



a n a d o l u m
e K a m p ü s
ve
a n a d o l u m o b i l
dilediğin yerden,
dilediğin zaman,
öğrenme fırsatı!



(ekampus.anadolu.edu.tr)



(mobil.anadolu.edu.tr)

ekampus.anadolu.edu.tr



Açıköğretim Sistemi ile ilgili
merak ettiğiniz her şey AOS Destek Sisteminde...

- ✉ Kolay Soru Sorma ve Soru-Yanıt Takibi
- 🏠 Sıkça Sorulan Sorular ve Yanıtları
- 📞 Canlı Destek (Hafta İçi Her Gün)
- ☎ Telefonla Destek

aosdestek.anadolu.edu.tr

AOS DESTEK Sistemi İletişim ve Çözüm Masası

0850 200 46 10

www.anadolu.edu.tr

T.C. ANADOLU ÜNİVERSİTESİ YAYINI NO: 3278
AÇIKÖĞRETİM FAKÜLTESİ YAYINI NO: 2141

KARAR MODELLERİ

Yazarlar

*Doç.Dr. Ali ÖZDEMİR (Ünite 1, 7)
Prof.Dr. Harun SÖNMEZ (Ünite 2, 3, 4, 5)
Prof.Dr. Nesrin ALPTEKİN (Ünite 6, 8)*

Editör

Dr.Öğr.Üyesi Şenay LEZKİ



Bu kitabın basım, yayım ve satış hakları Anadolu Üniversitesi'ne aittir.
“Uzaktan Öğretim” teknüğine uygun olarak hazırlanan bu kitabı bütün hakları saklıdır.
İlgili kuruluştan izin almadan kitabı tümü ya da bölümleri mekanik, elektronik, fotokopi, manyetik kayıt
veya başka şekillerde çoğaltılamaz, basılamaz ve dağıtılamaz.

Copyright © 2016 by Anadolu University
All rights reserved

No part of this book may be reproduced or stored in a retrieval system, or transmitted
in any form or by any means mechanical, electronic, photocopy, magnetic tape or otherwise, without
permission in writing from the University.

Öğretim Tasarımcısı
Öğr.Gör. Orkun Şen

Grafik Tasarım Yönetmenleri

Prof. Teyfik Fikret Uçar
Doç.Dr. Nilgün Salur
Öğr.Gör. Cemalettin Yıldız

Dil ve Yazım Danışmanı
Öğr.Gör. Ali Tolga Aycı

Ölçme Değerlendirme Sorumlusu
Yaşar Özden İnceler

Kapak Düzeni
Prof.Dr. Halit Turgay Ünalan

Grafikerler
Gülşah Karabulut
Burcu Üçok

Dizgi ve Yayıma Hazırlama
Kitap Hazırlama Grubu

Karar Modelleri

E-ISBN

978-975-06-2462-9

Bu kitabın tüm hakları Anadolu Üniversitesi'ne aittir.

ESKİŞEHİR, Ağustos 2018

3218-0-0-0-2009-V01

İçindekiler

Önsöz vii

Karar Süreci	2	1. ÜNİTE
GİRİŞ	3	
TEMEL KAVRAMLAR	4	
Karar Problemi	5	
Karar Verici	5	
Amaç	5	
Hedefler ve Kriterler	5	
Seçenekler	6	
Doğal Durumlar	6	
Olasılıklar	6	
Sonuçlar	6	
KARAR PROBLEMİ ÇÖZÜM YAKLAŞIMLARI	7	
KARAR TÜRLERİ	8	
Karar Verme Ortamına Göre Kararlar	8	
Belirlilik Ortamında Karar	8	
Belirsizlik Ortamında Karar	8	
Risk Ortamında Karar	8	
Yönetim Kademesine Göre Kararlar	8	
Stratejik Kararlar	8	
Taktik Kararlar	9	
Operasyonel Kararlar	9	
Yapılara Göre Kararlar	9	
Programlanmış Kararlar	9	
Programlanmamış Kararlar	9	
Bağlantılı Olma Durumuna Göre Kararlar	9	
Statik Kararlar	9	
Dinamik Kararlar	10	
Kriter Sayısına Göre Kararlar	10	
Tek Kriterli Kararlar	10	
Çok Kriterli Kararlar	10	
Karar Verici Sayısına Göre Kararlar	10	
Bireysel Kararlar	10	
Grup Kararları	10	
KARAR VERME SÜRECİ	10	
Problemin İfade Edilmesi	11	
Amaç ve Hedeflerin Belirlenmesi	11	
Problemin Çözümü İçin Gerekli Bilgilerin Toplanması	11	
Çözüm Seçeneklerinin İfade Edilmesi	11	
Seçeneklerin Karar Kriterleri ile Değerlendirilmesi	12	
En Uygun Seçenegin Belirlenmesi	12	
İyi Kararın Özellikleri	12	
Özet	13	
Kendimizi Sınavalım	15	
Kendimizi Sınavalım Yanıt Anahtarı	16	
Sıra Sizde Yanıt Anahtarı	16	
Yararlanılan ve Başvurulabilecek Kaynaklar	17	

2. ÜNİTE

Belirsizlik Ortamında Karar.....	18
GİRİŞ	19
BELİRSİZLİK ORTAMINDA KARAR VERME	19
İYİMSERLİK ÖLÇÜTÜ	20
KÖTÜMSERLİK ÖLÇÜTÜ	22
UZLAŞMA ÖLÇÜTÜ	24
EŞ OLASILIK ÖLÇÜTÜ	26
Özet	29
Kendimizi Sinayalım	30
Kendimizi Sinayalım Yanıt Anahtarı	31
Sıra Sizde Yanıt Anahtarı	31
Yararlanılan ve Başvurulabilecek Kaynaklar	32

3. ÜNİTE

Risk Ortamında Karar.....	34
GİRİŞ	35
RİSK ORTAMINDA KARAR VERME	36
EN İYİ BEKLENEN DEĞER ÖLÇÜTÜ	36
EN BÜYÜK OLASILIK ÖLÇÜTÜ	38
HIRS DÜZEYİ ÖLÇÜTÜ	40
Özet	43
Kendimizi Sinayalım	44
Kendimizi Sinayalım Yanıt Anahtarı	46
Sıra Sizde Yanıt Anahtarı	46
Yararlanılan ve Başvurulabilecek Kaynaklar	47

4. ÜNİTE

Karar Ağacı ve Bayes Teoremi.....	48
GİRİŞ	49
KARAR VERMEDE KARAR AĞACI	50
Karar Ağacının Öğeleri	50
Karar Düğümü	50
Şans Düğümü	50
Bitiş Düğümü	50
Dal	50
Sonuç	51
Olasılık	51
Karar Ağacının Oluşturulması	51
Karar Ağacının Çözüm Süreci	51
Şans Düğümü Kesimi	51
Karar Düğümü Kesimi	51
KARAR VERMEDE BAYES TEOREMİ	62
Özet	66
Kendimizi Sinayalım	67
Kendimizi Sinayalım Yanıt Anahtarı	68
Sıra Sizde Yanıt Anahtarı	68
Yararlanılan ve Başvurulabilecek Kaynaklar	69

Ek Bilgi ve Karar	70	5. ÜNİTE
GİRİŞ	71	
TAM BİLGİNİN BEKLENEN DEĞERİ	71	
ÖRNEKLEM BİLGİSİNİN BEKLENEN DEĞERİ	75	
Özet	79	
Kendimizi Sınayalım	80	
Kendimizi Sınayalım Yanıt Anahtarları	82	
Sıra Sizde Yanıt Anahtarları	82	
Yararlanılan ve Başvurulabilecek Kaynaklar	83	
Doğrusal Olmayan Modeller.....	84	6. ÜNİTE
GİRİŞ	85	
DOĞRUSAL OLMAYAN PROGRAMLAMA PROBLEMİ	85	
Doğrusal ve Doğrusal Olmayan Programlama Modelleri Arasındaki Farklılıklar	86	
Temel Kavramlar	87	
Uygun Çözüm Bölgesi	87	
En İyi Çözüm	87	
Mutlak ve Yerel En İyi (Optimum) Noktalar	88	
Gradyan Vektörü	88	
Hessian Matrisi	89	
Asal Minör	90	
Başta Gelen Asal Minör	90	
Matris Belirliliği	91	
KONVEKS VE KONKAV FONKSİYONLAR	91	
DOĞRUSAL OLMAYAN PROGRAMLAMA PROBLEMLERİNİN SINIFLANDIRILMASI VE ANALİTİK ÇÖZÜM TEKNİKLERİ	94	
Kısıtsız Optimizasyon ve Analitik Çözüm Teknikleri	94	
Tek Değişkenli Modellerin En İyi Çözümünün Bulunması	94	
Çok Değişkenli Modellerin En İyi Çözümünün Bulunması	96	
Kısıtlı Optimizasyon	99	
Yerine Koyma Yöntemi	99	
Lagrange Çarpanları Yöntemi	101	
Lagrange Çarpanının Yorumu	102	
Özet	104	
Kendimizi Sınayalım	105	
Kendimizi Sınayalım Yanıt Anahtarları	106	
Sıra Sizde Yanıt Anahtarları	107	
Yararlanılan ve Başvurulabilecek Kaynaklar	107	
Çizge Modelleri.....	108	7. ÜNİTE
GİRİŞ	109	
ÇİZGE MODELLERİNDE TEMEL KAVRAMLAR	109	
Akış	110	
Yönlü ve Yönsüz Bağlantı	110	
Yönlü ve Yönlü Olmayan Çizge	111	
Yol	111	
Döngü	112	

Ağaç /Kapsayan Ağaç	112
EN KISA YOL PROBLEMİ	113
EN YÜKSEK AKIŞ PROBLEMİ	117
EN KÜÇÜK YAYILMA PROBLEMLERİ	121
Özet	125
Kendimizi Sınayalım	126
Kendimizi Sınayalım Yanıt Anahtarı	128
Sıra Sizde Yanıt Anahtarı	128
Yararlanılan ve Başvurulabilecek Kaynaklar	129

8. ÜNİTE

Benzetim Modelleri	130
GİRİŞ	131
BENZETİM	131
Benzetimin Kullanım Alanları	132
Benzetimin Amaçları	132
Benzetimin Avantajları ve Dezavantajları	133
Benzetim Çalışmasının Aşamaları	134
SİSTEM	136
Sistemin Yapısı	136
Sistemin Bileşenleri	136
Kesikli ve Sürekli Sistemler	137
MODEL	138
BENZETİM MODELLERİ	139
Benzetim Modelinin Yapısı	140
Benzetim ile Modellemede Maliyetler ve Riskler	141
Benzetim Modeli Türleri	142
Statik ve Dinamik Benzetim Modelleri	142
Belirli ve Olasılıklı Benzetim Modelleri	142
Kesikli Olay ve Sürekli Benzetim Modelleri	143
Benzetim Örneği	143
Ortalama Sistem Zamanı	144
Ortalama Kuyrukta Bekleme Zamanı	144
Ortalama Kuyrukta Bekleme Olasılığı	144
Servisin Boş Kalma Olasılığı	144
Varışlar Arası Ortalama Süre	144
Özet	147
Kendimizi Sınayalım	148
Kendimizi Sınayalım Yanıt Anahtarı	149
Sıra Sizde Yanıt Anahtarı	149
Yararlanılan ve Başvurulabilecek Kaynaklar	149

Önsöz

Sevgili öğrenciler,

Bireylerin ve işletmelerin geleceğine yön veren “karar verme”, taşıdığı önem dolayısıyla geçmişten günümüze pek çok bilim alanının araştırma konusu olmuştur. Bu anlamda karar verme felsefe, psikoloji, sosyoloji, matematik, istatistik, iktisat gibi farklı alanlarda çalışan araştırmacıların değişik bakış açılarından ele aldığıları ve ilgi gösterdikleri bir konudur. Karar vermenin önemi doğasındaki karmaşıklıktan ve insanın bunu bertaraf etme çabalarından kaynaklanmaktadır. Karar vermeyle ilgilenen araştırmacıların, bu çabaya geliştirdikleri pek çok model, teknik ve yöntem bulunmaktadır. Karar vericiler, söz konusu bu karar verme yaklaşımlarından kendi problemlerine uygun olanını seçip uygulayarak en iyi çözüme ulaşmaya çalışırlar.

Anadolu Üniversitesi Açıköğretim Fakültesi'nin Yönetim Bilişim Sistemleri lisans programı öğrencileri için kaleme alınan bu kitapta, klasik karar teorisi kapsamında ele alınan karar verme yaklaşımlarının yanı sıra doğrusal programlama ayrı tutulduğunda yaygın kullanım alanı bulan diğer bazı karar modellerine yer verilmiştir.

Kitabın 1. Ünitesinde karar verme ile ilgili temel kavramlar açıklanarak karar verme sürecinde izlenecek adımlar ele alınmıştır. Yine bu ünitede karar türleri farklı açılardan sınıflandırılarak bu sınıflamalara ilişkin bilgiler verilmiştir.

Belirsizlik, karar problemlerinin karmaşık yapıda olmasının en önemli nedenidir. Karar vermede belirsizlik ortamının özelliklerini ve belirsizlik ortamında kullanılabilen karar modelleri 2. Ünitenin konusunu oluşturmuştur.

Belirsizlik düzeyinin olasılık teorisi yardımıyla azaltılabilen risk ortamına dönüştürüldüğü durumlarda karar verme ve bu karar ortamında kullanılabilen karar modellerine ilişkin bilgiler Risk Ortamında Karar adlı 3. Ünitede ele alınmıştır.

4. Ünitede grafiksel bir karar teknigi olan karar ağacının tanımı, hangi durumlarda kullanıldığı, karar ağacının oluşturulma ve çözüm süreci örnekler yardımıyla aktarılmıştır. Bu ünitede ayrıca karar vermede önemli bir yeri olan Bayes Teoremi'ne ilişkin bilgiler de verilmiştir.

Ek Bilgi ve Karar adlı 5. Ünitede, ek bilginin nasıl elde edilebileceği, ek bilgi elde etmenin maliyeti, tam bilginin ve örneklem bilgisinin beklenen değeri konuları ele alınmıştır. Yine bu ünitede, ek bilgi ile karar vermede Bayes Teoremi ve karar ağacının birlikte kullanıma ilişkin örnekler de verilmiştir.

Doğrusal olmayan programlama probleminin tanımı ile doğrusal olmayan programlama problemlerinin sınıflandırılması ve bu tür problemlere ilişkin analitik çözüm teknikleri konusundaki bilgiler ise 6. Ünite kapsamında ele alınmıştır.

Çizge modelleri proje planlama, üretim, tesis yeri, sosyal grup yapı analizleri gibi çok farklı karar probleminde kullanılmaktadır. Çizge modellerine ilişkin temel kavramlar, çizge modellerinin kullanıldığı karar problemlerine ilişkin bilgiler ve uygulama örnekleri de 7. Ünitenin konusunu oluşturmuştur.

Karar modelleri içinde önemli bir yere sahip olan benzetim konusuna ilişkin ayrıntılar da kitabınızın son ünitesi olan 8. Ünitede yer verilmiştir.

Kitabın oluşturulması sürecinde başta yazarlar olmak üzere emeği geçen herkese teşekkürlerimi sunarım.

Kitapta yer verilen bilgilerin ve uygulama örneklerinin karar verme konusunda siz öğrencilere ve konuya ilgilenen herkese faydalı olmasını diliyorum.

1

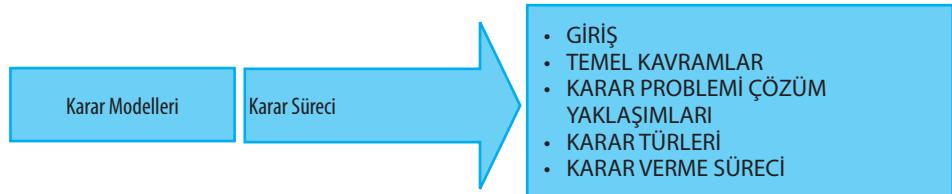
Amaçlarımız

- Bu üniteyi tamamladıktan sonra;
- 🕒 Karar verme ile ilgili temel kavramları tanımlayabilecek,
 - 🕒 Karar problemi çözüm yaklaşımlarını açıklayabilecek,
 - 🕒 Karar türlerini sıralayabilecek,
 - 🕒 Karar verme sürecini açıklayabilecek bilgi ve becerilere sahip olabileceksiniz.

Anahtar Kavramlar

- Karar
- Karar Verme
- Karar Problemİ
- Seçenekler
- Doğal Durumlar

İçindekiler



Karar Süreci

GİRİŞ

Karar verme, hayatımızın her alanında ve her aşamasında sıkılıkla karşı karşıya kaldığımız bir durumdur. Bu kararlardan bazıları hızlıca ve kolayca verilebilen kararlardır ve bu nedenle çoğunlukla ayrıntılı değerlendirme yapma ihtiyacı duyulmadan verilirler. Örneğin, sabah ne zaman uyanacağımıza ilişkin kararı verirken, sabah okula ya da işe gidip gitmeyeceğimizi ve kaçta gitmemiz gerektiğini düşünerek karar veririz. Bu durumda karar verdigimizin farkında bile olmayabiliriz. Çünkü sıradan, basit bir karardır ve kararı etkileyen faktör belirliidir. Benzer biçimde okula, dolmuş, otobüs, tramvay, taksi ya da yürüme seçeneklerinden hangisini kullanarak gideceğimize karar vermek de basit yapıda karar örneğidir. Bu kararı verirken de ulaşım araçlarının evimize olan uzaklığını, katlanacağımız maliyet, seferlerin sıklığı, yolda harcayabileceğimiz ne kadar zamanımızın olduğu gibi faktörleri dikkate almamız gereklidir. Yine de bu faktörleri değerlendirmek çok zor değildir. Bu nedenle bu karar da basit yapıda bir karar örneğidir. Bununla birlikte kişinin eğitimi için hangi üniversiteye gideceği, kariyer için hangi işletmeyi seçeceğini, hangi evi satın alacağı, bireysel tasarruflarını nasıl değerlendirileceği daha karmaşık yapıda karar verme örnekleridir. Söz konusu bu tür kararlar, basit yapıdaki günlük rutin kararlardan farklı olarak karar üzerinde etkili olabilecek faktörlerin ortaya çıkarılmasını, sonuçlar üzerindeki etkisinin tanımlanmasını ve analiz edilmesini gereklidir.

Benzer biçimde işletme yöneticileri de işletmede gerçekleştirilen tüm faaliyetlerle ilgili olarak her an çeşitli kararlar vermek durumundadırlar. Örneğin müşterilere ürününü ulaştırırken hangi ulaşım biçimini tercih edecekleri, ürünlerini müşterilerine ulaştırırken dağıtım merkezleri kullanıp kullanmayacakları, kullanacaklarsa bu merkezleri nereye kuracaklarının belirlenmesi gibi kararlar vermek durumunda olabilirler. Örneklenen bu ve buna benzer türde kararlar ayrıntılı analiz ve değerlendirme gerektiren kararlardır.

Günümüzün hızla değişen koşulları altında şekillenen iş çevrelerinde, yöneticilerin verdikleri kararlar işletmelerinin varlıklarını başarılı bir biçimde sürdürmelerinde hayatı öneme sahiptir. Verilen kararların etkisine bağlı olarak doğurduğu sonuçlar ise zaman içerisinde ortaya çıkmaktadır.

Verilen kararın doğruluğu kararın, zaman, para ve benzeri kaynakların etkin kullanılıp kullanılmadığına göre değerlendirilir. Bir dizi seçenek arasından birinin seçilmesi veya bir sıralama yapmak söz konusu olduğunda seçenekler veya alternatifler belirlenen ölçütler dikkate alınarak değerlendirilir. Bu değerlendirme sonunda alternatifler sıralanır ya da aralarından en iyi sonucu üreten belirlenir. Tüm bu eylemler ve çabalar ise karar verme sürecini oluşturur. Bu üitede karar vermeye ilişkin temel kavramlar açıklandıktan sonra karar verme sürecinin ayrıntıları ele alınmıştır.

TEMEL KAVRAMLAR

Günlük yaşamımızda karşılaştığımız karar verme durumu farklı biçimlerde ortaya çıkabilir. Bir problemin çözümü, süregelen durumun daha iyi hale getirilmesi veya fırsatlar içerisinde en iyi olanı seçerek kazancın maksimum kılınması, karar vermeyi gerektiren durumlar olarak sıralanır. Örneğin bir sektörde faaliyet gösteren bir işletme elde ettiği kârı değerlendirmek istediginde kendi sektöründe yatırım yapma, farklı sektörde yatırım yapma veya finansal araçlarda değerlendirme seçenekleri arasından birini seçme ile karşı karşıya kalabilir. Bu durum işletmenin daha fazla kazanç elde etme adına fırsatları değerlendirmesine örnek oluşturur. Bir işletme paketleme makinesinin arızası ile karşılaşılır. Bu arıza işletme açısından üstesinden gelinmesi gereken bir probleme karşılık gelir. İşletme bu problemi; makinenin tamirini sağlayarak ya da yeni bir makine satın alarak çözümleyebilir. Bu örnek ise problem çözümüne karşılık gelmektedir. Bir işletme belirli bir ürünü aynı ülkeden iki farklı tedarikçiden satın alınsın. Ürün tedariği ile ilgili sıkıntısı yaşanmaması amacıyla bir başka ülkeden daha tedarikçi ile ürün satın alma anlaşması yapılması ürün tedarik riskini azaltacak olumlu bir strateji olacaktır. Ekonomik, siyasi veya coğrafi risklere karşı ürünün tedarik riskini azaltacak bu arayış yeni bir tedarikçinin seçilmesi kararını ortaya çıkaracaktır. Verilen karar ile işletmenin ilgili ürüne ilişkin tedarik sürecinde mevcut olan durum daha iyi bir seviyeye taşınmış olacaktır. Bu örnek de mevcut durumun iyileştirilmesine yönelik karar örneği oluşturur.

Örneklerde işletme yöneticisinin paketleme makinesi arızasını tamir ettirmesi, bir başka ülkede üretim yapan tedarikçilerden birini belirlemesi, elde ettiği kârı yeni bir üretim tesisinin kurulması için kullanması verilen karara karşılık gelir. Bu kararların verilmesi ise bir süreç boyunca gerçekleştirilen bir dizi faaliyetin sonucunda ortaya çıkmaktadır. Tedarikçi seçim örneğini ele alalım. İşletme yöneticisinin tedarikçiler arasında birini seçmesi anlık bir olay değildir. Seçim kararını vermekle sorumlu yönetici, tüm potansiyel tedarikçileri belirlemiştir, tedarikçileri değerlendirmekte kullanacağı ölçütleri tanımlamış ve bu ölçütlerde göre tedarikçileri inceleyerek sonuçta ürün alınacak tedarikçiliği belirlemiştir. Başka bir ifadeyle kararı veren yönetici alternatifler arasında birini seçmiştir. Türk Dil Kurumu tarafından **karar**, bir iş ya da problem hakkında düşünülerek verilen kesin yargı olarak tanımlanmıştır.

Verilen *karar* bir sonucu ifade ederken *karar verme* ise bu sonuca ulaşabilmek için gerekten tüm aşamaları içeren süreci ifade eder. Karar verme sürecinde karar veren yönetici, kendisini amacına ulaştıracak belirli hareket biçimlerinden birini seçmektedir. Karar vericinin yaptığı iş tercihte bulunma veya seçim yapmadır. Böyle bir durumda tercih yapabilmek için en az iki farklı seçenekin varlığı söz konusu olmalıdır. Tek bir seçenekin olduğu diğer durumda *karar verme* söz konusu olmayacağıdır. Seçim yapma olarak ifade ettiğimiz karar verme daha geniş anlamda belirlenen amaca ulaşabilmek için eldeki olanak ve koşulları dikkate alarak uygulanabilecek çeşitli seçeneklerden (hareket biçimlerinden) en uygun olanı seçmektir. Kararı vermekle sorumlu yönetici ise kendisine verilen görevi sonuçlandırmak üzere tanımlanmış seçeneklerden en uygun olanını belirleyen kişidir.

Doğru kararı vermek tüm yöneticiler için arzu edilen bir durumdur. Ancak doğru karara ulaşmak, karşılaşılan problemlerin çoğunun karmaşık yapısı nedeniyle genellikle kolay bir iş değildir. Bu karmaşıklığın kaynağı olarak görülebilecek birkaç faktörün varlığından söz edilebilir. Bu faktörler şu şekilde sıralanabilir (Grünig ve Kühn, 2009; 1).

- Karar problemine ilişkin ulaşım istenen amaç veya amaçlar iyi tanımlanmamış olabilir.
- Problemin nicel ve nitel boyutları söz konusu olabilir ve boyutlar arasındaki ilişkiler her zaman açık bir biçimde ifade edilemeyebilir.
- Problem işletmenin veya organizasyonun birden fazla bölümünü ilgilendirebilir.

Karar: Bir iş ya da problem hakkında düşünülerek verilen kesin yargıdır.

Karar verme: Karara ulaşabilmek için gereken tüm aşamaları içeren süreçtir.

- Problemin çok sayıda alternatif çözümü söz konusu olabilir.
- Problemin yaşandığı çevreye yönelik gelecekteki gelişmeler belirsiz olabilir.

Karar Problemi

Ulaşımak istenen amaç veya amaçlar, ifade edilen amaç veya amaçları gerçekleştirmek için tanımlanmış en az iki seçenek, seçeneklerin uygulanması ile elde edilebilecek birbirinden belirgin biçimde farklı sonuçların varlığı ve hangi seçenekin uygulanması konusunda yargıya varılmasında güçlük yaşanılması karar verme durumunun bir problem olarak ele alınmasını gereklili kılınır. Karar vermeyi gereklili kılan bu tür durumlar karar problemi olarak ortaya konur.

Karar probleminde karar vericinin arzu edilen durum olarak ifade ettiği durum ile mevcut durum arasındaki farkı gidermeye yönelik hareket biçimlerini belirlemesi ve bu hareket biçimleri arasından en uygun olanını seçmesi söz konusudur. Örneğin bir işletmede makine arızası ile karşılaşan yöneticinin, makine arızasının üstesinden gelinmesine ilişkin çözüm yollarını ortaya çıkarması ve uygun olanını seçmek durumunda olması bir karar problemidir. Üretimde arzu edilen hatalı ürün üretim oranının belirlenip bu oranın yakalama için hangi yollara başvurulabileceğinin ortaya konması ve uygun olanının belirlenmesi de bir diğer karar problemi örneğidir. Verilen örneklerden hareketle karar problemlerinin iki önemli özelliği ortaya çıkmaktadır. Bu özelliklerden ilki; mevcut durumla arzu edilen durum arasındaki farklılık iken ikincisi ise amaca ulaşmak için az iki hareket biçiminin bulunmasıdır.

Bir karar probleminin elemanları; amaç, hedefler ve kriterler, seçenekler, doğal durumlar, olasılıklar ve sonuçlar karar verici olarak sıralanabilir.

Karar verici, amaç, hedefler ve kriterler, seçenekler, doğal durumlar, olasılıklar, sonuçlar bir karar probleminin elemanlarını oluşturur.

Karar verici, karar verme sorumluluğunu yerine getiren kişidir.

Karar Verici

Karar verici karar verme sorumluluğunu yerine getiren kişidir. Karar verici amaca ulaşmak için belirlenmiş hareket biçimleri (seçenekler) arasından birini seçme eylemini yerine getirir. Bazı durumlarda tek bir kişi değil bir grup karar verme eylemini yerine getirir. Karar vericiler verdikleri kararın sonuçlarına ilişkin sorumluluğu üstlenirler. İşletmeler söz konusu olduğunda yöneticiler karar verici durumundadırlar.

Amaç

Amaç karar sonucunda neye ulaşmak istenildiğinin ifadesidir. Kararlar ise belirli bir amaç doğrultusunda verilmektedir. İşletmeler dikkate alındığında amaç sıklıkla; en büyüğeleme veya en küçükleme şeklinde ifade edilir. Kâr amacı güden bir işletme için kârin en büyüğlenmesi, bir kamu kurumunda birim zamanda belirli bir konuda hizmet alan kişi sayısının en büyüğlenmesi, belirli bir işin yerine getirilmesi için gerekli maliyetin en küçükleşmesi amaca verilebilecek örneklerdir.

Hedefler ve Kriterler

Hedef ve amaç çoğunlukla birbirinin yerine kullanılan kavramlar olarak karşımıza çıkmaktadır. Hedef amaca ulaşmak için yerine getirilmesi gerekenlere karşılık gelir. Amaç kârin en büyüğlenmesi olarak belirlendiğinde hedef satışların % 5 arttırılması olarak belirlenebilir.

Karar seçeneklerinin hangi açılardan değerlendirileceği ya da kararı veren kişinin amaca ulaşma konusunda kabul edebileceği dejere ilişkin tutumu karar kriteri olarak ifade edilir. Ev satın alma kararını vermek durumunda olan bir kişi işyerine, sağlık merkezine ve okullara yakınlığı, oda sayısı, ulaşım olanakları ve fiyatını göz önünde bulundurarak farklı ev seçeneklerini değerlendirir. Kişinin değerlendirmesinde kullandığı sayısal büyütükler karar üzerinde etkili olan faktörler karar kriterine karşılık gelmektedir.

Seçenekler

Seçenek, bir karar probleminin çözümünde karar vericinin seçebileceği alternatiflerden, hareket biçimlerinden her biridir.

Bir karar probleminin çözülebilmesi için karar vericinin seçebileceği, benimseyebileceği hareket biçimleri **seçenek** (alternatif) olarak ifade edilir. Seçenek aynı zamanda alternatif veya strateji olarak da isimlendirilmektedir. Seçenekler karar verici tarafından belirlenir. Seçenekler karar problemine uygulanabilir ve birbirinden belirgin farklılıkta sonuçlar üretme özelliğini taşımalarıdır. Karar probleminde karar vericinin kontrolü altındaki değişkenler karar değişkeni adını alır. Bir karar verme durumunda karar vericinin seçebileceği en az iki seçenek söz konusu olmalıdır. Ev satın alma örneğinde karar vericinin şehrın çeşitli noktalarında belirlediği satılık evler karar probleminin seçeneklerini oluşturur.

Doğal Durumlar

Karar probleminin içinde yer aldığı çevrenin farklı durumları doğal durumlara karşılık gelir.

Doğal durumlar karar probleminde karar vericinin kontrolü altında olmayan faktörlerdir. Karar probleminin içinde yer aldığı çevrenin farklı durumlarını ortaya koyarlar. Doğal durumlar (çevresel faktörler) karar sonuçları üzerinde etkili olmaktadır. Doğal durumlar gelecekte ortaya çıkması beklenen gerçek olaylar olmakla birlikte nasıl gerçekleşeceğini kesin olarak bilinmeyen olaylardır. İşletmenin ihracat yapacağı ülkenin ekonomik durumu, aynı sektörde faaliyet gösteren işletmelerin stratejileri, siyasi riskler, doğal afetler vb. doğal durumlara örnek olarak gösterilebilir. Ev satın alma örneğinde apartman dairesi ya da bahçeli ev seçenekleri karar vericinin kontrol edebildiği değişkenler iken bir sonraki yıl ülke ekonomisine göre evlerin satış bedellerinde meydana gelecek değişiklik karar verici açısından kontrol edilemeyecek bir değişken olmaktadır. Karar verici doğal durumlardan hangisinin gerçekleşeceğini kesin olarak bilmemekle birlikte ortaya çıkma olasılığını geçmiş verilerden, gözlemlerden veya kişisel yargılardan hareketle bazı problemler için önceden tahmin edebilir.

Olasılıklar

Karar vericilerin verdikleri kararlar geleceğe ilişkindir. Karar vericiler gelecekte nelerin olacağını bilmeden karar vermektedirler. Geleceğe ilişkin belirsizlik karar vermemi zorlaştırın en önemli faktördür ve belirsizliğin kaynağını doğal durumlar başka bir ifadeyle çevresel faktörler oluşturur. Karar verici karar üzerinde etkili doğal durumları bilmekle birlikte gelecekte hangi değer veya durumla ortaya çıkacağını bilemez. Doğal durumlarla ilgili belirsizlik doğal durumların ortaya çıkma olasılıklarının belirlenmesi ile azaltılır. Bir karar problemi için gelecekte olması mümkün doğal durumlar arasından en fazla biri ortaya çıkabilir. Bununla birlikte tanımlı doğal durumlardan en az bir tanesi mutlaka gerçekleşecektir. Gelecekte ne olacağı ise geçmiş verilerden veya kişisel yargılardan hareketle tahmin edilir. Bu değerler karar probleminde doğal durumların ortaya çıkma olasılıklarına karşılık gelir. Örneğin klima üreticisi bir işletme ele alınır. Bir sonraki yılın yaz aylarının hava sıcaklıklarının yüksek olması veya mevsim normallerinde gerçekleşmesi satışlar üzerinde etkili ancak karar vericinin kontrol edemediği bir değişkendir. Karar verici meteorolojinin yaptığı hava sıcaklık tahmininden hareketle iki doğal durumun ortaya çıkma olasılıklarını tahmin edebilir ve bu varsayımla üretim sayısını belirler.

Sonuçlar

Sonuçlar belirli bir hareket biçiminin (alternatif) gelecekte ortaya çıkacak doğal durumda üreteceği sayısal değerdir. Her bir seçenek ve bu seçeneğin gerçekleştiği doğal durum ikilisinin sonucu birbirinden farklı olacaktır. Sonuç değerleri bazı durumlarda sayısal olarak ifade edilemez. Bu tür durumlarda sonuçlar fayda birimleri biçiminde ifade edilirler.

Sonuç değerlerinden oluşan matrise ise strateji tablosu (matrisi) adı verilir. Bu matris her bir alternatif ve doğal durum ikilisine karşılık gelen sonuç değerlerinden oluşur. Matriste satırlarda alternatifler yer alırken sütunlarda ise doğal durumlar yer alır. Bir karar

problemi A ile gösterilen m ($i=1,2,\dots,m$) adet alternatif ve D ile temsil edilen n ($j=1,2,\dots,n$) tane doğal durumdan oluşsun. Seçenek ve doğal durum ikililerinin ortaya çıkaracağı sonuçlar ise sij ile gösterilsin. Bu durumda bu karar problemine ilişkin strateji tablosunun (matrisi) gösterimi Tablo 1.1'deki gibi olacaktır.

		Doğal Durumlar				
Stratejiler (Seçenekler-Alternatifler)		D ₁	D ₂	D ₃	...	D _n
A ₁		S ₁₁	S ₁₂	S ₁₃	...	S _{1n}
A ₂		S ₂₁	S ₂₂	S ₂₃	...	S _{2n}
A ₃		S ₃₁	S ₃₂	S ₃₃	...	S _{3n}
⋮		⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
A _m		S _{m1}	S _{m2}	S _{m3}	...	S _{mn}

Tablo 1.1
Strateji Tablosu

Karar problemlerinde kullanılan Strateji Tablosunu açıklayınız.



KARAR PROBLEMİ ÇÖZÜM YAKLAŞIMLARI

Karar problemi çözüm yaklaşımı, karar vericinin karar verme durumunda sergilediği davranış biçimidir. Karar problemlerinin çözümünde hangi davranış biçiminin belirleneceğine ilişkin birkaç farklı yaklaşım vardır. Bu yaklaşılardan öne çıkanları; sezgisel karar verme, tecrübeye dayanarak karar verme ve bilimsel yaklaşımla karar verme biçimindedir. Bu üç yaklaşım dışında karar verme yaklaşımı olarak; uzmanların görüşünü uygulama ve rastgele seçim de sayılabilir (Grünig ve Kühn, 2009, s.9).

Sezgisel karar verme, karar vermede sezgi ve duygusal faktörlerin temel olduğu yaklaşımdır. Bu yaklaşımın probleme ilişkin ayrıntılı araştırma ve bilimsel analiz yapılmadan karar verilmesi söz konusudur.

Tecrübeye dayanarak karar verme yaklaşımında karar verici, geçmişte karşılaştığı benzer problemlerin çözümünde elde ettiği tecrübe dayanarak hareket etmektedir. Geçmişte karşılaşılan benzer problemlerde izlenen çözüm yolu, bugün karşılaşılan benzer problemlerin çözümünde de izlenir. Bir anlamda geçmişte yaşananların gelecekte de geçerli olacağı düşüncesi ile hareket edilir. Buna göre, bu tür karar verme yaklaşımında doğal durumların mevcut problemde de geçmişteki ile aynı olacağı varsayılmaktadır. Bu varsayımda, arada geçen zaman içinde doğal durumlara ilişkin olası değişimi dikkate almamaktadır.

Bilimsel yaklaşımla karar verme; karar vericinin problemi bilimsel olarak ele aldığı yaklaşımdır. Karar problemi bilimsel yöntem kullanılarak çözülür. Bu yaklaşımın karar verici sistematik yolla rasyonel kararı vermeye odaklanmaktadır.

Karar problemine ilişkin eksik bilgi, seçeneklerin olası etkilerine ilişkin belirsizlik karar vericilerin zaman zaman tecrübe ve sezgileri ile karar vermelerine neden olmaktadır.

Karar problemi çözüm yaklaşımlarından tecrübe dayanarak karar verme yaklaşımını özetleyiniz?



KARAR TÜRLERİ

Karar türleri, kararları farklı açılardan ele alarak sınıflandırılmaktadır. Bu açılar; karar verme ortamı, yönetim kademesi, kararın yapısı, kararın bağlantı durumu, karar verici sayısı, kriter sayısı olarak sıralanabilir.

Karar Verme Ortamına Göre Kararlar

Kararın verildiği ortam karar vericinin karar problemi ile ilgili olarak sahip olduğu bilgi düzeyine bağlıdır. Doğal durumlara ilişkin bilgi düzeyi karar ortamının ne olduğu üzerinde belirleyicidir. Verildiği ortama göre kararlar;

- Belirlilik ortamında karar,
- Belirsizlik ortamında karar,
- Risk ortamında karar

birimde sınıflandırılır.

Belirlilik Ortamında Karar

Karar vericinin, doğal durumların hangi değerle (durumla) ortaya çıkacağını kesin olarak bildiği karar ortamı *belirlilik ortamı* olarak ifade edilir. Bu tür karar ortamlarında geleceğe ilişkin belirsizlik söz konusu değildir. İşletmelerin ait olduğu çevrede gelecekte ne olacağının tam olarak bilinmemesi nedeniyle belirlilik ortamı ile nadiren karşılaşılır. Belirlilik ortamında bir karar verme söz konusu ise karar probleminde yer alan parametrelerin değerleri kesin olarak bilinmektedir. Belirlilik ortamında ortaya çıkan karar problemlerinin çözümünde doğrusal programlama, hedef programlama gibi matematiksel tekniklerden yararlanılır. Bu tekniklerin ayrıntıları Yöneylem Araştırması dersinin konusu olup bu derse ilişkin kitabınızda ele alınmıştır.

Belirsizlik Ortamında Karar

Karar vericinin doğal durumları tanımlayabildiği ancak doğal durumların ortaya çıkma olasılıklarını belirleyemek için yeterli bilgiye sahip olmadığı karar ortamı *belirsizlik ortamı* olarak ifade edilir. Karar verici dikkate alındığında karar vermenin güç olduğu bir karar ortamıdır. Verilen kararlar geleceğe ilişkin olduğundan belirsizlik durumu ile karşı karşıya kalınması kaçınılmaz olmaktadır.

Risk Ortamında Karar

Karar vericinin doğal durumları tanımlayabildiği ve doğal durumların ortaya çıkışlarına ilişkin olasılıkları belirleyebilecek yeterli bilgiye sahip oldukları karar ortamı ise *risk ortamı* olarak ifade edilir. Doğal durumların ortaya çıkma olasılıkları ise olasılıklar başlığında dephinildiği üzere; geçmiş verilerden ve deneylerden hareketle objektif biçimde veya kişisel yargılardan hareketle subjektif biçimde tahmin edilir.

Belirsizlik ve risk ortamlarına ilişkin ayrıntılı bilgiler ve bu karar ortamlarında kullanılan karar verme yaklaşımları kitabınızın izleyen ünitelerinde ele alınmıştır.

Yönetim Kademesine Göre Kararlar

Yönetim kademesine göre kararlar; stratejik, taktik ve operasyonel olmak üzere üç sınıfta incelenir.

Stratejik Kararlar

Stratejik kararlar; çok karmaşık yapıda, belirsizlik ortamında verilen, sonucuna ilişkin etkilerin uzun zaman diliminde ortaya çıktığı kararlardır. Bu kararlar işletmelerde üst düzey yöneticilerin yetki alanında yer alan, işletmenin varlığı ve devamlılığı üzerinde etkili

kararlardır. Bu tür kararlara örnek olarak bir işletmenin yeni bir ürünü piyasaya sürme kararı, üretimde yeni bir teknolojiyi kullanma kararı verilebilir.

Taktik Kararlar

Taktik kararlar orta vadede yapılması gereken faaliyetlere ilişkin kararlardır. Genel olarak risk ortamında orta düzey yöneticilerin yetki alanında yer alan kararlardır. Bu tür kararlara örnek olarak; hangi tedarikçiden hangi ürünün veya ürünlerin satın alınması gereğiği kararı, ürünlerin depolara taşınma biçimi kararı verilebilir.

Operasyonel Kararlar

Operasyonel kararlar günlük konuları içeren kısa süreli kararlardır. Bu tür kararlar alt düzey yöneticilerin yetki alanında yer alan kararlardır. Operasyonel kararlar belirlilik ortamında verilen kararlardır. Tedarikçilere verilecek günlük sipariş miktarının belirlenmesi operasyonel karara örnek oluşturur.

Yapılarına Göre Kararlar

Yapılarına göre kararlar programlanmış ve programlanmamış olmak üzere iki sınıfta toplanır.

Programlanmış Kararlar

Programlanmış kararlar; rutin, tekrarlanan nitelikteki kararlardır. Karar vermede izlenecek çözüm yolu ve kullanılacak yöntem önceden belirlenmiştir. Bu tür kararların verilmesinde çözüm yolu ve yöntemi tanımlanmış olduğundan karar vericinin müdahalesine ihtiyaç duyulmamaktadır. Bununla birlikte programlanmış kararların tekrarlanan yapıda olmasından dolayı ilk kez çözüme yönelik izlenen yol belirlendikten sonra, sonrakilerinin çözümünde de aynı biçimde uygulanır. Bir anlamda tekrarlanan faaliyetler için çözüm yolu bir kere oluşturulmakta, belirlenen kurallar dizisi aynı karar probleminin çözümünde tekrar tekrar kullanılmaktadır. İşletmelerde özlük işlemleri, müşteri şikayetlerine yönelik izlenen telafi eylemleri programlanmış kararlara örnek oluşturur.

Programlanmamış Kararlar

Programlanamayan kararlar standart bir yaklaşımla verilemeyen, tekrarlanmayan (rutin olmayan), özgün kararlardır. Bu tür kararlar daha önce karşılaşılmamış nitelikte olduğundan karar verme sürecinin hiçbir aşamasında daha önceden belirlenmiş, izlenebilecek standartlaştırılmış bir yol yoktur. Programlanmamış kararlar için belirsizlik ortamı söz konusudur. Yönetim kademesine göre yapılan sınıflamadaki stratejik kararlar programlanmamış karar sınıfına girmektedir. Stratejik kararlara örnek olarak verilen “bir işletmenin yeni bir ürünü piyasaya sürme” kararı, aynı zamanda bir programlanmamış karar örneği oluşturur.

Bağlantılı Olma Durumuna Göre Kararlar

Kararlar, birbirleri ile olan bağlantıları ve aralarındaki ilişki dikkate alındığında statik ve dinamik kararlar olmak üzere iki sınıfa ayrılır.

Statik Kararlar

Bazı karar problemleri yalnız bir defa verilen kararlardan oluşur. Bu tür kararların sonuçları başka bir kararla ilişkili olmayan yapıdadır.

Dinamik Kararlar

Aynı anda veya farklı zamanda verilen birbirleriyle ilişkili, aynı konuda birbirinin devamı olarak ele alınabilecek kararlardır. Dinamik yapıdaki kararlar, bir kararın sonucunun kendisinden sonra alınan karar üzerinde etkili olduğu bir kararlar dizisidir.

Kriter Sayısına Göre Kararlar

Karar problemleri, göz önünde bulundurulan kriter sayısına göre tek ve çok kriterli olmak üzere iki sınıfa ayrılır.

Tek Kriterli Kararlar

Ulaşımak istenen tek bir amacın olduğu bununla birlikte belirlenen amaca ulaşmada tek bir kriterin dikkate alındığı karar problemleridir. Örneğin kârını en çok kılmak isteyen işletme yöneticisinin yalnızca satışları dikkate alması tek kriterli bir karar problemi örneği oluşturur.

Çok Kriterli Kararlar

İşletme yöneticilerinin karar problemleri çoğunlukla birden çok amaç ve kriter içermektedir. Çok sayıda kriterin karar verme eylemi üzerinde etkili olduğu problemler çok kriterli karar problemlerini oluşturur. Çok kriterli karar probleminin söz konusu olabilmesi için ikiden çok seçenek ve kararın verilmesi üzerinde etkili ikiden çok kriterin varlığı gereklidir. Çoğu zaman tanımlanan kriterler birbiri ile çatışan niteliktedir. Örneğin otomobil satın alma kararı veren birey için arabanın fiyatı ve sağlayacağı konfor çatışan kriterlerdir.

Karar Verici Sayısına Göre Kararlar

Karar verme sürecinde yer alan kişi sayısına bağlı olarak kararlar bireysel ve grup kararı olmak üzere iki sınıfa ayrılır.

Bireysel Kararlar

Tek bir karar vericinin karar verme sürecine ilişkin adımları yerine getirerek karar vermesidir.

Grup Kararları

Birden fazla bireyin bir araya gelerek ortak bir karar verme durumu grup kararı olarak ifade edilir.

SIRA SİZDE

3

Programlanmış ve programlanmamış kararları açıklayınız?

KARAR VERME SÜRECİ

Gerçek hayatı bir karar problemine çözüm bulmak genellikle, oldukça uzun zaman alan bir süreçtir. Süreç problemin varlığının keşfedilmesi ile kararın verilmesi arasında uzun süreli bir çalışmayı gerektirir. Süreç içerisinde problemi anlamak, çözüm için yaklaşımalar geliştirmek ve uygun olanı belirlemek zaman almaktadır. Karar verme süreci bir karar probleminin çözümü için gerekli işlemleri içeren bir kurallar dizisidir. Bu süreç birbirini izleyen altı adımdan oluşmaktadır. Karar verme sürecinde izlenen altı adım aşağıda sıralanmıştır.

1. Adım: Problemin ifade edilmesi,
2. Adım: Amaç ve hedeflerin belirlenmesi,
3. Adım: Problemin çözümü için gerekli bilgilerin toplanması,
4. Adım: Çözüm seçeneklerinin ifade edilmesi,
5. Adım: Seçeneklerin karar kriterleri ile değerlendirilmesi,
6. Adım: En uygun seçenekin belirlenmesi.

Problemin İfade Edilmesi

Karar verme sürecinin ilk adımı problemin ifade edilmesidir. Bu adımda karar verici bir karar problemi ile karşı karşıya olup olmadığını anlamalıdır. Bir problem olduğu fark edildikten sonra problemi ortaya koyacak tüm bilgiler toplanarak problem ayrıntılı ve anlaşılır biçimde tanımlanır. Problemin tanımlanması karar verme sürecinin diğer adımlarında gerçekleştirilen işlemlere temel oluşturur. Bu nedenle eğer problem yanlış tanımlandıysa sonraki adımlar doğru biçimde uygulansa da elde edilecek sonuç problemi çözmeyecektir.

Herhangi bir problemin varlığı birtakım olaylar veya gelişmelerin ortaya çıkmasıyla keşfedilir. Bu tür bir keşif bir işletme çalışanı tarafından (ustabaşı, finans uzmanı, kalite yöneticisi, vb.) yapılabilir. Bu kişiler devam eden işlere ilişkin bilgi almaktadırlar. Bu bilgilerin çoğu herhangi bir analiz yapma amacıyla toplanmamaktadır. Ancak bu bilgiler problemin varlığına ilişkin belirti(ler) sunabilmektedir. Örneğin bir makine operatörünün makine ısı bilgilerini gözden geçirdiğinde normale göre yüksek ısı ile karşılaşması durumu burada bir problemin var olduğunu belirtisidir. Bu belirti bir karar verme sürecinin başlama nedeni olabilir. Belirtiler problemin tanımına karşılık gelmemektedir. Belirtiler problemin varlığının farkına varılmasında etkili olan faktörlerdir. Makinenin ısınması belirti iken bu ısınmanın kaynağı çözülmeli gereken problemdir. Belirti ve problem arasındaki farkı iyi anlayıp çözüme ulaşabilmek için problemin net bir biçimde ortaya konması, etkili çözümün elde edilmesini sağlayacaktır.

Amaç ve Hedeflerin Belirlenmesi

Problem ifade edildikten sonra amaç ve hedeflerin de net biçimde belirlenmesi gereklidir. Amaç belirlenirken “problemin çözümü ile ulaşmak istenilen nedir?” sorusuna cevap aranır. Amaç tanımında üzerinde durulması gereken en önemli öğe; amacın temel içeriğidir. İşletmeler söz konusu olduğunda karar probleminde amaçlar sıkılıkla, performans amaçları (kalite, kapasite kullanımı, verimlilik, pazar payı vb.), finansal amaçlar (kâr, yarımının getirisi, likidite vb.) ve sosyal amaçlar (çalışan memnuniyeti, kurumsal sorumluluk vb.) olarak karşımıza çıkmaktadır (Grünig ve Kühn, 2009; s.18).

Hedef veya hedefler belirlenirken de “amaça ulaşmak için neler yapılmalıdır?” sorusuna cevap aranır. Bu sorulara ölçülebilir değerlerle ifade edilen cevapların verilmesi beklenir. Amacı gerçekleştirmek için birden fazla hedefin başarılması söz konusu olabilir. Hedef amaca göre daha kısa bir zaman dilimine karşılık gelmektedir. Bu adımda aynı zamanda hedefe ulaşma ölçüyü olan kriterler de tanımlanır.

Problemin Çözümü İçin Gerekli Bilgilerin Toplanması

Problemin çözümü için gerekli bilgilerin eksiksiz toplanabilmesi için problemin boyutunun ortaya çıkarılması gereklidir. Problemin yaşadığı sistem ile bağlı olduğu diğer sistemler arasındaki ilişkiler belirlenmelidir. Böylelikle karar verme sürecinde verinin nereden ve nasıl elde edileceği belirlenmiş olur. Toplanan bilgilerin zamanında, yeterli düzeyde ve doğru olarak elde edilmesi problemin çözümü için büyük öneme sahiptir. Bu nedenle, karar verilmesinde etkili olan faktörlerin neler olduğu, bu faktörlerden hangilerinin kontrol edilebilir hangilerinin kontrol edilemez olduğu incelenir. Bu analiz sonucunda karar verici çözüme ulaşırken izleyeceği yönteme karar verecektir.

Çözüm Seçeneklerinin İfade Edilmesi

Problemin çözümüne ilişkin tüm alternatif hareket biçimleri, seçenekler bu adımda belirlenir. Çözümde uygulanabilecekler; alternatif, seçenek ya da strateji olarak da tanımlanır. Seçenekler belirlenirken uygulanabilir olmasına dikkat edilir. Seçenekler ifade edilen amaca ulaşmak veya keşfedilen problemin çözümü için kaynakların nasıl kullanacağını

gösteren araçlardır. Kararı oluşturacak seçme eylemi bu aşamada belirlenecek seçenekler arasından yapılacaktır. Bu nedenle potansiyel tüm seçenekler belirlenmelidir.

Seçeneklerin Karar Kriterleri ile Değerlendirilmesi

En iyi seçeneğin belirlenmesi için temeli oluşturan seçeneklerin değerlendirilmesi işlemi bu adımda gerçekleştirilir. Bu adımda seçeneklerin, önceki adımlarda belirlenen karar model ve tekniklerinin kullanımı ile hedeflerden türetilmiş kriterler açısından karşılaştırması yapılır. Karar kriterleri alternatiflerin karşılaştırılmasında kullanılan özelliklerdir.

En Uygun Seçeneğin Belirlenmesi

Bu adımda seçeneklerin değerlendirilmesi ile elde edilen sonuçlar dikkate alınarak en iyi çözümü veren seçenek belirlenir. Belirlenen seçenek kararı oluşturur.

SIRA SİZDE

4

İşletmelere ilişkin karar problemlerinde tanımlanabilecek amaçlara örnekler veriniz?

İyi Kararın Özellikleri

Karar verme süreci sonucunda verilen karar bir amaca ulaşmak amacıyla alınmaktadır. Kararın iyi olması, amaca ulaşılıp ulaşılmadığıyla veya bir problem söz konusu ise problemi hangi ölçüde çözümlediği ile ilişkilidir. Doğru karar en iyi sonuca ulaşırın karardır. Fakat kararın verildiği anda sonucun ne olacağı kesin olarak bilinmeyeceğinden kararın doğru bir karar mı yanlış bir karar mı olduğu ancak uygulamaya alındıktan sonra görülebilecektir. Bir karar problemine çözüm bulunduğuanda karar verici, iyi karar olarak belirlendiği seçeneğin aynı zamanda doğru karar olmasını da arzu eder. Karar geleceğe yönelik verildiğinden, benimsenen seçeneğin doğru karar olabilmesi karar verme sırasında kabul edilen varsayımların doğruluğuna ve doğal durumların gelecekte alacağı değerleri iyi bir biçimde tahmin etmeye bağlıdır. İyi bir kararın taşıması gereken özellikler aşağıda sıralanmıştır.

Karar Etkili Olmalıdır

İyi bir karar etkili bir karar olma özelliğine sahiptir. Bir kararın etkililiği, ele alınan problemi çözme derecesi ile belirlenebilir. Etkili bir karar uygulandığında karar vermeyi gerektiren sorunu ortadan kaldırmakta ya da fırsat söz konusu ise, fırsat en iyi biçimde değerlendirmiştir.

Karar Verimli Olmalıdır

Kararın verilmesi ve uygulanması sürecinde bir maliyet söz konusu olacaktır. Verilen kararın verimli olması, kararın verilmesi ve uygulanması aşamasında ortaya çıkabilecek maliyetin ön görülen düzeyde kalması demektir.

Karar Uygulanabilir Olmalıdır

Verilen kararların uygulanabilirliği kararın değeri üzerinde etkilidir. Buradan hareketle kararın gerçekçi ve mevcut duruma uygun olması kararın kabul edilebilirliğini artıracaktır.

Karar Zamanında Verilmiş Olmalıdır

Kararın ihtiyaç duyulan süre içinde verilmesi önem taşır. Gecikmiş bir karar, problemin çözümüne bir katkı sağlamayacaktır. Bununla birlikte gerekli inceleme ve araştırmaların yapılması izin vermeyecek hızda verilmiş bir karar da beklenen faydanın elde edilmesine engel olabilecektir. Bu nedenle iyi bir karara ulaşmak için karar zamanında verilmelidir.

Özet



Karar verme ile ilgili temel kavramları tanımlamak.

Karar verici; karar verme sorumluluğunu yerine getiren kişidir. Karar verici amaca ulaşma için belirlenmiş hareket biçimleri (seçenekler) arasından birini seçme eylemini yerine getirir. Bazı durumlarda tek bir kişi bazı durumlarda ise birden çok kişiden oluşan bir grup karar verici konumunda olabilir.

Amaç; karar sonucunda neye ulaşmak istenildiğinin ifadesidir. İşletmeler dikkate alındığında amaç sıkılıkla en büyüğe veya en küçükleme şeklinde ifade edilir. **Hedefler ve Kriterler:** Hedef amaca ulaşmak için yerine getirilmesi gerekenlere karşılık gelir. Karar seçeneklerinin hangi açılardan değerlendirileceği ya da kararı veren kişinin amaca ulaşma konusunda kabul edebileceği değere ilişkin tutumu karar kriteri olarak ifade edilir.

Seçenekler: Bir karar probleminin çözülebilmesi için karar vericinin seçebileceği, benimseyebileceği hareket biçimleri seçenek olarak ifade edilir. Seçenek aynı zamanda alternatif veya strateji olarak da isimlendirilmektedir. **Doğal Durumlar (Çevresel faktörler):** Karar probleminde karar vericinin kontrolü altında olmayan faktörlerdir. Karar probleminin içinde yer aldığı çevrenin farklı durumlarını ortaya koyarlar. Doğal durumlar gelecekte ortaya çıkması beklenen gerçek olaylar olmakla birlikte nasıl gerçekleşeceğini kesin olarak bilinmeyen olaylardır.

Olasılıklar: Karar vericilerin verdikleri kararlar geleceğe ilişkindir. Bununla birlikte karar vericiler gelecekte nelerin olacağını bilmenden karar vermek durumundadırlar. Geleceğe ilişkin belirsizlik karar vermemi zorlaştırır en önemli faktördür ve belirsizliğin kaynağını doğal durumlar başka bir ifadeyle çevresel faktörler oluşturur. Doğal durumlarla ilgili belirsizlik doğal durumların ortaya çıkma olasılıklarının belirlenmesi ile azaltılır. Bir karar problemi için gelecekte olması mümkün doğal durumlar arasında en fazla biri ortaya çıkabilir. Bununla birlikte tanımlı doğal durumlardan en az bir tanesi mutlaka gerçekleşecektir. Gelecekte ne olacağı ise geçmiş verilerden veya kişisel yargılardan hareketle tahmin edilir. Bu değerler karar probleminde doğal durumların ortaya çıkma olasılıklarına karşılık gelir.

Sonuçlar: Belirli bir hareket biçiminin (alternatif) gelecekte ortaya çıkacak doğal durumda üreteceği sayısal değerdir. Her bir seçenek ve bu seçeneğin gerçekleştiği doğal durum ikilisinin sonucu birbirinden farklı olmaktadır.



Karar problemi çözüm yaklaşımını açıklamak.

Karar problemi çözüm yaklaşımı, karar vericinin karar verme durumunda sergilediği davranış biçimidir. Karar problemlerinin çözümünde hangi davranış biçiminin belirleneceğine dair birkaç farklı yaklaşım vardır. Bu yaklaşılardan öne çıkanları; sezgisel karar verme, tecrübeye dayanarak karar verme ve bilimsel yaklaşımla karar vermedir.

Sezgisel karar verme, karar vermede sezgi ve duyu gibi soyut faktörlerin temel alındığı yaklaşımdır. Bu yaklaşımın probleme ilişkin ayrıntılı araştırma ve bilimsel analiz yapılmadan karar verilmesi söz konusudur.

Tecrübeye dayanarak karar verme yaklaşımında, karar verici geçmişte karşılaştığı benzer problemlerin çözümünde elde ettiği tecrübeye dayanarak hareket etmektedir. Geçmişte karşılaşılan benzer problemlerde izlenen çözüm yolu, bugün karşılaşılan benzer problemlerin çözümünde de izlenir.

Bilimsel yaklaşımla karar verme; karar vericinin problemi bilimsel olarak ele aldığı yaklaşımdır. Karar problemi bilimsel yöntem kullanılarak çözülür. Bu yaklaşımın karar verici sistematik yolla rasyonel kararları vermeye odaklanmaktadır.



Karar türlerini sıralamak.

Kararlar çeşitli kriterlere göre sınıflandırılmaktadır; Karar Verme Ortamina Göre Kararlar

- Belirlilik ortamında karar
- Belirsizlik ortamında karar
- Risk ortamında karar

Yönetim Kademesine Göre Kararlar

- Stratejik Kararlar
- Taktik Kararlar
- Operasyonel Kararlar

Yapılara Göre Kararlar

- Programlanmış Kararlar
- Programlanmamış Kararlar

Bağlılı Olma Durumuna Göre Kararlar

- Statik Kararlar
- Dinamik Kararlar

Kriter Sayısına Göre Kararlar

- Tek Kriterli Kararlar
- Çok Kriterli Kararlar

Karar Verici Sayısına Göre

- Bireysel Kararlar
- Grup Kararları

birimde sınıflandırılır.

*Karar verme sürecini açıklamak.*

Gerçek hayatı bir karar probleminin çözümüne yönelik süreç genellikle oldukça uzun zaman almaktadır. Süreç problemin varlığının keşfedilmesi ile kararın verilmesi arasında uzun süreli bir çalışmayı gerektirir. Süreç içerisinde problemi anlamak, çözüm için yaklaşımalar geliştirmek ve uygun olamı belirlemek zaman almaktadır. Karar verme süreci bir karar probleminin çözümü için gerekli işlemleri içeren bir kurallar dizisidir. Bu süreç birbirini izleyen altı adımdan oluşmaktadır. Karar verme sürecinde izlenen altı adım aşağıda sıralanmıştır.

1. Adım: Problemin ifade edilmesi,
2. Adım: Amaç ve hedeflerin belirlenmesi,
3. Adım: Problemin çözümü için gerekli bilgilerin toplanması,
4. Adım: Çözüm seçeneklerinin ifade edilmesi.
5. Adım Seçeneklerin karar kriterleri ile değerlendirilmesi.
6. Adım. En uygun seçeneğin belirlenmesi.

Kendimizi Sınayalım

- 1.** Bir iş ya da problem hakkında düşünülverek verilen kesin yargıya ne ad verilir?
- Karar Problemi
 - Doğal durum
 - Karar
 - Amaç
 - Hedef
- 2.** "Bir mağaza zinciri aylık cirosunu en büyüğlemek istemektedir" ifadesi karar probleminin hangi elemanını oluşturabilir?
- Kriter
 - Sonuç
 - Olasılık
 - Doğal durum
 - Amaç
- 3.** Bir karar probleminin çözülebilmesi için karar verici seçebileceği, benimsayabileceği hareket biçimlerine ne ad verilir?
- Kriter
 - Amaç
 - Hedef
 - Seçenek
 - Karar
- 4.** Karar verme kavramı ile ilgili aşağıdaki ifadelerden hangisi **yanlıştır**?
- Kararlar belirli bir amaç doğrultusunda verilmektedir.
 - Amaçların gerçekleştirilmesi için bir seçenekin tımlanmış olması yeterlidir.
 - Karar verici karar verme sorumluluğunu yerine getiren kişidir.
 - Bazı durumlarda karar verici sayısı birden fazla olmaktadır.
 - Doğal durumlar karar verme problemlerinin bir elemanıdır.
- 5.** Geçmişte karşılaşılan bir problemde izlenen çözüm yolunun karşılaşılan benzer bir problemin çözümünde de izlenmesi durumunda, aşağıdaki karar problemi çözüm yaklaşımlarından hangisi benimsenmiş olur?
- Sezgisel karar verme
 - Tecrübeye dayanarak karar verme
 - Bilimsel yaklaşım
 - Uzman görüşü uygulama
 - Rastgele seçim
- 6.** Karar verme sürecinin ilk adımı aşağıdakilerden hangisidir?
- Karar vericinin belirlenmesi
 - Problemin çözümü için gerekli bilgilerin toplanması
 - Problemin ifade edilmesi
 - Amaç ve hedeflerin belirlenmesi
 - Seçeneklerin ifade edilmesi
- 7.** Karar vericinin doğal durumların hangi değerle (durum-la) ortaya çıkacağını kesin olarak bildiği karar ortamı aşağıdakilerden hangisidir?
- Risk ortamında karar
 - Belirsizlik ortamında karar
 - Belirlilik ortamında karar
 - Sezgisel karar
 - Bilimsel Yaklaşım
- 8.** Aşağıdakilerden hangisi karar türü sınıflandırmalarından biri **değildir**?
- Verildiği ortama göre
 - Yapılmasına göre
 - Karar verici sayısına göre
 - Kriter sayısına göre
 - Doğal durum sayısına göre
- 9.** Bir kararın sonucunun kendisinden sonra alınan karar üzerinde etkili olduğu kararlar, aşağıdaki karar sınıflarından hangisinde yer alır?
- Stratejik kararlar
 - Dinamik kararlar
 - Programlanmamış kararlar
 - Tek kriterli kararlar
 - Grup Kararları
- 10.** Aşağıdakilerden hangisi genellikle orta düzey yöneticilerin yetki alanında yer alan kararlardan biridir?
- Grup Kararları
 - Programlanmamış kararlar
 - Çok kriterli Kararlar
 - Stratejik Kararlar
 - Taktik Kararlar

Kendimizi Sınavalım Yanıt Anahtarı

1. c Yanınız yanlış ise “Temel Kavramlar” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
2. e Yanınız yanlış ise “Temel Kavramlar” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
3. d Yanınız yanlış ise “Temel Kavramlar” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
4. b Yanınız yanlış ise “Temel Kavramlar” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
5. b Yanınız yanlış ise “Karar Problemi Çözüm Yaklaşımı” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
6. c Yanınız yanlış ise “Karar Verme Süreci” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
7. c Yanınız yanlış ise “Karar Türleri” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
8. e Yanınız yanlış ise “Karar Türleri” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
9. b Yanınız yanlış ise “Karar Türleri” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
10. e Yanınız yanlış ise “Karar Türleri” konusunu yeniden gözden geçiriniz.

Sıra Sizde Yanıt Anahtarı

Sıra Sizde 1

Herhangi bir karar probleminde, çözüm olarak belirlenebilecek farklı alternatifler, ortaya çıkabilecek doğal durumlar ve her bir alternatif ve doğal durum ikilisine karşılık gelen sonuç değerlerinden oluşan matris strateji tablosu (matrisi) olarak adlandırılır. Matriste satırlarda alternatifler yer alırken sütunlarda ise doğal durumlar yer alır. Alternatif ve doğal durum ikililerinin ortaya çıkaracağı sonuçlar ise s_{ij} ile matrisin değerleri olarak yazılır.

Sıra Sizde 2

Tecrübeye dayanarak karar verme yaklaşımında, karar verici geçmişte karşılaştığı benzer problemlerin çözümünde elde ettiği tecrübe dayanarak hareket etmektedir. Geçmişte karşılaşılan benzer problemlerde izlenen çözüm yolu karşılaşılan benzer problemlerin çözümünde de izlenir. Bir anlamda geçmişte yaşananların gelecekte de geçerli olacağı düşüncesi ile hareket edilir. Bu karar verme yaklaşımında doğal durumların mevcut probleme, geçmişteki ile aynı olacağını varsayılmaktadır. Bu varsayımda arada geçen zamanda doğal durumlara ilişkin olası değişimi dikkate almamaktadır.

Sıra Sizde 3

Yapılarına göre kararlar programlanmış ve programlanmadı olmak üzere iki sınıfta toplanır. Programlanmış kararlar; rutin, tekrarlanan nitelikteki kararlardır. Karar vermede izlenecek çözüm yolu ve kullanılacak yöntem önceden belirlenmiştir. Bu tür kararların verilmesinde çözüm yolu ve yöntemi tanımlanmış olduğundan karar vericinin müdahalesine ihtiyaç duyulmamaktadır. Bununla birlikte programlanmış kararların tekrarlanan yapıda olmasından dolayı ilk kez çözüme yönelik izlenen yol belirlendikten sonra, sonrakilerinin çözümünde de aynı biçimde uygulanır. Bir anlamda tekrarlanan faaliyetler için çözüm yolu bir kere oluşturulmakta belirlenen kurallar dizisi aynı karar probleminin çözümünde tekrar tekrar kullanılmaktadır. İşletmelerde özlük işlemleri, müşteri şikayetlerine yönelik izlenen telafi eylemleri programlanmış kararlara örnek oluşturulur. Programlanmamış kararlar ise standart bir yaklaşımla verilemeyen tekrarlanmayan (rutin olmayan), özgün kararlardır. Bu tür kararlar daha önce karşılaşılmamış nitelikte olduğundan karar verme sürecinin hiçbir aşamasında daha önceden belirlenmiş, izlenebilecek standartlaştırılmış bir yol yoktur. Programlanmamış kararlar için belirsizlik ortamı söz konusudur. Stratejik kararlar programlanmamış karar sınıfına girmektedir.

Sıra Sizde 4

İşletmeler söz konusu olduğunda karar probleminde amaçlar performansa yönelik olarak; kaliteye, kapasite kullanımı, pazar payına ilişkin belirlenebilir. Finansa ilişkin olarak amaçlar kâra, likidite oranına ilişkin olarak konulabilir. Çalışan memnuniyetine, kurumsal sorumluluğa ilişkin amaç ifadeleri de oluşturulabilir.

Yararlanılan ve Başvurulabilecek Kaynaklar

- Aktaş, R. Doğanay, M.M., Gökmen, Y., Gazibey, Y., Türen, U. (2015). **Sayısal Karar Verme Yöntemleri**, İstanbul: Beta Basım Yayım Dağıtım A.Ş.
- Aladağ, Z. (2011). **Karar Teorisi**, Kocaeli:Umuttepe Yayınları.
- Bağırkan, Ş. (1983). **Karar Verme**, İstanbul: Der Yayınları.
- Clemen, R.T. (1996). **Making Hard Decision**, USA: Duxbury Press.
- Eiselt, H.A., Sandblom, C.L.(2010). **Operations Research A Model Based Approach**, Springer
- Grünig, R.,Kühn, R. (2009), **Successful Decision-making A Systematic Approach to Complex Problems**, 2' nd Edition, Springer
- Hillier, Frederick S.,Lieberman, Gerald J., (2001). **Introduction to Operations Research**, Seventh edition, Mc Graw-Hill
- Koçel, T. (2005). **İşletme Yöneticiliği**, İstanbul: Arıkan Basım Yayım Dağıtım Ltd. Şti.
- Lawrence, John A., Pasternack, Barry A., (2001). **Applied Management Science**, Wiley & Sons
- Öztürk, Ahmet, (2011). **Yöneylem Araştırmasına Giriş**, Ekin Yayınevi, Bursa
- Taha, Hamdy A.,(2007). **Operations Research: An Introduction**, Eighth Edition, Pearson Prentice Hall
- Timor, M., (2010). **Yöneylem Araştırması**, Türkmen Kitabevi, İstanbul
- http://www.tdk.gov.tr/index.php?option=com_gts&kelime=KARAR

2

Amaçlarımız

- Bu üniteyi tamamladıktan sonra;
- 🕒 Karar vermede belirsizlik ortamını tanımlayabilecek,
 - 🕒 Belirsizlik ortamında kullanılan karar ölçütlerini sıralayabilecek,
 - 🕒 Belirsizlik ortamında kullanılan karar ölçütlerini açıklayabilecek bilgi ve becerilere sahip olabileceksiniz.

Anahtar Kavramlar

- Belirsizlik Ortamı
- İyimserlik Ölçütü
- Kötümserlik Ölçütü
- Uzlaşma Ölçütü
- Eş Olasılık Ölçütü

İçindekiler



Belirsizlik Ortamında Karar

GİRİŞ

İnsanlar gündelik yaşamlarında basit ya da karmaşık yapıda pek çok karar vermek durumdadır. Örneğin bir market alışverişinde onlarca makarna markası ve türü arasından seçim yapmak basit yapıda bir karar verme durumudur. Bu örnekte karar verirken seçeneklerimizin ve seçim sonuçlarımızın neler olacağını biliriz. Raflarda hangi makarna markalarının olduğunu, hangisini seçersek ne kadar ödeme yapmamız gerektiğini bilir ve seçimimizi buna göre yaparız. Verilen örnekte karar verme durumuyla ilgili olarak karar vericinin kontrol edemediği bir değişken bulunmayıp belirlilik ortamında karar verme söz konusudur.

Buna karşın bazı karar verme durumları önceki örnekte olduğu gibi basit bir yapıda değildir. Karar verme durumunun karmaşık olma nedenlerinden biri, karar vericinin karar problemiyle ilgili kontrol edemediği değişkenlerin belirsizlik durumudur.

Örneğin inşaat sektörüyle daha önce hiç ilgilenmemiş bir yatırımcı, bir yakınının önerisini kabul ederek hiçbir araştırma yapmadan yalnızca öneriyi yapan yakınına duyduğu güvenden hareketle, bir apartman inşaatına kâr ortağı olarak girme kararı alır. Apartman inşaatı tamamlanır. Fakat inşaat tamamlandıktan sonraki üç dört yıl içinde apartman dairelerinin ancak %50'si alıcı bulur. Sonraki bir iki yıl içinde de durum değişmez. Umutların tükenmeye başladığı bir dönemde şehirdeki yeni adliye sarayının, apartmanın bulunduğu semte yapılacak açıklanır. Bu açıklamadan sonra, adliye sarayına yakın büro açmak isteyen avukatların talepleri sonucu, yatırımcının ortağı olduğu apartman daireleri hızla ve yüksek fiyatlarla alıcı bulur. Bundan sonraki yıllarda apartmanın dairelerinin tamamı yatırım maliyetlerinin neredeyse beş katına satılır.

Son örneğin birinci önekten farklılığı, karar probleminde karar vericinin kontrol edemediği bir değişkenin olması (talep miktarı) ve bu değişkenin alacağı değerin yatırımın başında bilinmemesidir. Bununla birlikte kararın verilip uygulanmasından sonra kontrol edilemeyen değişkenin alacağı değer, verilen kararın sonucunu etkilemektedir.

Bu ünitede, karar vermede belirsizlik ortamı ve belirsizlik ortamında karar problemi çözümü için kullanılabilecek yaklaşım hakkında bilgi verilecektir. Söz konusu yaklaşım örnekler yardımıyla açıklanacaktır.

BELİRSİZLİK ORTAMINDA KARAR VERME

Karar vericinin kontrol edemediği çevresel faktörlerle ilgili bilgi düzeyi, karar ortamını da belirlemektedir. Pek çok karar probleminde kararı etkileyebilecek çevresel faktörler, diğer bir ifade ile doğal durumlarlarındaki bilgi düzeyimiz çok yetersizdir. Herhangi bir ka-

Doğal durumların ortaya çıkışlarına ilişkin karar vericinin herhangi bir olasılık değerine sahip olmadığı duruma **belirsizlik** denir.

rar probleminde, karar verici ortaya çıkacağı düşünülen doğal durumların ortaya çıkma olasılıklarına ilişkin hiçbir olasılık ataması yapamıyorsa **belirsizlik** söz konusudur. Dolayısıyla doğal durumların ortaya çıkma olasılıklarının bilinmediği karar verme durumu; *belirsizlik ortamında karar verme* olarak tanımlanır. Diğer bir ifadeyle, belirsizlik ortamında, karar verici karşı karşıya kaldığı karar probleminde hangi seçeneklere sahip olduğunu ve bu seçenekler seçildiğinde hangi doğal durumlarla karşılaşabileceğini bilir. Ama her seçenekte karşılaşabileceği doğal durumların ortaya çıkma olasılıklarını bilemez.

Belirsizlik ortamı söz konusu olduğunda karar verici, her bir karar alternatifinin seçimi sonucunda elde edeceğii getiriyi (kâr/fayda) ya da katlanacağı bedeli (zarar /maliyet) farklı karar ölçütlerine göre hesaplayarak, içinde bulunduğu duruma en uygun karar alternatifini seçer.

Karar verici gelecekte karar probleminde etkili olabilecek doğal durumlardan hangisinin, hangi olasılıkla ortaya çıkacağını bilemediği için vereceği kararda nasıl bir riske girdiğini de hesaplayamaz. Karar verici, kararını problemde ortaya çıkan ve strateji tablosunda gösterilen sonuç değerlerine göre verir.

Belirsizlik ortamında karar verme durumunda bulunan bir karar vericinin kullanabileceği ölçütler; iyimserlik, kötümserlik, uzlaşma ve eş olasılık ölçütleri biçiminde sıralanır. Bu ölçütler genel olarak karar vericinin içinde bulunduğu psikolojik durumu yansıtacak şekilde tasarlanmış ölçütlerdir.

İYİMSERLİK ÖLÇÜTÜ

Iyimserlik ölçütünde her ne olursa olsun "benim için hep en iyi durumlar ortaya çıkar" felsefesi benimsenir.

PLUNGER tarafından geliştirilen bu ölçüt, iyimser bir tutuma sahip karar vericinin yaklaşımını yansıtır. Bu ölçüte göre karar verici her zaman şanslı olduğu ve gelecekte ortaya çıkabilecek doğal durumlar içinden hep en iyisi ile karşılaşacağı varsayımlı hareket eder. İyimserlik ölçütı yaklaşımında, karar verici hangi karar alternatifini secerse seçsin, strateji tablosunun satırlarında yer alan her karar alternatifinin en yüksek kazanç veya en düşük maliyet değerleri ile karşı karşıya kalacağını düşünür. Her karar alternatifinin en uygun değerlerinden de en büyük kazanç veya en küçük maliyete sahip kararın kendisi için geçerli olacağını kabul eder. İyimserlik ölçütünde karar verici, kazanç yapılı problemlerde "kazanabileceğim en büyük kazançlardan en büyüğünü seçerim" felsefesi ile hareket ederken maliyet yapılı problemlerde "ortaya çıkabilecek en küçük maliyetlerden en küçüğünü seçerim" felsefesi ile hareket etmektedir.

Iyimserlik ölçütüne göre karar vericinin benimseyeceği karar alternatifi kazanç yapılı problemlerde,

$$\text{EnBüyük} \{ \text{EnBüyük} (s_{ij}) \}$$

$$i \qquad j$$

işlemi ile tespit edilirken, maliyet yapılı problemlerde ise

$$\text{EnKüçük} \{ \text{EnKüçük} (s_{ij}) \}$$

$$i \qquad j$$

işlemi ile yürütülür.

Buna göre, karar verici kazanç yapılı bir problem ile karşı karşıya ise, öncelikle her karar alternatifisi için strateji tablosunun satırlarında yer alan en büyük değerleri belirler. Daha sonra, belirlenen bu değerler içinden en büyük değere sahip karar alternatifisi en iyi karar olarak seçilir.

Karar verici maliyet yapılı bir problem ile karşı karşıya olduğunda ise, önce her karar alternatifisi için strateji tablosunun satırlarında yer alan en küçük değerleri belirler. Bu belirleme sonrasında, söz konusu bu değerler arasından en küçük değerli olan karar alternatifisi ise en iyi karar olarak benimsenir.

Kazanç yapılı bir karar probleminde üç karar alternatifisi ve dört doğal durum bulunmaktadır. Karar vericinin probleme ilişkin strateji tablosu Tablo 2.1'de verildiği gibidir. İyimserlik ölçütünü kullanarak karar vericinin seçmesi gereken karar alternatifini belirleyiniz.

ÖRNEK 2.1

		Doğal Durumlar				
		Durum 1	Durum 2	Durum 3	Durum 4	
Karar Alternatifleri	Alternatif 1	45	42	60	50	
	Alternatif 2	50	46	44	48	
	Alternatif 3	42	56	45	50	

Tablo 2.1
Örnek 2.1'e ilişkin strateji tablosu

Karar vericinin ilk yapması gereken strateji tablosunun sonuna yeni bir sütun eklemektir. Problemin kazanç yapılı olması nedeniyle her bir karar alternatifisi için ortaya çıkan en yüksek değerler bu sütuna yazılır. Buradaki varsayılmış iyimserlik ölçütünün felsefesi olan "hangi alternatif seçilirse seçilsin, karar verici için en iyi sonucu verecek olan doğal durumun ortaya çıkacağı" varsayımdır. Buna göre Alternatif 1 seçilirse en yüksek kazanç değerini sağlayacak olan Durum 3 doğal durumu ile karşılaşılır ve 60 değeri elde edilir. Benzer biçimde Alternatif 2 seçilgindede, bu kez Durum 1 ile karşılaşılacağı varsayımlı ile hareket edilir ve kazancın 50 olacağı kabul edilir. Son olarak Alternatif 3'ün seçilmesi durumunda ise en iyi sonucu veren Durum 2 ile karşılaşacağı inancıyla kazanç 56 olarak belirlenir. Ölçütün uygulanmasında ilk adımı oluşturan bu belirlemelerden sonra, tabloya eklenen son sütunda yer alan en yüksek kazanç değerlerinden yine en yükseğine sahip olan değer belirlenir. Bu değere sahip olan karar alternatifisi de en uygun karar olarak benimsenir.

Yukarıda aktarılanlar Tablo 2.2'de gösterilmiştir.

		Doğal Durumlar				
		Durum 1	Durum 2	Durum 3	Durum 4	En Büyük
Karar Alternatifleri	Alternatif 1	45	42	60	50	60
	Alternatif 2	50	46	44	48	50
	Alternatif 3	42	56	45	50	56

Tablo 2.2
Her bir karar alternatifisi için en büyük kazanç değeri

İyimserlik ölçütüne göre her bir karar alternatifisi için belirlenen en büyük değerlerden (60, 50, 56) en büyüğüne sahip alternatif, en iyi karar olarak benimsenecektir. Tablo 2.2'nin son sütununda yer alan değerlerden en büyüğü 60'tır ve bu değer Alternatif 1'e ilişkindir. Dolayısıyla iyimserlik ölçütüne göre karar vericinin seçmesi gereken karar; Alternatif 1 olacaktır.

Server (sunucu bilgisayar) sistemlerinin bakımını yapan bir işletme, yaptığı mevcut server bakımına alternatif, üç yeni server bakım paketini piyasaya sürmek istemektedir. Ancak server bakım işletmesinin sahip olduğu kaynaklar bu üç farklı server bakım paketinden sadece birine yeteceğii için yöneticilerin bu konuda bir karar vermesi gereklidir. Bu nedenle işletme yöneticileri en az maliyetli olan server bakım paketini belirlemek durumundadır. İşletme yöneticileri dikkatli bir inceleme sonucunda, ulaşım maliyetinin server bakım maliyeti üzerinde büyük etkisi olduğunu belirlemişlerdir. Ulaşım maliyetinin "Düşük", "Orta" ve "Yüksek" olması durumlarına göre her bir yeni server bakım paketi için maliyetler Tablo 2.3'de verilmiştir.

ÖRNEK 2.2

		Doğal Durumlar				
		(Ulaşım Maliyetleri)				
		Düşük	Orta	Yüksek		
Karar Alternatifleri	Server bakımı 1	3	4,4	7,4		
	Server bakımı 2	2,6	5,2	6,8		
	Server bakımı 3	3,8	4	6		

Tablo 2.3
Örnek 2.2'ye ilişkin strateji tablosu (1.000 Türk Lirası katları olarak)

İyimserlik ölçütünü kullanarak karar vericinin seçmesi gereken karar alternatifini belirleyiniz.

Karar verici ilk olarak strateji tablosunun sonuna yeni bir sütun ekler. Problem maliyet yapılmış olduğundan bu sütunda, her bir karar alternatifinin uygulanması durumunda ortaya çıkacak olan en küçük değerlere yer verilir. Daha sonra bu sütündeki en küçük maliyet değerleri içinden de en küçük değer belirlenir. Belirlenen bu değere sahip karar alternatifide en uygun karar olarak benimsenir. Bu işlemler Tablo 2.4 yardımıyla gösterilmiştir.

Tablo 2.4
Server bakım paketleri için en küçük maliyet değerleri

		Doğal Durumlar (Ulaşım Maliyetleri)			
		Düşük	Orta	Yüksek	En Küçük
Karar Alternatifleri	Server bakımı 1	3	4,4	6,8	3
	Server bakımı 2	2,6	5,2	7,4	2,6
	Server bakımı 3	3,8	4	6	3,8

Buradan iyimserlik ölçütüne göre, her bir karar alternatifide en küçük değerler (3; 2,6; 3,8) içinden en küçüğünün en iyi kararı veren karar alternatifine ilişkin olduğu görülür. Tablo 2.4'ün son sütununda yer alan değerlerden en küçüğü 2,6'ya eşittir ve bu değer Server bakımı 2 için elde edilmiştir. Dolayısı ile iyimserlik ölçütüne göre karar vericinin seçmesi gereken karar alternatifide, Server bakımı 2 paketinin piyasaya sürülmemesi kararıdır. Ancak bu problemde dikkat edilmesi gereken bir nokta "Server bakımı ulaşım maliyetleri için en küçük maliyet değerleri" tablosunun dikkatli incelenmesi ile göze çarpabilir. Dikkat edilirse Server bakımı 2 uygulamaya konulduğunda ve ulaşım maliyeti yüksek olduğunda, işletmenin göze aldığı maliyet 7,4 olacaktır. 7,4 değeri ise strateji tablosunun en yüksek değeridir. Dolayısıyla iyimserlik ölçütünün kullanılması, her ne kadar en düşük maliyet beklenisini getirmektede aynı zamanda karar vericinin en kötü durum ile karşılaşması ile de sonuçlanabilir. Bu nedenle iyimserlik ölçütünün yüksek risk taşıdığından söz edilebilir.

SIRA SİZDE



İyimserlik ölçütünde karar verici, kazanç ve maliyet yapılı karar problemlerinde hangi felsefeler ile hareket eder?

KÖTÜMSERLİK ÖLÇÜTÜ

Kötümserlik ölçütünde "benim için hep kötü durumlar ortaya çıkar" felsefesi benimsenir.

WALD tarafından önerilen bu ölçütte karar verici kötümser bir yapıya sahip olup hangi stratejiyi seçecek kendisi için en kötü sonucu verecek doğal durumun gerçekleşeceğini inanır ve bu inançla karar verir. Her ne olursa olsun "benim için hep kötü durumlar ortaya çıkar" felsefesini benimseyen karar vericilerin uyguladığı bir tekniktir. Kötümserlik ölçütü yaklaşımında karar verici hangi karar alternatifini seçecek, strateji tablosunun satırlarında yer alan her bir karar alternatifinin en düşük kazanç veya en yüksek maliyet değerleri ile karşı karşıya kalacağını düşünür. Kötümserlik ölçütünde karar verici, kazanç yapılı problemlerde "kazanabileceğim en küçük kazançlardan en büyüğünü seçerim" felsefesi ile hareket ederken maliyet yapılı problemlerde "ortaya çıkabilecek en büyük maliyetlerden en küçüğünü seçerim" felsefesi ile hareket etmektedir.

Kötümserlik ölçütüne göre karar vericinin benimseyeceği karar alternatifide strateji tablosuna göre, kazanç yapılı problemlerde,

$$\text{EnBüyük}_{i} \{\text{EnKüçük}_{j} (s_{ij})\}$$

işlemi ile tespit edilirken, maliyet yapılı problemlerde ise

$$\text{EnKüçük}_{i} \{\text{EnBüyük}_{j} (s_{ij})\}$$

işlemi ile tespit edilir.

$\text{EnBüyük}_i \{\text{EnKüçük}_j (s_{ij})\}$ ifadesine göre, kazanç yapılı bir problem için karar verici her bir karar alternatifisi için strateji tablosunun satırlarında yer alan en düşük değeri belirler ve belirlenen bu değerler arasından en büyüğünə sahip değeri veren karar alternatifini en iyi karar olarak benimser.

Bir karar probleminde dört karar alternatifisi ve üç doğal durum bulunmaktadır. Kazanç yapılı bu probleme ilişkin strateji tablosu Tablo 2.5'de sunulmuştur. Kötümserlik ölçütünü kullanarak karar vericinin seçmesi gereken karar alternatifini belirleyiniz.

ÖRNEK 2.3

		Doğal Durumlar		
		Durum 1	Durum 2	Durum 3
Karar Alternatifleri	Alternatif 1	10	9,3	10,8
	Alternatif 2	11,7	10,2	11,3
	Alternatif 3	12,2	12,8	14
	Alternatif 4	12	11,1	12,6

Tablo 2.5
Örnek 2.3'e ilişkin strateji tablosu

Karar verici tarafından ilk yapılması gereken strateji tablosunun sonuna yeni bir sütun eklemektir. Problem kazanç yapılı olduğundan, eklenen bu sütuna her bir alternatif için ortaya çıkan değerlerden en küçüğü yazılır. Tablo 2.6'da sözü edilen değerler gösterilmiştir.

		Doğal Durumlar			
		Durum 1	Durum 2	Durum 3	En Küçük
Karar Alternatifleri	Alternatif 1	10	9,3	10,8	9,3
	Alternatif 2	11,7	10,2	11,3	10,2
	Alternatif 3	12,2	12,8	14	12,2
	Alternatif 4	12	11,1	12,6	11,1

Tablo 2.6
Her bir karar alternatifisi için en küçük kazanç değerleri

Daha sonra bu sütunda yer alan en küçük kazanç değerlerinden, en büyüğünə sahip olan değerin belirlenmesi aşamasına geçilir. Kötümserlik ölçütüne göre; her bir karar alternatifisi için belirlenen en küçük değerlerden (9,3; 10,2; 12,2; 11,1) en büyüğü, en iyi kara- rara ilişkin olanıdır. Tablo 2.6'nın son sütununda yer alan değerlerden en büyüğü 12,2'dir ve bu değer de 3 numaralı karar alternatifine ilişkindir. Dolayısı ile kötümserlik ölçütüne göre karar vericinin vermesi gereken karar; Alternatif 3'ün seçilmesidir.

Karar problemi maliyet yapılı olduğunda karar verici, $\text{En Küçük}_i \{\text{En Büyükk}_j (s_{ij})\}$ ifadesi uyarınca, her bir karar alternatifisi için strateji tablosunun satırlarında yer alan en büyük değerlerin arasından en küçüğüne sahip değeri veren karar alternatifini, en iyi karar olarak benimser.

Bir bilgisayar şirketinin, bilgisayar onarımlarında kullandığı yedek parçaları tedarik edebileceği üç farklı işletme bulunmaktadır. Bilgisayar şirketinin zarara uğramaması için yedek parçaların en kısa sürede tedarik edilmesi gerekmektedir. Bilgisayar şirketi yöneticileri ilgili üç işletmeyi incelemiş ve yedek parçaların tedarik süreleri bakımından, parçanın tedarik süresini "Uzun" ve "Kısa" olacak şekilde iki gruba ayırmıştır. Buna göre yedek parçaların tedarik süreleri Tablo 2.7'de verilmiştir. Kötümserlik ölçütünü kullanarak karar vericinin seçmesi gereken karar alternatifini belirleyiniz.

ÖRNEK 2.4

		Doğal Durumlar	
		(Tedarik Süresi)	
Karar Alternatifleri	İşletme 1	Uzun	Kısa
		9	7,4
		10,6	8,2
	İşletme 3	11	9,6

Tablo 2.7
Örnek 2.4'e ilişkin strateji tablosu (yedek parçaların tedarik süresi saat)

Karar verici tarafından ilk yapılması gereken, strateji tablosunun sonuna yeni bir sütun eklemektir. Problem maliyet yapıtı olduğundan, eklenen bu sütuna her bir işletme için ortaya çıkan değerlerden en büyüğü yazılır. Tablo 2.8'de söz konusu edilen bu değerler gösterilmiştir.

Tablo 2.8
Her bir karar alternatifü için en büyük tedarik süreleri

		Doğal Durumlar (Tedarik Süresi)		
		Uzun	Kısa	En Büyük
Karar Alternatifleri	İşletme 1	9	7,4	9
	İşletme 2	10,6	8,2	10,6
	İşletme 3	11	9,6	11

Daha sonra bu sütunda yer alan en büyük süre değerlerinden, en küçüğüne sahip olan değerin belirlenmesi aşamasına geçilir. Kötümserlik ölçütüne göre her bir karar alternatifü için belirlenen en büyük değerlerden (9; 10,6; 11) en küçüğü ise en iyi kararı verecektir. Tablo 2.8'in son sütununda yer alan değerlerden en küçüğü 9'dur ve bu değer İşletme 1'i karar alternatifü olarak işaret etmektedir. Dolayısıyla kötümserlik ölçütüne göre karar vericinin seçmesi gereken karar İşletme 1'dir.

SIRA SİZDE

2

Kötümserlik ölçütünde karar verici, kazanç ve maliyet yapıtı karar problemlerinde hangi felsefeler ile hareket eder?

UZLAŞMA ÖLÇÜTÜ

Belirsizlik ortamında karar vermede iyimserlik ve kötümserlik iki uç durum olarak karşımıza çıkmaktadır. HURWICZ, karar probleminin doğasına ve karar vericinin içinde bulunduğu psikolojik duruma ilişkin daha esnek davranış amacı ile iyimserlik ve kötümserlik ölçütlerini bir arada kullanmasına imkan tanıyan bir ölçüt önermiştir. Uzlaşma olarak tanınan bu ölçütte, karar vericinin iyimserlik düzeyini belirten bir katsayıdan yararlanılır. Karar vericinin iyimserlik düzeyi α ile gösterilir. Hurwicz'in iyimserlik düzeyi olan α 'nın [0 ; 1] kapalı aralığında değerler aldığı varsayılar.

α , 1'e eşit ise karar verici iyimser; 0'a eşit ise karar verici kötümserdir.

Uzlaşma ölçütüne göre karar vericinin benimsyeceği karar, kazanç yapıtı problemlerde,

$$\text{EnBüyük}_{i} \{\alpha \text{EnBüyük}_{j}(s_{ij}) + (1 - \alpha) \text{EnKüçük}_{j}(s_{ij})\}$$

işlemi ile tespit edilirken, maliyet yapıtı problemlerde ise

$$\text{EnKüçük}_{i} \{\alpha \text{EnKüçük}_{j}(s_{ij}) + (1 - \alpha) \text{EnBüyük}_{j}(s_{ij})\}$$

işlemi ile belirlenir. Yukarıdaki ifadeler uyarınca, uzlaşma ölçütüne göre karar verilirken strateji tablosunun sonuna üç adet sütun eklenir. Eklenen ilk sütunda her bir karar alternatifü için en büyük değerlere yer verilirken, eklenen ikinci sütuna ise en küçük değerler yazılır. Eklenen son sütun değerleri ise problemin kazanç veya maliyet yapıtı olmasına göre yukarıda önerilen işlemlerden biri kullanılarak oluşturulur.

Üç karar alternatifisi ve üç doğal durumu bulunan kazanç yapılı bir karar problemine ilişkin strateji tablosu Tablo 2.9'da verilmiştir. Karar vericinin yüzde 65 iyimser ($\alpha=0,65$) olduğu varsayımlı altında uzlaşma ölçütünü kullanarak karar vericinin seçmesi gereken karar alternatifini belirleyiniz.

		Doğal Durumlar		
		Durum 1	Durum 2	Durum 3
Karar Alternatifleri	Alternatif 1	300	275	450
	Alternatif 2	350	310	290
	Alternatif 3	275	410	300

ÖRNEK 2.5

Tablo 2.9
Örnek 2.5'e ilişkin strateji tablosu

Karar verici ilk olarak strateji tablosunun sonuna üç adet sütun ekler. Sütunlarda sırası ile her karar alternatifisi için en büyük, en küçük ve kullanılacak EnBüyük_i{ α EnBüyük_j(s_{ij}) + (1 - α) EnKüçük_j(s_{ij})} formül sonucunda elde edilen değerler yer alır. Problem kazanç yapılı olduğundan son sütundaki değerler formüldeki parantez içi işlemleri ile hesaplanır. Bu hesaplamalar Tablo 2.10'da gösterilmiştir.

		En Büyük	En Küçük	0,65 EnBüyük(s_{ij}) + (1 - 0,65) EnKüçük(s_{ij}) j j
Karar Alternatifleri	Alternatif 1	450	275	0,65 (450) + (1 - 0,65) (275) = 388,75
	Alternatif 2	350	290	0,65 (350) + (1 - 0,65) (290) = 329,00
	Alternatif 3	410	275	0,65 (410) + (1 - 0,65) (275) = 362,75

Tablo 2.10
Kazanç yapılı problemde uzlaşma ölçüyü için gerekli olan işlemler tablosu

Daha sonra bulunan bu değerlerden en büyüğüne sahip karar alternatifini en iyi karar olarak benimsenir. Her bir karar alternatifisi için formül ile belirlenen değerler (388,75; 329,00; 362,75) içinden en büyüğü 388,75 değeridir. Dolayısıyla uzlaşma ölçüyü göre karar vericinin seçmesi gereken karar Alternatif 1'dir.

Dört karar alternatifisi ve üç doğal durumu bulunan maliyet yapılı bir karar problemine ilişkin strateji tablosu Tablo 2.11'de verilmiştir. Karar vericinin %80 iyimser ($\alpha = 0,80$) olduğu varsayımlı altında uzlaşma ölçütünü kullanarak karar vericinin seçmesi gereken karar alternatifini belirleyiniz.

		Doğal Durumlar		
		Durum 1	Durum 2	Durum 3
Karar Alternatifleri	Alternatif 1	400	440	375
	Alternatif 2	215	250	230
	Alternatif 3	150	135	170
	Alternatif 4	190	220	280

Tablo 2.11
Örnek 2.6'ya ilişkin strateji tablosu

Karar verici ilk olarak strateji tablosunun sonuna üç adet sütun ekler. Sütunlarda sırası ile her karar alternatifisi için en büyük, en küçük ve kullanılacak formül sonucunda elde edilen değerler yer alır. Problem maliyet yapılı olduğundan son sütundaki değerler EnKüçük_i{ α EnKüçük_j(s_{ij}) + (1 - α) EnBüyük_j(s_{ij})} formülündeki parantez içi işlemleri ile hesaplanır. Bu hesaplamalar Tablo 2.12'de gösterilmiştir.

Tablo 2.12
Maliyet yapılı
problemde uzlaşma
ölçütü için gerekli olan
işlemler tablosu

		En Büyük	En Küçük	$0,80 \text{ EnKüçük}(s_{ij}) + (1 - 0,80) \text{ EnBüyük}(s_{ij})$
		j	j	
Karar Alternatifleri	Alternatif 1	440	375	$0,80(375) + (1 - 0,80)(440) = 388$
	Alternatif 2	250	215	$0,80(215) + (1 - 0,80)(250) = 222$
	Alternatif 3	170	135	$0,80(135) + (1 - 0,80)(170) = 142$
	Alternatif 4	280	190	$0,80(280) + (1 - 0,80)(190) = 208$

Daha sonra bulunan bu değerlerden en küçüğüne sahip karar alternatifini en iyi karar olarak benimsenir. Her bir karar alternatifinin formül ile belirlenen değerler (388; 222; 142; 208) içinden en küçüğü 142 değeridir. Dolayısıyla uzlaşma ölçütüne göre karar vericinin seçmesi gereken karar Alternatif 3'tür.

SIRA SIZDE



3

İzleyen strateji tablosunda bir karar vericinin farklı karar alternatifleri için kazanç değerleri verilmiştir. İyimserlik ve kötümserlik ölçütlerine göre karar verici için en iyi kararın ne olduğunu belirleyiniz.

Tablo 2.13
En iyi proje seçimi
problemine ilişkin
strateji tablosu

		Doğal Durumlar	
		Durum 1	Durum 2
Karar Alternatifleri	Proje 1	30	50
	Proje 2	60	82
	Proje 3	50	90

EŞ OLASILIK ÖLÇÜTÜ

Bilirsizlik ortamında kullanılabilecek bir diğer ölçüt eş olasılık ölçütüdür. LAPLACE, doğal durumlardan herhangi birinin ortaya çıkma olasılığının, diğerlerine göre daha yüksek ya da daha düşük olabileceği yönünde tutarlı bir neden olmadığından, her durumun aynı olasılıkla ortaya çıkabileceğini kabul ederek eş olasılık ölçütünü önermiştir.

Laplace ölçütünde her doğal durumun ortaya çıkma olasılığının aynı olduğu kabul edildiğine göre, m doğal durum söz konusu ise j 'inci doğal durum(D_j)'un ortaya çıkma olasılığı ($P(D_j)$) aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$P(D_j) = \frac{1}{m}, j = 1, 2, 3, \dots, m$$

Bu durumda karar ortamı Ünite 3'te ele alınan risk ortamına dönüştürülmüş olur. Buna göre, i 'inci strateji(A_i)'nın beklenen değeri ($B(A_i)$) aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$B(A_i) = \sum_{j=1}^m P(D_j) s_{ij} = \sum_{j=1}^m \frac{1}{m} s_{ij} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m s_{ij}$$

Kolayca anlaşılabileceği gibi, bulunacak değer ilgili stratejiye karşılık gelen katkılara aritmetik ortalamasıdır. Bu hesaplama sonrasında, karar problemi kazanç yapılıysa bu değerler arasından en büyüğüne; maliyet yapılıysa en küçüğüne karşılık gelen alternatif en iyi karar olarak benimsenir.

Maliyet yapılı bir karar probleminde iki karar alternatifisi ve dört doğal durum bulunmaktadır. Karar problemine ilişkin strateji tablosu Tablo 2.14'te sunulmuştur. Eş olasılık ölçütünü kullanarak karar vericinin seçmesi gereken karar alternatifini belirleyiniz.

		Doğal Durumlar			
		Durum 1	Durum 2	Durum 3	Durum 4
Karar Alternatifleri	Alternatif 1	100	93	108	120
	Alternatif 2	117	102	113	126

ÖRNEK 2.7

*Tablo 2.14
Örnek 2.7'ye ilişkin strateji tablosu*

Eşit olasılıklı durumlarda karar verici her doğal durumun ortaya çıkma olasılığının aynı olduğunu kabul etmektedir. Bu nedenle karar ilk iş olarak vericinin her bir doğal durumun ortaya çıkma olasılığını hesaplaması gerekmektedir. Bu problemde dört doğal durum olduğu için ve her bir doğal durumun ortaya çıkma olasılığı aynı olduğu için hesaplama sonucu ortaya çıkacak olasılık; $P(D_j) = 1 / 4$ ifadesinden, 0,25'e eşit olacaktır. Şimdi de her bir karar alternatifisi için beklenen değerin hesaplanması gerekmektedir.

$B(A_i) = \sum_{j=1}^m P(D_j) s_{ij} = \sum_{j=1}^m \frac{1}{m} s_{ij} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m s_{ij}$ ifadesinden yararlanarak ve Tablo 2.14'ün sonuna yeni bir sütun ekleyerek hesaplamalar Tablo 2.15'teki gibi yapılabilir.

*Tablo 2.15
Eş olasılık ölçütü için gerekli olan işlem tablosu*

		Doğal Durumlar				Beklenen Değer
		Durum 1	Durum 2	Durum 3	Durum 4	
Karar Alternatifleri	Alternatif 1	100	93	108	120	$(0,25)100+(0,25)93+(0,25)108+(0,25)120=105,25$
	Alternatif 2	117	102	113	126	$(0,25)117+(0,25)102+(0,25)113+(0,25)126=114,50$

Problem maliyet yapılı olduğundan, tablonun beklenen değer sütununda her bir karar alternatifisi için ortaya çıkan değerler içinden en küçük değer, verilecek karara en uygun alternatif belirlenmektedir. Tablo 2.15'te örneğimize ilişkin en küçük değer 105,25 olarak beklenen değer sütununda hesaplanmıştır. Dolayısıyla karar alternatifleri içinden en uygun olanı Alternatif 1 olacaktır.

Tablo 2.15'teki beklenen değer sütunundaki hesaplamalar farklı yoldan da yapılabilmektedir. Alternatif 1'ye ait tüm doğal durumlar toplanıp doğal durum sayısına bölündüğünde yine 105,25 değeri elde edilecektir $[(100 + 93 + 108 + 120) / 4 = 105,25]$. Aynı şekilde, Alternatif 2'ye ait tüm doğal durumlar toplanıp doğal durum sayısına bölündüğünde yine 114,50 değeri bulunacaktır $[(117 + 102 + 113 + 126) / 4 = 114,50]$.

Bir bilgisayar yazılım firması, yeni yazılım projesi için yeni bir yazılımcı istihdam edecektir. Bu nedenle yazılım firmasının yöneticileri, firmanın ilanına başvuruda bulunan adaylar içinden eleme yapmıştır. Firma yöneticileri ön elemeden geriye kalan üç adaydan birini seçerek işe alacaktır. Adayların yazılım konusundaki yetenekleri söz konusu seçimde etkili olacaktır. Yazılım konusunda aranan özellikler Yetenek 1 ve Yetenek 2 biçiminde iki ayrı grupta değerlendirilmektedir. Üç adayın da seçilme şansları eşit olup yetenek puanları Tablo 2.16'da verilen strateji tablosu biçiminde düzenlenmiştir. Eş olasılık ölçütünü kullanarak bilgisayar firması yöneticilerinin hangi yazılımcıyı işe alması gerektiğini belirleyiniz.

ÖRNEK 2.8

*Tablo 2.16
Örnek 2.8'e ilişkin strateji tablosu*

		Doğal Durumlar	
		Yetenek 1	Yetenek 2
Karar Alternatifleri	Yazılımcı 1	124	93
	Yazılımcı 2	107	125
	Yazılımcı 3	98	123

Bu problemde doğal durumlar; yazılım konusunda aranan özellikler olup Yetenek 1 ve Yetenek 2 biçiminde iki ayrı grupta değerlendirildiğinden, her bir doğal durumun ortaya çıkma olasılığı $P(D_j) = 1 / 2$ ifadesinden, 0,50'ye eşit olacaktır. Doğal durumlar için olasılık değerleri bu şekilde belirlendikten sonra her bir karar alternatifisi için beklenen değerler

$$B(A_i) = \sum_{j=1}^m P(D_j) s_{ij} = \sum_{j=1}^m \frac{1}{m} s_{ij} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m s_{ij} \text{ ifadesinden yararlanarak hesaplanır. Bu hesaplamalar ve bulunan değerler Tablo 2.17'de verildiği gibidir.}$$

Tablo 2.17
Eş olasılık ölçüyü için
gerekli olan işlem
tablosu

		Doğal Durumlar		
		Yetenek 1	Yetenek 2	Beklenen Değer
Karar Alternatifleri	Yazılımcı 1	124	93	$(0,50)124 + (0,50)93 = 108,50$
	Yazılımcı 2	107	125	$(0,50)107 + (0,50)125 = 116,00$
	Yazılımcı 3	98	123	$(0,50)98 + (0,50)123 = 110,50$

Problem kazanç yapılı olduğundan (en yüksek puanı alan yazılımcı tercih edileceğinden), beklenen değer sütununda hesaplanan değerler içinden en büyük değere sahip karar alternatifisi en uygun karar olacaktır. Tablo 2.17 incelendiğinde beklenen değer sütunundaki en büyük değerin 116,00 olarak hesaplandığı görülmektedir. Dolayısıyla Yazılımcı 2, bilgisayar firması yöneticileri tarafından istihdam edilecek yazılımcı olacaktır.

Tablo 2.17'deki beklenen değer sütunundaki hesaplamalar farklı yoldan da yapılabilir. Yazılımcı 1'ye ait tüm doğal durumlar toplanıp doğal durum sayısına bölündüğünde yine 108,50 değerini verecektir $[(124 + 93) / 2 = 108,50]$. Aynı şekilde, Yazılımcı 2'ye ait tüm doğal durumlar toplanıp doğal durum sayısına bölündüğünde yine 116,00 değerini verecektir $[(107 + 125) / 2 = 116,00]$. Yazılımcı 3'ye ait tüm doğal durumlar toplanıp doğal durum sayısına bölündüğünde yine 110,50 değerini verecektir $[(98 + 123) / 2 = 110,50]$.

SIRA SİZDE



Dört doğal durumu bulunan ve her birinin değeri sırasıyla 14, 12, 25, 29 olan bir karar alternatifinin eş olasılık ölçüyüne göre beklenen değeri ne olur?

Özet



Karar vermede belirsizlik ortamını tanımlamak.

Karar verici strateji tablosunu oluştururken belirleceği doğal durumlar hakkında mümkün olan en çok bilgiyi toplamalıdır. Ancak bazı zamanlarda doğal durumların neler olabileceği bilgisi dışında bir bilgiye ulaşılamaz. Dolayısıyla karar alternatifleri üzerinde etkili olacak doğal durumlardan hangisinin hangi olasılıkla gerçekleşeceği bilinmediğinden, başka bir ifadeyle belirsiz olduğundan bu tür karar verme problemlerinde belirsizlik ortamında karar verme söz konusu olacaktır.



Belirsizlik ortamında kullanılan karar ölçütlerini sıralamak.

Belirsizlik ortamında karar verme yaklaşımları genel olarak karar vericinin içinde bulunduğu psikolojik yapıyı yansıtacak biçimdedir. Belirsizlik ortamında karar verme durumunda bulunan bir karar verici karar verirken aşağıda sıralanan ölçütlerden yararlanır:

- İyimserlik ölçütü,
- Kötümserlik ölçütü,
- Uzlaşma ölçütü,
- Eş olasılık ölçütü



Belirsizlik ortamında kullanılan karar ölçütlerini açıklamak.

İyimserlik ölçütünde; karar verici hangi karar alternatifini seçerse seçsin, strateji tablosunun satırlarında yer alan her karar alternatifinin en yüksek kazanç veya en düşük maliyet değerleri ile karşı karşıya kalaçağını düşünür. Her karar alternatifinin en uygun değerlerinden de en büyük kazanç veya en küçük maliyete sahip kararın kendisi için geçerli olacağını kabul eder. İyimserlik ölçütünde karar verici, kazanç yapıtı problemlerde “kazanabileceğim en büyük kazançlardan en büyüğünü seçerim” felsefesi ile hareket ederken maliyet yapıtı problemlerde “ortaya çıkabilecek en küçük maliyetlerden en küçüğünü seçerim” felsefesi ile hareket etmektedir.

Kötümserlik ölçütünde; karar verici hangi karar alternatifini seçerse seçsin, strateji tablosunun satırlarında yer alan her bir karar alternatifinin en düşük kazanç veya en yüksek maliyet değerleri ile karşı karşıya kalaçağını düşünür. Kötümserlik ölçütünde karar verici, kazanç yapıtı problemlerde “kazanabileceğim en küçük kazançlardan en büyüğünü seçerim” felsefesi ile hareket ederken maliyet yapıtı problemlerde “ortaya

çıkabilecek en büyük maliyetlerden en küçüğünü seçerim” felsefesi ile hareket eder.

Uzlaşma ölçütü; karar probleminin doğasına ve karar vericinin içinde bulunduğu psikolojik duruma ilişkin daha esnek davranışması amacıyla iyimserlik ve kötümserlik ölçütlerini bir arada kullanmasına imkan tanıyan bir ölçüttür. Bu ölçütte, karar vericinin iyimserlik düzeyini belirten bir katsayidan yararlanılır. Karar vericinin iyimserlik düzeyi α ile gösterilir. İyimserlik düzeyi olan α 'nın $[0 ; 1]$ kapalı aralığında değerler aldığı varsayılr.

α , 1'e eşit ise karar verici iyimser; 0'a eşit ise karar verici kötümserdir.

Eş olasılık ölçütünde; karar verici, doğal durumların ortaya çıkma olasılıklarının birbirine eşit olduğunu varsayar. Laplace'in önerdiği bu ölçütte her doğal durumun ortaya çıkma olasılığının aynı olduğu kabul edildiğine göre, m durum söz konusu ise j 'inci doğal durumun ortaya çıkma olasılığı aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$P(D_j) = \frac{1}{m}, j = 1, 2, 3, \dots, m$$

Doğal durumlara olasılık atanması ile karar verici kendisini risk ortamında karar verme durumunda bulur. Buna göre çözüm için en iyi beklenen değer ölçütü kullanılır. Bu durumda, j 'inci stratejinin beklenen değeri aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$B(A_i) = \sum_{j=1}^m P(D_j) s_{ij} = \sum_{j=1}^m \frac{1}{m} s_{ij} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m s_{ij}$$

Bu ifade, ilgili stratejiye karşılık gelen katkıların aritmetik ortalamasıdır.

Kendimizi Sınayalım

1. Belirsizlik ortamında; doğal durumların gerçekleşme olasılığı (p) ile ilgili aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- a. Doğal durumların olasılıkları bilinmez
- b. İlk karar alternatifinin olasılığı en yüksek olur
- c. Doğal durumlardan birinin olasılığı mutlaka 0,50 değerine eşittir
- d. Doğal durumların olasılıkları kesinlikle 0,05'ten küçük olamaz
- e. Son karar alternatifinin olasılığı en düşük olur

2. Beş doğal durumu bulunan ve her birinin değeri sırasıyla 110, 125, 252, 288 ve 195 olan bir karar alternatifinin eş olasılık ölçütüne göre beklenen değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- a. 110
- b. 125
- c. 194
- d. 252
- e. 288

3. Aşağıdakilerden hangisi belirsizlik ortamında karar verme ölçütlerinden biri **değildir**?

- a. İyimserlik
- b. En iyi olasılık
- c. Kötümserlik
- d. Uzlaşma
- e. Eş olasılık

4. Doğal durumların ortaya çıkışlarına ilişkin karar vericinin herhangi bir olasılık değerine sahip olmadığı duruma ne ad verilir?

- a. Risk
- b. Karar verme
- c. Belirsizlik
- d. Doğal durum
- e. Alternatif

5. Karar vericinin içinde bulunduğu genel psikolojik duruma göre daha esnek davranışmasına olanak veren karar ölçütü aşağıdakilerden hangisidir?

- a. En iyi karar
- b. Kötümserlik ölçütü
- c. En büyük olasılık ölçütü
- d. En iyi beklenen değer ölçütü
- e. Uzlaşma ölçütü

6. Karar vericinin psikolojisinin olumlu olduğu durumlar da kullanılan ölçüte ne ad verilir?

- a. İyimserlik ölçütü
- b. Kötümserlik ölçütü
- c. En büyük olasılık ölçütü
- d. En iyi beklenen değer ölçütü
- e. Uzlaşma ölçütü

Karar Alternatifleri		Doğal durumlar		
		I	II	III
	Alternatif 1	400	700	440
	Alternatif 2	350	650	550
	Alternatif 3	800	720	920

7. Kazanç yapılı bir karar problemine ilişkin strateji tablosu yukarıda verilmiştir. Bu strateji tablosundan faydalananarak iyimserlik ölçütüne göre en iyi karar aşağıdakilerden hangisidir?

- a. Birinci alternatif
- b. İkinci alternatif
- c. Üçüncü alternatif
- d. Hem ikinci hem de üçüncü alternatif
- e. Hem birinci hem de ikinci alternatif

Karar Alternatifleri		Doğal durumlar		
		I	II	III
	Alternatif 1	95	85	30
	Alternatif 2	70	45	40
	Alternatif 3	40	20	90

8. Kazanç yapılı bir karar problemine ilişkin strateji tablosu yukarıda verilmiştir. Bu strateji tablosundan faydalananarak kötümserlik ölçütüne göre en iyi karar aşağıdakilerden hangisidir?

- a. Birinci alternatif
- b. İkinci alternatif
- c. Üçüncü alternatif
- d. Hem ikinci hem de üçüncü alternatif
- e. Hem birinci hem de ikinci alternatif

9. Eş olasılık ölçütüne göre beş doğal durumu bulunan bir karar alternatifinin herhangi bir doğal durumunun ortaya çıkma olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?

- a. 0,75
- b. 0,80
- c. 0,50
- d. 0,20
- e. 0,25

10. Karar vericinin iyimserlik düzeyinin α ile temsil edilen bir katsayı ile gösterildiği karar verme ölçütü aşağıdakilerden hangisidir?

- a. İyimserlik ölçütü
- b. Kötümserlik ölçütü
- c. Uzlaşma ölçütü
- d. Eş olasılık ölçütü
- e. En büyük olasılık ölçütü

Kendimizi Sınavalım Yanıt Anahtarları

- | | |
|-------|---------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. a | Yanıtınız yanlış ise “Belirsizlik Ortamında Karar Verme” konusunu yeniden gözden geçiriniz. |
| 2. c | Yanıtınız yanlış ise “Eş Olasılık Ölçütü” konusunu yeniden gözden geçiriniz. |
| 3. b | Yanıtınız yanlış ise “Belirsizlik Ortamında Karar Verme” konusunu yeniden gözden geçiriniz. |
| 4. c | Yanıtınız yanlış ise “Belirsizlik Ortamında Karar Verme” konusunu yeniden gözden geçiriniz. |
| 5. e | Yanıtınız yanlış ise “Uzlaşma Ölçütü” konusunu yeniden gözden geçiriniz. |
| 6. a | Yanıtınız yanlış ise “Belirsizlik Ortamında Karar Verme” konusunu yeniden gözden geçiriniz. |
| 7. c | Yanıtınız yanlış ise “İyimserlik Ölçütü” konusunu yeniden gözden geçiriniz. |
| 8. b | Yanıtınız yanlış ise “Kötümserlik Ölçütü” konusunu yeniden gözden geçiriniz. |
| 9. d | Yanıtınız yanlış ise “Eş Olasılık Ölçütü” konusunu yeniden gözden geçiriniz. |
| 10. c | Yanıtınız yanlış ise “Uzlaşma Ölçütü” konusunu yeniden gözden geçiriniz. |

Sıra Sizde Yanıt Anahtarları

Sıra Sizde 1

İyimserlik ölçütünde karar verici, kazanç yapılı problemlerde “kazanabileceğim en büyük kazançlardan en büyüğünü seçerim” felsefesi ile hareket ederken maliyet yapılı problemlerde “ortaya çıkabilecek en küçük maliyetlerden en küçüğünü seçerim” felsefesi ile hareket eder.

Sıra Sizde 2

Kötümserlik ölçütünde karar verici, kazanç yapılı problemlerde “kazanabileceğim en küçük kazançlardan en büyüğünü seçerim” felsefesi ile hareket ederken maliyet yapılı problemlerde “ortaya çıkabilecek en büyük maliyetlerden en küçüğünü seçerim” felsefesi ile hareket eder.

Sıra Sizde 3

Bu karar probleminde iyimserlik ve kötümserlik ölçütlerine göre karar verilmek istenmektedir.

İyimserlik Ölçütüne göre; öncelikle strateji tablosuna eklenek yeni bir sütuna aşağıda görüldüğü gibi her satırın en büyük değeri yazılır.

	Durum 1	Durum 2	En Büyük Kazanç Değerleri
Karar Alternatifleri	Proje 1	30	50
	Proje 2	60	82
	Proje 3	50	90

Daha sonra bu değerlerden en büyüğü olan 90'a sahip Proje 3 en iyi karar olarak benimsenir.

Kötümserlik Ölçütüne göre; öncelikle strateji tablosuna eklenek yeni bir sütuna aşağıda görüldüğü gibi her satırın en küçük değeri yazılır.

	Durum 1	Durum 2	En Küçük Kazanç Değerleri
Karar Alternatifleri	Proje 1	30	30
	Proje 2	60	60
	Proje 3	50	50

Kötümserlik ölçütü kullanıldığında her bir karar alternatifinin en küçük değerlerinden en büyüğü olan 60'a sahip Proje 2 en iyi karar olarak benimsenecektir.

Gördüğü gibi karar vericinin iki farklı psikolojik durumu, iki farklı karar alternatifinin en iyi karar alternatif olabileceği sonucunu ortaya çıkarmıştır. Dolayısıyla karar vericinin içinde bulunduğu psikolojik durumu iyi değerlendirdip karar vermesi tavsiye edilmelidir.

Sıra Sizde 4

Eş olasılık ölçütüne göre, her bir doğal durumun ortaya çıkma olasılığı eşit ve 0,25 olacaktır. Buna göre ilgili karar alternatifisi için hesaplanacak beklenen değer de $(0,25)14 + (0,25)12 + (0,25)25 + (0,25)29 = 20$ olarak hesaplanır.

Yararlanılan ve Başvurulabilecek Kaynaklar

- Aitchison, J. (1970). **Choice Against Chance: An Introduction to Statistical Decision Theory**, Addison-Wesley, United Kingdom.
- Aladag, Z. (2011). **Karar Teorisi**, Umuttepe Yayınları, Kocaeli.
- Bağırkan, Ş. (1983). **Karar Verme**, Der Yayınları, İstanbul.
- Bunn, D. (1982). **Analysis of Optimal Decisions**, John Wiley, USA.
- French, S. (1986). **Decision Theory**, John Wiley, USA.
- Goodwin, P. and Wright, G. (2004). **Decision Analysis for Management Judgment**, 3rd edition, Chichester: Wiley, USA.
- Hammond, J.S., Keeney, R.L. ve Raiffa, H. (2002). **Smart Choices: A Practical Guide to Making Better Decisions**, Harvard Business School Press, USA.
- Harnett, D.L. (1982). **Statistical Methods**, Addison Wesley, USA.
- Huber, P.J. (2011). **Data Analysis What Can Be Learned from the Past 50 Years**, Wiley, USA.
- Kara, İ. (1985). **Karar ve Oyun Kuramıyla İlgili Başlangıç Bilgiler (Ders Notları)**, Anadolu Üniversitesi Yayınları, No 65, Eskişehir.
- Lind, D., Marchal, W.G., ve Wathen, S.A. (2005). **Statistical Techniques in Business And Economics**, McGraw-Hill Irwin, USA.
- Lindley, D.V. (1971). **Making Decisions**, John Wiley, USA.
- Schlaifer, R. (1969). **Analysis of Decisions Under Uncertainty**, McGraw-Hill, USA.
- Sullivan, M. (2005). **Fundamentals of Statistics**, Pearson Prentice Hall, USA.
- Taylor III, B.W. (2010). **Introduction to Management Science**, Tenth Edition, Pearson, USA.
- Turanlı, M. (1988). **Pazarlama Yönetiminde Karar Alma**, Beta Basım, İstanbul.
- Şıklar, E.İ. (2001). **Karar Kuramı**, Yayımlanmamış Ders Notları, Eskişehir.
- Winkler, R.L. (1972). **Introduction to Bayesian Inference and Decision**, Rinehart and Winston, USA.

3

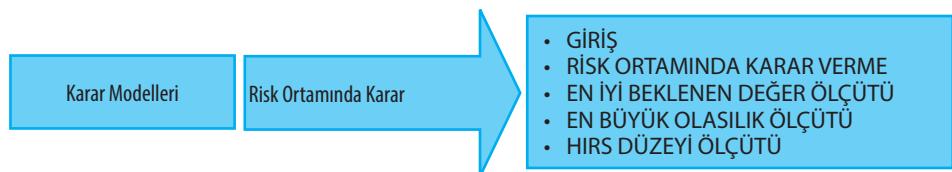
Amaçlarımız

- Bu üniteyi tamamladıktan sonra;
- 🕒 Karar vermede risk ortamını tanımlayabilecek,
 - 🕒 Risk ortamında kullanılan karar ölçütlerini sıralayabilecek,
 - 🕒 Risk ortamında kullanılan karar ölçütlerini açıklayabilecek bilgi ve becerilere sahip olabileceksiniz.

Anahtar Kavramlar

- Risk Ortamında Karar Verme
- En İyi Beklenen Değer Ölçütü
- En Büyük Olasılık Ölçütü
- Hırs Düzeyi Ölçütü

İçindekiler



Risk Ortamında Karar

GİRİŞ

Karar vermede risk ortamına geçmeden önce “risk” kelimesinin anlamını kavramak gereklidir. Risk, Türk Dil Kurumunun sözlüğünde zarara uğrama tehlikesi (riziko) olarak tanımlanmış olsa da diğer pek çok kelime gibi risk kelimesi de tarihte çeşitli anamlarda kullanılmıştır. Buna göre risk kelimesinin somut anlamdan soyut anlamda doğru bir yolculuk yaptığı söylenebilir. Yunanca'da “*sarp kayalık*” anlamına gelen “*rhiza*” kelimesinden türetilen risk kelimesi, daha sonra yine Yunanca'da “*rhizikon*” olarak kullanılmaya başlanmıştır. Antik Çağda, kıyılar boyunca sahilin veya kayalıkların yakınında yapılan deniz seferlerindeki tehlikeleri adlandırmak için kullanılan bir denizcilik terimi olarak ortaya çıkmıştır. Risk kelimesi Orta Çağ boyunca “*denizde zorluklardan kaçınma*” anlamında kullanılmıştır. Ticari Devrim Döneminde (13. yüzyıl) ise İtalyan gemi tüccarları risk kelimesini modern anlamda denizcilik sigorta sözleşmelerinde kullanmaya başlamışlardır. Böylece antik dönemlerden başlayan yolculuğunda risk kelimesi, günümüzde “*en iyi çözümden olası sapma*” anlamıyla taşınmıştır ve karmaşık sorunları nitelendirirken kullanılmaktadır.

Ekonomi, politika, matematik, istatistik vb. gibi birçok disiplinde kullanılan risk kelimesi farklı disiplinlerde farklı anamlar alabilmektedir. Ancak günlük hayatı genellikle zarar, tehlike, hasar vb. gibi olumsuz durumların ortaya çıkma olasılığı anlamında kullanılmaktadır. Slovic, insanların risk kavramını yaşamın tehlikeleri ve belirsizliklerini anlamak ve üstesinden gelmek için icat ettiklerini söylemiştir.

Hilesiz bir bozuk paranın havaya atılma deneyinde, paranın iki yüzü olduğu ve bundan birinin gelmesi söz konusu olduğundan (1/2) yazı gelme olasılığı yüzde elli olarak ifade edilir. Bu nedenle paranın yazı ya da tura olarak gelme durumu, olasılık kavramı ile açıklanır. Buna karşın doktor tarafından bir ameliyatın yüzde yirmi başarısız olacağının söylemesi ise insanlar tarafından başarısızlık riski olarak algılanır. Bu iki örnekte de anlaşılacağı gibi insanlar risk ve olasılık kavramlarının ayrimini çoğu zaman doğru bir biçimde yapamamaktadır.

Karar teorisinde ele alınan karar ortamlarından biri de risk ortamıdır. Kisaca belirtmek gerekirse, karar verici karar problemine ilişkin doğal durumların ortaya çıkma olasılıklarını biliyorsa risk ortamında karar verme söz konusudur.

Risk ortamında karar verme durumunda olan bir karar verici, en iyi beklenen değer ölçütü, en büyük olasılık ölçütü ve hırs düzeyi ölçütlerinden yararlanarak karar verebilecektir. Bu ünitede söz konusu bu ölçütler örnekler yardımıyla açıklanacaktır.

RİSK ORTAMINDA KARAR VERME

Bir karar probleminde doğal durumların hangi değerleri hangi olasılıkla alabileceğini biliyor ise karar verici, benimsediği stratejiye göre elde etmek istediği durumun (gelir, kar, maliyet vb.) riskini ölçebiliyor demektir. Diğer bir ifadeyle karar verici doğal durumların ortaya çıkma olasılıklarını biliyorsa risk ortamında karar veriyordur.

Bir yatırımcı yatırım dönemi içinde ekonomide durgunluk yaşanıp yaşanmama olasılığını geçmiş deneyimlerine dayanarak tespit edebilir. Böyle bir durumda, yatırımcının tespit ettiği olasılık değerini karar verme sürecinde kullanmak istemesi son derece doğaldır.

Doğal durumların ortaya çıkma olasılıklarının bilinmeyeninin karar vericiye sağlayacağı en büyük avantaj, karar vericinin benimsediği karar alternatifine göre elde etmeye beklediği kazanç/maliyet için ne kadarlık bir riske girdiğini hesaplayabiliyor olmasıdır. Risk ortamında karar vermede doğal durumlar için olasılıkların belirlenmesi süreci çok önemlidir. Ortaya çıkma olasılığı düşük olan bir doğal durum için yüksek bir olasılık değerinin atanması, karar vericinin kararının yanlışmasına neden olacaktır. Bilindiği üzere, olasılık değerleri 0 ile 1 arasında değerler almaktadır ve 0'a yakın olasılık değerlerine sahip olayların gerçekleşme şanslarının az, 1'e yakın olasılık değerlerine sahip olayların gerçekleşme şanslarının ise yüksek olduğu söylenmektedir. Risk ortamında karar verme sürecinde, strateji tablosu içerisinde yer alan tüm doğal durumların gerçekleşme şansına ilişkin bir olasılık değerinin mutlaka belirlenmesi ve tüm doğal durumların olasılıkları toplamının da 1'e eşit olması gereklidir. Doğal durumların ortaya çıkma/şanslaşma olasılıkları belirlendikten sonra bu olasılıklar strateji tablosuna eklenir. Daha sonra da bu bölümün izleyen kesiminde anlatılacak olan en iyi beklenen değer ölçüyü, en büyük olasılık ölçüyü ya da hırs düzeyi ölçütlerinden biri kullanılarak, en iyi kararın hangisi olduğu belirlenebilir.

Karar verici, doğal durumların ortaya çıkma olasılıklarını biliyorsa risk ortamında karar veriyordur.

SIRA SİZDE

1

Doğal durumların ortaya çıkma olasılıklarının bilinmeyeninin karar vericiye sağlayacağı en büyük avantaj nedir?

EN İYİ BEKLENEN DEĞER ÖLÇÜTÜ

En iyi beklenen değer ölçüyü, risk ortamında karar verme durumunda en çok kullanılan ölçütür. Genellikle EMV (Expected Monetary Value) kısaltması ile gösterilir. En iyi beklenen değerin hesaplanması için her bir karar alternatifinde yer alan sonuçlar ilgili doğal durum olasılıkları ile çarpılır, daha sonra bu çarpım değerleri her satır için toplanarak ilgili karar alternatifinin beklenen kazanç veya maliyet değeri hesaplanır. Daha sonra karar alternatifleri için hesaplanan beklenen değerlerin kazanç yapılı problemlerde en büyük değerli karar alternatif, maliyet yapılı karar problemlerinde ise en küçük değerli karar alternatif en iyi karar olarak belirlenir.

En iyi beklenen değer ölçüünden, j 'inci doğal durumun ortaya çıkma olasılığı P_j ile gösterilirse, i 'inci karar alternatifinin (A_i) uygulanması durumunda beklenen kazanç/maliyet,

$$B(A_i) = \sum_{j=1}^n P_j s_{ij}, \quad i = 1, \dots, m$$

Kazanç yapılı karar problemlerinde, her bir karar alternatifinin tespit edilen değerlerinden en büyüğe sahip olan karar alternatifini en iyi karar olarak belirlenir.

eşitliği ile hesaplanır. Eşitlik yardımı ile her bir karar alternatifinin uygulanması durumunda ortaya çıkması beklenen kazanç/maliyetler, strateji tablosunun son sütununda hesaplanarak gösterilir. Daha sonra kazanç yapılı karar problemlerinde, her bir karar alternatifinin tespit edilen değerlerinden en büyüğüne sahip olan karar alternatifini en iyi karar alternatif olarak belirlenir. Eğer maliyet yapılı karar problemi söz konusu ise her karar

alternatif için tespit edilen değerlerinden en küçüğüne sahip olan karar alternatifini en iyi karar alternatifini olarak belirlenir.

ÖRNEK 3.1

Bir karar verici üç farklı hisse senedinden birine yatırım yapmak istemektedir. Karar vericiümüzdeki dönem için ekonominin %75 olasılıkla iyi durumda, %25 olasılıkla ise kötü durumda olacağını tahmin etmektedir. Yatırımcı üç hisse senedine yapacağı yatırım değerlerinden elde edeceği kazancı tespit etmiştir. Yatırımcının farklı hisse senedi seçenekleri ve doğal durumlar için beklediği kazanç değerleri Türk Lirası olarak Tablo 3.1'de gösterilmiştir.

		Doğal Durumlar	
		İyi Ekonomik Durum $P(E+)=0,75$	Kötü Ekonomik Durum $P(E-)=0,25$
Karar Alternatifleri	Hisse senedi 1	12000	5000
	Hisse senedi 2	22000	6000
	Hisse senedi 3	14000	12000

Tablo 3.1
Gayrimenkul yatırımı strateji tablosu

En iyi beklenen değer ölçüütüne göre karar vericinin kararını vermesine yardımcı olunuz.

Tablo 3.1 incelendiğinde karar probleminde karşılaşılabilen tüm doğal durumların tespit edildiği, bu doğal durumların gerçekleşme şanslarını göstermek üzere doğal durumların ortaya çıkış olasılıklarının da verildiği görülmektedir. Dolayısıyla bu karar probleminde karar verici risk ortamında karar vermek durumundadır. En iyi karar alternatifini tespit etmek amacı ile her karar alternatifinin beklenen değerleri hesaplanır. Hesaplanan değerler Tablo 3.2'nin son sütununda verilmiştir.

		Doğal Durumlar		Beklenen Değerler
		İyi Ekonomik Durum $P(E+)=0,75$	Kötü Ekonomik Durum $P(E-)=0,25$	
Karar Alternatifleri	Hisse senedi 1	12000	5000	$0,75(12000) + 0,25(5000) = 10250$
	Hisse senedi 2	22000	6000	$0,75(22000) + 0,25(6000) = 18000$
	Hisse senedi 3	14000	12000	$0,75(14000) + 0,25(12000) = 13500$

Tablo 3.2
Gayrimenkul yatırımı strateji tablosu ve beklenen değerler

Karar verici, bu hisse senedi yatırım probleminde kazanç ile ilgilendiği için yatırımcının hesaplanan beklenen değerler (10250, 18000, 13500) içinden en büyüğünü seçmesi gereklidir. Dolayısıyla bu karar probleminde en yüksek beklenen değer 18000 Türk Lirasıdır ve yatırımcının seçmesi gereken karar alternatifini (yatırım alternatifini) Hisse Senedi 2'dir.

ÖRNEK 3.2

Bir havayolu işletmesi yeni uçaklar almayı planlamaktadır. İşletme yöneticilerinin yaptıkları araştırmaya göre istedikleri türde ve özellikte uçakları alabilecekleri üç farklı firma olduğu tespit edilmiştir. Havayolu işletmesine alınacak uçaklar dövizle alınacağı için döviz piyasası da araştırılmış ve uçakların satın alınacağı dönemde döviz fiyatlarında bir yükselme olabileceği tahmin edilmiştir. Döviz fiyatlarının yükselmesi ve yükselmemesi durumuna göre olacak maliyetlere ilişkin strateji tablosu Tablo 3.3'deki gibi belirlenmiştir. En iyi beklenen değer ölçüütüne göre karar verici hangi karar alternatifini seçmelidir?

Tablo 3.3
Uçak alımı karar problemi için strateji tablosu (Değerler Milyon Dolar cinsindendir)

Karar Alternatifleri	Doğal Durumlar	
	Döviz Fiyatı Yükselmez $P(D_1)=0,65$	
	Döviz Fiyatı Yükselir $P(D_2)=0,35$	
	Firma 1	60
	Firma 2	85
	Firma 3	70
		81

Tablo 3.3 incelendiğinde doğal durumların ortaya çıkma olasılıkları verildiği için karar vericinin risk ortamında karar verme durumunda olduğu gözlenebilir. Dolayısıyla her satır için beklenen değer, sonuç değerlerinin doğal durumların ortaya çıkma olasılıkları ile çarpılması ve bu değerlerin toplanması yolu ile bulunabilir. Firma 1 karar alternatifisi için beklenen değer $0.65 (60) + 0.35 (80) = 67$, Firma 2 karar alternatifisi için beklenen değer $0.65 (85) + 0.35 (85) = 85$ ve Firma 3 karar alternatifisi için beklenen değer $0.65 (70) + 0.35 (81) = 73.85$ olacaktır. Karar problemi maliyet yapılmış olduğundan, beklenen değerlerden en küçük olan 67 maliyet değeri ile en iyi kararın Firma 1'in seçimi olduğu kolayca görülebilmektedir.

SIRA SİZDE



En iyi beklenen değer hesaplaması nasıl yapılır?

EN BÜYÜK OLASILIK ÖLÇÜTÜ

Belirsizlik ortamında ele alınan iyimserlik ve kötümserlik ölçütlerinin karar vericinin içinde bulunduğu psikolojik durumu yansitan ölçütler olduğu üzerinde daha önce durulmuştur. Benzer biçimde, bir karar probleminde risk ortamında karar verme süreci ile karşı karşıya kalan karar verici, eğer tüm doğal durumlar üzerinden hesaplama yapmak yerine ortaya şansı bir başka ifadeyle gerçekleşme olasılığı en yüksek olan doğal duruma göre hareket ederse, en büyük olasılık ölçütüne göre karar vermiş olur.

Karar problemi kazanç yapılı ise, en yüksek olasılığa sahip doğal durum için karar alternatiflerinin sonuç değerlerinden en yükseğini veren karar alternatifisi, en iyi karar olarak kabul edilir. Karar problemi maliyet yapılı ise, en yüksek olasılığa sahip doğal durum sonuçları içinde en küçük değeri veren karar alternatifisi, en iyi karar olarak belirlenir. En büyük olasılık ölçütü, hesaplaması en kolay ölçütlerden biri olmakla beraber, yalnızca bir tek doğal durumu göz önüne alması nedeniyle, diğer ölçütlerde göre daha zayıf bir karar verme ölçütüdür. Unutulmamalıdır ki bir olayın olasılığının (doğal durumun olasılığının) düşük olması bu olayın gerçekleşmeyeceği (doğal durumun ortaya çıkmayacağı) anlamına taşımaz. Bunun aksine, olayın gerçekleşme olasılığının var olduğunu, ancak diğer alternatiflere göre ortaya çıkma şansının düşük olduğunu gösterir.

ÖRNEK 3.3

Dört doğal durumun olduğu bir karar probleminde karar vericinin doğal durumlar için tespit ettiği olasılıklar sırasıyla 0.25, 0.20, 0.35 ve 0.20 olsun. Bu karar vericinin üç farklı karar alternatifini olduğunu varsayıyalım. Bu karar problemi kazanç yapılı olup probleme ilişkin strateji tablosu Tablo 3.4'de verilmiştir. En büyük olasılık ölçütünü kullanarak karar vericinin kararını vermesine yardımcı olunuz.

Tablo 3.4
Örnek 3.3 için strateji tablosu

Karar Alternatifleri	Doğal Durumlar			
	Durum 1 $P(D_1)=0,25$	Durum 2 $P(D_2)=0,20$	Durum 3 $P(D_3)=0,35$	Durum 4 $P(D_4)=0,20$
Alternatif 1	11000	12000	16000	18000
Alternatif 2	14000	24000	5000	14000
Alternatif 3	40000	16000	8000	10000

Tablo 3.4'de yer alan doğal durumlar incelendiğinde en büyük olasılık değerinin 0,35'e eşit olduğu görülmektedir. Dolayısıyla karar verici en büyük olasılık değerine sahip olan 3 numaralı doğal durumun ortaya çıkacağı varsayımlı ile hareket eder. 3 numaralı doğal durumun gerçekleşmesi durumunda elde edilecek en yüksek kazanç değeri olan 16000, Alternatif 1'in uygulanması ile elde edildiğinden, bu problemde en büyük olasılık ölçüyüne göre en iyi karar Alternatif 1'in seçimidir. Ancak strateji tablosu dikkatli bir şekilde incelendiğinde tablodaki en büyük kazanç değerinin 40000 olduğu ve bu değerin 1 numaralı doğal durumun ortaya çıkması ve Alternatif 3'ün seçilmesi halinde elde edilebileceği görülmektedir. 1 numaralı doğal durumun ortaya çıkma olasılığı 0,25 gibi çok da küçük sayılacak bir değerdir. Diğer bir açıdan bakıldığından en yüksek değere sahip olduğu için gerçekleşeceği kabul edilen doğal durumun olasılığı 0,35 iken, göz ardi edilen doğal durumların olasılıkları toplamının 0,65 olduğu görülmektedir. Dolayısıyla bu açıdan bakıldığından bu problemde en iyi beklenen değer ölçüyüne göre hesaplama yapılması çok daha faydalı olacaktır. Eğer en iyi beklenen değer ölçüyüne göre hesaplama yapılrsa en iyi kararın 18000 değeri ile Alternatif 3 olarak değişeceği de görülecektir.

ÖRNEK 3.4

Piyasaya sürülmek üzere yeni tasarlanaacak bir veri depolama cihazı için üç farklı tasarım düşünülmektedir. Üründen elde edilecek kazançların pazarın genel durumuna ve tasarıma göre değişeceği düşünülmektedir. Karar verici üç farklı pazar koşulunun ortaya çıkabileceğiini düşünerek Tablo 3.5'de verilen kazanç yapılı strateji tablosunu oluşturmuştur. En büyük olasılık ölçütünü kullanarak karar vericinin karar vermesinde yardımcı olunuz.

		Pazar Koşulları		
		I P(I)=0,65	II P(II)=0,15	III P(III)=0,20
Karar Alternatifleri	Klasik Tasarım	28	29	35
	Modern Tasarım	26	21	27
	Alternatif Tasarım	33	20	22

Tablo 3.5
Farklı tasarımlar ve pazar koşullarına göre strateji tablosu

Tablo 3.5'de yer alan pazar koşul olasılıkları incelendiğinde en büyük olasılık değerinin 0,65'e eşit olduğu görülmektedir. Dolayısıyla karar verici tarafından en büyük olasılık değerine sahip olan I numaralı pazar koşulunun ortaya çıkacağı varsayılr. I numaralı pazar koşulunun gerçekleşmesi durumunda elde edilecek en yüksek kazanç değeri olan 33, Alternatif Tasarım için elde edildiğinden, bu problemde en büyük olasılık ölçüyüne göre en iyi karar Alternatif Tasarımın uygulanmasıdır. Ancak strateji tablosu dikkatli bir şekilde incelendiğinde tablodaki en büyük kazanç değerinin 35 olduğu ve bu değerin III numaralı pazar koşulunun ortaya çıkması ve Klasik Tasarımın seçilmesi halinde elde edilebileceği görülmektedir. III numaralı pazar koşulunun ortaya çıkma olasılığı 0,20'dir. 0,65'e göre küçük olmakla birlikte gerçekleşme olasılığı imkansız değildir. Dolayısıyla problem tüm olasılık değerlerini hesaba katan, en iyi beklenen değer ölçüyüne göre değerlendirilirse en iyi kararın; 29,55 değeri ile Klasik Tasarım olarak değişeceği görülmektedir.

ÖRNEK 3.5

Üç doğal durum ve dört alternatifin olduğu, maliyet yapılı bir karar problemine ilişkin strateji tablosu Tablo 3.6'da verilmiştir. Doğal durumların ortaya çıkma olasılıkları sırasıyla 0,25; 0,55 ve 0,20 olarak belirlenmiştir. Buna göre en büyük olasılık ölçüyü kullanıldığında en iyi kararın hangisi olduğunu belirleyiniz.

Tablo 3.6
Örnek 3.5 için strateji tablosu

		Durum 1 $P(D_1)=0.25$	Durum 2 $P(D_2)=0.55$	Durum 3 $P(D_3)=0.20$
Karar Alternatifleri	Alternatif 1	15000	18000	10000
	Alternatif 2	12000	11000	9000
	Alternatif 3	30000	50000	55000
	Alternatif 4	16000	13000	18000

Tablo 3.6'da yer alan doğal durumlar incelendiğinde en büyük olasılık değerinin 0.55'e eşit olduğu ve bu olasılığın 2 numaralı doğal duruma ilişkin olduğu görülmektedir. Buna göre diğer doğal durumlar göz ardı edilerek, Durum 2'de en düşük maliyete karşılık gelen değerin 11000 olduğu ve dolayısıyla en iyi kararın da Alternatif 2'yi uygulamak olduğu kolayca görülebilecektir.

SIRA SİZDE



Bir karar verici en büyük olasılık ölçütüne göre nasıl karar verir?

3

HIRS DÜZEYİ ÖLÇÜTÜ

Bazı karar vericiler ilgilendikleri olayın sonuçlarına göre elde edebilecekleri katkılardan düzeyini ve sınırını göz önüne alarak davranışlarını yönlendirirler. Bir işe girecek olan kişinin kabul edebileceği en düşük ücrette, bir dönemlik işletme bütçesi hazırlayan yöneticinin planlarına esas alacağı en düşük kárda, dayanıklı tüketim mali almak üzere olan bireyin ödemeye hazır olduğu en yüksek fiyatta, toplu iş sözleşmesi görüşmelerinde sendika yetkilisinin kabul edebileceği en düşük ücret artışında ve bunun gibi durumlarda karar vericilerin tutumları, önceden belirledikleri bir değerle yaptıkları karşılaştırma olarak ortaya çıkar.

Bir karar vericinin karar probleminde kabul edebileceği en düşük katkı ya da katlanabileceğinin yüksek maliyet değeri **hırs düzeyi** olarak nitelendirilir. Hırs düzeyi ölçütünde kazancı en büyükleme veya maliyeti en küçükleme söz konusu değildir. Bunun yerine bu ölçütte problemin çözümü ile elde edilmesi beklenen sonuçların karar vericiyi tatmin etme düzeyi dikkate alınır. Birden fazla stratejinin hırs düzeyini karşılaması söz konusu ise en büyük olasılığa karşılık gelen strateji karar verici tarafından benimsenir.

Karar verici bu ölçüte göre karar verirken, kazanç yapılı problemlerde öncelikle her bir strateji için elde edilebilecek kazancın önceden belirlenen hırs düzeyine eşit veya daha fazla olması olasılıklarını belirler. Maliyet yapılı problemlerde söz konusu olasılık belirlenirken hırs düzeyine eşit veya daha düşük maliyetli stratejilerin benimsenebileceği kabul edilir. Diğer bir ifadeyle **HD** hırs düzeyini göstermek üzere her bir strateji için öncelikle $P(Kazanç \geq HD)$ veya $P(Maliyet \leq HD)$ olasılıkları belirlenir. Daha sonra en büyük olasılık değerine sahip strateji en iyi strateji olarak seçilir. Bu strateji karar vericiyi belirlediği hırs düzeyine ulaştırmada en olası stratejidir.

Bir karar vericinin bir karar probleminde kabul edebileceği en düşük katkı ya da katlanabileceğinin yüksek maliyet değeri **hırs düzeyi** denir.

ÖRNEK 3.6

Tablo 3.7'de verildiği gibi üç doğal durumun ve üç karar alternatifinin olduğu bir karar problemi ele alınır. Bu karar probleminin kazanç yapılı olduğu ve karar vericinin kabul edebileceği en az kârin 45 birim ($HD=45$) olduğu varsayımlı ile karar vericinin kararını vermesinde yardımcı olunuz.

		Doğal Durumlar			
		Durum 1 $P(D_1)=0,35$	Durum 2 $P(D_2)=0,30$	Durum 3 $P(D_3)=0,35$	
Karar Alternatifleri	Alternatif 1 (2 birim üretme)	30	28	50	
	Alternatif 2 (3 birim üretme)	40	43	42	
	Alternatif 3 (4 birim üretme)	27	30	31	

Karar vericinin kabul edebileceği kârin 45 birim ($HD=45$) olduğu bilindiğine göre Tablo 3.7'ye yeni bir sütun eklenerek kazanç yapılı karar problemi için Tablo 3.8 aşağıdaki gibi düzenlenir.

		Doğal Durumlar			Kar Yapılı
		Durum 1 $P(D_1)=0,35$	Durum 2 $P(D_2)=0,30$	Durum 3 $P(D_3)=0,35$	
Karar Alternatifleri	Alternatif 1 (2 birim üretme)	30	28	50	0,35
	Alternatif 2 (3 birim üretme)	40	43	42	0
	Alternatif 3 (4 birim üretme)	27	30	31	0

Tablo 3.7
Örnek 3.6 için strateji tablosu

Tablo 3.8
Kâr yapılı problemde hırs düzeyinin uygulanması

Problemin çözümünde öncelikle her bir alternatifin hırs düzeyini karşılama olasılığı belirlenir. Buna göre Alternatif 1 için kârin en az 45 birim olduğu, doğal durumun yalnızca doğal durum 3 olduğu görülebilir. Diğer doğal durumların ortaya çıkması durumunda 45 birimden az kazanç elde edilmektedir. Dolayısıyla Alternatif 1'in hırs düzeyini karşılama olasılığı %35'tir. Bu olasılık strateji tablosuna eklenen son sütuna yazılır. Alternatif 2 ve Alternatif 3'e ilişkin sonuç değerlerinden hiçbir 45'e eşit ya da 45'ten büyük olmadığından bu iki alternatifin hırs düzeyini karşılama olasılıkları %0'dır. Bu sonuçlara göre karar verici için en uygun karar; Alternatif 1'in seçimidir.

Örnek 3.6'daki karar probleminin maliyet yapılı olduğu ve karar vericinin katlanabileceği en yüksek maliyetin 40 birim ($HD=40$) olduğu varsayımlı ile en iyi kararı belirleyelim.

ÖRNEK 3.7

		Doğal Durumlar			Maliyet Yapılı
		Durum 1 $P(D_1)=0,35$	Durum 2 $P(D_2)=0,30$	Durum 3 $P(D_3)=0,35$	
Karar Alternatifleri	Alternatif 1 (2 birim üretme)	30	28	50	0,65
	Alternatif 2 (3 birim üretme)	40	43	42	0,35
	Alternatif 3 (4 birim üretme)	27	30	31	1,00

Tablo 3.9
Maliyet yapılı problemde strateji tablosu

Söz konusu karar problemi maliyet yapılı ve hırs düzeyi $HD=40$ olduğu için her bir alternatifin hırs düzeyini karşılama olasılıkları Tablo 3.9'un son sütunda görüldüğü gibi hesaplanır. Tablo 3.9'un son sütunu incelendiğinde Alternatif 1'in uygulanmasına karar verilirse doğal durum 1 ve doğal durum 2 ortaya çıktığında maliyet hırs düzeyinin altında kalmakta ve kabul edilebilmektedir. Bu nedenle Alternatif 1'in hırs düzeyini karşılama olasılığı doğal durum 1'in olasılığı ile doğal durum 2'nin olasılıkları toplamı olup %65'tir.

Alternatif 2 için yalnızca doğal durum 3'ün ortaya çıkması durumunda hırs düzeyi karşılandığından, bu alternatifin hırs düzeyini karşılama olasılığı %35'tir. Son olarak 4 birimlik üretim yapılması durumunda diğer bir ifadeyle Alternatif 3'ün uygulanmasına karar verilirse hangi doğal durum ortaya çıkarsa çıkışın gerçekleşeceğin maliyetler karar vericinin katlanabileceği düzeyde olup Alternatif 3 karar vericinin beklenelerini %100 karşılamaktadır. Dolayısıyla karar verici, Alternatif 3'ü en iyi karar olarak benimsemelidir.

SIRA SİZDE



4

Hırs düzeyi ölçütüne göre karar verici, karar probleminin kazanç veya maliyet yapıları olmasına göre nasıl bir yol izlemelidir?

Özet



Karar vermede risk ortamını tanımlamak.

Bir karar probleminde doğal durumların hangi değerleri hangi olasılıkla alabileceğini biliniyor ise karar verici, benimsediği stratejiye göre elde etmek istediği durumun (gelir, kar, maliyet vb.) riskini ölçebiliyor demektir. Diğer bir ifadeyle karar verici doğal durumların ortaya çıkma olasılıklarını biliyorsa risk altında karar veriyordur. Doğal durumların ortaya çıkma olasılıklarının biliniyor olmasının karar vericiye sağlayacağı en büyük avantaj, karar vericinin benimsediği karar alternatifine göre elde etmeyi beklediği kazanç ya da katlanacağı maliyet için ne kadarlık bir riske girdiğini hesaplayabiliyor olmasıdır. Risk ortamında karar vermede doğal durumlar için olasılıkların belirlenmesi süreci çok önemlidir. Ortaya çıkma olasılığı düşük olan bir durum için yüksek bir olasılık değeriinin atanması, karar vericinin kararının yanlış olmasına neden olacaktır.



Risk ortamında kullanılan karar ölçütlerini sıralamak.

Risk ortamında kullanılan karar ölçütleri;

- En İyi Beklenen Değer Ölçütü
 - En Büyük Olasılık Ölçütü
 - Hırs Düzeyi Ölçütü
- biçiminde sıralanır.



Risk ortamında kullanılan karar ölçütlerini açıklamak.

En iyi beklenen değer ölçütü, risk ortamında karar verme durumunda en çok kullanılan ölçütür. En iyi beklenen değerin hesaplanması için her bir karar alternatifinde yer alan sonuçlar, ilgili doğal durum olasılıkları ile çarpılır, daha sonra bu çarpım değerleri her satır için toplanarak ilgili karar alternatifinin beklenen kazanç veya maliyet değeri hesaplanmış olur. Daha sonra, kazanç yapılmış problemlerde en büyük beklenen değere sahip karar alternatifinin, maliyet yapılmış karar problemlerinde ise en küçük beklenen değere sahip karar alternatifinin en iyi karar olarak belirlenir.

Risk ortamında karar verme durumunda olan bir karar verici, eğer tüm doğal durumlar üzerinden hesaplama yapmak yerine, ortaya çıkma şansı bir başka ifadeyle gerçekleşme olasılığı en yüksek olan doğal duruma göre hareket ederse en büyük *olasılık ölçütüne* göre karar vermiş olur. Karar verici böyle bir durumda yalnızca en yüksek olasılıklı doğal durumun sonuçları ile ilgilenir. Karar problemi kazanç yapılı

ise en yüksek olasılığa sahip doğal durum için karar alternatiflerinin sonuç değerlerinden en yükseğini veren karar alternatifini, en iyi karar olarak kabul edilir. Karar problemi maliyet yapılı ise en yüksek olasılığa sahip doğal durum sonuçları içinde en küçük değeri veren karar alternatifini, en iyi karar olarak belirlenir. *Hırs düzeyi ölçütünde* alternatifler hırs düzeyleri dikte alınarak değerlendirilir. Bir karar vericinin karar probleminde kabul edebileceği en düşük katkı ya da katlanabileceği en yüksek maliyet değeri hırs düzeyi olarak nitelendirilir. Hırs düzeyi ölçütünde kazancı en büykleme veya maliyeti en küçükleme söz konusu değildir. Bunun yerine bu ölçütte problemin çözümü ile elde edilmesi beklenen sonuçların karar vericiyi tatmin etme düzeyi dikkate alınır. Birden fazla stratejinin hırs düzeyini karşılaması söz konusu ise en büyük olasılığa karşılık gelen strateji karar verici tarafından benimsenir.

Kendimizi Sınayalım

1. Karar vericinin doğal durumların ortaya çıkma olasılıklarını bildiği karar ortamı aşağıdakilerden hangisidir?

- a. Risk ortamı
- b. Belirlilik ortamı
- c. Belirsizlik ortamı
- d. Ek bilgi ile karar verme ortamı
- e. İyimserlik ortamı

2. Aşağıdakilerden hangisi risk ortamında karar verme ölçütlerinden biridir?

- a. İyimserlik ölçütü
- b. En iyi beklenen değer ölçütü
- c. Kötümserlik ölçütü
- d. Uzlaşma ölçütü
- e. Eş olasılık ölçütü

3. Risk ortamında karar vermede, doğal durumlar için belirlenmesi gereklili olan unsur aşağıdakilerden hangisidir?

- a. Maliyet
- b. Olasılıklar
- c. Kâr
- d. Strateji
- e. Kâr /Maliyet

4. Kazanç yapılı bir karar probleminde hesaplanan beklenen değerler sırasıyla 15, 28, 36, 11, 9 ise en iyi beklenen değer ölçütüne göre karar verici aşağıdakilerden hangisidir?

- a. 9
- b. 11
- c. 36
- d. 28
- e. 15

5. Maliyet yapılı bir karar probleminde hesaplanan beklenen değerler sırasıyla 850, 955, 750, 600, 500 ise en iyi beklenen değer ölçütüne göre karar verici aşağıdakilerden hangisidir?

- a. 850
- b. 955
- c. 750
- d. 600
- e. 500

6. Bir karar probleminde risk ortamında karar verme süreci ile karşı karşıya kalan karar verici, eğer tüm doğal durumlar üzerinden hesaplama yapmak yerine ortaya çıkma şansı en yüksek olan doğal duruma göre hareket ederse, aşağıdakilerin ölçütlerden hangisine göre karar vermiş olur?

- a. En büyük olasılık ölçütü
- b. Hırs düzeyi ölçütü
- c. İyimserlik ölçütü
- d. En iyi beklenen değer ölçütü
- e. Uzlaşma ölçütü

		Doğal Durumlar	
		Durum 1 $P(D_1)=0,75$	Durum 2 $P(D_2)=0,25$
Karar Alternatifleri	Alternatif 1	11	12
	Alternatif 2	14	24
	Alternatif 3	40	16

7. Yukarıda verilen kazanç yapılı bir strateji tablosuna göre en büyük olasılık ölçütüne göre en iyi karar aşağıdakilerden hangisidir?

- a. Alternatif 1
- b. Alternatif 2 ve Alternatif 3
- c. Alternatif 1 ve Alternatif 2
- d. Alternatif 2
- e. Alternatif 3

		Doğal Durumlar		
		Durum 1 $P(D_1)=0,45$	Durum 2 $P(D_2)=0,20$	Durum 3 $P(D_3)=0,35$
Karar Alternatifleri	Alternatif 1	270	280	500
	Alternatif 2	400	430	420
	Alternatif 3	300	300	310

8. Yukarıda verilen maliyet yapılı bir strateji tablosuna göre en büyük olasılık ölçütüne göre en iyi karar aşağıdakilerden hangisidir?

- a. Alternatif 2
- b. Alternatif 1
- c. Alternatif 3
- d. Alternatif 2 ve Alternatif 3
- e. Alternatif 1 ve Alternatif 2

9. Bir karar probleminde karar vericinin kabul edebileceği en düşük katkı değeri 50 TL ise karar verici aşağıdaki ifadelerden hangisi yardımıyla karar verir?

- a. $P(\text{Maliyet} \leq 50)$
- b. $P(\text{Kazanç} \leq 50)$
- c. $P(\text{Maliyet} \geq 50)$
- d. $P(\text{Kazanç} \geq 50)$
- e. $P(\text{Kazanç} \leq 50 \leq \text{Maliyet})$

10. Karar vericinin bir karar probleminde kabul edebileceği en düşük katkı değerini ya da katlanabileceğini en yüksek mal yet değerini dikkate alan ölçüt aşağıdakilerden hangisidir?

- a. İyimserlik ölçütü
- b. Kötümserlik ölçütü
- c. Hırs düzeyi ölçütü
- d. Eş olasılık ölçütü
- e. En büyük olasılık ölçütü

Kendimizi Sınayalım Yanıt Anahtarı

1. a Yanınız yanlış ise “Risk Ortamında Karar Verme” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
2. b Yanınız yanlış ise “En İyi Beklenen Değer Ölçütü” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
3. b Yanınız yanlış ise “Risk Ortamında Karar Verme” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
4. c Yanınız yanlış ise “En İyi Beklenen Değer Ölçütü” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
5. e Yanınız yanlış ise “En İyi Beklenen Değer Ölçütü” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
6. a Yanınız yanlış ise “En Büyük Olasılık Ölçütü” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
7. e Yanınız yanlış ise “En Büyük Olasılık Ölçütü” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
8. b Yanınız yanlış ise “En Büyük Olasılık Ölçütü” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
9. d Yanınız yanlış ise “Hırs Düzeyi Ölçütü” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
10. c Yanınız yanlış ise “Hırs Düzeyi Ölçütü” konusunu yeniden gözden geçiriniz.

Sıra Sizde Yanıt Anahtarı

Sıra Sizde 1

Doğal durumların ortaya çıkma olasılıklarının biliniyor olmasının karar vericiye sağlayacağı en büyük avantaj, karar vericinin benimsediği karar alternatifine göre elde etmeyi beklediği kazanç ya da katlanacağı maliyet için ne kadarlık bir riske girdiğini hesaplayabiliyor olmasıdır.

Sıra Sizde 2

En iyi beklenen değerin hesaplanması için her bir karar alternatifinde yer alan sonuçlar ilgili doğal durum olasılıkları ile çarpılır, daha sonra bu çarpım değerleri her satır için toplanarak ilgili karar alternatifi için beklenen kazanç veya maliyet değeri hesaplanmış olur. Daha sonra karar alternatifleri için hesaplanan beklenen değerlerin kazanç yapılı problemlerde en büyük değerli karar alternatif, maliyet yapılı karar problemlerinde ise en küçük değerli karar alternatif en iyi karar olarak belirlenir.

Sıra Sizde 3

Karar verici, eğer tüm doğal durumlar üzerinden hesaplama yapmak yerine ortaya çıkma şansı bir başka ifadeyle gerçekleşme olasılığı en yüksek olan doğal duruma göre hareket ederse en büyük olasılık ölçütüne göre karar vermiş olur. En büyük olasılığa sahip doğal durumda en iyi sonucu veren karar alternatif de en iyi karar olarak benimsenir.

Sıra Sizde 4

Karar verici hırs düzeyi ölçütüne göre karar verirken kazanç yapılı problemlerde öncelikle her bir strateji için elde edilebilecek kazancın önceden belirlenen hırs düzeyine eşit veya daha fazla olması olasılığını belirler. Maliyet yapılı problemlerde söz konusu olasılık belirlenirken hırs düzeyine eşit veya daha düşük maliyetli stratejilerin benimsenebileceği kabul edilir ve bunlara karşılık gelen doğal durum olasılıkları belirlenerek tercih yapılır.

Yararlanılan ve Başvurulabilecek Kaynaklar

- Aitchison, J. (1970). **Choice Against Chance: An Introduction to Statistical Decision Theory**, Addison-Wesley, United Kingdom.
- Aladağ, Z. (2011). **Karar Teorisi**, Umuttepe Yayınları, Kocaeli.
- Bağırkan, Ş. (1983). **Karar Verme**, Der Yayınları, İstanbul.
- Bunn, D. (1982). **Analysis of Optimal Decisions**, John Wiley, USA.
- Erdogmuş, Ş. (2003). **Karar Kuramına Giriş**, Ders Notları, Eskişehir.
- French, S. (1986). **Decision Theory**, John Wiley, USA.
- Goodwin, P. and Wright, G. (2004). **Decision Analysis for Management Judgment**, 3rd edition, Chichester: Wiley, USA.
- Hammond, J.S., Keeney, R.L. ve Raiffa, H. (2002). **Smart Choices: A Practical Guide to Making Better Decisions**, Harvard Business School Press, USA.
- Harnett, D.L. (1982). **Statistical Methods**, Addison Wesley, USA.
- Huber, P.J. (2011). **Data Analysis What Can Be Learned from the Past 50 Years**, Wiley, USA.
- Kara, İ. (1985). **Karar ve Oyun kuramıyla İlgili Başlangıç Bilgiler (Ders Notları)**, Anadolu Üniversitesi Yayınları, No 65, Eskişehir.
- Lind, D., Marchal, W.G., ve Wathen, S.A. (2005). **Statistical Techniques in Business And Economics**, McGraw-Hill Irwin, USA.
- Lindley, D.V. (1971). **Making Decisions**, John Wiley, USA.
- Schlaifer, R. (1969). **Analysis of Decisions Under Uncertainty**, McGraw-Hill, USA.
- Sullivan, M. (2005). **Fundamentals of Statistics**, Pearson Prentice Hall, USA.
- Taylor III, B.W. (2010). **Introduction to Management Science**, Tenth Edition, Pearson, USA.
- Turanlı, M. (1988). **Pazarlama Yönetiminde Karar Alma**, Beta Basım, İstanbul.
- Şıklar, E.İ. (2001). **Karar Kuramı**, Yayımlanmamış Ders Notları, Eskişehir.
- Winkler, R.L. (1972). **Introduction to Bayesian Inference and Decision**, Rinehart and Winston, USA.
- <http://blog.milliyet.com.tr/kelimelerin-tarihi---risk--kelimesinin-etimolojisi/Blog/?BlogNo=225803>, erişim tarihi: 28.09.2015.

4

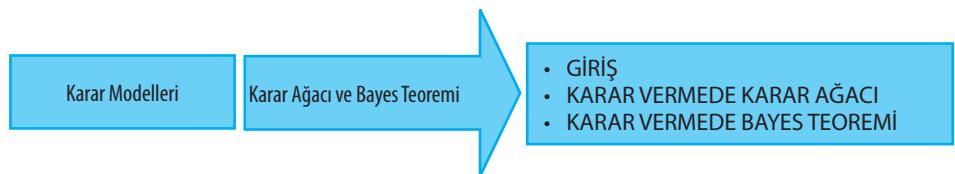
Amaçlarımız

- Bu üniteyi tamamladıktan sonra;
- 🕒 Karar vermede karar ağacı kullanımını açıklayabilecek,
 - 🕒 Karar vermede Bayes teoremini açıklayabilecek,
 - 🕒 Karar problemlerinde Bayes formülünü uygulayabilecek bilgi ve becerilere sahip olabileceksiniz.

Anahtar Kavramlar

- Karar Ağacı
- Karar Düğümü
- Şans Düğümü
- Dal
- Sonuç
- Olasılık
- Bayes Teoremi

İçindekiler



Karar Ağacı ve Bayes Teoremi

GİRİŞ

Gerçek yaşamda karar problemleri çok karmaşıktır ve bu karmaşıklığın nedeni problemlerin çok sayıda kontrol edilebilen ve kontrol edilemeyen değişken içermesidir. Bu değişkenlerin sonsuz değer alabilmesi ve bu değerlerin ortaya çıkma olasılıklarının araştırmacılar tarafından belirlenmek zorunda oluşu, gerçek yaşamındaki karar problemlerini daha da karmaşık duruma getirmektedir.

Olasılıkların araştırmacılar tarafından belirlenmesi sürecinde, araştırmacıların olasılık algılarının değişkenlik göstermesi bazı durumlarda karar vericileri yanlış yönlendirebilmektedir. Herhangi bir karar probleminde başarısız olma olasılığının gerçek değerinden daha düşük belirlenmesi probleme ilişkin yeterli önlemlerin alınmasını engelleyebilir. Tersine başarısızlık olasılığının olduğundan daha yüksek belirlenmesi ise yüksek maliyetli tedbirlerin alınması sonucunu doğurabilecektir.

İster karar verici, ister araştırmacı, ister sade bir insan olarak günlük yaşıntı içerisinde de çıkarımlarda bulunurken çoğu zaman sezgilerimizle hareket etme eğiliminde oluruz. Sayısal lotoda aynı rakamlara ikinci kez piyango çıkmayacağı veya yeni tasarlanan bir ürünün piyasada çok tutacağı gibi varsayımlar bu yaklaşımı verilebilecek örneklerdir. İnsanların yaşadıkları tecrübeler, sezgiler kendiliğinden istatistiklerin olmasını sağlar. Ancak bu tecrübe ve sezgilerin gerçekleşme olasılıkları zaman zaman farklılık gösterebilir. Sayısal lotoda aynı rakamlara ikinci kez piyango çıkma olasılığı çok küçük olsa da bu olayın gerçekleşmesi mümkün olduğundan, gerçekleşmez bekłentisi doğru değildir.

Tecrübeler ve sezgilerin gerçek olasılık değerlerinden sapmasının nedeni; insanların belki de birbiriyle az ilişkili veya belki de birbiriyle hiç ilişkisi olmayan olayları birbirine uyumlu olarak yaktırmalarıdır. Diğer bir ifadeyle, bu tür olayların bir neden sonuç ilişkisi içinde olduğunu düşünerek yanılmalarıdır. Bir karar probleminde ayrıntılar arttıkça her bir ayrıntının gerçekleşme olasılığı azalır.

Ayrıntıların fazla olduğu karar problemlerinin çözümünde grafiksel veya görsel yaklaşımları benimsemek karar vericinin işini kolaylaşdıracaktır. Karar problemlerinin çözümünde kullanılan geleneksel grafiksel teknik, karar ağacıdır.

Bu ünitede karmaşık karar problemlerinin gösterimi ve çözümünde kolaylık sağlayan karar ağacı ve olasılıkların daha sağlamlı belirlenmesi amacıyla kullanılan Bayes yaklaşımına ilişkin bilgiler örneklerle açıklanacaktır.

KARAR VERMEDE KARAR AĞacı

Karar ağacı, karar probleminde yer alan tüm öğeleri çeşitli geometrik sembollerle temsil eden grafiksel bir tekniktir. Karar ağacı, karar problemine ilişkin tüm öğeleri ve ayrıntıları grafiksel olarak göstermenin yanı sıra ağaç üzerinde beklenen değer hesaplamaları gerçekleştirmek aynı zamanda problemin çözümünü elde edilmesini de sağlar.

Karar ağacı, tek aşamalı ya da çok aşamalı karar verme problemlerinde kullanılabilen ve probleme yer alan tüm öğeleri geometrik sembollerle temsil eden grafiksel bir karar teknigidir.

Karar ağacı, olası her karar alternatifinin uygulanması durumunda karşılaşılabilen kontrol edilemeyen değişken değerleri kümesi aynı olmayan karar problemleri için uygunlanıldığı gibi, söz konusu değerler kümesinin aynı olduğu fakat her strateji için kontrol edilemeyen değişkenlerle karşılaşma olasılıklarının farklı olduğu durumlarda da kullanılır. Karmaşık karar problemlerinde karar ağacının kullanılması problemi daha küçük parçalara ayırarak diğer bir ifadeyle basite indirgelyerek çözme olanağı sağlar. Strateji tablosu ve ilgili karar ölçütleri yardımıyla çözülebilecek karar problemleri için de kullanılabilen karar ağacı tekniği özellikle birden fazla kararın ardışık olarak verilmesini gerektiren problemlerinin gösterimi ve çözümü için çok kullanışlıdır.

Karar Ağacının Öğeleri

Karar ağacının öğeleri, karar düğümü, şans düğümü, bitiş düğümü, dal, sonuç ve olasılık biçiminde sıralanır. Karar probleminin çözüm sürecinde beklenen değerler hesaplanarak karar ağacına eklenir. Karar ağacının öğelerine aşağıda kısaca değinilecektir.

Karar Düğümu

Karar ağacı üzerinde kare şekliyle gösterilen karar düğümü, karar değişkenini temsil eder. Karar verici, karar düğümünde en az iki seçenek arasından bir seçim yaparak karar verir. Karar ağacı genellikle verilen ilk kararla başlatıldığından, karar ağacının sol yanında konumlandırılan bir karar düğümü aynı zamanda başlangıç düğümü olur. Başlangıç düğümü kök düğüm olarak da ifade edilmektedir.

Şans Düğümu

Karar ağacı üzerinde daire şekliyle gösterilen şans düğümü, rassal değişkeni (şans değişkeni) temsil eder. Şans düğümü en azından iki olası sonucu gösterir. Karar ağacında belirli olasılıklarla belirli değerleri alabilen olayları simgeler. Açıklamalardan da anlaşılabileceği gibi şans düğümü doğal durumlara karşılık gelir.

Bitiş Düğümu

Karar ağacında kısa düşey çizgi ile gösterilir. Bitiş noktasını varış düğümü olarak kabul eden dal için nihai sonucu belirtir. Problemin karar veya maliyet yapılmamasına göre bu nokta üzerinde toplam kâr veya maliyet gösterilir. Karar ya da şans dalından sonra bir bitiş düğümü varsa, bitiş düğümüne bağlanan dal, aynı zamanda bir bitiş dalı olur. Karar vericinin bu noktaya ulaşırken izlediği yol ise senaryo olarak adlandırılır.

Dal

Karar ağacı üzerinde düğümleri birbirine bağlayan çizgilere dal adı verilir. Bir karar düğümünün sağından çıkan çizgiye karar dalı denirken, bir şans düğümünün sağından çıkan çizgi şans dalı olarak adlandırılır. Yukarıdan aşağıya doğru çizilebilen karar ağaçları da olabilmesine rağmen, karar ağaçlarının çiziminde genel yaklaşım olarak soldan sağa doğru bir yön izlenir.

Sonuç

Bittiş düğümünde ortaya çıkan parasal tutardır. Net kâr ya da yatırımin geri dönüşü olarak da adlandırılabilen sonuç toplam gelirle maliyetler arasındaki farktır. Sonuç pozitif veya negatif olabilir. Pozitif sonuç net kâra, negatif sonuç net maliyete eşdeğerdir.

Olasılık

Bir şans düğümünden birden fazla dal çıkar. Her bir şans dalının belirli bir ortaya çıkma olasılığı bulunmaktadır. Standart karar ağacı yaklaşımında şans dalları üzerinde yer verilen ondalıklı sayılar bu olasılıkları ifade eder. Bir şans düğümünün tüm çıktılarına ilişkin olasılıkların toplamı 1 olmalıdır.

Karar Ağacının Oluşturulması

Karar Ağacı oluşturulurken yatay doğrultuda soldan sağa doğru bir yön izlenir. İlk düğüm genellikle bir karar düğümüdür. Karar düğümü ağaca yerleştirildikten sonra bu düğüme ilişkin karar değişkeninin alabileceği tüm olası değerler, düğümden sağ tarafa çıkan dallar (karar dalları) biçiminde çizime eklenir. Daha sonra, başlangıç kararından sonra ortaya çıkması beklenen olaylar veya kararlarla ilişkili bir şans düğümü veya bir diğer karar düğümü eklenir. Bir şans düğümünün sağ tarafında yer alan şans dallarına, doğal durumları kendilerine ait olasılıklarla birlikte eklenir. Ağacın çizimi bu şekilde soldan sağa doğru, sonuçlara ulaşılan bitiş düğümlerine kadar sürdürülür. Başlangıç düğümünden bitiş düğümüne giden bir yol izlendiğinde elde edilecek kazanç ya da yapılacak ödeme sonuç olarak dalın bitiş noktasına yazılır. Böylece Karar Ağacı, problemin tüm bileşenlerini tek bir grafik üzerinde gösterir.

Karar Ağacı oluşturulurken, yatay doğrultuda soldan sağa doğru bir yön izlenir.

Karar Ağacının Çözüm Süreci

Bir karar probleminin karar ağacı ile çözümü için geriye doğru sonuç çıkarma veya geriye doğru katlama adı verilen analiz yöntemi kullanılır. Bu analiz yönteminin varsayımlı, başlangıç seçenekinin değerlendirilmesi için ilgili seçenekin seçilmesi sonrasındaki tüm karar ve şans değişkenlerinin de dikkate alınması gerektidir. Bu nedenle ağacın en sonunda yer alan karar ve şans düğümleri ilk adımda analiz edilir ve sonra sırasıyla bir önceki noktalar incelenir ve bu işlemler başlangıç düğümüne ulaşılınca dephin sürdürülür. Karar ağacı oluşturulurken soldan sağa doğru bir akış izlenmekte iken çözüm sürecinde ise işlemler tersine, sağdan sola doğru yürütülmektedir. Karar ağacında şans ve karar düğümlerinin bulunduğu kesimler ayrı ayrı ele alınıp bu kesimlerde yapılanlar aşağıdaki gibi özetlenebilir.

Şans Düğümü Kesimi

Bir şans düğümünden çıkan tüm doğal durumların beklenen değerleri hesaplanır. Bu amaçla her bir doğal durumunun olasılığı ile sonuç değeri çarpılıp her bir doğal durum için bulunan sonuç değerlerinin tümü toplanarak, ilgili şans düğümüne ilişkin beklenen değer elde edilir. Bulunan değer şans düğümünün yanına beklenen değer olarak yazılır. Bu işlemler sonrasında hesaplanan beklenen değerler, bir sonraki dalın sonucu olarak kabul edilir.

Karar Düğümü Kesimi

Bir karar düğümünde her bir karar seçeneği için verilen (hesaplanan) sonuçlar karşılaştırılır ve aralarından en iyisi (amaç en uygunu) seçilip diğerleri göz ardi edilir. Tercih edilmeyip göz ardi edilen karar seçenekleri dal üzerine çizilen çift çizgi (// simbolü) ile işaretlenir.

Şans düğümü kesiminde sözü edilen beklenen değerle ilgili olarak bir açıklamayı burada yapmak uygun olacaktır. Beklenen değer, düğüm sonuçlarının ve olasılık değerleri-

nin matemetiksel bileşimidir ve karar seçeneklerinin göreli faydalalarının ölçümünün bir yoludur. Tüm olasılıklar ve sonuç değerleri elde edildikten sonra hesaplanır. Hesaplamaının temelini kök düğümden çıkan her bir karar seçeneği için beklenen değerin bulunması oluşturur. En iyi beklenen değere (kâr yapılı problemde en yüksek, maliyet yapılı problemde en düşük değere) sahip karar seçeneği en iyi seçim olarak benimsenir.

Beklenen değerin hesaplanması öncelikle bitiş düğümlerinden başlanır ve bitiş düğümlerinden kök düğüme doğru devam edilir. Beklenen değeri bulmanın en kolay yolu olarak önce her bir bitiş dalı, sonra her bir şans ve karar düğümü için hesaplama olduğu görülmüştür. Beklenen değer, bilinen tanımından hareketle hesaplanabilir. Bununla birlikte, karar ağacı tekniği uygulamalarında beklenen değer hesaplamaları genellikle aşağıda sıralanan kurallara göre gerçekleştirilir.

- Bir karar düğümüne bağlanan bitiş dalı için beklenen değer (BD), sonuca eşittir.

$$BD = \text{Sonuç}$$

- Bir şans düğümüne bağlanan bitiş dalı için beklenen değer, bu dalın sonucu ile olasılığının çarpımıdır.

$$BD = \text{Sonuç} \times \text{Olasılık}$$

- Bir şans düğümü için beklenen değer, her bir şans dalının sonucu ile bunlara karşılık gelen olasılıklarının çarpımlarının toplamıdır.

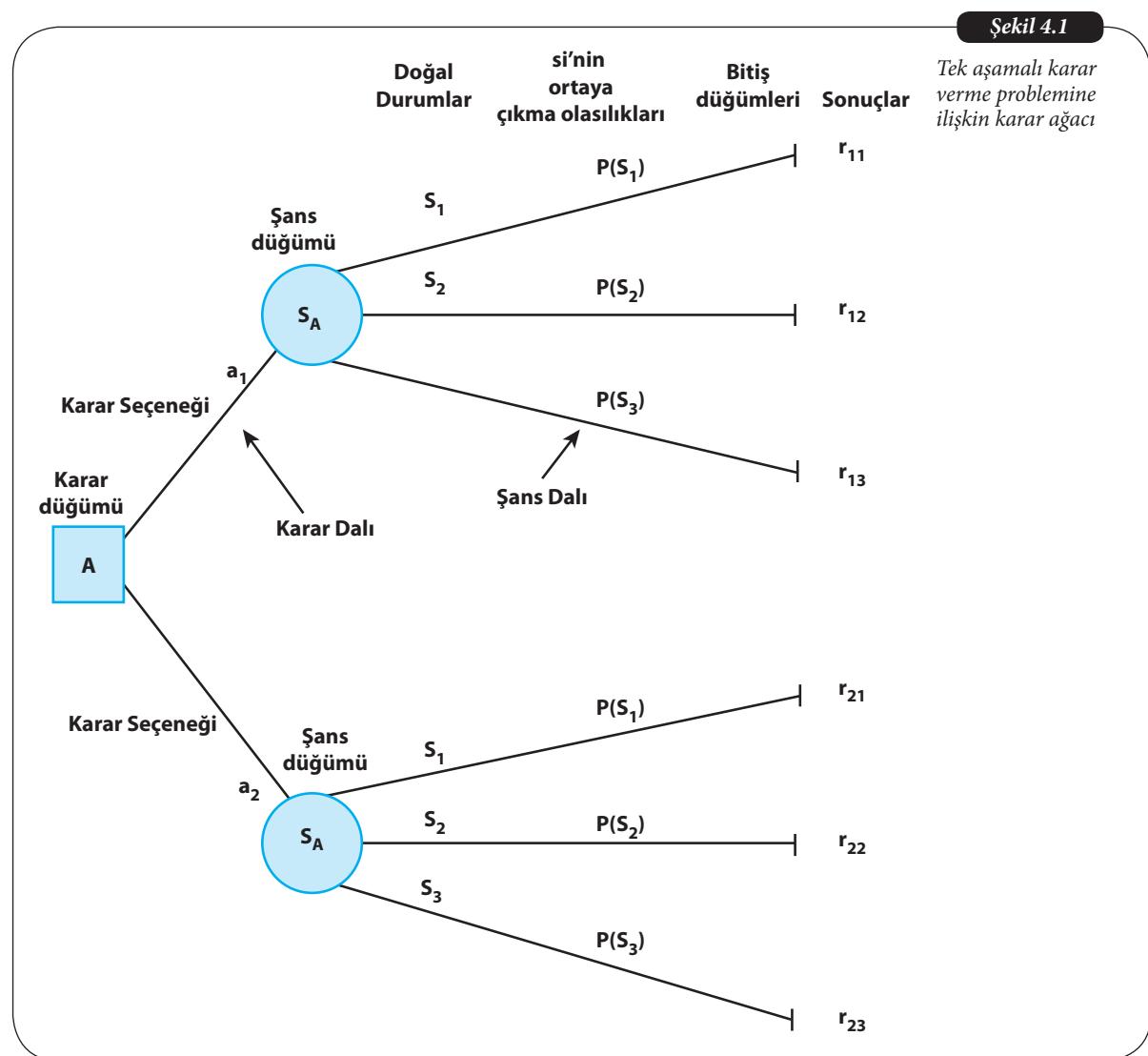
$$BD = [BD_{dal1} + BD_{dal2} + \dots + BD_{dalN}]$$

- Bir karar düğümü için beklenen değer, karar düğümden çıkan tüm karar dallarının beklenen değerleri içinde en büyük kazanç değerine (kâr yapılı problemlerde en yüksek değere, maliyet yapılı problemlerde en düşük değere) sahip olanıdır. (Hatırlanacağı gibi karar ağacı üzerinde ince çift çizgi ile işaretlenen daha düşük beklenen değerli dallar, benimsenmeyeip göz ardı edilen dallardır).

$$BD = \text{Karar düğümünden çıkan tüm karar dalları arasında en yüksek beklenen değer}$$

- Herhangi bir düğümün beklenen değeri, kök düğüm yönünde bağlantılı olduğu bir önceki düğümün sonuç değeridir.

Şekil 4.1'de tek bir kararın verildiği, tek aşamalı karar problemine ilişkin karar ağacı gösterimine yer verilmiştir. Söz konusu şekilde başlangıç düğümü bir karar düğümü olup, bu düğümde yer alan A karar değişkeni a_1 ve a_2 biçiminde iki karar seçeneğine sahiptir. A karar değişkeninin değer kümesi $A = \{a_1, a_2\}$ biçiminde gösterilir ve karar değişkeninin durum uzayı olarak ifade edilir. Şans düğümünde yer alan S_A ifadesi ise şans değişkenini temsil etmektedir. Şans değişkenleri karar vericinin kontrolü altında olmadığı düşünülen değişkenler olup doğal durumlar olarak ifade edilebilir. Şekil 4.1'de yer alan karar düğümünde, karar alternatif a_1 ile karar alternatif a_2 arasında bir seçim söz konusudur. Bu seçim sonrasında S_A 'nın olası s_1 , s_2 ve s_3 değerlerinden biri rassal olarak ortaya çıkar. Bu şekilde bir rassal değişkenin alabileceği tüm değerlerin oluşturduğu kume örnek uzayı olarak tanımlanır. Buna göre şans değişkeninin alabileceği değerleri gösteren örnek uzayı $S_A = \{s_1, s_2, s_3\}$ biçiminde yazılır. Doğal durumlar s_1 , s_2 ve s_3 ile bu durumların ortaya çıkma olasılıkları olan $P(s_1)$, $P(s_2)$ ve $P(s_3)$ şans dallarının üstünde gösterilmektedir. Diğer yandan şans düğümünde yer alan dalların olasılıkları toplamının 1'e eşit olması gereği bilinmektedir; $P(S_A) = P(s_1) + P(s_2) + \dots + P(s_n) = 1$ olarak yazılır. Şekil 4.1'den şans dallarının aynı zamanda birer bitiş dalı olduğu da kolayca görülebilir. Son olarak, karar ağacında bitiş düğümlerinin sağına bu seçeneğin seçilmesi durumunda ortaya çıkabilecek sonuç değerleri yerleştirilir.



Şekil 4.1'de yer alan karar ağacı, strateji tablosu olarak da Tablo 4.1'de verilen biçimde düzenlenlenebilir.

		Doğal Durumlar		
		s_1 $P(s_1)$	s_2 $P(s_2)$	s_3 $P(s_3)$
Karar Alternatifleri	a_1	r_{11}	r_{12}	r_{13}
	a_2	r_{21}	r_{22}	r_{23}

Tablo 4.1
Şekil 4.1'e ilişkin strateji tablosu

Karar ağacının öğelerini sıralayıp karar ağacı teknigi uygulamalarında beklenen değer hesaplamalarının hangi kurallara göre gerçekleştirildiğini belirtiniz?



ÖRNEK 4.1

Bir işletme hâlihazırda sahip olduğu ürün yelpazesine iki yeni ürünü daha eklemeyi düşünmektedir. İşletme yöneticileri ürün yelpazesine iki ürünü birden ekleme, iki ürününden birini ekleme veya hiçbirini eklememe seçeneklerine sahiptir. Ürünlerin başarıları müşterilerin gösterecekleri tepkilere bağlıdır. Daha önceden yapılan çalışmalara göre müşterilerin ürünlerde gösterdikleri tepkiler 0,35 olasılıkla "iyi", 0,45 olasılıkla "orta" ve 0,20 olasılıkla "kötü" olarak sınıflandırılmaktadır. Buna göre Tablo 4.2'de, işletme tarafından hazırlanan tahmini kazanç değerlerine ilişkin strateji tablosu sunulmuştur.

Tablo 4.2
Örnek 4.1'e ilişkin strateji tablosu
(100.000'in katları)

Karar Alternatifleri		Doğal Durumlar		
		İyi $P(I)=0,35$	Orta $P(O)=0,45$	Kötü $P(K)=0,20$
	Hiçbir ürünü ekleme (Hİ-)	0	0	0
	Sadece birinci ürünü ekle (SB+)	12	16	13
	Sadece ikinci ürünü ekle (Sİ+)	10	15	23
	Her iki ürünü de ekle (Tİ+)	22	11	14

İşletme için en iyi kararı strateji tablosu ve karar ağacını ile belirleyiniz.

Çözüm 4.1:

Örnek 4.1'de verilen problem tek bir kararın verilmesini gerektiren tek aşamalı bir problem olduğu ve problemdeki her seçenek için aynı doğal durumların aynı olasılık değerleri ile ortaya çıkması söz konusu olduğu için bu problem aynı zamanda strateji tablosu ile çözülebilmektedir. Risk ortamında karar vermeye ilişkin olan bu problem en iyi beklenen değer ölçütü yardımıyla çözülebilir. Buna göre strateji matrisinde her bir karar alternatifinin beklenen kazanç değerleri Tablo 4.3'de görüldüğü gibi hesaplanır.

Tablo 4.3
Örnek 4.1'e ilişkin strateji tablosu ve beklenen değerler
(100.000'in katları)

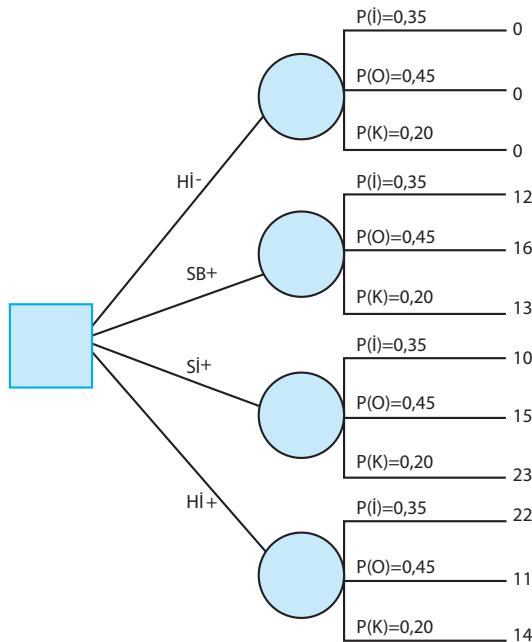
Karar Alternatifleri		Doğal Durumlar			
		İyi $P(I)=0,35$	Orta $P(O)=0,45$	Kötü $P(K)=0,20$	Beklenen değerler
	Hiçbir ürünü ekleme (Hİ-)	0	0	0	0
	Sadece birinci ürünü ekle (SB+)	12	16	13	14,00
	Sadece ikinci ürünü ekle (Sİ+)	10	15	23	14,85
	Her iki ürünü de ekle (Tİ+)	22	11	14	15,45

Beklenen değerler incelendiğinde işletme için en iyi kararın en büyük beklenen değer olan 15,45'e sahip her iki ürünün de ürün yelpazesine eklenmesi olduğu görülmektedir.

Probleme ilişkin karar ağacı ise Şekil 4.2'de verildiği gibi oluşturulur.

Şekil 4.2

Örnek 4.1'e ilişkin karar ağacı

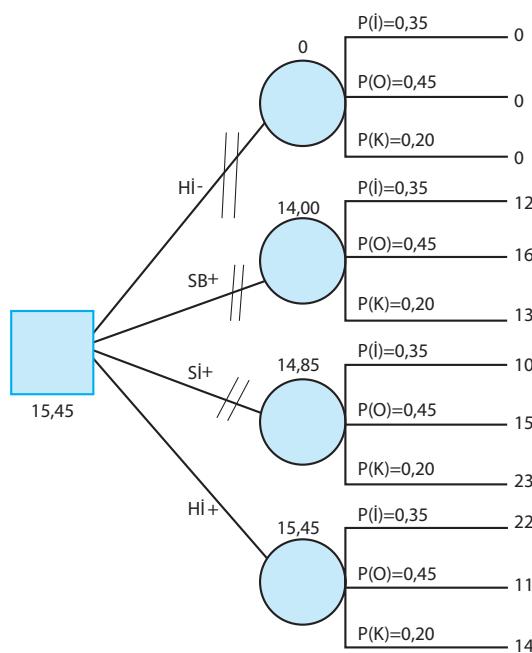


Daha sonra karar ağacı üzerinde yer alan her bir düğüm için beklenen değerler hesaplanarak ağaca eklenir. Daha önce de belirtildiği gibi hesaplamalara bitiş düğümlerinden başlanarak kök düğüm yönünde ilerlenir. Hesaplamalar sonucunda bulunan beklenen değerler Şekil 4.3'teki karar ağacından izlenebilmektedir.

Şekil 4.3'de yer alan karar ağacı incelendiğinde işletme yöneticileri için en iyi kararın, en büyük beklenen değer olan 15,45'e sahip *her iki ürünün de ürün yelpazesine eklenmesi* olduğu görülmektedir.

Şekil 4.3

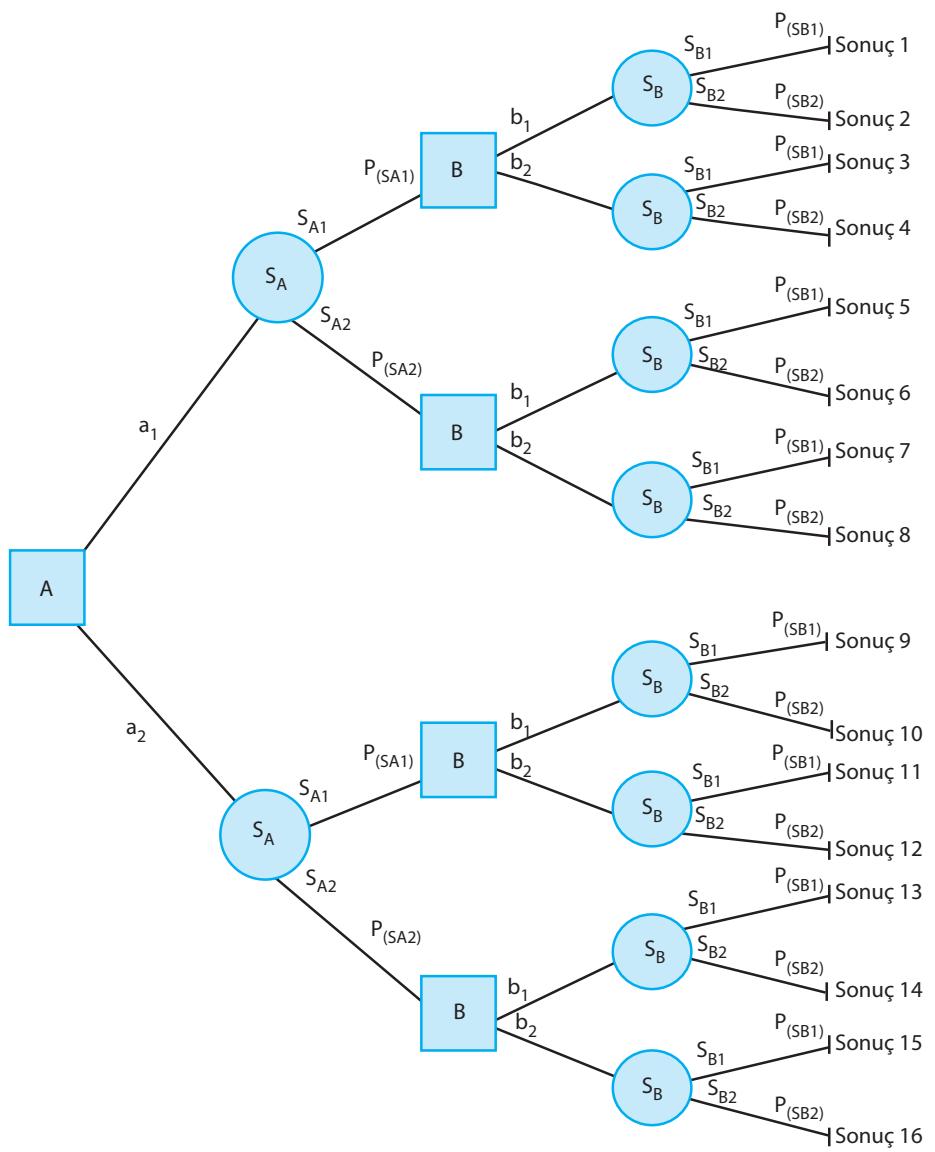
Şekil 4.2'de verilen karar ağacı için beklenen değerlerin hesaplanması



Şekil 4.4'de iki aşamalı (iki farklı karar noktasının yer aldığı) bir karar problemine ilişkin karar ağacı gösterimine yer verilmiştir. Şekil 4.4'de A ve B karar düğümlerini, S_A ve S_B 'de şans düğümlerini göstermektedir (A ve B karar değişkenlerini temsil ederken S_A ve S_B 'de şans değişkenlerini temsil etmektedir). Karar ağacının başlangıç düğümü (A) birinci karar noktasıdır. Bu noktada karar seçeneği a_1 ile karar seçeneği a_2 arasında bir seçim söz konusudur. Bu seçim, şans değişkeni S_A 'nın iki değerinden (s_{A1} ve s_{A2} 'den) birinin rassal olarak ortaya çıkışmasını sağlar. Şans dallarının üzerinde yer alan $P(s_{A1})$ ve $P(s_{A2})$, s_{A1} ve s_{A2} 'nin ortaya çıkma olasılıklarını gösterir. Şans olayının rassal olarak ortaya çıkışmasından sonra ikinci karar düğümü (B) aşamasına geçilir. İkinci karar, karar seçeneği b_1 veya karar seçeneği b_2 arasında bir seçim yapmak biçiminde olacaktır. Bu kararı, S_B şans düğümüne ilişkin şans dalları izlemektedir. s_{B1} ve s_{B2} şans değişkeni S_B 'nin alabileceği değerler olup, bu değerler şans dallarında, ortaya çıkma olasılıkları $P(s_{B1})$ ve $P(s_{B2})$ ile birlikte yer almaktadır. Şekil 4.4'den bu şans dallarının aynı zamanda birer bitiş dalı olduğu da görülebilmektedir. Son olarak, bitiş düğümlerinde sonuç değerleri yer almaktadır.

Şekil 4.4

İki aşamalı karar problemine ilişkin karar ağacı



Yukarıdaki ifadelerden anlaşılacağı gibi A karar değişkeninin durum uzayı $A = \{a_1, a_2\}$, B karar değişkeninin durum uzayı $B = \{b_1, b_2\}$, S_A şans değişkeninin örnek uzayı $S_A = \{s_{A1}, s_{A2}\}$ ve S_B şans değişkeninin örnek uzayı $S_B = \{s_{B1}, s_{B2}\}$ biçimindedir.

Herhangi bir karar problemi, tek aşamalı ya da çok aşamalı olmasına göre Şekil 4.1 veya Şekil 4.4'de verilenlere benzer şekilde bir karar ağacı olarak gösterilir. Gösterimin tamamlanmasının ardından, her bir bitiş değeri, şans ve karar düğümlerinin beklenen değerlerinin hesaplanması ile çözülebilir.

Şekil 4.4'de on altı adet bitiş dalı ve bu dalların geldiği yollara bağlı olarak on altı mümkün sonuç yer almaktadır. Böyle bir karar problemi için optimum (en iyi) çözüm, başlangıç karar düğümü için en iyi beklenen değeri veren karar seçenekleri kümесini seçmek biçiminde olacaktır.

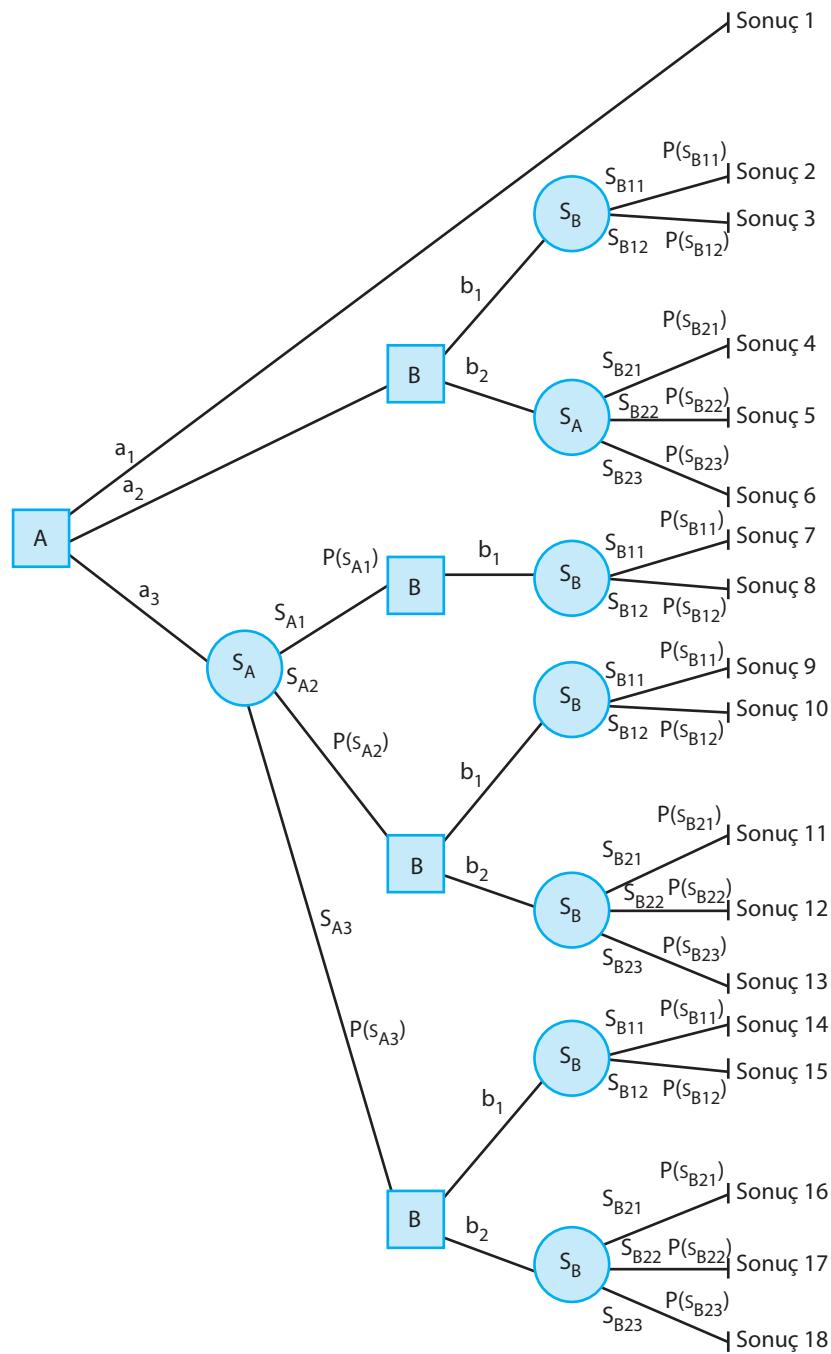
Şekil 4.4'te olduğu gibi çok aşamalı karar problemlerinin tek bir strateji tablosu ile gösterilmesi mümkün değildir. Bu nedenle karar ağacının kullanımı böylesi problemler için bir gereklilikdir. Karar ağacının kullanımının gerekli olduğu ikinci durum ise karar probleminin asimetrik olması durumudur. Karar ağacında yer alan senaryo sayısı ile karar ağacındaki durum uzaylarıyla örnek uzaylarının kartezyen çarpımı kümescinin eleman sayısı birbirine eşitse karar ve şans değişkenlerinin ardışıklığı tüm senaryolarda aynı olduklarında karar problemi *simetriktir*. Simetrik olmayan karar problemleri ise asimetriktir. Bu açıklamaya göre Şekil 4.1 ve Şekil 4.4'de verilen karar ağacılarının her ikisi de simetrik karar problemlerine ilişkindir.

Şekil 4.1'de; $(A)a_1 - (S_A)s_1, (A)a_1 - (S_A)s_2, \dots, (A)a_2 - (S_A)s_3$ biçiminde altı senaryo bulunmaktadır. Diğer yandan karar değişkeninin durum uzayı $A = \{a_1, a_2\}$ ile şans değişkeninin örnek uzayı $S = \{s_1, s_2, s_3\}$ kartezyen çarpımı $A \times S = \{(a_1, s_1), (a_1, s_2), (a_1, s_3), (a_2, s_1), (a_2, s_2), (a_2, s_3)\}$ biçiminde oluştugundan $A \times S$ kümescinin eleman sayısı 6'dır. Buradan "Karar ağacında yer alan senaryo sayısı ile karar ağacındaki durum uzaylarıyla örnek uzaylarının kartezyen çarpımı kümescinin eleman sayısı birbirine eşit olmalı" koşulunun sağlandığı gözlenebilir. Şekil 4.1'deki karar ağacı gözlendiğinde A karar değişkenini S_A şans değişkeninin izlediği ve bu durumun tüm senaryolarda geçerli olduğu görülebileceğinden "karar ve şans değişkenlerinin ardışıklığı tüm senaryolarda aynı olmalı" koşulu da sağlanmış olur.

Daha çok sayıda karar ve şans değişkeni ya da karar seçenekleri ve doğal durum içeren karmaşık yapılı problemlerde, kartezyen çarpımı kümescinin elemanları açıkça belirtimsizsin, doğrudan durum ve örnek uzaylarının eleman sayıları çarpılarak senaryo sayısı ile karşılaştırılacak değer elde edilebilir. Şekil 4.1'de A karar değişkeninin durum uzayı 2 elemanlı bir küme ve şans değişkeni S'nin örnek uzayı 3 elemanlı bir kümedir. İki kümenin kartezyen çarpımı sonucunda elde edilecek kümenin eleman sayısı $2 \times 3 = 6$ olarak hesaplanabilir.

Sekil 4.5

Çok aşamalı asimetrik karar problemine ilişkin karar ağacı



Şekil 4.5'de verilen karar ağacı, asimetrik bir karar problemine örnek olarak verilebilir. Ağaçta başlangıç düğümünden bitiş düğümlerine giden toplam on sekiz yol (on sekiz senaryo) yer almaktadır. A karar değişkeninin durum uzayı $A = \{a_1, a_2, a_3\}$ biçiminde olup eleman sayısı 3'tür. S_A şans değişkeninin örnek uzayı $S_A = \{s_{A1}, s_{A2}, s_{A3}\}$ olarak yazılır ve eleman sayısı 3'tür. B karar değişkeninin durum uzayı $B = \{b_1, b_2\}$ biçiminde olup eleman sayısı 2'dir. S_B şans değişkeninin örnek uzayı $S_B = \{s_{B11}, s_{B12}\}$ olarak gösterilir ve eleman sayısı 2'dir ve son olarak S_{B2} şans değişkeninin örnek uzayı $S_{B2} = \{s_{B21}, s_{B22}, s_{B23}\}$ biçiminde olup ele-

man sayısı 3'tür. Karar değişkenleri ile şans değişkenlerinin durum uzayları ile örnek uzaylarının kartezyen çarpımı sonucunda elde edilecek kümenin eleman sayısı $3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 3 = 108$ olacaktır. Kartezyen çarpımı sonucunda elde edilen kümenin eleman sayısı ile ağaçtaki senaryo sayısı eşit olmadığından ve her senaryoda yer alan değişkenlerin ardışıklığı aynı olmadığından bu karar probleminin asimetrik olduğu söylenir.

ÖRNEK 4.2

Emlak yatırımı yapmak isteyen bir yatırımcı ilk olarak apartman ya da arazi satın alma seçeneklerinden birine karar vermek durumundadır. Yatırımcı apartmanı 800.000 pb'ye ($pb = \text{para birimi}$), araziyi 200.000 pb'ye satın alabilecektir. Yatırımcı apartman satın almaya karar verirse iki durumdan biriyle karşılaşması mümkündür; şehrin nüfusu artabilir ya da aynı kalabilir. Şehrin nüfusunun artma olasılığı % 60 aynı kalma olasılığı ise % 40 olarak tahmin edilmektedir. Bu iki durum farklı miktarda kazançla sonuçlanacaktır. Eğer nüfus artışı gerçekleşse bu yatırım üç yıllık bir periyotta 2.000.000 pb. gibi bir kazanca dönüşecek, diğer durumla karşılaşlığında ise yatırımdan sadece 225.000 pb. kazanç elde edilecektir.

Yatırımcı başlangıçta apartman değil de arazi satın almaya karar verirse, bu durumda üç yıl sonra arazinin bulunduğu bölgede nüfusun artması ya da aynı kalmasına bağlı olarak başka kararlar vermek durumunda kalacaktır. Nüfusun artması ya da aynı kalması olasılıkları yine sırasıyla %60 ve %40 olarak tahmin edilmektedir. Üç yıllık bir periyot için nüfus artışı olsa da olmasa da arazinin herhangi bir getirisini söz konusu olmayıp her iki durum için de üç yıl sonra yeni bir karar vermek durumunda kalacaktır. Buna göre nüfus artışı görülsürse; ya 1.000.000 pb. maliyetle apartman inşa edebilir ya da 450.000 pb. kazançla araziyi satabilir. Apartman inşa etmeye karar verirse apartmanların tamamlanması ile birlikte yüksek taleple karşılaşabilir altı ay içinde tüm daireleri satarak 3.000.000 pb. kazanç elde edebilir. Yüksek taleple karşılaşma olasılığı %80 olarak tahmin edilmektedir. Düşük taleple karşılaşması durumunda ise altı ay içinde ancak 700.000 pb kazanç sağlayacak kadar satış yapacağı tahmin edilmektedir. Yatırımcı araziyi satın aldıktan sonra nüfus artışı olmaz ise araziyi 600.000 pb. harcama yaparak ticari anlamda geliştirebilir. Ya da hiçbir masraf yapmadan 210.000 pb. kazançla satabilir. Araziyi ticari olarak geliştirme kararı verirse araziyi iş merkezi olarak satın almak isteyen müşteriler bulma olasılığının %70 olacağını düşünmektedir. Araziyi geliştirdikten sonra iş merkezi olarak satabilirse 3.500.000 pb. kazanç elde edebileceğini düşünmektedir. İş merkezi olarak talep olmaması durumunda ise geliştirdiği araziyi 1.500.000 pb. kazançla satabilecektir.

Bu bilgilere dayanarak yatırımcı için en iyi kararın ne olduğunu belirleyiniz (Aladağ, Z., 2011, s.31'deki örnekten uyarlanmıştır).

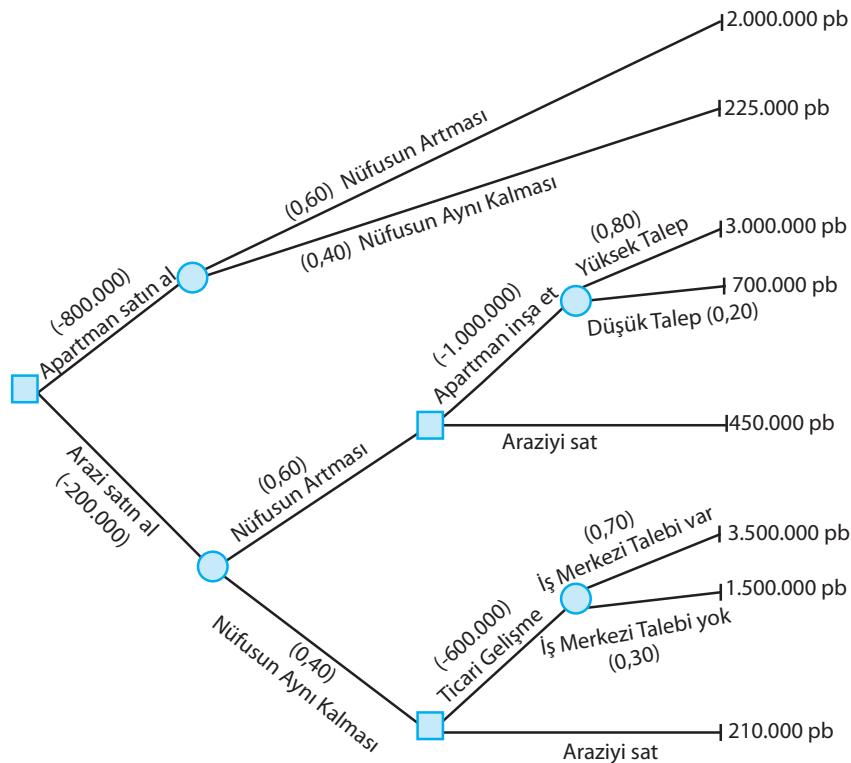
Çözüm 4.2:

Örnek 4.2'ye ilişkin karar ağacı Şekil 4.6'da verilmiştir. Dikkat edilirse bu problemin çok aşamalı ve asimetrik bir problem olduğu görülecektir. Dolayısıyla bu problemin çözümü bir önceki problemde yapılabildiği gibi strateji tablosunun kullanımı ile gerçekleştirilemez. Çözüm için karar ağacının kullanımını zorunludur. Problemi karar ağacı ile gösterdikten sonra çözümüne geçebiliriz.

Şekil 4.6

Örnek 4.2'ye ilişkin karar ağacı

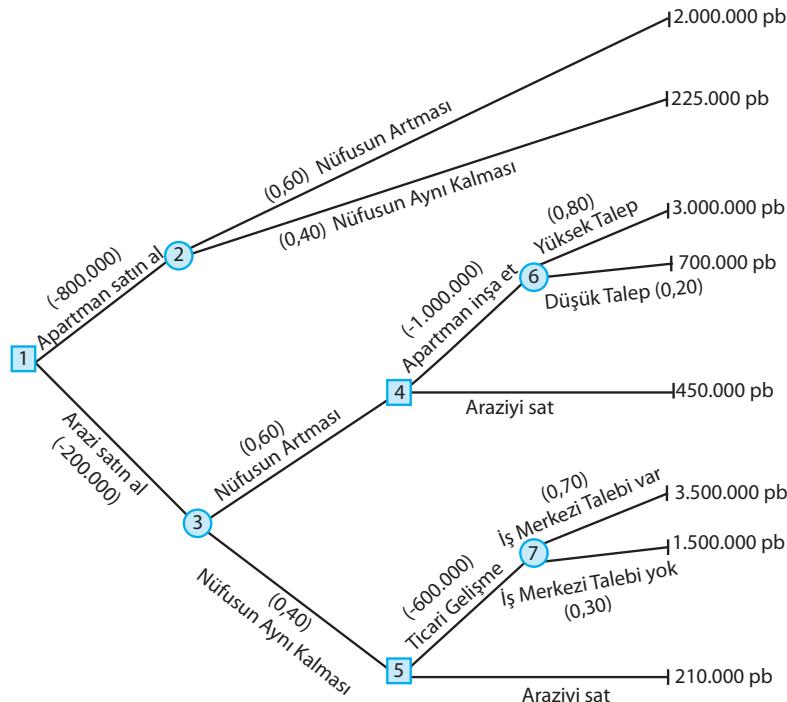
Kaynak: Aladağ, Z., (2011), s.31'deki örnektен uyarlanmıştır.



Kök düğümünden başlanarak tüm düğümlere birer rakam verilmesi çözüm adımlarının izlenmesinde kolaylık sağlayacaktır.

Şekil 4.7

Örnek 4.2'ye ilişkin karar ağacı (düğümlerin numaralandırılması)



Hatırlanabileceği gibi karar ağacında çözüm bitiş düğümlerinden kök düşüme doğru gerçekleştirilmektedir. Bu nedenle öncelikle birinci ve ikinci bitiş düğümünün kök düşüm yönünde bağlantılı olduğu 2 numaralı şans düğümünün beklenen değeri (BD) ile çözüme başlayalım.

$$BD \text{ (2 numaralı düğüm)} = (2.000.000 * 0,60) + (225.000 * 0,40) = 1.290.000 \text{ pb.}$$

Bulduğumuz bu değeri karar ağacına 2 numaralı düğümün beklenen değeri olarak ekleriz. 2 numaralı düğümün beklenen değeri aynı zamanda, düğümün 1 numaralı düğümme bağlantısını sağlayan (apartman satın al) karar dalının da sonuç değeridir.

Şimdi üçüncü ve dördüncü bitiş düğümlerinin kök düşüm yönünde bağlantılı olduğu 6 numaralı şans düğümünün beklenen değerini bulup karar ağacına ekleyelim.

$$BD \text{ (6 numaralı düğüm)} = (3.000.000 * 0,80) + (700.000 * 0,20) = 2.540.000 \text{ pb.}$$

Bulduğumuz bu değer aynı zamanda 4 numaralı karar düğümünün, *apartman inşa et* karar dalının sonuç değeri olarak düşünülecektir. Yalnız burada dikkat edilmesi gereken *apartman inşa et* karar dalının (- 1.000.000 pb.) maliyeti olduğu ve bunun da 4 numaralı karar düğümünün beklenen değerinin bulunması sırasında hesaba katılması gerekliliğidir.

4 numaralı karar düğümünün beklenen değeri:

Hatırlanacağı gibi karar düğümlerinde beklenen değer; karar düğümüne bağlı karar dallarından en iyi sonucu veren değerdir. Buna göre 4 numaralı karar düğümünün *apartman inşa et* karar dalının sonuç değeri (2.540.000 – 1.000.000) 1.540.000 pb.; *araziyi sat* karar dalının sonuç değeri ise 450.000 pb.dir. Bu durumda *apartman inşa et* karar dalı tercih edilecek ve 4 numaralı karar düğümünün beklenen değeri olarak 1.540.000 pb. karar ağacına eklenecektir. Tercih edilmeyen *araziyi sat* karar dalı ise çift çizgi ile iptal edilecektir.

Çözüm adımlarımıza 7 numaralı düğümün beklenen değerinin hesaplanması ve karar ağacına eklenmesi ile devam edelim.

$$BD \text{ (7 numaralı düğüm)} = (3.500.000 * 0,70) + (1.500.000 * 0,30) = 2.900.000 \text{ pb.}$$

olarak bulunur ve karar ağacına eklenir.

5 numaralı karar düğümünün beklenen değeri:

5 numaralı karar düğümüne bağlı *ticari gelişme* karar dalının sonuç değeri (2.900.000 – 600.000) 2.300.000 olarak bulunur. *Araziyi sat* karar dalının sonuç değeri ise 210.000 olarak bitiş düğümünde yer almaktadır. İki karar dalından *ticari gelişme* karar dalı daha yüksek kazanç sağladığından tercih edilen karar dalı olur ve bu dalın sonuç değeri 5 numaralı karar düğümünün beklenen değeri olarak karar ağacına eklenir. Tercih edilmeyen *Araziyi sat* karar dalı ise çift çizgi ile iptal edilir.

Çözüme geriye doğru devam edilerek 3 numaralı şans düğümünün beklenen değeri aşağıdaki gibi bulunur ve karar ağacına eklenir.

$$BD \text{ (7 numaralı düğüm)} = (1.540.000 * 0,60) + (2.300.000 * 0,40) = 1.844.000 \text{ pb.}$$

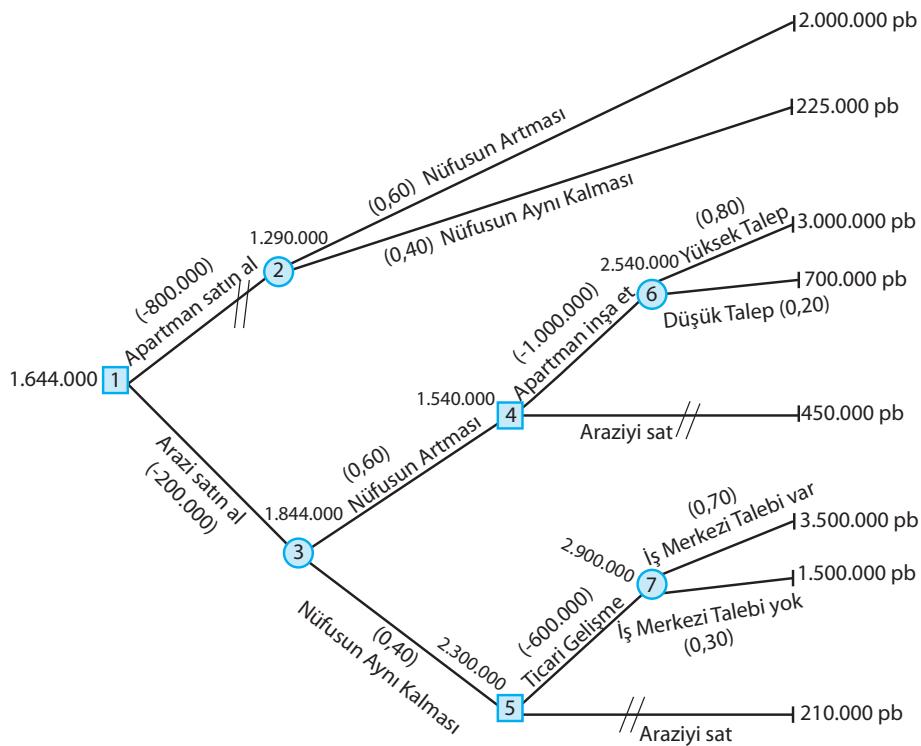
Artık geriye doğru çözümde 1 numaralı (kök) düşüme ulaşılmıştır.

1 numaralı karar düğümünün beklenen değeri:

1 numaralı karar düşüme bağlı, *apartman satın al* karar dalının sonuç değeri (1.290.000 – 800.000) 490.000 olarak bulunurken, *arazi satın al* karar dalının sonuç değeri ise (1.844.000 – 200.000) 1.644.000 olarak bulunmuştur. Bulunan bu sonuçlara göre 1 numaralı karar düğümünde tercih edilecek karar *arazi satın al* kararıdır. Bu nedenle 1.644.000 değeri 1 numaralı karar düşüme beklenen değer olarak eklenir ve tercih edilmeyen *apartman satın al* karar dalı çift çizgi ile iptal edilir.

Şekil 4.8

Örnek 4.2'ye ilişkin karar ağacının çözümü



Şekil 4.8 karar ağacının çözümünü göstermektedir. İki kararın verilmesini içeren problemde iki karar noktasında verilmesi gereken kararlar Şekil 4.8'de karar düğümle-rinde tercih edilen dallar izlenerek yorumlanabilir. Buna göre, ilk karar noktasında karar verici *arazi satın almalıdır*. Üç yıl sonra arazinin bulunduğu bölgede nüfus artışı olursa *apartman inşa etmeli*, nüfus aynı kalırsa *araziyi ticari olarak geliştirmelidir*. Bu kararlar dizisi sonucunda toplam kazancının 1.644.000 pb. olması beklenmektedir.

KARAR VERMEDE BAYES TEOREMI

Bayes teoremi, 18. yüzyılda Thomas Bayes tarafından geliştirilen ve karar vermede çok önemli yeri olan sayısal bir analiz tekniğidir. Klasik karar kuramında da kullanılmasına rağmen Bayes teoreminin gerçek yerinin modern istatistik karar kuramı olduğu ileri sürülebilir.

Karar vericinin Bayes teoremini kullanarak parametreler hakkında yapacağı tahminlerde, sahip olduğu mevcut bilgileri, yani objektif ve subjektif olasılık bilgilerini, sonradan yapılan araştırmalar sonucunda elde edeceğii ek bilgilerle ilişkilendirmesi gerekir.

Bayes teoreminin bir karar probleminin çözümünde kullanılmasında iki aşama sözkonudur. İlk aşamada, elde olan subjektif ve objektif bilgilere göre tahmin edilmek istenen parametrelerle ilişkin bilgi öncesi (başlangıç) olasılık dağılımı belirlenir. İkinci aşamada ise örnekten elde edilen ek bilgilere göre parametrelerin bilgi sonrası dağılımı belirlenir ve bu dağılıma göre maksimum kâr ya da minimum maliyet değerini veren hareket şekli belirlenerek sonuca gidilir.

Bayes teoreminde kullanılan formül ile verilen bir olayın sonucu belli iken, bu sonucu meydana getiren nedenlerin olasılığı araştırılır. Diğer bir ifade ile Bayes formülünde neden ile sonuç yer değiştirmektedir. Bayes formülünün elde edilmesine ilişkin açıklamalar izleyen kesimde verilmiştir:

$A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ örnek uzayı olan S içinde aşağıdaki özellikler taşıyan olaylar olsun.

- $A_i \subset S$ $i = 1, 2, \dots, n$
- $A_i \cap A_j = \emptyset$ $i \neq j$
- $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = S$

Bu özellikler taşıdıklar halinde A_i 'ler ayrık olaylardır ve birleşimleri S'nin tamamını kapayan alt kümelerdir. Bu örnek uzayı içinde;

$$P(A_i) > 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.1)$$

olsun.

Öte yandan B olayı bağımlı ve pozitif olasılıklı bir olay olsun. B olayının meydana gelmesinin de $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ olaylarına bağlı bulunduğu varsayılsın. Diğer bir ifade ile B olayı ya A_i ile birlikte ya da A_n ile birlikte gerçekleşmektedir. A_i 'ler birlikte meydana gelmeyen (ayırık) olaylar olduğu için,

$$(A_1 \cap B), (A_2 \cap B), \dots, (A_n \cap B) \quad (4.2)$$

de ayrık olaylardır. Böylece;

$$\begin{aligned} B = S \cap B &= (A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) \cap B \\ &= (A_1 \cap B) \cup (A_2 \cap B) \cup \dots \cup (A_n \cap B) \\ &= \bigcup_{i=1}^n (A_i \cap B) \end{aligned} \quad (4.3)$$

yazılabilir. Bu ifadelere göre B olayının meydana gelmesi olasılığı;

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i \cap B) = \sum_{i=1}^n P(B|A_i) P(A_i) \quad (4.4)$$

olacaktır.

Ancak yukarıda verilen birleşik olasılıkların hesaplanmasında bazı güçlüklerle karşılaşılabilmektedir. Bu nedenle Bayes formülünün hesaplanmasında koşullu olasılıklardan yararlanılır. Koşullu olasılıklar; bağımlı olaylardan birinin meydana geldiği bilindiğinde, ona bağlı olarak diğerinin meydana gelme olasılığı olarak tanımlanabilir. Bu tanıma göre (4.4) nolu ifadenin koşullu olasılıklar cinsinden yazımı

B olayının meydana geldiği bilindiğinde A_i 'nin ortaya çıkma olasılığı;

$$P(A_i | B) = \frac{P(A_i \cap B)}{P(B_i)} \quad (4.5)$$

A_i olayının meydana geldiği bilindiğinde B'nin ortaya çıkma olasılığı;

$$P(B | A_i) = \frac{P(A_i \cap B)}{P(A_i)} \quad (4.6)$$

olacaktır. Öte yandan da;

$$P(A_i \cap B) = P(B|A_i) \cdot P(A_i) \quad (4.7)$$

olarak yazılabilir.

(4.7) ve (4.4) nolu ifadeler, (4.5) nolu ifadede yerlerine konulduğunda aşağıda verilen Bayes formülü elde edilmiş olur.

$$P(A_i | B) = \frac{P(B | A_i)P(A_i)}{\sum_{i=1}^n P(B | A_i)P(A_i)} \quad (4.8)$$

(4.8)'de verilen eşitlikte;

$P(A_i)$: A_i olayının *önsel* (başlangıç) olasılığını

$P(B | A_i)$: A_i olayının meydana geldiği bilindiğinde B 'nin ortaya çıkma (koşullu) olasılığını, diğer bir ifade ile *olabilirlikleri*

$P(A_i | B)$: B olayının meydana geldiği bilindiğinde A_i 'nın ortaya çıkma (koşullu) olasılığını, diğer bir ifade ile *sonsal olasılıkları* temsil etmektedir.

Buradan da anlaşılacağı üzere, Bayes formülü, herhangi bir olaya ilişkin başlangıç olasılıklarının bilinmesi halinde sonsal olasılıkların hesaplanması ve karşılaştırılmasına olanak vermektedir.

SIRA SİZDE



Bayes teoreminin uygulandığı bir karar problemi için aşamalar nelerdir, kısaca açıklayınız?

2

ÖRNEK 4.3

Bir fabrikada üretilen peçetelerin %35'i birinci makinede, %25'i ikinci makinede ve %40'ı üçüncü makinede paketlenmektedir. Bu makinelere paketlenen herhangi bir peçete paketiinin hatalı olması olasılıkları sırasıyla; %2, %6 ve %3 olduğu bilinmektedir. Peçete paketleri arasından rassal olarak seçilen bir peçete paketinin hatalı paketlendiği görülmüştür. Bu hatalı peçete paketinin üçüncü makinede paketlenmiş olma olasılığı kaçtır?

Çözüm 4.3:

Problem verilerinden hareketle;

$A=\{\text{Seçilen peçete paketinin birinci makinede paketlenmesi}\}$,

$B=\{\text{Seçilen peçete paketinin ikinci makinede paketlenmesi}\}$,

$C=\{\text{Seçilen peçete paketinin üçüncü makinede paketlenmesi}\}$,

$H=\{\text{Seçilen peçete paketinin hatalı olması}\}$

olayları olarak tanımlansın.

Problemdeki *önsel* (başlangıç) olasılıkları;

$P(A)=0,35$ (peçete paketinin birinci makinede paketlenmesi olasılığı)

$P(B)=0,25$ (peçete paketinin ikinci makinede paketlenmesi olasılığı)

$P(C)=0,40$ (peçete paketinin üçüncü makinede paketlenmesi olasılığı)

birimde verilmiştir. Söz konusu bu olasılıklar bilgi öncesi olasılıklar olarak da adlandırılmaktadır. Bilgi öncesi olasılık denilmesinin nedeni, bu değerin herhangi bir deneySEL veri elde edilmeden önce belirlenmiş olmasındandır. Dolayısıyla bilgi öncesi olasılık, eldeki mevcut bilgi düzeyine göre belirlenen başlangıç olasılığıdır.

H olayı, paketleme makinelerinin önceki verilerine göre paketlerin hatalı paketlenmesi olarak tanımlanmıştır. Koşullu olasılık tanımlarına göre *olabilirlikler*;

$P(H|A)=0,02$ (birinci makinenin hatalı peçete paketi üretmesi olasılığı)

$P(H|B)=0,06$ (ikinci makinenin hatalı peçete paketi üretmesi olasılığı)

$P(H|C)=0,03$ (üçüncü makinenin hatalı peçete paketi üretmesi olasılığı)

birimindedir.

Problemde hatalı peçete paketinin üçüncü makinede paketlenmiş olma olasılığı sorulmaktadır. Bu olasılık ise $P(C|H)$ ile gösterilir. Bulunması istenilen $P(C|H)$ olasılığının *sonsal olasılık* (bilgi sonrası olasılık) denir ve (4.8)'de verilen Bayes formülü yardımıyla hesaplanabilir. Buna göre problemde istenen $P(C|H)$ olasılığı aşağıdaki gibi bulunur.

$$\begin{aligned}
 P(C|H) &= \frac{P(H|C)P(C)}{P(H|A)P(A) + P(H|B)P(B) + P(H|C)P(C)} \\
 &= \frac{(0,03)(0,40)}{(0,02)(0,35) + (0,06)(0,25) + (0,03)(0,40)} \\
 &= \frac{0,012}{0,007 + 0,015 + 0,012} \\
 &= 0,3529
 \end{aligned}$$

Bu sonuca göre, peçete paketinin hatalı olduğu bilindiğinde bu hatalı peçete paketinin üçüncü makinede paketlenmiş olması olasılığı 0,3529'dur.

Bir restoran sahibi, şehir içine sipariş dağıtımlarını yapmak üzere iki adet motosikletli kurye çalışmaktadır. Verilen herhangi bir siparişi birinci kuryenin götürmesi olasılığı %35'tir. Herhangi bir zamanda verilen bir siparişi birinci kuryenin götürmesi K1 olayı; ikinci kuryenin götürmesi de K2 olayı olarak tanımlanmıştır. G olayı; verilen herhangi bir siparişin müşteriye geç teslim edilmesi olarak tanımlanmıştır. Bu kuryelerin önceki teslimat verilerine göre, eğer verilen bir siparişi birinci kurye götürmüştü bu siparişin müşteriye geç teslim edilmesi olasılığı 0,15, ikinci kurye götürmüştü bu siparişin müşteriye geç teslim edilmesi olasılığı 0,10'dur. Restorana dışardan verilen bir sipariş rassal olarak seçilmiş ve bu siparişin müşteriye geç teslim edildiği tespit edilmiştir. Bu durumda, müşteriye geç teslim edilen bu siparişin birinci kurye tarafından götürülmüş olma olasılığı kaçtır?



SIRA SİZDE

3

Özet



Karar vermede karar ağacı kullanımını açıklamak.

Ayrıntıların fazla olduğu karar problemlerinin çözümünde grafiksel karar verme yaklaşımlarını benimsenmek karar vericinin işini kolaylaştıracaktır. Karar problemlerinin çözümünde kullanılan karar ağacı, geleneksel grafiksel karar teknigidir. Karar ağacı, her olası stratejinin uygulanması durumunda karşılaşabilecek kontrol edilemeyen değişken değerleri kümesi aynı olmayan karar problemleri için uygulanabildiği gibi, söz konusu değerler kümesinin aynı olduğu fakat her strateji için kontrol edilemeyen değişkenlerle karşılaşma olasılıklarının farklı olduğu durumlarda da kullanılır. Öte yandan karmaşık karar problemlerde karar ağacının kullanılması, problemi daha küçük parçalara ayıracak, diğer bir ifadeyle basite indirgerek çözme olanağı verir. Karar ağacı tekniği özellikle ardışık karar verme problemlerinin gösterimi için çok kullanışlıdır. Karar ağacının öğeleri, karar düğümü, şans düğümü, bitiş düğümü, dal, sonuç ve olasılık oluşturur. Karar probleminin çözüm sürecinde beklenen değerler hesaplanarak karar ağacına eklenir. Karar Ağacı oluşturulurken, yatay doğrultuda soldan sağa doğru bir yön izlenir. İlk düğüm genellikle bir karar düğümüdür. Karar düğümü ağaca yerleştirildikten sonra, bu düğüme ilişkin karar değişkeninin alabileceği tüm olası değerler, düğümden sağ tarafa çıkan dallar (karar dalları) biçiminde çizime eklenir. Daha sonra, başlangıç kararından sonra ortaya çıkması beklenen olaylar veya kararlarla ilişkili bir şans düğümü veya bir diğer karar düğümü eklenir. Bir şans düğümünün sağ tarafında yer alan şans dallarına, doğal durumları kendilerine ait olasılıklarla birlikte eklenir. Ağacın çizimi bu şekilde soldan sağa doğru, sonuçlara ulaşılan bitiş düğümlerine kadar sürdürülür. Başlangıç düğümünden bitiş düğüme giden bir yol izlendiğinde elde edilecek kazanç ya da yapılacak ödeme sonuç olarak dalın bitiş düğümüne yazılır. Böylece Karar Ağacı, problemin tüm bileşenlerini tek bir grafik üzerinde gösterir.



Karar vermede Bayes teoremini açıklamak.

Thomas Bayes tarafından geliştirilen Bayes teoreminde, verilen bir olayın sonucu belli iken, bu sonucu meydana getiren nedenlerin olasılığı araştırılır. Diğer bir ifade ile Bayes formülünde neden ile sonuç yer değiştirmektedir. Karar vericinin Bayes teoremini kullanarak parametreler hakkında yapacağı tahminlerde, sahip olduğu mevcut bilgileri, yani objektif ve subjektif olasılık bilgilerini, sonradan yapılan araştırmalar sonucunda elde edeceğimiz ek bilgilerle ilişkilendirmesi gereklidir.

Bayes teoreminin bir karar probleminin çözümünde kullanılmasında iki aşama söz konusudur. İlk aşamada, elde olan subjektif ve objektif bilgilere göre, tahmin edilmek istenen parametrelere ilişkin bilgi öncesi (başlangıç) olasılık dağılımı belirlenir. İkinci aşamada ise örnekteki gibi elde edilen ek bilgilere göre parametrelerin bilgi sonrası dağılımı belirlenir ve bu dağılıma göre maksimum kâr ya da minimum maliyet değerini veren hareket şekli belirlenerek sonuca gidilir.



Karar problemlerinde Bayes formülünü uygulamak

Bayes teoreminde A_i ($i=1,2,\dots, n$) karşılıklı ayrık ve bütüne tamamlayan olaylar olmak üzere; B olayınin gerçekleştiği bilindiğinde A_i olayının gerçekleşme olasılığı aşağıda verilen formül ile hesaplanır:

$$P(A_i | B) = \frac{P(B | A_i)P(A_i)}{\sum_{i=1}^n P(B | A_i)P(A_i)}$$

Bu formülde;

$P(A_i)$: A_i olayının önsel (başlangıç) olasılığını
 $P(B|A_i)$: A_i olayının meydana geldiği bilindiğinde B 'nin ortaya çıkma (koşullu) olasılığını, diğer bir ifade ile olabilirlikleri

$P(A_i|B)$: B olayının meydana geldiği bilindiğinde A_i 'nın ortaya çıkma (koşullu) olasılığını, diğer bir ifade ile sonsal olasılıkları temsil etmektedir.

Kendimizi Sınayalım

- 1.** Karar problemlerinin çözümünde kullanılan geleneksel grafiksel karar teknigi aşağıdakilerden hangisidir?

 - Histogram
 - Karar ağacı
 - Etki diyagramı
 - Değerleme ağı
 - Ardışık karar diyagramı

- 2.** Aşağıdakilerden hangisi karar ağacının öğelerinden biri değildir?
 - Olasılık
 - İstatistik
 - Karar düğümü
 - Dal
 - Şans düğümü
- 3.** Karar vericinin bitiş düğümüne ulaşırken izlediği yola ne ad verilir?
 - Dal
 - Senaryo
 - Karar
 - Strateji
 - Olasılık
- 4.** Karar ağacı üzerinde düğümleri birbirine bağlayan çizgilerne ad verilir?
 - Karar düğümü
 - Düğüm
 - Dal
 - Şans düğümü
 - Karar düğümü
- 5.** Bir şans düğümünün tüm çıktılarına ilişkin olaslıkların toplamı aşağıdakilerden hangisidir?
 - 0
 - 0,75
 - 0,50
 - 0,25
 - 1
- 6.** Bir karar probleminin karar ağacı ile çözümü için kullanılan analiz yöntemine ne ad verilir?
 - Geriye doğru sonuç çıkarma
 - Şans düğümü analizi
 - Karar düğümü analizi
 - Olasılık analizi
 - Strateji analizi
- 7.** Bir karar düğümüne bağlanan bitiş dalı için beklenen değer (BD) aşağıdakilerden hangisine eşittir?
 - Sonuç/olasılığa
 - Olasılığa
 - Sonuç x olasılığa
 - Sonuç + olasılığa
 - Sonuca
- 8.** Tercih edilmeyip göz ardı edilen karar seçenekleri dal üzerinde aşağıdaki sembollerden hangisi ile gösterilir?
 -
 - //
 - =
 - \geq
 - \leq
- 9.** Verilen bir olayın sonucu belli iken, bu sonucu meydana getiren nedenlerin olasılığını bulmak için kullanılan teorem aşağıdakilerden hangisidir?
 - Subjektif bilgiler teoremi
 - Bilgi öncesi dağılım teoremi
 - Objektif bilgiler teoremi
 - Bayes teoremi
 - İstatistik teoremi
- 10.** Aşağıdakilerden hangisi bağımlı olaylardan birinin meydana geldiği bilindiğinde, ona bağlı olarak diğerinin meydana gelme olasılığı olarak tanımlanır?
 - Bilgi öncesi olasılık
 - Bilgi sonrası olasılık
 - Koşullu olasılık
 - Önsel olasılık
 - Başlangıç olasılığı

Kendimizi Sınavalım Yanıt Anahtarı

1. b Yanınız yanlış ise “Giriş” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
2. b Yanınız yanlış ise “Karar Ağacının Öğeleri” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
3. b Yanınız yanlış ise “Karar Ağacının Öğeleri” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
4. c Yanınız yanlış ise “Karar Ağacının Öğeleri” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
5. e Yanınız yanlış ise “Karar Ağacının Öğeleri” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
6. a Yanınız yanlış ise “Karar Ağacının Çözüm Süreci” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
7. e Yanınız yanlış ise “Karar Ağacının Çözüm Süreci” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
8. b Yanınız yanlış ise “Karar Ağacının Çözüm Süreci” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
9. d Yanınız yanlış ise “Karar Vermede Bayes Teoremi” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
10. c Yanınız yanlış ise “Karar Vermede Bayes Teoremi” konusunu yeniden gözden geçiriniz.

Sıra Sizde Yanıt Anahtarı

Sıra Sizde 1

Karar ağacının ögeleri, karar düğümü, şans düğümü, bitiş düğümü, dal, sonuç ve olasılık biçiminde sıralanır.

Karar ağaçları teknigi uygulamalarında beklenen değer hesaplamaları genellikle aşağıda sıralanan kurallara göre gerçekleştirilir.

1. Bir karar düğümüne bağlanan bitiş dalları için beklenen değer (BD), sonuca eşittir.

$$BD = \text{Sonuç}$$

2. Bir şans düğümüne bağlanan bitiş dalları için beklenen değer, bu dallın sonucu ile olasılığının çarpımıdır.

$$BD = \text{Sonuç} \times \text{Olasılık}$$

3. Bir şans düğümü için beklenen değer, her bir şans dallının sonucu ile bunlara karşılık gelen olasılıklarının çarpımlarının toplamıdır.

$$BD = [BD_{dal1} + BD_{dal2} + \dots + BD_{dalN}]$$

4. Bir karar düğümü için beklenen değer, karar düğümünden çıkan tüm karar dallarının beklenen değerleri içinde en büyük kazanç değerine (kar yapımlarında en yüksek değere, maliyet yapımlarında en düşük değere) sahip olmalıdır.

$$BD = \text{Karar düğümünden çıkan tüm karar dalları arasında en yüksek beklenen değer}$$

5. Herhangi bir düğümün beklenen değeri, kök düğüm yönünde bağlantılı olduğu bir önceki düğümün sonuç değeridir.

Sıra Sizde 2

Bayes teoreminin bir karar probleminin çözümünde kullanılmasında iki aşama söz konudur. İlk aşamada, elde olan subjektif ve objektif bilgilere göre, tahmin edilmek istenen parametrelere ilişkin bilgi öncesi (başlangıç) olasılık dağılımı belirlenir. İkinci aşamada ise örnekten elde edilen ek bilgilere göre parametrelerin bilgi sonrası dağılımı belirlenir ve bu dağılıma göre maksimum kâr ya da minimum maliyet değerini veren hareket şekli belirlenerek sonuca gidilir.

Yararlanılan ve Başvurulabilecek Kaynaklar

Sıra Sizde 3

Müşteriye geç teslim edilen bu siparişin birinci kurye tarafından götürülmüş olasılığı aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\begin{aligned}
 P(K_1 / G) &= \frac{P(G / K_1)(K_1)}{P(G / K_1)(K_1) + P(G / K_2)(K_2)} \\
 &= \frac{(0,15)(0,35)}{(0,15)(0,35) + (0,10)(0,65)} \\
 &= \frac{0,0525}{0,0525 + 0,065} \\
 &= 0,4468' dir.
 \end{aligned}$$

- Aitchison, J. (1970). **Choice Against Chance: An Introduction to Statistical Decision Theory**, Addison-Wesley, United Kingdom.
- Aladağ, Z. (2011). **Karar Teorisi**, Umuttepe Yayınları, Kocaeli.
- Bağırkan, Ş. (1983). **Karar Verme**, Der Yayınları, İstanbul.
- Bunn, D. (1982). **Analysis of Optimal Decisions**, John Wiley, USA.
- Erdoğmuş, Ş. (2003). **Karar Kuramına Giriş**, Ders Notları, Eskişehir.
- French, S. (1986). **Decision Theory**, John Wiley, USA.
- Goodwin, P. and Wright, G. (2004). **Decision Analysis for Management Judgment**, 3rd edition, Chichester: Wiley, USA.
- Hammond, J.S., Keeney, R.L. ve Raiffa, H. (2002). **Smart Choices: A Practical Guide to Making Better Decisions**, Harvard Business School Press, USA.
- Harnett, D.L. (1982). **Statistical Methods**, Addison Wesley, USA.
- Huber, P.J. (2011). **Data Analysis What Can Be Learned from the Past 50 Years**, Wiley, USA.
- Kara, İ. (1985). **Karar ve Oyun kuramıyla İlgili Başlangıç Bilgiler (Ders Notları)**, Anadolu Üniversitesi Yayınları, No 65, Eskişehir.
- Lezki, Ş. (2009). **Grafiksel Karar Verme Teknikleri ve Bir Uygulama Denemesi**, (Basılmamış doktora tezi) Eskişehir: Anadolu Üniversitesi
- Lezki, Ş., ve Er, F. (2010). **Filo araç alımında karar ağacı ve değerlendirme ağı kullanımı**. İstatistikçiler Dergisi, Cilt 3, Sayı 2, s.86-105.
- Lind, D., Marchal, W.G., ve Wathen, S.A. (2005). **Statistical Techniques in Business And Economics**, McGraw-Hill Irwin, USA.
- Lindley, D.V. (1971). **Making Decisions**, John Wiley, USA.
- Schlaifer, R. (1969). **Analysis of Decisions Under Uncertainty**, McGraw-Hill, USA.
- Sullivan, M. (2005). **Fundamentals of Statistics**, Pearson Prentice Hall, USA.
- Taylor III, B.W. (2010). **Introduction to Management Science**, Tenth Edition, Pearson, USA.
- Turanlı, M. (1988). **Pazarlama Yönetiminde Karar Alma**, Beta Basım, İstanbul.
- Şıklar, E.İ. (2001). **Karar Kuramı**, Yayımlanmamış Ders Notları, Eskişehir.
- Winkler, R.L. (1972). **Introduction to Bayesian Inference and Decision**, Rinehart and Winston, USA.
- <http://blog.milliyet.com.tr/kelimelerin-tarihi---risk--kelimesinin-etimolojisi/Blog/?BlogNo=225803>, erişim tarihi:28.09.2015.

5

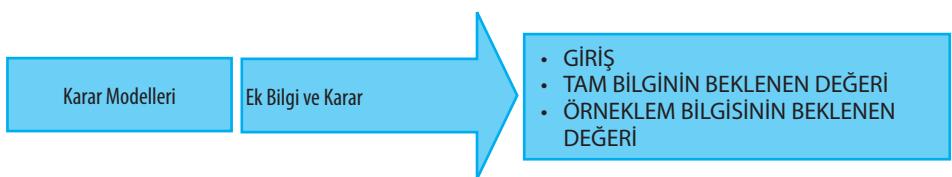
Amaçlarımız

- Bu üniteyi tamamladıktan sonra;
- 🕒 Karar vermede ek bilginin önemini açıklayabilecek,
 - 🕒 Tam bilginin beklenen değerini belirleyebilecek,
 - 🕒 Örneklem bilgisinin beklenen değerini hesaplayabilecek bilgi ve becerilere sahip olabileceksiniz.

Anahtar Kavramlar

- Ek Bilgi
- Tam Bilgi
- Örneklem Bilgisi
- Tam Bilginin Beklenen Değeri
- Örneklem Bilgisinin Beklenen Değeri

İçindekiler



Ek Bilgi ve Karar

GİRİŞ

Karar vermede ek bilginin anlamını kavrama açısından, öncelikle farklı karar ortamlarının ele alındığı önceki ünitelerden kısa hatırlatmalar yapmak yararlı olacaktır. Bilindiği gibi karar problemini karmaşık yapan ve karar vericinin karar vermesini zorlaştıran en önemli etken, karar ortamının belirsizlik düzeyiyidir. Belirsizlik düzeyi karar vericinin kontrol edemediği değişkenlere bağlıdır. Doğal durumlar olarak da ifade edilen kontrol edilemeyen değişkenlerin hangi değerleri olacağı, diğer bir ifade ile hangi doğal durumlarla karşılaşılabileceği bilinmiyor, tahmin bile edilemiyorsa tam bir belirsizlik söz konusudur. Böyle durumlarda karar vericilerin uygulayabileceği çözüm yaklaşımları, kişisel tutumlarını yansitan karar ölçütlerinin kullanılması biçimindedir. Diğer taraftan hangi doğal durumun hangi olasılıkla ortaya çıkacağı tahmin edilebiliyorsa, bu durumda risk ortamı söz konusu olup risk ortamı için geliştirilmiş olan karar ölçütlerinden yararlanılmaktadır. Risk ortamı belirsizlik düzeyinin bir ölçüde azaltılması anlamını taşımakla beraber, belirsizlik tam olarak ortadan kalkmış değildir. Dolayısıyla bu durumda doğru kararların verilmesi de garanti değildir. Doğru kararlar ancak gelecekte ortaya çıkacak olayların (kontrol edilemeyen değişken ya da doğal durum) ne olacağını, hangi değer ya da durumlar ile ortaya çıkacağını kesin olarak bilmekle mümkün olabilecektir. Ancak gerçek yaşamda geleceği kesin olarak bilmek neredeyse imkansızdır. Bununla birlikte gelecekte ne olacağına, hangi durumlarla karşılaşılacağına ilişkin araştırmalar yardımıyla ek bilgiler elde edilerek belirsizlik düzeyinin olabildiğince azaltılmasına çalışılabilir. Ancak ek bilgi elde etmenin de bir maliyeti olacaktır. Ek bilgi elde etmenin maliyetinin, elde edilen bilginin sağlayacağı kazançtan yüksek olmaması gereklidir.

Bu üniteye öncelikle, ek bilgi elde etme yoluyla geleceğe ilişkin tam bilgiye sahip olmanın maliyeti ve değeri üzerinde durulacak bu kapsama örneklemler bilgisinin beklenen değeri konusunda da bilgi verilecektir. Daha sonra ek bilgi ile karar vermede önemli bir yeri olan Bayes Teoremi'nin ve karar ağacı ile birlikte kullanımına ilişkin örnekler yer verilecektir.

TAM BİLGİNİN BEKLENEN DEĞERİ

Karar verici, gelecekte ortaya çıkacak çevresel koşullar (doğal durumlar) hakkında *tam bilgi* elde edebilmiş olsaydı karar problemine ilişkin en iyi çözümün ne olacağını da çok kolay biçimde belirleyebilirdi. Geleceğe ilişkin tam bilgiye sahip olmak, gelecekte karar problemimizi etkiyecek doğal durum sayısının tek olması, diğer bir ifadeyle doğal durumun olasılık değerinin 1'e eşit olması anlamını taşıır. Örnek olarak, belirli bir müşteri

Karar verme sürecinde doğal durumlar hakkında elde edilen bilgi tam ise bu duruma **belirlilik** adı verilir.

portföyü olan ve her ayki talepleri belirli olan bir işletme verilebilir. Bu örnekte çevresel faktör talep, karar alternatifleri ise farklı üretim düzeyleridir. Bilindiği gibi böylesi karar ortamları **belirlilik** ortamı olup, karar problemi kazanç yapılı ise seçeneklerden en yüksek değere sahip olanı, karar problemi maliyet yapılı ise seçeneklerden en düşük değere sahip olanı en iyi karar olarak belirlenebilir. Ancak gerçek yaşam problemlerinde işletmeler daha çok, belirsizlik ve risk ortamlarında karar verirler. Bununla birlikte işletmeler tam bilgiye sahip olmak için çeşitli araştırmalar yaparak ek bilgi elde etme çabasına girebilirler.

Ancak karar verme problemlerinde önemli olan nokta karar vericinin ek bilgi elde etmek için ödeyebileceği bedelin üst sınırının belirlenmesidir. Bu sınırın belirlenmesi için **tam bilginin beklenen değerinden** yararlanılır. Tam bilginin beklenen değeri EVPI (Expected Value of Perfect Information) kısaltması ile de gösterilir.

Tam bilginin beklenen değerinin hesaplanması iki aşamadan oluşur. İlk aşamada ek bilgi öncesindeki olasılıklara göre hesaplanan, en iyi seçeneğin beklenen kâr değeri belirlenir. Bu değer *risk ortamında beklenen kâr* olarak ifade edilir. İkinci aşamada ise belirsizliğin azaltılması için elde edilen ek bilgi değerleri ve var olan bilgilere göre karar verme problemindeki seçeneklerin beklenen kâr değerleri hesaplanır. Hesaplanan değer *tam bilgi olduğunda beklenen kâr* olarak ifade edilir. Bu hesaplama her bir doğal durumda ortaya çıkacak en iyi değerler ile ilgili doğal durumun olasılıklarının çarpımlarının toplamı biçiminde hesaplanır. İkinci aşamada belirlenen değer ile birinci aşamada belirlenen değer arasındaki fark tam bilginin beklenen değerini verir. Konunun daha iyi anlaşılmasına ilişkin örnekler izleyen kesimde verilmiştir.

ÖRNEK 5.1

ABC işletmesinin yönetici üç yatırım fonu üzerinden hangisini almanın en iyi yatırım seçeneği olacağı konusunda karar vermeye çalışmaktadır. Bu karara ilişkin doğal durumlar ve her bir doğal durumda yatırım seçeneklerinin getireceği kâr değerleri Tablo 5.1'deki strateji tablosunda verilmiştir.

Tablo 5.1
Yatırım fonu strateji tablosu

		Doğal Durumlar	
		İyi Ekonomik Durumda Getiri P(E+)=0,40	Kötü Ekonomik Durumda Getiri P(E-)=0,60
Karar Alternatifleri	Yatırım Fonu1	20	-4
	Yatırım Fonu2	14	2
	Yatırım Fonu3	10	3

Tablo 5.1 incelendiğinde İyi ekonomik durumun gerçekleşme olasılığının %40 ve Kötü ekonomik durumun gerçekleşme olasılığının %60 olarak belirlendiği görülmektedir. ABC işletmesi, bir yatırım uzmanıyla görüşmüştür, uzman 8 birim (para birimi) karşılığında piyasa hakkında çok önemli öngörüler içeren bir rapor hazırlayabileceğini söylemiştir. İşletme yönetici 8 birime bu raporu almanın ne kadar akıllıca olacağını bilmek istemektedir. Yönetici, işletme çalışanlarından Kuzey beye bu isteğini belirtmiş ve 8 pb'yi ödeyerek ek bilgiyi almanın doğru bir karar olup olmadığı konusunda kendisini bilgilendirmesini istemiştir.

Çözüm 5.1:

Kuzey Bey yöneticisinin sorusuna cevap verebilmek için izleyen kesimde verilen tam bilginin beklenen değerini hesaplayarak işletme yöneticiye bilgi vermiştir.

Tam Bilginin Beklenen Değeri=(Tam bilgi durumunda beklenen kâr)-(Risk ortamında beklenen kâr)

Tam bilgi durumunda beklenen kâr=(20)(0,40)+(3)(0,60)=9,8 birim olur.

Risk ortamında beklenen değer ise bilinen beklenen değer ölçütüne göre yapılan hesaplama sonucunda bulunan değerler içinden en iyi olanıdır. Buna göre her alternatif için beklenen değerler

$$\text{Yatırım Fonu1} = (20)(0,40) + (-4)(0,60) = 5,6 \text{ birim}$$

$$\text{Yatırım Fonu2} = (14)(0,40) + (2)(0,60) = 6,8 \text{ birim}$$

$$\text{Yatırım Fonu3} = (10)(0,40) + (3)(0,60) = 5,8 \text{ birim}$$

olarak bulunur.

Yatırım uzmanının raporu olmadan, elde olan verilerle ABC işletmesi için en iyi seçenek, 6,8 birim ile en yüksek değeri veren Yatırım Fonu2 olacaktı. Buradan risk ortamında beklenen kârın 6,8 olduğu da kolayca anlaşılmaktadır.

Buna göre tam bilginin beklenen değeri de;

$$\text{EVPI (Tam Bilginin Beklenen Değeri)} = 9,8 - 6,8 = 3 \text{ birim olarak bulunur.}$$

Dolayısıyla yatırım uzmanının istediği 8 birim ücret çok yüksek olup, işletmenin böyle bir bilgiye verebileceği en yüksek miktar 3 birim olacaktır.

Aşağıdaki strateji tablosu için tam bilgi durumunda beklenen kâr değerini hesaplayınız?



SIRA SİZDE

		Doğal Durumlar	
		İyi Ekonomik Durumda Getiri P(E+)=0,30	Kötü Ekonomik Durumda Getiri P(E-)=0,70
Karar Alternatifleri	Yatırım Aracı1	240	-80
	Yatırım Aracı2	280	40
	Yatırım Aracı3	160	90

Yedek parça üretimi yapan bir işletmede, üretim sürecinde üretilen parçaların %70'inin iyi %30'unun ise bozuk olduğu geçmiş verilere dayanarak tespit edilmiştir. Yönetim ya üretilen parçanın iyi olduğunu kabul ederek pazara sunabilir ya da parçayı bozuk olduğu gerekçesiyle pazarlamayı reddedip hurdaya ayıracıbilir. Ancak her bir parçanın gerçekte iyi mi bozuk mu olduğu müşteri tarafından kullanılmadan kesin olarak biliinemeyecektir. İyi olduğu kabul edilerek müşteriye satılan bir parça bozuk çıkarsa garanti kapsamında iyisiyle değişirecektir. Ancak bu durum da işletmeye ek bir maliyete neden olacaktır. Mevcut verilerle hazırlanan strateji tablosu Tablo 5.2'de verilmiştir.

ÖRNEK 5.2

		Doğal Durumları	
		(0,70) İyi parça	(0,30) Kötü parça
Parçayı pazarla	3 birim	-5 birim	
	-1 birim	-1 birim	

Tablo 5.2
Örnek 5.2'ye ilişkin strateji tablosu

Yönetici üretilen parçaların müşteriye sunulması öncesinde, yapılacak bir testle sinanması ve bu test sonucuna göre karar verilmesinin de bir seçenek olabileceğini düşünmüştür. Tabi bu test için de belirli bir maliyete katlanması gerekecektir. İşletme kendisine ek bilgi sağlayacak bu test için en fazla ne kadar ödeme yapmalıdır?

Çözüm 5.2:

Ek bilgi öncesi mevut olasılıklar $P(\text{iyi})=0,70$ $P(\text{kötü})=0,30$ olduğuna göre; işletmenin uygulayabileceği iki farklı seçenek için beklenen değerler (BD) aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\text{BD(pazarla)} = (3)(0,70) + (-5)(0,30) = 0,60 \text{ birim}$$

$$\text{BD(hurda)} = (-1)(0,70) + (-1)(0,30) = -1,00 \text{ birim}$$

Elde edilen sonuçlara göre en iyi kararın *parçanın pazarlanması* olduğu görülmektedir. Çünkü iki beklenen değer hesaplamasında büyük olan değer $\text{BD(pazarla)}=0,60$ değeridir. Karar verici tam bilgiye sahip olsayı ne olurdu? Diğer bir ifadeyle karar verici üretilen parçanın iyi ya da kötü olduğunu bilsaydı sonuç ne olurdu?

Tablo 5.2'den görüldüğü üzere; karar verici tam bilgi ile parça iyi ise 3 birim kazanabilir. Parça bozuk ise 1 birim kaybeder. Karar verici geçmişten elde edilen bilgiler doğrultusunda verilen bilgi öncesi olasılıklara göre 3 birim kazanma olasılığının %70 ve 1 birim kaybetme olasılığının %30 olduğunu bilmektedir. Tam bilgi durumunda beklenen kâr aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

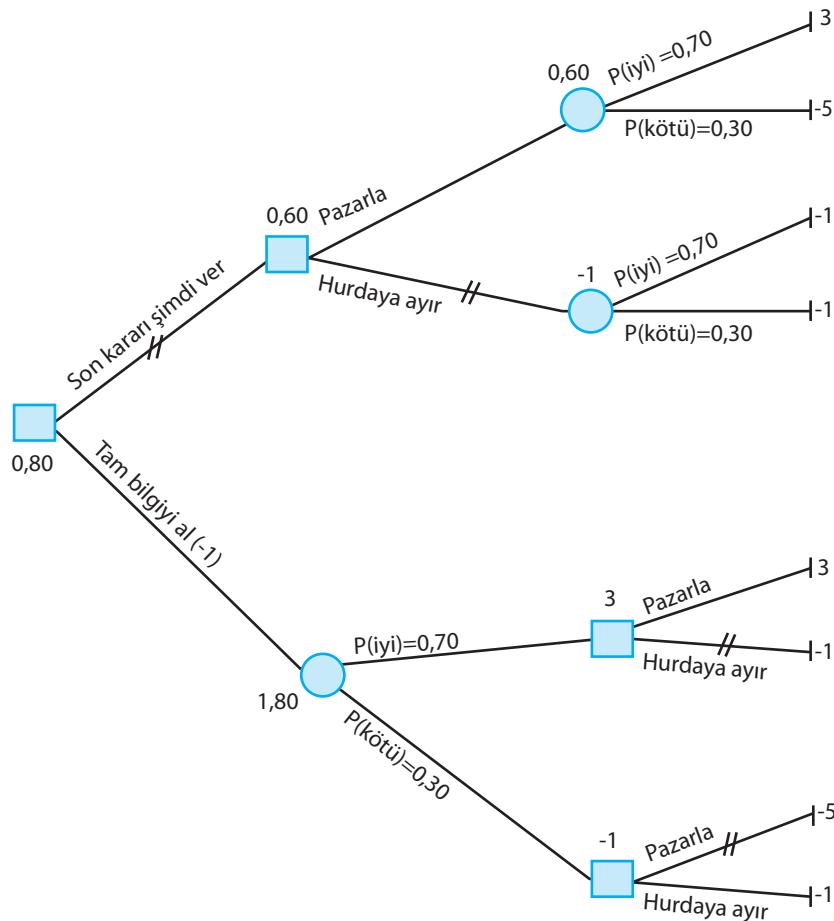
$$(\text{tam bilginin beklenen kârı}) = (\text{iyi ise en yüksek kazanç})P(\text{iyi}) + (\text{kötü ise en yüksek kazanç})P(\text{kötü})$$

$$(\text{tam bilginin beklenen kârı}) = (3)(0,70) + (-1)(0,30) = 1,80 \text{ birim}$$

olacaktır.

Şekil 5.1

Örnek 5.2 için tam bilgiye ilişkin karar ağacı



Tam bilgi durumunda beklenen kazanç, karar vericinin kararını elinde bulunan şu andaki olasılıklar yerine tam bilgi ile vermesi durumunda ne kadar daha iyi durumda olacağını gösterir. Yukarıdaki örnekte karar vericinin şu anda elinde olan bilgiye göre en iyi beklenen değer parçanın pazarlanması ile ilgili olan $BD(pazarla)=0,60$ birim değeridir. Burada $BD(tam\ bilgi)=1,80$ birim ile $BD(pazarla)=0,60$ birim arasındaki fark tam bilginin beklenen değerini verecektir.

$$EVPI \text{ (Tam Bilginin Beklenen Değeri)} = 1,80 - 0,60 = 1,20 \text{ birim}$$

Diğer bir ifade ile karar vericinin tam bilgiye ulaşmak için katlanabileceği maliyet 1,20 birimidir. Tam bilgiye ilişkin karar ağacı Şekil 5.1'deki gibi oluşturulabilir.

Karar ağacındaki ilk düğüm, parçaya ilişkin son karar verilmeden önce tam bilginin alınıp alınmaması ya da ek bilgi satın alınmaksızın son kararın verilmesini gösteren bir karar düğümüdür. Ek bilgiye ihtiyaç duyulmadan karar verilirse beklenen kâr 0,60 birim, tam bilgi ile karar verilirse beklenen kâr 1,80 birim olacaktır. Karar ağacının üst bölümü ile alt bölümü karşılaştırırsa, tam bilgi alındıktan sonra, bir parçanın iyi ya da kötü olduğunu gösteren şans dallarının, parçanın pazarlama ya da hurdaya ayrılma kararından önce geldiği görülür.

Doğal olarak tam bilgiyi elde etmenin de bir maliyeti olacaktır. Örneğimiz için bu maliyetin 1 birim olduğu varsayılmış ve *tam bilgiyi al* karar dalı üzerinde gösterilmiştir. Tam bilgiyi elde etmenin kârı tam bilginin beklenen kârından çıkarıldığında tam bilgi ile elde edilecek net beklenen kâr $BD=1,80-1,00=0,80$ birim olacaktır. Bu değer hala 0,60 birimden yani ek bilgiye ihtiyaç duyulmadan karar verme durumundan daha iyi bir değerdir. Bu nedenle en iyi seçenek, parça ile ilgili son kararı vermeden önce tam bilgiyi elde etmek olmalıdır.

Sıra sizde 1 için verilen strateji tablosu için tam bilginin beklenen değerini hesaplayınız?



SIRA SİZDE

ÖRNEKLEM BİLGİSİNİN BEKLENEN DEĞERİ

Bir önceki başlıkta anlatıldığı gibi tam bilginin beklenen değeri, karar verme probleminin ek bilgiden yararlanılarak çözülebilmesi için ödenebilecek miktarın üst sınırını gösterir. Birçok gerçek olayda tam bilgiye ulaşmak mümkün değildir. Ancak karar probleminin doğasına uygun bir araştırma, test, gözlem vb. ile örneklem bilgisine ulaşılabilir. Örneklem bilgisi, başlangıçta mevcut olan bilgilerin daha sağlıklı, daha gerçekçi bilgilere dönüşmesine katkı sağlar. Bu katkı, başlangıçta mevcut olan doğal durum olasılıklarının yeniden hesaplanmasıyla, diğer bir ifadeyle Bayes teoreminden yararlanılarak gerçekleştirilir. Konuyu örnek yardımıyla açıklamaya devam edelim.

ÖRNEK 5.3

Örnek 5.2'de yedek parça üretimi yapan işletme yöneticilerinin, üretilen parçaların müştiriye sunulması öncesinde, bir test cihazı ile kontrol edilmesi ve bu test sonucuna göre karar verilmesi konusunun değerlendirilmesi amacıyla bir analiz yapmaya karar verdiklerini düşünelim. Hatırlanacağı gibi hiçbir test yapılmadan, yalnızca geçmiş veriler ışığında, üretilen bir parçanın iyi olması olasılığı %70, bozuk olması olasılığı ise %30 olarak belirlenmiştir. Üretilen her bir parçanın iyi ya da bozuk olduğu bilgisini elde etmeye yönelik olarak bir test cihazı 0,15 birime satın alınabilir. Daha önce yapılan denemelerle, test cihazının; parça iyi ise pozitif, parça bozuk ise negatif sonuç verdiği gözlenmiştir. Cihazın doğruluğunu kontrol etmek için çok sayıda parça test edilmiş ve şu sonuçlar elde edilmiştir.

1. İyi parçaların %80'inin pozitif degere, %20'sinin ise negatif degere sahip olduğu ölçülmüştür.

2. Bozuk (kötü) parçaların %25'inin pozitif değere, %75'inin ise negatif değere sahip olduğu ölçülmüştür.

Sonuçlara göre test edilen parça iyi ise cihaz büyük bir olasılıkla pozitif değerini verecektir. Ancak sonuçlardan da görüldüğü üzere, cihaz mükemmel olmayıp hata payı da taşımaktadır. İşletme yöneticileri bu test cihazını almalı midir?

Çözüm 5.3:

Problemde verilen bilgilerden hareketle; geçmiş veriler ışığında belirlenen olasılıkların önsel (başlangıç) olasılıklar, test cihazı sonuçlarını gösteren olasılıkların ise olabilirlikler olduğu anlaşılabılır. Buna göre ek bilgi öncesi olasılıklar aşağıdaki gibi yazılır.

$$\begin{aligned} \text{Önsel Olasılıklar : } & P(\text{iyi})=0,70 & P(\text{kötü})=0,30 \\ \text{Test pozitif çıkarsa olabilirlikler: } & P(+|\text{iyi})=0,80 & P(+|\text{kötü})=0,25 \\ \text{Test negatif çıkarsa olabilirlikler: } & P(-|\text{iyi})=0,20 & P(-|\text{kötü})=0,75 \end{aligned}$$

Parça test edildikten sonra parçanın iyi ya da kötü olması bilgi sonrası olasılıkları (*sonsal olasılıklar*), ayrıntıları bir önceki üitede anlatılan ve aşağıda verilen Bayes formülüyle hesaplanabilir.

$$P(A_i | B) = \frac{P(B | A_i)P(A_i)}{\sum_{i=1}^n P(B | A_i)P(A_i)}$$

Bayes formülünü kullanarak *testin sonucu pozitif olduğunda* bilgi sonrası olasılıklar;

$$\begin{aligned} P(\text{iyi}|+) &= 0,882 \\ P(\text{kötü}|+) &= 0,118 \end{aligned}$$

olarak ve ilgili beklenen kár değerleri de;

$$\begin{aligned} BD(\text{pazarla}|+) &= (3)(0,882) + (-5)(0,118) = 2,06 \text{ birim} \\ BD(\text{hurda}|+) &= (-1)(0,882) + (-1)(0,118) = -1,00 \text{ birim} \end{aligned}$$

olarak hesaplanabilir.

Bayes formülünü kullanarak testin sonucu negatif olduğunda bilgi sonrası olasılıklar;

$$P(\text{iyi}|-) = 0,384 \text{ ve } P(\text{kötü}|-) = 0,616$$

olarak ve ilgili beklenen kár değerleri de;

$$\begin{aligned} BD(\text{pazarla}|-) &= (3)(0,384) + (-5)(0,616) = -1,93 \text{ birim} \\ BD(\text{hurda}|+) &= (-1)(0,384) + (-1)(0,616) = -1,00 \text{ birim} \end{aligned}$$

olarak hesaplanabilir.

Dolayısıyla test sonucu pozitif ise en iyi seçenek parçanın pazara sürülmüşidir ve bu seçenekin beklenen kár değeri de 2,06 birimdir.

Test sonucu negatif ise en iyi seçenek parçanın hurdaya ayrılmasıdır ve bu seçenekin beklenen kár değeri de -1,00 birimdir.

Test yapılmadan önce hesaplanan testin olası iki sonucunun olasılıkları şöyle belirlenebilir:

$$\begin{aligned} P(+)&=P(+|iyi)P(iyi)+P(+|kötü)P(kötü) \\ P(+)&=(0,80)(0,70)+(0,25)(0,30)=0,635 \\ P(-)&=P(-|iyi)P(iyi)+P(-|kötü)P(kötü) \\ P(-)&=(0,20)(0,70)+(0,75)(0,30)=0,365 \end{aligned}$$

Testin yapılması ile beklenen kâr, diğer bir ifade ile örneklem bilgisinden elde edilen kâr aşağıdaki gibi hesaplanır.

Örneklem bilgisinden elde edilen kâr = (+ rapordan sonra en yüksek BD)P(+) + (- rapordan sonra en yüksek BD) P(-)

Örneklem bilgisinden elde edilen kâr = $(2,06)(0,635) + (-1,00)(0,365) = 0,94$ birim

Kısaca EVSI (Expected Value of Sample Information) ile gösterilen **örneklem bilgisinin beklenen değeri**, örneklem bilgisinden elde edilen kâr ile örneklem bilgisi olmadan elde edilen kâr arasındaki farka eşittir.

EVSI= Örneklem bilgisinden elde edilen kâr – Örneklem bilgisi olmadan elde edilen kâr

Örneklem bilgisinin beklenen değeri, karar vericiye son kararını vermeden önce örneklem bilgisini elde etme şansını değerlendiririrse ne kadar iyi durumda olacağını gösterir. Örnek 5.3 için, karar vericinin örneklem bilgisi olmadan elde edebileceği en yüksek kâr 0,60 birimdir. Örneklem bilgisinden elde edilen kâr ise yukarıda hesaplandığı gibi 0,94 birimdir. Buna göre örneklem bilgisinin beklenen değeri de aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$EVSI=0,94-0,60=0,34 \text{ birim}$$

Dolayısıyla işletme yöneticileri test cihazına 0,34 birime kadar ödeme yapmayı kabul edebilir. Test cihazının fiyatının 0,15 olduğu bilindiğine göre işletme test cihazını almalı ve bu cihazla elde edeceği ek bilgilere göre üretilen parçaların pazarlanması ya da hurdaya ayrılmmasına karar vermelidir.

İşletme problemine ilişkin karar ağacı, örneklemden elde edilen bilgiler ışığında Şekil 5.2'deki gibi oluşturulmuştur. Karar ağacının çözümüne ilişkin hesaplamalar yapıldığında, işletmenin test cihazını alarak, cihazdan elde edilecek bilgilere göre karar vermesi durumunda beklenen toplam kârın 0,79 birim olduğu görülmektedir.

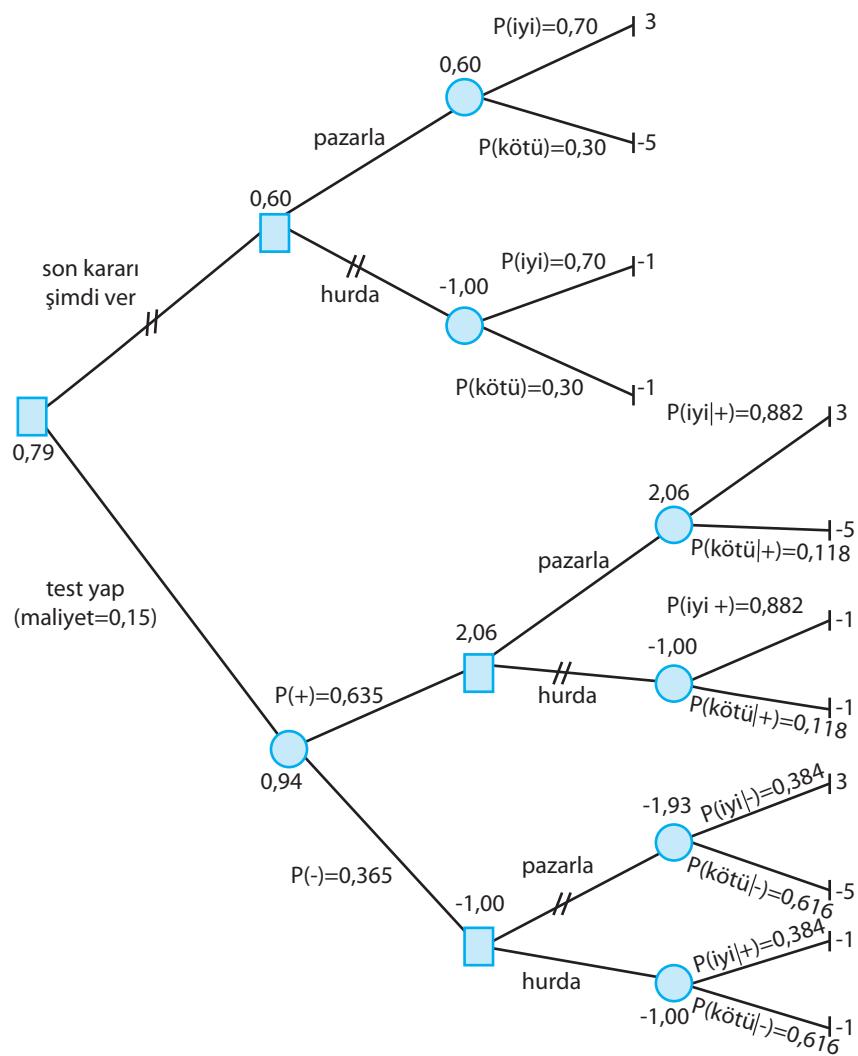
Bir karar probleminde örneklem bilgisinden elde edilen kâr=35 ve örneklem bilgisi olmadan elde edilen kâr =12 olarak hesaplanmıştır. Bu sonuçlara göre örneklem bilgisinin beklenen değeri (EVSI) kaçtır?



SIRA SİZDE

Şekil 5.2

Örnek 5.3 için örneklem bilgisinin beklenen değerine ilişkin karar ağacı



Özet



Karar vermede ek bilginin önemini açıklamak.

Doğru kararlar ancak gelecekte ortaya çıkacak olayların (kontrol edilemeyen değişken ya da doğal durum) ne olacağını, hangi değer ya da durumlar ile ortaya çıkacağını kesin olarak bilmekle mümkün olabilecektir. Ancak gerçek yaşamda geleceği kesin olarak bilmek neredeyse imkansızdır. Bununla birlikte gelecekte ne olacağına, hangi durumlarla karşılaşılacağına ilişkin araştırmalar yardımıyla ek bilgiler elde edilerek belirsizlik düzeyinin olabildiğince azaltılmasına çalışılabilir. Ancak ek bilgi elde etmenin de bir maliyeti olacaktır. Ek bilgi elde etmenin maliyetinin, elde edilen bilginin sağlayacağı kazançtan yüksek olmaması gereklidir.



Tam bilginin beklenen değerini belirlemek.

Tam bilginin beklenen değerini belirlemek için, iki aşamada elde edilen sonuçlar kullanılır. İlk aşamada ek bilgi öncesindeki olasılıklara göre hesaplanan, en iyi seçenekin beklenen kâr değeri belirlenir. Bu değer *risk ortamında beklenen kâr* olarak ifade edilir. İkinci aşamada ise belirsizliğin azaltılması için elde edilen ek bilgi değerleri ve var olan bilgilere göre karar verme problemindeki seçeneklerin beklenen kâr değerleri hesaplanır. Hesaplanan değer *tam bilgi olduğunda beklenen kâr* olarak ifade edilir. Bu hesaplama her bir doğal durumda ortaya çıkacak en iyi değerler ile ilgili doğal durumun olasılıklarının çarpımlarının toplamı biçiminde hesaplanır. İkinci aşamada belirlenen değer ile birinci aşamada belirlenen değer arasındaki fark tam bilginin beklenen değerini verir.



Örneklem bilgisinin beklenen değerini hesaplamak.

Birçok gerçek olayda tam bilgiye ulaşmak mümkün değildir. Ancak karar probleminin doğasına uygun bir araştırma, test, gözlem vb. ile örneklem bilgisine ulaşılabilir. Örneklem bilgisi, başlangıçta mevcut olan bilgilerin daha sağlam, daha gerçekçi bilgilere dönüşmesine katkı sağlar. Bu katkı, başlangıçta mevcut olan doğal durum olasılıklarının yeniden hesaplanmasıyla, diğer bir ifadeyle Bayes teoreminden yararlanılarak gerçekleştirilir. Örneklem bilgisinin beklenen değeri (EVSI) ise aşağıda verilen eşitlik yardımıyla hesaplanır.

EVSI = Örneklem bilgisinden elde edilen kâr – Örneklem bilgisi olmadan elde edilen kâr

Kendimizi Sınayalım

- 1.** Karar verme sürecinde doğal durumlar hakkında elde edilen bilginin tam olduğu duruma ne ad verilir?
- Belirlilik
 - Belirsizlik
 - Beklenen değer
 - Örneklem bilgisinin beklenen değeri
 - Olasılık
- 2.** Geleceğe ilişkin tam bilgiye sahip olan bir karar verici ile ilgili aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
- Karar problemindeki doğal durumların ortaya çıkma olasılıkları eşittir.
 - Karar problemindeki doğal durum sayısı tektiltir.
 - Karar probleminde doğal durum yoktur.
 - Karar probleminde birden fazla doğal durum vardır. ve tüm doğal durumların olasılıkları bilinir.
 - Karar verici risk ortamında karar verecektir.
- 3.** Karar verme problemlerinde önemli olan nokta karar vericinin ek bilgi elde etmek için ödeyebileceği bedelin üst sınırının belirlenmesidir. Aşağıdakilerden hangisi bu sınırı belirler?
- Bilginin değeri
 - Tam bilginin beklenen değeri
 - Araştırmacıların değeri
 - Sonsal olasılık değerleri
 - Geçmiş verilerden derlenen olasılık değerleri
- 4.** Örneklem bilgisi mevcut bilgilerin daha sağlıklı, daha gerçekçi bilgilere dönüşmesine katkı sağlar. Örneklem bilgisi yardımıyla daha sağlıklı bilgiye ulaşabilmek için yapılan hesaplamalarda aşağıdakilerden hangisi **kullanılmaz**?
- Önsel olasılıklar
 - Olabilirlikler
 - Para piyasasına ilişkin olasılıklar
 - Örneklem bilgisinden elde edilen kár
 - Örneklem bilgisi olmadan elde edilen kár
- 5., 6., 7., 8. ve 9. soruları aşağıdaki strateji tablosuna göre cevaplayınız.**

		Doğal Durumlar		
		Yükselen Ekonomik Durumda Getiri P(G)=0,20	Durağan Ekonomik Durumda Getiri P(D)=0,50	Düşen Ekonomik Durumda Getiri P(DŞ)=0,30
Karar Alternatifleri	Tahvil	40	30	5
	Sermaye	70	45	-13
	Müşterek Fon	53	45	-5

- 5.** Risk ortamında beklenen kár aşağıdakilerden hangisidir?
- 25
 - 31
 - 31,6
 - 25,1
 - 32,6
- 6.** Tam bilgi durumunda beklenen değer aşağıdakilerden hangisidir?
- 38
 - 25
 - 32
 - 31,6
 - 25,1
- 7.** Tam bilginin beklenen değeri aşağıdakilerden hangisidir?
- 4
 - 6,5
 - 12,9
 - 13
 - 5,4
- 8.** Bir işletme yeni ürününü piyasaya sürmeden önce ürüne ne kadar talep olacağını belirlemek istemektedir. Geçmişte benzer ürünlerde olan talep olasılıkları %80 yüksek talep, %20 düşük talep olarak ortaya çıkmıştır. Bununla birlikte işletme yöneticileri bir anket ile ön araştırma yapıp, ürüne potansiyel talep olasılığını daha sağlıklı olarak belirlemek istemektedir. Bu amaçla bir anket firmasıyla anlaşma yapmıştır. Anket firmasının geçmiş çalışmaları anket firmasının sonuçlarına ne kadar güvenileceğini göstermektedir. Buna göre anket firmasının verdiği rapor olumlu (+) iken gerçek piyasada da yüksek taleple karşılaşma olasılığının %90 olduğu bilinmektedir. Anket firmasının verdiği rapor olumsuz (-) iken gerçek piyasada da düşük taleple karşılaşma olasılığının %80 olduğu görülmüştür.

Bu verilere göre aşağıdakilerden hangisi Bayes formülü ile yapılacak hesaplamalarda kullanılan *olabilirliklerden* biri **değildir**?

- $P(+|\text{yüksek talep})=0,90$
- $P(-|\text{düşük talep})=0,10$
- $P(+|\text{düşük talep})=0,20$
- $P(-|\text{yüksek talep})=0,10$
- $P(-|\text{düşük talep})=0,80$

9. 8. Soruda verilen “geçmişte benzer ürünlere olan talep olasılıkları %80 yüksek talep, %20 düşük talep olarak ortaya çıkmıştır.” cümlesindeki olasılık değerleri aşağıdakilerden hangisi ile adlandırılmaktadır?

- a. Sonsal olasılıklar
- b. Koşullu olasılıklar
- c. Bağımsız olasılıklar
- d. Önsel olasılıklar
- e. Bağımlı olasılıklar

10. Örneklem bilgisinden elde edilen kâr 24 birim ve örneklem bilgisi olmadan elde edilen kâr 8 birim olarak hesaplanmıştır. Bu sonuca göre örneklem bilgisinin beklenen değeri (EVSI) aşağıdakilerden hangisidir??

- a. 10
- b. 12
- c. 16
- d. 24
- e. 32

Kendimizi Sınavalım Yanıt Anahtarı

1. a Yanınız yanlış ise “Tam Bilginin Beklenen Değeri” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
2. b Yanınız yanlış ise “Tam Bilginin Beklenen Değeri” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
3. b Yanınız yanlış ise “Tam Bilginin Beklenen Değeri” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
4. c Yanınız yanlış ise “Örneklem Bilgisinin Beklenen Değeri” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
5. e Yanınız yanlış ise “Tam Bilginin Beklenen Değeri” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
6. a Yanınız yanlış ise “Tam Bilginin Beklenen Değeri” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
7. e Yanınız yanlış ise “Tam Bilginin Beklenen Değeri” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
8. b Yanınız yanlış ise “Örneklem Bilgisinin Beklenen Değeri” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
9. d Yanınız yanlış ise “Örneklem Bilgisinin Beklenen Değeri” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
10. c Yanınız yanlış ise “Örneklem Bilgisinin Beklenen Değeri” konusunu yeniden gözden geçiriniz.

Sıra Sizde Yanıt Anahtarı

Sıra Sizde 1

Strateji tablosundan problemin kazanç yapılmış olduğu anlaşılıyor. Bu durumda doğal durumun en yüksek değeri bilgi öncesi olasılıklarla çarpılır ve toplanır, elde edilen değer tam bilgi durumunda beklenen değerdir. Bu değer 147 birim olarak hesaplanmıştır.

Doğal Durumlar		Tam Bilgi Durumunda Beklenen Kâr
	İyi Ekonomik Durumda Getiri $P(E+)=0,30$	
Yatırım Aracı1	240	-80
Yatırım Aracı2	280	40
Yatırım Aracı3	160	90
		$(280)(0,30)+(90)(0,70)=147$

Sıra Sizde 2

Strateji tablosunda her bir karar alternatifisi için beklenen değer hesaplanır. Strateji tablosundan problemin kazanç yapılmış olduğu anlaşıldığı için beklenen değerlerden en büyüğü seçilir ve tam bilgi durumunda beklenen değerden farkı tam bilginin beklenen değerini verir. Bu değer 112 birim ile Yatırım Aracı2'ye aittir. Sıra Sizde 1'de tam bilgi durumunda beklenen değer 147 birim olarak hesaplanmıştır. Buna göre tam bilginin beklenen değeri $147-112=35$ birim olacaktır.

Doğal Durumlar		Beklenen Değer
	İyi Ekonomik Durumda Getiri $P(E+)=0,30$	
Yatırım Aracı1	240	-80
Yatırım Aracı2	280	40
Yatırım Aracı3	160	90
		$(240)(0,30)+(-80)(0,70)=16$
		$(280)(0,30)+(40)(0,70)=112$
		$(160)(0,30)+(90)(0,70)=111$

Sıra Sizde 3

Karar probleminde örneklem bilgisinden elde edilen kâr=35 ve örneklem bilgisi olmadan elde edilen kâr =12 olduğuna göre; $(EVSI)=35-12=23$ olarak hesaplanır

Yararlanılan ve Başvurulabilecek Kaynaklar

- Aitchison, J. (1970). **Choice Against Chance: An Introduction to Statistical Decision Theory**, Addison-Wesley, United Kingdom.
- Aladağ, Z. (2011). **Karar Teorisi**, Umuttepe Yayınları, Kocaeli.
- Bağırkan, Ş. (1983). **Karar Verme**, Der Yayınları, İstanbul.
- Bunn, D. (1982). **Analysis of Optimal Decisions**, John Wiley, USA.
- Erdoğan, Ş. (2003). **Karar Kuramına Giriş**, Ders Notları, Eskişehir.
- French, S. (1986). **Decision Theory**, John Wiley, USA.
- Goodwin, P. and Wright, G. (2004). **Decision Analysis for Management Judgment**, 3rd edition, Chichester: Wiley, USA.
- Hammond, J.S., Keeney, R.L. ve Raiffa, H. (2002). **Smart Choices: A Practical Guide to Making Better Decisions**, Harvard Business School Press, USA.
- Harnett, D.L. (1982). **Statistical Methods**, Addison Wesley, USA.
- Huber, P.J. (2011). **Data Analysis What Can Be Learned from the Past 50 Years**, Wiley, USA.
- Kara, İ. (1985). **Karar ve Oyun kuramıyla İlgili Başlangıç Bilgiler (Ders Notları)**, Anadolu Üniversitesi Yayınları, No 65, Eskişehir.
- Lind, D., Marchal, W.G., ve Wathen, S.A. (2005). **Statistical Techniques in Business And Economics**, McGraw-Hill Irwin, USA.
- Lindley, D.V. (1971). **Making Decisions**, John Wiley, USA.
- Schlaifer, R. (1969). **Analysis of Decisions Under Uncertainty**, McGraw-Hill, USA.
- Sullivan, M. (2005). **Fundamentals of Statistics**, Pearson Prentice Hall, USA.
- Taylor III, B.W. (2010). **Introduction to Management Science**, Tenth Edition, Pearson, USA.
- Turanlı, M. (1988). **Pazarlama Yönetiminde Karar Alma**, Beta Basım, İstanbul.
- Şıklar, E.İ. (2001). **Karar Kuramı**, Yayımlanmamış Ders Notları, Eskişehir.
- Winkler, R.L. (1972). **Introduction to Bayesian Inference and Decision**, Rinehart and Winston, USA.

6

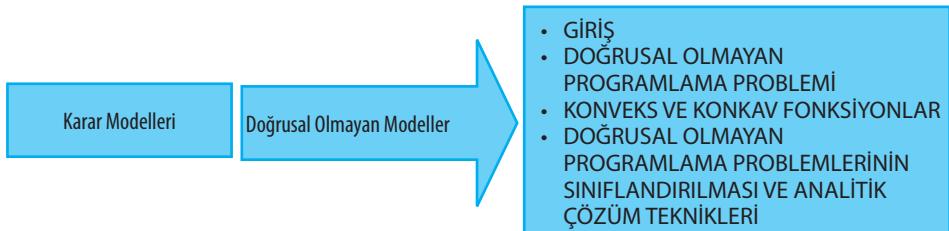
Amaçlarımız

- Bu üniteyi tamamladıktan sonra;
- 🕒 Doğrusal olmayan programlama problemini tanımlayabilecek,
 - 🕒 Konveks ve konkav fonksiyonları açıklayabilecek,
 - 🕒 Doğrusal olmayan programlama problemlerini sınıflandırabilecek bilgi ve becerilere sahip olabileceksiniz.

Anahtar Kavramlar

- Doğrusal Olmayan Programlama Problemi
- Mutlak ve Yerel En İyi Noktalar
- Gradyan Vektörü
- Hessian Matrisi
- Matris Belirliliği
- Konveks Fonksiyonlar
- Konkav Fonksiyonlar
- Lagrange Çarpanı

İçindekiler



Doğrusal Olmayan Modeller

GİRİŞ

İnsanoğlu tarih boyunca, mevcut kaynakların en iyi kullanımı yardımıyla fiziksel çevresi hakkında bilgi edinmeye çalışmıştır. Kısıtlı olan bu kaynakların en iyi şekilde kullanımı potansiyel olarak zordur. İnsanoğlu günlük yaşamın mühendislik, işletme ve ekonomi gibi farklı alanlarında en iyi ve en kötü durumları belirlemeye yönelik problemlerle sürekli olarak karşı karşıya kalmaktadır. Bu türden problemlere çözüm bulmak için optimizasyon teorisi geliştirilmiştir. Optimizasyon teorisi, belirli bir amaç doğrultusunda ve belirli kısıtlar altında mevcut alternatifler arasından en iyisinin seçilmesi ile ilgilenir.

Optimizasyon teorisinin ilgilendiği problemlerin önemli bir kısmı kısıt ya da amaç fonksiyonlarından herhangi birinin doğrusal olmayan bir fonksiyon formunda olduğu problemlerdir. Doğrusal olmayan programlama problemi, kısıt fonksiyonuna sahip olup olmamasına göre kısıtlı veya kısıtsız optimizasyon problemi olarak adlandırılır.

Bu ünitede, doğrusal olmayan programlama probleminin tanımı yapılarak bu türden problemlere ilişkin matematiksel alt yapı ile çözüm yöntemleri ele alınmıştır.

DOĞRUSAL OLMAYAN PROGRAMLAMA PROBLEMİ

Gerçek hayatta karşılaşılan çoğu problem için oluşturulan modelin amaç fonksiyonu ve kısıtlarının tümünde doğrusal ilişkileri gözlemlemek zordur. Doğrusal olmayan programlama modeli amaç ya da kısıtlarından herhangi birinin doğrusal olmadığı modeldir. Doğrusal olmayan programlama modelinin genel ifadesi;

karar değişkenleri (x_1, x_2, \dots, x_n) karşılaştırma işaretlerinden ($\leq, =, \geq$) biri ve Amaç Max (Enbüyük) veya Min (Enküçük)'den biri olmak üzere kısıtlar

$$\begin{aligned} g_1(x_1, x_2, \dots, x_n) & (\leq, =, \geq) b_1 \\ g_2(x_1, x_2, \dots, x_n) & (\leq, =, \geq) b_2 \\ & \vdots \\ g_m(x_1, x_2, \dots, x_n) & (\leq, =, \geq) b_m \end{aligned}$$

Amaç

$$\text{Max (Min)} Z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

biçimindedir.

Kısıtları bulunmayan doğrusal olmayan programlama problemi ise *kısıtsız doğrusal olmayan programlama problemi* olarak adlandırılır.

Doğrusal olmayan programlama probleminin yapısına açıklık kazandırmak için ilgili bir örnek (Winston, 2004, s.617) aşağıdaki gibi verilebilir:

ÖRNEK 6.1

Bir işletme K birim hammadde ve L birim iş gücü kullanarak toplam KL adet ürün üretmektedir. Birim ürün başına hammadde maliyeti 4 TL ve iş gücü maliyeti ise 1 TL'dir. Bu üretim için işletmenin ayırdığı toplam bütçe 8 TL'dir. İşletme üretim miktarını maksimum yapan girdi (hammadde ve iş gücü) miktarlarını bulmak istemektedir. Probleme ilişkin karar modeli nedir?

Çözüm 6.1:

Probleme ilişkin doğrusal olmayan karar modelini oluşturabilmek için doğrusal programlamada yapıldığı gibi öncelikle karar değişkenleri tanımlanır. Örneğimizde işletme, toplam üretimi maksimum (en büyük) yapan girdi miktarlarını belirlemek istediği göre, probleme ilişkin karar değişkenleri;

K: hammadde miktarı,

L: iş gücü miktarı

olarak tanımlanabilir. Bu karar değişkenleriyle probleme ilişkin doğrusal olmayan karar modeli;

$$4K + L \leq 8$$

$$K \geq 0, L \geq 0$$

kısıtları altında

$$\text{Max } Z = KL$$

biçiminde yazılır. Görüldüğü üzere, problemin kısıt fonksiyonu doğrusal olmakla birlikte amaç fonksiyonu doğrusal değildir.

SIRA SİZDE

1

Bir üretici, birim maliyetleri taban alanı için 1 TL/cm^2 , kenar alanları için 2 TL/cm^2 ve üst alanı için 5 TL/cm^2 olan dikdörtgen prizma şeklinde kutular üretmektedir. Kutunun toplam alanının 192 cm^2 ve toplam maliyetin minimum olması istenmektedir. Buna göre probleme ilişkin doğrusal olmayan modeli kurunuz.

Doğrusal ve Doğrusal Olmayan Programlama Modelleri Arasındaki Farklılıklar

Doğrusal ve doğrusal olmayan programlama modelleri arasındaki temel farklılıklar aşağıdaki gibi özetlenebilir:

- Daha önce de ifade edildiği gibi iki tür model arasındaki en temel fark, doğrusal modelde amaç ve kısıt fonksiyonlarının tamamı doğrusal fonksiyonlar iken, doğrusal olmayan modellerde amaç veya kısıt fonksiyonlarından en az biri doğrusal olmayan bir fonksiyon formundadır.
- Doğrusal bir modelde en iyi çözüm daima uygun çözüm bölgesinin uç noktası olurken, bu durum doğrusal olmayan modeller için geçerli değildir. Bazı doğrusal olmayan modellerin en iyi çözümü, uygun çözüm bölgesinin içinde yer alan bir iç noktadır.
- Doğrusal olmayan programlama modellerinin kurulumu genellikle doğrusal programlama modellerinin kurulumuna göre daha zordur. Çoğunlukla, doğrusal olmayan modellerde amaç veya kısıt fonksiyonlarının matematiksel şekli bilinmez. Bu

durumda modelin kurulabilmesi için eldeki veriye en uygun fonksiyon formunun belirlenmesi gerekebilir.

- Doğrusal programlama modeli için en iyi çözümü bulmada kullanılacak birden çok algoritma bulunmaktadır. Doğrusal olmayan programlama modelleri için amaç ve kısıt fonksiyonlarının matematiksel formuna göre geliştirilmiş algoritmalar bulunmakla birlikte, analitik yöntemlerle çözülemeyen doğrusal olmayan modeller için yaklaşık çözüm teknikleri kullanılmaktadır.

Doğrusal olmayan programlama problemlerinin çözümünde genel bir yöntem bulunmamaktadır. Problemin kısıtlı ve kısıtsız olmasına göre farklı çözüm yaklaşımıları kullanılabilir. Doğrusal olmayan programlama problemlerinin çözüm yaklaşımı öncesinde konuya ilişkin bazı temel kavramlar izleyen kesimde ele alınmıştır.

Temel Kavramlar

Doğrusal olmayan programlama problemlerinin çözüm yaklaşımlarında yer alan temel kavramlar; uygun çözüm bölgesi, en iyi çözüm, mutlak ve yerel en iyi noktalar, Gradyan Vektörü, Hessian Matrisi, asal minör, matris belirliliği biçiminde sıralanabilir. İzleyen kesimde bu kavramların ayrıntılarına yer verilmiştir.

Uygun Çözüm Bölgesi

Doğrusal olmayan programlama problemine ait uygun çözüm bölgesi, problemdeki m tanesi kısıtı sağlayan (x_1, x_2, \dots, x_n) noktalarının kümesidir. Uygun çözüm bölgesindeki bir nokta *uygun noktası*, uygun çözüm bölgesinde yer almayan bir nokta ise *uygun olmayan noktası* olarak adlandırılır.

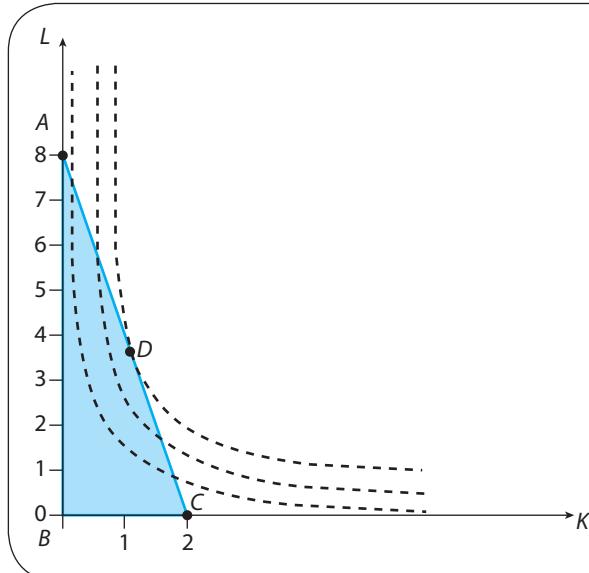
En İyi Çözüm

Doğrusal olmayan bir maksimizasyon probleminde, uygun çözüm bölgesinde yer alan herhangi bir \bar{x} noktası alınınsın. Uygun çözüm bölgesindeki tüm x noktaları için $f(\bar{x}) \geq f(x)$ oluyorsa, \bar{x} noktası bu problemin en iyi çözümüdür. Minimizasyon probleminde ise, tüm uygun x noktaları için $f(\bar{x}) \leq f(x)$ oluyorsa bu durumda \bar{x} en iyi çözümüdür.

Örnek 6.1'de ele alınan üretim miktarını maksimum yapan girdi birleşimi probleminin geometrik gösterimi Şekil 6.1'de verilmiştir. Şekil 6.1, Örnek 6.1'deki problemin uygun çözüm bölgesini geometrik olarak (ABC üçgeni ile sınırlı) göstermektedir. Problemin en iyi çözümü $(K, L) = (1, 4)$ ve amaç fonksiyonu değeri $Max Z = 4$ olmaktadır. Problemin amaç fonksiyonu doğrusal olmadığından en iyi çözüm uygun çözüm bölgesinin üç noktası olmayan D noktasında bulunmaktadır.

Şekil 6.1

Doğrusal Olmayan Modelin Uygun Çözüm Bölgesi



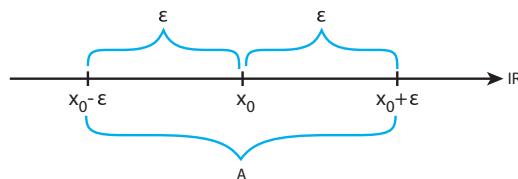
Mutlak ve Yerel En İyi (Optimum) Noktalar

$f(x)$, $S \subseteq \mathbb{R}^n$ kümesinde tanımlı bir fonksiyon olmak üzere, bir $\varepsilon > 0$ sayısı için x_0 'ın S kümesindeki ε komşuluğu

$$A = \{x \mid |x - x_0| \leq \varepsilon, x \in S\}$$

olarak tanımlanır.

$S = \mathbb{R}$ için x_0 'ın ε komşuluğu



şeklinde gösterilir.

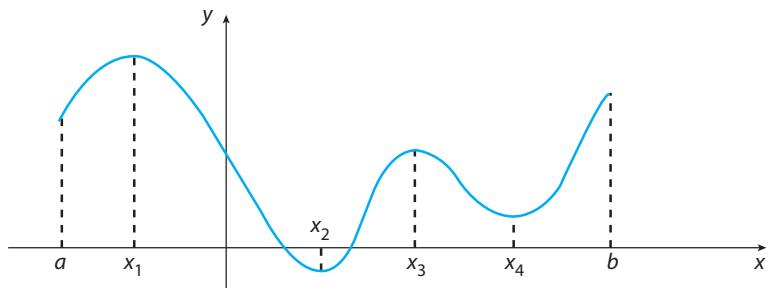
$f: S \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu verilsin. $x_0 \in S$ için x_0 'ın ε komşuluğu A olsun.

- A'daki tüm x 'ler için $f(x_0) \leq f(x)$ ise, $f(x)$ fonksiyonu $x = x_0$ 'da yerel minimum,
- S'deki tüm x 'ler için $f(x_0) \leq f(x)$ ise, $f(x)$ fonksiyonu $x = x_0$ 'da mutlak minimum,
- A'daki tüm x 'ler için $f(x_0) \geq f(x)$ ise, $f(x)$ fonksiyonu $x = x_0$ 'da yerel maksimum,
- S'deki tüm x 'ler için $f(x_0) \geq f(x)$ ise, $f(x)$ fonksiyonu $x = x_0$ 'da mutlak maksimum değerini alır.

Grafiği Şekil 6.2'de verilen $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonunu göz önüne alalım:

Şekil 6.2

$f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$
fonksiyonunun grafiği



a, x_1, x_3, b fonksiyonun yerel maksimum ve x_2, x_4 yerel minimum noktalarıdır. Tanım aralığı içindeki tüm x değerleri için maksimum değer $x = x_1$ noktasında elde edildiğinden x_1 noktası fonksiyonun mutlak maksimum noktası ve tanım aralığı içindeki tüm x değerleri için minimum değer $x = x_2$ noktasında elde edildiğinden x_2 noktası fonksiyonun mutlak minimum noktasıdır.

Gradyan Vektörü

$S \subseteq \mathbb{R}^n$ kümesi üzerinde tanımlı ve gerçek değerli bir $f(X) = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ fonksiyonu ikinci dereceden türevlenebilir bir fonksiyon olmak üzere, f fonksiyonunun birinci dereceden kısmi türevlerinin yer aldığı vektöre *Gradyan Vektörü* denir ve

$$\Delta f(X) = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n} \right)$$

şeklinde yazılır.

$f(x, y) = 3x^3y^3 - 9x^2y$ fonksiyonunun gradyan vektörünü bulalım.

ÖRNEK 6.2
Çözüm 6.2:

İki değişkenli f fonksiyonunun gradyan vektörünü bulabilmek için fonksiyonun x ve y değişkenlerine göre birinci dereceden kısmi türevlerine ihtiyacımız vardır.

$$\Delta f(x, y) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right) = (9x^2y^3 - 18xy, 9x^3y^2 - 9x^2)$$

Hessian Matrisi

$S \subseteq \mathbb{R}^n$ kümesi üzerinde tanımlı ve gerçek değerli bir f fonksiyonu ikinci dereceden türelenebilir bir fonksiyon olmak üzere, f fonksiyonunun ikinci dereceden kısmi türevlerinin oluşturduğu $n \times n$ boyutlu kare matrise f fonksiyonunun *Hessian Matrisi* denir ve

$$\nabla^2 f(X) = H_f = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{bmatrix}$$

Transpozisi kendisine eşit olan matrise simetrik matris denir.

Örneğin $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 4 \\ 5 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ matrisi

simetrik bir matristir.

şeklinde yazılır. Hessian matrisi simetrik bir matristir.

$f(x, y) = 3x^3y^3 - 9x^2y$ fonksiyonunun Hessian matrisini bulalım.

ÖRNEK 6.3
Çözüm 6.3:

Örneğimizdeki f fonksiyonu iki değişkenli olduğundan 2×2 boyutlu Hessian Matrisinin genel ifadesi

$$\nabla^2 f(X) = H_f = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \end{bmatrix}$$

biçiminde olacaktır.

f fonksiyonunun birinci dereceden kısmi türevleri,

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 9x^2y^3 - 18xy \quad \text{ve} \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 9x^3y^2 - 9x^2$$

f fonksiyonunun ikinci dereceden kısmi türevleri ise sırasıyla;

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 18xy^3 - 18y \quad \text{ve} \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 18x^3y$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 27x^2y^2 - 18x \quad \text{ve} \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = 27x^2y^2 - 18x$$

olduğuna göre, fonksiyonun Hessian matrisi

$$\nabla^2 f(X) = H_f = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18xy^3 - 18y & 27x^2y^2 - 18x \\ 27x^2y^2 - 18x & 18x^3y \end{bmatrix}$$

şeklinde yazılır.

SIRA SİZDE



$f(x,y) = 2x^2y^2 - 6xy + 3x - 5y$ fonksiyonunun (1,2) noktasındaki Gradyan vektörü ve Hessian matrisi değerini bulunuz.

2

Asal Minör

$n \times n$ boyutlu bir kare matriste $(n - i)$ satır ile $(n - i)$ sütun silindiğinde elde edilen $i \times i$ boyutlu matrisin determinantına matrisin i 'inci asal minörü denir.

ÖRNEK 6.4

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \\ -1 & 5 & 3 \end{bmatrix} \text{ matrisinin asal minörlerini bulalım.}$$

Çözüm 6.4:

A matrisinin birinci asal minörleri sırasıyla; 2, 1 ve 3'tür.

Matrisin ikinci asal minörleri aşağıdaki gibidir:

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -1, \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 8 \quad \text{ve} \quad \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} = -17.$$

Matrisin üçüncü asal minörü ise matrisin determinantına, $|A| = -43$, eşittir.

Başta Gelen Asal Minör

$n \times n$ boyutlu bir kare matriste son $(n - k)$ satır ile son $(n - k)$ sütun silindiğinde elde edilen $k \times k$ boyutlu matrisin determinantına matrisin k 'inci başta gelen asal minörü denir.

Bir Hessian matrisinin k 'inci başta gelen asal minörünün (x_1, x_2, \dots, x_n) noktasındaki değeri $H_k(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ile gösterilir.

ÖRNEK 6.5

$f(x, y) = x^3 + 2xy + 3y^2$ fonksiyonu için 1'inci ve 2'inci başta gelen asal minörleri bulalım.

Çözüm 6.5:

$$\nabla^2 f(X) = H_f = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6x & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$$

1'inci başta gelen asal minör, 2. satır ve 2. sütunun silinmesiyle elde edilen $[6x]$ matrisinin determinantı olup $6x$ 'dır.

Benzer biçimde; 2'inci başta gelen asal minör, $\begin{bmatrix} 6x & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$ matrisinin determinantı olup $6x(6) - 2(2) = 36x - 4$ 'dür.

Matris Belirliliği

Bir A matrisi $n \times n$ boyutlu ve simetrik bir matris olsun.

- A matrisinin tüm k. başta gelen asal minörleri sıfırdan büyük (> 0) ise A matrisi *pozitif belirlidir*.
- A matrisinin tüm k. başta gelen asal minörleri negatif değil (≥ 0) ise A matrisi *pozitif yarı-belirlidir*.
- A matrisinin tüm k. başta gelen asal minörü sıfırdan farklı ve $(-1)^k$ ile aynı işaretre sahip ise (asal minörlerin işaretleri $-$, $+$, $-$, $+$, ... şeklinde ise) A matrisi *negatif belirlidir*.
- A matrisinin her tek sıralı k. başta gelen asal minörü pozitif değil (≤ 0) ise ve her çift sıralı k. başta gelen asal minörü negatif değil (≥ 0) ise aynı zamanda sıfırdan farklı her asal minörünün işaretleri $(-1)^k$ ile aynı işaretre sahip ise A matrisi *negatif yarı-belirlidir*.
- Yukarıdaki durumların dışında A matrisi *belirsizdir*.

KONVEKS VE KONKAV FONKSİYONLAR

Doğrusal olmayan programlama problemlerinde konveks ve konkav fonksiyonlar önemli bir yere sahiptir. Konveks ve konkav fonksiyonların tanımına geçmeden önce, konveks küme tanımına deşinelim.

$S \subseteq \mathbb{R}^n$ kümelerindeki her $x', x'' \in S$ ve $0 \leq \lambda \leq 1$ değeri için, $\lambda x' + (1 - \lambda) x'' \in S$ oluyor ise S kümelerine *konveks küme* denir.

$f(X) = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, konveks bir S kümelerinin tüm $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ noktaları için tamlı bir fonksiyon olsun. S konveks kümelerindeki herhangi iki $x' \in S$ ve $x'' \in S$ noktası ve $0 \leq \lambda \leq 1$ değeri için,

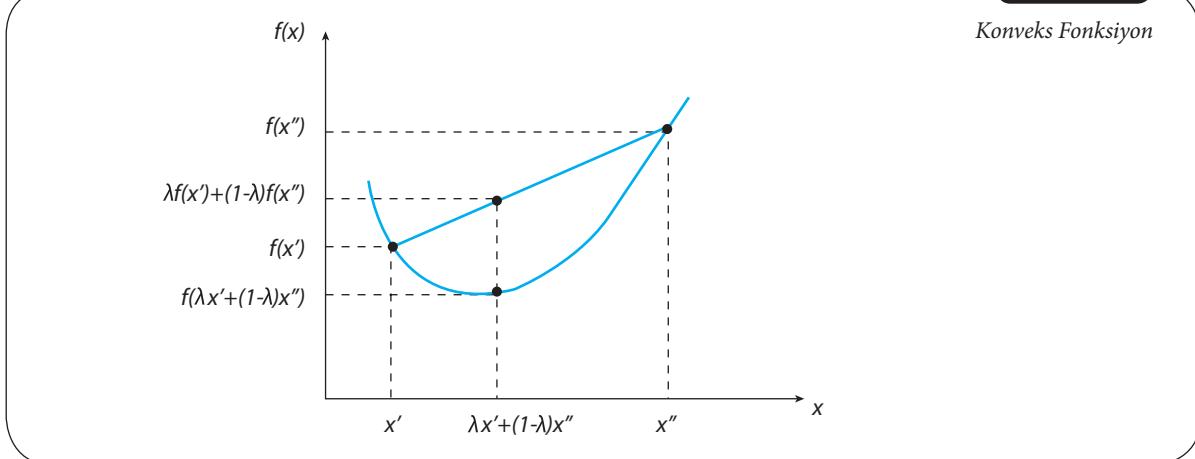
$$f(\lambda x' + (1 - \lambda) x'') \leq \lambda f(x') + (1 - \lambda) f(x'')$$

oluyorsa, f fonksiyonuna S kümeleri üzerinde bir *konveks fonksiyon* denir. Eğer

$f(\lambda x' + (1 - \lambda) x'') < \lambda f(x') + (1 - \lambda) f(x'')$ ise, f fonksiyonuna S kümeleri üzerinde *kesin konveks fonksiyon* denir.

Konveks fonksiyon tanımını daha anlaşılır kilmak için grafiği Şekil 6.3'de verilen tek değişkenli bir $y = f(x)$ fonksiyonunu ele alalım. $y = f(x)$ eğrisi üzerinde yer alan herhangi iki noktayı birleştiren doğru parçası daima fonksiyonun büküm noktasının üzerinde kalıyorsa $y = f(x)$ fonksiyonu konvektir.

Şekil 6.3



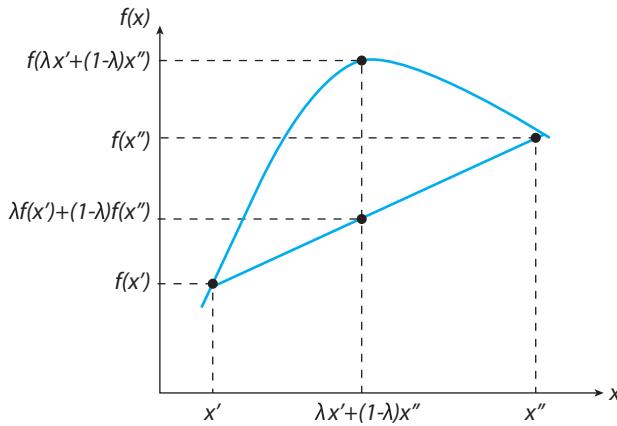
S konveks kümesindeki herhangi iki $x', x'' \in S$ noktaları ve $0 \leq \lambda \leq 1$ değeri için,

$$f(\lambda x' + (1 - \lambda)x'') \geq \lambda f(x') + (1 - \lambda)f(x'')$$

oluyorsa, f fonksiyonuna S kümesi üzerinde *konkav fonksiyon* denir. Eğer $f(\lambda x' + (1 - \lambda)x'') > \lambda f(x') + (1 - \lambda)f(x'')$ ise, f fonksiyonuna S kümesi üzerinde *kesin konkav fonksiyon* denir.

Şekil 6.4

Konkav Fonksiyon



$y = f(x)$ eğrisi üzerinde yer alan herhangi iki noktayı birleştiren doğru parçası daima eğrinin büküm noktasının altında kalıyor ise $y = f(x)$ fonksiyonu konkavdır. Tek değişkenli bir konkav fonksiyon grafiği Şekil 6.4'de gösterilmiştir.

Bir fonksiyonun konveks veya konkav olup olmadığını tanımdan hareketle söylemek son derece güçtür. Tek değişkenli fonksiyonların konveks veya konkavlığı araştırılırken fonksiyonun ikinci türevinden, çok değişkenli ikinci dereceden türevlenebilir fonksiyonlar için ise Hessian matrisinden faydalananır (Erdoğan ve Alptekin, 2006, s.13).

Tek değişkenli bir $y = f(x)$ fonksiyonunun konveks mi yoksa konkav mı olduğuna bakalım.

$y = f(x)$ fonksiyonu S konveks kümesi üzerinde ikinci dereceden türevlenebilir bir fonksiyon olduğunda;

Tüm $x \in S$ 'ler için $f''(x) \geq 0$ ise $f(x)$ fonksiyonu konvektir.

Eğer tüm $x \in S$ 'ler için $f''(x) \leq 0$ ise $f(x)$ ise fonksiyonu konkavdır.

ÖRNEK 6.6

Gerçel sayılar ($S = \mathbb{R}$) kümesi üzerinde tanımlı $f(x) = x^2 - 2x$ ve $S = (0, \infty)$ aralığı üzerinde tanımlı $g(x) = \sqrt{x}$ fonksiyonlarının konveks veya konkavlığını inceleyelim.

Çözüm 6.6:

Fonksiyonların konveksliğini veya konkavlığını incelemek için öncelikle ikinci dereceden türevleri alınır.

$f''(x) = 2 \geq 0$ olduğuna göre f fonksiyonu \mathbb{R} de konveks bir fonksiyondur. $g''(x) = -\frac{1}{4}x^{-3/2} \leq 0$ olduğundan g fonksiyonu tanımı olduğu $(0, \infty)$ aralığı üzerinde konkav bir fonksiyondur.

Şimdi de çok değişkenli bir fonksiyonun konveks veya konkav olup olmadığına bakalım.

Bir $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ fonksiyonu konveks $S \subseteq \mathbb{R}^n$ kümesinde tanımlı ve ikinci dereceden türevlenebilir bir fonksiyon olsun. f fonksiyonunun konveks veya konkav olması için gerek ve yeter şartlar aşağıda verilmiştir.

- f fonksiyonunun konveks olması için gerek ve yeter şart her $X \in S$ için Hessian matrisinin pozitif yarı-belirli olmasıdır. Eğer konveks S kümesi üzerinde tanımlı f fonksiyonun Hessian matrisi her $X \in S$ için pozitif belirli ise f fonksiyonu kesin konvekstir.
- f fonksiyonunun konkav olması için gerek ve yeter şart her $X \in S$ için Hessian matrisinin negatif yarı-belirli olmasıdır. Eğer konveks S kümesi üzerinde tanımlı f fonksiyonun Hessian matrisi her $X \in S$ için negatif belirli ise f fonksiyonu kesin konkavdır.

ÖRNEK 6.7

\mathbb{R}^3 de tanımlı $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3$ fonksiyonunun konveks mi yoksa konkav mı olduğunu inceleyelim.

Çözüm 6.7:

Fonksiyonun birinci dereceden kısmi türevleri sırasıyla

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = 2x_1 + 2x_2 + 2x_3, \quad \frac{\partial f}{\partial x_2} = 4x_2 + 2x_1 \quad \text{ve} \quad \frac{\partial f}{\partial x_3} = 6x_3 + 2x_1 \quad \text{olduğundan } f \text{ fonksiyonu}$$

nun Hessian matrisi $\nabla^2 f(X) = H_f = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & 6 \end{bmatrix}$ olur. Hessian matrisinin 1. başta gelen

asal minörü $2 > 0$, 2. başta gelen asal minörü $4 > 0$ ve 3. başta gelen asal minörü $8 > 0$ olduğundan, Hessian matrisi pozitif belirlidir. Bu durumda f fonksiyonu kesin konvekstir.

ÖRNEK 6.8

\mathbb{R}^2 de tanımlı $f(x_1, x_2) = 2x_1 - x_2 - x_1^2 + 2x_1x_2 - x_2^2$ fonksiyonunun konveks mi yoksa konkav mı olduğunu inceleyelim.

Çözüm 6.8:

Fonksiyonun Hessian matrisi $H_f = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ olarak bulunur. Matrisin 1. başta gelen asal minörü $-2 < 0$ ve 2. başta gelen asal minörü 0 olduğuna göre, matris negatif yarı-belirlidir. Bu durumda f fonksiyonu konkavdır.

ÖRNEK 6.9

\mathbb{R}^2 de tanımlı $f(x_1, x_2) = 2x_1^2 + x_1x_2 - 3x_1 + x_2$ fonksiyonunun konveks mi yoksa konkav mı olduğunu inceleyelim.

Çözüm 6.9:

Fonksiyonun Hessian matrisi $H_f = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ dir. Matrisin 1. başta gelen asal minörü $4 > 0$ ve 2. başta gelen asal minörü $-1 < 0$ olduğuna göre, matris belirsizdir. Bu durumda $f(x_1, x_2) = 2x_1^2 + x_1x_2 - 3x_1 + x_2$ fonksiyonu ne de konveks ne de konkav bir fonksiyondur.

Konveks ve konkav fonksiyonların sahip olduğu özellikler aşağıdaki gibidir:

- Doğrusal bir fonksiyon hem konveks hem de konkavdır.
- Konveks fonksiyonların toplamı konveks, konkav fonksiyonların toplamı da yine konkav bir fonksiyondur.
- $f(x)$ konveks iken $-f(x)$ konkav, $f(x)$ konkav iken $-f(x)$ konveks bir fonksiyondur.
- Bir fonksiyon tanım kümesinin bir alt kümesinde konveks iken, tanım kümesinin diğer bir alt kümesinde konkav olabilir.

DOĞRUSAL OLMAYAN PROGRAMLAMA PROBLEMLERİNİN SINİFLANDIRILMASI VE ANALİTİK ÇÖZÜM TEKNİKLERİ

Doğrusal olmayan programlama problemleri; problemin kısıtlarının olup olmamasına, amaç fonksiyonu ve kısıtların yapısına, amaç ve kısıt fonksiyonlarının ayrılabılır fonksiyonlar cinsinden ifade edilip edilmeklerine göre farklı sınıflarda incelenir. Genel olarak doğrusal olmayan programlama problemleri, problemin kısıtlarının olup olmamasına göre;

- *Kısıtsız Optimizasyon,*
- *Kısıtlı Optimizasyon*

büçümde sınıflandırılabilir.

Doğrusal programlama problemlerinin çözümünde kullanılan *Simpleks Yöntemi* gibi doğrusal olmayan programlama problemlerinin hepsini çözen genel bir yöntem bulunmamaktadır. Farklı tipteki doğrusal olmayan programlama problemlerin çözümleri için farklı yöntemler geliştirilmiştir.

Kısıtsız Optimizasyon ve Analitik Çözüm Teknikleri

Kısıtsız bir optimizasyon problemi yalnızca amaç fonksiyonunun maksimize veya minimize edilmeye çalışıldığı ve kısıtların bulunmadığı bir problemdir. Kısıtsız bir optimizasyon problemi $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ve $f: S \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$\text{Max}(Min)Z = f(X) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

şeklinde yazılır. En iyi çözümü araştırılan fonksiyonun birden fazla en büyük ve birden fazla en küçük noktası bulunabilir. En iyi çözümü bulmak için maksimizasyon problemi ise fonksiyonun tüm yerel maksimum, minimizasyon problemi ise tüm yerel minimum noktalarının belirlenmesi gerekmektedir. Bu kitapta kısıtsız problemlerin yalnızca analitik çözümlerine degeinilecektir. Analitik yöntemlerle çözülemeyen problemler için yaklaşık çözüm yöntemlerine başvurulur. Tek değişkenli fonksiyonlarda yaklaşık çözüm teknikleri; aralığı ikiye bölme, altın oran ve yarı-aralık algoritmaları, çok değişkenli fonksiyonlar için ise gradyan yöntemi ve Newton yöntemi.

KİTAP



Tek ve çok değişkenli kısıtsız problemler için geliştirilen yaklaşık çözüm tekniklerini, N. K. K. Erdoğan ve Nesrin Alptekin tarafından yazılan Lineer Olmayan Programlama Problemleri (2006, Anadolu Üniversitesi Yayınları) adlı kitaptan okuyabilirsiniz.

Kısıtsız problemlerin analitik çözümleri için öncelikle tek değişkenli bir fonksiyonun en iyi çözümü için gerekli ve yeterli koşullar ele alınacaktır.

Tek Değişkenli Modellerin En İyi Çözümünün Bulunması

Öncelikle tek değişkenli kısıtsız bir modelde, verilen tanım kümesinde amaç fonksiyonun maksimum ve minimum noktaları araştırılsın.

$$\text{Max}(Min)f(x)$$

$$x \in [a, b]$$

fonksiyonun maksimum ve minimum noktalarının araştırılmasında izlenecek yol aşağıdaki adımlardan oluşmaktadır:

1. Tek değişkenli bir fonksiyonda $f'(x^*) = 0$ olan $x = x^*$ noktasına kritik nokta denir. Öncelikle tek değişkenli f fonksiyonunda kritik nokta araştırılır. Eğer $x^* \in [a, b]$ ise 2. adıma geçilir. Aksi takdirde, verilen aralıktaki fonksiyonu maksimum veya minimum yapan nokta bulunmamaktadır.

2. Tek değişkenli bir f fonksiyonunun yerel optimallik için gerekli ve yeterli şartları ikinci türev testi yardımıyla bulunur:
 - x^* kritik noktasında $f''(x^*) > 0$ ise, x^* bir yerel minimum,
 - kritik noktasında $f''(x^*) < 0$ ise, x^* bir yerel maksimum noktasıdır.
 - kritik noktasında $f''(x^*) = 0$ ise, x^* ne bir yerel maksimum ne de bir yerel minimum noktasıdır.
3. Fonksiyonun yerel maksimum ve minimum noktalarının birer mutlak maksimum ve minimum olması için gerekli ve yeterli optimallik şartları ise aşağıdaki gibidir:
 - x^* noktası f fonksiyonunun bir yerel minimum noktası olsun. Eğer f fonksiyonu konveks ise bu durumda x^* fonksiyonun bir mutlak minimum noktası,
 - x^* noktası f fonksiyonunun bir yerel maksimum noktası olsun. Eğer f fonksiyonu konkav ise bu durumda x^* fonksiyonun bir mutlak maksimum noktasıdır.

Aşağıda verilen problemin çözümünü bulalım.

ÖRNEK 6.10

$$\begin{aligned} \text{Min } f(x) &= 4x - \frac{x^3}{3} \\ x &\in [-3, 0] \end{aligned}$$

Çözüm 6.10:

$f'(x) = 4 - x^2 = 0 \Rightarrow x = -2$ veya $x = 2$ olur. $-2 \in [-3, 0]$ olduğuna göre bu nokta bir yerel minimum noktası olabilir. Fonksiyonun ikinci türevi alınırsa $f''(x) = -2x$ yazılır. $x = -2$ noktasında $f''(-2) = 4 > 0$ olduğuna göre $x = -2$ bir yerel minimum noktasıdır. Bu noktanın aynı zamanda bir mutlak minimum noktası olup olmadığına bakalım. Bunun için fonksiyonun tanım kümesi üzerinde konveksliğini inceleyelim. $[-3, 0]$ tanım kümesindeki her x için $f''(x) \geq 0$ olduğundan verilen f fonksiyonu tanım kümesi üzerinde konvektir. Bu durumda $x = -2$ noktası fonksiyonun aynı zamanda bir mutlak minimum noktasıdır. $[-3, 0]$ kümesi üzerinde verilen fonksiyonun minimum değeri $f(-2) = -\frac{16}{3}$ olarak bulunur.

Eğer tek değişkenli fonksiyonun tanım aralığı söz konusu değilse, problem aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\begin{aligned} \text{Max}(\text{Min})f(x) \\ x \in \text{IR} \end{aligned}$$

Bu durumda fonksiyonun maksimum veya minimum noktalarının araştırılmasında izlenecek yol, fonksiyonun tanım kümesi üzerinde maksimum veya minimum noktalarının araştırıldığı durumda izlenen yol ile aynıdır. Buradaki tek fark kritik noktanın tanım kümesi içinde yer alma şartına gerek olmamasıdır.

Örnek 6.10'da verilen fonksiyonun minimum veya maksimum noktalarını bulunuz.

ÖRNEK 6.11

Çözüm 6.11:

Bu durumda model

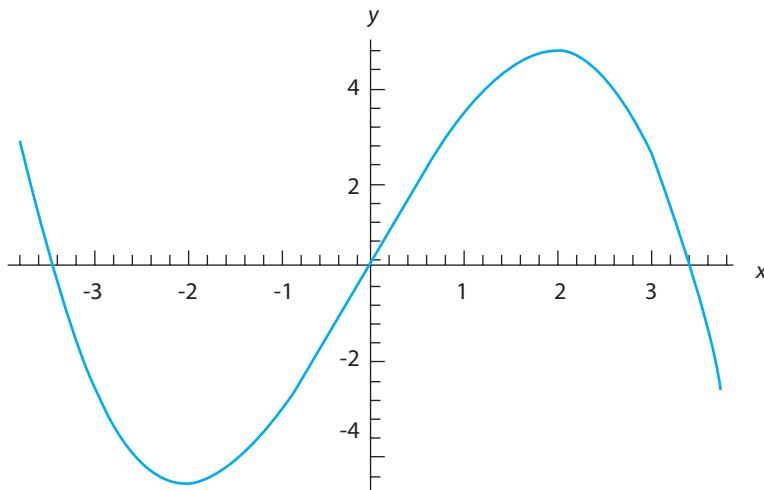
$$\begin{aligned} \text{Min } f(x) &= 4x - \frac{x^3}{3} \\ x &\in \text{IR} \end{aligned}$$

birimde olacaktır.

$f'(x) = 4 - x^2 = 0 \Rightarrow x = -2$ veya $x = 2$ olur. Fonksiyonun ikinci türevi; $f''(x) = -2x$ dir. $x = -2$ noktasında $f''(-2) = 4 > 0$ olduğuna göre $x = -2$ bir yerel minimum noktası ve $f''(2) = -4 < 0$ olduğundan $x = 2$ bir yerel maksimum noktasıdır. $f(x) = 4x - \frac{x^3}{3}$ fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir:

Şekil 6.5

$f(x) = 4x - \frac{x^3}{3}$
fonksiyonunun grafiği



Fonksiyonun grafiğinden de görüleceği üzere, fonksiyon $(-\infty, 0)$ açık aralığında konveks, $(0, \infty)$ açık aralığında ise konkav bir fonksiyondur. Dolayısıyla fonksiyonun tümünün konveksliği ve konkavlığı hakkında bir şey söyleyemeyez.

Çok Değişkenli Modellerin En İyi Çözümünün Bulunması

Çok değişkenli kısıtsız bir modelin gösterimi

$$\begin{aligned} &\text{Max}(Min)f(X) \\ &x \in S \subseteq \mathbb{R}^n \end{aligned}$$

şeklindedir. Verilen çok değişkenli fonksiyonun en iyi noktalarının bulunmasında izlenecek adımlar aşağıdaki gibidir:

1. $\nabla f(X) = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n} \right) = 0$ denklemini sağlayan noktaya kritik nokta denir

ve X^* ile gösterilir. $\nabla f(X^*) = 0$ denklemini sağlayan X^* noktası var ise 2. adıma geçilir. Bu nokta bir yerel maksimum ya da bir yerel minimum noktasıdır. Aksi takdirde, problemin çözümü için yaklaşık çözüm tekniklerine başvurulur.

2. Çok değişkenli bir f fonksiyonunun yerel optimallik için gerekli ve yeterli şartları aşağıdaki gibidir:

- X^* kritik noktasında f fonksiyonunun Hessian matrisi $H_f(X^*)$ pozitif belirli ise fonksiyonun X^* noktasında bir yerel minimumu,
- X^* kritik noktasında f fonksiyonunun Hessian matrisi $H_f(X^*)$ negatif belirli ise fonksiyonun X^* noktasında bir yerel maksimumu vardır.
- X^* kritik noktasında f fonksiyonunun Hessian matrisi $H_f(X^*)$ belirsiz ise X^* noktası ne bir yerel maksimum ne de bir yerel minimum noktasıdır. Bu nokta eyer noktası olarak adlandırılır.

3. Çok değişkenli bir f fonksiyonunun mutlak optimallik için gerekli ve yeterli şartları aşağıdaki gibidir:
- f fonksiyonu $S \subseteq \mathbb{R}^n$ de konveks ise X^* noktası bir mutlak minimum,
 - f fonksiyonu $S \subseteq \mathbb{R}^n$ de konkav ise X^* noktası bir mutlak maksimum noktasıdır.
 - f fonksiyonu $S \subseteq \mathbb{R}^n$ de ne konveks ne de konkav değil ise X^* noktası hakkında bir şey söylemeyecez.

$f(x, y) = 2xy + 2x - x^2 - 2y^2$ fonksiyonunun yerel minimum ve yerel maksimum noktalarını araştıralım.

ÖRNEK 6.12

Çözüm 6.12:

Fonksiyonun her bir değişkene göre kısmi türevleri alınıp sıfırda eşitlenirse

$$\nabla f(x, y) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right) = (2y + 2 - 2x, 2x - 4y) = 0 \Rightarrow -2x + 2y = -2 \text{ ve } 2x - 4y = 0$$

denklemleri bulunur. Bu denklemlerin çözümünden $(x^*, y^*) = (2, 1)$ elde edilir. $(2, 1)$ bir kritik noktası. $(x^*, y^*) = (2, 1)$ noktasında fonksiyonun Hessian matrisi

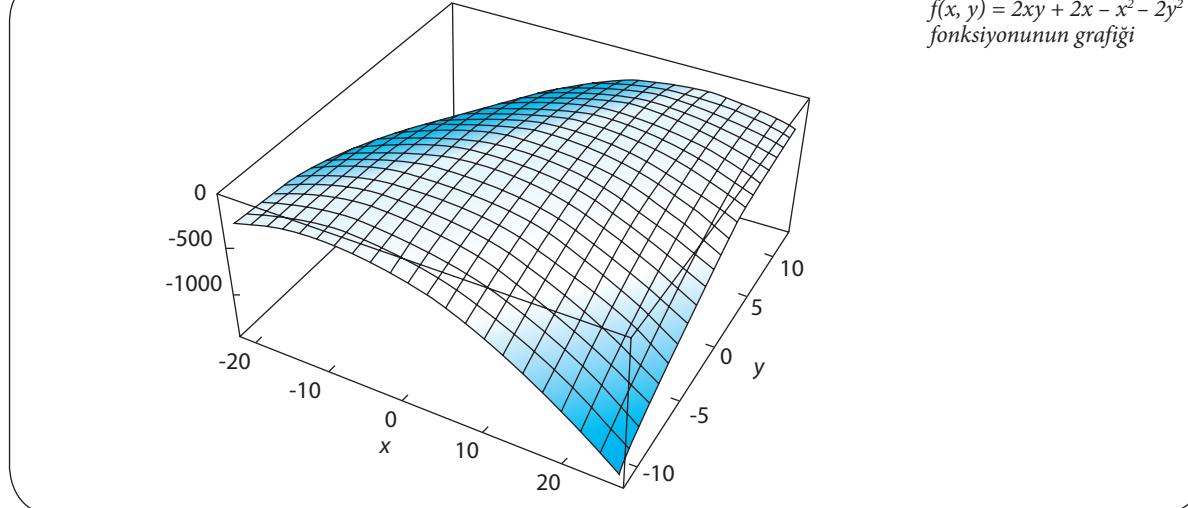
$$H_f(2,1) = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$$

şeklindedir. Buna göre Hessian matrisinin birinci başta gelen asal minörü $-2 < 0$, ikinci başta gelen asal minörü ise $4 > 0$ olduğundan Hessian matrisi negatif belirlidir ve $(2, 1)$ noktası bir yerel maksimum noktasıdır.

f fonksiyonu \mathbb{R}^3 de kesin konkav bir fonksiyon (fonksiyonun Hessian matrisi negatif belirli) olduğundan $(2, 1)$ noktası bir mutlak maksimum noktasıdır. Fonksiyonun grafiği Şekil 6.6'da gösterilmiştir.

Şekil 6.6

$f(x, y) = 2xy + 2x - x^2 - 2y^2$
fonksiyonunun grafiği



ÖRNEK 6.13

$f(x, y) = x^2 + 4y^2 + 2xy + 6x$ fonksiyonunun yerel minimum ve yerel maksimum noktalarını araştıralım.

Cözüm 6.13:

Fonksiyonun her bir değişkene göre kısmi türevleri alınıp sıfır eşitlenirse

$$\nabla f(x, y) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right) = (2x + 2y + 6, 8y + 2x) = 0 \Rightarrow x + y = -3 \text{ ve } x + 4y = 0$$

denklemleri bulunur. Bu denklemlerin çözümünden $(x^*, y^*) = (-4, 1)$ elde edilir. $(-4, 1)$ bir kritik noktasıdır. $(x^*, y^*) = (-4, 1)$ noktasında fonksiyonun Hessian matrisi

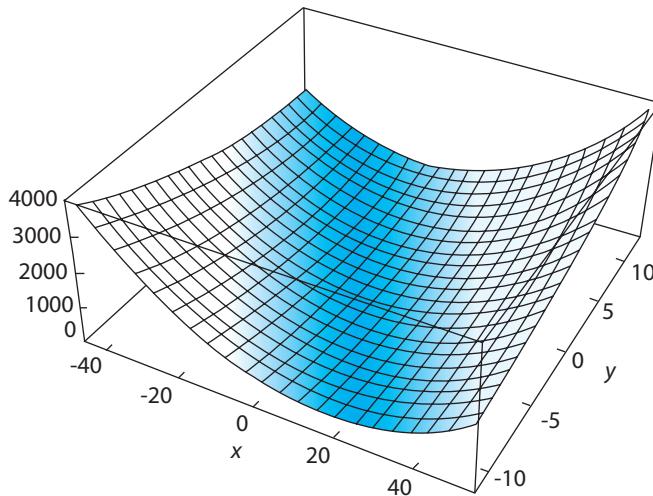
$$H_f(-4, 1) = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$$

şeklindedir. Buna göre Hessian matrisinin birinci başta gelen asal minörü $2 > 0$, ikinci başta gelen asal minörü ise $12 > 0$ olduğundan Hessian matrisi pozitif belirlidir ve $(-4, 1)$ bir yerel minimum noktasıdır.

f fonksiyonu \mathbb{R}^2 'de kesin konveks bir fonksiyon (fonksiyonun Hessian matrisi pozitif belirlidir) olduğundan $(-4, 1)$ noktası bir mutlak minimum noktasıdır. Fonksiyonun grafiği Şekil 6.7'de gösterilmiştir.

Sekil 6.7

$f(x, y) = x^2 + 4y^2 + 2xy + 6x$ fonksiyonunun grafiği

**ÖRNEK 6.14**

$f(x, y) = x^3 + 3y^2 - 27x - 24y$ fonksiyonunun yerel minimum ve yerel maksimum noktalarını araştıralım.

Cözüm 6.14:

Fonksiyonun her bir değişkene göre kısmi türevleri alınıp sıfır eşitlenirse

$$\nabla f(x, y) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right) = (3x^2 - 27, 6y - 24) = 0 \Rightarrow 3x^2 = 27 \text{ ve } 6y = 24$$

denklemleri bulunur. Bu denklemlerin çözümünden $(x_1^*, y_1^*) = (-3, 4)$ ve $(x_2^*, y_2^*) = (3, 4)$ kritik noktaları elde edilir. $(x_1^*, y_1^*) = (-3, 4)$ noktasında fonksiyonun Hessian matrisi

$$H_f(-3,4) = \begin{bmatrix} -18 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$$

şeklindedir. Buna göre Hessian matrisinin birinci başta gelen asal minörü $-18 < 0$ ve ikinci başta gelen asal minörü ise $-108 > 0$ olduğundan Hessian matrisi belirsizdir. Bu durumda $(x_1^*, y_1^*) = (-3, 4)$ noktası bir eyer noktasıdır.

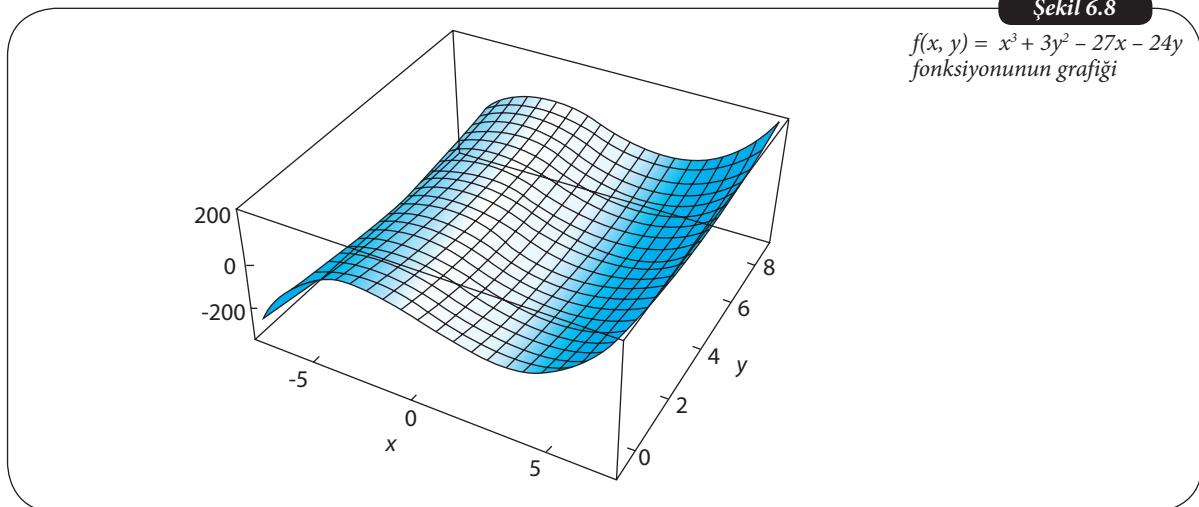
$(x_2^*, y_2^*) = (3, 4)$ noktasında fonksiyonun Hessian matrisi

$$H_f(3,4) = \begin{bmatrix} 18 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$$

şeklindedir. Buna göre Hessian matrisinin birinci başta gelen asal minörü $18 > 0$, ikinci başta gelen asal minörü ise $108 > 0$ olduğundan Hessian matrisi pozitif belirlidir. Bu durumda $(x_2^*, y_2^*) = (3, 4)$ noktası bir yerel minimum noktasıdır. Bu noktadaki fonksiyon değeri $f_{min}(3, 4) = -101$ dir. Fonksiyonun grafiği Şekil 6.8'de gösterilmiştir.

Şekil 6.8

$f(x, y) = x^3 + 3y^2 - 27x - 24y$
fonksiyonunun grafiği



Kısıtlı Optimizasyon

Kısıtlı optimizasyon problemleri kısıt fonksiyonlarının eşitlik ve eşitsizlik biçiminde olduğu problemlerdir. İzleyen kesimde kısıtları eşitlik formunda olan doğrusal olmayan programlama problemlerinin analitik çözüm yöntemlerinden *Yerine Koyma* ve *Lagrange Çarpanları* yöntemlerine degeinilecektir.

Yerine Koyma Yöntemi

Bu yöntemin amacı, verilen modeli öncelikle kısıtsız biçimde dönüştürmek ve sonra indirgenmiş modeli bilinen tekniklerle çözmektir (Doğan, 1995, s.224). Bu yöntem, doğrusal olmayan programlama problemlerinin çözümünde kullanılan en kolay yöntemlerden biri olmakla birlikte kısıt denkleminde bir değişkenin diğer bir değişken cinsinden yazılıarak çözülmesini içermektedir. Bir değişkenin diğer bir değişken cinsinden yazılarak kısıt denklemının yeni elde edilen biçiminin amaç fonksiyonunda yerine yazılmasıyla kısıt elimine edilmektedir. Diğer bir ifadeyle, kısıtlı doğrusal olmayan model, kısıtsız doğrusal olmayan modele dönüştürülmektedir.

Yerine koyma yönteminde, kısıt denklemindeki değişkenlerden birinin diğer değişken cinsinden yazılp amaç fonksiyonunda yerine konulmasıyla problem çözülür.

Yerine koyma yönteminin nasıl gerçekleştirildiğini gösteren bir örnek ile devam edelim.

ÖRNEK 6.15

Aşağıda verilen doğrusal olmayan modelin çözümünü yerine koyma yöntemi ile araştırınız.

$$2x_1 + x_2 = 1$$

kısıtı altında

$$\text{Min} Z = 4x_1 + 5x_2 - x_1 x_2$$

Çözüm 6.15:

Modelin kısıtında değişkenlerden biri diğerinin cinsinden yazılırsa

$$x_2 = 1 - 2x_1$$

olur. x_2 değişkeni amaç fonksiyonunda yerine yazıldığında

$$Z = 4x_1 + 5(1 - 2x_1) - x_1(1 - 2x_1)$$

$$Z = 2x_1^2 - 7x_1 + 5$$

tek değişenli fonksiyonu elde edilir. Fonksiyonun türevini alıp sıfıra eşitlersek,

$$\frac{dZ}{dx_1} = 4x_1 - 7 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{7}{4}$$

olarak bulunur. Buradan $x_2 = 1 - 2x_1 = 1 - 2 \cdot \frac{7}{4} = -\frac{5}{2}$ olur.

$(x_1, x_2) = \left(\frac{7}{4}, -\frac{5}{2}\right)$ noktasının nasıl bir nokta olduğuna karar verebilmek için x_1 değişkeni cinsinden ifade edilen amaç fonksiyonunun ikinci türevinin işaretine bakalım.

$$\frac{d^2Z}{dx_1^2} = 4 > 0$$

olduğuna göre, $(x_1, x_2) = \left(\frac{7}{4}, -\frac{5}{2}\right)$ noktası bir yerel minimum noktasıdır. Amaç fonksiyonu değeri

$$\text{Min} Z = 4 \cdot \frac{7}{4} + 5 \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) - \frac{7}{4} \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) = \frac{13}{8}$$

olarak bulunur.

ÖRNEK 6.16

Aşağıda verilen doğrusal olmayan modelin çözümünü yerine koyma yöntemi ile araştırınız.

$$x_1 + 4x_2 = 3$$

kısıtı altında

$$\text{Max} Z = 5 - (x_1 - 2)^2 - 2(x_2 - 1)^2$$

Çözüm 6.16:

Örnek 6.15'de olduğu gibi, modelin kısıtında değişkenlerden biri diğerinin cinsinden yazılırsa $x_1 = 3 - 4x_2$ olur. x_1 değişkeni amaç fonksiyonunda yerine yazıldığında $Z = -18x_2^2 + 12x_2 + 2$ tek değişenli fonksiyonu elde edilir. Fonksiyonun türevini alıp sıfıra eşitlersek

$$\frac{dZ}{dx_2} = -36x_2 + 12 = 0 \Rightarrow x_2 = \frac{1}{3}$$

olarak bulunur. Buradan $x_1 = \frac{5}{3}$ olur. $(x_1, x_2) = \left(\frac{5}{3}, \frac{1}{3}\right)$ noktasının nasıl bir nokta olduğunu karar verebilmek için amaç fonksiyonunun ikinci türevinin işaretine bakalım. $\frac{d^2Z}{dx_2^2} = -36 < 0$ olduğuna göre, $(x_1, x_2) = \left(\frac{5}{3}, \frac{1}{3}\right)$ noktası bir yerel maksimum noktasıdır. Amaç fonksiyonu değeri $\text{Max}Z = 4$ olarak bulunur.

Lagrange Çarpanları Yöntemi

Lagrange çarpanları, kısıtlarının tamamı eşitlik formunda olan doğrusal olmayan programlama problemlerinin çözümünde kullanılır. m kısıt ve n değişkenden oluşan,

$$\begin{aligned} g_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= b_1 \\ g_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= b_2 \\ &\vdots \\ g_m(x_1, x_2, \dots, x_n) &= b_m \end{aligned}$$

kısıtları altında

$$\text{Max}(Min)Z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

problemi verilsin. Her bir kısıtı sağlayan çözümü bulmak için orijinal problemin amaç fonksiyonu

$$\text{Max}(Min)L(x, \lambda) = f(x) - \sum_{i=1}^m \lambda_i (g_i(x) - b_i)$$

birimde yeniden yazılır. λ_i değerleri Lagrange Çarpanları olarak adlandırılır. Bu yöntemde, $L(x, \lambda)$ fonksiyon değerini en iyi yapan (maksimum veya minimum) ve aynı zamanda $i = 1, 2, \dots, m$ için $g_i(x) = b_i$ kısıtlarını sağlayan $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ ve x_1, x_2, \dots, x_n değerlerinin bulunması amaçlanmaktadır. Bulunan çözüm orijinal probleminde çözümü olacaktır.

$L(x, \lambda)$ fonksiyon değerini en iyi yapan nokta için gerek şart $j = 1, 2, \dots, n$ için $\partial L / \partial x_j = 0$ ve $i = 1, 2, \dots, m$ için $\partial L / \partial \lambda_i = 0$ olmalıdır. $L(x, \lambda)$ fonksiyonunun x_j ve λ_i bileşenlerine göre $(m+n)$ tane kısmi türevinin sıfır eşitlenmesiyle gerek şartlar aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\frac{\partial L}{\partial x_j} - \sum_{i=1}^m \left[\lambda_i \frac{\partial g_i}{\partial x_j} \right] = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$g_i(x) - b_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

Kısmi türevlerin sıfır eşitlenmesiyle bulunan denklem sistemi çözülerek bulunan çözümden elde edilen değişken değerleri, amaç fonksiyonunda istenen maksimum ya da minimum değeri verecektir. Eğer problemin tek bir çözümü var ise bulunan nokta aranan maksimum ya da minimum değerdir. Eğer birden fazla çözüm varsa her bir noktadaki amaç fonksiyonu değeri bulunur ve maksimum ya da minimum değeri veren nokta(lar) alınır.

Lagrange çarpanları yönteminde, kısıtlar bir λ çarpanı ile çarpılarak amaç fonksiyonundan çıkarılır. Elde edilen yeni fonksiyonunun her bir değişkene göre kısmi türevi alınarak çözüm bulunur.

ÖRNEK 6.17

Örnek 6.16'da verilen doğrusal olmayan modelin çözümünü Lagrange Çarpanları yöntemi ile araştırınız.

Cözüm 6.17:

Tek kısıta sahip doğrusal olmayan modelin Lagrange fonksiyonu $L(x_1, x_2, \lambda) = 5 - (x_1 - 2)^2 - 2(x_2 - 1)^2 - \lambda(x_1 + 4x_2 - 3)$ olacaktır. Her bir değişkene göre kısmi türev alınıp sıfıra eşitlenirse

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = -2x_1 + 4 - \lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = -4x_2 + 4 - 4\lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = -x_1 - 4x_2 + 3 = 0$$

elde edilir. Bu eşitlikler düzenlenliğinde elde edilen denklem sistemi aşağıdaki gibidir:

$$-2x_1 + 4 = \lambda$$

$$-x_2 + 1 = \lambda$$

$$x_1 + 4x_2 = 3$$

Bu denklem sisteminin çözümünden $(x_1, x_2, \lambda) = \left(\frac{5}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ bulunur. Amaç fonksiyonu değeri $\text{Max } Z = 4$ olur.

Elde edilen Lagrange çarpanı $\lambda = 2/3$ değerinin neyi ifade ettiğini izleyen kısımda inceleyelim.

Lagrange Çarpanının Yorumu

Lagrange çarpanları yöntemindeki λ , doğrusal programlama problemindeki dual (ikil) değişkenlere benzer. Kısıt denkleminin sağ taraf sabitindeki bir birimlik değişimin amaç fonksiyonu değerinde ne kadarlık bir değişim yarattığını ifade eder. Eğer doğrusal olmayan modelde iinci kısıtin sağ taraf sabiti olan b_i değerinde Δ kadarlık bir değişim meydana gelirse bu değişim artış ya da azalış biçiminde olabilir. Bu durumda amaç fonksiyonu değerinde $\lambda_i \Delta$ kadarlık bir değişim meydana gelecektir.

Örneğin Örnek 6.16'da, kısıtin sağ taraf sabiti 1 birim artırılsın. Bu durumda yeni kısıt $x_1 + 4x_2 = 4$ olacaktır. Yeni kısıta göre problem çözüldüğünde, $(x_1, x_2, \lambda) = \left(\frac{16}{9}, \frac{5}{9}, \frac{4}{9}\right)$ ve yeni amaç fonksiyonu değeri ise $\text{Max } Z = \frac{41}{9} \cong 4,6$ olarak bulunur. $\lambda = 2/3 \cong 0,6$ olarak bulunmuştur. Bu değer bir önceki amaç değerinden yaklaşık $0,6 (\lambda \cdot \Delta = 0,6 \cdot 1)$ birim kadar daha fazladır. Böylece sağ taraf sabitindeki 1 birimlik artış amaç fonksiyonunda λ kadarlık bir artış meydana getirmiştir. Bu yorum, doğrusal programlamadaki dual değişkene yapılan yorum ile aynıdır.

Genel olarak eğer λ değeri pozitif ise kısıt denkleminin sağ taraf sabitindeki artış amaç fonksiyonu değerinde artış yaratır. Aksine sağ taraf sabitindeki azalış amaç fonksiyonu değerinin azalmasına neden olur. Diğer taraftan λ değeri negatif ise sağ taraf sabitindeki artış amaç fonksiyonu değerinde azalış meydana getirir.

Lagrange çarpanı değeri $\lambda = -\frac{3}{2}$ olan tek kısıta sahip bir problemde sağ taraf sabitindeki 2 birimlik azalış amaç fonksiyonu değerinde ne kadarlık bir değişim meydana getirir?



SIRA SİZDE

Aşağıdaki doğrusal olmayan modelin çözümünü Lagrange Çarpanları yöntemi ile bulalım.

ÖRNEK 6.18

$$x + 2y = 6$$

$$x - 3z = 0$$

kısıtları altında

$$\text{Max } f(x, y, z) = xy + yz$$

Çözüm 6.18:

İki kısıt ve üç karar değişkenine sahip bu modelin Lagrange fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$L(x, y, z; \lambda_1, \lambda_2) = xy + yz - \lambda_1(x + 2y - 6) - \lambda_2(x - 3z)$$

Her bir değişkene ait kısmi türevleri alıp sıfıra eşitlenirse elde edilen denklemler aşağıdaki gibi olacaktır:

$$\partial L / \partial x = y - \lambda_1 - \lambda_2 = 0 \Rightarrow y = \lambda_1 + \lambda_2$$

$$\partial L / \partial y = x + z - 2\lambda_1 = 0 \Rightarrow x + z = 2\lambda_1$$

$$\partial L / \partial z = y + 3\lambda_2 = 0 \Rightarrow y = -3\lambda_2$$

$$\partial L / \partial \lambda_1 = -x - 2y + 6 = 0 \Rightarrow x + 2y = 6$$

$$\partial L / \partial \lambda_2 = -x + 3z = 0 \Rightarrow x - 3z = 0$$

Yukarıda elde edilen denklemlerin çözümünden $x = 3$, $y = 3/2$, $z = 1$, $\lambda_1 = 2$ ve $\lambda_2 = -9/2$ olarak bulunur. Amaç fonksiyonu değeri ise $\text{Max } f(x, y, z) = 6$ olur.

Özet



1 *Doğrusal olmayan programlama problemini tanımlamak.*
Doğrusal olmayan programlama problemi, amaç ve/veya kısıt fonksiyonlarının doğrusal olmayan fonksiyonlarla ifade edildiği matematiksel modellerdir. Doğrusal programlama probleme göre kurulumu daha zor olan bu tür problemlerde çözüm, uygun çözüm bölgesinin üç noktasında yer almayıabilir. Doğrusal olmayan programlama problemleri için genel bir çözüm yöntemi bulunmamakla birlikte problemin analitik çözümünün bulunmadığı durumlarda yaklaşık çözüm yöntemleri kullanılmaktadır.



2 *Doğrusal olmayan programmlama problemlerini sınıflandırmak.*

Doğrusal olmayan programlama problemleri; problemin kısıtlarının olup olmamasına, amaç fonksiyonu ve kısıtların yapısına, amaç ve kısıt fonksiyonlarının ayrılabilir fonksiyonlar cinsinden ifade edilip edilmediğine göre farklı sınıflara ayılmaktadır. Genel olarak doğrusal olmayan programlama problemleri, problemin kısıtlarının olup olmamasına göre ise kısıtsız ve kısıtlı optimizasyon problemleri olarak sınıflandırılır.



3 *Konveks ve konkav fonksiyonları açıklamak.*

Konveks ve konkav fonksiyonlar, doğrusal olmayan programlama problemlerinde önemli bir yere sahiptirler. Bir $y = f(x)$ eğrisi üzerinde yer alan herhangi iki noktayı birleştiren doğru parçası daima fonksiyonun büküm noktasının üzerinde kalyorsa $y = f(x)$ fonksiyonu konvekstir. $y = f(x)$ eğrisi üzerinde yer alan herhangi iki noktayı birleştiren doğru parçası daima eğrinin büküm noktasının altında kalyor ise $y = f(x)$ fonksiyonu konkavdır. Bir fonksiyonun konveks veya konkav olup olmadığını tanımdan hareketle söylemek güç olmakla birlikte, tek değişkenli fonksiyonların konveks veya konkavlığı araştırılırken fonksiyonun ikinci türevinden, çok değişkenli ikinci dereceden türevlenebilir fonksiyonlar için ise Hessian matrisinden faydalanyılır.

Kendimizi Sınavalım

- 1.** Kısa kenarı x cm, uzun kenarı y cm ve derinliği z cm olan üstü açık dikdörtgen şeklinde ve hacmi 32 cm^3 olan bir karton kutunun en az malzeme ile üretilmesi istenmektedir. Verilen probleme ait doğrusal olmayan model aşağıdakilerden hangisidir?

a. $xyz = 32$

$x, y, z > 0$

k.a.

$$\text{Min}Z = 3xy + 2yz$$

b. $xyz = 32$

$x, y, z > 0$

k.a.

$$\text{Min}Z = 2xz + 2yz + xy$$

c. $xyz = 32$

$x, y, z > 0$

k.a.

$$\text{Min}Z = xy + xz + yz$$

d. $xyz = 32$

$x, y, z > 0$

k.a.

$$\text{Min}Z = 2xz + 2yz + 2xy$$

e. $xyz = 32$

$x, y, z > 0$

k.a.

$$\text{Min}Z = 2xz + 2xy + yz$$

- 2.** $f(x, y) = x^3 + 3xy + y^3$ fonksiyonunun $(1, 2)$ noktasındaki Gradyan vektörü aşağıdakilerden hangisidir?

a. $\nabla f(1, 2) = (9, 15)$

b. $\nabla f(1, 2) = (9, 12)$

c. $\nabla f(1, 2) = (9, 9)$

d. $\nabla f(1, 2) = (15, 9)$

e. $\nabla f(1, 2) = (6, 9)$

- 3.** $f(x, y) = -x^2 - xy - 3y^2$ fonksiyonunun Hessian matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

a. $H_f = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -6 & -1 \end{pmatrix}$

b. $H_f = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -6 \end{pmatrix}$

c. $H_f = \begin{pmatrix} -6 & -1 \\ -2 & -6 \end{pmatrix}$

d. $H_f = \begin{pmatrix} -6 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$

e. $H_f = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -1 & -6 \end{pmatrix}$

- 4.** \mathbb{R}^2 de tanımlı $f(x_1, x_2) = -x_1^2 - 5x_2^2 + 4x_1x_2 + 10x_1 + 4x_2$ fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

a. Kesin Konveks

b. Konveks

c. Kesin Konkav

d. Konkav

e. Ne konveks ne de konkav

- 5.** $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ matrisi için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

a. Pozitif belirlidir.

b. Yarı-pozitif belirlidir.

c. Negatif belirlidir.

d. Yarı-negatif belirlidir.

e. Belirsizdir.

- 6.** $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & -2 & 0 \\ 5 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ matrisinin üçüncü asal minörü aşağıdakilerden hangisidir?

a. 13

b. -13

c. 11

d. 9

e. -1

Kendimizi Sınayalım Yanıt Anahtarları

7. Tek değişkenli bir $f(x)$ fonksiyonunun x^* kritik noktası için $f'(x^*) = 0$ olsun. Bu durumda x^* noktası için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- a. Mutlak maksimum noktası
- b. Mutlak minimum noktası
- c. Yerel maksimum noktası
- d. Yerel minimum noktası
- e. Ne bir yerel minimum ne de bir yerel maksimum noktası değildir

8. Aşağıdaki noktalardan hangisi $f(x, y) = y^3 - x^3 - 3y + 75x$ fonksiyonunun bir yerel maksimum noktasıdır?

- a. $(-1, 1)$
- b. $(-5, 1)$
- c. $(5, 1)$
- d. $(5, -1)$
- e. $(-5, -1)$

$$x + y = 40$$

k.a.

$$\text{Max } f(x, y) = 5x + 30y - x^2 - y^2$$

Yukarıda verilen problemin amaç fonksiyonu değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- a. 950
- b. 850
- c. 750
- d. 650
- e. 550

10. Lagrange Çarpanı, $\lambda = 17/5$ ve amaç fonksiyonu değeri $\text{Max } Z = 15$ olan bir problemde, sağ taraf sabitindeki 0,2 birimlik artış karşılık, amaç fonksiyonu değerinde meydana gelen değişim aşağıdakilerden hangisidir?

- a. 0,34 birimlik artış
- b. 0,34 birimlik azalış
- c. 0,68 birimlik artış
- d. 0,68 birimlik azalış
- e. 3 birimlik artış

1. b Yanınız yanlış ise “Doğrusal Programlama Problemleri” konusunu yeniden gözden geçiriniz.

2. a Yanınız yanlış ise “Gradyan Vektörü” konusunu yeniden gözden geçiriniz.

3. e Yanınız yanlış ise “Hessian Matrisi” konusunu yeniden gözden geçiriniz.

4. c Yanınız yanlış ise “Konveks ve Konkav Fonksiyonlar” konusunu yeniden gözden geçiriniz.

5. a Yanınız yanlış ise “Matris Belirliliği” konusunu yeniden gözden geçiriniz.

6. d Yanınız yanlış ise “Asal Minör” konusunu yeniden gözden geçiriniz.

7. e Yanınız yanlış ise “Tek Değişkenli Modellerin En İyi Çözümünün Bulunması” konusunu yeniden gözden geçiriniz.

8. d Yanınız yanlış ise “Çok Değişkenli Modellerin En İyi Çözümünün Bulunması” konusunu yeniden gözden geçiriniz.

9. b Yanınız yanlış ise “Lagrange Çarpanları Yöntemi” konusunu yeniden gözden geçiriniz.

10. c Yanınız yanlış ise “Lagrange Çarpanının Yorumu” konusunu yeniden gözden geçiriniz.

Sıra Sizde Yanıt Anahtarları

Sıra Sizde 1

Karar değişkenleri olarak;

x (kutu derinliği),

y (kutu genişliği) ve

z (kutu uzunluğu) olsun. Bu durumda kutunun hacmi ve kutunun maliyetini veren fonksiyon

$$C = 1yz + 2(2xy + 2xz) + 5yz = 6yz + 4xy + 4xz$$

olur. Buna göre probleme ilişkin model de,

$$xyz = 192$$

kısıtı altında

$$\text{Min } C = 6yz + 4xy + 4xz$$

birimde yazılır.

Sıra Sizde 2

$f(x, y) = 2x^2y^2 - 6xy + 3x - 5y$ fonksiyonunun gradyan vektörü $\nabla f = (4xy^2 - 6y + 3, 4x^2y - 6x - 5)$ dir. (1, 2) noktasındaki gradyan vektörü değeri ise, $\nabla f(1, 2) = (7, -3)$ olarak bulunur. Fonksiyonun Hessian matrisi

$$Hf = \begin{bmatrix} 4y^2 & 8xy - 6 \\ 8xy - 6 & 4x^2 \end{bmatrix}$$

olduğundan (1, 2) noktasındaki Hessian matrisinin değeri

$$H_f(1, 2) = \begin{bmatrix} 16 & 10 \\ 10 & 4 \end{bmatrix}$$

olur.

Sıra Sizde 3

Amaç fonksiyonu değerinde $\frac{3}{2} \cdot 2 = 3$ birimlik değişim meydana gelir. λ değeri negatif ve sağ taraf sabitinde bir azalış söz konusu olduğundan bu değişim artış yönündedir.

Yararlanılan ve Başvurulabilecek Kaynaklar

Bertsekas, D. (1999). **Nonlinear Programming** (2. Baskı).

Belmont, Mass: Athena Scientific.

Cinemre, N. (2011). **Yöneyelem Araştırması**. (2. Baskı). İstanbul: Evrim Yayınevi.

Doğan, İ. (1995). **Yöneyelem Araştırması Teknikleri ve İşletme Uygulamaları** (2. Baskı). İstanbul: Bilim Teknik Yayınevi.

Erdogan, N.K. ve Alptekin, N. (2006). **Lineer Olmayan Programlama Problemleri**. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi Yayıncılığı.

Murthy, P. (2007). **Operations Research** (2. Baskı). New Delhi: New Age International.

Winston, W. (2004). **Operations Research, Applications and Algorithms** (4. Baskı). Belmont, California: Thomson/Brooks/Cole.

7

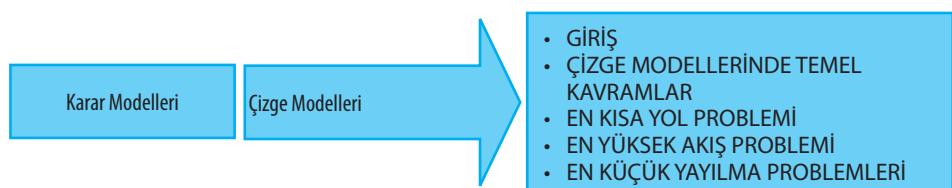
Amaçlarımız

- Bu üniteyi tamamladıktan sonra;
- 🕒 Çizge yapısının elemanlarını açıklayabilecek,
 - 🕒 En kısa yol probleminde amacı tanımlayabilecek,
 - 🕒 En yüksek akış probleminin çözüm adımlarını sıralayabilecek,
 - 🕒 En küçük yayılma problemini açıklayabilecek bilgi ve becerilere sahip olabileceksiniz.

Anahtar Kavramlar

- Düğüm
- Yol
- Bağlantı
- Ağacı

İçindekiler



Çizge Modelleri

GİRİŞ

Çizge (Şebeke) modelleri günlük hayatımızda elektrik, iletişim, ulaşırma çizgeleri gibi farklı biçimlerde ve yapılarında karşımıza çıkmaktadır. Çizgelere ait gözümüzde canlanan şekillere örnek olarak bir dizi kablonun oluşturduğu bir elektrik çizgesi, kablolarдан oluşan internet çizgesi veya yollardan meydana gelen bir sistemin oluşturduğu ulaşırma çizgesi verilebilir. Gözümüzde canlanan bu yapılar bazı varlıklarını içerir. Bu varlıklar sunucular, şehirler vb.dir. Varlıklar aynı zamanda kablolar veya yollarla birbirlerine bağlanmaktadır. Varlıklar ve varlıkları birbirine bağlayan bağlantılarından oluşan yapı çizge modellerinin temelini oluşturur. Çizge modelleri proje planlama, üretim, tesis yeri, sosyal grup yapı analizleri gibi çok farklı problemlerde kullanılmaktadır.

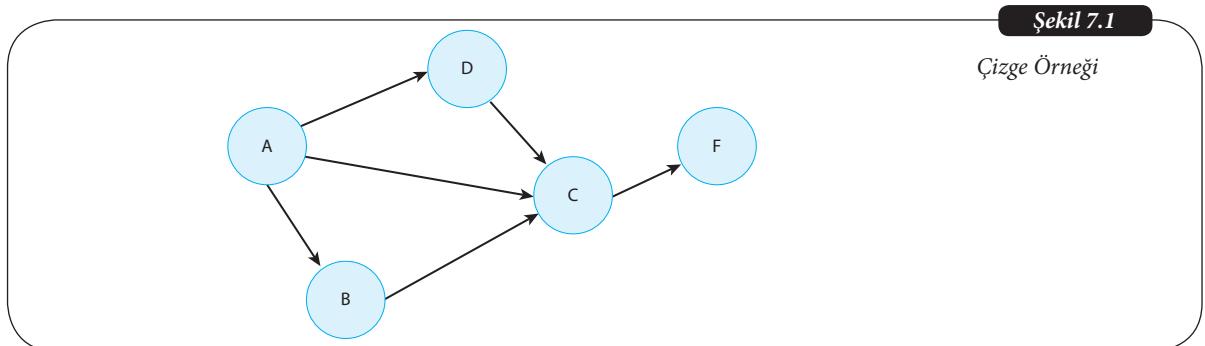
Çizge modelleri sistemin bileşenleri arasındaki ilişkileri göstermede görsel ve kavramsal destek sağlamaktadır. Bunun bir sonucu olarak çizge modelleri ile gösterime ekonomi, sosyal ve fen bilimleri gibi pek çok alanda rastlanmaktadır.

Bu ünite kapsamında çizge modelleriyle doğrudan veya dolaylı olarak bir dizi yeri birbirine en etkili biçimde bağlamak için bir yolu bulunuş, iki nokta arasındaki en kısa yolu bulunuş, bir yol üzerinde maksimum akışın bulunması uygulamalarına yer verilecektir.

ÇİZGE MODELLERİNDE TEMEL KAVRAMLAR

Bir çizge yapısı düğüm adı verilen bir dizi noktası ve bu düğümlerden bazıları veya tamamını birbirine bağlayan bir dizi çizgiden (bağlantıdan, yaydan) oluşur. Bir çizgenin tanımlanmasında (N, S) gösterimi kullanılmaktadır. Bu gösterimde N düğümlerin kümesi, S ise bağlantılar kümesidir. Bir çizge problemi, $N = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ düğüm ve bu düğümleri birbirine bağlayan bağlantıların $S = \{(a, b), (c, d), \dots, (y, z)\}$ kümesi ile ifade edilir.

Şekil 7.1'de 5 düğüm ve bu düğümleri birbirine bağlayan 6 bağlantidan oluşan bir çizge modeli örneği verilmiştir.



Bir çizgede bağlantılar birleştirdikleri (her iki uçtaki) düğümler kullanılarak isimlenir. Örneğin Şekil 7.1'de AD, A ve D düğümlerini birleştiren bağlantıyı tanımlar. Şekil 7.1'deki çizge aşağıdaki gibi gösterilir.

$$N = \{A, B, C, D, F\}$$

$$S = \{(A, B), (A, C), (A, D), (D, C), (C, F)\}$$

Bağlantı: İki düğümü birbirine bağlayan çizgidir.

Çizge modellerinin iki temel uygulaması vardır. İlk uygulama alanı mal akışının söz konusu olduğu; malların, malzemenin bir veya birkaç tedarik düğüm kaynağından ara düğümlere, ara düğümlerden talep düğüm veya düğümlerine teslimine ilişkindir. Diğer uygulama alanı ise çizgedeki tüm düğümlerin belirli bir yaklaşım ile birleştirilmesine yönelikir. Çizge modellerine geçmeden önce çizge modellerinde kullanılan temel kavramlar üzerinde durulacaktır.

SIRA SİZDE



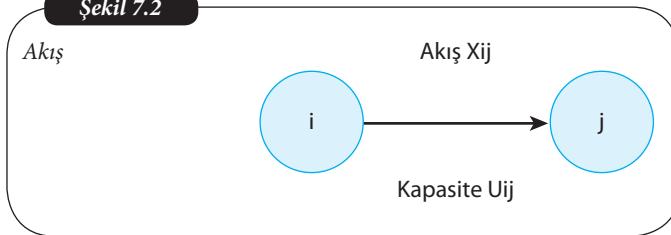
1

Bir çizge yapısı nelerden oluşur ve çizge problemi nasıl ifade edilir?

Akış

Çizgeyi sistem olarak ele alduğumuzda akışa, bu sistem üzerinde gerçekleştirilecek faaliyet gözüyle bakabiliriz. Akış örnek olarak bir tramvay yolunu kullanan bir dizi tramvayın hareketi, elektrik hattı üzerindeki elektrik akımı veya bir otobandaki araç trafiği verilebilir. İki düğüm arasında karar vericinin belirleyeceği akış miktarı ise tipik bir karar değişkenidir.

Şekil 7.2



Bazı durumlarda bir çizgedeki akış, bağlantıların kapasitesine bağlı olarak sınırlı rıltırıltır. Yönü bir bağlantıda maksimum akış miktarı bağlantı kapasitesi olarak isimlenir. Düğümler, akıştaki durumlarına göre isimlendirilmektedir. Düğüm dışına akışın söz konusu olduğu (düğüm dışına akışın düğüm içine akıştan fazla olduğu) düğüm, kaynak veya

tedarik düğümü olarak isimlendirilir. İçine akış olan düğüm, talep düğümü; tedarik ve talep düğümleri arasındaki akış sırasında içine ve dışına akışın olduğu düğüm ise aktarma düğümü olarak adlandırılır.

Şekil 7.2'de yer alanörnekte X_{ij} akış miktarını, U_{ij} ise kapasite sınırını ifade etmektedir. Tipik bir çizge modelinin elemanları; düğümler, bağlantı ve akış olarak sıralanır. Belirli bir coğrafi bölgedeki şehirlere ilişkin bir karayolunu ele alalım. Şehirler, çizgedeki düğümlere; şehirleri birbirine bağlayan karayolları, bağlantılar (yaylara); bağlantılar üzerindeki araçların hareketi ise akışa örnek oluşturur.

Yönlü ve Yönsüz Bağlantı

Düğümleri birbiri ile birleştiren bağlantılar yönlü ve yönlu olmayan (yönsüz) olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Bir düğümden diğerine akış tek yönlu olduğunda bu durum, başlangıç düğümünden uç düğüme çizilen çizgiye uç düğüm noktasını gösteren birleşme noktasına bir ok eklerek gösterilir. **Yönlü bağlantıya** Şekil 7.3(a) da örnek verilmiştir.

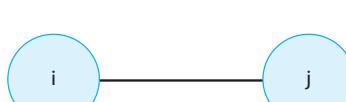
Şekil 7.3 (a)

Yönlü Bağlantı



Şekil 7.3 (b)

Yönlü Olmayan Bağlantı



Şekil 7.3 (a)'yı incelediğimizde i'den j'ye tek yönlü bir akışın (tek yönlü bir karayolu gibi) olduğu görülür. Düğümler A ve B gibi harfler ile adlandırıldığında, akışın başlangıç düğümü önce ifade edilir. A düşümünden B düşümüne tek yönlü akış söz konusu olduğunda bu durum AB şeklinde veya A → B ile ifade edilir. Eğer ok kullanılmaz ise iki düğümü bağlayan çizgi **yönlü olmayan bağlantı** olarak isimlendirilir ve akışın her iki yönde de (iki merkez arasında akışın söz konusu olduğu boru hattı gibi) olabileceğini gösterir. Şekil 7.3 (b)'de yönsüz bağlantı örneği yer almaktadır. Okun kullanılmaması akışın i'den j'ye ve j'den i'ye olabileceği gösterir. Akış her iki yöne doğru olabilmekle birlikte, akış bir anda yalnızca bir düğümden bir diğerine doğrudur. Bununla birlikte yönsüz bir bağlantı üzerinde akış kararını verme sürecinde, zıt yönlü bir dizi atama yapmak olsaklıdır. Böyle bir durum söz konusu ise gerçek akış miktarı zıt yönlü akışlar arasındaki fark kadar olacaktır. Örneğin A ve B gibi iki düğüm olsun ve iki düğüm karşılıklı akışın olduğunu gösteren yönsüz bir bağlantı ile bağlansın. A düşümünden B'ye 8 birimlik, B'den ise A'ya 4 birimlik akış söz konusu ise bu durumda iki düğüm arasındaki akış A'dan B'ye ikisi arası arasındaki fark olan 4 birim kadar olacaktır.

Yönlü bağlantı: İki bağlı düğümden birinden diğerine tek yönlü akış olduğunu gösteren bağlantı biçimidir.

Yönlü olmayan bağlantı: İki bağlı düğümden akışın her iki yönde olduğunu gösteren bağlantı biçimidir.

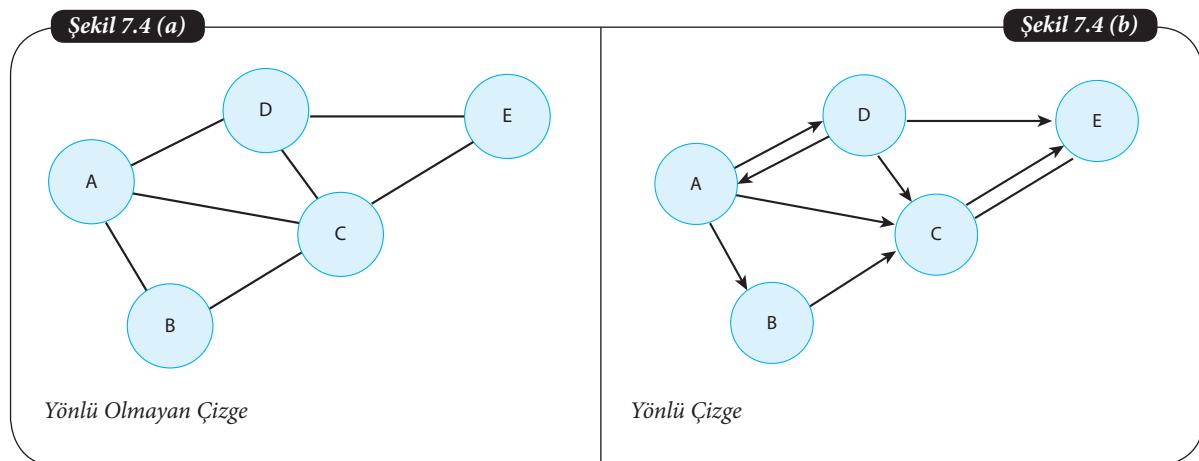
Yönlü ve yönlü olmayan bağlantı arasındaki farkı örnek vererek açıklayınız.



SIRA SİZDE

Yönlü ve Yönlü Olmayan Çizge

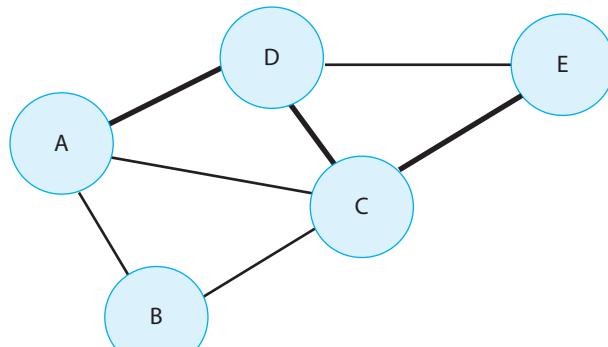
Yönlü bağlantılardan oluşan çizge, yönlü çizge adını alırken; yönlü olmayan bağlantılardan oluşan çizge ise yönlü olmayan çizge adını alır. Bir çizgenin tamamı yönlü ve yönlü olmayan bağlantılardan oluşabileceği gibi bir kısmı yönlü bir kısmı ise yönsüz bağlantılarından oluşabilir. Bu çizgeler, eğer istenirse yönsüz bağlantılar iki zıt yönlü akışı simgeleyen iki yönlü bağlantı kullanılarak yönlü çizgeye dönüştürülebilir.



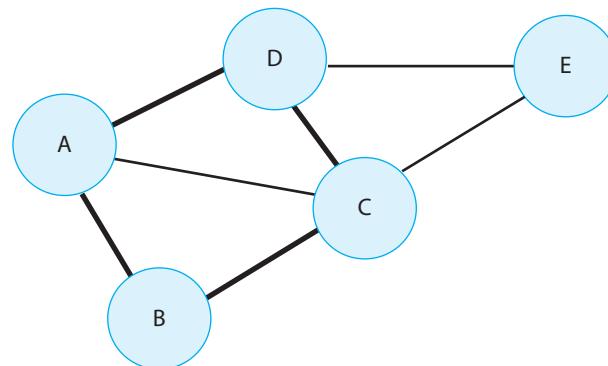
Şekil 7.4 (a)'da yönlü olmayan çizge, Şekil 7.4 (b)'de ise yönlü çizge örnek olarak verilmiştir.

Yol

İki düğümü birbirine bağlayan, birbirinden ayrı bir dizi bağlantıdan oluşan yapıya yol (yörünge) adı verilir. İki düğüm arasında bir yol söz konusu ise bu iki düğüm birbirine bağlı sayılır. Şekil 7.5'teki gibi A, B, C, D ve E gibi 5 düğüm ve bu düğümler arasında bağlantılar söz konusu olsun. A düşümünden E düşümüne giden alternatif yollardan biri; AD-DC-CE ($A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow E$)'dır.

Şekil 7.5*Yol Örneği***Döngü**

Başlangıç ve bitiş noktalarının aynı düğüm olduğu, başladığı noktaya geri dönen bağlantıların oluşturduğu yol döngü adını alır.

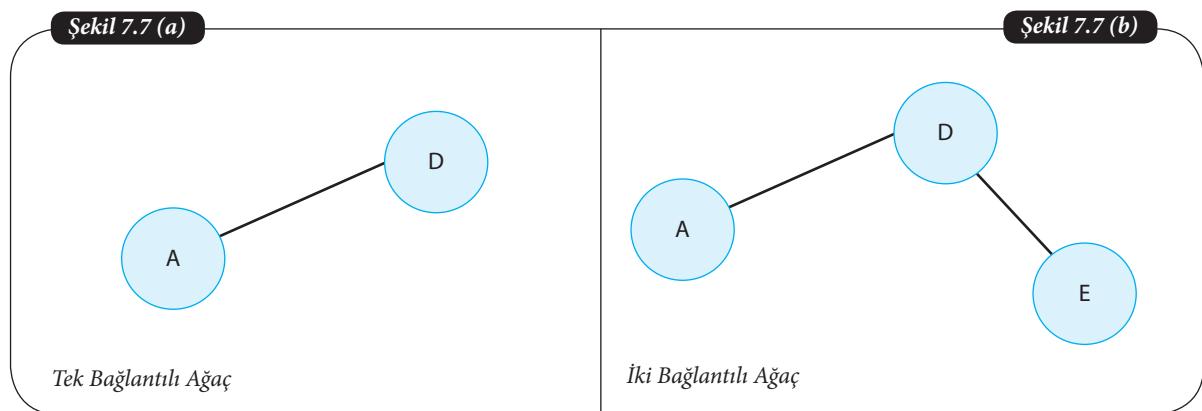
Şekil 7.6*Döngü Örneği*

Şekil 7.6 incelendiğinde kalın çizilen bağlantılar bir döngü örneğini oluşturmaktadır. A düğümünden başlayıp A düğümünde biten sırasıyla D, C ve B izleyen yol bir döngü oluşturur.

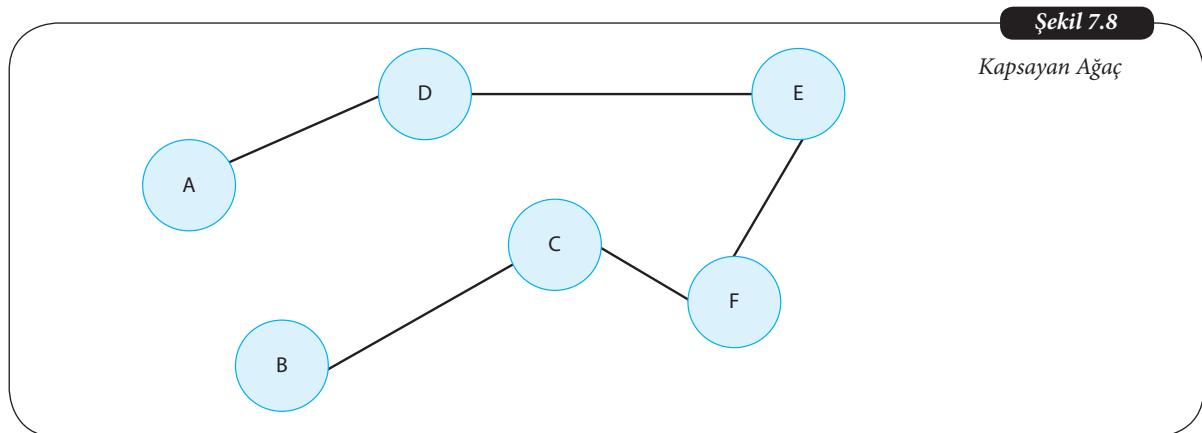
Ağaç /Kapsayan Ağaç

Yukarıda da ifade edildiği gibi, iki düğüm arasında en az bir yönlü olmayan yol var ise bu iki düğüm bağlı kabul edilmektedir. Bir çizgeyi oluşturan tüm düğümler birbirine bağlı olduğunda, bu çizgeler bağlı çizgeler olarak adlandırılır. Örneğin Şekil 7.4 (a)'daki çizge bir bağlı çizge örneğini oluşturur. Döngü içermeyen ve yönlü olmayan bağlantı ile birleştirilmiş düğümlerin oluşturduğu yol ise ağaç olarak adlandırılır. Ağaç, n tane düğümü olan bir çizgenin döngü içermeyen bir alt kümesi olarak ele alınabilir.

Şekil 7.4 (a)'da yer alan çizge bağlı bir çizgedir. Bu çizgedeki tüm bağlantıları kaldırıldığımızı varsayıyalım. A, B, C, D ve E düğümlerinden herhangi ikisi yönlü olmayan bir bağlantı ile birleştirildiğinde bir ağaç meydana getirilmiş olur. Bundan sonra kullanılacak yeni bağlantı, mevcut düğümler ile daha önceki düğümlere bağlı olmayan bir düğümü birleştirir. Böylelikle bir döngü oluşması engellenir (Hillier ve Liberman, 2001; 410).



n adet düğümden oluşan bir çizgede, n düğüm döngü oluşturmayacak biçimde $n-1$ bağlantı kullanılarak birleştirildiğinde ise oluşturulan ağaçya kapsayan ağaç denir.



EN KISA YOL PROBLEMİ

Bir yola çıktığımızda çoğu zaman bir harita üzerinden varış noktamıza olan en kısa rotayı belirlemeye çalışırız. Bu rota bazı durumlarda en kısa mesafeye göre, bazı durumlarda en az maliyete göre, bazı durumlarda ise en kısa ulaşım süresine göre belirlenir. n düğüm ve m bağlantından oluşan bir çizgede bir başlangıç noktası (düğüm i) ve bir bitiş noktası (düğüm j) belirlensin. En kısa yol probleminde amaç düğüm i den düğüm j ye doğru en kısa rotanın belirlenmesidir.

En kısa yol probleminin çözümünde, başlangıç düğümünden hareketle çizgede yer alan ve başlangıç düğümüne en yakın uzaklıktaki düğümün eklenmesiyle en kısa yolu veren rotanın belirlenmesi amaçlanır. Bu işlemler yerine getirilirken düğümler çözüme ulaşıcaya kadar geçici ve kalıcı olmak üzere etiketlenir. Geçici olarak etiketlenen düğümler, bu düğümler arasında daha kısa bir rota bulunması durumunda değiştirilir, bulunamaması durumunda kalıcı olarak etiketlenir. Kalıcı etiketler [], geçici etiketler () ile gösterilir. En kısa yol probleminin çözüm adımları aşağıda sıralanmıştır.

- 1. Adım: Başlangıç düğümünün numarası 1 olarak belirlenir. En kısa yol probleminin çözümünde düğümlerin geçici ve kalıcı olarak etiketlendiği bilinmektedir. Herhangi bir düğüm için geçici etiket (d, n) olarak genellendiğinde; etiketin ilk değeri (d), başlangıç düğüme olan uzaklığı; ikinci değeri (n) ise bağlandığı düğüm numarasını temsil eder. Buna göre, 1 numaralı düğüme kendisinden önce herhangi bir düğüm olmadığından [0, -] etiketi verilir.

- 2. Adım: Başlangıç düğümü olan 1 nolu düğüme doğrudan bağlı olan düğümler için (d, n) geçici etiket değerleri belirlenir. Başlangıç düğümü 1 nolu düğüm olarak atandığından, ilk düğüme bağlanan düğümün etiketindeki ikinci değer 1 olacaktır. Diğer tüm düğümlerin geçici etiketi $(\infty, -)$ geçici etiketi ile etiketlenir.
- 3. Adım: Geçici atama yapılmış düğümlerdeki etiketler dikkate alınarak içlerindeki en kısa uzaklığa sahip düğüm seçilir. Bu düğüm k düğüm olarak isimlendirilir ve k düğümünün etiketi kalıcıya çevrilir. Bütün düğümlerin etiketleri kalıcıya çevrilimiş ise başka bir ifadeyle kalıcı atama yapılmış ise 6. Adıma geçilir.
- 4. Adım: k. düğüme doğrudan bağlı geçici etikete sahip düğümler dikkate alınarak; $u = (k \text{den } i'ye \text{ olan uzaklık}) + (k \text{nin başlangıç düğümüne olan uzaklığı})$ olmak üzere u değerleri hesaplanır.
 $u < (\text{geçici etikete sahip düğümün uzaklığı})$ ise (u, k) geçici etiketi verilir.
 $u \geq (\text{geçici etikete sahip düğümün uzaklığı})$ ise geçici etiket korunur.
- 5. Adım: Kalıcı etiketin olmadığı düğümlerde bir düğüm için geçici etiket verilmiş ise düğüm için (u, k) hesaplanması yapılır adım 3'e geçilir.
- 6. Adım: Başlangıç düğümünden itibaren yapılan atamalar dikkate alınarak başlangıç düğümünden istenen varış düğümüne en kısa yola ait rota bulunur.

En kısa yol probleminin uygulamaları, sadece başlangıç ve bitiş noktaları arasında en kısa yolu veren rotanın hesaplanması ile sınırlı değildir. Düğümleri birbirine bağlayan bağlantılar faaliyetleri tanımladığında bu kez amaç en az toplam maliyeti veren bir dizi faaliyetin belirlenmesi olacaktır. Yine bağlantılar üzerindeki faaliyetlerin süreleri bilindiğinde bir dizi faaliyetin en kısa sürede tamamlanması da en kısa yol problemi için uygulama alanı oluşturacaktır. Bu durumda en kısa yol problemlerinin; toplam yolu, toplam maliyetin ve toplam sürenin en küçüklentimesi olmak üzere üç grupta toplandığı söylenebilir.

En kısa yol probleminin bir başka uygulaması ise başlangıç noktasından varış noktasına değil diğer tüm noktalara (düğümlere) en kısa rotanın belirlenmesi bicimdedir. Bu durumda başlangıç düğümü dışındaki diğer tüm düğümler varış noktası gibi ele alınır.

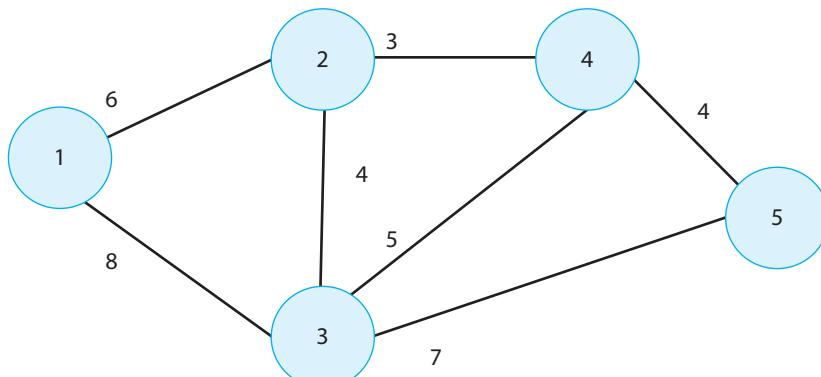
Bazı durumlarda da yönlü çizgeler üzerinde en kısa yolu bulunması problemi ile karşılaşılır. Bu durumda, etiketi kalıcı etikete dönüştürülmüş düğümden bağlantıların yönü dikkate alınarak bağlanacak düğümler değerlendirilir.

ÖRNEK 7.1

Şekil 7.9'da yer alan çizge 5 düğümden ve bu düğümleri birbirine bağlayan bağlantılarından oluşmaktadır. Bağıntılar üzerindeki sayısal değerler iki düğüm arasındaki uzaklığı ifade etmektedir. Düğüm 1'i başlangıç noktası kabul ederek düğüm 5'e en kısa yolu veren rotayı belirleyiniz.

Şekil 7.9

Örnek 7.1'e Ait Çizge



- 1. İterasyon,

- 1. Adım: Başlangıç düğümü olan 1 nolu düğüme $[0, -]$ ataması yapılır.
- 2. Adım: 1 nolu düğüme doğrudan bağlı olan düğümler 2 ve 3 nolu düğümlərdir. Bu düğümlərə geçici etiketler verilir.

Düğüm 2: $(6, 1)$

Düğüm 3: $(8, 1)$

Diğer düğümlərin geçici etiketleri $(\infty, -)$ olaraq belirlenir.

- 3. Adım: Geçici etiket verilmiş Düğüm 2 ve Düğüm 3'ün etiketleri dikkate alınarak içlerinden başlangıç düğümüne en kısa uzaklıqlı veren düğüm seçilir.

$\text{Min} \{(6, 1), (8, 1)\}$

Buna göre 6 birim ile Düğüm 2 en kısa uzaklık değerine sahiptir. Bu durumda Düğüm 2'ye kalıcı etiket verilir.

- 4. Adım: Düğüm 2'ye doğrudan bağlı olan düğümlər Düğüm 3 ve Düğüm 4'tür.

Düğüm 3: $6 + 4 = 10$

Hesaplanan uzaklık değeri Düğüm 3'ün geçici etiketindeki uzaklık değeri 8'den büyktür. Bu durumda Düğüm 3'ün geçici etiketi değiştirilmez. $(8, 1)$ olmaya devam eder.

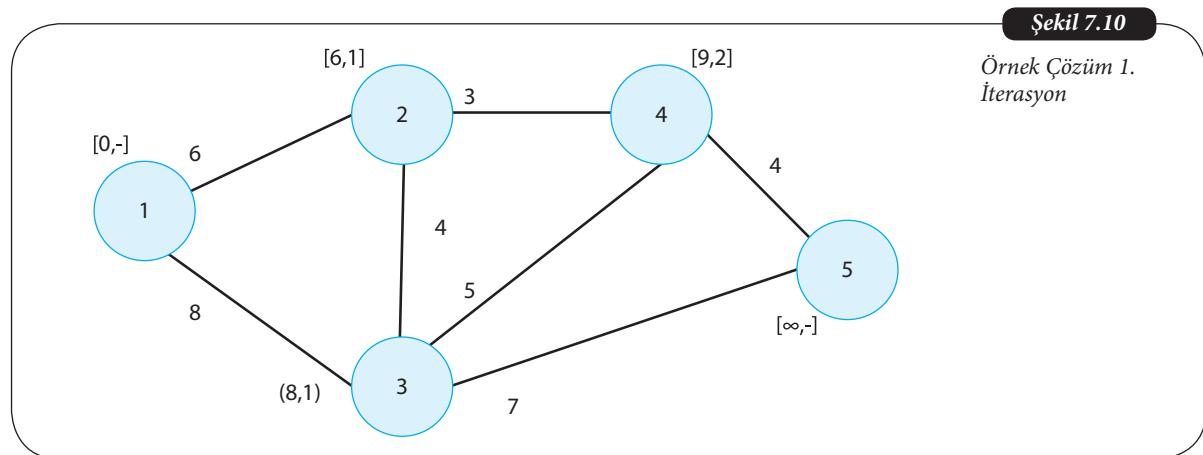
Düğüm 4: $6 + 3 = 9$

Düğüm 4'ün başlangıç düğümüne olan uzaklık değeri 9 olarak hesaplanır ve geçici etiketi $(9, 2)$ olur.

- 1. İterasyonda yapılan işlemler Şekil 7.10'da gösterilmiştir.

Şekil 7.10

Örnek Çözüm 1.
İterasyon



- 2. İterasyon,

- 3. Adım: Şekil 7.10 incelendiğinde geçici etiketler verilmiş düğümlər içinde en kısa uzaklık değerinin 8 olduğu görülmektedir. Bu durumda 3. düğüme kalıcı etiket verilir.
- 4. Adım: Düğüm 3'e doğrudan bağlı olan düğümlər Düğüm 4 ve Düğüm 5'tir.

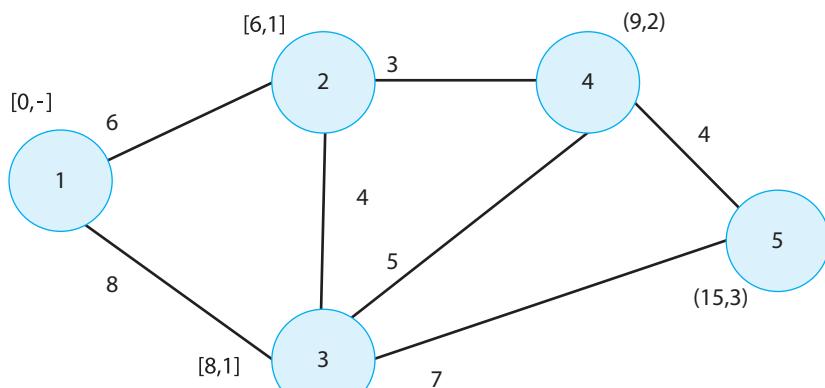
Düğüm 4: $8 + 5 = 13$

Hesaplanan uzaklık değeri Düğüm 4 için hesaplanmış geçici etiketindeki uzaklık değerinden daha büyktür. Bu durumda Düğüm 4'ün geçici etiketi değiştirilmez. $(9, 2)$ olmaya devam eder.

Düğüm 5: Düğüm 5'e daha önceden atama yapılmadığından uzaklık değeri bağlanacağı Düğüm 2'ye olan uzaklıqlı ile Düğüm 2'nin uzaklık değerinin toplamı kadar olacaktır. Bu değerleri topladığımızda uzaklık değeri $7 + 8 = 15$ olarak hesaplanır.

- 2. iterasyonda yapılan işlemler Şekil 7.11'de gösterilmiştir.

Şekil 7.11

Örnek Çözüm 2.
İterasyon

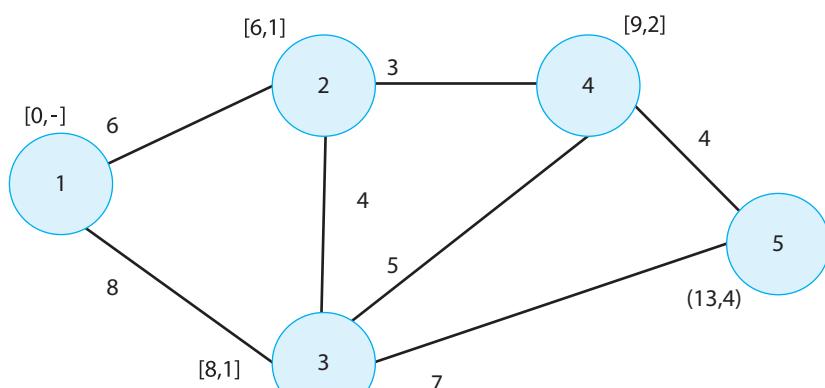
- 3. İterasyon,

- 3. Adım: Geçici olarak yapılmış atamalardan en küçük 9 olarak belirlenir. Bu durumda 4 nolu düğümün geçici etiketi kalıcıya çevrilir. 4 nolu düğümle doğrudan bağlantılı düğüm 5 nolu düğümdür.

Düğüm 5: $4 + 9 = 13$

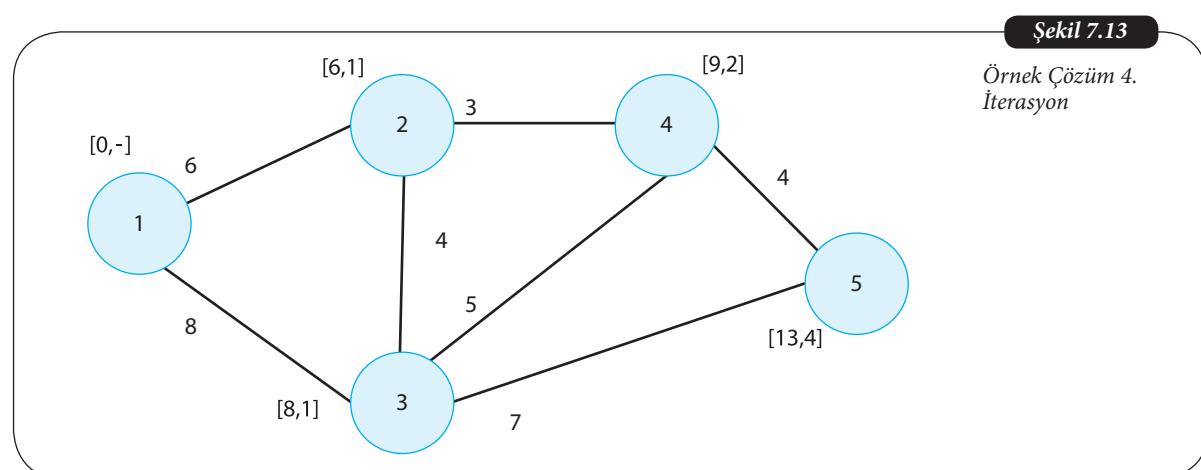
Hesaplanan uzaklık değeri Düğüm 5'in geçici etiketindeki uzaklık değeri 15'ten küçüktür. Bu durumda Düğüm 5'in geçici etiketi (13, 4) olarak değiştirilir.

Şekil 7.12

Örnek Çözüm 3.
İterasyon

- 4. İterasyon,

- 3. Adım: Geçici atama yapılan tek bir düğüm kalmıştır. Bu düğüme ait geçici etiket (13, 4) biçiminde kalıcıya dönüştürülür. Bütün düğümlerin etiketleri kalıcıya dönüştürüldüğünden 6. Adıma geçilir.



Şekil 7.13'den yararlanarak 1 nolu düğümden 5 nolu düğüme olan en kısa uzaklık 13 birim olarak bulunur. En kısa yolu veren rota ise; kalıcı etiketlerin ikinci bölümünden yararlanarak varış noktasından geriye doğru $5 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ olarak belirlenir. Başlangıç noktasına göre rota düzenlendiğinde $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 5$ elde edilir.

Çözüm aynı zamanda başlangıç noktasından diğer tüm düğümlere olan en kısa yol ve rotaların belirlenmesini olanaklı kılmaktadır. 1. düğümden diğer tüm düğümlere olan en kısa yol ve bu yolu veren rotalar Tablo 7.1'de verilmiştir.

Düğüm	En Kısa Yol	Rota
2	6	1 - 2
3	8	1 - 3
4	9	1 - 2 - 4
5	13	1 - 2 - 4 - 5

Tablo 7.1
Düğüm 1'den En Kısa Yol ve Rotalar

En kısa yol problemi uygulamalarında amaçlar nelerdir? Açıklayınız.



SIRA SİZDE

EN YÜKSEK AKIŞ PROBLEMİ

Bir çizge üzerinde, başlangıç noktasından bitiş noktasına malzeme taşıma önemli bir problemidir. En yüksek akış problemleri bütün akışın çıkış yaptığı "Kaynak" olarak isimlendirilen düğümden, akışın ulaştırıldığı "Bitim" olarak isimlendirilen düğüme malzemenin (su, petrol, gaz, veri, elektrik, mamül vb.) aktarılmasına ilişkindir. Bir petrol sahasından çıkarılan ham petrolün bir petrol rafinerisine boru hattı ile ulaştırılmasına ilişkin bir çizge ele alalım. Bu çizgenin maksimum kapasitesinin ne olacağının belirlenmesi en yüksek akış problemine bir örnek oluşturur. Ham petrolün petrol sahasından rafineriye ulaşana kadar belirli aralıklarla akışını sağlayacak pompalama istasyonlarına ihtiyaç duyulacaktır. Akışın gerçekleşeceği başlangıç ve bitim düğümleri arasında kullanılan boruların bir akış kapasitesi söz konusu olacaktır. Kullanılan borular ise tasarıma göre tek yönlü veya çift yönlü taşımaya olanaklı olabilir. Böyle bir çizgenin taşıyabileceği en büyük miktarın belirlenmesi en yüksek akış problemi örneği oluşturur (Taha, 2007; 263). En yüksek akış problemi başlangıç düğümünden bitim düğümüne (hedef noktası) ulaştırılacak akışın miktarının en yüksek kılınması olarak tanımlanır. Problemin genel yapısı aşağıda madde-ler halinde açıklanmıştır.

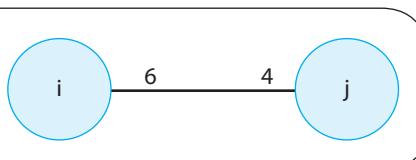
- Tüm akış, yönlü ve bağlı çizgede kaynak adı verilen düğümden başlar ve bitim adı verilen düğümde son bulur. Petrol örneği için petrol sahası, başlangıç düğümüne; petrol rafinerisi ise bitim düğümüne örnek oluşturur.
- Çizgede başlangıç ve bitiş düğümü dışındaki ($n-2$) düğümler aktarma düğümleri olarak isimlendirilir. Petrol örneğimiz için, petrol sahasından ham petrolün rafineriye ulaşana kadar belirli aralıklarla akışı sağlayacak pompalama istasyonları aktarma düğümlerine örnek oluşturur. Bu düğümlerde malzeme depolanmamakta ve başka bir düğüme gönderilmektedir. Başka bir ifade ile aktarma düğümlerinde giriş miktarı ve çıkış miktarı birbirine eşit olmalıdır.
- Yönlü bir bağlantı söz konusu olduğunda bağlantının ok ile gösterilen yönü akışın yönünü belirler. Akış miktarı ise bağlantının kapasitesi (C_{ij}) kadardır. Kapasite değerleri bağlantı üzerinde gösterilmektedir. C_{ij} i düğümünden j düğümüne akış kapasitesini ifade eder.
- Amaç başlangıç düğümünden bitim düğümüne bağlanlıkların kapasitelerini aşmadan en yüksek toplam akışı belirlemektir.

En yüksek akış probleminin çözümünde aşağıdaki işlemler yerine getirilir.

1. Başlangıç düğümünden bitim düğümüne giden malzemenin pozitif (sıfırdan farklı) uygun akışını sağlayacak yol belirlenir. Eğer böyle bir yol belirlenemiyorsa 5. adıma geçilir.
2. Belirlenen yol üzerinde bağlantıların kapasiteleri dikkate alınarak (akış kapasitesi en küçük olan seçenekler) yüklenebilecek en yüksek akış belirlenir.

Şekil 7.14

i'den j'ye Bağlantı Kapasitesi



- Bağlantı üzerinde yer alan sayısal büyülükler taşıma kapasitelerini ifade etmektedir. Şekil 7.14'te i düğümünden j düğümüne 6, j'den i'ye ise 4 birim taşınabileceğini ifade edilmektedir.
3. Kalan akış kapasiteleri, akışın yönü dikkate alınarak akışın gönderildiği yönde azaltılarak, akışın ters yönünde ise artırılarak gözden geçirilir.

4. Adım 1'e dönülür.
5. Bitim düğümüne gönderilen miktar en yüksek akıştır, en iyi çözüme ulaşılmıştır.

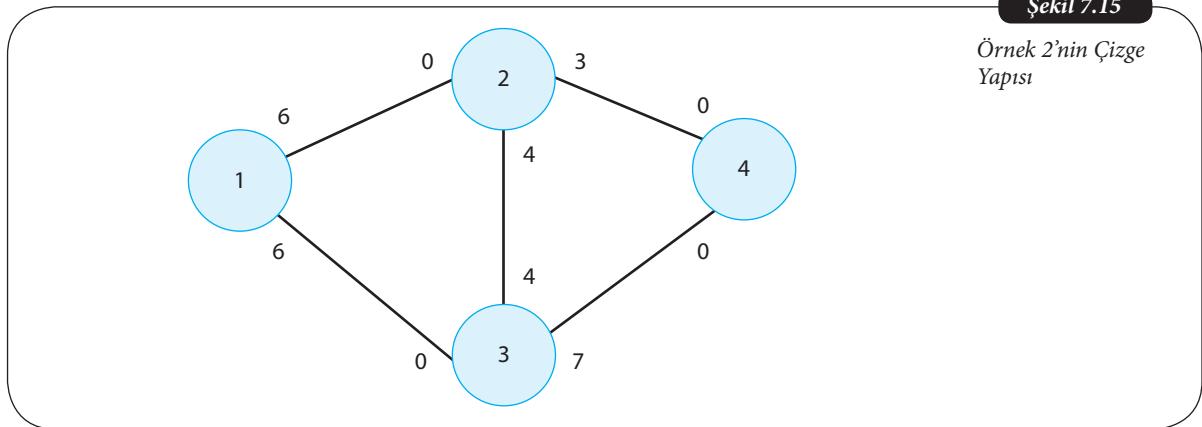
En yüksek akış problemi uygulamalarına;

- Boru hatları boyunca petrol, gaz, su gibi malzeme için en yüksek akışın belirlenmesi,
- Haberleşme sisteminde en yüksek bilgi akışının belirlenmesi,
- Bir hat boyunca en yüksek elektrik akışının belirlemesi,
- Ulaşımda en yüksek araç akışının belirlenmesi,
- Bir üretim merkezine tedarik ağından en yüksek malzeme akışının belirlenmesi, örnek olarak verilebilir. Uygulamaların bazlarında birden çok başlangıç düğümü ve birden çok bitim düğümü tanımlanlığı görülmektedir. Örneğin bir işletmenin tedarik sistemi ele alındığında, tedarik ağında birden çok tedarikçiden birden çok üretim merkezine mal akış söz konusu olabilir. Bu tür problemlerin en yüksek akış problemi olarak ele alınıp çözülebilmesi için bir kukla başlangıç düğümü ve bir kukla bitim düğümü eklenir. Böylece birden çok olan başlangıç ve bitim düğümleri tek düğüme indirgenmiş olur. Bu tür problemlerde eklenen kukla başlangıç ve bitim düğümleri dışındaki tüm düğümler aktarma düğümüne dönüşmüştür. Başlangıç ve bitim düğümünde kullanılan bağlantıların kapasitelerinin ise çizgedeki akışı engellemeyecek kadar büyük olduğu kabul edilir (Hillier ve Liberman, 2001; 422).

Şekil 7.15'te 1 nolu düğümden 4 nolu düğüme malzemelerin nasıl gönderildiğini gösteren çizge yapısı verilmiştir. A başlangıç düğümünden bitim düğümü olan D'ye çizgede gönderelecek en yüksek akış miktarını bulunuz.

ÖRNEK 7.2

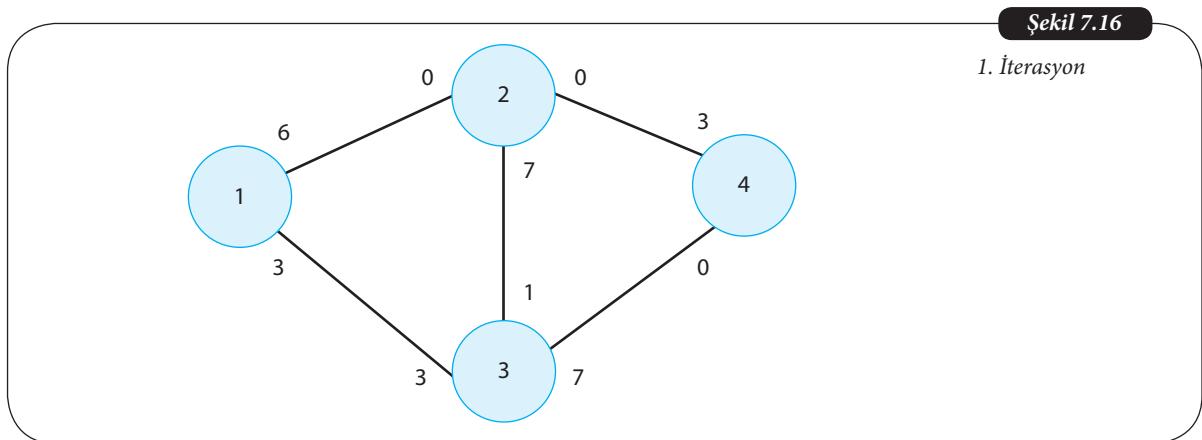
Şekil 7.15
Örnek 2'nin Çizge Yapısı


1. İterasyon

Kaynaktan bitim düğümüne malzemelerin pozitif akışını olanaklı kılan yollardan bir tanesi, 1 – 3 – 2 – 4 ‘tür. Bu yol üzerinden gönderelecek en yüksek malzeme miktarı 3 birimidir. Bu miktar 2 – 4 ün kapasitesi kadardır. Bu şekilde bir atama yapılır ise belirlenen yol boyunca ileri yönde 3 birim azaltılırken geriye doğru 3 birim arttırılır. Bu durum aşağıdaki çizgede gösterilmiştir.

Şekil 7.16

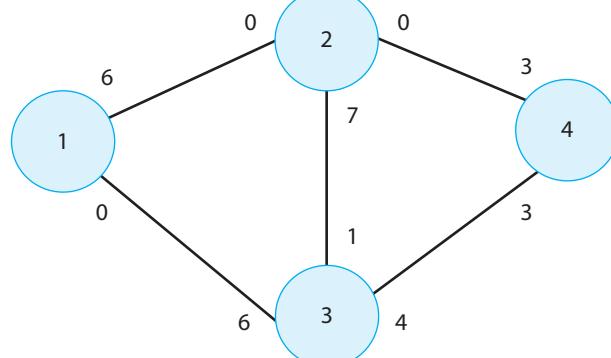
1. İterasyon


2. İterasyon

Şekil 7.16 incelendiğinde kaynak düğümden bitim düğümüne malzeme gönderelebilecek bir başka yol 1 – 3 – 4 yoludur. Bu yolda kapasiteler dikkate alındığında en düşük kapasitenin 1 – 3 bağlantısına ait olduğu görülür. Bağlantının kapasitesi 1. İterasyon sonrasında 3 birime gerilemiştir. Bu durumda yol boyunca ileri doğru 3'er birim azalış, zıt yönde 3'er birimlik artışlar gerçekleştirilir. 2. İterasyonda gerçekleştirilen işlemler sonucunda Şekil 7.17'ye ulaşılır.

Şekil 7.17

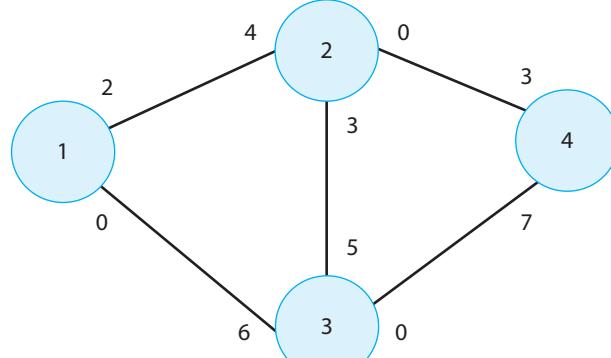
2. İterasyon

**3. İterasyon**

Şekil 7.17 incelendiğinde kaynak düğümden bitim düğümüne 1 – 2- 3 – 4 yolu üzerinden malzeme ulaştırılabileceği görülmektedir. En düşük kapasite ise 4 birim ile 3 – 4 bağlantısındadır. Bu durumda kaynaktan bitime 4 birim malzeme bu yol üzerinden gönderebilir. Bu işlem yerine getirildiğinde yol boyunca ileri doğru 3'er birim azalış, zit yönde 3'er birimlik artışlar gerçekleştirilir. 3. İterasyonda gerçekleştirilen işlemler sonucunda Şekil 7.18'ye ulaşılır.

Şekil 7.18

3. İterasyon

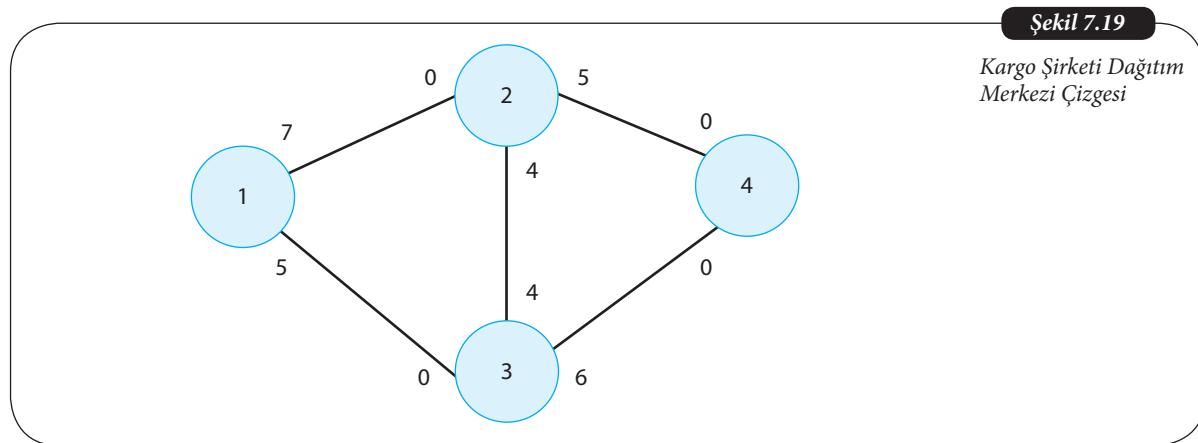
**4. İterasyon**

Şekil 7.18 incelendiğinde kaynaktan bitim düğümüne pozitif malzemelerin akışı nı olanaklı kılan bir yolu bulunmadığı görülmektedir. Bu durumda kaynaktan bitime gönderilebilecek malzeme miktarı her bir iterasyon sonunda gönderilen toplam malzeme miktarı olan $3+3+4=10$ birimdir. Bu sonuç birim zamanda çizge üzerinde taşınabilecek en yüksek malzeme miktarına karşılık gelmektedir.

SIRA SİZDE



Bir kargo şirketinin belirli bir bölgede dört dağıtım merkezi yer almaktadır. 1 nolu merkezden 4 nolu merkeze gönderilebilecek maksimum akış miktarını belirleyiniz.



EN KÜÇÜK YAYILMA PROBLEMLERİ

En küçük yayılma problemlerinde çizgedeki tüm düğümleri birbirine bağlayan en kısa yolu bulunması amaçlanmaktadır. En küçük yayılma problemlerinin genel yapısı aşağıda maddeler biçiminde açıklanmıştır.

- Problemden n tane düğüm vardır.
- Problemdeki çizge yapıda düğümleri birbirine bağlayan bağlantılar yönlü olmayan bağlantılardır ve düğümler arasındaki uzaklıklarını (maliyet, süre) göstermektedir.
- Tüm düğümleri birbirine bağlayacak biçimde yeterince bağlantı kullanılarak bir çizge tasarılanır.
- Bu çizge tasarılanırken toplam uzunluğu en kısa yapacak şekilde bağlantılar seçilmiştir.

En küçük yayılma problemlerinin çözümünde aşağıdaki işlemleri yerine getirilir.

1. Çizge içerisinde rastgele bir düğüm seçilir. Bu düğüm kendisine en yakın düğüme bağlanır.
2. Bağlanmamış düğümler arasından, bağlanmış düğümlere komşu düğümler içeriinden en yakın olan seçilerek bu düğümlere bağlanır.
3. Tüm düğümler bağlanana kadar işleme devam edilir.

En küçük yayılma problemi uygulamalarına;

- Bir dizi yerleşim biriminin bağlayan boru hattı çizgesinin tasarımını,
- Ulaşım (demiryolu, karayolu) çizgesinin tasarımını,
- Yüksek gerilim hatlarının tasarımını,
- Telekomünikasyon çizgesinin (fiber optik ağları, kablolu televizyon ağları vb.) belirlenmesi

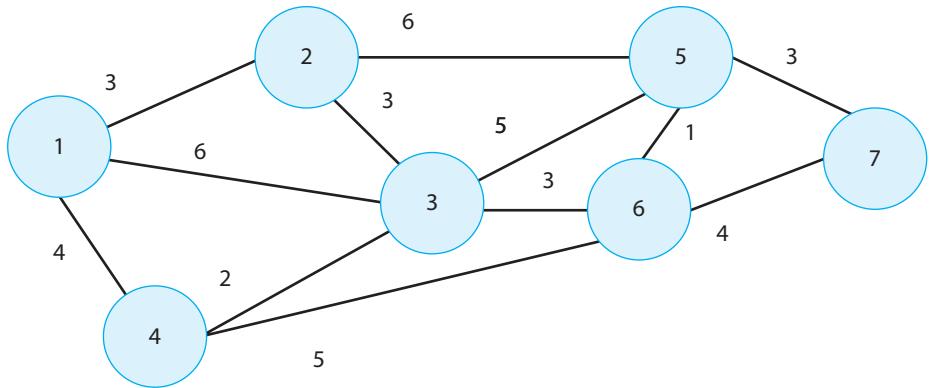
örnek olarak verilebilir.

Bir işletme üretim alanı içerisinde 7 farklı binaya sahiptir. Bu binalar (düğümlerle gösterilmiştir) ve binalara ait uzaklıklar (km) Şekil 7.20'de verilmiştir. İşletme, binaları birbirine fiber kablolar ile bağlamak istemektedir. Kullanılacak kablo uzunluğunu en kısa kılacak biçimde binaları birbirine bağlayan yolu belirleyiniz.

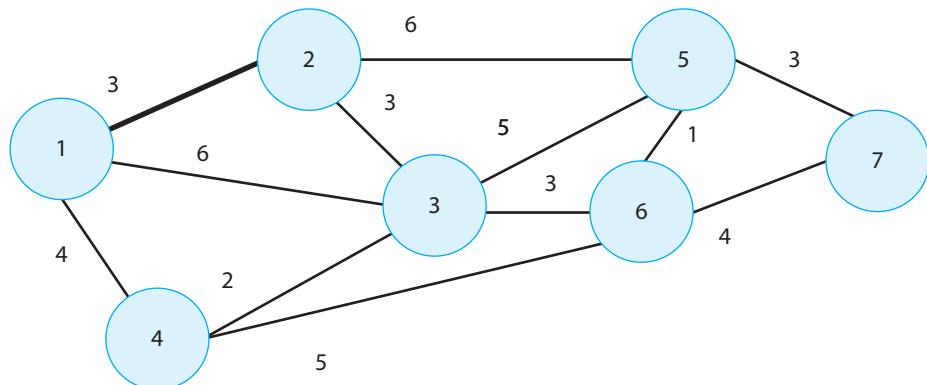
ÖRNEK 7.3

Şekil 7.20

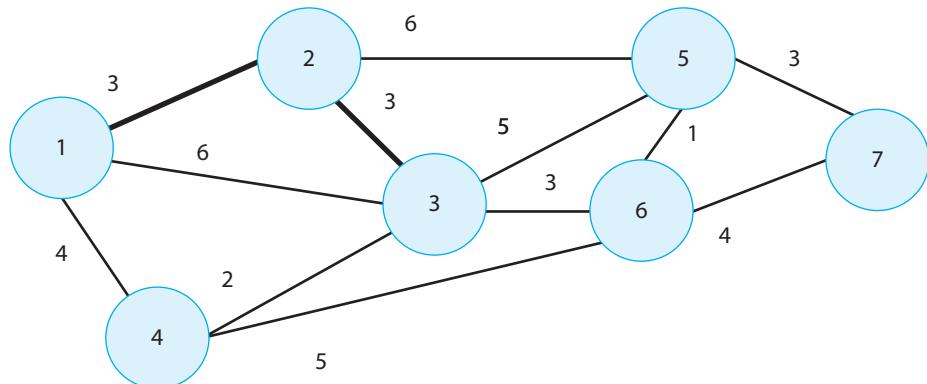
İşletme Bina Çizgesi



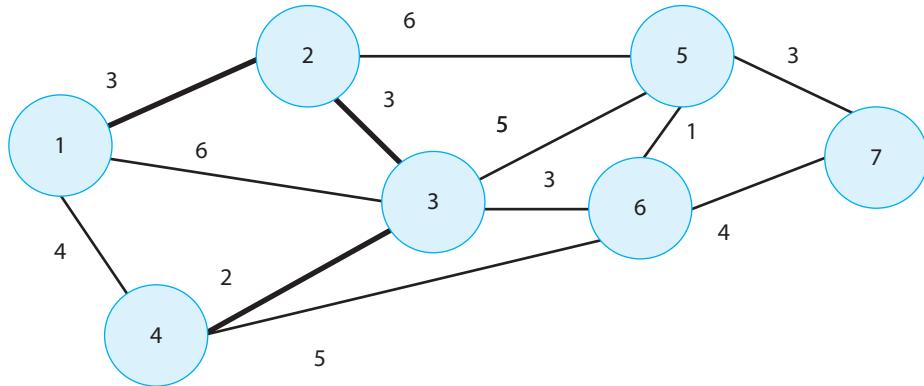
1 nolu binaya karşılık gelen 1 nolu düğüm, keyfi başlangıç noktası olarak seçilmiştir. 1 nolu düğüme bağlanabilecek komşu düğümler 2 – 3 – 4 nolu düğümlerdir. Bu düğümler arasında 1 nolu düğüme en kısa mesafe 3'tür. Bu nedenle 2 nolu düğüm, 1 nolu düğüme bağlanır.



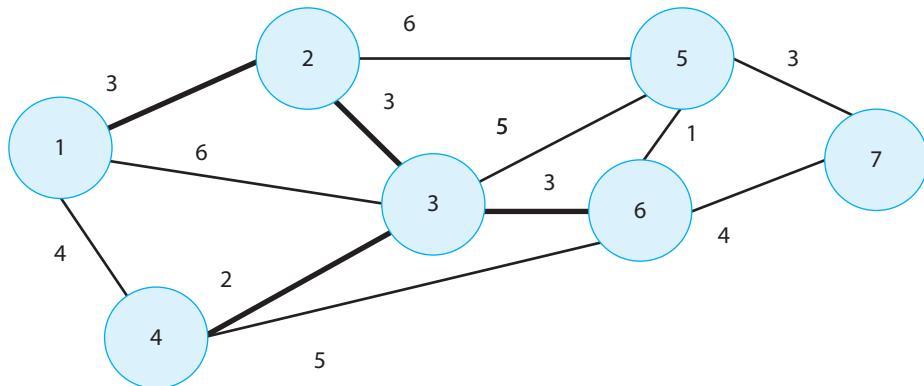
1 ve 2 nolu düğümlere bağlanmamış düğümler arasından bağlanabilecek düğümler 3 – 4 – 5 nolu düğümlerdir. Bu düğümler arasında en yakını 3 nolu düğümdür. 3 nolu düğümün 2 nolu düğüme uzaklığı 3'tür. Bu nedenle 3 nolu düğüm, 2 nolu düğüme bağlanır.



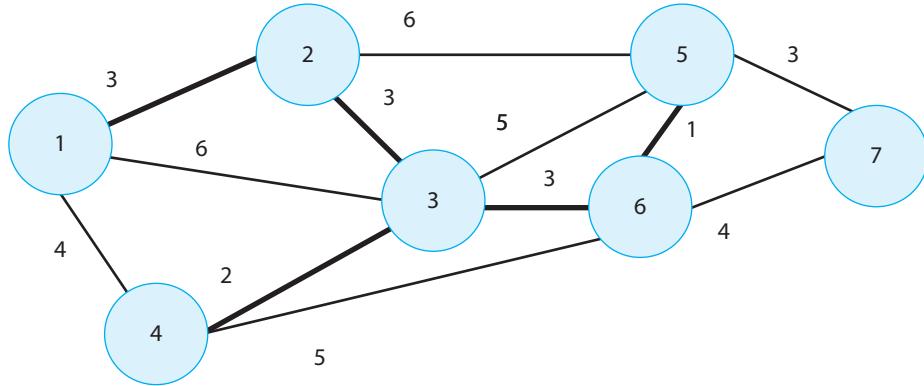
1 – 2 – 3 nolu düğümlere bağlanmamış düğümler arasından bağlanabilecek düğümler 4 – 5 – 6 nolu düğümlərdir. Bu düğümlər arasında en yakını 4 nolu düğümdür. 4 nolu düğümün 3 nolu düğüme uzaklığı 2'dir. Bu nedenle 4 nolu düğüm 3 nolu düğüme bağlanır.



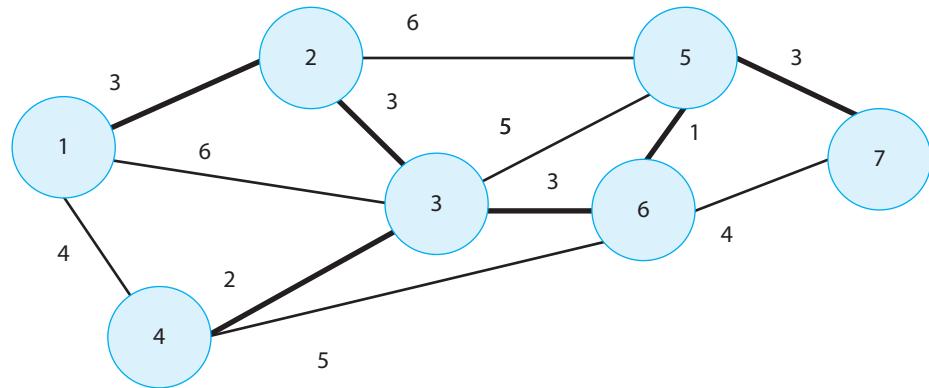
1 – 2 – 3 – 4 nolu düğümlere bağlanmamış düğümler arasından bağlanabilecek düğümler 5 – 6 nolu düğümlərdir. Bu düğümlər arasında en yakını 6 nolu düğümdür. 6 nolu düğümün 3 nolu düğüme uzaklığı 3'tür. Bu nedenle 6 nolu düğüm, 3 nolu düğüme bağlanır.



1 – 2 – 3 – 4 - 6 nolu düğümlere bağlanmamış düğümler arasından bağlanabilecek düğümler 5 – 7 nolu düğümlərdir. Bu düğümlər arasında en yakını 5 nolu düğümdür. 5 nolu düğümün 6 nolu düğüme uzaklığı 1'dir. Bu nedenle 5 nolu düğüm, 6 nolu düğüme bağlanır.



1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 nolu düğümlere bağlanabilecek düğüm olarak 7 nolu düğüm kalmıştır. 7 nolu düğüm, 5 ve 6 nolu düğümlerden 5'inci düğüme yakındır. 7 nolu düğüm 5 nolu düğüme bağlanır.

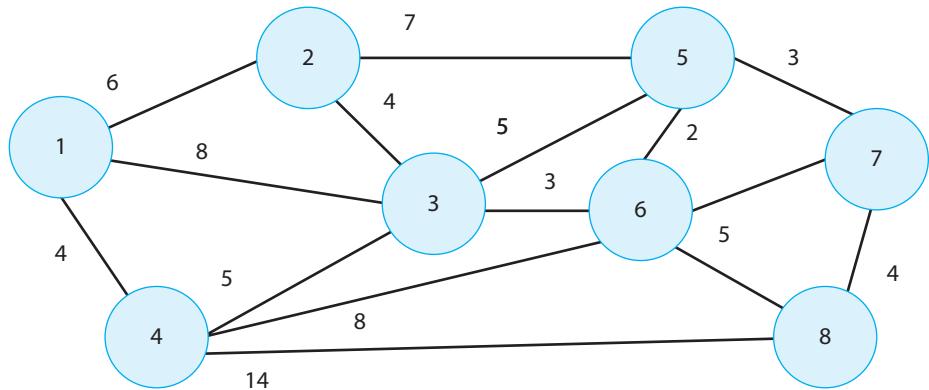


Artık bağlanacak düğüm kalmadığından çözüme ulaşılmıştır. İşletmenin 7 binası en kısa kabloyu kullanacak biçimde birleştirilmiştir. Kullanılacak kablo miktarı ise son çizgede kalın bağlantıların toplamına eşit olup $3 + 3 + 2 + 3 + 1 + 3 = 15$ kilometredir.

SIRA SİZDE



Bir öğrenci servisi belirli bir bölgede, öğrencileri belirlenmiş duraklardan toplayacaktır. Aşağıda verilen çizgede düğümler durakları temsil etmektedir. Bu servisin kat edeceğİ toplam yol en kısa kılacak şekilde durakları birbirine bağlayan rotayı belirleyerek toplam me-safeyi hesaplayınız.



Özet



Çizge yapısının elemanlarını açıklamak.

Bir çizge yapısı düğüm adı verilen bir dizi nokta ve bu düğümlerden bazıları veya tamamını birbirine bağlayan bir dizi çizgiden (bağlantıdan, yaydan) oluşur. Bir çizgenin tanımlanmasında (N, A) gösterimi kullanılmaktadır. Bu gösterimde N düğümlerin kümesi A ise bağlantılar kümesidir. Bir çizge problemi, $N=\{1,2,3,\dots,n\}$ düğüm ve bu düğümleri birbirine bağlayan bağlantıların $S=\{(a,b),(c,d),\dots,(y,z)\}$ kümesi ile ifade edilir.



En kısa yol probleminde amaç tanımlamak.

n düğüm ve m bağlantından oluşan bir çizgede bir başlangıç noktası (i düğüm) ve bir bitiş noktası (j düğüm) belirlensin. En kısa yol probleminde amaç düğüm i ’den düğüm j ’ye doğru en kısa rotanın belirlenmesidir. En kısa yol probleminin uygulamaları sadece başlangıç ve bitiş noktaları arasında en kısa yolu veren rotanın hesaplanması ile sınırlı değildir. Düğümleri birbirine bağlayan bağlantılar faaliyetleri tanımladığında bu kez amaç en az toplam maliyeti veren bir dizi faaliyetin belirlenmesi olacaktır. Yine bağlantılar üzerindeki faaliyetlerin süreleri bilindiğinde bir dizi faaliyetin en kısa sürede tamamlanması da en kısa yol problemi için uygulama alanı oluşturacaktır. Bu durumda en kısa yol problemlerinin toplam yolun, toplam maliyetin ve toplam sürenin en küçüklenmesi olmak üzere üç grupta toplandığı söylenebilir.



En yüksek akış probleminin çözüm adımlarını sıralamak.

En yüksek akış probleminin çözümünde aşağıdaki işlemeler yerine getirilir.

1. Başlangıç düğümünden bitim düğümüne giden malzemenin pozitif (sıfırdan farklı) uygun akışını sağlayacak yol belirlenir. Eğer böyle bir yol belirlenemiyorsa 5. adıma geçilir.
2. Belirlenen yol üzerinde bağlantıların kapasiteleri dikkate alınarak (akış kapasitesi en küçük olan seçilerek) yüklenebilecek en yüksek akış belirlenir.
3. Kalan akış kapasiteleri, akışın yönü dikkate alınarak akışın gönderildiği yönde azaltılarak akışın ters yönünde ise artırılarak gözden geçirilir.
4. Adım 1'e dönülür.
5. Bitim düğümüne gönderilen miktar en yüksek akıştır, en iyi çözüme ulaşılmıştır.



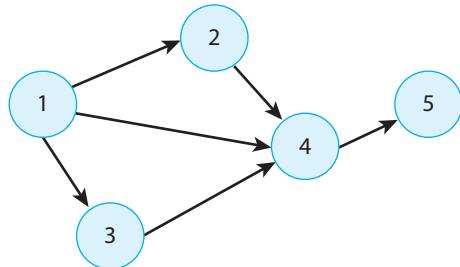
En küçük yayılma problemini açıklamak.

En küçük yayılma probleminde n tane düğüm vardır. Problemde kullanılan çizge düğümleri birbirine bağlayan bağlantılar, yönlü olmayan bağlantılardır ve düğümler arasındaki uzaklıklar (maliyet, süre) göstermektedir. Tüm düğümleri birbirine bağlayacak biçimde yeterince bağlantı kullanılarak bir çizge tasarlanır. Bu çizge tasarılanırken toplam uzunluğu en kısa yapacak şekilde bağlantılar seçilir. En küçük yayılma problemlerinde çizgedeki tüm düğümleri birbirine bağlayan en kısa yolu bulunması amaçlanmaktadır.

Kendimizi Sınavalım

1. Bir dizi nokta ve bu noktaların bazıları veya tamamını birbirine bağlayan bir dizi çizgiden oluşan yapıya ne ad verilir?

- a. Düğüm
- b. Bağlantı
- c. Yay
- d. Akış
- e. Çizge



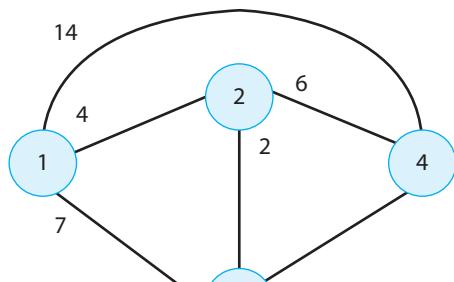
2. ve 3. sorular yukarıdaki şekilde yer alan çizgeden yararlanarak çözülecektir.

2. Aşağıdaki seçeneklerden hangisi çizgenin doğru gösterimi yer almaktadır?

- a. $N = \{1,2,3,4,5\}$ $S = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5)\}$
- b. $N = \{A,B,C,D,F\}$ $S = \{(A,B), (A,C), (A,D), (D,C), (C,F)\}$
- c. $N = \{1,2,3,4,5\}$ $S = \{(1,2), (1,4), (2,4), (4,5)\}$
- d. $N = \{1,2,3,4,5\}$ $S = \{(1,2), (1,3), (4,3), (3,4), (4,5)\}$
- e. $N = \{1,2,3,4,5\}$ $S = \{(1,2), (1,3), (1,4), (2,4), (4,5)\}$

3. Aşağıdaki ifadelerden hangisi şekilde yer alan çizge için geçerli **değildir**?

- a. Çizge 5 düğümden oluşur.
- b. Çizgede 6 adet bağlantı yer almaktadır.
- c. Şekilde yönlü olmayan bir çizgeye yer verilmiştir.
- d. Çizge yönlü bağlantılarından oluşmaktadır.
- e. Düğüm 4'ten düğüm 5'e bir akış söz konusudur.



4. ve 5. sorular yukarıda verilen çizgeden yararlanılarak cevaplandırılacaktır.

4. Çizgede 1 nolu düğümden 4 nolu düğüme en kısa yolu veren rota aşağıdakilerden hangisinde yer alır?

- a. 1 - 4
- b. 1 - 2 - 4
- c. 1 - 2 - 3
- d. 1 - 3 - 2 - 4
- e. 1 - 2 - 3 - 4

5. Çizgede başlangıç düğümünden (1 nolu düğüm) bitim düğümüne (4 nolu düğüm) en kısa yolun toplam uzunluğu aşağıdakilerden hangisidir?

- a. 2
- b. 7
- c. 8
- d. 9
- e. 14

6. n adet düğümden oluşan bir çizgede, n düğümü döngü oluşturmayacak biçimde kapsayan ağaç oluşturulmak istendiğinde kullanılan bağlantı sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- a. $n-2$
- b. $n-1$
- c. n
- d. $n+1$
- e. $n+2$

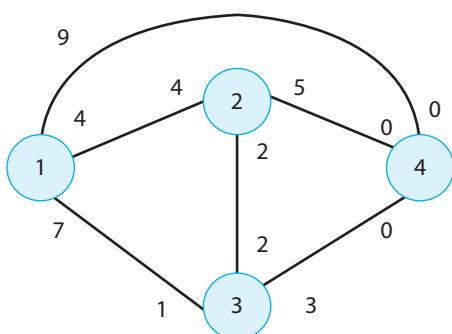
- 7.** i. Tüm akış kaynak düğümünden başlar ve bitim düğümünde son bulur.
ii. Aktarma düğümlerinde malzeme depolanabilmektedir.
iii. Yönü bağıntı akışının yönünü belirler.

Aşağıdakilerden hangisinde yukarıda yer alan ifadelerin doğru bir bileşimi yer almaktadır?

- a. Yalnız i
- b. Yalnız ii
- c. i - ii
- d. i - iii
- e. i - ii - iii

- 10.** 10 düğümden oluşan en yüksek akış probleminde yer alan aktarma düğümü sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- a. 8
- b. 9
- c. 10
- d. 11
- e. 12



8. ve 9. sorular yukarıda verilen çizgeden yararlanılarak cevaplandırılacaktır.

- 8.** Aşağıdakilerden hangisi, 1 nolu düğümden 4 nolu düğüme en yüksek akışın bulunmasına ilişkin problem için doğru değildir?

- a. 1 nolu düğümden 2 nolu düğüme akış miktarı en fazla 4 birim olabilir.
- b. 2 nolu düğümü 4 nolu düğüme bağlayan bağlantının taşıma kapasitesi 5 birimdir.
- c. 2 nolu düğümde 2 birim malzeme depolanabilir.
- d. 1 nolu düğümden 4 nolu düğüme doğrudan 9 birime kadar malzeme akışı olabilir.
- e. 3 nolu düğümden 2 nolu düğüme malzeme akışı olanağlıdır.

- 9.** Çizgede 1 nolu düğümden 4 nolu düğüme en yüksek akış miktarı aşağıdakilerden hangisidir?

- a. 9
- b. 11
- c. 15
- d. 17
- e. 20

Kendimizi Sınavalım Yanıt Anahtarı

1. e Yanıtınız yanlış ise “Çizge Modellerinde Temel Kavramlar” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
2. e Yanıtınız yanlış ise “Çizge Modellerinde Temel Kavramlar” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
3. c Yanıtınız yanlış ise “Çizge Modellerinde Temel Kavramlar” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
4. e Yanıtınız yanlış ise “En Kısa Yol Problemi” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
5. d Yanıtınız yanlış ise “En Kısa Yol Problemi” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
6. b Yanıtınız yanlış ise “Çizge Modellerinde Temel Kavramlar” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
7. d Yanıtınız yanlış ise “En Yüksek Akış Problemi” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
8. c Yanıtınız yanlış ise “En Yüksek Akış Problemi” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
9. d Yanıtınız yanlış ise “En Yüksek Akış Problemi” konusunu yeniden gözden geçiriniz.
10. a Yanıtınız yanlış ise “En Yüksek Akış Problemi” konusunu yeniden gözden geçiriniz.

Sıra Sizde Yanıt Anahtarı

Sıra Sizde 1

Bir çizge yapısı düğüm adı verilen bir dizi nokta ve bu düğümlerden bazıları veya tamamını birbirine bağlayan bir dizi çizgiden (bağlantıdan, yaydan) oluşur. Bir çizgenin tanımlanmasında (N, A) gösterimi kullanılır. Bu gösterimde N düğümlerin kümesi A ise bağlantılar kümesidir. Bir çizge problemi, $N=\{1, 2, 3, \dots, m\}$ düğüm ve bu düğümleri birbirine bağlayan bağlantıların $S=\{(a,b), (c,d), \dots, (y,z)\}$ kümesi ile ifade edilir.

Sıra Sizde 2

A ve B gibi iki düğüm tanımlansın. A düğümünden B düşümüne tek yönlü akış söz konusu olduğunda bu durum AB şeklinde veya $A \rightarrow B$ ile ifade edilir. Tek yönlü bir cadde de trafik akışı gibi. Eğer bağlantının gösteriminde ok başı kullanılmaz ise iki düğümü bağlayan çizgi yönlü olmayan bağlantı olarak isimlendirilir ve akışın her iki yönde de olabileceği gösterir. Tasarımı iki yönlü akışı olanaklı hale getiren bir boru hattı, yönlü olmayan akışa örnek oluşturur.

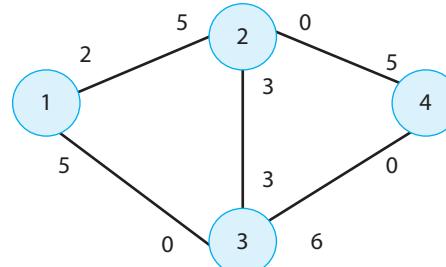
Sıra Sizde 3

En kısa yol problemlerinin, amaçları; toplam yolun, toplam maliyetin ve toplam sürenin en küçülenmesi olmak üzere sıralanabilecek üç grubu vardır.

Sıra Sizde 4

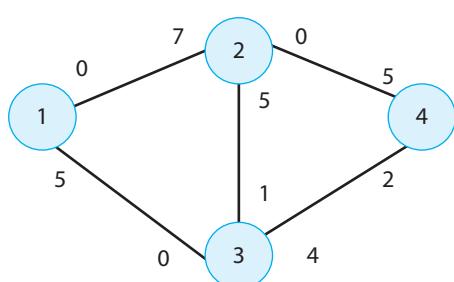
Örnek problemin çözümünde her bir iterasyonda gerçekleştirilen işlemler sonucunda oluşan çizge yapılarına sırasıyla yer verilmiştir.

1. İterasyon



Yararlanılan ve Başvurulabilecek Kaynaklar

2. İterasyon



Hillier, Frederick S., Lieberman, Gerald J., (2001).

Introduction to Operations Research, Seventh edition,
Mc Graw-Hill

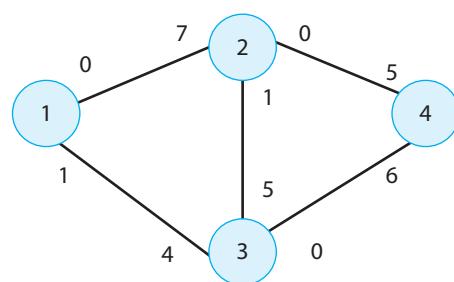
Lawrence, John A., Pasternack, Barry A., (2001). **Applied Management Science**, Wiley & Sons

Öztürk, Ahmet, (2011). **Yöneylem Araştırmasına Giriş**, Ekin Yayınevi, Bursa

Taha, Hamdy A., (2007). **Operations Research: An Introduction**, Eighth Edition, Pearson Prentice Hall

Timor, M., (2010). **Yöneylem Araştırması**, Türkmen Kitabevi, İstanbul

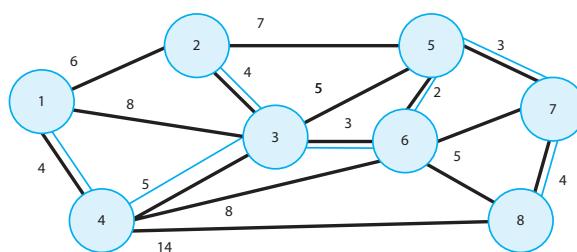
3. İterasyon



4'üncü iterasyonda ait şekil incelendiğinde kaynaktan bitim düğümüne pozitif malzemelerin akışını olanaklı kılan bir yolun bulunmadığı görülmektedir. Bu durumda kaynaktan bitime gönderilebilecek malzeme miktarı her bir iterasyon sonunda gönderilen toplam malzeme miktarı olan $5 + 2 + 4 = 11$ birimdir.

Sıra Sizde 5

Keyfi başlangıç numaralı düğüm seçilmiş, sonrasında sırasıyla bağlanmamış komşu düğümler arasında en yakın olan eklenerken düğümler birleştirilmiştir.



Bu durumda $1 - 4 - 3 - 6 - 5 - 7 - 8 - 2$ bağlanarak tüm düğümler birbirine bağlanmış toplam mesafe ise $4 + 5 + 3 + 2 + 3 + 4 + 4 = 25$

8

Amaçlarımız

- Bu üniteyi tamamladıktan sonra;
- 🕒 Benzetim kavramını ve amaçlarını açıklayabilecek,
 - 🕒 Benzetimin avantaj ve dezavantajlarını sıralayabilecek,
 - 🕒 Sistem ve model kavramlarını tanımlayabilecek,
 - 🕒 Benzetim çalışmasının aşamalarını açıklayabilecek,
 - 🕒 Benzetim modelinin yapısını açıklayabilecek bilgi ve becerilere sahip olabileceksiniz.

Anahtar Kavramlar

- Benzetim
- Sistem
- Sistem Elemanları
- Kesikli ve Sürekli Sistemler
- Model
- Statik ve Dinamik Benzetim
- Belirli ve Olasılıklı Benzetim
- Kesikli Olay
- Sürekli Benzetim

İçindekiler

Karar Modelleri

Benzetim Modelleri

- GİRİŞ
- BENZETİM
- SİSTEM
- MODEL
- BENZETİM MODELLERİ

Benzetim Modelleri

GİRİŞ

Karmaşık sistemlerin incelenmesinde sıkılıkla kullanılan benzetimin (simülasyon) kökeni 1940'lı yılların sonlarında Jon Von Neumann ve Stanislaw Ulam'ın geliştirdikleri *Monte Carlo Tekniği*'ne dayanmaktadır. Benzetim yönteminde, gerçek bir sürecin ya da sistemin zaman içerisindeki davranışını kestirmek amacıyla oluşturulan benzetim modeli incelenerek süreç ya da sisteme ilişkin sonuçlara ulaşımaya çalışılmaktadır. Sistemin yapay geçmişinin üretilmesine ve bu geçmişin gerçek sistemin karakteristik özelliklerine ilişkin çıkarımlar yapmak üzere gözlemlenmesine olanak veren benzetim modelleri, "ne-eğer" sorularına cevap aramak için kullanılır. Bu türden sorulara cevap ararken amaç; öngörülemeyen darboğazları elimine etmek, sistemin aranılan özelliklerindeki başarısız olma olasılıklarını indirgemek, kaynakların gereğinden az veya fazla kullanımını önlemek ve sistem performasını artırmaktır. Birçok bilim dalında sıkılıkla kullanılan benzetim modelleri, günlük yaşamımızda hizmet sistemlerinin, ulaşım ve üretim sistemlerinin davranışını modellemede de sıkılıkla kullanılmaktadır. Diğer yöntemlere göre en önemli avantajı basitlik olan benzetim modelleri, analitik modellere göre daha az varsayımlı gerektirdiğinden gerçek sistemi temsil etme bakımından daha esnek bir yapıya sahiptirler.

BENZETİM

Benzetim, gerçek bir sürecin ya da sistemin zaman içerisindeki işleyişini çeşitli kısıtlar altında değerlendirmek ve farklı şartlar altında sistemin davranışını anlamak için sistemin modelini oluşturmak ve bu model üzerinde deney yapma süreci olarak tanımlanabilir. Karmaşık sistemlerin yapısını incelemek, sistemin modeli üzerinde gerçekleştirilen deneyle sistemin davranışlarını hakkında bilgi toplamak, yapılan deneyle sistem içinde hangi değişkenlerin olmadığı ve bu değişkenlerin birbirini etkileme derecelerini belirlemeye çalışmak, sistemin değişen koşullara göre davranışını öngörebilmek, gerçek sistemi bozmadan gerçek sisteme ilişkin "Eğer....olsayıd sistemin performansı nasıl olurdu" sorusuna cevap bulabilmek amacıyla kullanılan bir araç olan benzetim, bir sistemin yapay geçmişinin türetilmesini ve gerçek sistemin işleyiş özelliklerine ait çıkarımların elde edilmesi için bu yapay geçmişin gözlemlenmesine olanak verir.

Bir banka şubesinde, müşterilerin beklenme süreleri ve işlem süreleri göz önüne alınarak çalıştırılacak vezne sayısı, benzetim çalışmasıyla belirlenebilir.

Bir sistemin zaman içerisindeki davranışını, geliştirilen bir benzetim modeli yardımı ile çalışılır. Bu model, sistemin işleyişini içeren kabullerin bir kümesinden oluşmaktadır. Bu kabuller, sistemin ilgilenilen nesneleri arasındaki matematiksel, mantıksal ve sembolik ilişkiler cinsinden ifade edilirler.

Benzetimin modern anlamda kullanımı, 1940 yılı sonlarında John Von Neumann ve Stanislaw Ulam'ın çalışmalarına *Monte Carlo Benzetimi* adını vermeleri ile başlamıştır. Sistemin durumunu değiştiren olayların gerçekleşme zamanlarına ait değerlerinin bir olasılık dağılımından faydalalarak belirlenmesi *Monte Carlo Benzetimi* olarak adlandırılır. Monte Carlo benzetimi sistemin belirli bir zaman aralığında yer alan belirli bir anın durumunu yansıtışı için bir statik benzetim modelidir ve olasılık teorisine bağlıdır.

1950'li yıllara gelindiğinde, iş bilgisayarlarının gelişimi ve işletme yönetiminde kullanımı ile benzetim bir yönetim aracı olarak gelişim göstermiştir.

Benzetimin Kullanım Alanları

Benzetim yöntemi, bilgisayar teknolojilerinin gelişmesiyle birlikte fizik, kimya, matematik gibi temel bilim dallarındaki teorik problemlerin çözümlerinin yanı sıra ekonomi, işletmecilik gibi sosyal alanlarda karşılaşılan problemlerin çözümünde de kullanılmaktadır. Benzetim yönteminin belli başlı kullanım alanları; matematik, fizik, bilgisayar bilimleri, üretim, pazarlama, ekoloji ve ulaştırma biçiminde sıralanabilir.

Matematikte; bir eğrinin altında kalan alanın tahmin edilmesinde, kısmi diferansiyel hesaplamalarında, çok katlı integrallerde alan ve hacim hesaplarında, π sayısının tahmin edilmesinde,

Fizikte; atom ve molekül fiziği, nükleer fizik ve özellikle yüksek enerji fiziği modellemeni test etmede,

Bilgisayar bilimlerinde; yazılım sistemleri, veri tabanı yapısı ve yönetimi, bilgisayar ağları, bilgi işleme, donanım ve yazılım güvenliğinde,

Üretimde; makine ve montaj işlemleri, malzeme taşıma sistemleri, depolama ve stok kontrol sistemlerinde,

Pazarlamada; tüketici davranışları, müşterileri ve ürün sadakatine ait tahminlerde, geçmiş tüketici verilerinin bulunmadığı yeni ürünlerin tanıtımında,

Ekolojide; su kirliliği ve arıtmada, atık kontrolü, hava kirliliği ve hava durumu tahmininde, deprem analizinde, maden arama ve çıkarmada, güneş enerjisi sistemleri ve tahlil üretiminde,

Ulaşımada; havaalanı güvenlik kontrolleri, yolcu sayıları ve kapı atamaları gibi hava-yolu operasyonlarında, limanlarda nakliye işlemlerinde, tren ve otobüs ulaşımında rotalama analizlerinde, dağıtım ve lojistik sistemlerinin taşıma merkezlerinin tasarıımı ve yer seçiminde kullanılmaktadır.

Benzetimin Amaçları

Farklı sistem türlerinin benzetim yoluyla modellenmesinin amaçları aşağıdaki gibi sıralanabilir(Chung, 2003, s.16):

Bir sistemin çalışması hakkında anlaşlıklar kazanma: Bazı sistemler, dinamik bir model olmaksızın sistemin çalışmasının ve sistem içindeki karşılıklı etkileşimlerin anlaşılmasına olanak vermeyecek ölçüde karmaşıktır. Diğer bir ifadeyle, sistemi durdurmadan ya da sistemin bileşenlerini tek tek incelemeden sistemi anlamak mümkün olmayabilir. Örneğin bir üretim sisteminde karşılaşılan darboğazın nasıl meydana geldiğini anlamak amacıyla benzetim modeli kullanılabilir.

Sistemin performansını geliştirmek için işletim ve kaynak politikaları geliştirme: Karar verici(ler) tarafından anlaşılan mevcut bir sistemin geliştirilmesinde iki farklı yol vardır. Bunlar işletim veya kaynak politikalarının değiştirilmesidir. Bir üretim sistemi göz önüne alındığında sistemin işletim politikalarına ait değişiklikler siparişler için farklı çizelgeleme önceliklerini içerebilir. Kaynak politikalarındaki değişimler ise çalışan düzeyini veya mola çizelgelemesini içerebilir.

Uygulamadan önce yeni sistemi test etme: Sistem henüz mevcut değilse ya da karar verici(ler) yeni bir sistem satın almayı düşünüyorsa, bir benzetim modeli amaçlanan yeni sistemin ne kadar iyi performans göstereceği hakkında fikir verebilir. Yeni bir sistemin modelleme maliyeti, herhangi bir üretim sürecini üretime alma maliyetiyle karşılaşırılgında çok küçüktür. Farklı düzey ve maliyetlere sahip ekipmanların sistem performansına etkisi benzetim yardımıyla analiz edilebilir.

Mevcut sistemi bozmadan sistem hakkında bilgi toplama: Benzetim, bir sistemin çalışmasını bozmaksızın sistem üzerinde deney yapmanın muhtemelen tek yoludur. Bazı sistemler o kadar kritik ya da duyarlıdır ki sistemi analiz etmek için herhangi bir işletim ya da kaynak politikasını değiştirmek olanaksızdır. Bu tip sisteme örnek olarak, bir havaalanındaki güvenlik noktası verilebilir. Bu sistemde işletim politikası ya da kaynak düzeyi deneyi yürütmek sistemin işletim yeteneğini veya güvenlik etkinliğini ciddi şekilde etkiler.

Benzetimin amaçları; bir sistemin işleyişini anlaması, sistemin performansını geliştirici politikalar geliştirme, uygulamadan önce yeni bir sistemi test etme ve sistemin mevcut çalışmasını bozmadan sistem üzerinde deney yapmaktr.

Benzetimin Avantajları ve Dezavantajları

Benzetim yönteminin sahip olduğu avantajlar aşağıdaki gibi sıralanabilir:

- Benzetim yöntemi esnek ve kolay bir çözüm yöntemidir. Analitik yöntemler çözüm için çok sayıda basitleştirici varsayımda bulunulmasını gerektirirken, benzetim yönteminin bu tür kısıtlamaları daha azdır ve böylece gerçek sistemi temsil etmede daha fazla esnekliği olanak tanır.
- Benzetim yöntemi, hem analiz hem de tasarım aracıdır. Bu yöntem; hem mevcut sistemdeki olası değişikliklerin sistem üzerindeki etkisini belirlemek için bir analiz aracı hem de değişen koşullar altında yeni oluşturulacak bir sistemin performansını belirlemek için bir tasarım aracı olarak kullanılabilir.
- Benzetim yöntemi yöneticilere değişik alternatifleri değerlendirme olanağı verir. “Ne-eğer” türü senaryoların modellenmesiyle yöneticilerin sistemin davranışını derinliğine anlamalarını ve farklı alternatifleri değerlendirmelerini sağlar.
- Benzetim, zaman boyutu üzerinde tam denetim sağlar. Uzun zaman alan sistemler ya da süreçler için zaman üzerinde oynamak gerekebilir. Benzetim yöntemi olayların istenildiği gibi hızlandırılıp, yavaşlatılabilmesine olanak sağlar. Böylece sonuçların ancak uzun zaman sonra alınabileceği durumlarda benzetim yöntemi ile sistem daha kısa sürede analiz edilebilir.
- Benzetim tekrarlanan bir süreçtir. Sistem bir kez modellendikten sonra, modeli değiştirmeden sistem ile ilgili yeni görüş ve politikalar model üzerinde uygulanabilir.

Sahip olduğu avantajlarına karşın benzetim yöntemi kusursuz değildir. Benzetimin bazı dezavantajları şöyle sıralanabilir:

- Benzetim modellemesi ve analizi zaman alıcı ve pahalı olabilmektedir. İyi bir benzetim modelini geliştirmek sistemin yapısı karmaşıklaşıkça daha zaman alıcı ve pahalı hale gelir. Modelleme ve analiz için yapılacak harcamaların azaltılması ise modelin, sistemi yansımada yetersiz kalmasına neden olabilir. Benzetim modeli kurma konusunda başarılı olabilmesi için bir analistin mühendislik, matematik, bilgisayar programlama ve yüneylem araştırması alanlarında bilgi sahibi olması gereklidir.
- Benzetim modeli kurma özel bir eğitim gerektirir. Benzetim, zaman ve tecrübe ile öğrenilen bir yöntemdir. Benzetim ile ilgili birçok yazılım bulunmasına rağmen, modelleme sürecinin tamamı ve analiz süreci karmaşık olabilir.
- Benzetim sonuçlarını yorumlamak zordur. Birçok benzetim çıktıları özeti istatistikler biçimindedir. İstatistik bilgisi olmaksızın sonuçların yorumlaması zor olabilir. Analiz sonucu elde edilen birçok çıktı rassal değişken olduğu için gözlemin sisteme deki etkileşimlerin mi yoksa rassallığın mı bir sonucu olduğu kesin değildir.

- Benzetim modelleri en iyi çözümü bulmak yerine alternatifleri karşılaştırır. Benzetim modelleri belirli alternatiflerin karşılaştırılmasında iyi olmalarına rağmen en iyi çözümü bulmada aynı derecede iyi degildirler. Benzetim modeli bir kez kurulduktan sonra bu model farklı politikaları, parametreleri ve tasarımları analiz etmek için tekrar tekrar kullanılabilir.
- Analitik çözümlerin mümkün olduğu durumlarda kullanılmaktadır. Araştırmacılar benzetim yöntemini zaman zaman analitik yöntemlerin daha uygun olduğu ve ya tercih edildiği durumlarda da kullanma eğiliminde olabilirler.

SIRA SIZDE



1

Benzetimin kullanılma nedenleri nelerdir?

Benzetim çalışmasının aşamaları;

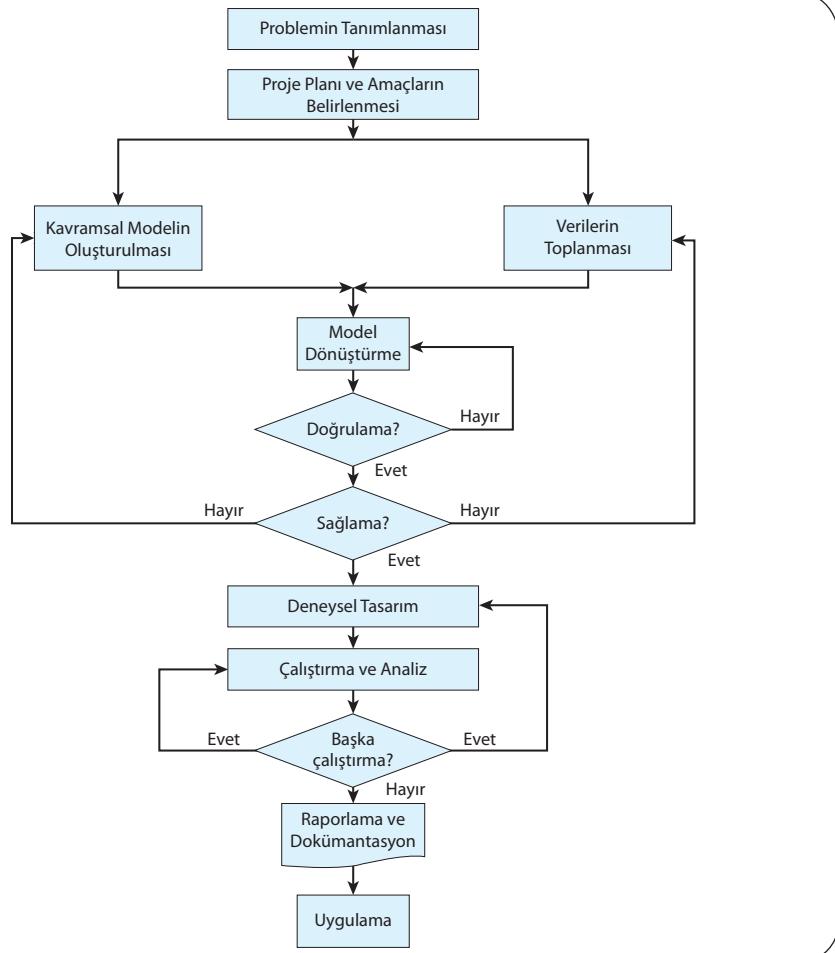
- Problemin tanımlanması,
- Modelin formüle edilmesi,
- Modelin geçerliliğinin sağlanması,
- Uygulama,
- Cıktıların elde edilmesi
- Benzetim verilerine dayanan kararların alınması

adımlarından oluşur. Benzetim çalışmasının aşamaları detaylı olarak Şekil 8.1'de gösterilmiştir.

Şekil 8.1

Benzetim
Çalışmasının
Aşamaları

Kaynak: Banks, J.
(1998), s.16.



Problemin Tanımlanması: Problemin tanımlanması aşamasında modellenenek olan sistemin özellikleri belirlenmeye ve böylelikle sistemin işleyiş mantığı anlaşılmasına çalışılır. Problemin doğru bir biçimde tanımlanmış olması yapılacak benzetim çalışmasının başarısını doğrudan etkileyeceğinden son derece önemlidir. Yapılacak olan araştırmanın öncelikle tanımı yapılır, sınırları çizilir ve bağımlı-bağımsız değişkenler, bu değişkenler arasındaki ilişkiler belirlenir. İyi bir tanımlama yapabilmek için sistemin elemanlarına ilişkin veriler toplanır, incelenir ve modelde kullanılabilir ölçülere dönüştürülür.

Proje Planı ve Amaçların Belirlenmesi: Amaçlar, benzetim yardımıyla cevaplanacak sorulardır. Bu noktada benzetimin, formüle edilen problem ve ortaya konan amaçlar için uygun bir yöntem olup olmadığı belirlenmesi gereklidir. Benzetim yönteminin uygun olduğuna karar verilmesi ile birlikte tüm proje planı gözönüğe alınacak alternatif sistemlerin bir durumunu ve bu sistemlerin etkililiğini değerlendirecek bir yöntemi içerecek şekilde ortaya konmalıdır. Proje planı ayrıca, çalışmada yer alacak personel sayısı, çalışmanın maliyeti ve çalışmanın her bir aşamasını gerçekleştirmek için gerekli gün sayısı vb. unsurları içermelidir.

Kavramsal Modelin Oluşturulması: Bu adımda konsept bir model oluşturulur. Başlangıçta problemin temel özelliklerini özetleyecek, sistemi karakterize eden temel varsayımları seçeceğ ve düzenleyecek basit bir model tasarlanır. Daha sonra kullanılabilir sonuçlar elde edilinceye kadar model zenginleştirilir ve ayrıntılandırılır.

Veri Toplama: Bu adımda model için gerekli veriler toplanarak bu verilerin istatistiksel analizi gerçekleştirilir. Modelin kurulumu ve gerekli girdi verisinin toplanması arasında sürekli bir etkileşim söz konusudur. Modelin karmaşıklığına göre ihtiyaç duyulan veriler farklılık gösterebilir. Bu aşama, benzetim çalışmasında araştırmacının vaktinin büyük bir kısmını sarf ettiği aşamadır. Zaman açısından tasarruf sağlanabilmesi için veri toplamaya en kısa zamanda, mümkünse model kurma süreciyle birlikte başlanması gereklidir.

Model Dönüşümü: Bu aşamada, konsept olarak hazırlanmış model genel amaçlı bir dil (Pascal, Fortran, C++ vb.) veya uygun bir benzetim dili (SIMAN, GPSS, SIMSCRIPT vb.) yardımıyla kodlanarak bilgisayar ortamına taşınır. Bu adımda kullanılacak iyi bir benzetim yazılımı, modellemeyi yapan için ciddi bir avantaj sağlarken, aynı zamanda benzetim projesinin amaçları doğrultusunda çalışmanın başarılı olmasını sağlayan önemli faktörlerden biridir.

Doğrulama: Bu aşamada, benzetim modeli için hazırlanan bilgisayar programının doğru çalışıp çalışmadığı çeşitli teknikler yardımıyla kontrol edilir. Bu konuda benzetim programları hata ayıklama (debuggings) özelliklerini içermektedir. Eğer modelin girdi parametreleri ve mantıksal yapısı doğru kodlanmışsa, doğrulama adımı tamamlanmış olur.

Geçerlilik Kontrolü: Bu aşama modelin gerçek sistemin doğru bir temsili olmayacağı belirlenmesini kapsar. Bu, modelin geliştirilmesi için genellikle modelin gerçek sistem ile karşılaştırmasını ve ikisi arasındaki tutarsızlıklarını belirlemeye yönelik yineleme bir süreçtir. Bu süreç modelin doğruluğu kabul edilebilir oluncaya kadar tekrar eder.

Deneysel Tasarım: Modelin, gerçek sistemi belli düzeyde bir güvenilirlikte yansıtmasına karar verildikten sonra, sıra denenecek alternatif senaryoların belirlenmesine gelir. Bu aşamada deney sayısı, modeli çalışma süresi ve deneyin tekrarlanma sayısı belirlenmelidir.

Çalıştırma ve Analiz: Bir önceki aşamada tasarlanan deneylerin model üzerinde deendiği bu aşamada, elde edilen çıktıların istatistiksel analizi yapılır. Çıktıların analiz edilmesindeki amaç; bir sistem için performans ölçüsünün güven aralığını oluşturmak, birden fazla sistem için ise en iyi performans ölçüetine sahip olan alternatif sistemi belirlemektir.

Başka Çalıştırma Yapma Gerekliği: Bu aşamada ise analist bir önceki aşamada tamamlanan çalışıtmalarдан elde edilen analiz sonuçlarına göre ilave çalışmaların gerekip gerekmediğine ve bu ilave deneylerin tasarımının nasıl olması gerekiğine karar verir.

Raporlama ve Dokümantasyon: Modelin çalıştırılması ve sonuçlarının elde edilmesinden sonra, toplanan bilgilerin, programın ve ilerleme durumunun karar vericiye sunulduğu aşamadır. Tüm analiz sonuçlarının model kullanıcının (karar vericilerin) anlayabileceği tarzda açık, net ve anlaşılabilen uzunlukta olmasına dikkat edilmelidir.

Uygulama: Uygulama aşamasının başarısı, kendinden önceki aşamaların başarısına bağlıdır. Bu başarı, analistin nihai olarak modeli kullanacak kişiyi benzetim çalışmasının tamamına ne kadar dahil ettiği ile doğru orantılıdır. Eğer modeli kullanacak olan kişi sürecin her aşamasına dahil olur, modelin doğasını ve çıktılarını anlar ise, uygulamanın etkinlik olasılığını arttırmış olur. Aksine, model ve varsayımları kullanıcı tarafından anlaşılmaz ise, benzetim modelinin geçerliliğine rağmen uygulama muhtemelen başarısız olacaktır.

SİSTEM

Sistem, belirli bir amacı gerçekleştirmek için bir araya gelmiş elemanlar (nesneler) topluluğudur.

Sistemin Yapısı

Benzetim yönteminin başarısı, benzetimi yapılacak olan sistemin nasıl işlediğinin belirlenmesine, sistemin amaç ve hedeflerinin eksiksiz olarak ortaya konulmasına ve hedefe ulaşabilmek için gerekli unsurların tespit edilmesine bağlıdır. Bu nedenle sistemi iyi bir şekilde analiz etmeden oluşturulacak bir model, sistemi temsil etmede başarısız olacaktır. Benzetim açısından bir sistem, girdiler alan ve girdileri çıktılara dönüştüren elemanlar topluluğu olarak ifade edilebilir.

Benzetim modeliyle ele alınan bir sistemin yapısını anlayabilmek için izleyen kesimde, bir sistemi oluşturan bileşenler benzetim modeli açısından ele alınacaktır. Sistemin bileşenleri, girdilerin çıktılara nasıl dönüştüğünü belirler.

Sistemin Bileşenleri

Bir sistemi anlamak ve analiz etmek için sistemin bileşenlerinin neler olduğunu bilinmesi gereklidir. Birbirinden farklı birçok sistem mevcut olsa da, genel olarak her bir sistemin bileşenleri benzetim modeli açısından ele alındığında; varlıklar, özellikler, faaliyetler, olaylar ve durum değişkenlerinden oluşmaktadır.

Sistem faaliyeti boyunca ilgilenilen nesneler *varlıklar* olarak adlandırılır. Genellikle hizmet sistemlerinde varlıklar insanlardır. Müşteriler, hastalar, makinede işlenmeyi bekleyen parçalar vb. varlıklara örnek olarak verilebilir.

Bir varlığın sahip olduğu *özellikler* ise sisteme özgü niteliklerdir. Örneğin bir banka sistemi için bir özellik; müşterilerin hesap bakiyesi veya bir fabrika sistemi için özellik parçaların ebatları olabilir.

Sistemde belirli bir zaman diliminde tamamlanan işlemler ise *faaliyetlerdir*. Müşterinin bankaya para yatırması, hastanın muayene edilmesi, makinede parçaların kesilmesi gibi işlemleri faaliyetlere örnek olarak verilebilir.

Bir sistemin durumunu anlık olarak değiştirebilen anlık olsalar ise *olay* olarak adlandırılır. Bir banka sisteminde müşterilerin bankaya varışı veya bankadan ayrılışı birer olaydır.

Bir sistemin durumundaki değişimler *durum değişkenleri* ile ifade edilir. Banka şubesindeki meşgul çalışan sayısı, banka şubesindeki müşteri sayısı ve bir müşterinin işlemini

gerçekleştirme zamanı gibi değişkenler, sistemin durumundaki değişimleri göstermekte- dir. Durum değişkenleri açısından sistemler, kesikli ve sürekli sistemler olarak sınıflan- rılırlar.

Durum değişkenlerinin zaman içerisinde yalnızca kesikli noktalarda ya da zamanın sayılabilir noktalarında değiştiği sistemlere *kesikli sistem* denir. Banka şubesi örneğinde, müşteri sayısı, sisteme müşteri geldiğinde veya müşteri işlemini tamamlandığında değişir. Tüm bu değişimler zamanın belirli noktalarında gerçekleşir.

Durum değişkenlerinin zaman içerisinde sürekli olarak değiştiği sistemler *sürekli sis- tem* olarak adlandırılır. Örneğin havadaki bir uçağın durumu sürekli sisteme örnek olarak verilebilir. Uçlığın hızı ve pozisyonu gibi durum değişkenleri sürekli olarak değişmektedir.

Genellikle sistemler kesikli ve sürekli sistem özelliklerinin her ikisini de taşırlar nitelik- tedirler. Genel olarak uygulamalarda tam anlamıyla kesikli veya tam anlamıyla sürekli bir sistemle karşılaşma olasılığı oldukça düşük olduğundan, bu durumda hangi sistemin özellikleri daha fazla gözlemleniyor ise sistem o grupta değerlendirilir.

Birbirinden farklı birçok sistem mevcut olsa da, genel olarak her bir sistemin bileşenleri; varlıklar, özellikler, faaliyetler, olaylar ve durum değişkenleridir.

SİSTEM	VARLIK	ÖZELLİK	FAALİYET	OLAY	DURUM DEĞİŞKENİ
Banka	Müşteri	Hesap Kontrolü	Mevduat Hesabı Açma	Müşterinin Bankaya Varışı, Müşterinin Bankadan Çıkışı	Meşgul Vezne Sayısı, Bekleyen Müşteri Sayısı, Varış Zamanı
Hızlı Tren	Yolcu	Trene Bindiği Şehir ve İneceği Şehir	Seyahat	Trenin İstasyona Varışı, Gidilecek Şehre Varışı	Her İstasyonda Bekleyen Yolcu Sayısı, Trendeki Yolcu Sayısı
Üretim	Makinalar	Hız, Kapasite, Arızalanma Olasılığı	Kalıp Vurma, Kesme, Birleştirme	Makinanın Arızalanması	Makinaların Durumu (Meşgul, Boş, Arızalı)
Haberleşme	Mesajlar	Mesajın Uzunluğu, Gideceği Yer	Gönderme	Mesajın Gideceği Yere Varışı	Gönderilmeyi Bekleyen Mesaj Sayısı
Stok	Depo	Kapasite	Depodan Mal Alınması	Talep	Karşılanmayan Talep, Stok Düzeyi

Tablo 8.1
Sistem ve Bileşen Örnekleri

Kaynak: Banks, J. vd. (2001), s.10.

Bir hastanenin acil servisi bir sistem olarak düşünüldüğünde, benzetim modeli açısından bu sisteminin bileşenleri neler olabilir?



SIRA SİZDE

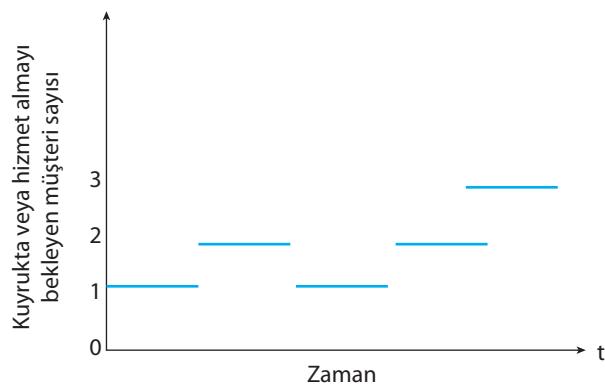
Kesikli ve Sürekli Sistemler

Sistemler **kesikli ve sürekli sistemler** olarak ikiye ayrılır. Uygulamada çok az sistem tamamen kesikli veya süreklidir.Çoğu sistemde bunlardan biri baskın olduğundan dolayı bir sistem ya kesikli ya da sürekli olarak sınıflandırılabilir. Kesikli sistemlerde, sistemin durum değişkenleri zamanın sadece kesikli noktalarda değişir. Örneğin bir banka sis- temi için durum değişkeni bankadaki müşteri sayısı ise, durum değişkeni sadece bankaya müşteri geldiğinde ve müşterilerin işlemi tamamlandıktan sonra ayrıldıklarında değiştiği için bu sistem kesiklidir. Şekil 8.2'de müşteri sayısının kesikli zaman noktalarında nasıl değiştiği gösterilmiştir.

Kesikli sistemler, durum değişkenlerinin değerlerinin sadece belirli zaman noktalarında bir anda değiştiği sistemlerdir. **Sürekli sistemler** ise, durum değişkenlerine ait değerlerin zamana göre sürekli değiştiği sistemlerdir.

Şekil 8.2

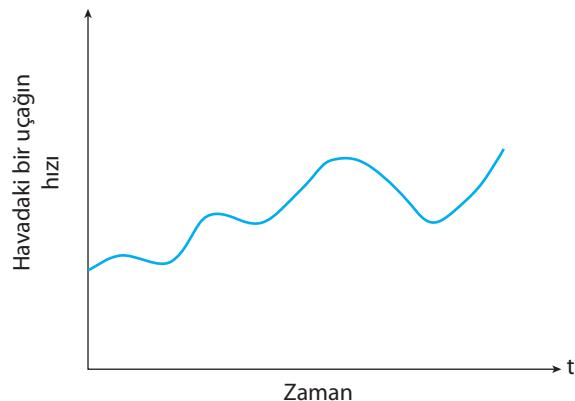
Kesikli Sistem



Sürekli sistemlerde, durum değişkenleri zaman boyunca sürekli olarak değişir. Örneğin durum değişkenleri hız ve pozisyon olan havadaki bir uçağın hızı ve pozisyonu sürekli olarak değişir.

Şekil 8.3

Sürekli Sistem



MODEL

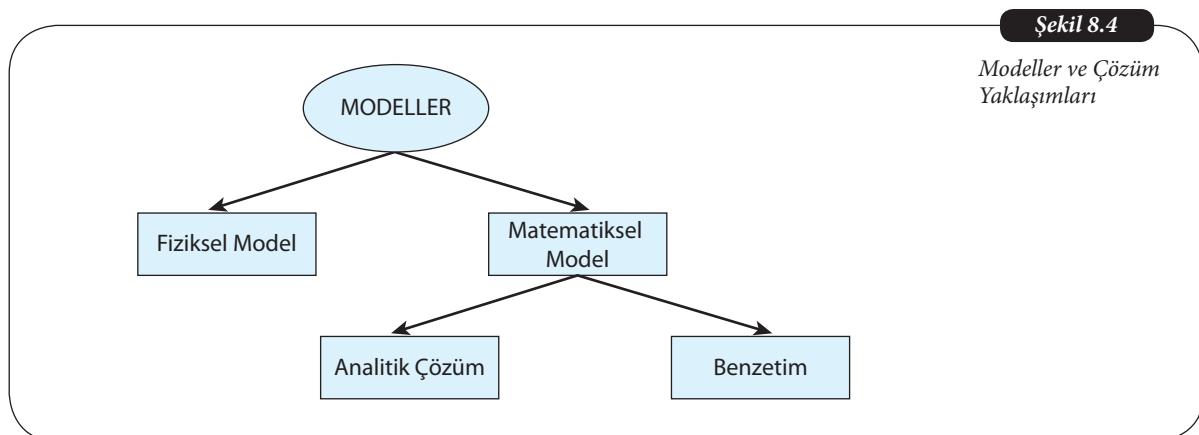
Bir sistemin ya da bir sürecin yapısının anlaşılabilirliğini artırmak, davranışlarını kontrol etmek ve gelecek davranışlarını tahmin etmek amacıyla oluşturulan sistemin ya da sürecin basitleştirilmiş temsiline model denir. Modelin amacı, karar vericilere sistemini, sistemin alt sistemlerini ve bunlar arasındaki ilişkileri, sistemin çalışma prensiplerini anlamak konusunda yardımcı olmaktır.

Modellerin,

- Düşünceye yardım etme,
 - Haberleşmeye yardımcı olma,
 - Eğitime hizmet etme,
 - Tahmin etme,
 - Denemelere yardımcı olma
- gibi fonksiyonları bulunmaktadır (Erkut, 1992, s.1).

Bir sistemin modeli oluşturulmadan önce, üzerinde yapılması düşünülen değişikliklerin gerçek sistem üzerinde denenip denenmeyeceğine karar verilmesi gereklidir. Eğer değişiklikler gerçek sistem üzerinde denenebiliyorsa ve büyük riskleri beraberinde getirmiyorsa, gerçek sistem üzerinde yapılacak uygulama en güvenli sonuçları verecektir.

Bir sistemi inceleyebilmek için, araştırmacının gerçek sistemle deney yapmak ya da sistemin bir modeli üzerinde deney yapmak gibi iki alternatif vardır. Sistemin bir modelinin yapılmasına karar verilirse karar vericilerin karşısına, fizikselsel model ve matematikselsel model olmak üzere iki alternatif çıkar. Sistem analizi kapsamında fizikselsel modeller nadir olarak kullanılan model türüdür. Matematikselsel modeller ise sistemin matematikselsel formüllerle açıklandığı modellerdir. Sistem içerisindeki bir probleme ait matematikselsel model kurulduktan sonra problem, analitik yöntemler veya benzetim yöntemi yardımıyla çözülmeye çalışılır. Matematikselsel modeldeki mantıksal ilişkiler ve sayısal ifadeler kullanılarak probleme analitik bir çözüm bulunabiliyorsa modele analitik çözüm tekniği kullanarak yaklaşmak benzetim yöntemini kullanmaktan daha mantıklıdır. Ancak problem analitik teknikler kullanılarak çözülemeyecek kadar karmaşık bir yapıya sahip olduğunda benzetimin kullanılması karar değişkenlerinde yapılan bir değişikliğin çıktı变形de değişkenlerinde ne gibi değişiklikler yaratacağını göstermede karar vericiye kolaylık sağlayacaktır. Bir sistemi incelemek için kullanılabilen modellerin sınıflandırılması Şekil 8.4'de verilmiştir.



Benzetim modelleri, değişken değerlerindeki değişimin sistem üzerindeki etkisini araştırır. Matematikselsel modellerde sistemde var olan ilişkiler matematikselsel formüllerle gösterilir ve analitik çözüm alt başlığı seçilirse optimal (en iyi) sonuç elde edilebilir. Benzetim yöntemi, optimal sonuçlarla değil sistemin davranışlarıyla ilgilenir ve karar vericilerin bir sistemin değişik koşullar altında davranışlarının incelenmesi, anaması ve kullanımı kolay bir yöntemdir.

İki yaklaşım arasındaki önemli bir diğer fark da karar değişkenleri ile ilgilidir. Karar değişkenlerinin değeri analitik modellerde çıktı, benzetim modellerinde girdidir. Analitik model, amaç fonksiyonunu en iyi yapacak (maksimum ya da minimum) karar değişkenleri için değerler kümesini belirlerken, benzetim modeli belirli değerler için amaç fonksiyonunu değerlendirir.

BENZETİM MODELLERİ

Bir benzetim modeli; gerçek sistem üzerinde yapılacak değişikliklerin etkilerini, yeni kurulacak bir sistemin performansını tahmin etmek için analiz ve tasarım aracı olarak kullanılır. Bir sistemin benzetimi yapılırken, sistemin geçmişi oluşturulur ve sisteme ait oluşturulan geçmiş, gerçek sistemin işleyişi hakkında bilgi edinmede kullanılır. Sistemin zaman

Karar değişkenleri arasındaki ilişkiler doğrusal fonksiyonlarla ifade edildiği için, Doğrusal Programlama modeli analitik bir modeldir.

içinde değişen davranışını benzetim modeli yardımıyla incelenir. Bir sistemin modellemesi yapılırken, sistemin işleyişine ilişkin olan ve sistemin elemanları arasındaki mantıksal veya matematiksel ilişkilere dayanan bazı varsayımlarda bulunulur. Bir benzetim modelinin yapısını oluşturan unsurlar izleyen kesimde verilmiştir.

Benzetim Modelinin Yapısı

Bir benzetim modelini oluşturan unsurlar; bileşenler, değişkenler, parametreler, ilişkiler, varsayımlar, kısıtlar ve ölçütlerdir.

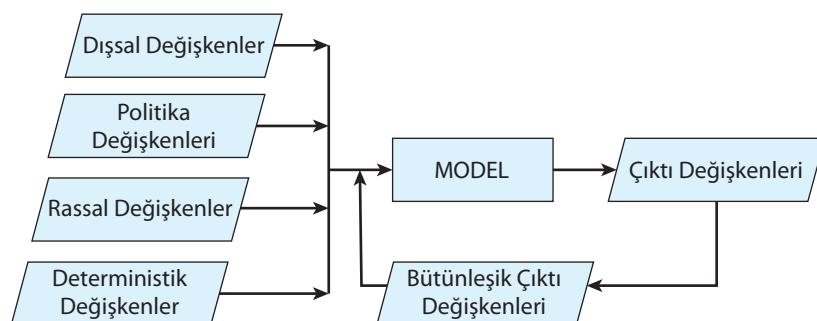
Bileşenler, sistemi oluşturan öğe veya alt sistem olarak da adlandırılan parçalarıdır.

Değişkenler, istenildiği zaman kendilerine keyfi değerler atanıp, bu değer değişimleri ne karşılık olarak modelin verdiği tepkileri belirlemeye olanak veren ve ne kadar sağlıklı ölçülerlerse benzetimin başarısını o derece artıran unsurlardır. Bir benzetim modelinde bulunan değişkenler; dışsal değişkenler, politika değişkenleri, rassal değişkenler, deterministik değişkenler, çıktı değişkenleri ve bütünleşik çıktı değişkenleridir. Benzetim modelinde kullanılan farklı değişken türleri Şekil 8.5'te verilmiştir.

Şekil 8.5

Benzetim Modelinde
Kullanılan
Değişkenler

Kaynak: Watson, H.J.
ve Blackstone, J.H.
(1989) s.9.



- *Dışsal değişkenler*; sistemin davranışını etkileyen fakat kendileri sistemden etkilenmeyen değişkenlerdir. Çevresel veya kontrol edilemeyen değişkenler olarak da adlandırılırlar. Bir günde bir banka şubesine gelen müşteri sayısı, her müşteri için işlem zamanı dışsal değişkenlere örnek olarak verilebilir. Bu değişkenlerin değerleri ya analizci tarafından ya da sistem dışındaki etkilerle belirlenir. Eğer değişkenlerin değeri analizci tarafında belirleniyorsa bu durumda denetlenebilir, bağımsız ve girdi değişkeni olurlar; eğer sistem dışındaki etkiler bu değeri belirliyorsa bu durumda denetlenemeyen ve girdi değişkeni olurlar. Sistem ve çevresi arasında etkileşim varsa dışsal değişken bir çıktı değişkeni olabilir (Erkut, 2000, s.39).
- *Politika değişkenleri*; yönetimin kararlarına bağlı olarak değişen ve yönetimin üzerinde kontrol sağlayabildiği değişkenlerdir. Örneğin, bir yöneticinin hangi duran varlığa yatırım yapacağına karar verebilmesi bir politika değişkenidir. Birçok benzetim modelinde bu değişkenlerin hangi sistem politikasında daha etkin olduğu araştırılır (Watson ve Blackstone, 1989, s.9).
- *Rassal değişkenler*; analiz yapanlara olasılıklı bir yapıya sahip sistemin davranışını belirlemeye yardımcı olan değişkenlerdir.
- *Deterministik değişkenler*; araştırmacının istediği amaca ulaşmada ihtiyacı olan bilgiyi sağlayacak tek değerli tahminleri içeren değişkenlerdir. Sistemdeki varyasyon miktarının çok az olduğu olasılıklı modellerde bazen deterministik değişkenler de kullanılmaktadır (Watson ve Blackstone, 1989, s.10).

- **Cıktı değişkenleri;** bir sistemde bağımsız girdi faktörü olan karar değişkeninin değişmesinin sistem davranışının üzerinde meydana getirdiği etkiye gösterirler. Çıktı değişkenleri analizciye gerekli ara sonuçları veya son bilgileri sağlar ve bağımsız girdi değişkenlerine bağlı olarak çalışırlar. Bir üretim modelinde satılan mamullerin maliyeti ve envanterdeki yarı mamulle ilgili bilgiler çıktı değişkenine örnek olarak gösterilmektedir (Demirel, 1999, s.18).
- **Bütünleşik çıktı değişkenleri;** bir zaman periyodundan diğerine sistemin durumu hakkında bilgi veren değişkenlerdir.

Parametreler, analiz öncesi belirlenen ve analiz boyunca sabit kalan değerlerdir.

İlişkiler; sistem, sistemin alt sistemleri, sistemin bileşenleri, değişkenler ve parametrelər arasındaki bağlantılardır.

Varsayımlar, modelin çözümü için gerekli olan kabullerdir.

Kısıtlar, değişkenlerin değerlerindeki sınırlırmalarıdır.

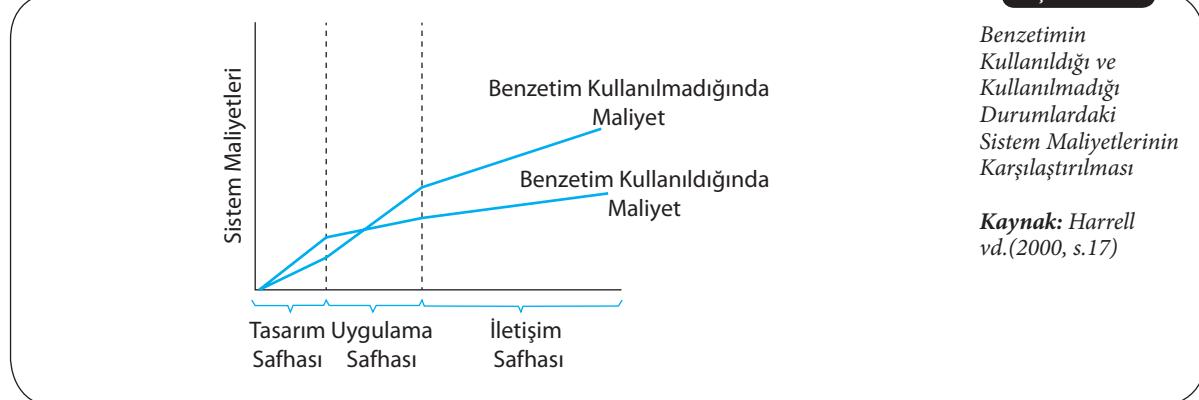
Ölçütler, sistemin hedef ve amaçlarının ve bunların ne şekilde değerlendirileceğinin bir durumudur. Ölçütlerin doğru olarak belirlenmesinin, modelin tasarımları ve doğru bir şekilde işletilmesi üzerinde etkisi vardır. Yine yanlış tanımlanan ölçütler yanlış sonuçlara ulaşmamıza neden olacaktır (Erkut, 1992, s.10).

Benzetim ile Modellemede Maliyetler ve Riskler

Benzetim yöntemi ile modelleme son derece etkili olurken, yol açtığı bazı maliyetler ve taşıdığı riskler de söz konusudur. İzleyen kesimde benzetim ile modellemenin maliyeti ve risklerine değinilecektir.

- **Model Kurma Maliyeti:** Fayda maliyet yaklaşımı açısından, benzetim yönteminin yol açtığı maliyet, elde edilecek faydalardan düşük olduğunda yöntemin kullanımı önerilmektedir. Kısa dönemde maliyetli ve zaman alıcı gibi gözükse de, benzetim yönteminin kullanımının uzun dönemdeki potansiyel faydası ve ürettiği katma değer, yöntemin maliyet ve zaman alıcı olma unsurlarına üstünlük sağlamaktadır (Altıok ve Melamad, 2007, s.7).

Şekil 8.6



Şekil 8.6'dan görüleceği üzere kısa dönemde maliyetler, iş gücü ve benzetim yazılımlına ait maliyetlerin eklenmesi nedeniyle biraz yüksek iken, uzun dönemde sermaye yatırımları ve sistem işletimine ait maliyetler benzetimin kullanımı ilerledikçe sistemin artan performansı nedeniyle önemli ölçüde azalmaktadır.

- **Kodlama Maliyeti:** Benzetim ile modelleme süreci modellenen sisteme ait bilgisayar programının yazılımını gerektirebilir. Bu durum bazen iş gücü ve zaman açısından pahalı olabilir ve hataya yatkın bir süreçtir (Altıok ve Melamad, 2007, s.7).

- *Benzetim Çalıştirmaları:* Benzetim ile modellemede istatiksel teknikler yoğun bir şekilde kullanıldığından, analist benzetim deneylerinin tasarılanmasında yeterli istatiksel güvenilirliği sağlama konusunda dikkatli olmalıdır. Bu, benzetim çalışmalarının (tekrarlamaların) ve bu çalışmaların uzunluğunun yeterli büyüklükte olması anlamına gelmektedir. Bu çalışmaların başarısızlığa uğraması tahmini performans ölçümelerinin istatiksel güvenilirliği açısından bir risktir. Diğer tarafından bazı benzetim modelleri yüksek bilgisayar hafızası ve işlem kapasitesi gibi kaynaklar gerektirebilir. Akılçıl bir modelleme ve kod yazılımı ile bu risklerin önüne geçilebilir (Altıok ve Melamad, 2007, s.7).
- *Cıktı Analizi:* Benzetim çalışması sonucunda elde edilen çıktılar analiz edilmeli ve doğru yorumlanmalıdır. Hatalı istatiksel analizlere dayanan yanlış tahminler, sistem davranışının yanlış anlaşılmasına yol açabilecek mevcut risklerden biridir (Altıok ve Melamad, 2007, s.7).

Benzetim Modeli Türleri

Benzetim modelleri, zamanın belirli bir anında veya aralığında bir sistemin durumunu inceleme olanağı sağlayan modellerdir. Kullanım alanları ve yapısal özellikleri bakımından benzetim modellerini üç grupta incelemek mümkündür (Harrell vd., 2004, s.47; Law ve Kelton, 1991, s.6). Bu modeller; statik ve dinamik benzetim modelleri, belirli ve olasılıklu benzetim modelleri ile kesikli olay ve sürekli sistem benzetim modelleridir.

Statik ve Dinamik Benzetim Modelleri

Benzetim modellerini, zaman boyutunu içerip içermemesine göre statik ve dinamik benzetim modelleri olarak iki grupta incelemek mümkündür.

Statik bir benzetim modeli, zamana bağlı olmayan ve zamanın belirli bir noktasında incelenen sistemin temsilidir. İncelenen sistemdeki olay ya da olayların tam olarak ne zaman meydana geldiğinin önemli olmadığı durumlarda kullanılır. Statik modeller genellikle, istatiksel bir sonuç türetilmek için sistemden tesadüfi örneklemelerin çekilmesini sağlarlar ve bu nedenle Monte Carlo Benzetimi olarak adlandırılırlar (Harrell vd., 2000, s.48). Monte Carlo benzetimi, özel bir deneme ya da bir benzetim çalışmasında, stokastik özellik gösteren değişkenlerin olasılık dağılımından rasgele sayılar seçme teknigidir. Olasılıklu ve analitik yöntemlerle çözebilme olasılığının düşük olduğu problemleri çözmek için Monte Carlo benzetimi kullanılır (Sarıaslan, 1986, s.41). Örneğin finansta Monte-Carlo benzetimi portföy seçiminde kullanılmaktadır.

Statik modellerin aksine dinamik benzetim modelleri, sistemin belirli bir zaman dili mine ya da tüm çalışma zamanına göre kurulan ve zamanın her anında değişen sistemlerin temsil edildiği modellerdir. Dinamik modellerde zaman ilerledikçe durum değişkenleri güncellenir. Dinamik modeller üretim ve hizmet sistemlerinin incelenmesinde kullanılır.

Belirli ve Olasılıklu Benzetim Modelleri

Girdileri tesadüfi (rassal) olmayan benzetim modelleri belirli benzetim modelleri olarak adlandırılır. Belirli benzetim modelinde, girdi verisi ve başlangıç durumu tanımlandığında gelecekte gerçekleşecek tüm durumlar belirlidir. Bir belirli benzetim modeli kaç defa çalıştırılsa çalıştırılsın daima aynı sonucu üretecektir. Belirli benzetime, stok problemleri ve vardiya planlarının benzetimini oluşturmak örnek olarak verilebilir.

Olasılıklu benzetim modeli, bir veya birden fazla tesadüfi değişken içeren benzetim modelidir. Olasılıklu benzetim modeli kullanılarak elde edilen çıktı tesadüfi olup modelin karakteristiklerinin tahminidir. Olasılıklu benzetim modellerinde, her bir çalışma istatiksel olarak değişeceğinden doğru bir performans tahmini elde etmek için birden fazla

tesadüfi çalışma yapılmalıdır. Olasılıklı benzetimlerde performans tahminleri tüm tekrarlamalar sonucunda elde edilen değerlerin ortalaması alınarak elde edilir. Bekleme hattı problemleri olasılıklı benzetime örnek olarak verilebilir. Bekleme hattı problemlerinde gelişler arası ve hizmet süreleri genellikle tesadüfi değişkenlerdir. Bu türden bir sistemin benzetiminin yapılmasıyla elde edilecek kuyrukta bekleyen ortalama müşteri sayısı, müşterilerin kuyrukta ortalama bekleme süresi gibi çıktılar da tesadüfi olacaktır.

Kesikli Olay ve Sürekli Benzetim Modelleri

Kesikli olay benzetimi, zamanın kesikli bir noktasında sistemin durumunun değişiminin olaylar tarafından tetiklenmesiyle gerçekleştiği benzetimlerdir. Modeldeki durum değişimleri sistemde bir olay meydana geldiğinde gerçekleşir.

Kesikli olay benzetim modeli, modeldeki tüm bileşenlerin durumunun zamanın belirli bir noktasındaki toplamından oluşur. Kesikli olay benzetimindeki durum değişkenleri *kesikli-değişen durum değişkenleri* olarak adlandırılır. Örneğin bir restoran benzetimi kesikli olay benzetimidir. Restorandaki müşterilerin sayısı bir kesikli-değişen durum değişkenidir. Birçok üretim ve hizmet sistemi kesikli olay benzetimi ile modellenir.

Sürekli benzetimde ise durum değişkenleri zamana göre sürekli olarak değişiklerinden *sürekli-değişen durum değişkenleri* olarak adlandırılır. Birçok sistem ise hem kesikli-değişen hem de sürekli-değişen durum değişkenlerine sahiptir. Bu türden sistemlerin benzetimi ise *birleştirilmiş kesikli-sürekli benzetim* olarak adlandırılır. Kesikli sistem benzetimi, sürekli sistem benzetimi ve birleştirilmiş kesikli-sürekli benzetim ayırmayı yapılırken dikkat edilmesi gereken bir nokta, kesikli bir modelin daima kesikli bir sistemi, sürekli bir modelin daima sürekli bir sistemi tanımlamakta kullanılmayacaktır. Çalışmanın amacına göre model türü belirlenmektedir. Örneğin, bir telekomünikasyon sisteminde özel olarak tanımlanmış birimlerin mesaj hareketleri ve özellikleri önemli ise, sistemdeki mesaj akış modeli kesikli olacaktır. Eğer telekomünikasyon sistemindeki mesajların hep siyle çalışılacak ve toplam akışla ilgilenilecekse mesaj akışı sürekli bir modelle tanımlanabilecektir (Banks vd., 1996, s.12). Örneğin bir tankerin benzin istasyonuna varması kesikli bir olay ve yakıt tankının doldurulması ise sürekli bir süreçtir.

Benzetim Modeli örneklerini Prof. Dr. Haluk Erkut tarafından yazılan “Yönetimde Simülasyon Yaklaşımı” adlı kitapta okuyabilirsiniz.



KİTAP

Analitik model ve benzetim modeli arasındaki farklılıklarını açıklayınız.



SIRA SİZDE

Benzetim Örneği

Benzetim ile ilgili buraya kadar vermiş olduğumuz bilgiler ışığında, bir banka veznesine ait benzetim örneğini göz önüne alalım. Tek servisli bir kuyruk sisteminin benzetimi olan bu sistemde, bir varış kanalı, bir servis olanağı bulunmaktadır, kuyruk disiplini ilk gelen ilk çıkar (FIFO) mantığı ile işlemekte ve servis dolu ise müşteri kuyrukta beklemektedir. Aynı zamanda bir kesikli olay benzetimi olan bu örnek, sistemin zamana göre bir benzetimidir ve zamanın kesikli noktalarında ortaya çıkan olaylarla sistemin durumu değişmektedir. Sistemin performansının ölçümünde, sistemin durum değişkenlerinin izlenmesi gereklidir. Tek servisli bir kuyruk sisteminde durum değişkenleri; servisin durumu, kuyruktaki müşteri sayısı ve varış zamanlarıdır.

Servisin durumu, servisin boş veya dolu olmasını ifade eder ve servise gelen müşterinin servise veya kuyruğa girmesini belirler. Kuyruktaki müşteri sayısı ise bir servis tamamlandığında servisin yeni durumunu belirler. Kuyruktaki müşteri yoksa servis boş, müşteri varsa kuyruğun başındaki müşteri servise alınarak servis dolu duruma geçecektir.

tir. Varış zamanları da her bir müşterinin kuyrukta bekleme zamanının bulunmasında kullanılır.

Sistemin durumunu değiştiren olaylar ise, müşterinin sisteme varışı ve sistemden ayrılmıdır. Bir müşteri servise vardığında sistem boş ise dolu konuma geçer veya kuyruktaki müşteri sayısı bir artar. Müşterinin sistemden ayrılması ile eğer sistem dolu ise boş konuma geçer veya kuyruktaki müşteri sayısı bir azalır. Tek servisli bir kuyruk sisteminin performansının izlenmesinde kullanılan ölçüler ise şöyledir:

Ortalama Sistem Zamanı

Sistem zamanı, bir müşterinin sistemde geçirdiği toplam zamanı ifade eder ve gözlemsel bir çıktı ölçüsidür. Müşteri, sistemde kuyruğa girdiği anda sistem zamanı başlar ve müşterinin işlemini tamamlayıp sistemden ayrılmayayla sistem zamanı sona erer. Uygulayıcı açısından ortalama sistem zamanı önemlidir ve aşağıdaki gibi bulunur:

$$\text{Ortalama Sistem Zamanı} = \frac{\text{Müşterilerin Sistemde Geçirdiği Toplam Süre}}{\text{Toplam Müşteri Sayısı}}$$

Ortalama Kuyrukta Bekleme Zamanı

Sistem zamanı gibi gözlemsel bir ölçü olan kuyrukta bekleme zamanı, müşterinin sadece kuyruktaki bekleme zamanını göz önüne almaktadır. Ortalama kuyrukta beklenen zaman

$$\text{Ortalama Kuyrukta Bekleme Zamanı} = \frac{\text{Müşterilerin Kuyrukta Beklediği Toplam Süre}}{\text{Toplam Müşteri Sayısı}}$$

formülü ile elde edilir.

Ortalama Kuyrukta Bekleme Olasılığı

Bir müşterinin kuyrukta ortalama bekleme olasılığı

$$\text{Ortalama Kuyrukta Bekleme Olasılığı} = \frac{\text{Kuyrukta Bekleyen Müşteri Sayısı}}{\text{Toplam Müşteri Sayısı}}$$

formülü yardımı ile bulunur.

Servisin Boş Kalma Olasılığı

Bir sistemde servisin boş kalma olasılığı

$$\text{Servisin Boş Kalma Olasılığı} = \frac{\text{Servisin Toplam Boş Kalma Süresi}}{\text{Toplam Benzetim Zamanı}}$$

formülü ile hesaplanır. Servisin dolu olma olasılığı ise servisin boş kalma olasılığının tümleyenidir.

Varışlar Arası Ortalama Süre

Müşterilerin sisteme varışları arasındaki ortalama süre aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\text{Varışlar arası Ortalama Süre} = \frac{\text{Toplam Varışlar arası Süre}}{\text{Varış Sayısı} - 1}$$

Sisteme ilk varış 0 zamanında gerçekleştiği için, paydada varış sayısından bir çıkarılmaktadır.

Tek servisli bir kuyruk sisteminde, varişlar arası zaman ve servis süreleri tesadüfi değişkenlerdir ve belirli olasılık dağılımlarına göre belirlenmekte dirler. Bu örnekte, basitlik açısından varişlar arası zaman ve servis sürelerinin bilindiğini kabul edeceğiz. Bu kabul altında, toplam 40 dakikalık benzetim süresi için 10 tane müşteriye ait benzetim tablosu aşağıda verilmiştir:

Müşteri	Variş Zamanı	Servis Süresi	Servis Başlama Zamanı	Müşterinin Kuyrukta Beklediği Süre	Servisin Bitiş Zamanı	Müşterinin Sistemde Geçirdiği Zaman	Servisin Boş Kalma Süresi	Varişlararası Zaman
1	0	4	0	0	4	4	0	-
2	8	6	8	0	14	6	4	8
3	13	4	14	1	18	5	0	5
4	15	4	18	3	22	7	0	2
5	20	1	22	2	23	3	0	5
6	25	5	25	0	30	5	2	5
7	29	5	30	1	35	6	0	4
8	32	1	35	3	36	4	0	3
9	34	2	36	2	38	4	0	2
10	37	2	38	1	40	3	0	3
Toplam		34		13		47	6	37

Tablo 8.2
Benzetim Tablosu

Tablonun oluşturulmasında ilk adım, ilk müşteri için ilgili hücrelerin doldurulmasıdır. İlk müşterinin sisteme 0 zamanındavardığı kabul edilir. Sistem ilk müşterinin gelmesi ile başlar ve ilk müşteri sistemde 4 dakika kalmaktadır. Birinci müşteriden sonraki satırlar varişlar arası zaman, servis zamanı ve bir önceki müşterinin işleminin bitiş zamanı göz önüne alınarak düzenlenir. Örneğin ikinci müşterinin sisteme varışı 8. dakikada gerçekleşmekte, birinci ve ikinci müşteriler arasında sistem 4 dakika boş kalmaktadır. Üçüncü müşteri, ikinci müşterinin işlemi devam ederken sisteme giriş yapmakta ve ikinci müşterinin servis süresi dolana kadar 1 dakika kuyrukta beklemektedir. Bu süreç, toplam benzetim süresi 40 dakika olmak üzere onuncu müşterinin sistemden ayrıılığına kadar devam eder.

Tablo 8.2'ye göre sistemin performansına ait ölçüler aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\text{Ortalama Sistem Zamanı} = \frac{47}{10} = 4.7 \text{ (dakika)}$$

$$\text{Ortalama Kuyrukta Bekleme Zamanı} = \frac{13}{10} = 1.3 \text{ (dakika)}$$

$$\text{Ortalama Kuyrukta Bekleme Olasılığı} = \frac{7}{10} = 0.70$$

$$\text{Servisin Boş Kalma Olasılığı} = \frac{6}{40} = 0.15$$

Bu durumda servisin dolu olma olasılığı 0.85 olmaktadır.

$$\text{Varişlar arası Ortalama Süre} = \frac{37}{10-1} = 4.1 \text{ (dakika)}$$

Benzetimi yapılan sistem ile ilgili bulgular şu şekilde özetlenebilir. Benzetim süresi içinde sistem belirli bir durumdadır. Sistemde meydana gelen olaylar ile birlikte sistemin durumu değişmektedir. Bu örnek için, sistemde müşterilerin çoğu kuyrukta beklemek zorundadır fakat her bir müşteri için kuyrukta bekleme süresi fazla değildir (ortalama 1.3 dakika). Servisin boş kalma olasılığı makul ölçüdedir (%15). Sistem hakkında daha objektif yorumlar yapılabilmesi, müşterilerin kuyrukta bekleme maliyeti ile ilave veznelerin çalıştırılmasının maliyetinin dengelenmesine ait yapılacak analizlere bağlı olacaktır.

SIRA SİZDE



4

Bir kuyruk sisteminin durum değişkenlerinin ve sistemde meydana gelen olayların neler olduğunu belirtiniz.

Özet



Benzetim kavramını ve amaçlarını açıklamak.

Benzetim; karmaşık sistemlerin analiz ve tasarımında kullanılan, sistemin çeşitli durumlardaki davranışının gözlemlenebilmesi için, sistemin genellikle bilgisayar ortamında modellenmesidir. Benzetim bir sistemin performansının değerlendirilmesi, değişen koşullar altında sistemin performansının tahmin edilmesi, sistem performansı üzerinde etkili olan faktörlerin belirlenmesi ve bir sistemdeki darboğazların belirlenmesi amaçlarından bir veya birkaçını gerçekleştirmek için yapılır.



Benzetimin avantaj ve dezavantajlarını sıralamak.

Karmaşık sistemlerin analizinde sıkılıkla kullanılan bir yöntem olarak benzetimin en büyük avantajı; uygulamasının analitik yöntemlere göre daha kolay ve esnek olmasıdır. Analitik yöntemler çözüm için çok sayıda basitleştirici varsayımlarda bulunulmasını gerektirirken, benzetimde bu türden kısıtlamalar daha azdır ve böylece gerçek sistemi temsil etmede daha fazla esnekliğe olanak tanır. Bir kez benzetim modeli kurulduktan sonra bu model farklı politikaları, parametreleri ve tasarımları analiz etmek için tekrar tekrar kullanılabilir. "Ne-eğer" türü senaryoların modellenmesiyle yöneticilere değişik alternatifleri değerlendirme olanlığı sağlayasının yanı sıra zaman üzerinde tam denetim sağlayarak, olayların hızlandırılıp yavaşlatmasına olanak tanır. Bu sayede sonuçların uzun sürede alınacağı durumlarda benzetim ile sistem daha kısa sürede analiz edilebilir. Benzetimin sahip olduğu avantajlarına rağmen sahip olduğu dezavantajlardan biri, sistem karmaşıklıkça modellenmenin zaman alıcı ve masraflı hale gelmesidir. Model incelenerek sisteme göre oluşturulduğundan her benzetim modeli kendine özgüdür. Benzetim zaman zaman, analitik yöntemle çözümü mümkün olan durumların analizinde kullanılmaktadır.



Sistem ve model kavramlarını tanımlamak.

Sistem, belirli bir amaç doğrultusunda bir araya gelmiş, aralarında uyumlu bir ilişki olan ve birbirlerini karşılıklı olarak etkileyen elemanlardan oluşan bir bütündür. Sistemin bir temsili olarak tanımlanan model, gerçek sistemi inceleme amacıyla kullanılır. Modelin amacı, karar vericilere sistemi, sistemin alt sistemlerini ve bunlar arasındaki ilişkileri, sistemin çalışma prensiplerini anlamaya konusunda yardımcı olmaktadır.



Benzetim çalışmasının aşamalarını açıklamak.

Problemin ve ilgilenilen sistemin sınırlarının belirlenmesiyle benzetim çalışmasına başlanır. İzleyen aşamada, belirlenen problemin çözülmesi amacıyla yönelik olarak yapılacak çalışmanın başarısını belirleyen hedefler ortaya

konur ve çalışma ile ilgili proje yönetimi süreci dahilinde çalışma planı oluşturulur. Sonraki aşamada, sistemi karakterize eden temel varsayımları seçeceğ ve düzenleyecek basit bir model tasarlanır. Daha sonra kullanılabilir sonuçlar elde edilinceye kadar model zenginleştirilir ve ayrıntılandırılır. Veri toplama aşamasında model için gerekli verilerin toplanarak bu verilerin istatistiksel analizi gerçekleştirilir. Bir sonraki aşamada, konsept olarak hazırlanmış model genel amaçlı bir dil (Pascal, Fortran, C++ vb.) veya uygun bir benzetim dili (SIMAN, GPSS, SIMSCRIPT vb.) yardımıyla kodlanarak bilgisayar ortamına taşır. Doğrulama aşamasında, benzetim modeli için hazırlanan bilgisayar programının doğru çalışıp çalışmadığı çeşitli teknikler yardımıyla kontrol edilir. Modelin doğru çalıştığı belirlendikten sonra modelin gerçek sistemin doğru bir temsilinin olup olmadığı test edilir. Modelin geçerliliğinin test edildiği bu aşama yinelemeli bir süreçtir ve modelin doğruluğu kabul edilebilir oluncaya kadar tekrar eder. Deneysel tasarım aşamasında ise deney sayısı, modeli çalışma süresi ve deneyin tekrarlanma sayısı belirlenir. Deneysel tasarım aşamasında tasarlanan deneylerin model üzerinde denendiği bu aşamada, elde edilen çıktıların istatistiksel analizi yapılır. Bir sonraki aşamada, bir önceki aşamada tamamlanan çalışmalarдан elde edilen analiz sonuçlarına göre ilave çalışmaların gerekip gerekmeyeceğine ve bu ilave deneylerin tasarımının nasıl olması gerektiğine karar verilir. Raporlama ve dokümantasyon aşamasında, modelin çalıştırılması ve ilerleme durumunun dökümantasyonu ve raporlaması yapılmaktadır. Uygulama aşamasında ise, artık sistemi temsil eden modelden elde edilen sonuçlar gerçek sistem üzerinde uygulanabilir.



Benzetim modelinin yapısını açıklamak.

Bir benzetim modelinin yapısını oluşturan unsurlar; bileşenler, değişkenler, parametreler, ilişkiler, varsayımlar, kısıtlar ve ölçütlerdir. Bileşenler, sistemi oluşturan öğe veya alt sistem olarak da adlandırılan parçalardır. Değişkenler, istenildiği zaman kendilerine keyfi değerler atanıp, bu değer değişimlerine karşılık olarak modelin verdiği tepkileri belirlememize olanak veren ve ne kadar sağlıklı ölçürlülerse benzetimin başarısını o derece artıran unsurlardır. Parametreler, analiz öncesi belirlenen ve analiz boyunca sabit kalan değerlerdir. İlişkiler; sistem, sistemin alt sistemleri, sistemin bileşenleri, değişkenler ve parametreler arasındaki bağlantılardır. Varsayımlar, modelin çözümü için gerekli olan kabullerdir. Kısıtlar, değişkenlerin değerlerindeki sınırlırmalıdır. Ölçütler sistemin hedef ve amaçlarının ve bunların ne şekilde değerlendirileceğinin bir durumudur.

Kendimizi Sınayalım

- 1.** Aşağıdakilerden hangisi benzetimin amaçlarından biri **değildir**?
- Bir sistemin çalışması hakkında anlayışlar kazanma
 - Sistemin performansını geliştirmek için işletim ve kaynak politikaları geliştirme
 - Analitik çözümlerin mümkün olduğu durumlarda kullanılma
 - Uygulamadan önce yeni sistemi test etme
 - Mevcut sistemi bozmadan sistem hakkında bilgi toplama
- 2.** Bir benzetim dili kullanılarak benzetim modelinin bilgisayar ortamına taşınması aşağıdaki benzetim çalışmasının aşamalarından hangisidir?
- Model dönüştürme
 - Doğrulama
 - Deneysel tasarım
 - Raporlama
 - Uygulama
- 3.** Bir banka şubesi sisteminde “müşterinin hesabından para çekmesi” sistemin aşağıdaki bileşenlerden hangisine örnek gösterilir?
- Varlık
 - Faaliyet
 - Olay
 - Durum değişkeni
 - Özellik
- 4.** Aşağıdakilerden hangisi bir üretim sisteminin durum değişkenlerinden biridir?
- Makinaların hızı
 - Makinaların kapasitesi
 - Makinaların arızalanma olasılığı
 - Makinaların parça kesmesi
 - Makinaların meşgul olması
- 5.** Aşağıdakilerden hangisi modelin fonksiyonlarından biri **değildir**?
- Düşünceye yardım etme
 - Haberleşmeye yardımcı olma
 - Eğitime hizmet etme
 - Sistemin çalışma prensiplerini anlama
 - Denemelere yardımcı olma
- 6.** Aşağıdakilerden hangisi benzetim çalışmasının aşamalarından biridir?
- Varlıkların belirlenmesi
 - Durum değişkenlerinin atanması
 - Özelliklerin tanımlanması
 - Faaliyetlerin belirlenmesi
 - Modelin geçerliliğinin sağlanması
- 7.** Aşağıdakilerden hangisi bir benzetim modelinde yönetimin kararlarına bağlı olarak değişen değişkenlerden biridir?
- Politika değişkenleri
 - Rassal değişkenler
 - Çıktı değişkenleri
 - Deterministik değişkenler
 - Bütünleşik çıktı değişkenleri

8-10. soruları aşağıdaki benzetim tablosuna göre cevaplandırınız.

Tek bir kasanın bulunduğu bir markete, 15 dakika içinde gelen 4 müşteri için oluşturulan benzetim tablosu aşağıdaki gibidir:

Müşteri	Varış Zamanı	Servis Süresi	Servis Başlama Zamanı	Müşterinin Kuyrukta Beklediği Süre	Servisin Bitiş Zamanı	Müşterinin Sistemde Geçirdiği Zaman
1	5	2	5	0	7	2
2	6	4	7	1	10	5
3	11	3	11	0	14	3
4	13	2	14	1	15	3

- 8.** Ortalama sistem zamanı kaç dakikadır?

- 3.75
- 3.25
- 2.75
- 2.5
- 1.75

- 9.** Ortalama kuyrukta bekleme zamanı kaç dakikadır?

- 0.75
- 0.25
- 0.5
- 1.5
- 1.75

- 10.** Ortalama kuyrukta bekleme olasılığı kaçtır?

- 0.80
- 0.75
- 0.60
- 0.50
- 0.25

Kendimizi Sınavalım Yanıt Anahtarı

- | | |
|-------|-----------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. c | Yanınız yanlış ise “Benzetimin Amaçları” konusunu yeniden gözden geçiriniz. |
| 2. a | Yanınız yanlış ise “Benzetim Çalışmasının Aşamaları” konusunu yeniden gözden geçiriniz. |
| 3. b | Yanınız yanlış ise “Sistemin Bileşenleri” konusunu yeniden gözden geçiriniz. |
| 4. e | Yanınız yanlış ise “Sistemin Bileşenleri” konusunu yeniden gözden geçiriniz. |
| 5. d | Yanınız yanlış ise “Model” konusunu yeniden gözden geçiriniz. |
| 6. e | Yanınız yanlış ise “Benzetim Çalışmasının Aşamaları” konusunu yeniden gözden geçiriniz. |
| 7. a | Yanınız yanlış ise “Benzetim Modelinin Yapısı” konusunu yeniden gözden geçiriniz. |
| 8. a | Yanınız yanlış ise “Benzetim Örneği” konusunu yeniden gözden geçiriniz. |
| 9. c | Yanınız yanlış ise “Benzetim Örneği” konusunu yeniden gözden geçiriniz. |
| 10. d | Yanınız yanlış ise “Benzetim Örneği” konusunu yeniden gözden geçiriniz. |

Sıra Sizde Yanıt Anahtarı

Sıra Sizde 1

Benzetim, bir sistemde karşılaşılan problemin çözümü için tüm analitik çözüm teknikleri gözden geçirildikten sonra ve çözüm için bu tekniklerin yeterli olmadığına karar verildikten sonra başvurulan bir yöntemdir. Ayrıca sistem hakkında ayrıntılı bilginin bulunmadığı durumlarda, sistemin çalışması hakkında bilgi elde etme ve sistemin performansını artırmaya yönünde iyileştirmelerin yapılması söz konusu olduğu durumlarda benzetim kullanılabilir.

Sıra Sizde 2

Bir hastanenin acil servisine ait varlıklar “hastalar”, hastaların sahip olduğu özellik ise “tedavi önceliği”dir. Sistemdeki faaliyetler “acil serviste hastalara sağlanan tedavi hizmetleri”, sistemde meydana gelen olaylar ise “hastaların acil servise varışı” ve “hastaların acil servisten ayrılmıştır”dır. Sistemin durum değişkenleri, “acil serviste bekleyen hasta sayısı” ile “acil serviste görevli sağlık personeli”dir.

Sıra Sizde 3

Analitik modeller, doğrusal programlamada olduğu gibi bir amaç fonksiyonunun en büyük ya da en küçük yapılmaya çalışıldığı analizlerde kullanılırken benzetim modellerinde aynı anda birden fazla amaç göz önüne alınarak sistemi analiz etmek mümkündür. Benzetim modelleri, analitik modellerin aksine en iyi çözümü bulmak için kurulmazlar. İki yaklaşım arasındaki bir diğer fark ise, analitik modeller amaç fonksiyonun en iyi değerinin bulunmasında karar değişkenlerine ait değerlerin bulunmasını sağlarken, benzetim modelinde belirli değerler için amaç fonksiyonu değerlendirilir. Diğer bir ifadeyle, karar değişkenlerine ait değerler analitik modelde birer çıktı iken, benzetim modelinde birer girdi değerleridir.

Bir kuyruk sisteminin üç durum değişkeni vardır. Bu değişkenler; servisin boş ya da dolu olmasına göre müşterinin servise veya kuyruğa girmesini belirleyen servis durumu, servisin boş veya dolu duruma geçmesini sağlayan kuyrukta müşteri sayısı ile her bir müşterinin kuyrukta bekleme zamanını belirleyen varış zamanıdır. Kuyruk sistemlerinde meydana gelen olaylar ise, müşterinin sisteme varışı ve müşterinin sistemden ayrılışıdır.

Sıra Sizde 4

Yararlanılan ve Başvurulabilecek Kaynaklar

- Altıok, T. ve Melamad, B. (2007). *Simulation Modelling and Analysis with Arena*. Academic Pr.
- Banks, J. (1998). *Handbook of Simulation*, USA: John Wiley&Sons, Inc.
- Banks, J., Carson, J., Nelson, B., & Nicol, D. (2001). *Discrete-Event System Simulation* (3. Baskı). Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- Chung, C. A. (2003). *Simulation Modelling Handbook*. USA: CRC Press LLC.
- Demirel, T. (1999). Yapay Zeka ile Bütünleşik Simülasyon Ortamları ve Bir Kavşaktaki Trafik Işıklarının Analizi için Zeki Bir Simülasyon Ortamının Tasarlanması. Yayımlanmamış Doktora Tezi. İstanbul: YTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Erkut, H. (1992). *Yönetimde Simülasyon Yaklaşımı*. (2. Baskı). İstanbul: İrfan Yayımcılık.
- Halaç, O. (1998). *İşletmelerde Simülasyon Teknikleri*. (3. Baskı). İstanbul: Alfa Basım Yayım Dağıtım.
- Harrell, C., Ghosh, B., & Bowden, R. (2000). *Simulation using ProModel*. Boston: McGraw-Hill/Higer Education.
- Pidd, M. (1984). *Computer Simulation in Management Science*. John Wiley & Sons.
- Rossetti, Manuel D. (2010). *Simulation Modelling and Arena*. Hoboken, N.J.: John Wiley.
- Sariaslan, H. (1986). *Sıra Bekleme Sistemlerinde Simülasyon(Benzetim) Tekniği*. Ankara: Ankara Üniversitesi, Siyasal Bilgiler Fakültesi Yayınları.
- Taha, H. (1988). *Simulation Modelling and Simnet*. New Jersey: Prentice-Hall.
- Watson, Hugh J. & Blackstone, John H. (1989). *Computer Simulation* (2. Baskı). New York: John Wiley&Sons.