin konvolüsyonunu hesaplayarak (c) şıkkında elde ettiğiniz sonucu doğrulayınız.

9. LTI bir sistem olarak modellenebilecek bir basınç ölçerin $x(t)=u(t)$ girişine yanıtı $(1-e^{-t}-te^{-t})u(t)$'dir. Bilinmeyen bir $x(t)$ için yanıt ise $(2-3e^{-t}+e^{-3t})u(t)$ olarak gözlemlenmiştir. Bilinmeyen girişi belirleyiniz.

10. Bir sürekli-zaman LTI sistemin giriş-çıkış ilişkisi aşağıdaki diferansiyel denklemle verilsin.

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2}-\frac{dy(t)}{dt}-2y(t)=x(t)$$

$X(s)$, $Y(s)$ ve $H(s)$ sırasıyla girişin, çıkış Laplace dönüşümü ve transfer fonksiyonunu belirtsin.

(a) $H(s)$'yi belirleyiniz ve sıfır-kutup diyagramını çiziniz.

(b) $h(t)$'yi aşağıdaki durumlar için belirleyiniz

1. Sistem kararlıdır
2. Sistem nedenseldir
3. Sistem ne nedensel ne kararlıdır.

11. İmpuls yanıtı $h(t)$ olan nedensel bir LTI sistem aşağıdaki özelliklere sahiptir

1. sistemin $x(t)=e^{2t}$ girişine olan yanıtı $y(t)=(1/6)e^{2t}$'dir.
2. b, bilinmeyen bir sabit olmak üzere, impuls yanıtı $h(t)$

$$\frac{dh(t)}{dt}+2h(t)=e^{-4t}u(t)+bu(t)$$

diferansiyel denklemini sağlamaktadır. Sistemin transfer fonksiyonu $H(s)$'yi belirleyiniz. Yanıtınızda bilinmeyen sabitler (yani b) olmamalıdır.

12. Nedensel bir LTI sistemin transfer fonksiyonu

$$H(s)=\frac{s+1}{s^2+2s+2}$$

olsun. Sistemin $x(t)=e^{-|t|}$, $-\infty<t<\infty$ girişine olan yanıtını bulunuz ve çiziniz.

13. Nedensel bir LTI sistem S hakkında aşağıdaki bilgiler verilmektedir. Sistemin impuls yanıtı $h(t)$, transfer fonksiyonu $H(s)$ olsun.

1. $H(1)=0.2$
2. Giriş $u(t)$ iken, çıkış mutlak integrallenebilirdir
3. Giriş $tu(t)$ iken, çıkış mutlak integrallenebilir değildir
4. $\frac{d^2h(t)}{dt^2}+2\frac{dh(t)}{dt}+2h(t)$ işareti sonlu sürelidir
5. $H(s)$'in sonsuzda bir sıfırı vardır.

$H(s)$'yi ve yakınsaklık bölgesini belirleyiniz

C.1 b) $x(t)=e^{-4t}u(t)+e^{-5t}(1/2j)e^{5jt}u(t)-e^{-5t}(1/2j)e^{-5jt}u(t)$

$$X(s)=\frac{1}{s+4}+\frac{1}{2j}\left(\frac{1}{s+5-5j}-\frac{1}{s+5+5j}\right)=\frac{s^2+15s+70}{s^3+14s^2+90s+100}\qquad Re\{s\}>-5$$

c) $$X(s)=\int_{-\infty}^{0}e^{2t}\cdot e^{-st}dt+\int_{-\infty}^{0}e^{3t}e^{-st}dt=\frac{1}{s-2}+\frac{1}{s-3}=\frac{2s-5}{(s-2)(s-3)}\qquad Re\{s\}<-2$$

d) $x(t)=te^{-2|t|}$, $x_1(t)=e^{-2|t|}=e^{-2t}u(t)+e^{2t}u(-t)\Rightarrow \frac{1}{s+2}-\frac{1}{s-2}=\frac{-4}{s^2-4}\quad -2<Re\{s\}<2$

$x(t)=t\,x_1(t)\rightarrow X(s)=-\frac{dX_1(s)}{ds}=\frac{-8s}{(s^2-4)^2}\qquad -2<Re\{s\}<2$

e) $x(t)=|t|e^{-2|t|}u(t)=te^{-2t}u(t)-te^{2t}u(-t)\Rightarrow t.e^{-2t}u(t)\xrightarrow{\mathcal{L}}-\frac{d}{ds}\left[\frac{1}{s+2}\right]=\frac{1}{(s+2)^2}\quad Re\{s\}>-2$

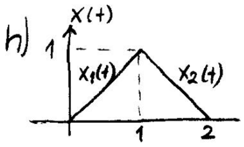
$X(s)=\frac{1}{(s+2)^2}-\frac{1}{(s-2)^2}=\frac{-8s}{(s+2)^2(s-2)^2}$ $\quad -2<Re(s)<2$

$-te^{2t}u(-t)\xrightarrow{\mathcal{L}}\frac{d}{ds}\left[\frac{1}{s-2}\right]=\frac{-1}{(s-2)^2}\quad Re\{s\}<2$

f) $x(t)=|t|e^{2t}u(-t)=-te^{2t}u(-t)\xrightarrow{\mathcal{L}}-\frac{1}{(s-2)^2}\quad Re\{s\}<2$

g) $x(t)=u(t)-u(t-1)$
olarak yazılabilir

$u(t)\xrightarrow{\mathcal{L}}\frac{1}{s}\quad Re\{s\}>0$
$u(t-1)\xrightarrow{\mathcal{L}}\frac{e^{-s}}{s}\quad R\{s\}>0$
$\rightarrow X(s)=\frac{1-e^{-s}}{s}$ ROC = tüm s düzlemi!
$x(t)$'yi çiziniz!

h) 

$x_1(t)=t[u(t)-u(t-1)]$! $\longrightarrow X_1(s)=-\frac{d}{ds}\left[\frac{1-e^{-s}}{s}\right]=\frac{(s+1)e^{-s}-1}{s^2}$

$x_2(t)=(-t+2)[u(t-1)-u(t-2)]$!

$x_2(t)=-t\underbrace{[u(t-1)-u(t-2)]}_{\frac{e^{-s}-e^{-2s}}{s}}+2[u(t-1)-u(t-2)]$

i) $X(s)=1+1/s$, $Re\{s\}>0$

j) $x(t)=\delta(3t)+u(3t)=\delta(t)+u(t)\xrightarrow{\mathcal{L}}=1+1/s\quad Re\{s\}>0$

C.2 a) $X(s)=\frac{1}{s^2+9}\quad Re\{s\}>0$

Tablodan $x(t)=(1/3)\sin(3t)u(t)$

b) $X(s)=\frac{s}{s^2+9}\quad Re\{s\}<0$

Tablodan $x(t)=\cos(3t)u(t)\quad Re\{s\}>0$

$x(t)=-\cos(3t)u(-t)\quad Re\{s\}<0$

c) $X(s)=\frac{s+1}{(s+1)^2+9}\quad Re\{s\}<-1$

Tablodan $e^{t}\cos(3t)u(t)\overset{\mathcal{L}}{\longleftrightarrow}\frac{s-1}{(s-1)^2+9}\quad Re\{s\}>1$

Zamanda ölçeklendirme özelliğinden, $\{a=-1\}$

$e^{-t}\cos(3t)u(-t)\overset{\mathcal{L}}{\longleftrightarrow}\frac{-s-1}{(-s-1)^2+9}=-\frac{(s+1)}{(s+1)^2+9}\quad Re\{s\}<-1$

$x(t)=-e^{-t}\cos(3t)u(-t)$

d) $X(s)=\dfrac{s+2}{s^2+7s+12}=\dfrac{A}{s+4}+\dfrac{B}{s+3}$ | $A=2$, $B=-1$ $\Rightarrow X(s)=\dfrac{2}{s+4}-\dfrac{1}{s+3}$ $\quad -4<Re\{s\}<3$

$x(t)=2e^{-4t}u(t)-\left(-e^{-3t}u(-t)\right)$

e) $X(s)=\dfrac{2}{s+3}-\dfrac{1}{s+2}$ $\quad -3<Re\{s\}<-2$ $\qquad x(t)=2e^{-3t}u(t)+e^{-2t}u(-t)$

f) $X(s)=1+\dfrac{3s}{s^2-s+1}=1+\dfrac{3s}{(s-1/2)^2+(\sqrt{3}/2)^2}=3\dfrac{s-1/2}{(s-1/2)^2+(\sqrt{3}/2)^2}+\dfrac{3/2}{(s-1/2)^2+(\sqrt{3}/2)^2}$

$x(t)=\delta(t)+3e^{t/2}\cos(\sqrt{3}t/2)u(t)+\sqrt{3}e^{t/2}\sin(\sqrt{3}t/2)u(t)$

g) $X(s)=1-\dfrac{3s}{(s+1)^2}$, $\quad t.u(t)\overset{\mathcal{L}}{\longleftrightarrow}\dfrac{1}{s^2}$ $\quad e^{-t}t.u(t)\overset{\mathcal{L}}{\longleftrightarrow}\dfrac{1}{(s+1)^2}$

$Re\{s\}>-1$ $\qquad Re\{s\}>0$ $\qquad Re\{s\}>-1$

$\left\{\dfrac{dx(t)}{dt}\overset{\mathcal{L}}{\longleftrightarrow}sX(s)\right\}!$ $\quad \dfrac{d}{dt}\left\{e^{-t}t.u(t)\right\}=e^{-t}.u(t)-te^{-t}u(t)\overset{\mathcal{L}}{\longleftrightarrow}\dfrac{s}{(s+1)^2}$ $\quad Re\{s\}>-1$

$x(t)=\delta-3\left[e^{-t}-te^{-t}\right]u(t)$

C.3) a) 3 farklı ROC olabilir; 1) $Re\{s\}<-2$, 2) $Re\{s\}>2$, 3) $-2<Re\{s\}<2$

b) 2 " " " 1) $Re\{s\}<-2$, 2) $Re\{s\}>-2$

c) 2 " " " 1) $Re\{s\}<2$, 2) $Re\{s\}>2$

d Tüm s düzlemi = ROC

1) $x(t)\overset{\mathcal{L}}{\longleftrightarrow}X(s)$ ROC = R olsun. $\int_{-\infty}^{\infty}|x(t)|e^{-3t}<\infty$ olabilmesi için $j\omega$ ekseni ROC içinde olmalı.

s-domeninde ötelenme özelliğinden $x(t)e^{-3t}$ nin ROC'u R'nin 3 birim sola kaydırılmış halidir. Bu durumda

a) R sadece $Re\{s\}>2$ $\qquad$ c) R sadece $Re\{s\}>2$

b) " " $Re\{s\}>-2$ $\qquad$ d) " tüm s düzlemi olabilir.

2) $x(t)*\underbrace{(e^{-t}u(t))}_{y(t)}\Rightarrow X(s).Y(s)$, $\quad Y(s)=\dfrac{1}{s+1}$ $\quad Re\{s\}>-1$

$X(s).Y(s)=\dfrac{X(s)}{s+1}$, $ROC=\left[R\cap Re\{s\}>-1\right]=R_2$ $\rightarrow$ $j\omega$ eksenini kapsamalı!

a) R sadece $-2<Re\{s\}<2$

b) R " $Re\{s\}>-2$

c) R " $Re\{s\}<2$

d) R tüm s düzlemi olabilir.

3) $x(t)=0 \quad t>1$, $x(t)$ sonlu veya sola dayali bir işarettir. Bu durumda 6-3

a) R sadece $Re\{s\}<-2$ c) $Re\{s\}<2$

b) R " $Re\{s\}<-2$ d) R tüm s düzlemi

4) $x(t)=0 \quad t<-1$ $x(t)$ sonlu veya sağa dayalı bir işarettir.

C.5) $y(t)=x_1(t-2) * x_2(-t+3)$ $X_1(s)=\frac{1}{s+2}$, $Re\{s\}>-2$ $x_1(t-2) \overset{\mathcal{L}}{\longleftrightarrow} e^{-2s}X_1(s)$ $Re\{s\}>-2$

$x_1(t)=e^{-2t}u(t)$ $x_2(t)=e^{-3t}u(t)$ $X_2(s)=\frac{1}{s+3}$, $Re\{s\}>-3$ $x_2(-t+3) \overset{\mathcal{L}}{\longleftrightarrow} e^{-3s}X_2(-s)$. $Re\{s\}>-3$

$Y(s)=X_1(s)\,X_2(s)$ $Re\{s\}>-2$

C.6) $X(s)=\frac{A}{(s+a)(s+b)}$ (1 ve 2) , $X(s)=\frac{A}{(s+1+j)(s+1-j)}=\frac{A}{s^2+2s+2}$, $X(0)=8 \Rightarrow \underline{A=16}$

$X(s)=\frac{16}{s^2+2s+2}$, ROC = ? $\int e^{2t}|x(t)|\,dt<\infty$ olabilmesi için $X(s)$'in 2 birim sağa kaydırılmış ROC'u $j\omega$'yi kapsamalı.

Bu durumda $X(s)=\frac{16}{s^2+2s+2}$ $Re\{s\}>-1$

C.7) a) 4 farklı ROC var. i) $Re\{s\}<-2$, ii) $-2<Re\{s\}<-1$, iii) $-1<Re\{s\}<1$, iv) $Re\{s\}>1$

b) i) Kararsız ve anti-nedensel ii) Kararsız ve nedensel değil

iii) Kararlı ve nedensel-değil iv) Kararsız ve nedensel

C.8) $x(t)=e^{-t}u(t) \longrightarrow \boxed{e^{-2t}u(t)} \longrightarrow y(t)$ $X(s)=\frac{1}{s+1}$ $Re\{s\}>-1$ $H(s)=\frac{1}{s+2}$ $Re\{s\}>-2$

$Y(s)=X(s).H(s)$ $Re\{s\}>-1$

b) $Y(s)=\frac{1}{s+1}-\frac{1}{s+2}$ $Re\{s\}>-1$

$\hookrightarrow y(t)=e^{-t}u(t)-e^{-2t}u(t)$

d) $$y(t)=x(t)*h(t)=\int_{-\infty}^{\infty}h(\tau)x(t-\tau)d\tau=\int_0^{\infty}e^{-2\tau}e^{-(t-\tau)}.u(t-\tau)\,d\tau=\int_0^{\infty}e^{-2\tau}.e^{-t}.e^{\tau}.u(t-\tau)d\tau$$

$$=e^{-t}\int_0^t e^{-\tau}d\tau=e^{-t}\left[-e^{-\tau}\Big|_0^t\right]=\left[-e^{-2t}+e^{-t}\right]u(t)$$

C.9) $x(t)=u(t) \rightarrow \boxed{h(t)} \rightarrow y(t)=(1-e^{-t}-te^{-t})u(t)$ $H(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{1}{(s+1)^2}$ $Re\{s\}>0$

$Y(s)=\frac{1}{s}-\frac{1}{s+1}-\frac{1}{(s+1)^2}$, $Re\{s\}>0$

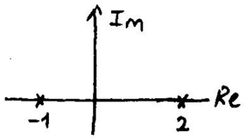
$Y(s)=\frac{1}{s(s+1)^2}$, $X(s)=\frac{1}{s}$, $Re\{s\}>0$

$y_1(t) = (2 - 3e^{-t} + e^{-3t})u(t) \xleftrightarrow{\mathcal{L}} Y_1(s) = \frac{2}{s} - \frac{3}{s+1} + \frac{1}{s+3} = \frac{6}{s(s+1)(s+3)}$ $\quad Re\{s\} > 0$

$X_1(s) = \frac{Y_1(s)}{H(s)} = \frac{6(s+1)}{s(s+3)}$, $Re\{s\} > 0 \Rightarrow X_1(s) = \frac{2}{s} + \frac{4}{s+3} \Rightarrow x_1(t) = 2u(t) + 4e^{-3t}u(t)$

C 10) $\frac{d^2y(t)}{dt^2} - \frac{dy(t)}{dt} - 2y(t) = x(t) \Rightarrow s^2Y(s) - sY(s) - 2Y(s) = X(s) \Rightarrow H(s) = \frac{1}{s^2 - s - 2} = \frac{1}{(s+1)(s-2)}$

b)



$H(s) = \frac{1/3}{s-2} - \frac{1/3}{s+1}$

1) Kararlı olabilmesi için $-1 < Re\{s\} < 2$

Bu durumda $h(t) = (-1/3)e^{2t}u(-t) - 1/3\, e^{-t}u(t)$

2) Nedensel olabilmesi için $Re\{s\} > 2$ olmalı

$h(t) = (1/3)\, e^{2t}u(t) - (1/3)\, e^{-t}u(t)$

3) Kararsız ve nedensel olmayan sistem için $Re\{s\} < -1$

$h(t) = -1/3\, e^{2t}u(-t) + 1/3\, e^{-t}u(-t)$

C.12) $x(t) = e^{-|t|} \rightarrow X(s) = \frac{1}{s+1} - \frac{1}{s-1} = \frac{-2}{(s+1)(s-1)}$, $-1 < Re\{s\} < 1$

$Y(s) = H(s) \cdot X(s) = -\frac{2/5}{s-1} + \frac{2/5\,(s+1)}{(s+1)^2+1} + \frac{4/5}{(s+1)^2+1}$ $\quad 1 < Re\{s\} < 1$

$y(t) = 2/5\, e^{t}u(-t) + 2/5\, e^{-t}\cos(t)u(t) + 4/5\, e^{-t}\sin(t)u(t)$

C.13) $x_1(t) = u(t) \xleftrightarrow{\mathcal{L}} X_1(s) = \frac{1}{s}$ $\quad Re\{s\} > 0$ $\quad Y_1(s) = H(s) \cdot X_1(s)$

$Y_1(s)$'in var olduğu belirtiliyor. Bu durumda $H(s)$ $s=0$'da sıfıra sahip olmalı ki $X_1(s)$'in getirdiği kutup silinsin!

$x_2(t) = t \cdot u(t) \xleftrightarrow{\mathcal{L}} X_2(s) = \frac{1}{s^2}$ $\quad Y_2(s)$ olmadığına göre $H(s)$ $s=0$'da 1 tane sıfıra sahip

$P(s) = (s^2 + 2s + 2)H(s) \Rightarrow H(s) = P(s)/(s^2+2s+2)$