

Tópicos Avançados em Comunicação Digital

Parte 5: OFDM

Prof. Dr. Luciano Leonel Mendes

Princípios do OFDM

- Para que um canal não seja seletivo, a condição $BW_C > BW_S$ deve ser satisfeita.

$$BW_s = \frac{R_b}{\log_2(M)}(1 + \alpha)$$

onde R_b é a taxa de transmissão em bps, M é a ordem de modulação e α é o fator de decaimento do filtro de Nyquist.

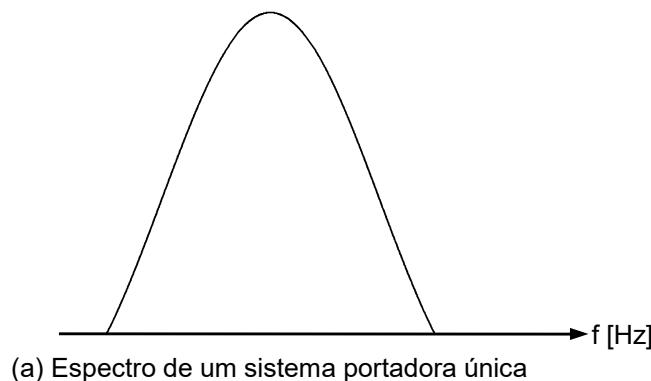
- Reduzir BW_s significa:
 1. Reduzir R_b , alterando a QoS;
 2. Aumentar M , o que resulta em aumento proibitivo da potência de transmissão.
 3. Reduzir α , porém com pequeno impacto no valor de BW_s e aumento considerável de complexidade do receptor.

Princípios do OFDM

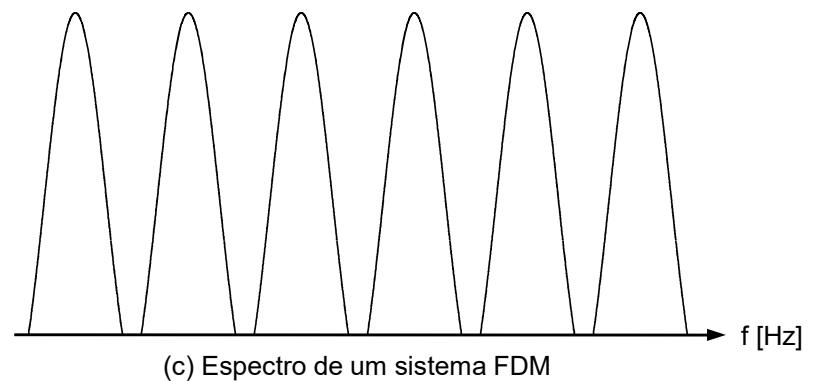
- Outra solução é dividir o feixe de dados em N subfeixes, cada um modulando uma subportadora independente.
- Com o uso de N portadoras, é possível transmitir N dados em paralelo, onde a taxa de sinalização de cada portadora é N vezes menor do que a taxa de sinalização total, ou seja $BW_{MC} = BW_S / N$.
- Se N for suficiente grande, o canal que se comportava como seletivo para o sistema de única portadora, passa a se comportar como plano para cada uma das subportadoras.

Princípios do OFDM

- Esta técnica é denominada de multiplexação por divisão em freqüência (FDM) e foi muito utilizada em sistemas analógicos de transmissão de sinais telefônicos.
- A grande desvantagem desta técnica é a baixa eficiência espectral, devido a banda de guarda necessária entre cada subportadora.



(a) Espectro de um sistema portadora única



(c) Espectro de um sistema FDM

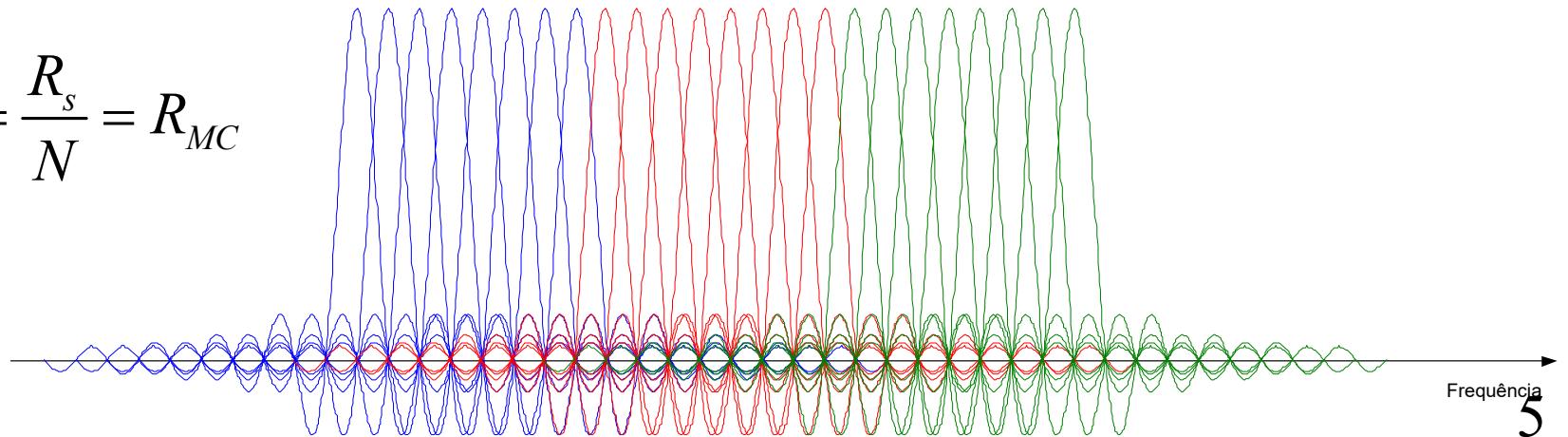
Princípios do OFDM

- Para melhorar a eficiência espectral, é necessário permitir a sobreposição das N subportadoras. Para isto, as portadoras devem ser ortogonais entre si.

$$\int_0^T \cos(\omega_i t) \times \cos(\omega_j t) dt = 0$$

- Esta condição é satisfeita se $\omega_i - \omega_j = \frac{2\pi k}{T}$, ou seja, se o menor espaçamento entre duas subportadoras adjacentes for

$$\Delta f = \frac{1}{T} = \frac{R_s}{N} = R_{MC}$$



Princípios do OFDM

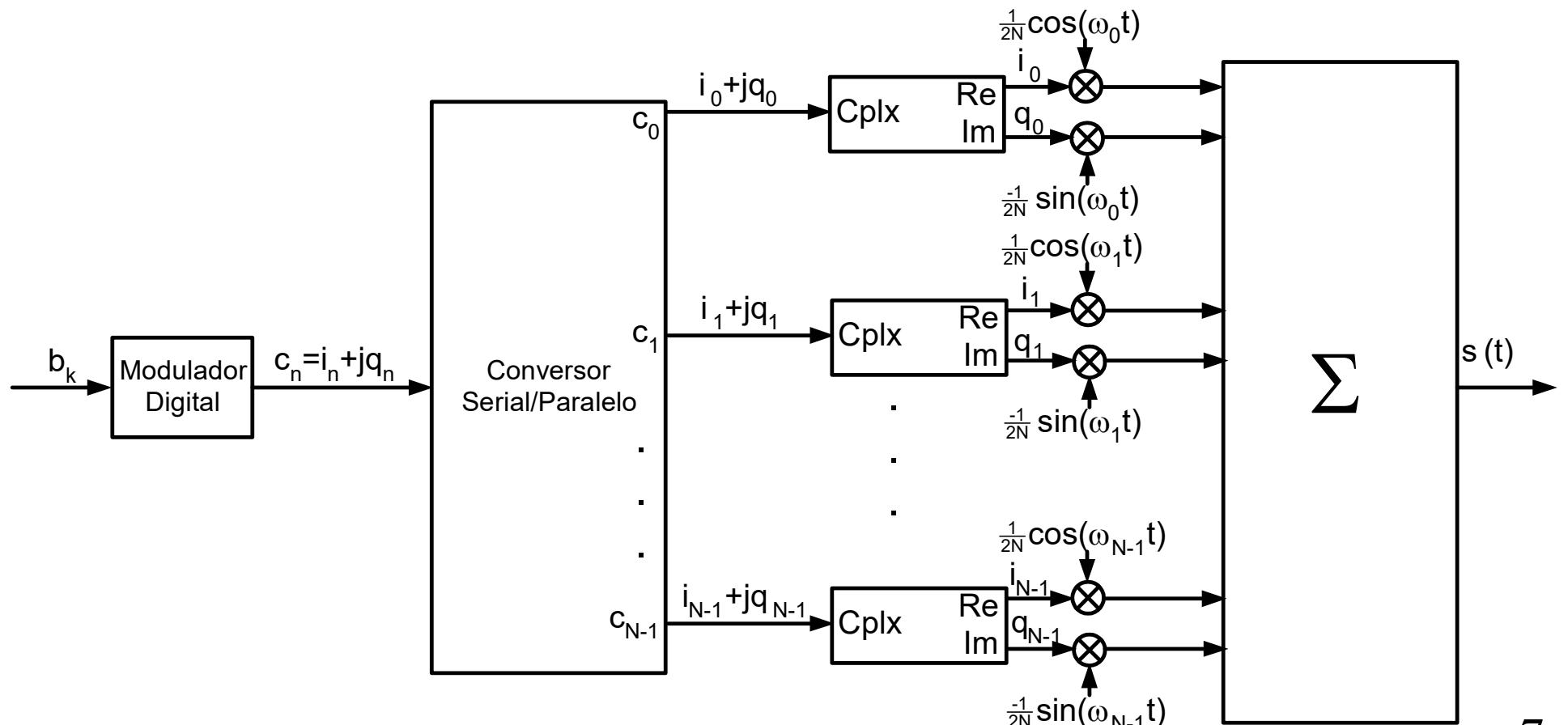
- A largura de faixa total ocupada pelo sinal OFDM será

$$BW_T = (N + 1)R_{MC} = \frac{N + 1}{N} R_s$$

- A ação do canal em uma subportadora é independente da influência do canal nas demais subportadoras, se N for suficientemente grande.
- Note que o tempo de duração do símbolo OFDM será N vezes maior do que o tempo de símbolo serial. Para que o canal variante no tempo seja considerado lento, $T \ll T_c$, portanto, $NT_s \ll T_c$.
- Se o N for excessivamente alto, um canal lento para portadora única pode se comportar como canal rápido para o OFDM.

Geração do Sinais OFDM – Força Bruta

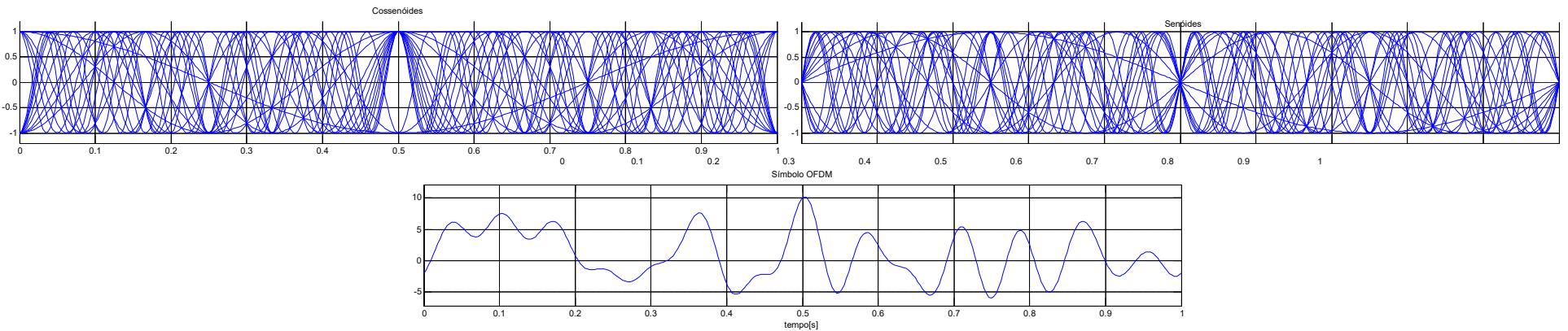
- Para gerar um sinal OFDM, o feixe serial deve ser dividido em N feixes paralelos, cada um modulando uma subportadora ortogonal às demais subportadoras.



Geração do Sinais OFDM – Força Bruta

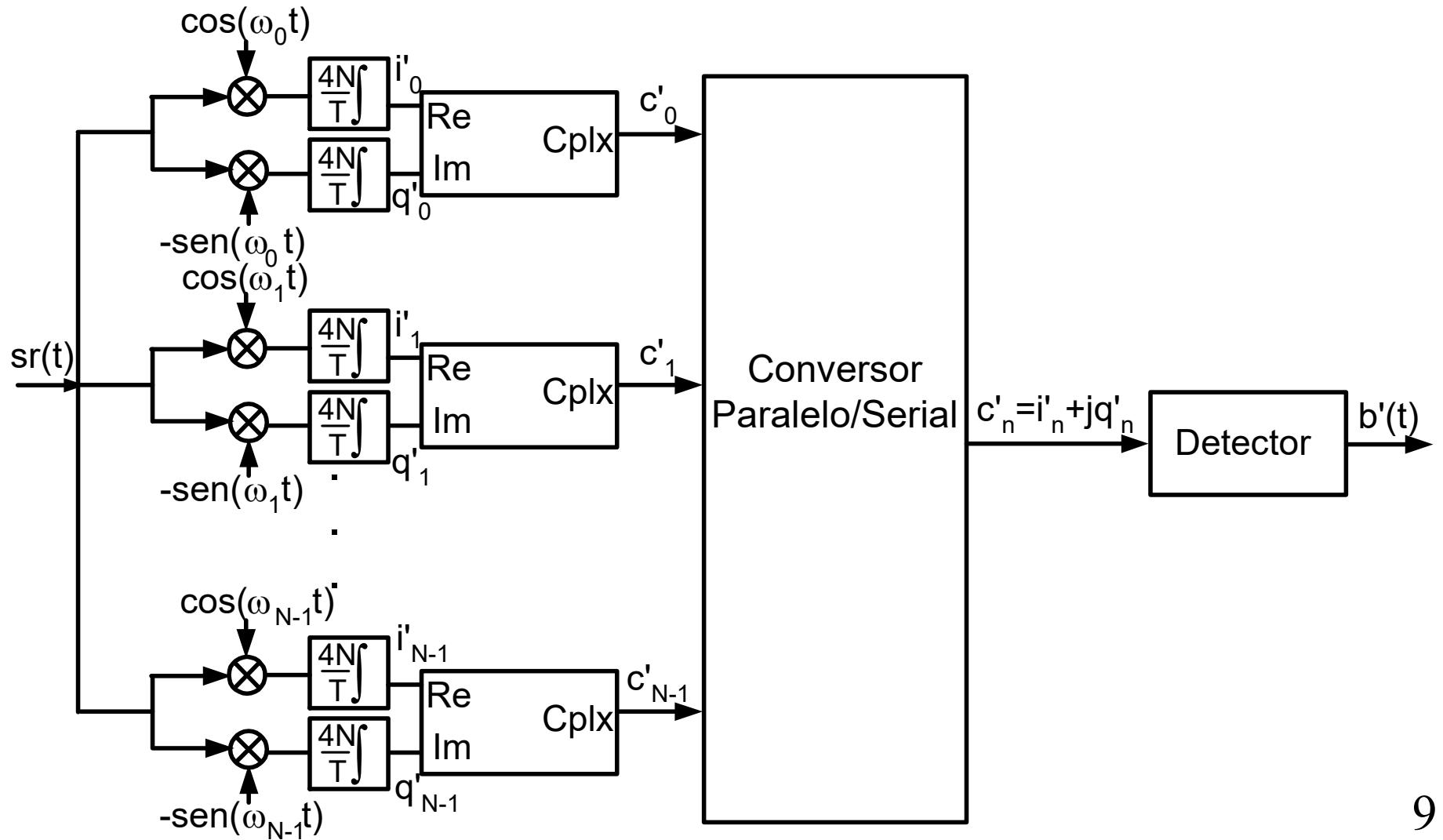
- O sinal OFDM é dado pela soma das N portadoras moduladas pelos símbolos seriais $c_n = i_n + j q_n$.
- Os símbolos seriais podem ser provenientes de qualquer mapeamento em fase e quadratura, i.e., BPSK, QPSK, M-QAM, M-PSK, etc.

$$s(t) = \frac{1}{2N} \sum_{n=0}^{N-1} [i_n \cos(\omega_n t) - q_n \sin(\omega_n t)],$$



Detecção de Sinais OFDM – Força Bruta

- A recepção do sinal OFDM pode ser feita através do uso de $2N$ correlatores.



Detecção de Sinais OFDM – Força Bruta

- Recepção da parte real do símbolo transmitido na k -ésima subportadora.

$$\begin{aligned} i'_k &= \frac{4N}{T} \int_0^T \frac{1}{2N} \sum_{n=0}^{N-1} [i_n \cos(\omega_n t) - q_n \sin(\omega_n t)] \cos(\omega_k t) dt \\ &= \frac{2}{T} \int_0^T \sum_{n=0}^{N-1} i_n \cos(\omega_n t) \cos(\omega_k t) dt - \underbrace{\frac{2}{T} \int_0^T \sum_{n=0}^{N-1} q_n \sin(\omega_n t) \cos(\omega_k t) dt}_0 \\ &= \frac{2}{T} \int_0^T i_k \cos(\omega_k t) \cos(\omega_k t) dt + \underbrace{\frac{2}{T} \int_0^T \sum_{n=1; n \neq k}^{N-1} i_n \cos(\omega_n t) \cos(\omega_k t) dt}_0 \\ &= \frac{2i_k}{T} \int_0^T \cos^2(\omega_k t) dt = i_k. \end{aligned}$$

- Para receber a parte imaginária do símbolo transmitido na k -ésima subportadora, basta substituir $\cos(\omega_k t)$ por $-\sin(\omega_k t)$.¹⁰

Método da IDFT/DFT

- O uso de N osciladores complexos, com espaçamento em frequência de R_{MC} Hz entre si torna a construção de geradores e receptores OFDM inviável quando N é um número elevado.
- O símbolo OFDM pode ser visto como uma série de Fourier truncada de N elementos, onde os símbolos seriais são os coeficientes desta série.

$$s(t) = \frac{1}{2N} \sum_{n=0}^{N-1} \Re [i_n \cos(\omega_n t) + j i_n \sin(\omega_n t) + j q_n \cos(\omega_n t) - q_n \sin(\omega_n t)] ,$$

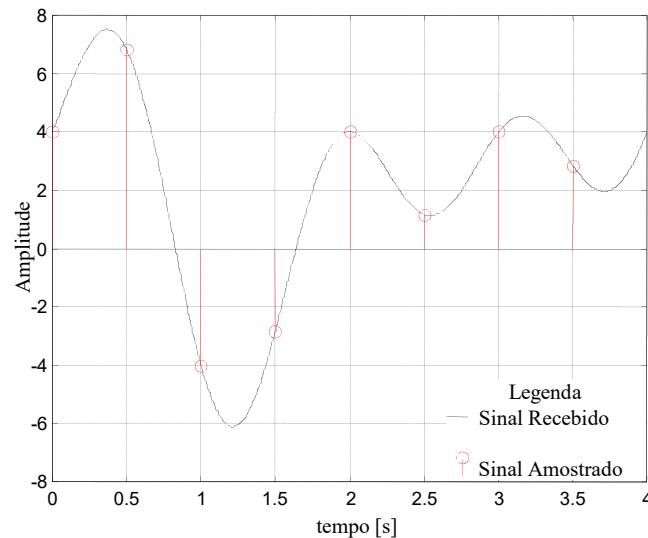
- Amostrando este sinal a uma taxa de R_S amostras/segundo:

$$s(mT_s) \triangleq s_m = \Re \left\{ \frac{1}{2N} \sum_{n=0}^{N-1} c_n e^{j \frac{2\pi n}{N} m} \right\} ,$$

que é a definição da IDFT de um vetor c_n .

Método da IDFT/DFT

- Este resultado mostra que o símbolo OFDM pode ser completamente representado pelas amostras obtidas através da IDFT.
- Para receber o sinal OFDM obtido a partir da parte real da IDFT do vetor de símbolos seriais é necessário amostrá-lo com uma taxa de $2R_S$ amostras por segundo.



Método da IDFT/DFT

- O número de amostras na qual deve-se aplicar a DFT na recepção é igual à $2N$, sendo que apenas as N primeiras amostras são relevantes.

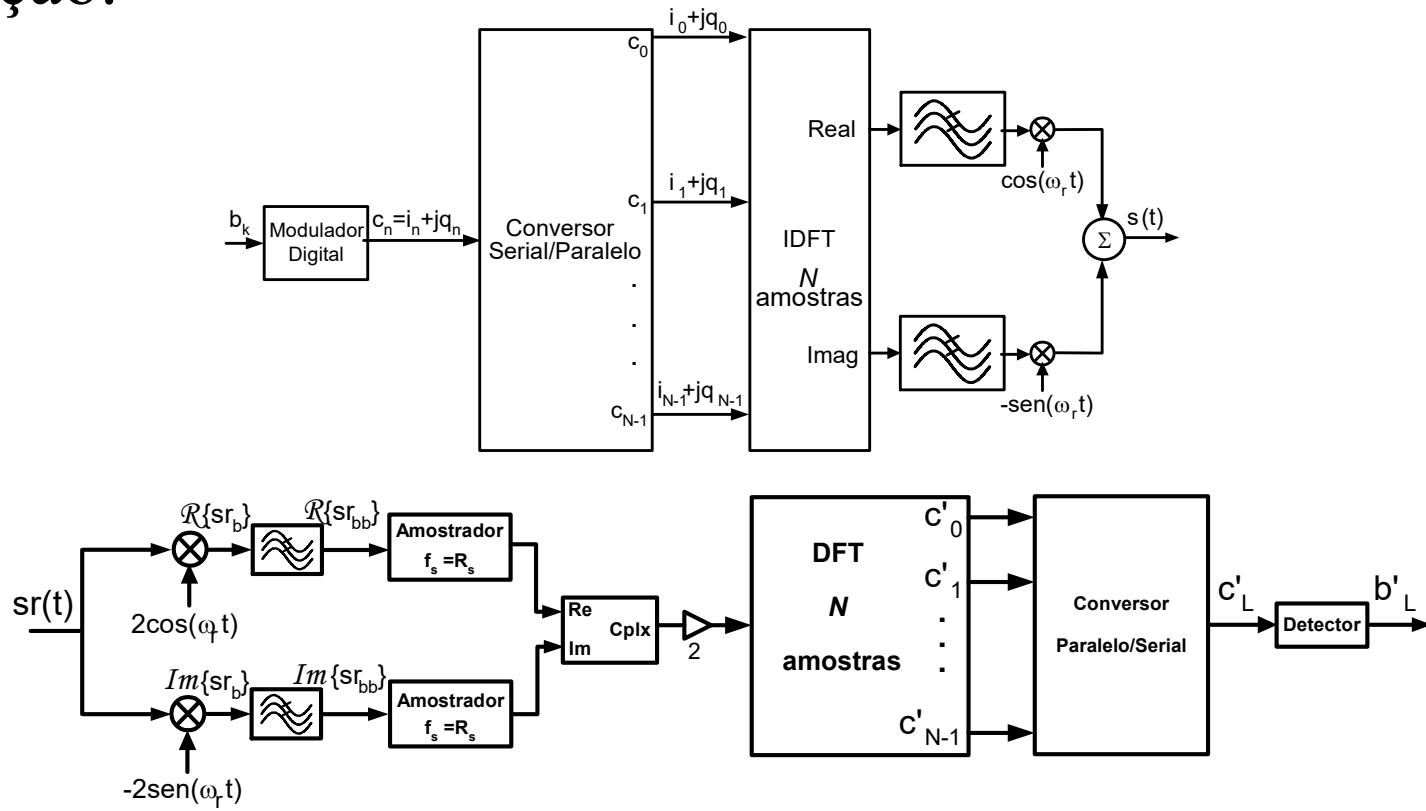
$$c'_l = 2 \sum_{m=0}^{2N-1} s_m e^{-j \frac{2\pi l}{2N} m} \quad \text{para } l = 0, 1, \dots, 2N-1,$$

$$c'_l = \begin{cases} 2i_0 & l = 0 \\ i_l + jq_l & 1 \leq l \leq N-1 \\ \text{irrelevante} & N \leq l \leq 2N-1 \end{cases} .$$

- A amostra recebida na portadora de índice 0 possui parte real com amplitude duas vezes maior do que a amplitude do sinal transmitido e sua parte imaginária não é recebida.

Método da IDFT/DFT

- Fazendo-se a transmissão tanto da parte real quanto da parte imaginária da saída da IDFT, através de uma modulação vetorial IQ, é possível receber o símbolo OFDM sem a necessidade de aumentar a frequência de amostragem na recepção.



Método da IDFT/DFT

- O sinal transmitido é dado por

$$\begin{aligned}s(t) &= \frac{1}{2N} \sum_{n=0}^{N-1} \Re [c_n e^{j\omega_n t} e^{j\omega_r t}] \\&= \frac{1}{2N} \sum_{n=0}^{N-1} \Re [c_n e^{j(\omega_n + \omega_r)t}] \\&= \frac{1}{2N} \sum_{n=0}^{N-1} \Re \{(i_n + jq_n) \{\cos[(\omega_n + \omega_r)t] + j \sin[(\omega_n + \omega_r)t]\}\} \\&= \frac{1}{2N} \sum_{n=0}^{N-1} \{i_n \cos[(\omega_r + \omega_n)t] - q_n \sin[(\omega_r + \omega_n)t]\},\end{aligned}$$

- O sinal em banda base na recepção é dado por

$$\begin{aligned}s_{r_{bb}} &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} [i_n \cos(\omega_n t) - q_n \sin(\omega_n t) + j i_n \sin(\omega_n t) + j q_n \cos(\omega_n t)] \\&= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} c_n e^{j\omega_n t}.\end{aligned}$$

Exercício Proposto

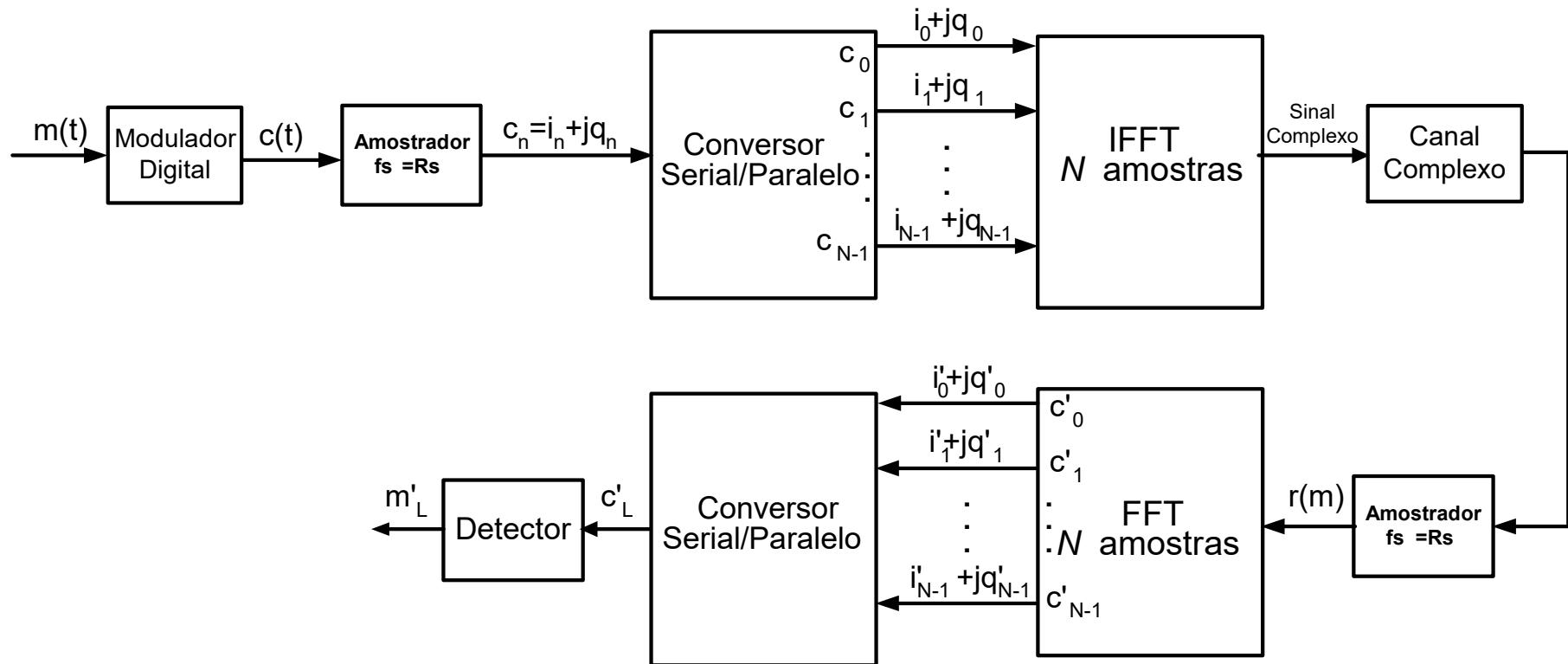
- Mostre que é possível recuperar os símbolos seriais c_n aplicando a DFT no sinal em banda base apresentado no slide anterior.

Método da IFFT/FFT

- O tempo disponível para a computação da IDFT e DFT cresce linearmente com o aumento de N .
- O tempo necessário para computar a IDFT e DFT cresce exponencialmente com o aumento de N .
- Para viabilizar a implementação de sistemas OFDM com número elevado de subportadoras, deve-se empregar um algoritmo eficiente para o cômputo da IDFT/DFT.
- O algoritmo da IFFT/FFT apresenta baixo custo computacional quando o número de portadoras for um número de base 2, i.e., 2^P .
- Caso o número de portadoras empregadas seja diferente de 2^P , deve-se incluir portadoras virtuais (portadoras nulas) até que se atinja o menor número de base possível.

Método da IFFT/FFT

- Diagrama em blocos de um sistema OFDM empregando a IFFT/FFT.



Exercício

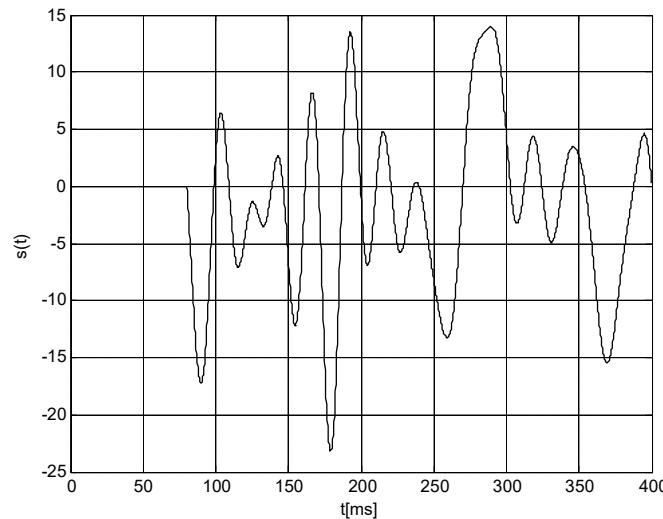
- Seja um vetor de dados $c_n = [c_0 \ c_1 \ c_2 \ c_3 \ c_4 \ c_5]$.

Utilize o Matlab para mostrar que a geração de um símbolo OFDM em banda base utilizando os métodos da força bruta, IDFT/DFT e IFFT/FFT são equivalentes.

Para o caso da IFFT/FFT, mostre que é possível gerar o mesmo símbolo OFDM empregando 8, 16 ou 32 subportadoras.

Tempo de Guarda

- A seletividade em frequência do canal é combatida pelo OFDM através da independência das N subportadoras.
- A interferência intersimbólica (interferência de um símbolo nos símbolo adjacentes) deve ser combatida através de outras técnicas.
- Uma solução consiste em inserir um tempo de guarda entre os símbolos OFDM, de forma que o símbolo transmitido previamente não cause interferência no símbolo transmitido atualmente.

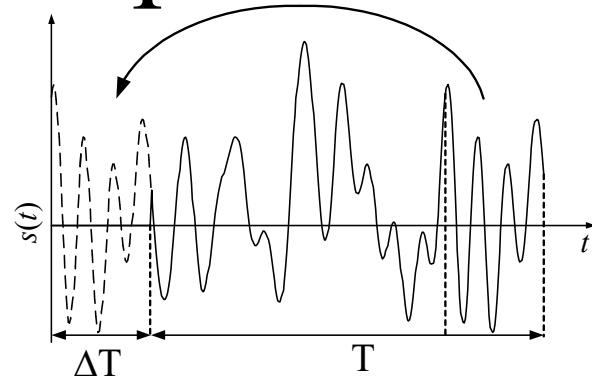


Tempo de Guarda

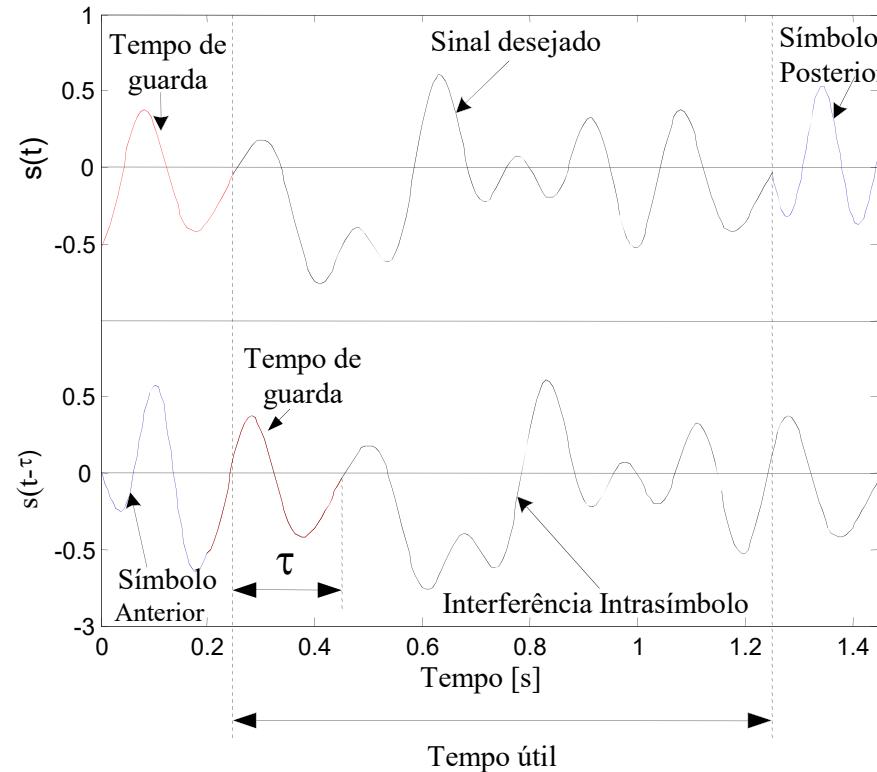
- A inserção de um tempo de guarda nulo implica na introdução de uma descontinuidade temporal, o que resulta em crescimento espectral fora da faixa.
- Além disso, a ação do canal deve ser analisada como uma convolução linear entre o sinal de entrada e a resposta ao impulso do canal.
- Para evitar esta descontinuidade temporal e para tornar o canal circular, pode-se utilizar o prefixo cíclico.
- Como o símbolo OFDM é dado por uma série de Fourier truncada, isso significa que este sinal é periódico a cada N amostras, se o vetor c_n não variar de símbolo OFDM para outro.
- Isso significa que a última amostra do símbolo OFDM tende ao valor da sua primeira amostra.

Tempo de Guarda

- Prefixo cíclico.



- O prefixo cíclico protege do símbolo OFDM atual da ISI causada pelo símbolo anterior.



Tempo de Guarda

- Duração total do símbolo OFDM com o tempo de guarda:

$$T_{OFDM} = \Delta T + T = (r_{TG} + 1)T, \quad \text{sendo}$$

$$r_{TG} = \frac{\Delta T}{T}.$$

- A inserção do tempo de guarda altera o espaçamento entre as subportadoras, comprometendo a ortogonalidade entre as mesmas.
- Para que a ortogonalidade entre as subportadoras seja restabelecida, é necessário remover o tempo de guarda antes da FFT na recepção.

Modelo Matricial para o OFDM

- O OFDM pode ser descrito de forma matricial, o que facilita a notação e a análise sistêmica.
- Seja \mathbf{F} a matriz de Fourier com dimensão $N \times N$.

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} e^{-j\frac{2\pi}{N}0 \cdot 0} & e^{-j\frac{2\pi}{N}0 \cdot 1} & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{N}0 \cdot (N-1)} \\ e^{-j\frac{2\pi}{N}1 \cdot 0} & e^{-j\frac{2\pi}{N}1 \cdot 1} & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{N}1 \cdot (N-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-j\frac{2\pi}{N}(N-1) \cdot 0} & e^{-j\frac{2\pi}{N}(N-1) \cdot 1} & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{N}(N-1) \cdot (N-1)} \end{bmatrix}$$

- O símbolo OFDM é dado por

$$\mathbf{s} = \mathbf{F}^H \mathbf{c} \quad \mathbf{c} = [c_0 \quad c_1 \quad \cdots \quad c_{N-1}]^T$$

Modelo Matricial para o OFDM

- O CP pode ser inserido copiando as N_{CP} últimas linhas de \mathbf{c} para o seu início. Isso é equivalente a estender a matriz de Fourier, copiando suas últimas N_{CP} linhas para seu início.

$$\mathbf{F}_{CP} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{N-N_{CP}:N-1,:} \\ \mathbf{F} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N_{CP}, N-N_{CP}} & \mathbf{I}_{N_{CP}} \\ \mathbf{I}_N \end{bmatrix} \mathbf{F}$$

- O símbolo OFDM com CP é dado por

$$\tilde{\mathbf{s}} = \mathbf{F}_{CP}^* \mathbf{c}$$

- Esse sinal é aplicado a um canal com resposta ao impulso \mathbf{h} com comprimento N_{CH} .

$$\tilde{\mathbf{s}}_r = \mathbf{h} * \tilde{\mathbf{s}} + \tilde{\mathbf{n}}$$

Modelo Matricial para o OFDM

- A convolução linear pode ser calculada multiplicando-se a matriz Toeplitz obtida a partir de h estendido para $(N+N_{CP}+N_{CH}-1)$ amostras e o vetor transmitido.

$$\widetilde{\mathbf{H}} = \text{Toepliz}\left(\left[\mathbf{h}^T \ \mathbf{0}_{1, N+N_{CP}-1} \right]^T\right) = \begin{bmatrix} h_0 & 0 & \cdots & 0 \\ h_1 & h_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_{CH}-1} & h_{N_{CH}-2} & \cdots & h_0 \\ 0 & h_{N_{CH}-1} & \cdots & h_1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & h_{N_{CH}-1} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{s}}_r = \widetilde{\mathbf{H}} \tilde{\mathbf{s}} + \tilde{\mathbf{n}}$$

Modelo Matricial para o OFDM

- Assumindo $N_{\text{CP}} > N_{\text{CH}} - 1$, então ao eliminar o CP evita-se a ISI entre símbolos OFDM.
- Após a remoção do CP, a ação do canal passa a ser a convolução circular da resposta do canal com o símbolo OFDM sem CP.

$$\mathbf{s}_r = \mathbf{h} \circledast \mathbf{s} + \mathbf{n}$$

- A convolução circular pode calculada através do produto entre a matriz Toeplitz de \mathbf{h} estendida para N amostras.

$$\mathbf{H} = \text{Toepliz}\left(\left[\mathbf{h}^T \ \mathbf{0}_{1,N-N_{\text{CH}}} \right]^T\right) = \begin{bmatrix} h_0 & 0 & \cdots & h_1 \\ h_1 & h_0 & \cdots & h_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_{\text{CH}}-1} & h_{N_{\text{CH}}-2} & \cdots & 0 \\ 0 & h_{N_{\text{CH}}-1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & h_0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{s}_r = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{n}$$

$$\mathbf{s}_r = \mathbf{H}\mathbf{F}^H \mathbf{c} + \mathbf{n}$$

Modelo Matricial para o OFDM

- A recuperação do sinal deve ser feita no domínio da frequência, multiplicando o sinal recebido pela matriz de Fourier.

$$\mathbf{F}\mathbf{s}_r = \mathbf{FHs} + \mathbf{Fn}$$
$$\mathbf{s}_{r_F} = \mathbf{FHF}^H \mathbf{c} + \mathbf{n}_f$$

Matriz diagonal contendo a resposta em frequência do canal.

- A inversa da matriz diagonal é uma matriz diagonal com o inverso dos elementos da matriz original.
- Para equalizar o efeito do canal, basta dividir o sinal recebido em cada subportadora pela resposta em frequência do canal para aquela subportadora.
- Exercício: prove que empregar o MMSE ou o ZF para receber um símbolo OFDM resulta no mesmo desempenho.

Estimação de Canal

- Embora o uso do tempo de guarda elimine a ISI, é necessário compensar a interferência intrasimbólica.
- Isso pode ser feito compensando a alteração de amplitude e a rotação de fase introduzida pelo canal em cada subportadora.
- Para receber o símbolo OFDM corretamente, cada subportadora deve ser ponderada por um ganho complexo na forma $g_n = 1/|H_n| \exp(-j\theta_n)$, onde $H_n = |H_n| \exp(-j\theta_n)$ é a resposta em frequência do canal na n -ésima subportadora.
- O receptor deve ser capaz de estimar a resposta em frequência do canal para que a equalização do domínio da frequência seja implementada.

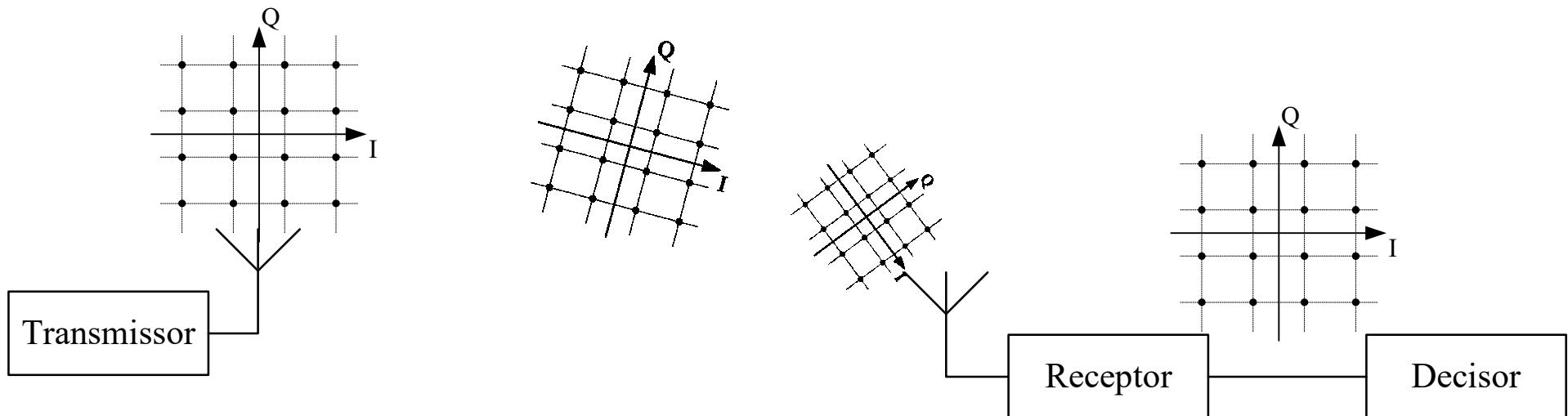
Estimação de Canal

- Influência do canal no símbolo recebido.

$$sr(t) = s(t) + s(t - \tau)$$

$$= \sum_{n=0}^{N-1} \{i_n \cos(\omega_n t) + i_n \cos[\omega_n(t + \tau)] - q_n \sin(\omega_n t) - q_n \sin[\omega_n(t + \tau)]\},$$

- Ação do Equalizador de canal no domínio da frequência.



Estimação utilizando Símbolos Pilotos

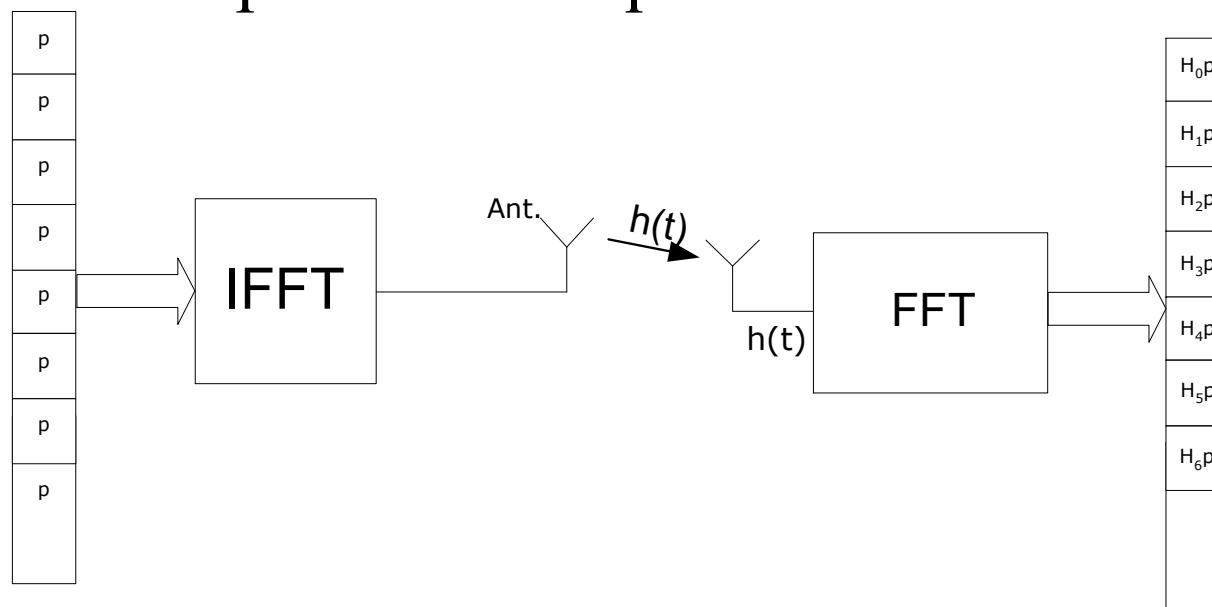
- O símbolo piloto deve ser enviado em um intervalo de tempo menor do que o tempo de coerência do canal.
- A inclusão do símbolo piloto reduz a vazão de dados do sistema. Quanto menor for K_D , maior será o impacto na vazão do sistema.

$$\begin{aligned} R_b &= \frac{K_D}{K_D + 1} \times \frac{N \log_2(M)}{T_{OFDM}} = \frac{K_D}{K_D + 1} \times \frac{N \log_2(M)}{(1 + r_{TG})T} \\ &= \frac{K_D}{K_D + 1} \times \frac{N \log_2(M)}{(1 + r_{TG})NT_s} = \frac{K_D}{K_D + 1} \times \frac{\log_2(M)}{(1 + r_{TG})} \times R_s \end{aligned}$$

- O desempenho do sistema será degradado caso o valor de K_D resulte em uma atualização da estimativa do canal em intervalos maior do que o tempo de coerência do canal.

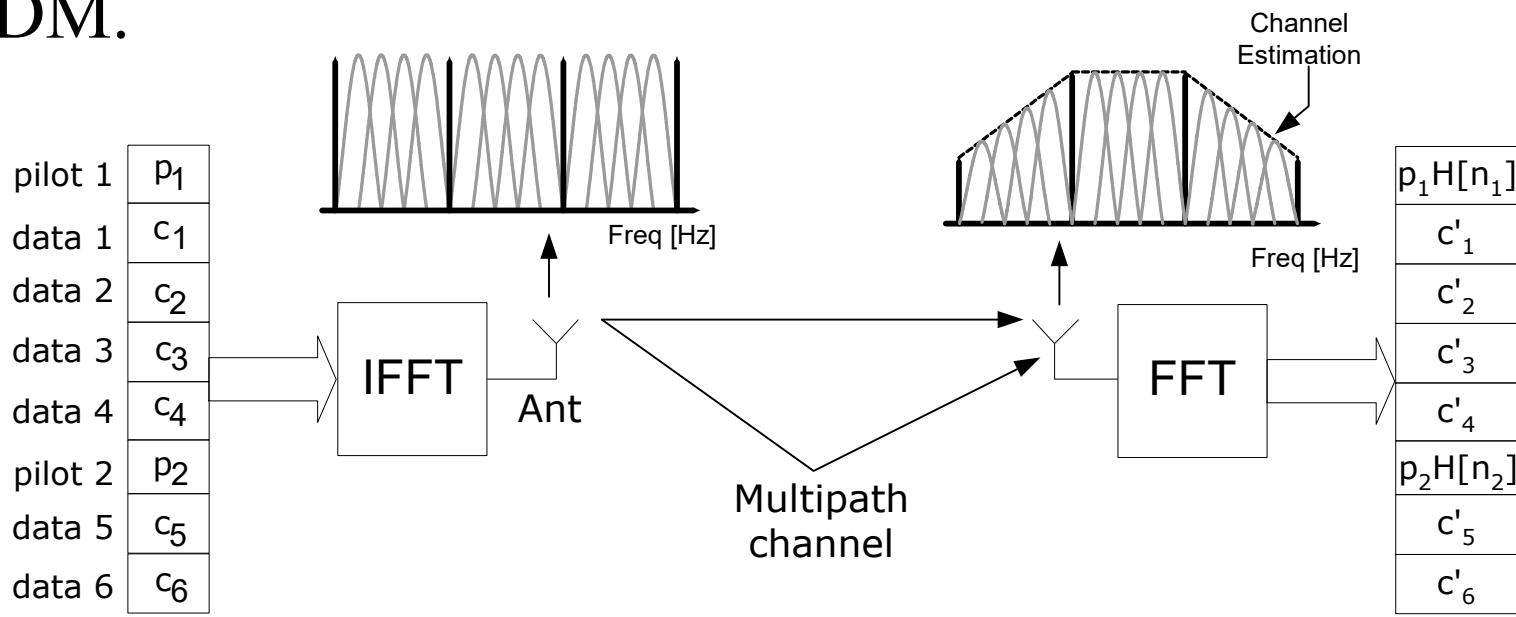
Estimação utilizando Símbolos Pilotos

- A estimativa de canal pode ser feita transmitindo-se um símbolo piloto a cada K_D símbolos.
- Um símbolo piloto é um símbolo OFDM cujo todos os elementos do vetor de dados, p_n , utilizado para gerar o sinal é conhecido no receptor.
- K_D pode ser visto como o comprimento de um quadro para estimativa da resposta em frequência do canal.



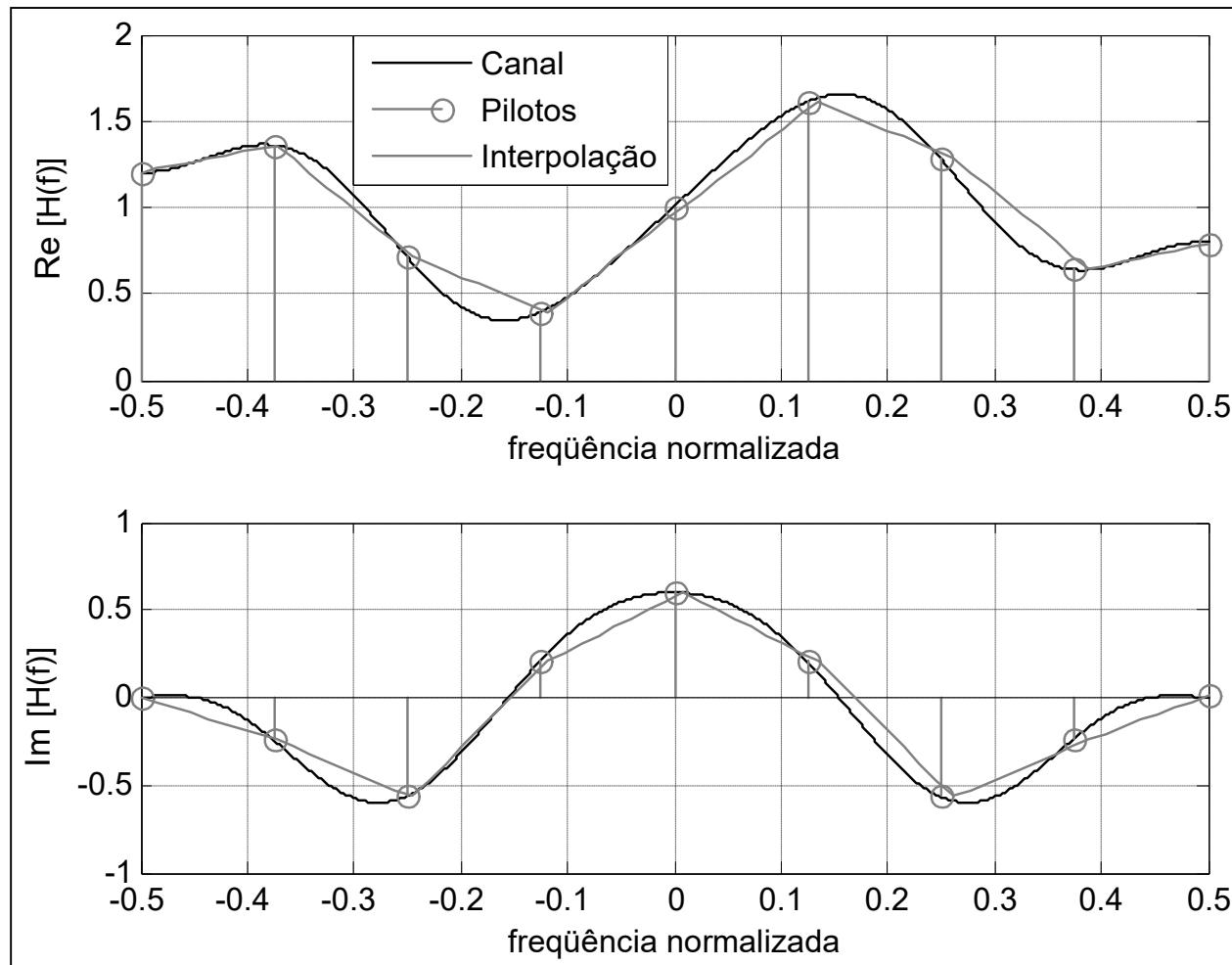
Estimação utilizando Portadoras Piloto

- Portadoras piloto são portadoras que não carregam dado do usuário.
- O receptor conhece o valor do símbolo transmitido por uma portadora piloto a cada símbolo OFDM.
- O receptor é capaz de estimar a resposta em frequência do canal nas frequências das portadoras piloto, a cada símbolo OFDM.



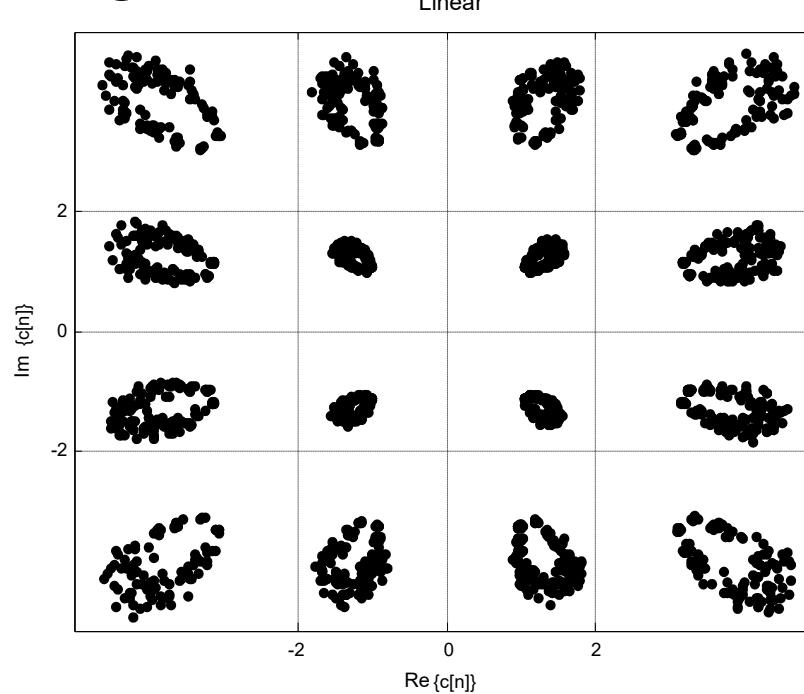
Estimação utilizando Portadoras Piloto

- Para obter uma estimativa da resposta em frequência do canal nas frequências das portadoras de dados, é necessário fazer uma interpolação.



Estimação utilizando Portadoras Piloto

- O erro na estimativa da resposta em frequência do canal resulta em uma degradação dos dados recuperados.



- Os dados entregues para o decisor são ponderados pela estimativa da resposta em frequência obtida.

$$\hat{c} = sr_n \times g_n = c_n \frac{H_n}{\hat{H}_n}$$

Estimação utilizando Portadoras Piloto

- Esse resultado mostra que quanto maior for o módulo de c_n , maior será o efeito do erro de estimativa de canal.
- Por esta razão, os símbolos das extremidades da constelação são afetados de forma mais significativa do que os símbolos presentes no centro da constelação.
- Uma forma de avaliar a degradação causada pela estimativa de canal é calcular o erro quadrático médio da estimativa obtida.

$$E_{est} = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N-1} [|H_i - \hat{H}_i|]^2}{N}},$$

- Quanto menor for o valor do erro quadrático médio, menor será a influência da estimativa do canal no desempenho do sistema.

Estimação utilizando Portadoras Piloto

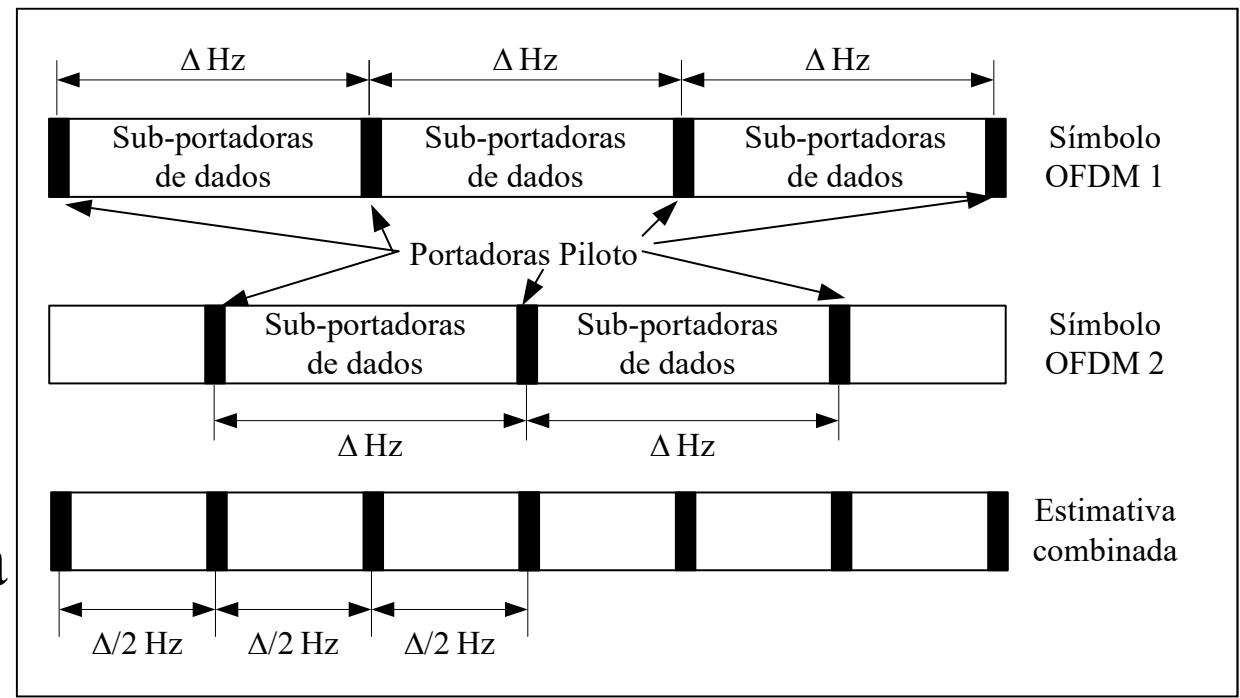
- A inserção de portadoras piloto também reduz a vazão do sistema.

$$\begin{aligned} R_b &= (N - N_p) \frac{\log_2(M)}{T_{OFDM}} = (N - N_p) \times \frac{\log_2(M)}{(1 + r_{TG})T} \\ &= (N - N_p) \times \frac{\log_2(M)}{(1 + r_{TG})NT_s} = \frac{(N - N_p)}{N} \times \frac{\log_2(M)}{(1 + r_{TG})} \times R_s \end{aligned}$$

- Uma solução para reduzir o erro de estimação é inserir mais portadoras piloto. No entanto, isso pode reduzir a vazão do sistema de forma proibitiva.
- Outra solução para melhorar a estimativa da resposta em frequência do canal é empregar portadoras piloto espalhadas.

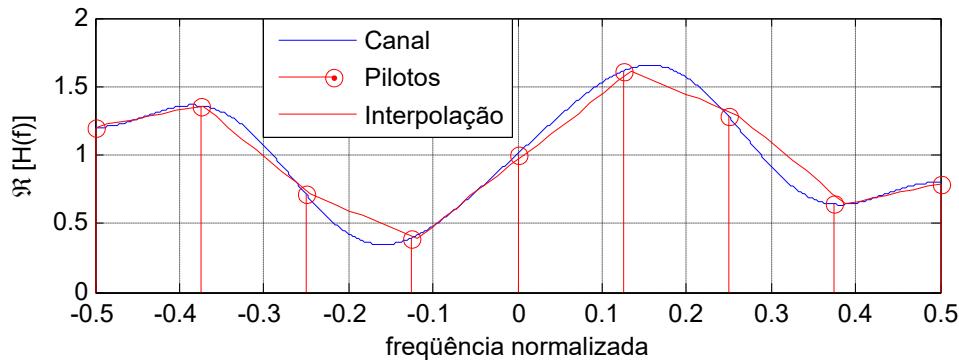
Estimação utilizando Portadoras Piloto

- Neste cenário, os símbolos OFDM são enumerados dentro de um quadro com K_D símbolos.
- Seja Δ o espaçamento entre duas portadoras piloto adjacentes. O deslocamento de frequência que a piloto espalhada irá sofrer de um símbolo OFDM para outro é de Δ/K_D Hz. O tempo de coerência deverá ser maior do que $K_D \times T_{OFDM}$.
- Quanto mais lento for canal, maior pode ser o valor de K_D , resultando em maior precisão na estimativa do canal.

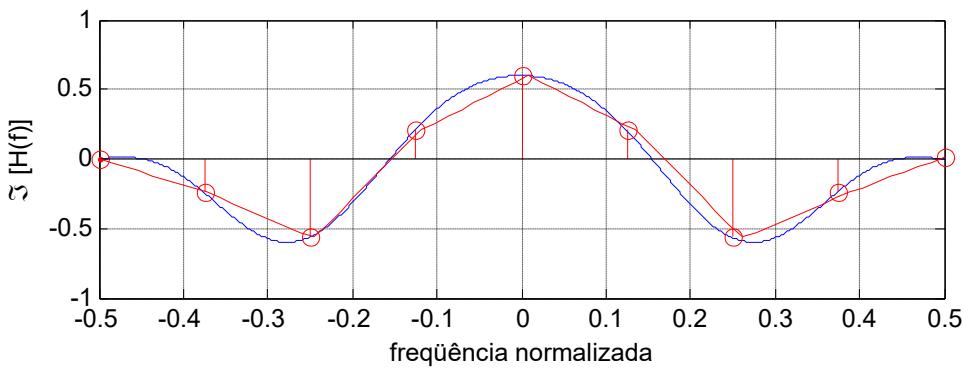


OFDM – Equalização

- A interpolação linear consiste em considerar que a resposta do canal entre duas portadoras piloto é uma linha reta.

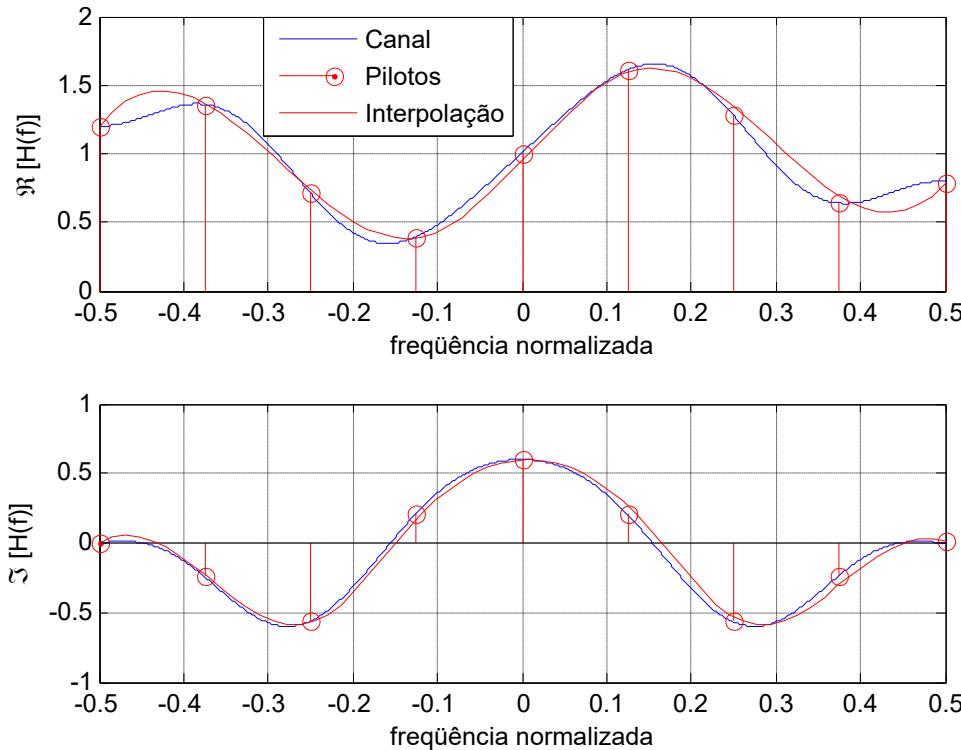


- Esta técnica apresenta um elevado erro quadrático médio entre a resposta real do canal e a resposta estimada.



OFDM – Equalização

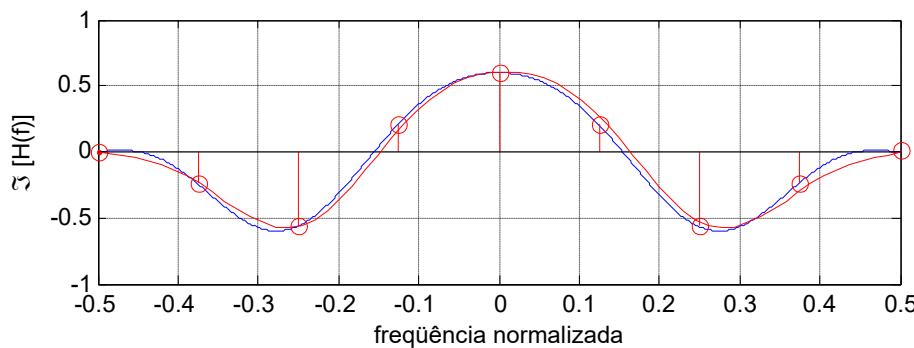
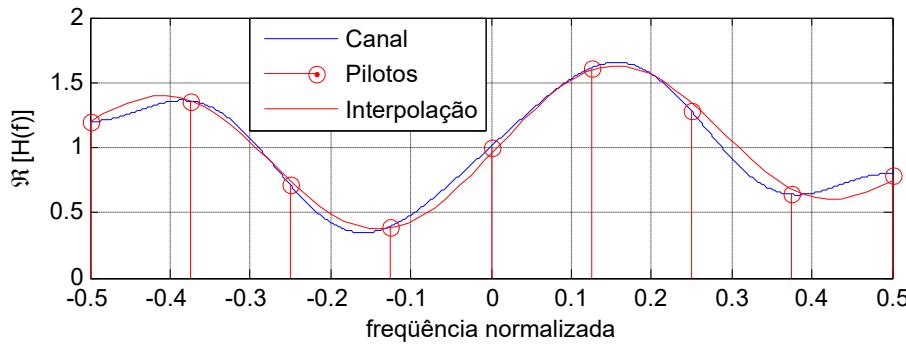
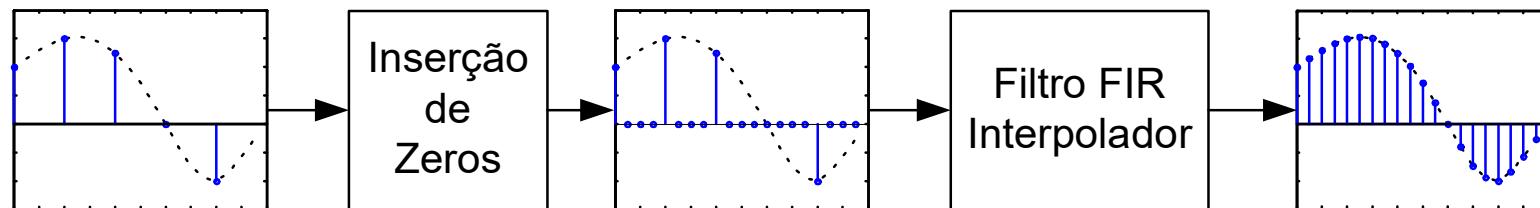
- A interpolação cúbica consiste em definir um polinômio de interpolação de ordem 3 para cada intervalo entre 4 portadoras piloto.



Esta técnica apresenta maior complexidade, mas o erro quadrático médio é menor do que o apresentado pela interpolação linear.

OFDM – Equalização

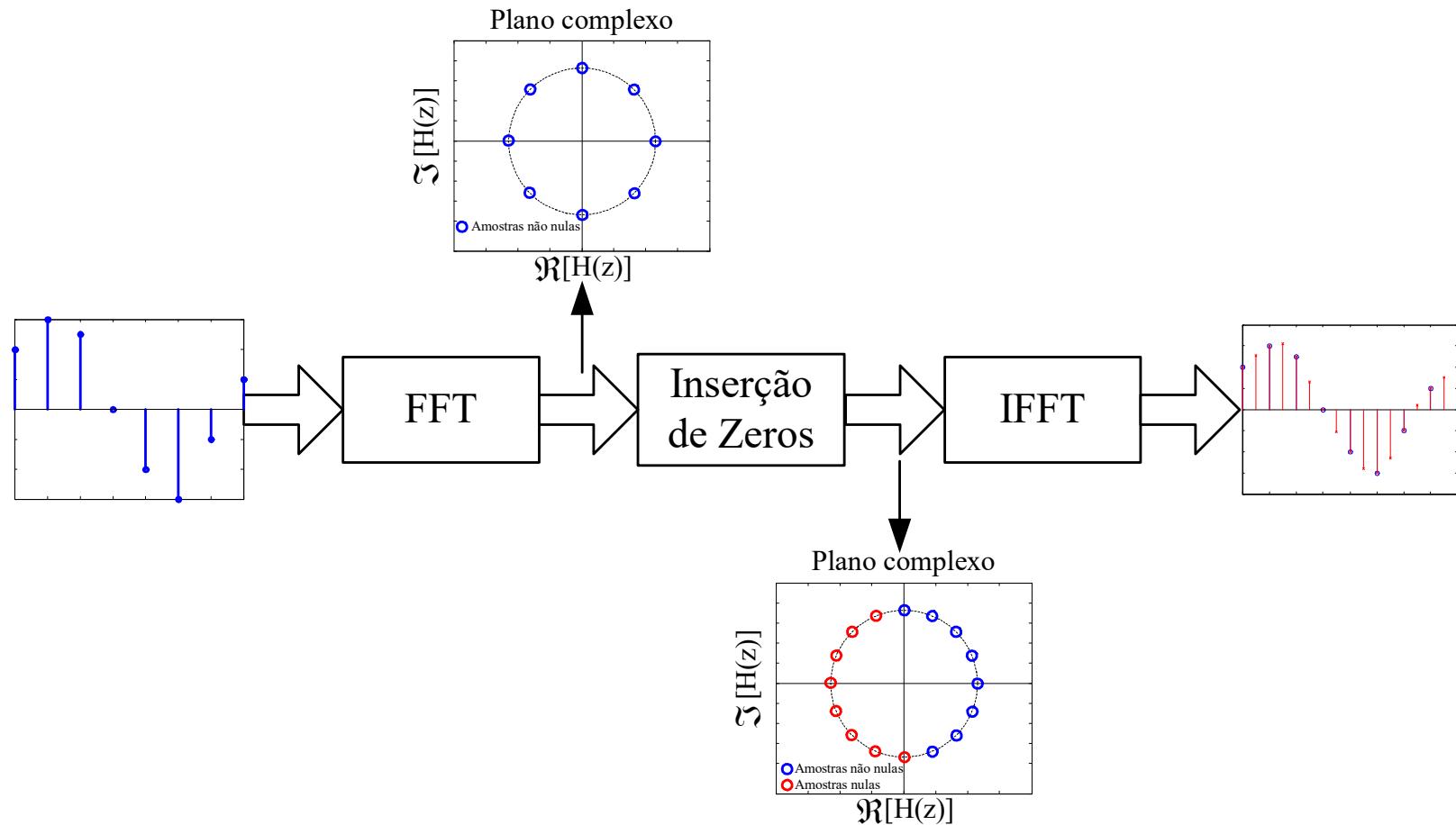
- A interpolação também pode ser realizada através de um filtro FIR.



Quanto maior for a ordem do filtro, maior é a complexidade e menor é o erro quadrático médio.

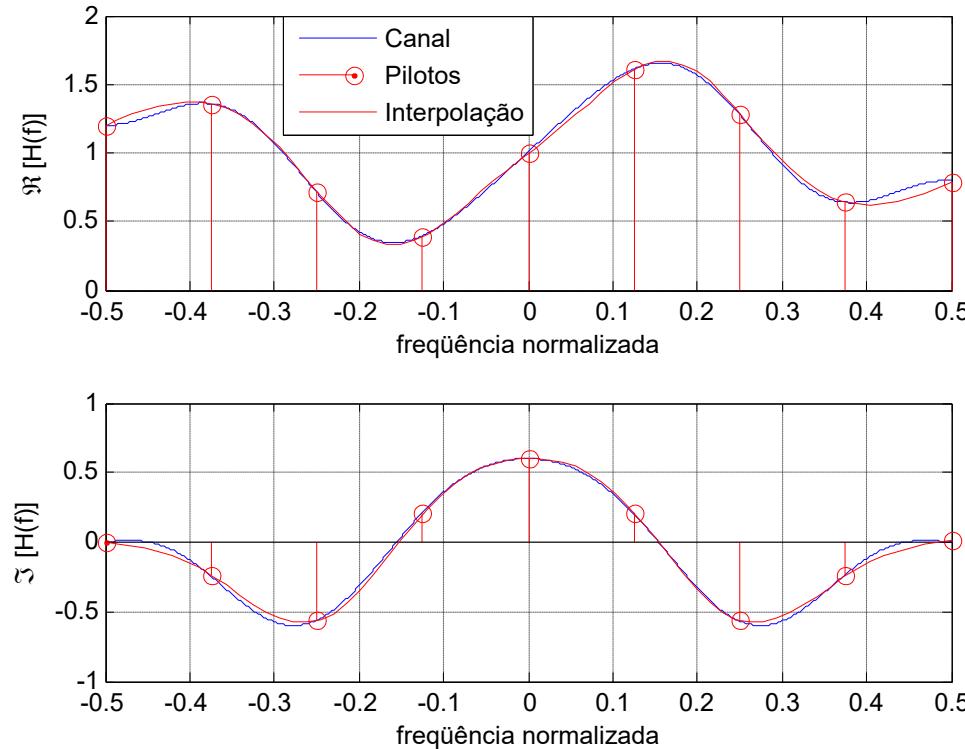
OFDM – Equalização

- A última técnica de interpolação que será analisada é a FFT.



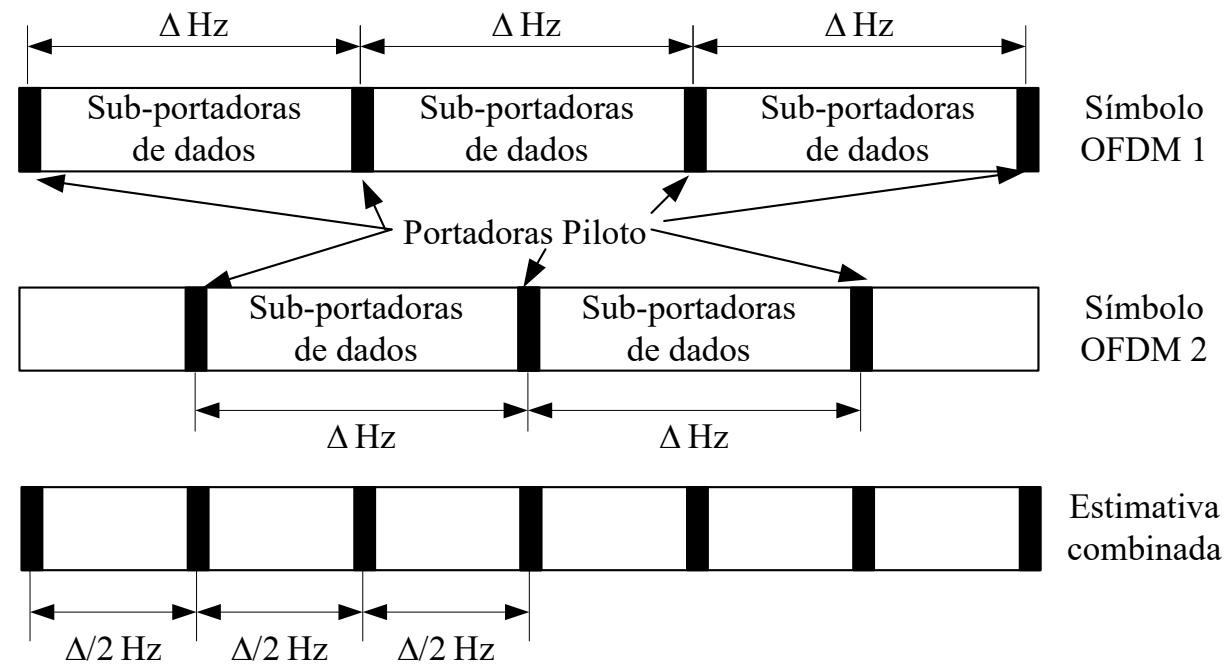
OFDM – Equalização

- A interpolação com FFT correlaciona todos os pontos obtidos através das portadoras piloto.
- Esta técnica é a mais complexa, mas apresenta resultados interessantes, principalmente em canais com ruído AWGN.



OFDM – Equalização

- Em canais com alto tempo de coerência é possível aumentar a resolução da estimativa do canal, sem diminuir a vazão.



- Quanto maior for o tempo de coerência, menor pode ser o deslocamento das pilotos de um símbolo para o outro (aumentando a resolução) e maior deverá ser o número de símbolos armazenados no receptor para a estimativa do canal

Desempenho OFDM - AWGN

- Conforme mencionado anteriormente, a largura de faixa de um sinal OFDM tende a ser igual à largura de faixa de um sinal de portadora única quando N é um número elevado.
- Neste caso, a densidade espectral de ruído que afeta o sinal OFDM é equivalente à densidade espectral de potência que afeta um sinal de portadora única.
- Assumindo que a energia empregada para a transmissão de uma subportadora do sinal OFDM seja $1/N$ da energia empregada para a transmissão do sinal de portadora única, então pode-se esperar que o desempenho do OFDM em canal AWGN seja equivalente ao desempenho do sistema de portadora única.

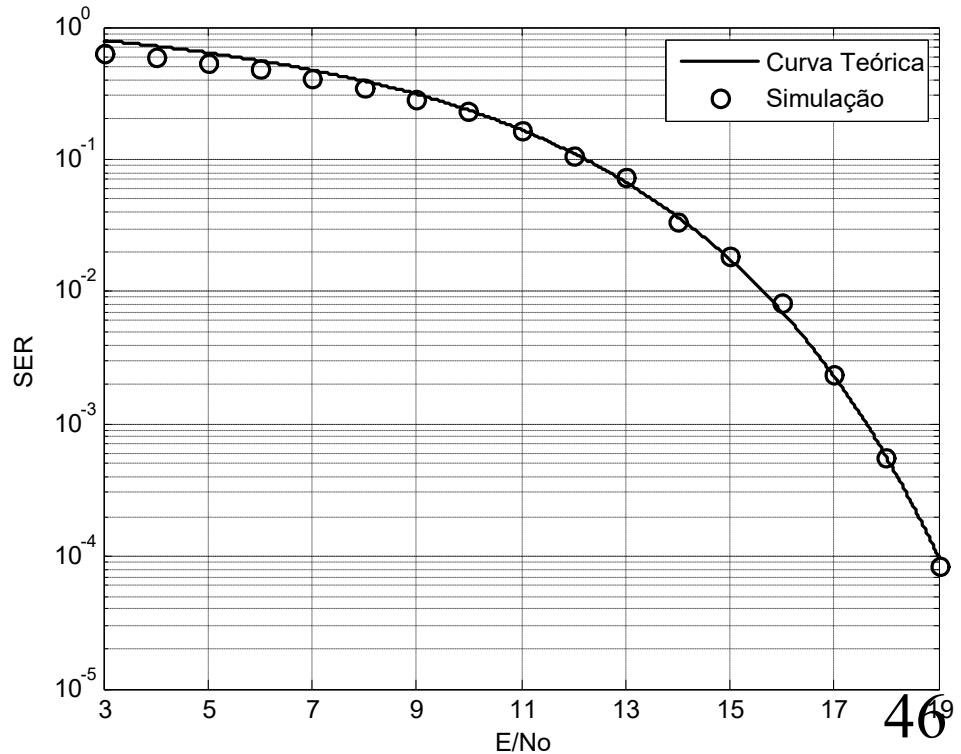
Desempenho OFDM - AWGN

- A probabilidade de erro de símbolo de um sistema OFDM pode ser aproximadamente dada por:

$$P[e] \approx \bar{\mu} \times Q\left(\sqrt{\xi} \frac{E}{N_0}\right)$$

Modulação	$\bar{\mu}$	ξ	L
M QAM quadrada	$\frac{4(L-1)}{L}$	$\frac{3}{L^2-1}$	\sqrt{M}
M QAM em cruz	$\frac{8L-9}{2L}$	$\frac{108}{31L^2-36}$	$\frac{3}{4}\sqrt{2M}$
M QAM sobreposta	$\frac{4M-4\sqrt{2M}+2}{M}$	$\frac{6}{2M-1}$	—

- Curva para 16-QAM.



Desempenho OFDM - Seletivo

- No caso de um canal seletivo, cada subportadora sofre uma atenuação $H[n]$.
- Essa atenuação interfere na relação sinal-ruído de cada portadora, de forma que a SER da n -ésima subportadora é:

$$P_n[e] \approx \bar{\mu} \times Q\left(\sqrt{|H_n|^2 \xi \frac{E}{N_0}}\right)$$

- A taxa de erro média das N subportadoras é dada por:

$$P[e] \approx \frac{\bar{\mu}}{N} \sum_{n=0}^{N-1} Q\left(\sqrt{|H_n|^2 \xi \frac{E}{N_0}}\right)$$

Desempenho OFDM - Seletivo

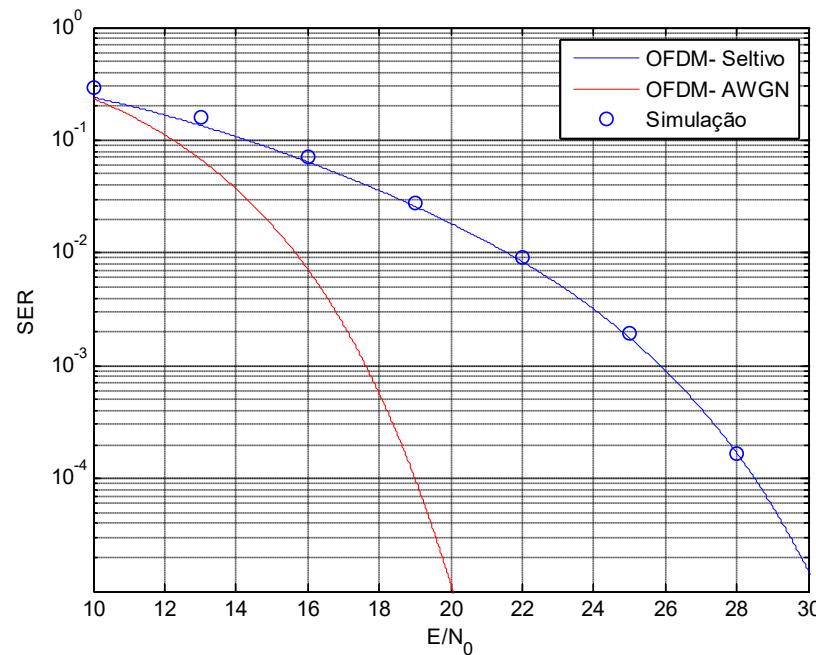
- A função $Q(x)$ pode ser aproximada por

$$Q(x) \approx \frac{x}{\sqrt{2\pi} (1 + x^2)} e^{-\frac{x^2}{2}}.$$

de modo que a SER média do sinal OFDM em um canal seletivo em frequência é dada por

$$P[e] \approx \frac{\bar{\mu}}{N\sqrt{2\pi}} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{\gamma_n}{1 + \gamma_n^2} \times e^{-\frac{\gamma_n^2}{2}}$$

$$\gamma_n = \sqrt{|H_n|^2 \xi \frac{E}{N_0}}$$



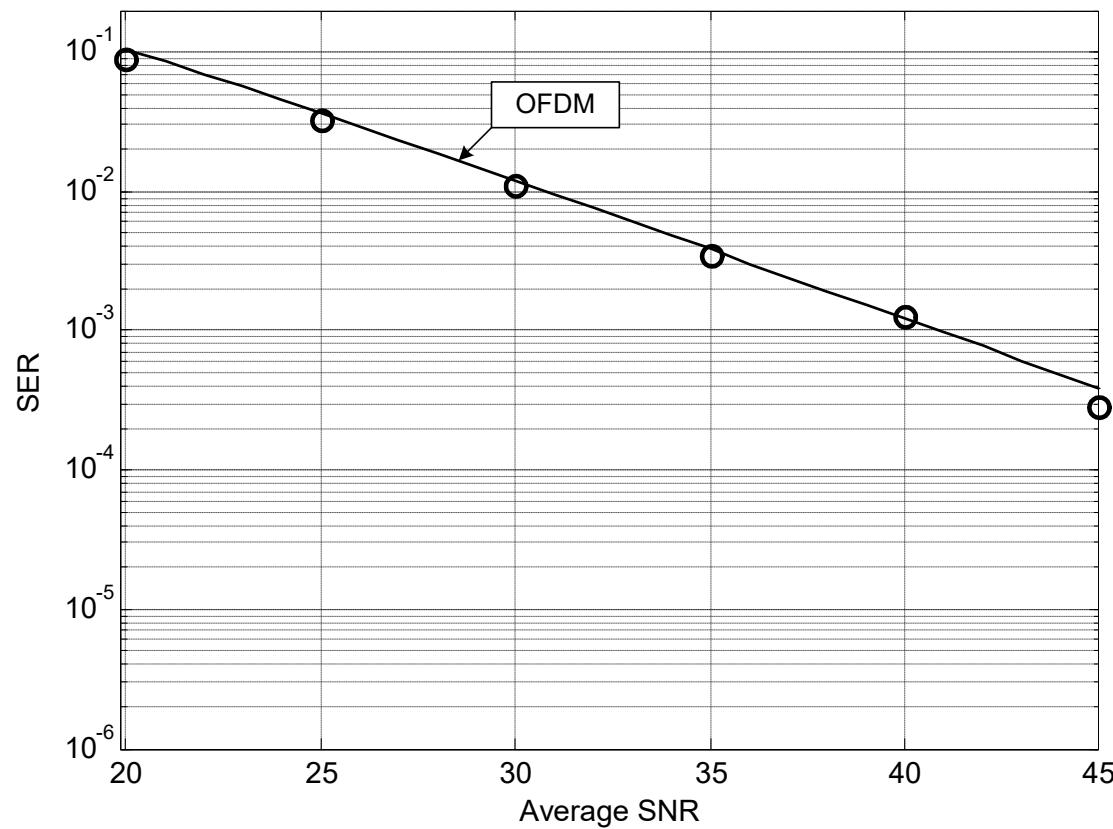
Desempenho OFDM – Seletivo e Móvel

- A mobilidade relativa entre o transmissor e o receptor afeta o desempenho do OFDM.
- Como o tempo de símbolo OFDM é N vezes maior do que o tempo de símbolo de um sistema com portadora única, o OFDM é mais sensível ao efeito Doppler do que o portadora única.
- Assumindo que o tempo de coerência do canal é maior do que o símbolo OFDM, é possível estimar a probabilidade de erro de símbolo em um canal móvel seletivo em frequência.

$$p_e \approx \frac{\bar{\mu}}{2N} \sum_{n=0}^{N-1} \left(1 - \sqrt{\frac{\gamma_n}{1 + \gamma_n}} \right) \quad \gamma_n = |H_n|^2 \frac{2\xi\sigma_r^2 E}{N_0}$$

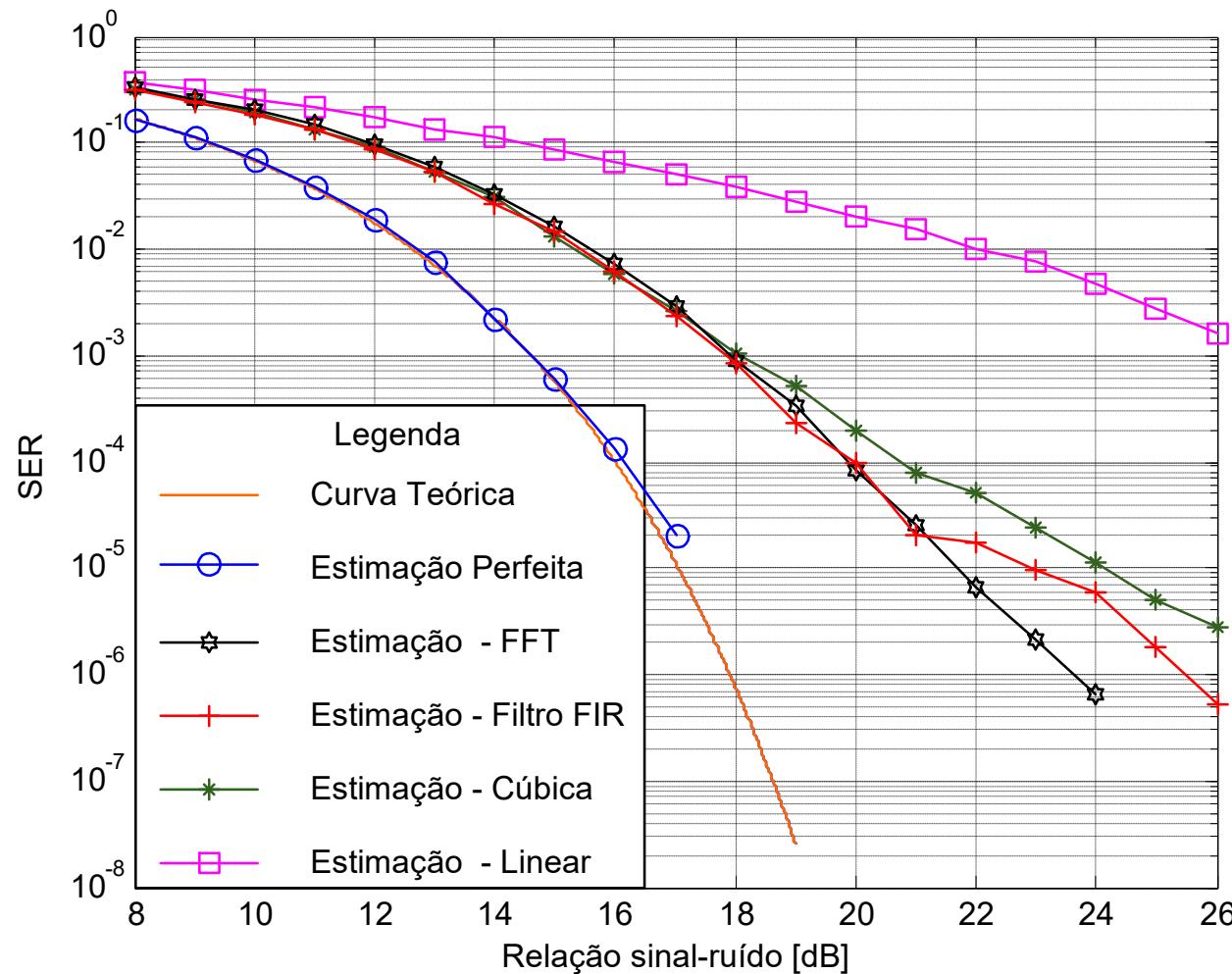
Desempenho OFDM – Seletivo e Móvel

- Curva de Desempenho – 16QAM canal seletivo e móvel.



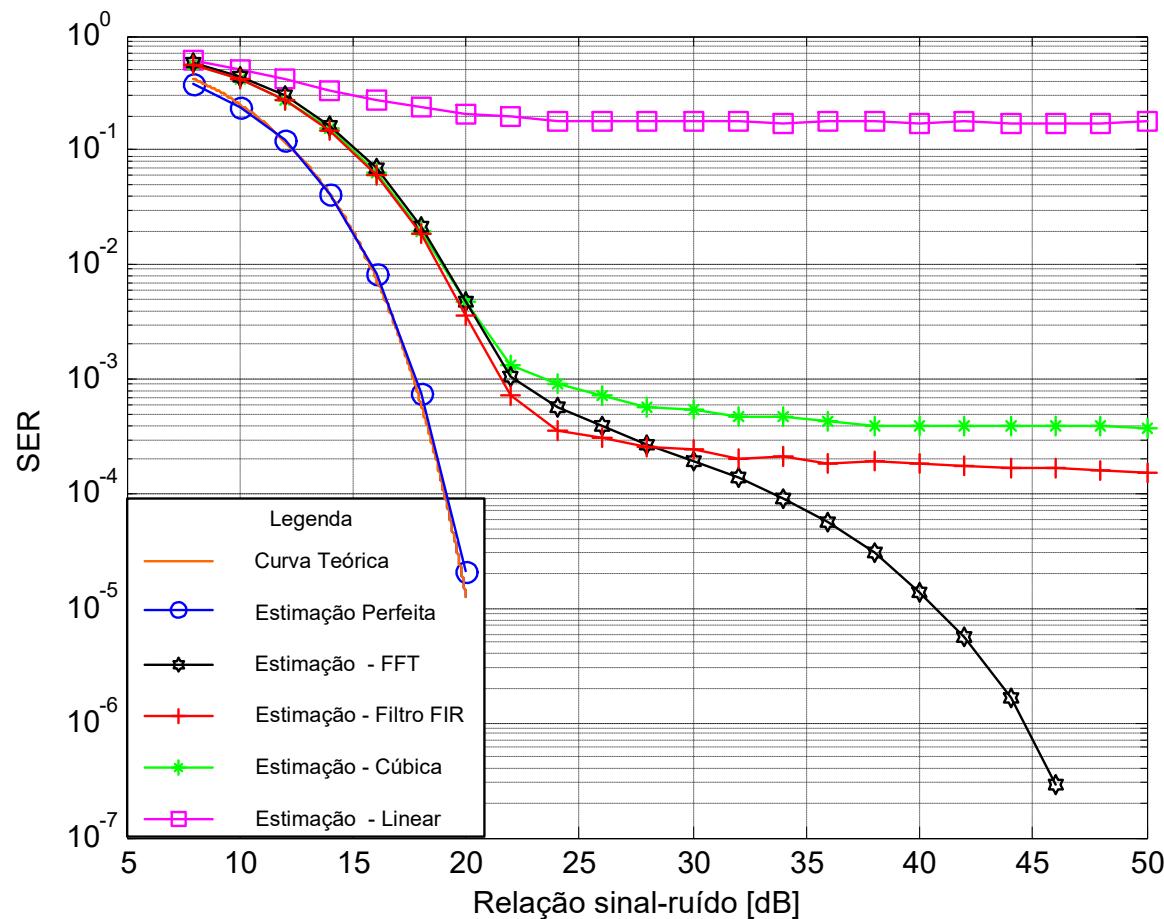
Degradação em função da estimação de canal

- Desempenho do sistema 16 QAM-OFDM – Canal Estático.



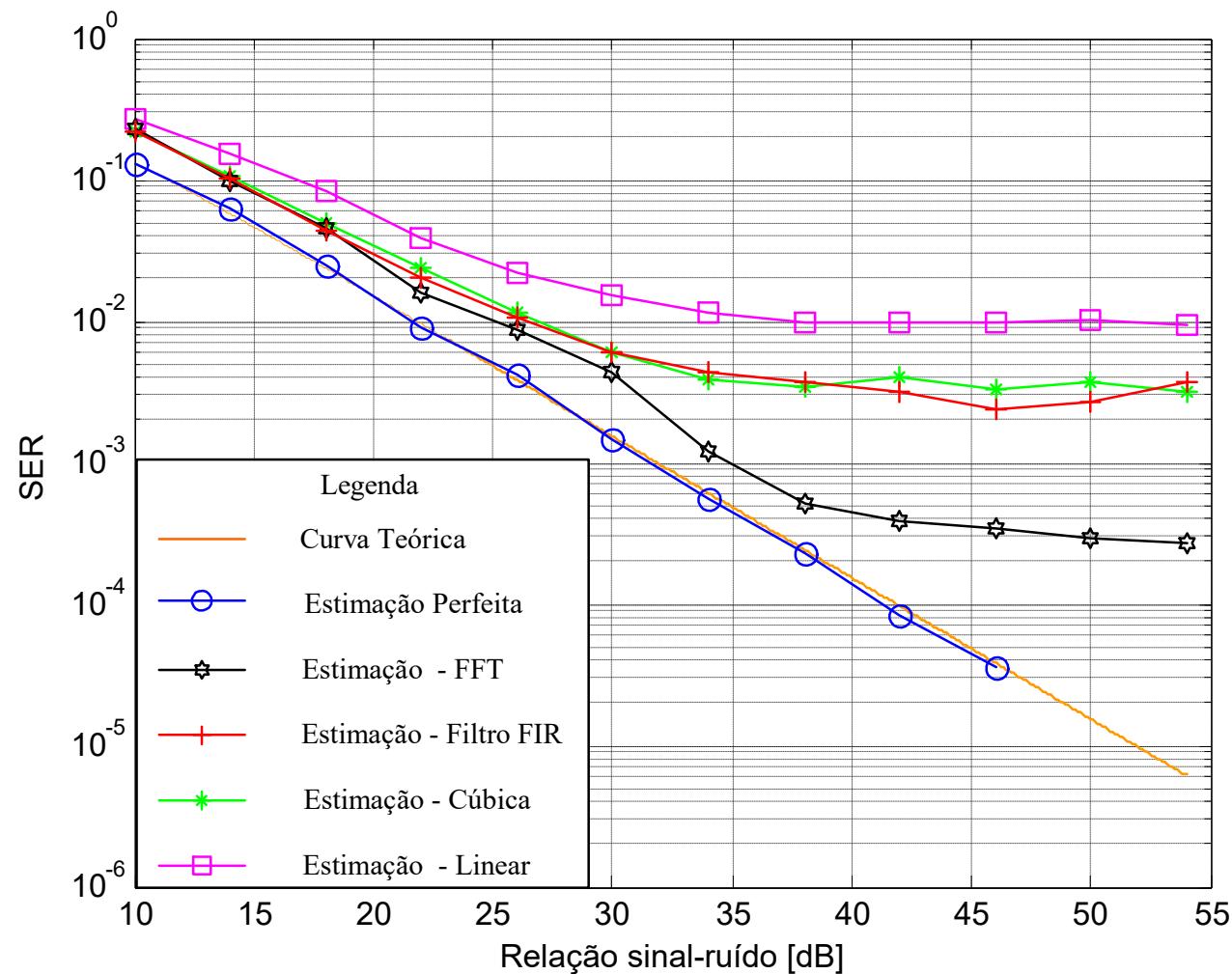
Degradação em função da estimativa de canal

- Desempenho do sistema 32 QAM-OFDM – Canal Estático.



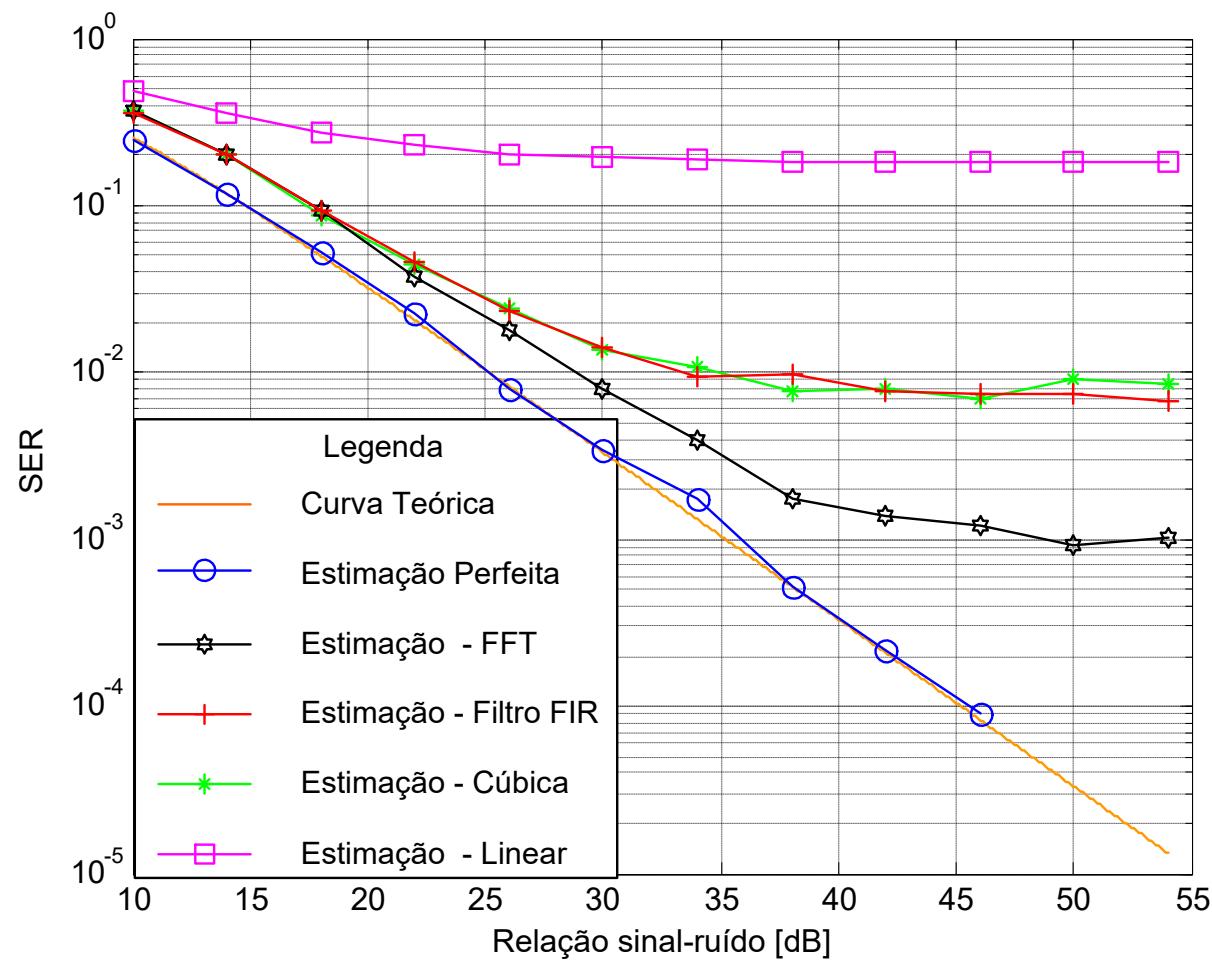
Degradação em função da estimação de canal

- Desempenho: 16 QAM-OFDM com mobilidade.



Degradação em função da estimação de canal

- Desempenho: 32 QAM-OFDM com mobilidade.

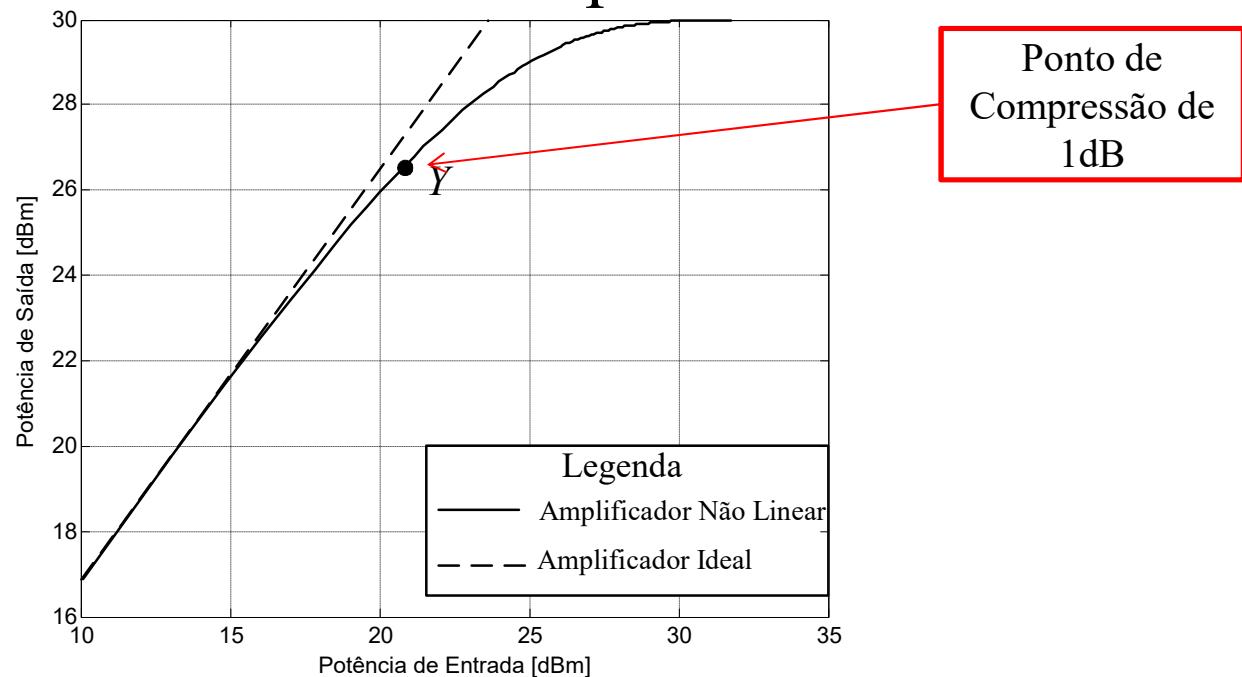


PAPR

- A PAPR – *Peak to Average Power Ratio* – mede a variação da potência de pico com relação à potência média do sinal.

$$\text{PAPR}(\vec{s}_m) = \frac{\max(|\vec{s}_m|)^2}{\text{E} [|\vec{s}_m|^2]}$$

- Os amplificadores apresentam um comportamento não linear para elevados valores de amplitude de entrada.



PAPR

- Caso o sinal de entrada leve o amplificador a operar na região de não-linearidade haverá introdução de distorções no sinal de saída.

Ver o arquivo [Simulação 16 - Comparaçāo das Modulações para Celulares](#)

Explore a variação do ponto de compressão de 1dB.

Qual é o efeito no espectro do sinal filtrado?

Qual é o efeito no sinal adjacente?

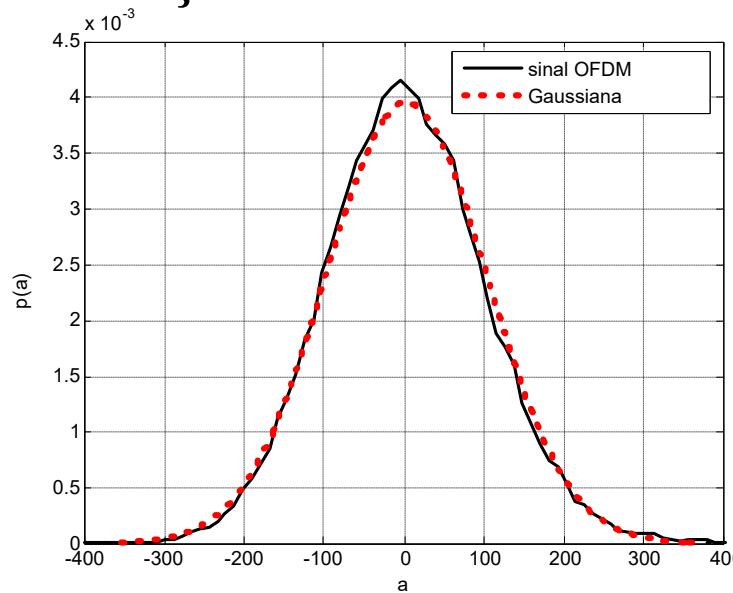
Extrapolare este efeito para um sistema com múltiplas portadoras. Quais é o resultado da distorção não linear neste caso?

PAPR em Sistemas OFDM

- O sinal OFDM pode ser visto como a soma de N variáveis aleatórias independentes.

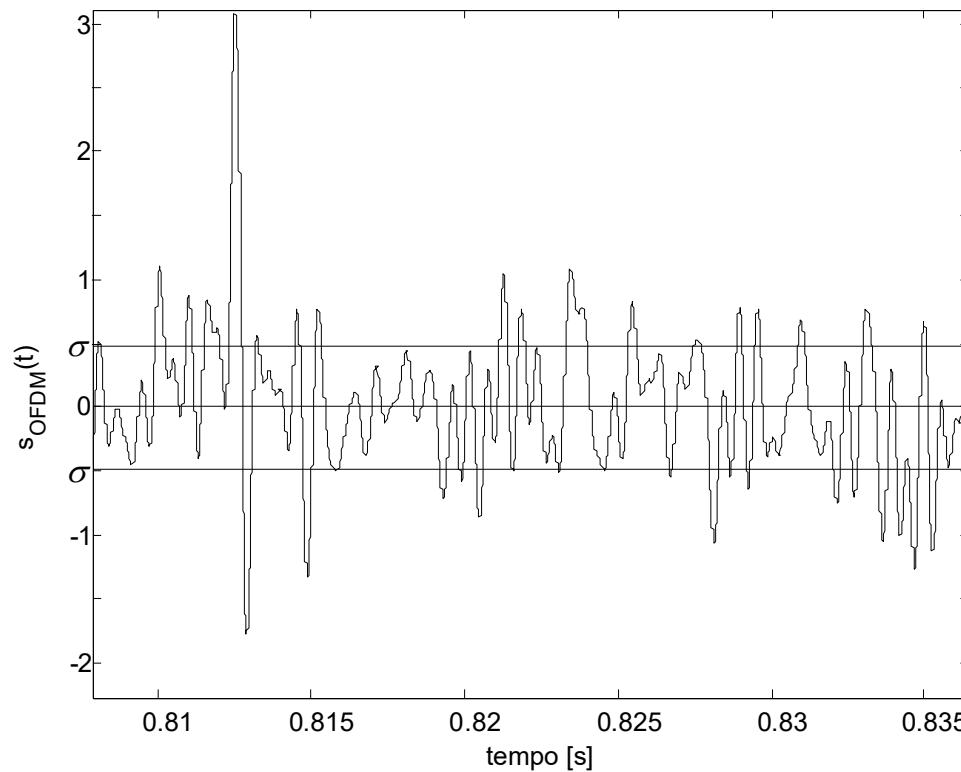
$$s(t) = \frac{1}{2N} \sum_{n=0}^{N-1} [i_n \cos(\omega_n t) - q_n \sin(\omega_n t)],$$

- Segundo o Teorema do Limite Central, a soma de N variáveis aleatórias com média diferente do desvio padrão tende para a distribuição Gaussiana a medida que N tendo ao infinito.



PAPR em Sistemas OFDM

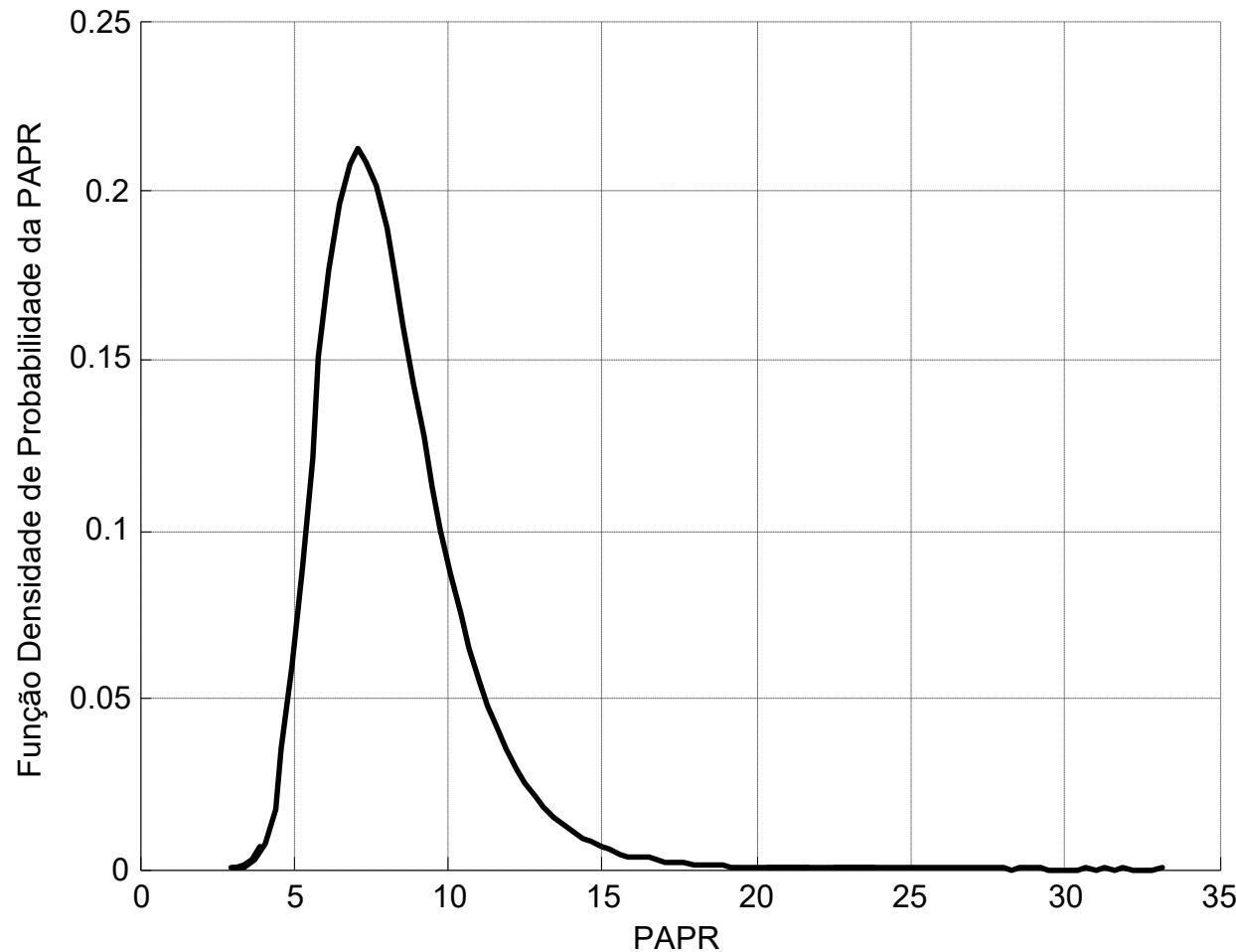
- Devido a natureza gaussiana das amplitudes do símbolo OFDM é possível que ocorra picos muito maiores do que o desvio padrão do sinal



- Estes picos podem levar o amplificador de potência à saturação.

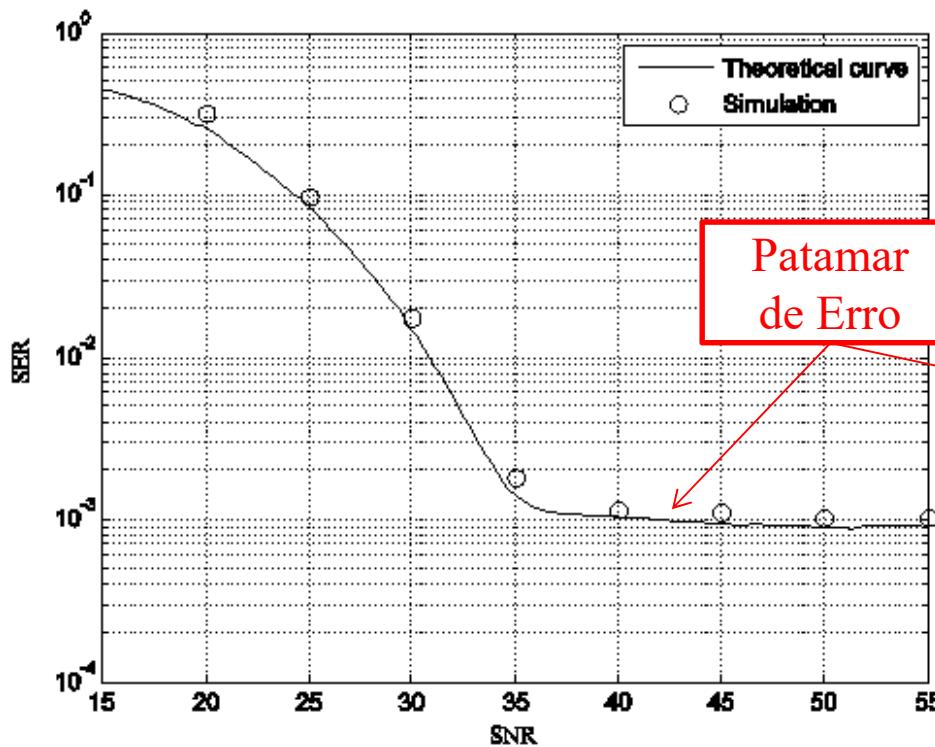
PAPR em Sistemas OFDM

- Isto significa que o OFDM apresenta elevada PAPR.

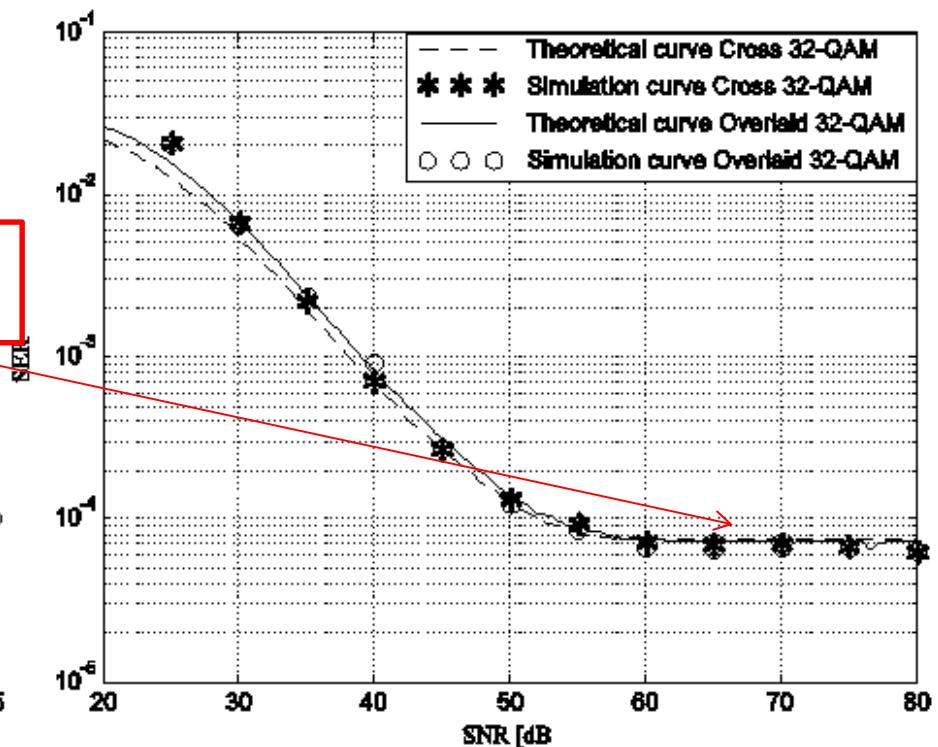


Efeito do Ceifamento em Sistemas OFDM

- O ceifamento resulta em um patamar de erro nas curvas de SER do sistema OFDM.
- Quanto mais severo for o ceifamento, mais elevado é o patamar de erro.



Canal Estático



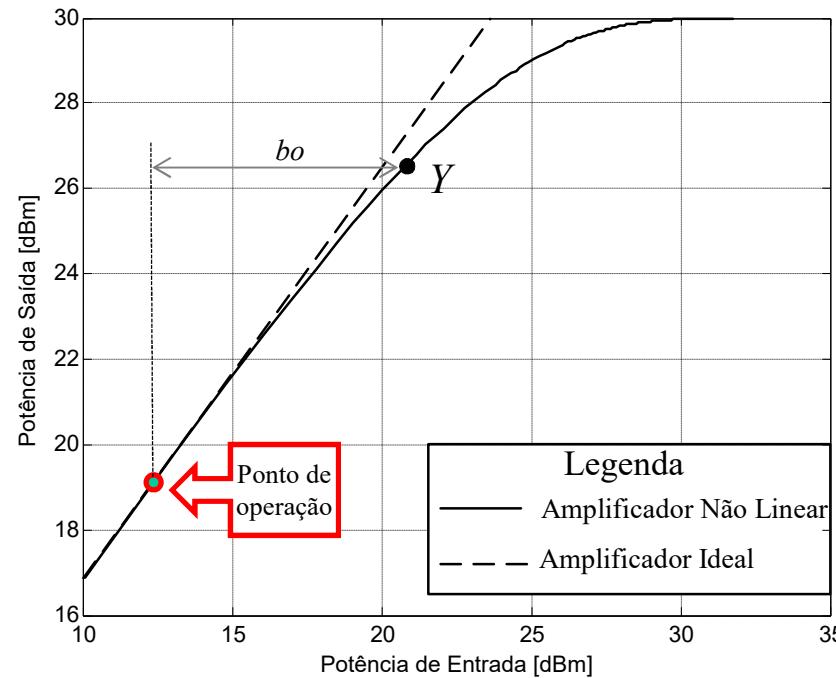
Canal Móvel

Esquemas para Controle da PAPR

- Existem diversas técnicas para controle dos efeitos não lineares em sinais OFDM.
- Algumas técnicas serão apresentadas neste curso:
 1. *Back-off*
 2. Pré-distorção
 3. Compressão do Sinal
 4. WHT-OFDM
 5. SLM-WHT-OFDM
 6. Double-WHT-OFDM

Back-off

- Esta técnica consiste em projetar o amplificador de potência de modo que o valor de potência médio do sinal de entrada fique bo dB abaixo do ponto de compressão de 1dB.

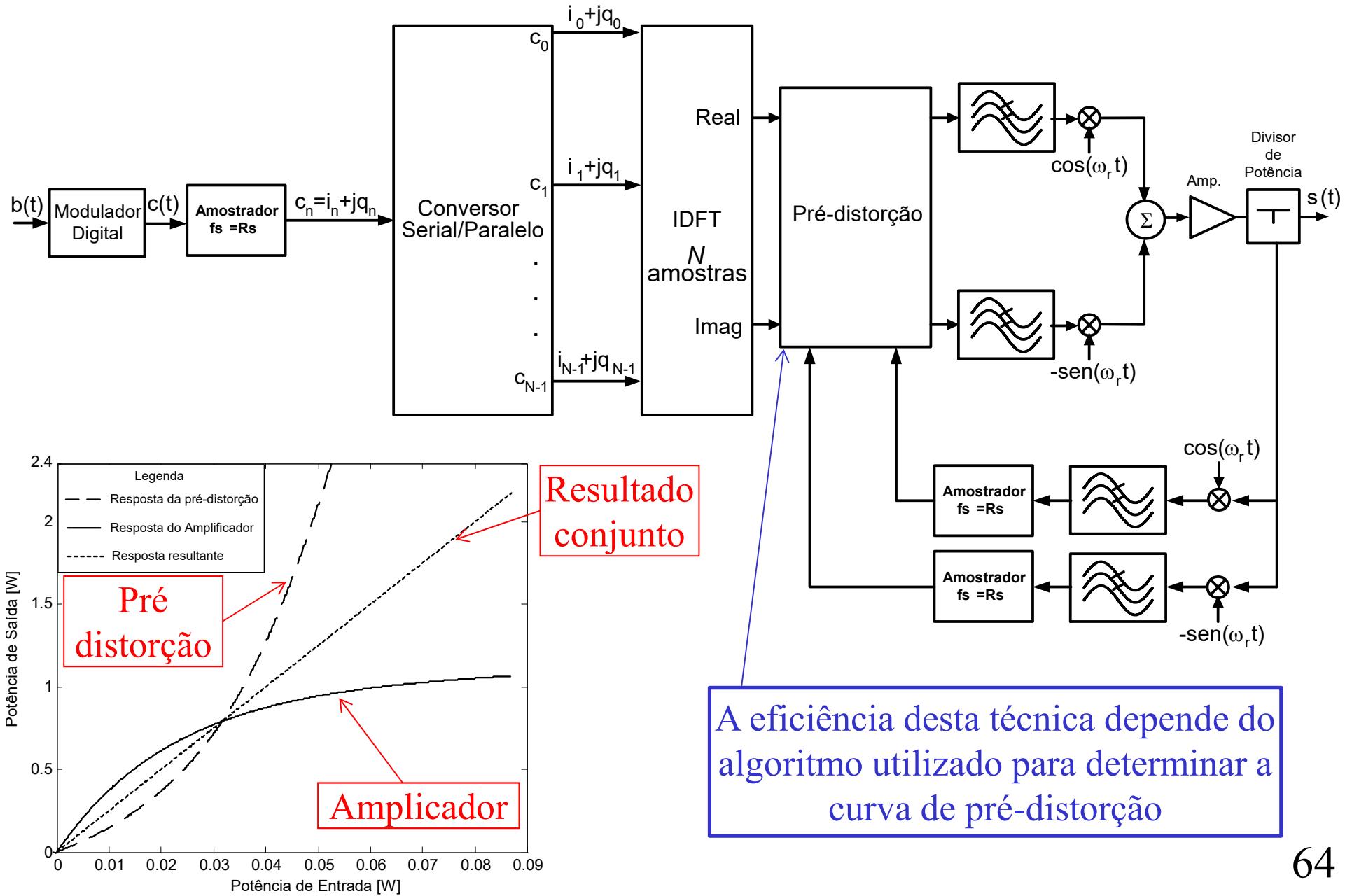


- A desvantagem desta solução é o baixo desempenho energético do amplificador, que irá desperdiçar a maior parte da potência consumida na forma de calor.

Pré-distorção

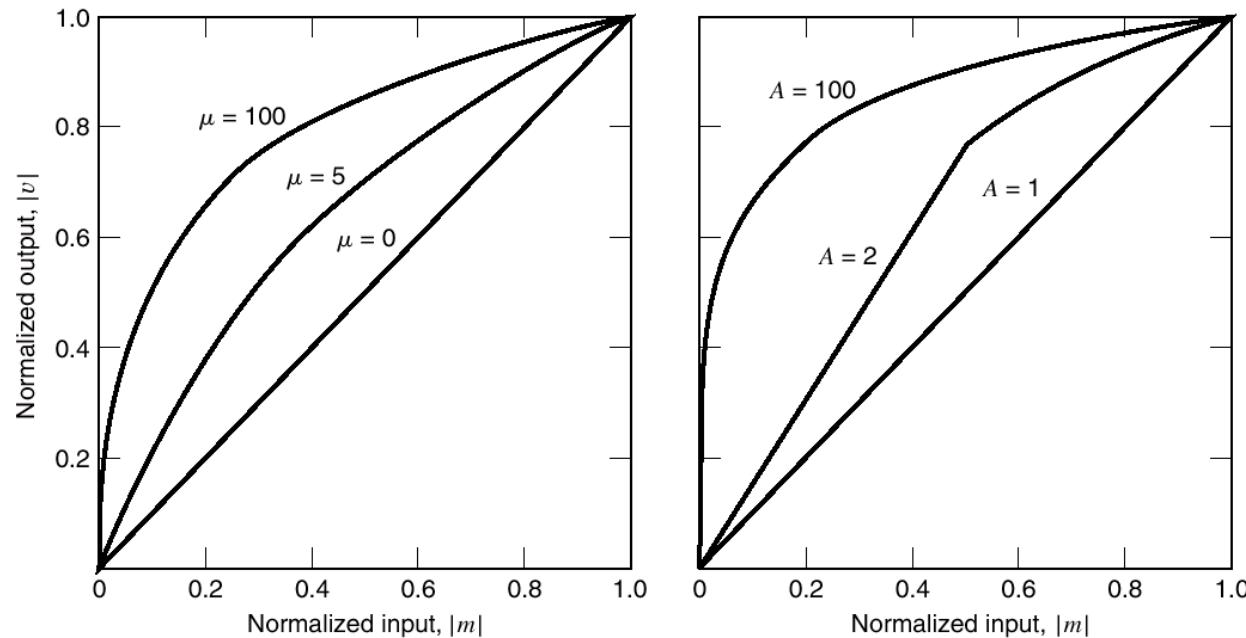
- A técnica de pré-distorção consiste em distorcer o sinal de a ser transmitido antes de aplicá-lo no transmissor.
- O sinal pré-distorcido, ao passar pelo amplificador, recupera a sua forma original.
- A curva de pré-distorção deve ser casada com a curva de distorção do amplificador.
- A curva de pré-distorção pode ser estática:
 - A resposta do amplificador é levantada uma única vez e é gravada em uma memória.
 - Assume-se que a degradação dos componentes e variações do ponto de polarização sejam desprezíveis ao longo do tempo.
 - Requer ajustes ao longo de anos.
- Ou dinâmica:
 - Uma réplica do sinal de saída é monitorada e realimentada para que o algoritmo de pré-distorção possa corrigir as variações na resposta do amplificador.

Pré-distorção Dinâmica



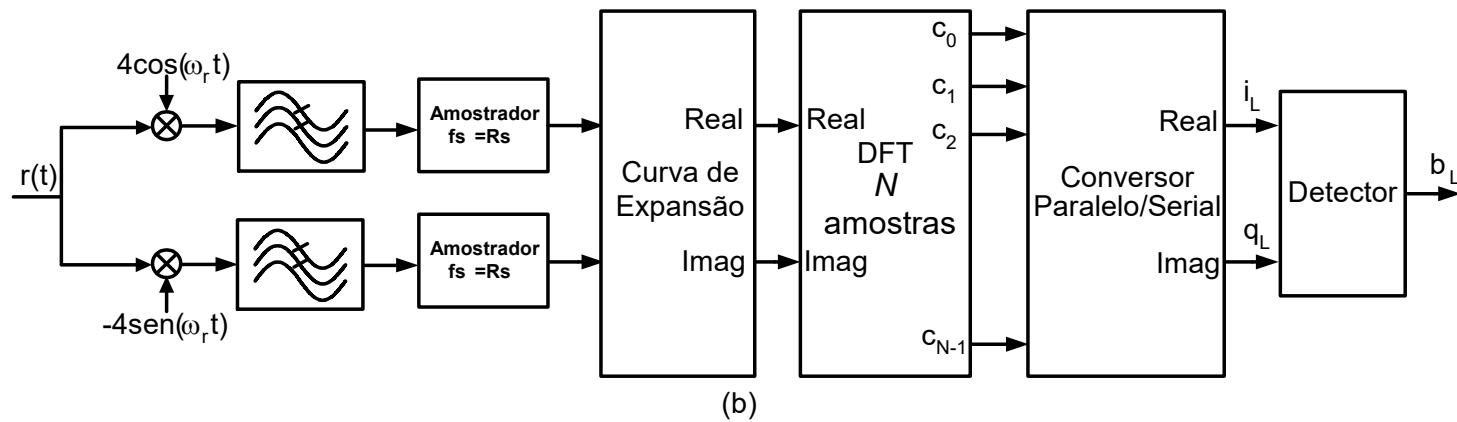
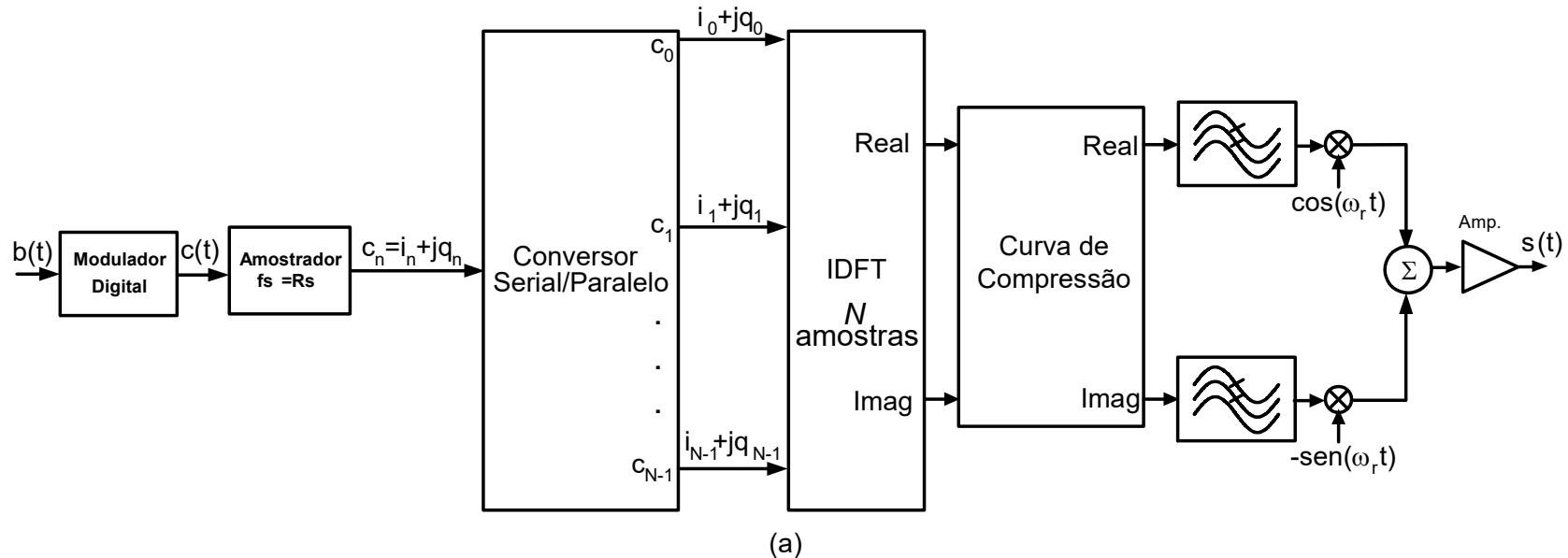
Compressão e Expansão

- Esta técnica consiste em aplicar uma curva de compressão no sinal a ser transmitido, que seja conhecida no receptor.
- O receptor aplica a curva de expansão no sinal recebido.
- Este esquema funciona de forma semelhante a compressão e expansão utilizado para quantização não linear de sinais de voz (lei- A e lei- μ)



Compressão e Expansão

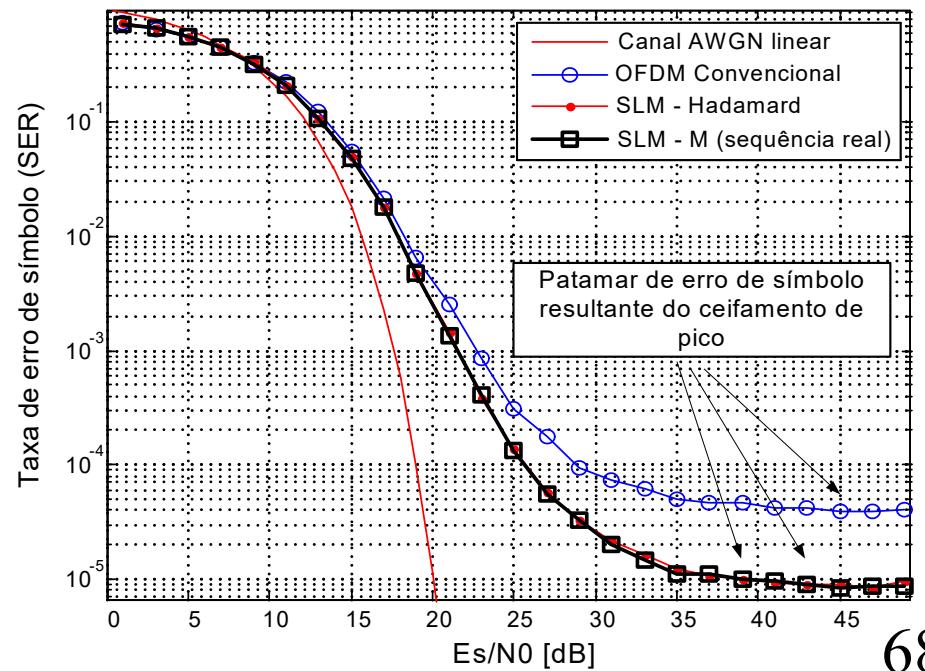
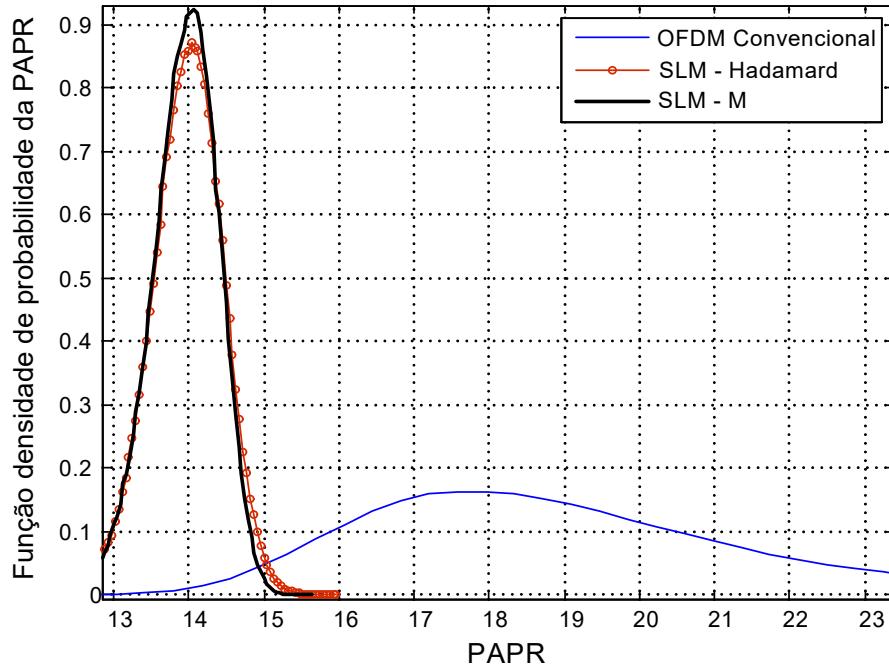
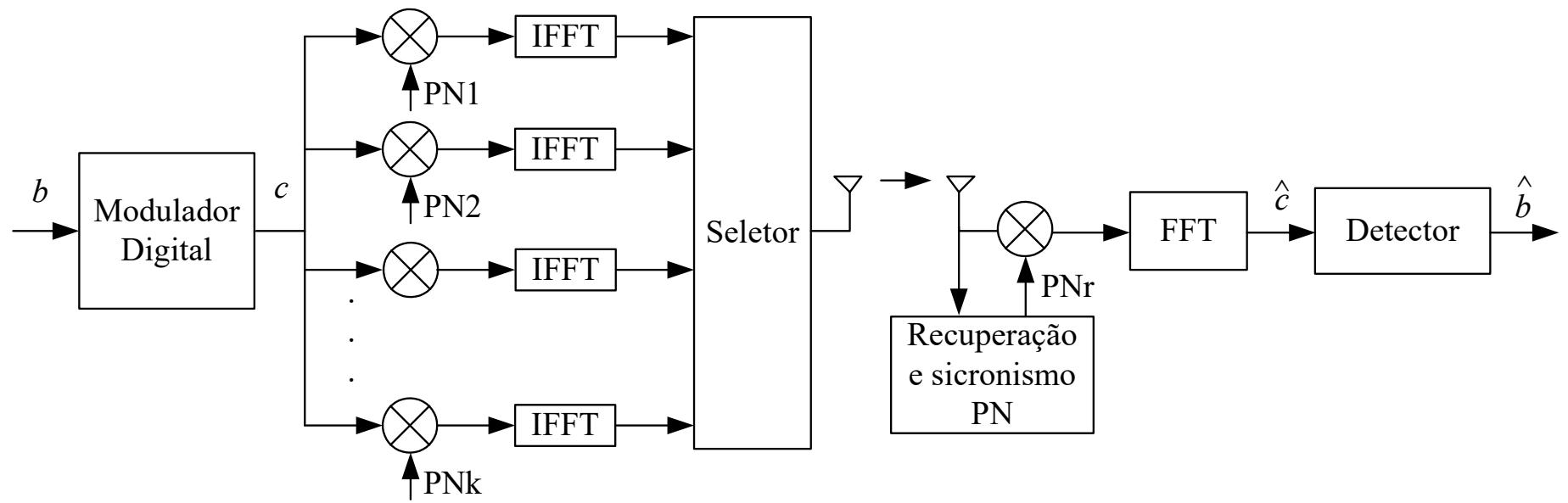
- O desempenho deste esquema depende das curvas de compressão e expansão utilizadas.



SLM-OFDM

- A técnica *Selective Mapping* (SLM) consiste em multiplicar a sequência de dados a ser transmitida por K sequências PN diferentes.
- Realiza-se a IFFT para cada uma destas sequências e um seletor escolhe a sequência com a menor PAPR.
- O transmissor deve informar para o receptor qual foi a PN escolhida para a redução da PAPR.
- Logo, o receptor deve conhecer todas as PNs que podem ser utilizadas no transmissor, de modo que seja necessário enviar apenas o índice da PN empregada.
- Pode-se empregar diferentes sequências para realizar a redução da PAPR, como sequências m ou sequências de Walsh-Hadamard.

SLM-OFDM



WHT-OFDM

- A transforma de Walsh-Hadamard consiste em multiplicar o vetor de entrada por uma matriz de Walsh Hadamard.

$$\Omega_{2m} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \Omega_m & \Omega_m \\ \Omega_m & -\Omega_m \end{bmatrix} \quad \Omega_1 = [1]$$

$$\Omega_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} +1 & +1 \\ +1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Omega_4 = \frac{1}{\sqrt{4}} \begin{bmatrix} +1 & +1 & +1 & +1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 \\ +1 & -1 & -1 & +1 \end{bmatrix}$$

$$\Omega_8 = \frac{1}{\sqrt{8}} \begin{bmatrix} +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 & +1 & -1 & +1 & -1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 & +1 & +1 & -1 & -1 \\ +1 & -1 & -1 & +1 & +1 & -1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & +1 & +1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 & -1 & +1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 & -1 & -1 & +1 & +1 \\ +1 & -1 & -1 & +1 & -1 & +1 & +1 & -1 \end{bmatrix}.$$

WHT-OFDM

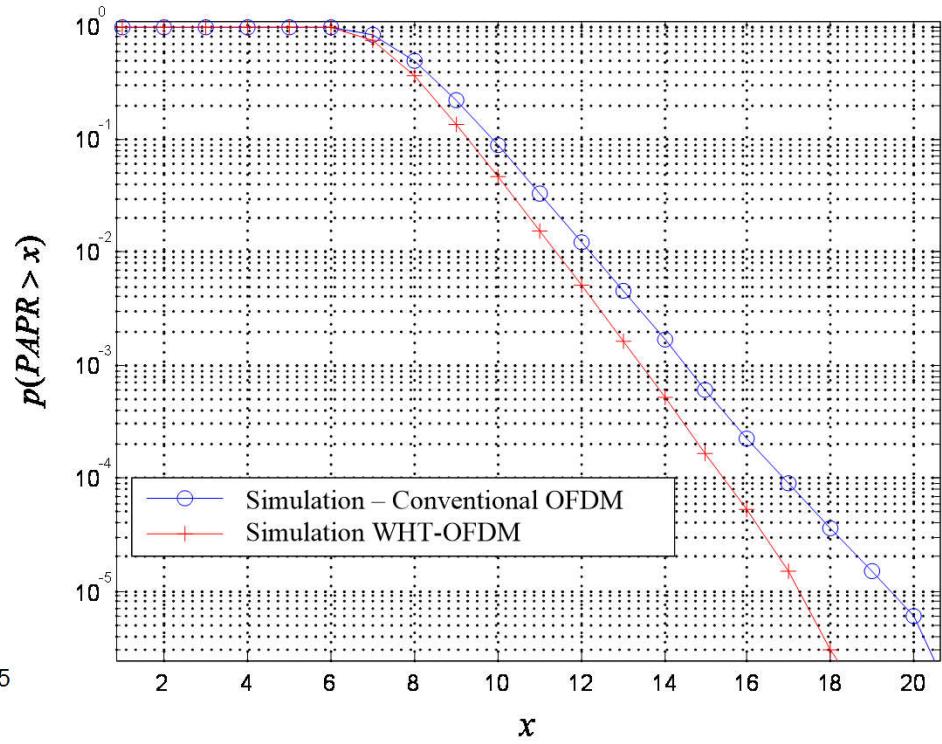
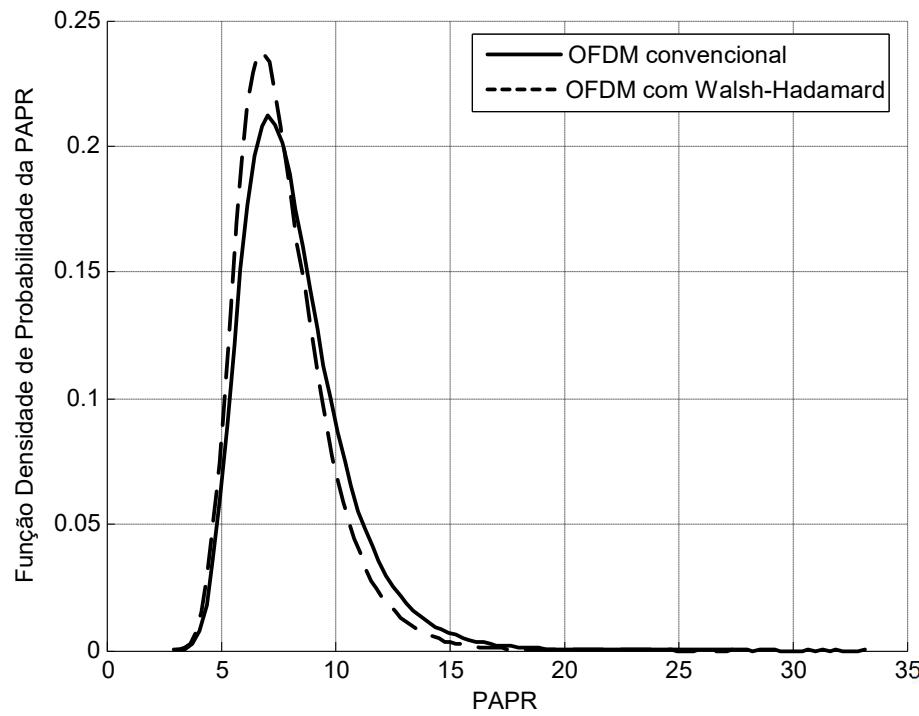
- No WHT-OFDM, o vetor de dados é multiplicado pela matriz de Walsh-Hadamard antes de ser aplicado a IFFT.
- Assim, o sinal transmitido em cada subportadora do símbolo OFDM será uma combinação linear dos N símbolos de entrada.

$$\begin{aligned}\vec{c}_\Omega &= \vec{c} \Omega_N = [c_0 \quad c_1 \quad c_2 \quad c_3] \frac{1}{\sqrt{4}} \begin{bmatrix} +1 & +1 & +1 & +1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 \\ +1 & -1 & -1 & +1 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{\sqrt{4}} [c_0 + c_1 + c_2 + c_3 \quad c_0 - c_1 + c_2 - c_3 \quad c_0 + c_1 - c_2 - c_3 \quad c_0 - c_1 - c_2 + c_3]\end{aligned}$$

- Os picos do sinal OFDM ocorrem quando os sinais c_i resultam em soma em fase. Com o WHT, a probabilidade dessa soma em fase diminui.

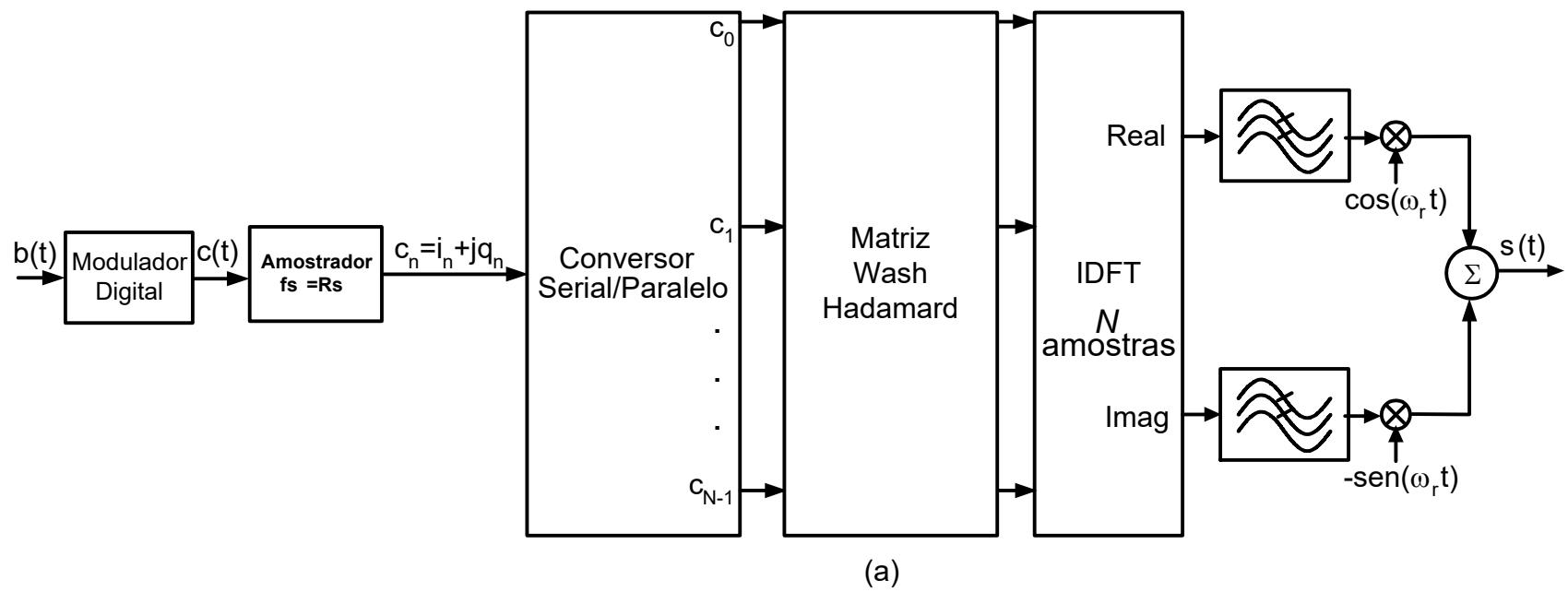
WHT-OFDM

- Isso pode ser confirmado com a curva da PDF da PAPR.



WHT-OFDM

- A recuperação do sinal é realizada multiplicando o sinal resultante na saída da FFT pela matriz de Walsh-Hadamard.



WHT-OFDM

- Com a transformada de Wash-Hadamard, uma dada portadora passa a transmitir parte de todos os símbolos seriais.
- Quando ocorre um desvanecimento seletivo severo em uma dada portadora, ao invés de se ter uma grande degradação em um dado símbolo serial, passa-se a ter uma degradação mais amena em todos os símbolos seriais transmitidos no sinal OFDM.
- Isso significa que o uso da transformada de Walsh-Hadamard melhora o desempenho do sistema OFDM em canais seletivos em frequência.

WHT-OFDM

- No WHT-OFDM, a amostra a ser transmitida na i -ésima subportadora é dada por:

$$c_{\Omega}[i] = \sum_{k=0}^{N-1} a_{k,i} c[k]$$

Pode assumir os valores +/-1, dependendo da posição na matriz de Walsh-Hadamard.
- A amostra recuperada na saída da FFT no receptor, para um canal seletivo em frequência é:
$$c'_{\Omega}[i] = c_{\Omega}[i] + \frac{W[i]}{H[i]}$$
- Após a IWHT, tem-se:

$$c'[i] = Nc[i] + \sum_{k=0}^{N-1} a_{k,i} \frac{W[i]}{H[i]}$$

Como vale +/- 1, este termo não afeta a variância do ruído equivalente.
- O efeito do canal em uma dada subportadora pode ser equiparado a um canal equivalente dado por

Constante para todas as subportadoras

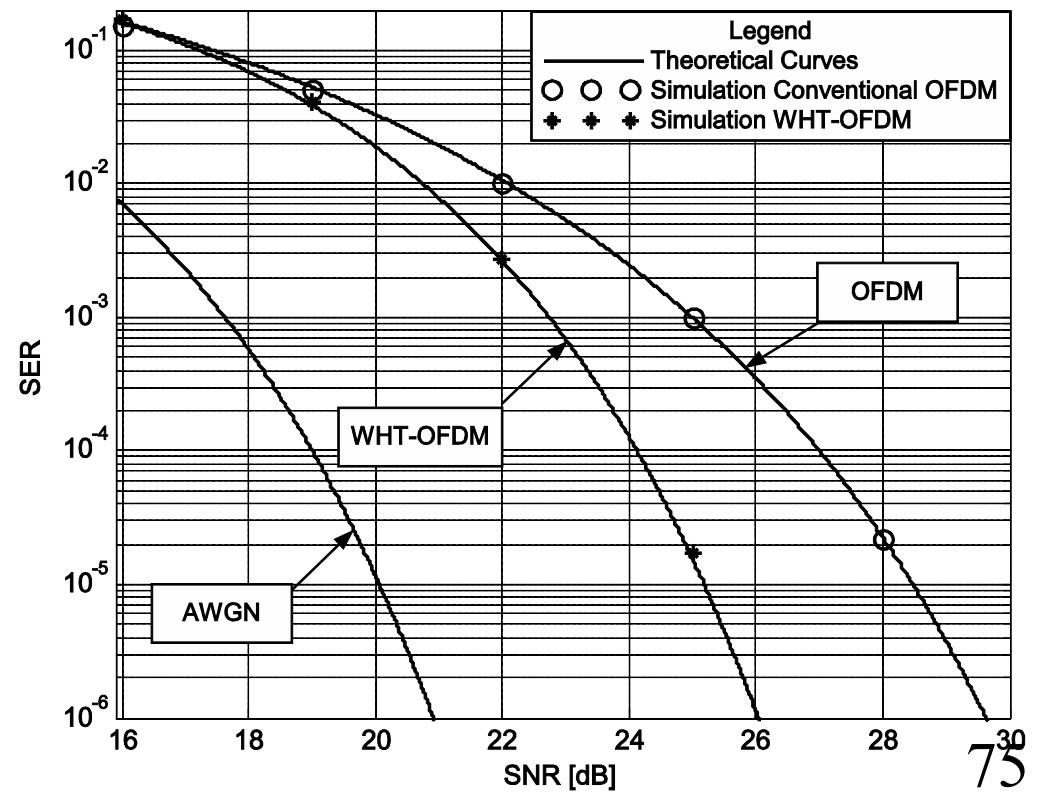
$$H_{mod} = \left(\sum_{i=0}^{N-1} \frac{1}{N \cdot |H[i]|^2} \right)^{-\frac{1}{2}},$$

WHT-OFDM

- O canal de comunicações resulta em um efeito que é constante para todos os símbolos na saída da IWHT.
- O canal equivalente pode ser utilizado para estimar a taxa de erro de símbolo do sistema WHT-OFDM em canais seletivos em frequência.

$$p_{e_{\Omega_s}} \approx \frac{\bar{\mu}}{\sqrt{2\pi}} \times \frac{\gamma_{\Omega}}{1 + \gamma_{\Omega}^2} \times e^{-\frac{\gamma_{\Omega}^2}{2}}$$

$$\gamma_{\Omega} = \sqrt{|H_{mod}|^2 \frac{\xi \bar{E}}{N_0}}$$

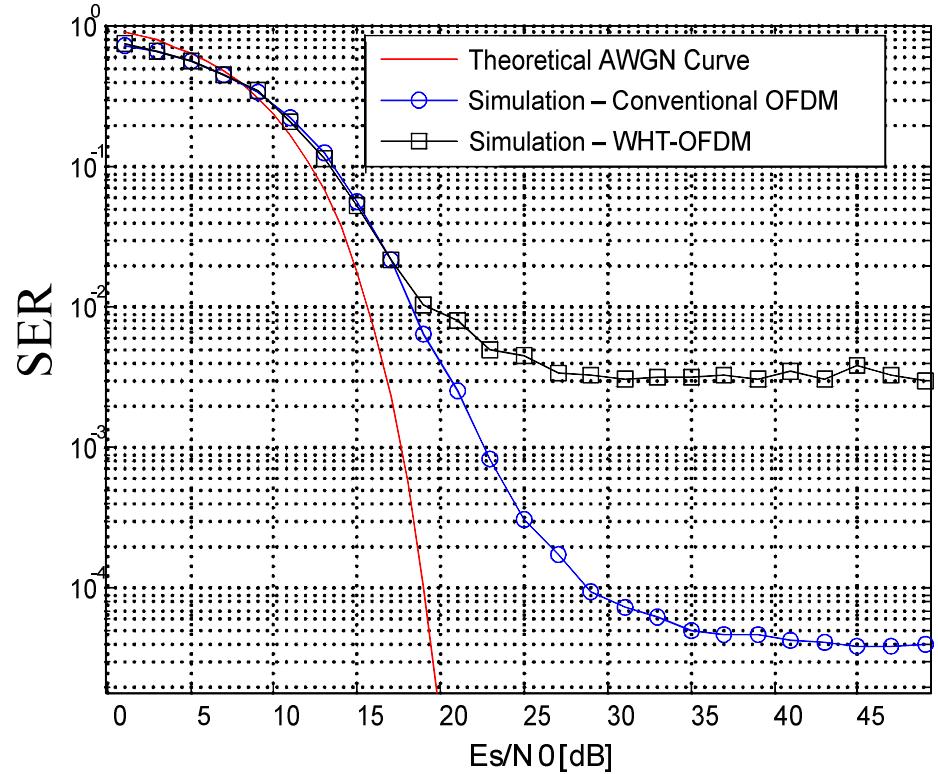
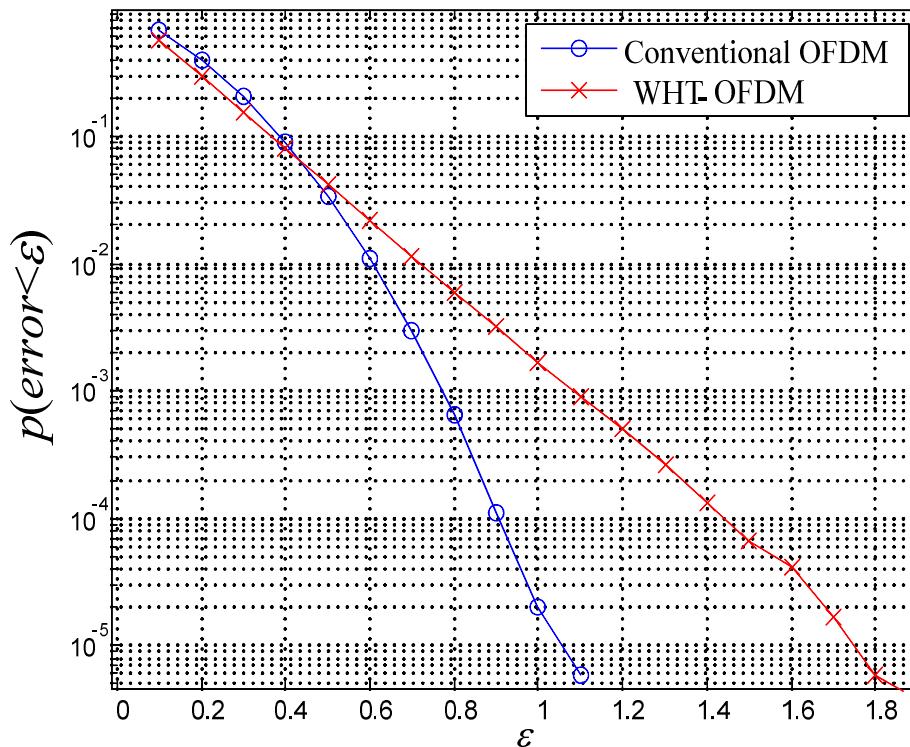


WHT-OFDM

- Embora a WHT resulte na redução da PAPR, o símbolo WHT-OFDM é mais sensível ao ceifamento do que o OFDM convencional.
- O ceifamento do OFDM convencional resulta em uma interferência uniforme ao longo da banda (ICI).
- No WHT-OFDM, essa ICI se concentra em alguns símbolos seriais.
- Isso significa que, dado a ocorrência do ceifamento, a probabilidade de erro assumir valores elevados nos símbolos seriais do WHT-OFDM é maior do que no caso do OFDM convencional.

WHT-OFDM

- O maior erro resultante do ceifamento no WHT-OFDM culmina em um patamar de erro de símbolo mais elevado do que o observado no OFDM convencional.



- Conclusão: embora a WHT reduza o valor da PAPR, a sensibilidade do sistema WHT-OFDM ao ceifamento impede o uso desta solução em canais não-lineares, sendo esta mais adequada para canais lineares seletivos em frequência.

SLM-WHT-OFDM

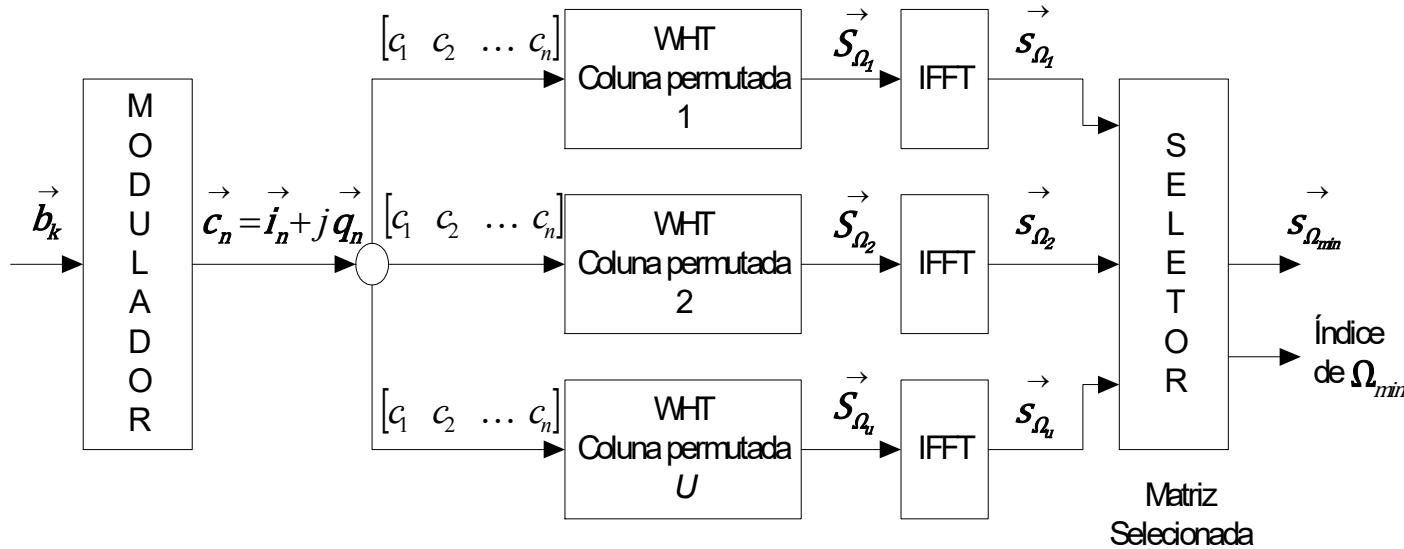
- Elevado patamar de erro de símbolo devido ao ceifamento observado na técnica WHT-OFDM impede que esta venha a ser utilizada em canais não-lineares.
- No entanto, seu ganho de desempenho em canais seletivos em frequência fazem com que esta solução seja atraente para sistemas de comunicação móvel.
- Uma forma de viabilizar a utilização da WHT em canais não lineares é combiná-la com a técnica SLM, resultando no esquema SLM-WHT-OFDM.
- A ideia básica consiste em reduzir a probabilidade de ocorrência do ceifamento escolhendo entre diferentes versões do sinal WHT-OFDM, obtidos através de diferentes matrizes de Walsh-Hadamard.

SLM-WHT-OFDM

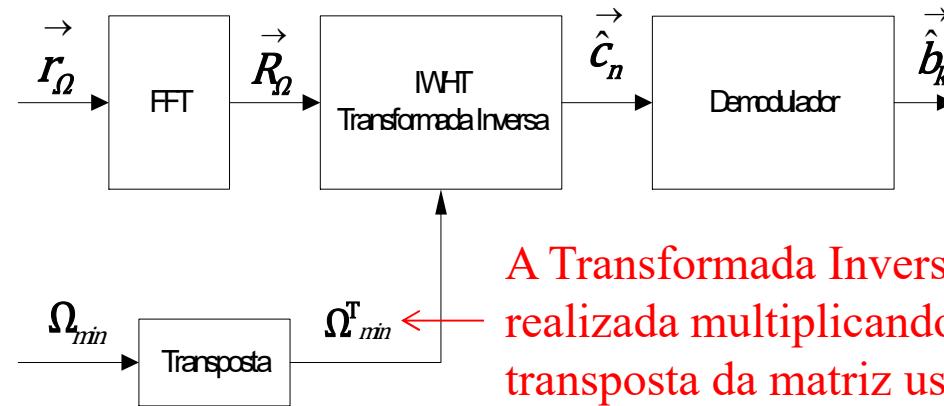
- As diferentes matrizes de Walsh-Hadamard podem ser obtidas através de permutações das linhas ou colunas da matriz original.
- Ao se comutar as colunas (ou linhas) da matriz, a transformada irá resultar em outra combinação linear dos símbolos seriais.
- Essa nova combinação linear irá gerar símbolos WHT-OFDM com outra PAPR.
- Ao gerar U versões dos símbolos WHT-OFDM, pode-se escolher aquele que apresenta a menor PAPR.
- A matriz que resulta no símbolo WHT-OFDM com menor PAPR deve ser informada para o receptor (que já conhece todas as matrizes que podem ser usadas no transmissor). 79

SLM-WHT-OFDM

- Diagrama em blocos do transmissor SLM-WHT-OFDM.



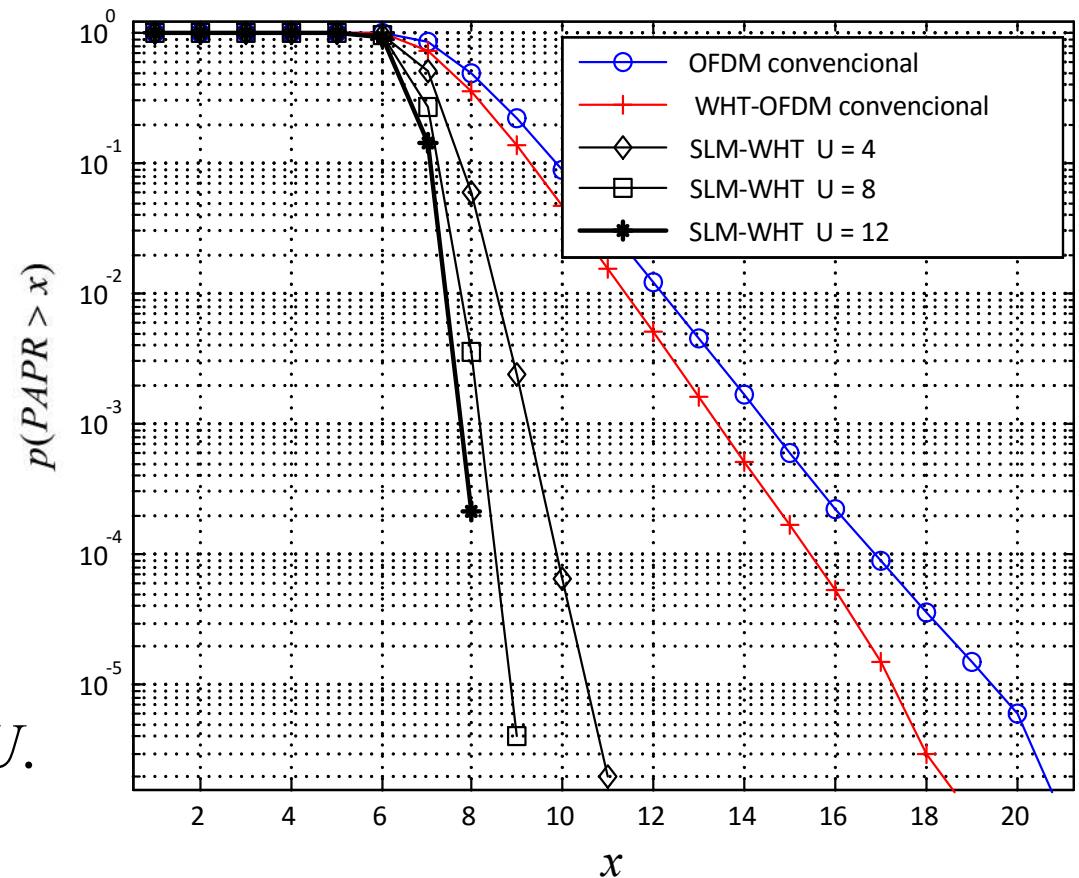
- Diagrama em blocos do receptor SLM-WHT-OFDM.



A Transformada Inversa de Wash-Hadamard é realizada multiplicando-se o sinal recebido pela transposta da matriz usada na transmissão.

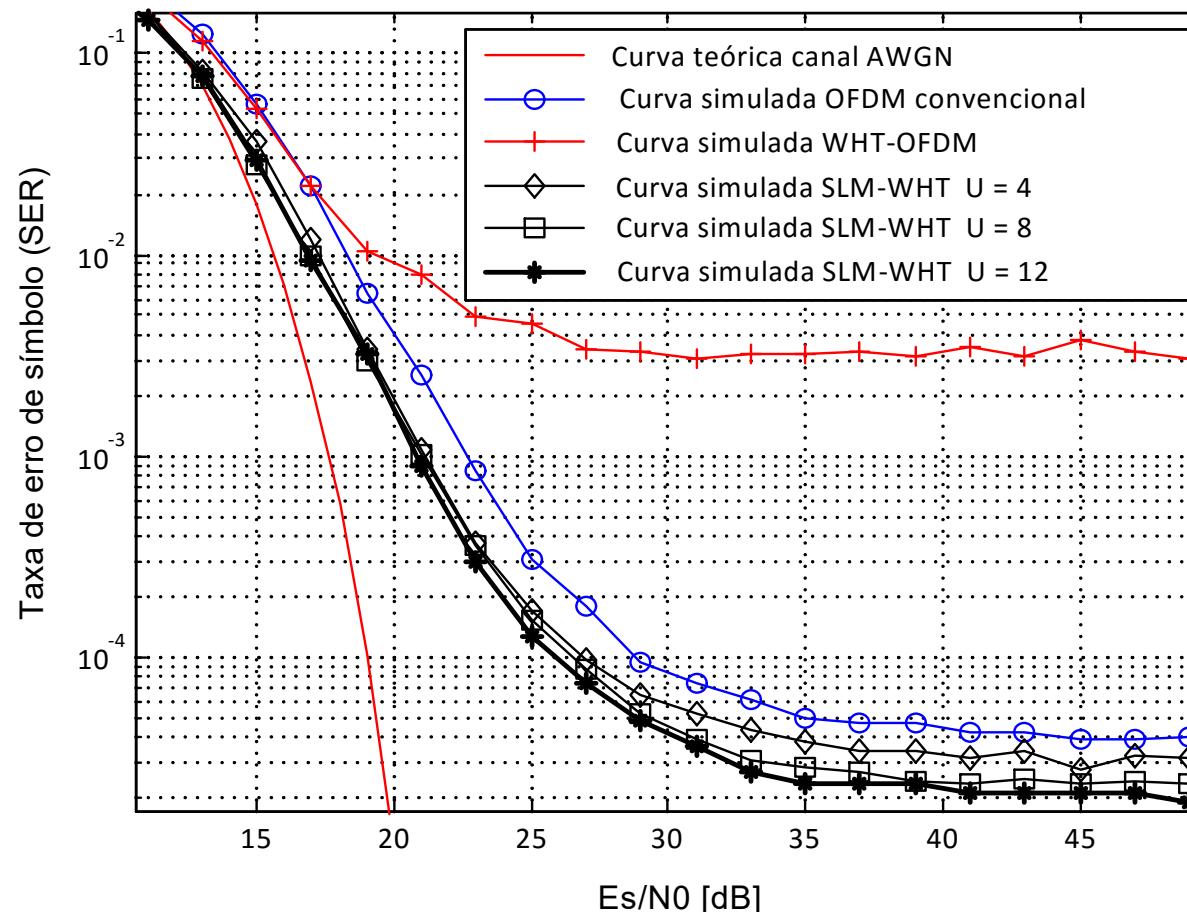
SLM-WHT-OFDM

- Quanto maior for o número de matrizes utilizado, maior será a probabilidade de obter um símbolo WHT-OFDM com baixa PAPR.
- O preço pago por isso é:
 1. Maior complexidade do transmissor, que precisará de um número maior de IFFTs.
 2. Necessidade de aumentar o cabeçalho para a transmissão do índice da matriz utilizada.
- Simulações mostram que resultados interessantes já são obtidos para valores baixos de U .



SLM-WHT-OFDM

- Com o uso combinado do SLM e WHT com OFDM é possível usufruir dos ganhos do WHT-OFDM em canais seletivos em frequência, sem as consequências de degradações severas em canais não-lineares.
- De fato, observa-se uma ligeira melhora do desempenho do SLM-WHT-OFDM quando comparado com o OFDM em canais não-lineares planos.

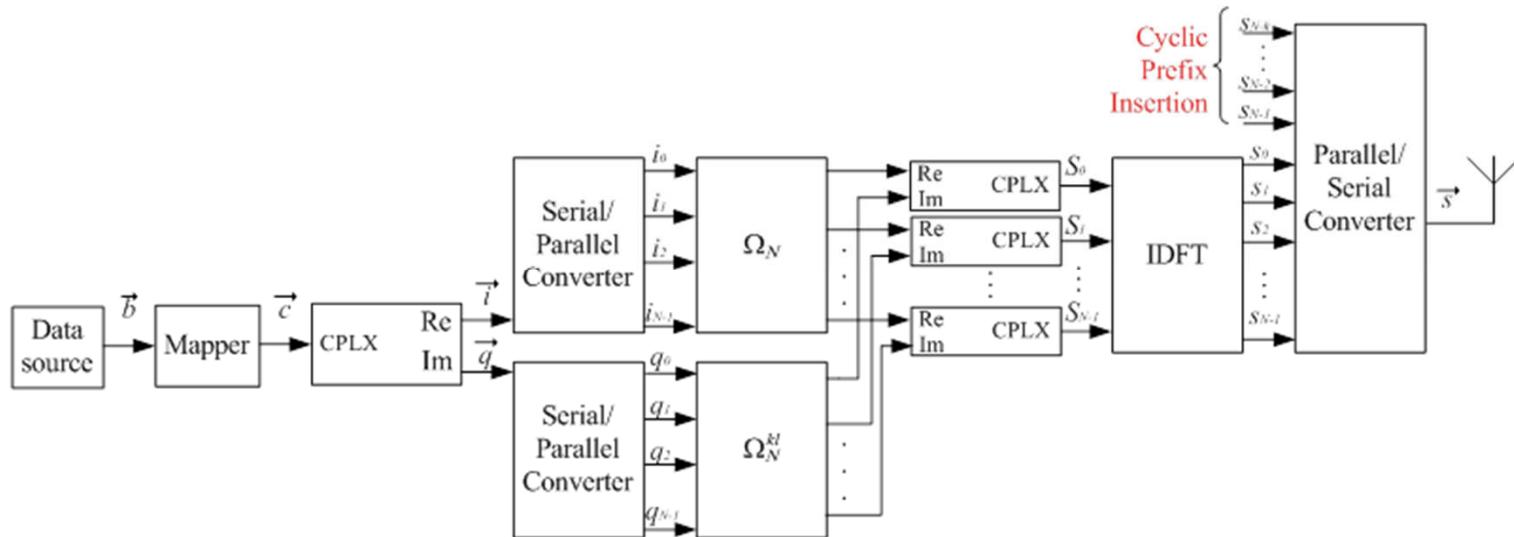


Double-WHT-OFDM

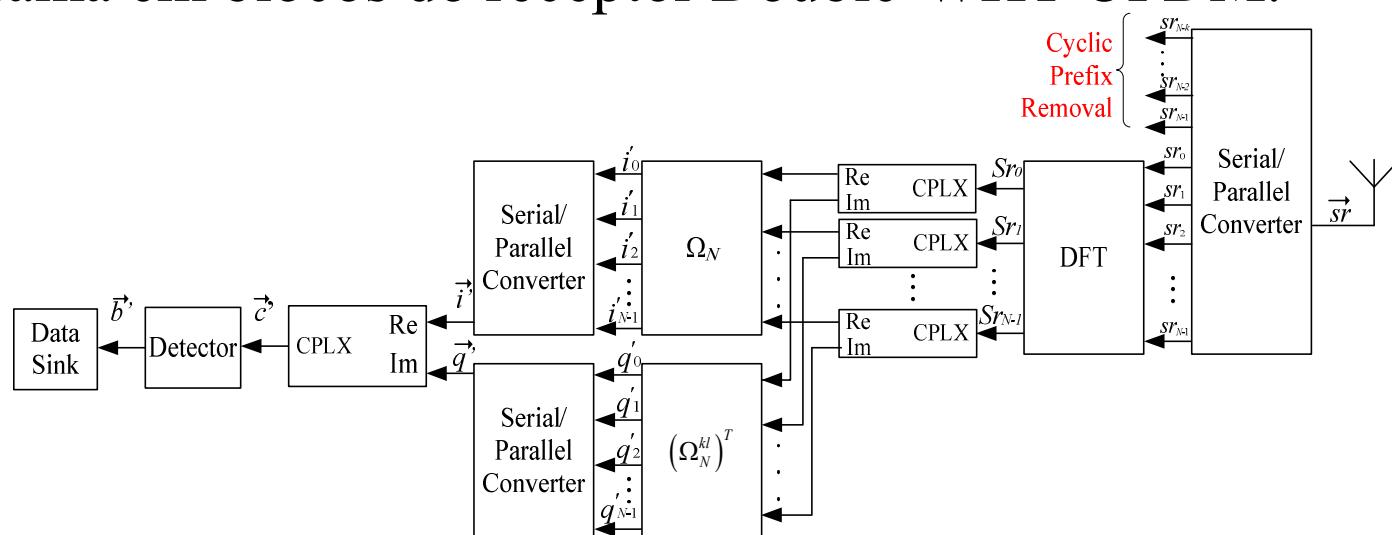
- O SLM-WHT-OFDM requer que U IFFTs sejam implementadas no transmissor para que se tenha um desempenho em canais AWGN não-linear equivalente ao OFDM convencional.
- Outra forma de se obter um desempenho semelhante, a um custo computacional mais baixo, consiste em utilizar duas transformadas WHT distintas, sendo uma para a parte real e outra para a parte imaginária.
- Neste caso, é necessário implementar apenas uma IFFT e como as matrizes da WHT para as partes real e imaginária são fixas, não é necessário transmitir informações extras.

Double-WHT-OFDM

- Diagrama em blocos do transmissor Double-WHT-OFDM.

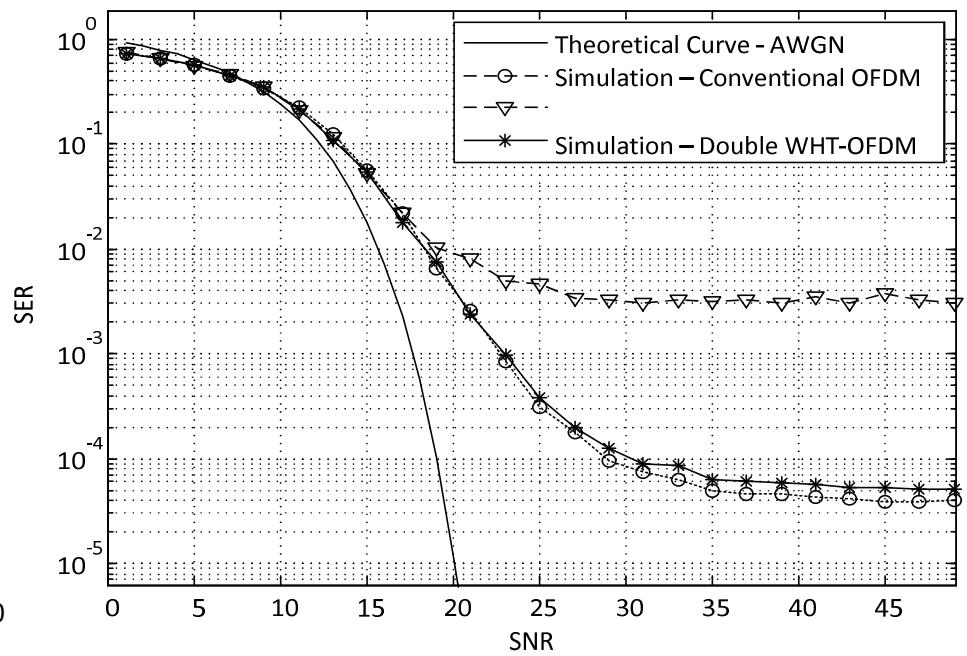
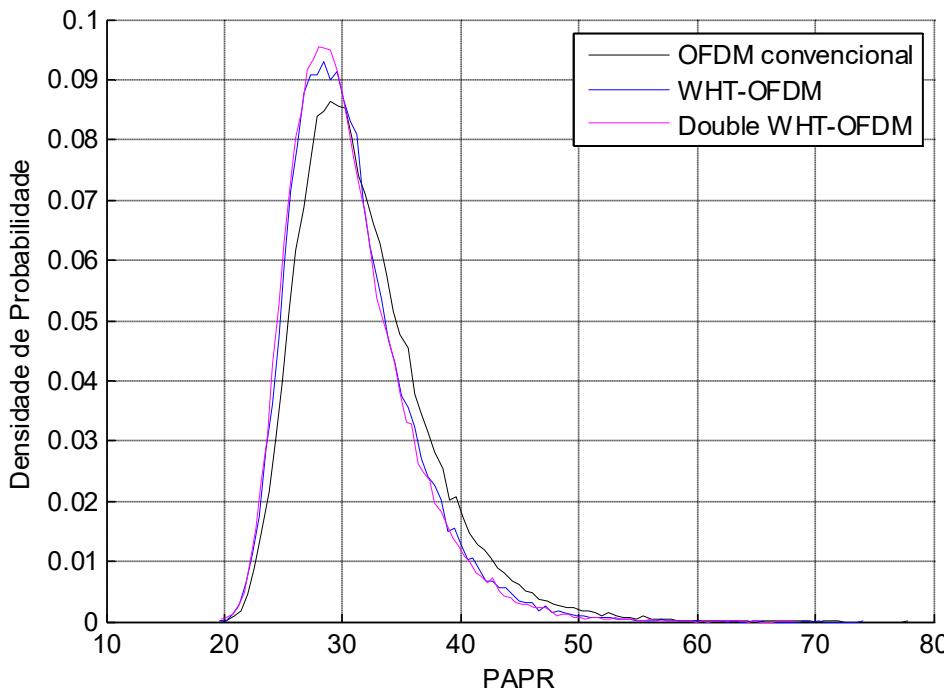


- Diagrama em blocos do receptor Double-WHT-OFDM.



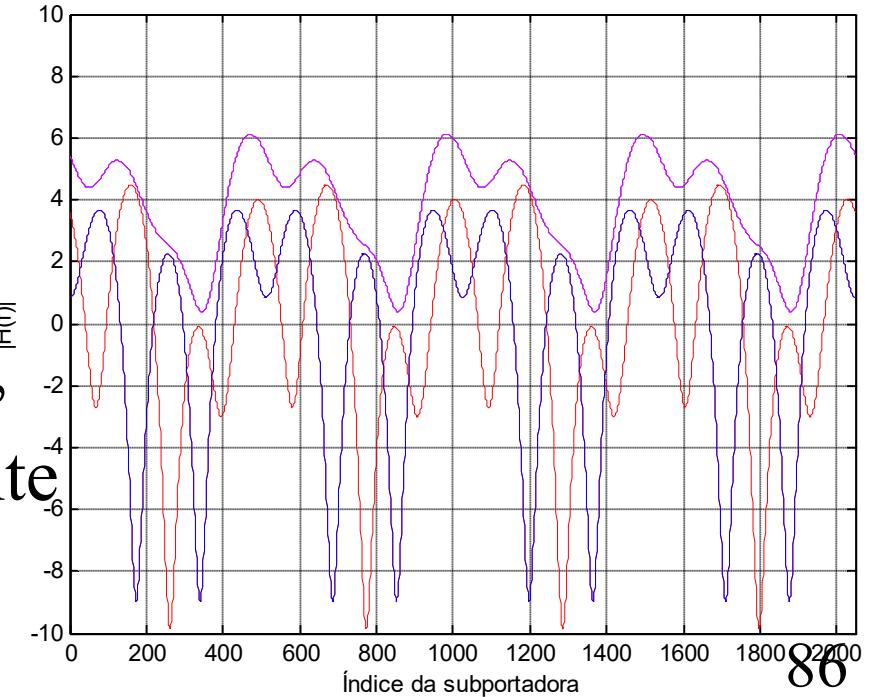
Double-WHT-OFDM

- Esta técnica não reduz de forma significativa a PAPR, mas aumenta a robustez dos símbolos frente aos efeitos do ceifamento, reduzindo o patamar de erro de símbolo.



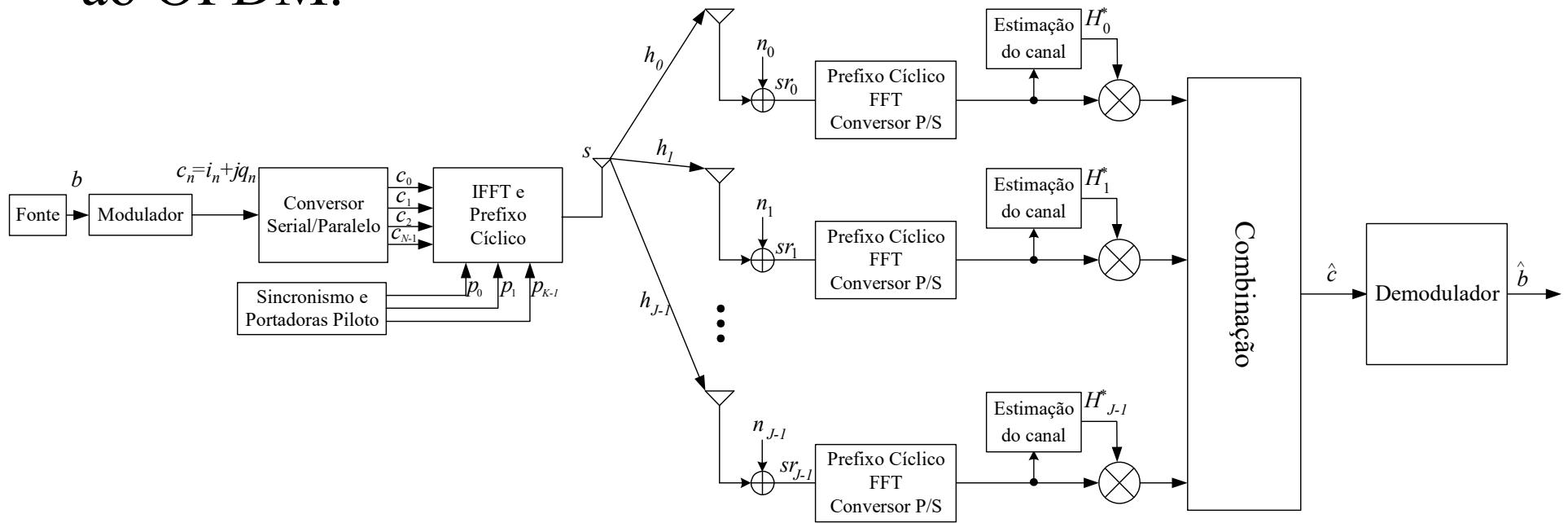
Diversidade + OFDM

- Uma maneira de minimizar a influência da mobilidade no desempenho do sistema OFDM é utilizar alguma técnica de diversidade.
- O uso da diversidade traz ganhos para o OFDM mesmo em canais estáticos, pois ajuda a minimizar o efeito da seletividade em frequência do canal para um dada portadora.
- As expressões de desempenho em canais seletivos estáticos podem ser utilizadas neste cenário, Fazendo $|H_n|$ ser o canal equivalente após o combinador.



MRC-OFDM

- A diversidade de recepção pode ser simplesmente integrada ao OFDM.



- Exercício: prove que o esquema acima permite obter o ganho de diversidade de ordem J quando J antenas são empregadas na recepção. h_i é a resposta ao impulso de um canal seletivo em frequência.

Desempenho MRC-OFDM

- A probabilidade de erro de símbolo do esquema MRC-OFDM em canal seletivo e móvel pode ser obtida através da análise realizada para o esquema MRC, considerando a ação seletiva em frequência apresentada para o OFDM.

$$p_e \approx \bar{\mu} \left(\frac{1-\varsigma}{2} \right)^J \sum_{k=0}^{J-1} \binom{J-1+k}{k} \left(\frac{1+\varsigma}{2} \right)^k,$$

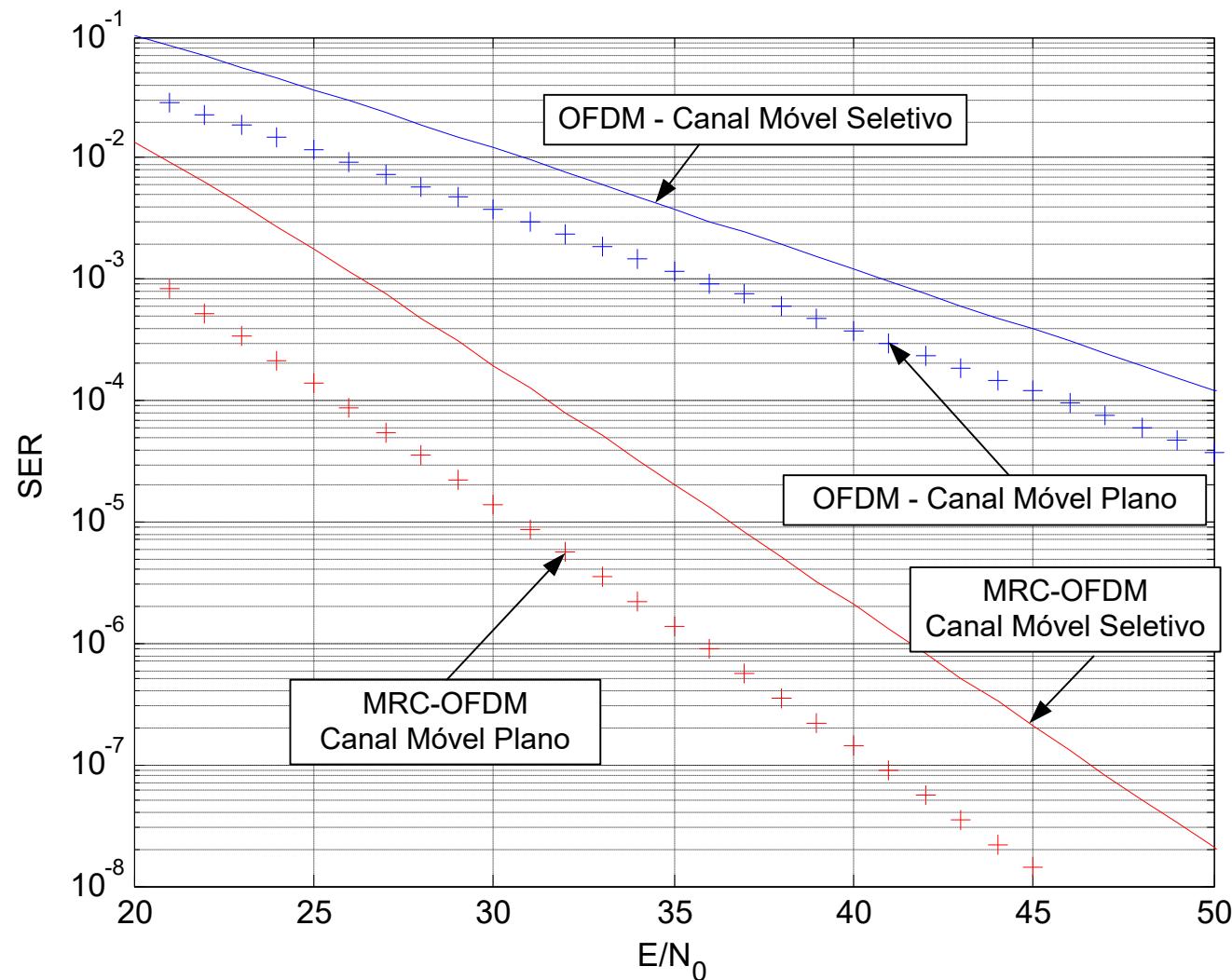
$$\varsigma = \sqrt{\frac{\bar{\varepsilon}/(2N_0) \cdot |H_n|^2}{1 + \bar{\varepsilon}/(2N_0) \cdot |H_n|^2}} = \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_\varsigma}{1 + \bar{\gamma}_\varsigma}}.$$

$$2\sigma_r^2 \xi \bar{E} = \bar{\varepsilon}$$

$$H_n = \sqrt{|H1_n|^2 + |H2_n|^2}$$

Desempenho MRC-OFDM

- Curvas de SER – 16-QAM, $\sigma_r=1$

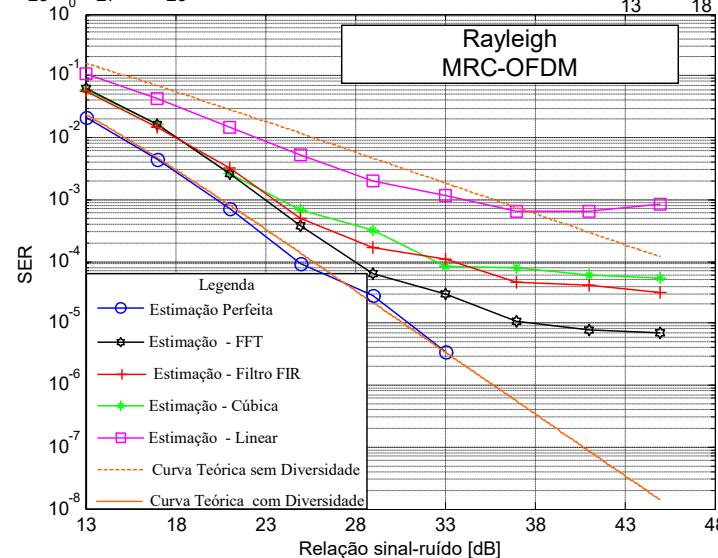
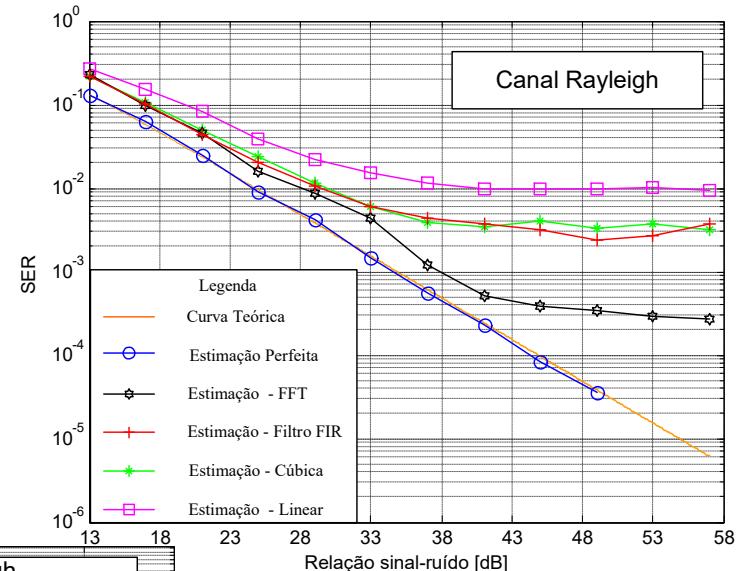
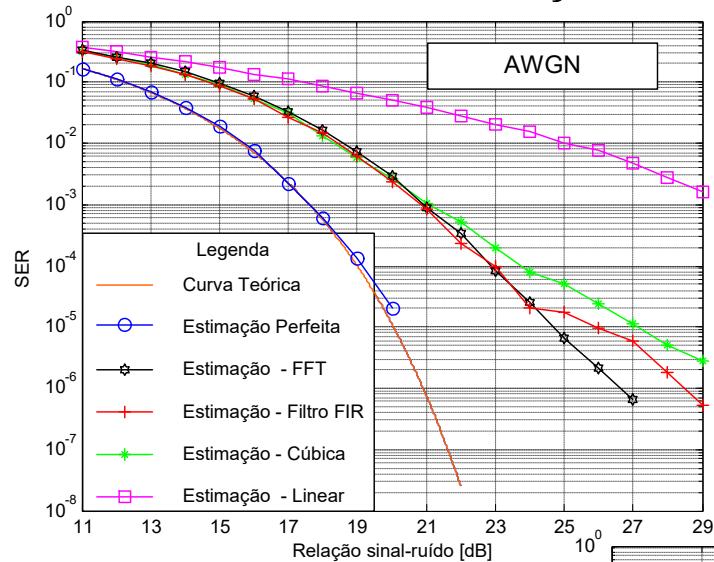


Estimação de canal para MRC-OFDM

- O processo de estimação de canal para o esquema MRC-OFDM é o mesmo empregado no sistema OFDM convencional.
- Portadoras piloto ou símbolos pilotos são inseridos e L canais entre a antena transmissora e as L antenas receptoras são estimados individualmente.
- A carga computacional para estimar os L canais cresce linearmente com o aumento do número de antenas de recepção.
- Os erros de estimação de canal reduzem o desempenho por duas razões: i) dispersão dos pontos da constelação e ii) perda do ganho de diversidade devido ao fato de $G_n^* \neq H_n$.

Estimação de canal para MRC-OFDM

- Desempenho de sistema 16-QAM MRC-OFDM com técnicas de estimativa de canal.



STC e OFDM

- O esquema proposto por Alamouti para diversidade de transmissão requer que a resposta em frequência do canal seja plana e que o tempo de coerência do canal seja maior do que a duração de dois símbolos seriais.
- A junção do esquema de Alamouti com o OFDM permite obter o ganho de diversidade de transmissão em um canal móvel e seletivo em frequência.
- Tal como o MRC-OFDM, o esquema de Alamouti permite melhorar o desempenho mesmo em canais estáticos, desde que a resposta ao impulso dos canais entre as antenas transmissoras e a(s) antena(s) receptora(s) sejam independentes.

STC e OFDM

- Existem duas maneiras básicas de fazer a junção do esquema de Alamouti com o OFDM:
 1. Utilizar dois símbolos OFDM para formar a matriz de transmissão, dando origem ao esquema Space Time Coding Orthogonal Frequency Division Multiplexing (STC-OFDM).
 2. Utilizar duas subportadoras adjacentes de um mesmo símbolo OFDM para formar a matriz de transmissão, dando origem ao esquema Space Frequency Coding Orthogonal Frequency Division Multiplexing (SFC-OFDM).
- Cada esquema possui vantagens e desvantagens que serão explorados a seguir

STC-OFDM

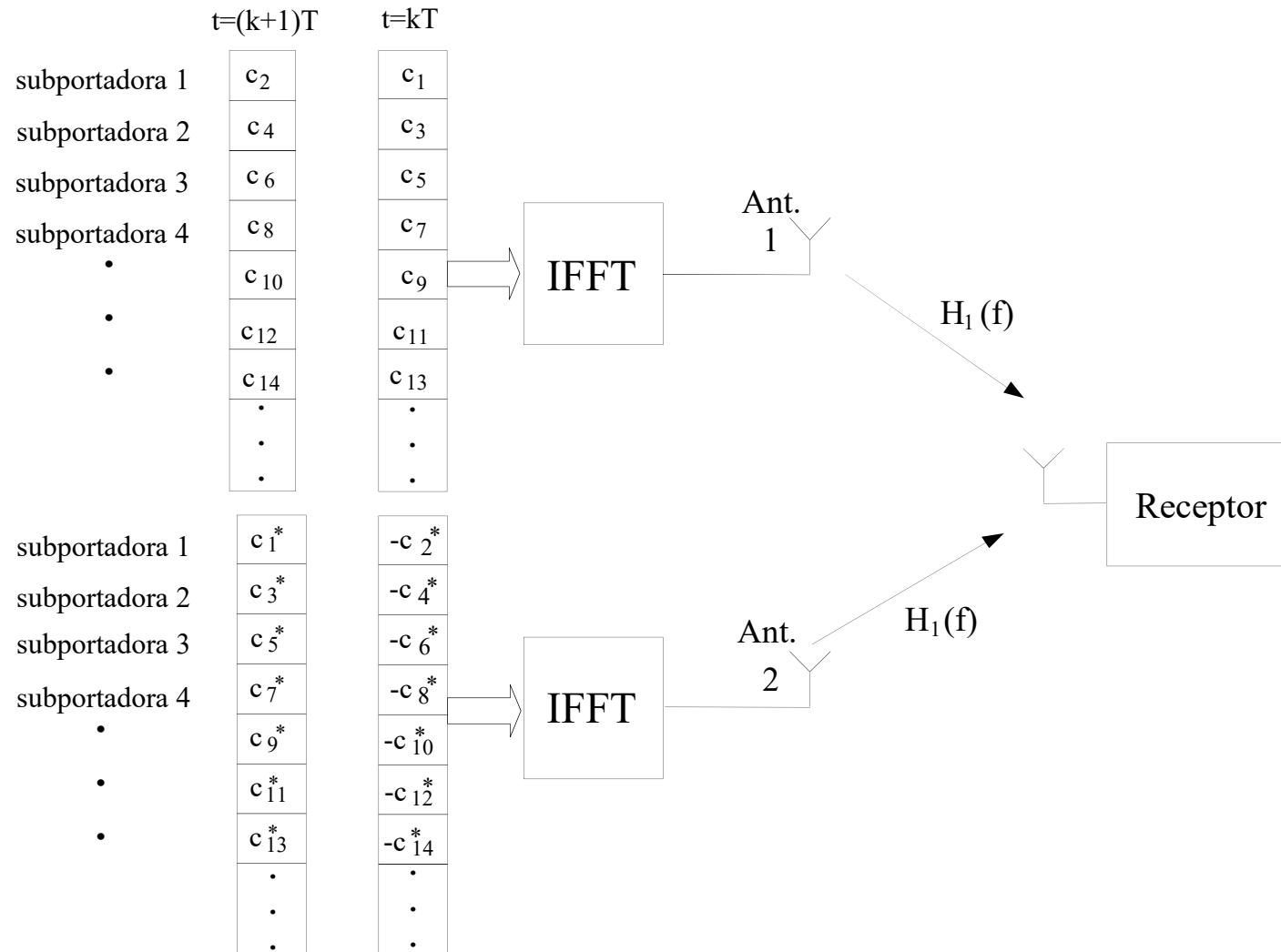
- No STC-OFDM a matriz de transmissão deve ser formada de modo que a k -ésima subportadora dos símbolos OFDM transmitidos nos instantes iT e $(i+1)T$ nas antenas 1 e 2 carregue a palavra código.

	Ant1	Ant2
k -ésima portadora do i -ésimo símbolo OFDM	c_i	$-c_{i+1}^*$
k -ésima portadora do $(i + 1)$ -ésimo símbolo OFDM	c_{i+1}	c_i^*

- Através desta matriz, fica claro que dois símbolos OFDM consecutivos das duas antenas de transmissão são necessários para transportar $2N$ dados distintos com ganho de diversidade.

STC-OFDM

- Descrição do esquema STC-OFDM.



Exercício

- Encontre os sinais no receptor, considerando apenas uma antena receptora.
- Como os sinais devem ser combinados para se obter o ganho de diversidade?
- Exercício proposto: repita este exercício considerando duas antenas de recepção.

SFC-OFDM

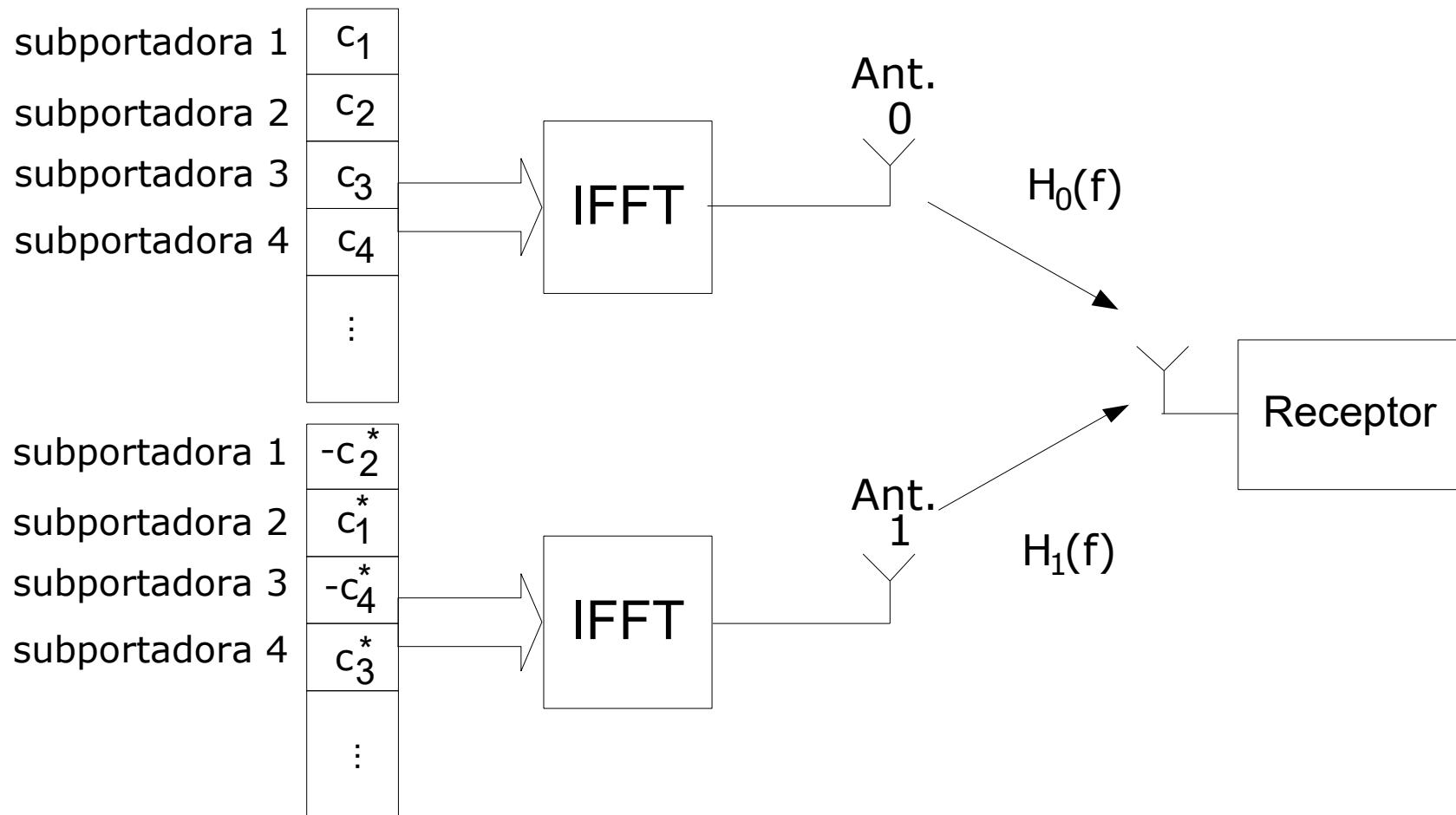
- No SFC-OFDM a matriz de transmissão deve ser formada de modo que a k -ésima e a $(k+1)$ -ésima subportadoras do símbolo OFDM transmitido no instantes iT nas antenas 1 e 2 carregue a palavra código.

	Ant1	Ant2
k -ésima portadora do i -ésimo símbolo OFDM	c_k	$-c_{k+1}^*$
$(k+1)$ -ésima portadora do i -ésimo símbolo OFDM	c_{k+1}	c_k^*

- Através desta matriz, fica claro que apenas um símbolo OFDM proveniente de cada antena transmissora carrega todas as informações necessárias para receber N dados com ganho de diversidade.

SFC-OFDM

- Descrição do esquema SFC-OFDM.



Exercício

- Encontre os sinais no receptor, considerando apenas uma antena receptora.
- Como os sinais devem ser combinados para se obter o ganho de diversidade?
- Exercício proposto: repita este exercício considerando duas antenas de recepção.

STC-OFDM e SFC-OFDM

- Observações quanto ao STC-OFDM
 1. A palavra código é transmitida em dois símbolos OFDM consecutivos, de modo que o tempo de coerência do canal deve ser maior do que a duração de dois símbolos OFDM.
 2. A palavra-código é transmitida utilizando a mesma frequência nos símbolos OFDM de ambas antenas, de modo que a banda de coerência deve ser maior do que a largura de faixa de uma única subportadora.
- Observações quanto ao SFC-OFDM
 1. A palavra código é transmitida em um único símbolo OFDM, de modo que o tempo de coerência do canal deve ser maior do que a duração de apenas um símbolo OFDM.
 2. A palavra-código é transmitida utilizando duas subportadoras adjacentes nos símbolos OFDM de ambas antenas, de modo que a banda de coerência deve ser maior do que a largura de faixa de duas subportadoras.

STC-OFDM e SFC-OFDM

- Conclusões
 1. O STC-OFDM é robusto ao desvanecimento seletivo em frequência e mais suscetível às variações temporais do canal de comunicação.
 2. Este esquema deve ser empregado em situações onde a seletividade em frequência do canal é um fator mais limitante do que a mobilidade relativa entre transmissor e receptor.
 3. O SFC-OFDM é mais suscetível à seletividade em frequência do canal e mais robusto às variações temporais do mesmo.
 4. Este esquema deve ser empregado em situações onde a mobilidade, e não a seletividade em frequência, é um fator crítico para o sistema.
 5. O desempenho do STC-OFDM e SFC-OFDM são equivalentes ao STC empregando portadora única, desde que as restrições observadas sejam atendidas.

STC-OFDM e SFC-OFDM: Desempenho

- Parâmetros do sistema: **incluir a expressão para cômputo da SER**

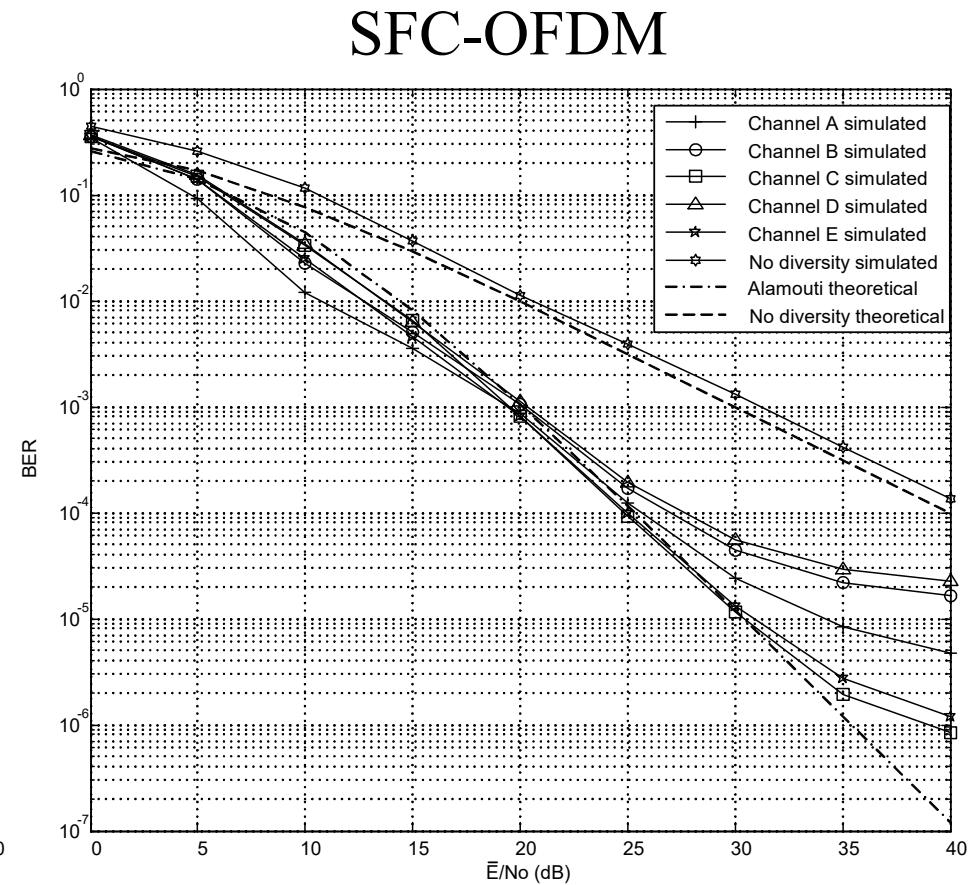
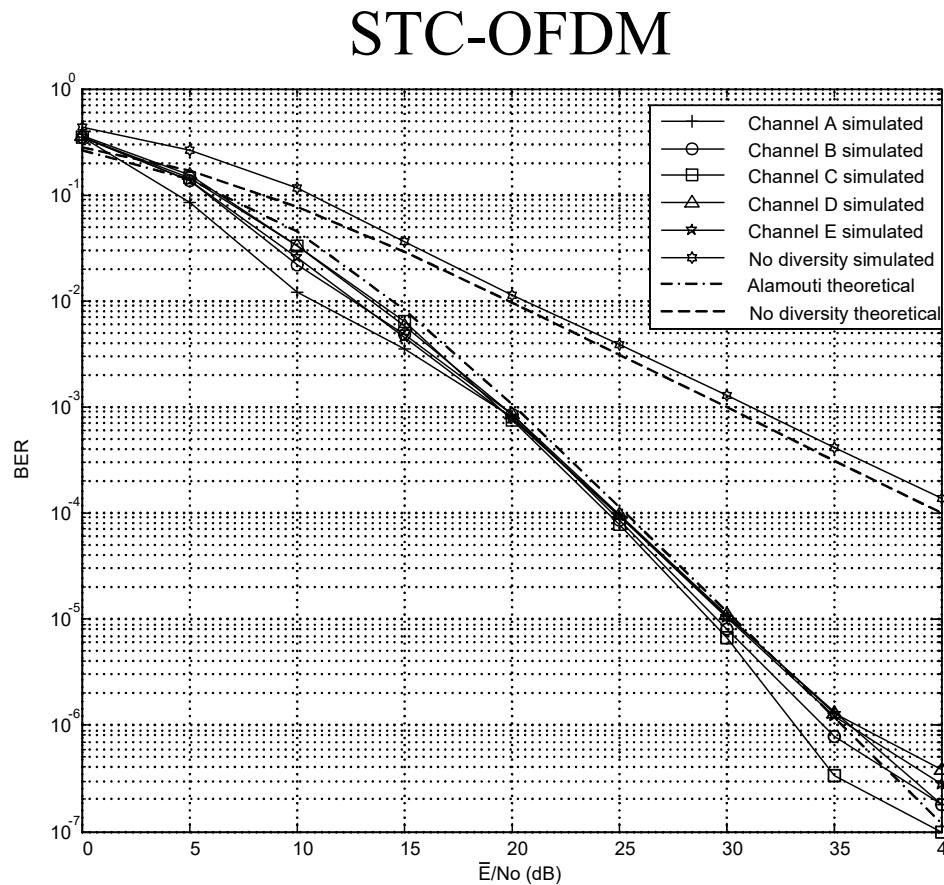
Parâmetro	Valor
Número de subportadoras	2048
Tempo de guarda	$T/16$
Mapeamento	QPSK
Estimação de Canal	Estimação Perfeita
Taxa de amostragem	8.127MHz
Espaçamento entre subportadoras	3.968 KHz

- Parâmetros dos canais empregados na análise de desempenho.

Canal	Banda de Coerência	Desvio Doppler
Brazil A	13,75 kHz	12 ou 89 Hz
Brazil B	8,980 kHz	12 ou 89 Hz
Brazil C	18,43 kHz	12 ou 89 Hz
Brazil D	8,508 kHz	12 ou 89 Hz
Brazil E	24,50 kHz	12 ou 89 Hz

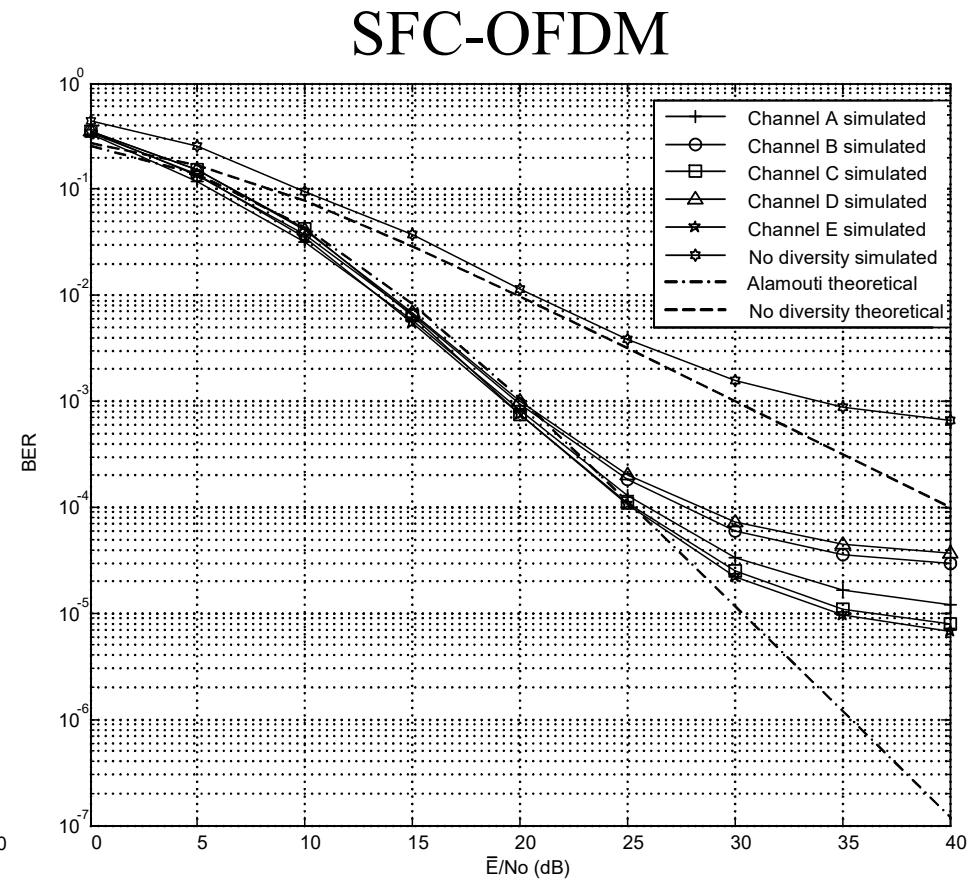
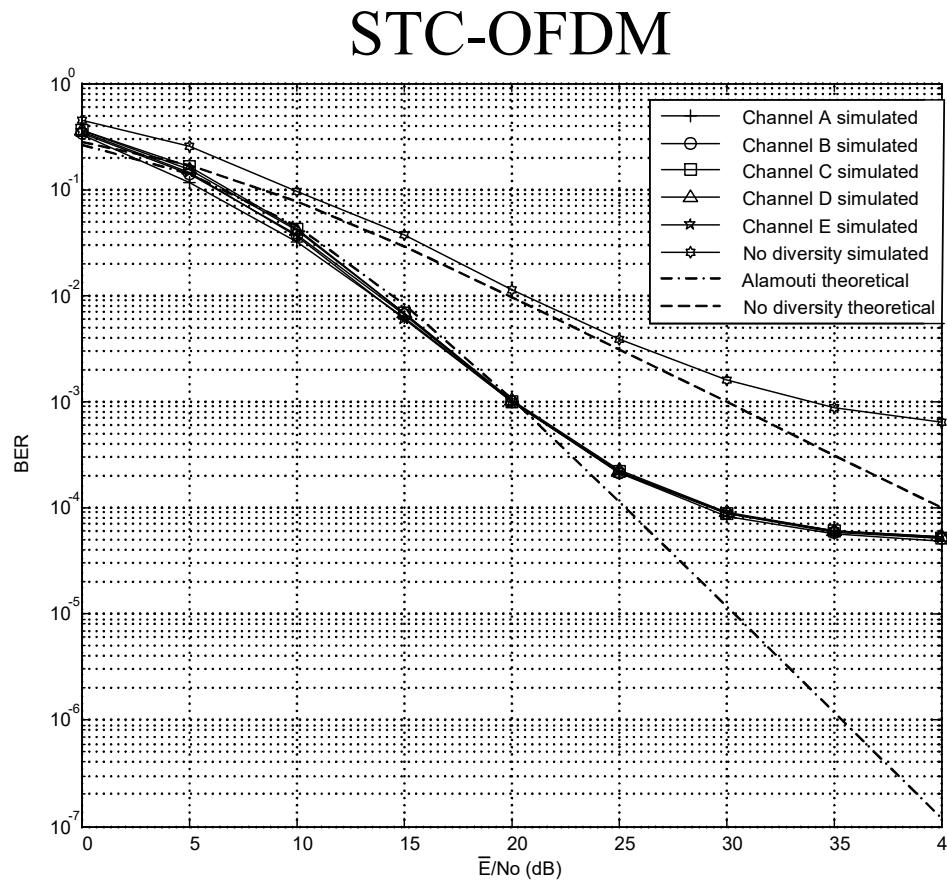
STC-OFDM e SFC-OFDM: Desempenho

- Frequência Doppler de 12 Hz.



STC-OFDM e SFC-OFDM: Desempenho

- Frequência Doppler de 89 Hz.



Estimação de canal do STC/SFC-OFDM

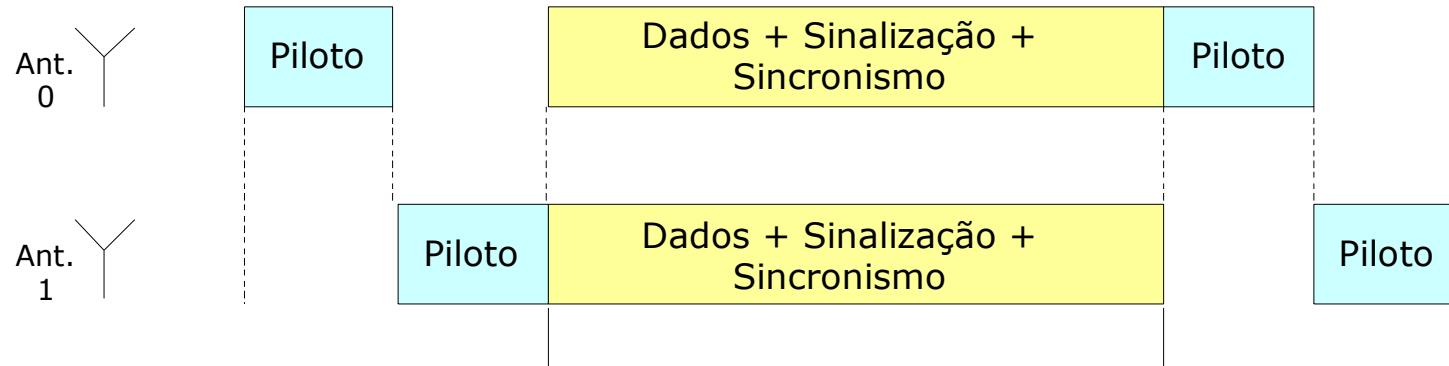
- Existem duas formas básicas para estimar as respostas em frequência dos canais de comunicação nos esquemas STC/SFC-OFDM:
 1. Através de Símbolos Piloto e;
 2. Através de Portadoras Piloto.
- As vantagens e desvantagens de cada técnica, observadas no caso do OFDM convencional, repetem-se novamente neste caso.
- Existem peculiaridades na implementação de ambos os esquemas de estimação de canal, considerando agora a codificação espaço-temporal ou espaço-frequência.

Estimação de canal do STC/SFC-OFDM

- Estimação utilizando símbolos pilotos e supressão da sinalização
 - Um símbolo piloto é transmitido em cada antena.
 - Enquanto o piloto de uma antena é transmitido, a outra antena suprime a sinalização.
 - São necessários dois períodos de sinalização para estimar o canal.
 - Não é necessário empregar técnicas de interpolação.
 - O tempo de coerência do canal deve ser elevado.

$$T_c > (K_D + 2)T_{OFDM},$$

Estimação de canal do STC/SFC-OFDM



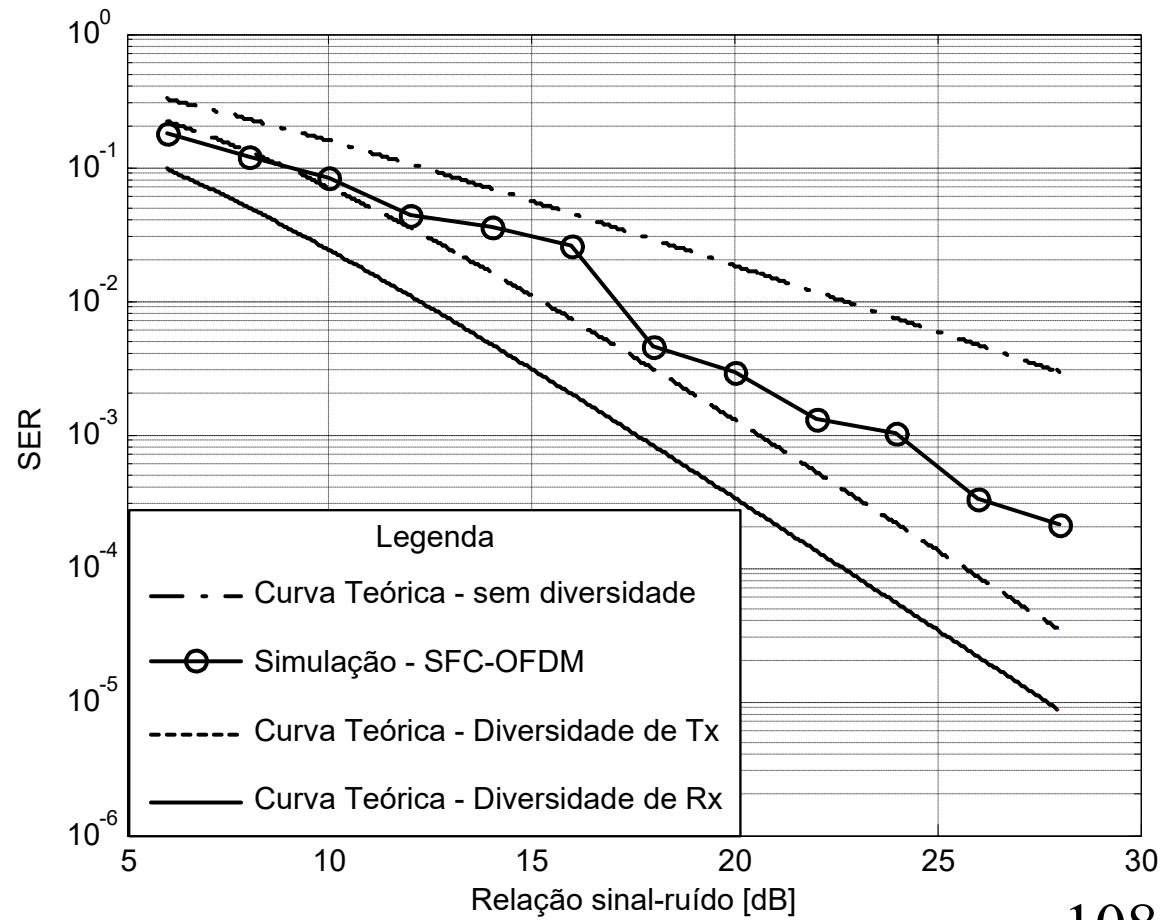
- A taxa de transmissão depende do número de símbolos OFDM que podem ser transmitidos no intervalo referente ao tempo de coerência do canal.

$$R_b = \frac{K_D}{K_D + 2} \frac{N \log_2(M)}{T_{OFDM}}$$

Estimação de canal do STC/SFC-OFDM

- A SER obtida com a estimativa de canal utilizando símbolos pilotos e supressão de sinalização é próxima da SER teórica em canais muito lentos.

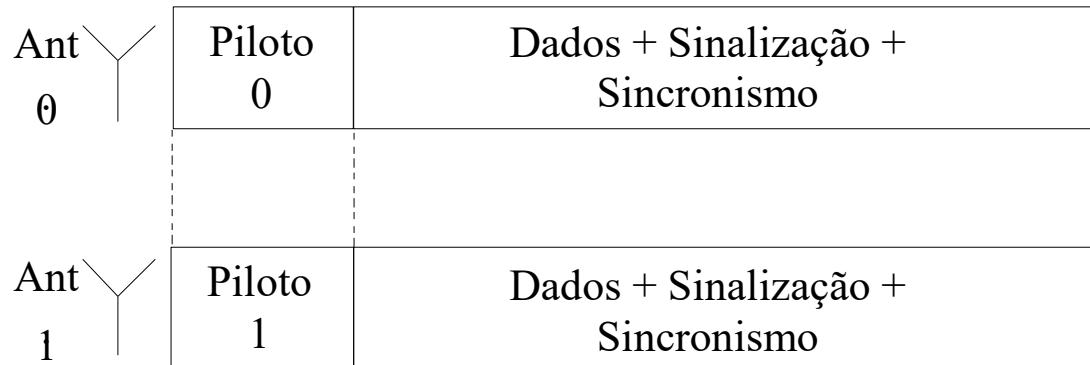
- SFC-OFDM
- 16-QAM
- $K_D=10$
- 2048 portadoras



Estimação de canal do STC/SFC-OFDM

- Estimação utilizando símbolos pilotos sem supressão da sinalização
 - Um símbolo piloto é transmitido simultaneamente em cada antena.
 - Os símbolos piloto devem sofrer a codificação STC ou SFC para permitirem a estimação do canal.
 - São necessários dois períodos de sinalização para estimar o canal no STC-OFDM.
 - O SFC-OFDM requer apenas um período de sinalização para estimar o canal.
 - Não é necessário empregar técnicas de interpolação.

Estimação de canal do SFC-OFDM



- Este esquema faz mais sentido para o SFC-OFDM, pois assim é possível transmitir um símbolo piloto a menos que no esquema anterior.
- Isso permite aumentar ligeiramente a vazão total.

$$R_b = \frac{K_D}{K_D + 1} \frac{N \log_2(M)}{T_{OFDM}}$$

Estimação de canal do SFC-OFDM

- Para que seja possível estimar o canal neste caso, o receptor deve conhecer o valor transmitido em cada piloto, p .
- No caso do SFC-OFDM, as pilotos são transmitidas em pares, empregando posições adjacentes no símbolo piloto:

$$\begin{aligned} s_{p_0}(k) &= p \quad \forall k \\ s_{p_1}(k) &= \begin{cases} -p^* & \text{para } k \text{ par} \\ p^* & \text{para } k \text{ ímpar} \end{cases} \end{aligned}$$

Índice da portadora

Índice da Antena

- Logo, os sinais recebidos na k -ésima e $(k+1)$ -ésima portadoras são:

$$r_k = H_1 p - H_2 p^* + n_k$$

$$r_{k+1} = H_1 p + H_2 p^* + n_{k+1}.$$

Estimação de canal do SFC-OFDM

- Resolvendo-se o sistema para H_1 e H_2 tem-se::

$$H_1 = \frac{r_{k+1} + r_k - n_k - n_{k+1}}{2p}$$

$$H_2 = \frac{r_{k+1} - r_k + n_k - n_{k+1}}{2p^*}.$$

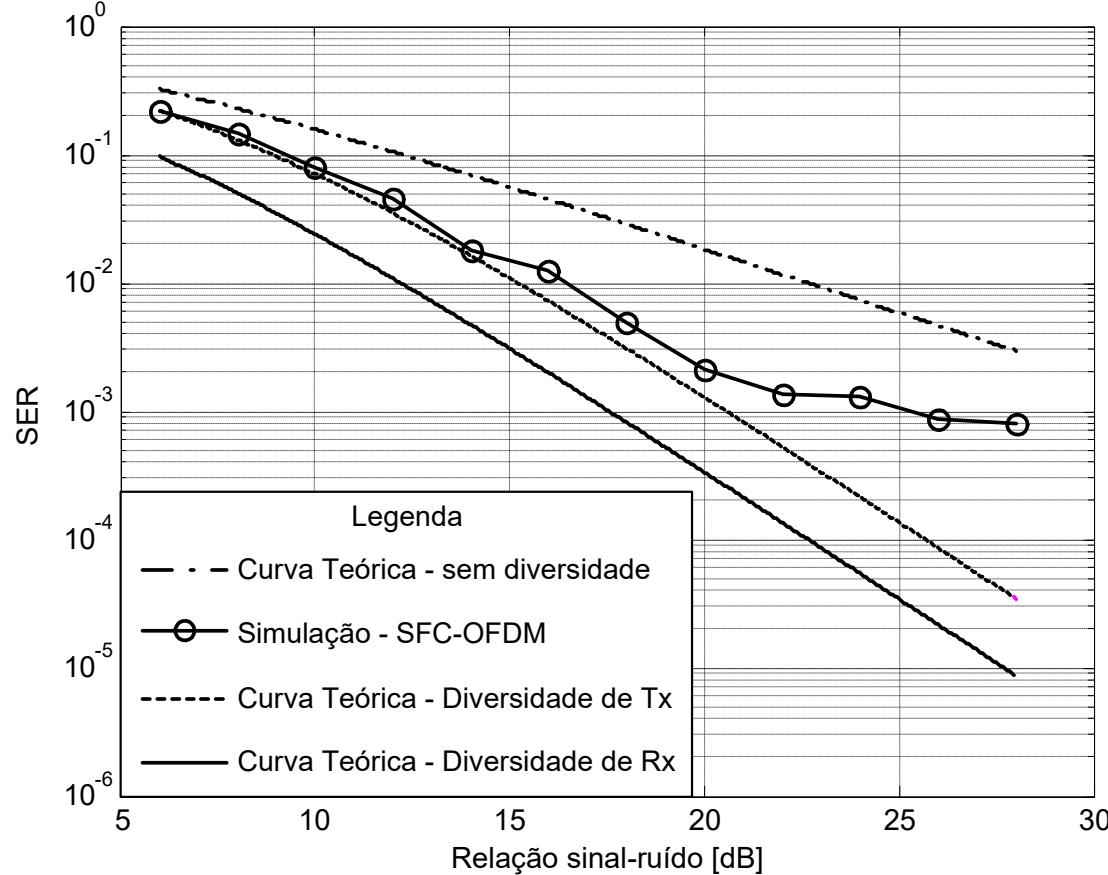
- Como as amostras de ruído, n_k e n_{k+1} não podem ser determinadas, a estimativa da resposta em frequência dos canais sofre a influência do ruído.
- Logo, a resposta em frequência estimada será dada por

$$\hat{H}_1 = \frac{r_{k+1} + r_k}{2p}$$

$$\hat{H}_2 = \frac{r_{k+1} - r_k}{2p^*}.$$

Estimação de canal do SFC-OFDM

- Esta técnica resulta em uma resolução duas vezes menor do que a estimação utilizando supressão de sinalização.
- Caso a resposta em frequência do canal varie entre duas portadoras adjacentes, haverá redução de desempenho do sistema.



Exercício Proposto

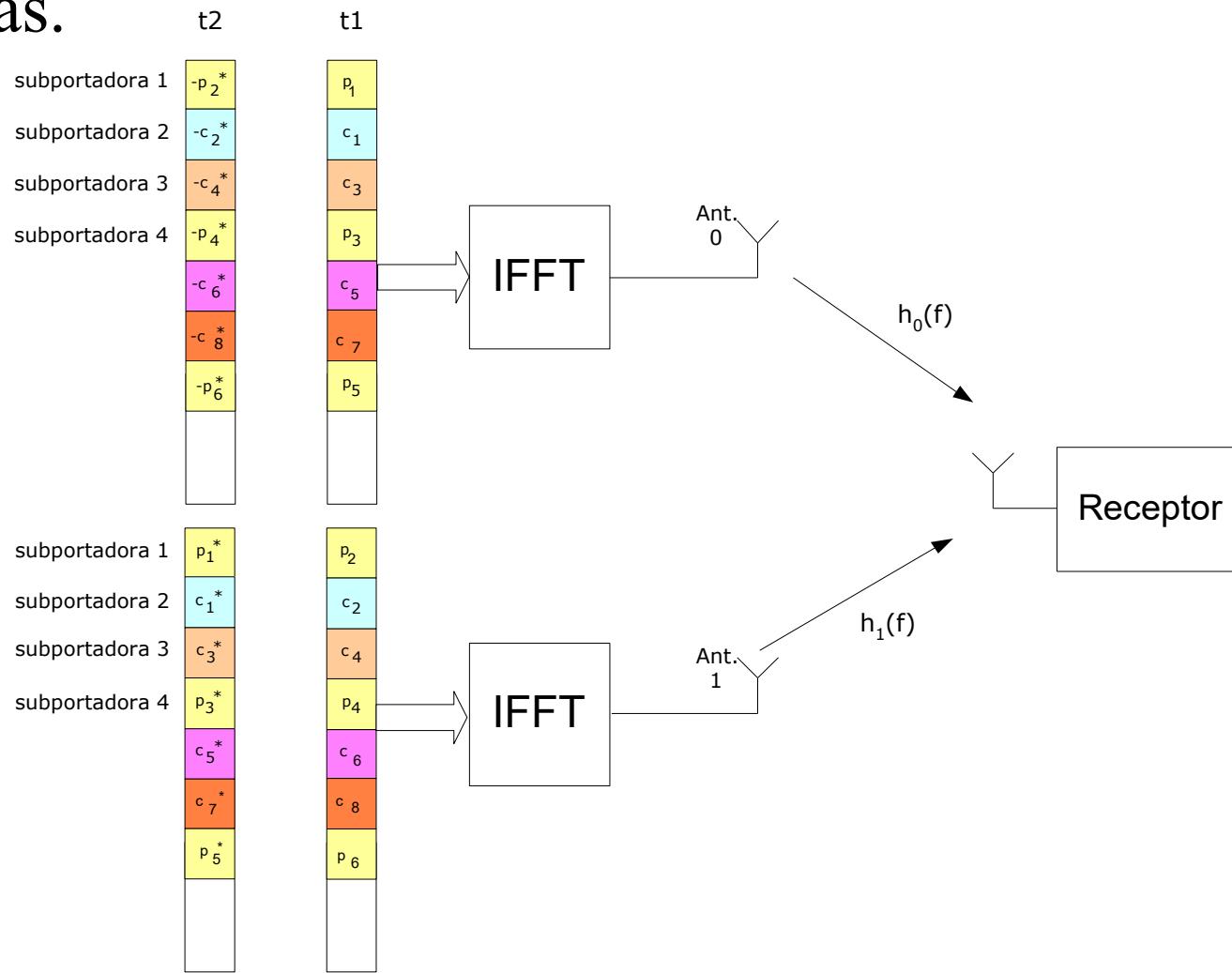
- Mostre que o esquema de estimação de canal empregando símbolos piloto sem supressão de sinalização pode ser empregado no STC-OFDM com a transmissão sucessiva de dois símbolos piloto.
- Compare o resultado obtido neste exemplo com aquele apresentado para o SFC-OFDM e comente as vantagens, desvantagens e restrições.

Estimação de canal do STC/SFC-OFDM

- Estimação utilizando portadoras piloto.
 - Pares de portadoras piloto devem ser utilizadas para estimar a resposta do canal em algumas frequências específicas.
 - As portadoras piloto devem ser codificadas (STC ou SFC) para permitir a estimação do canal.
 - A resposta do canal nas frequências das subportadoras de dados deve ser obtida através da interpolação.
 - As restrições com relação ao tempo de coerência e banda de coerência do canal dependem do esquema empregado (STC-OFDM ou SFC-OFDM).

Portadoras Piloto e STC-OFDM

- Neste caso, a k -ésima subportadora de dois símbolos OFDM consecutivos devem ser reservadas para transmitir as pilotos codificadas.



- continuar com estimação para STC-OFDM
(Ministrado no Quadro)
- Incluir estimação para SFC-OFDM
(Ministrado no Quadro)

OFDMA

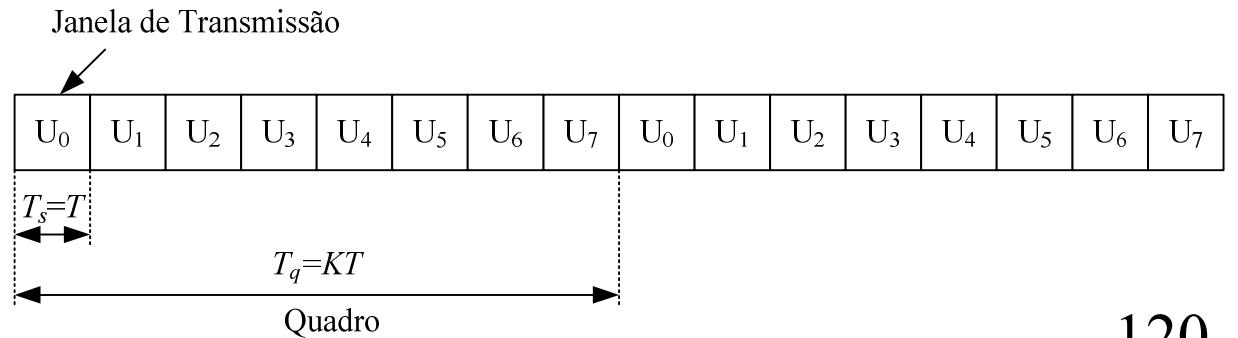
Múltiplo Acesso para OFDM

- Desafios para o sistema de acesso banda larga sem fio:
 - fornecer elevada taxa de dados para vários usuários em uma área restrita, com uma largura de faixa finita e potência limitada.
- Princípio do Múltiplo Acesso:
 - permitir que os recursos totais do sistema (largura de faixa e potência) sejam compartilhados entre vários usuários.
- A técnica de múltiplo acesso empregada no OFDM possui uma grande influência na eficiência energética e espectral do sistema.
- O OFDM pode ser combinado com diferentes técnicas de múltiplo acesso para permitir o compartilhamento de recursos de uma rede sem fio.

OFDM-TDMA

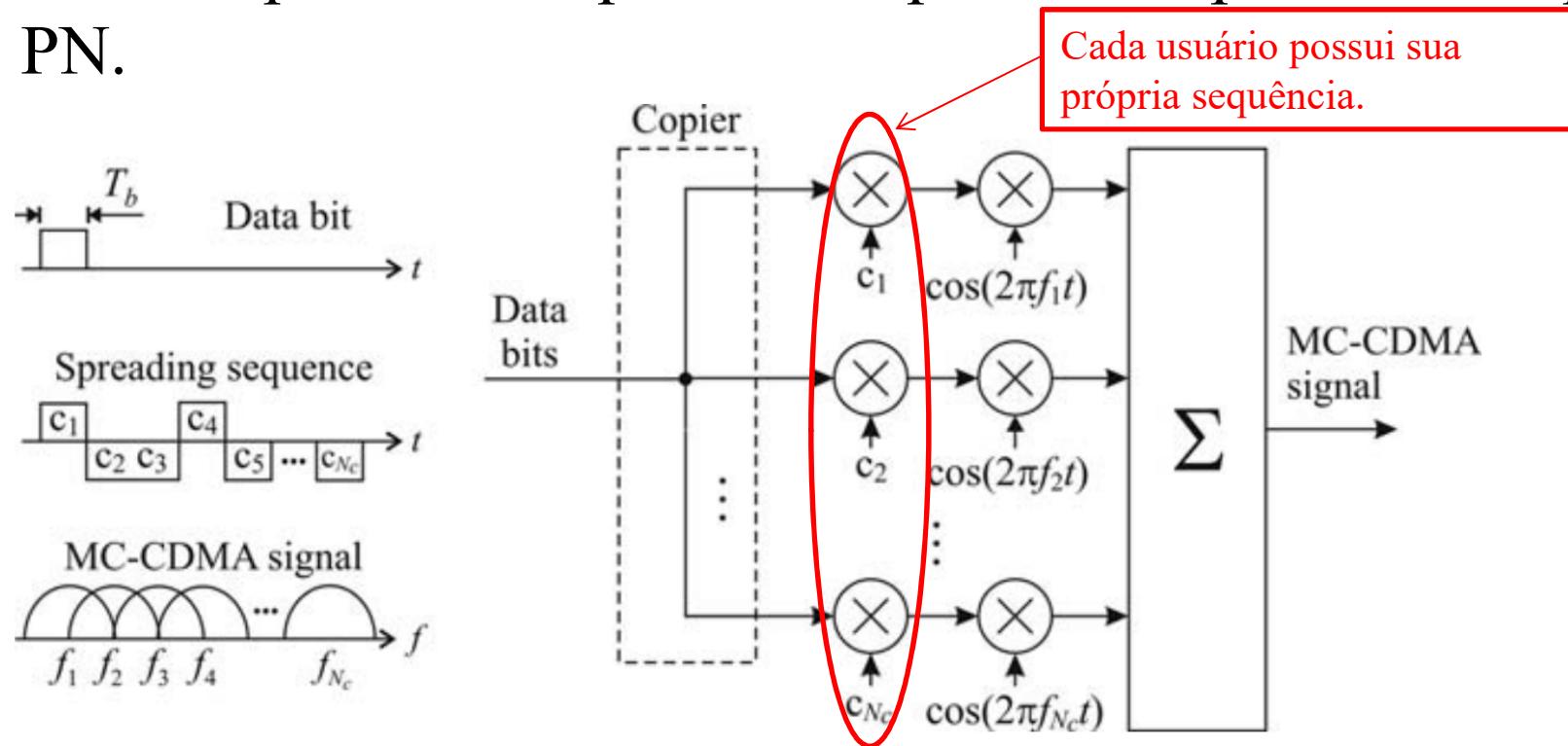
- Cada m usuário utiliza o canal de comunicação dentro de uma janela de tempo.
- A taxa de transmissão do usuário é muito elevada, mas por um breve instante de tempo.
- A agenda de alocação de janelas para os usuários pode ser estática ou dinâmica.
- No caso do OFDM-TDMA, a janela de tempo mínima de um usuário é a duração de um símbolo OFDM.
- Um quadro OFDM-TDMA é formado por um conjunto de símbolos OFDM que resulte em um ciclo de transmissão dos usuários.
- O sincronismo entre as estações é fundamental para garantir que as janelas de sinalização sejam respeitadas.

$$R_b = \frac{N \log_2(M)}{T_q}$$



MC-CDMA

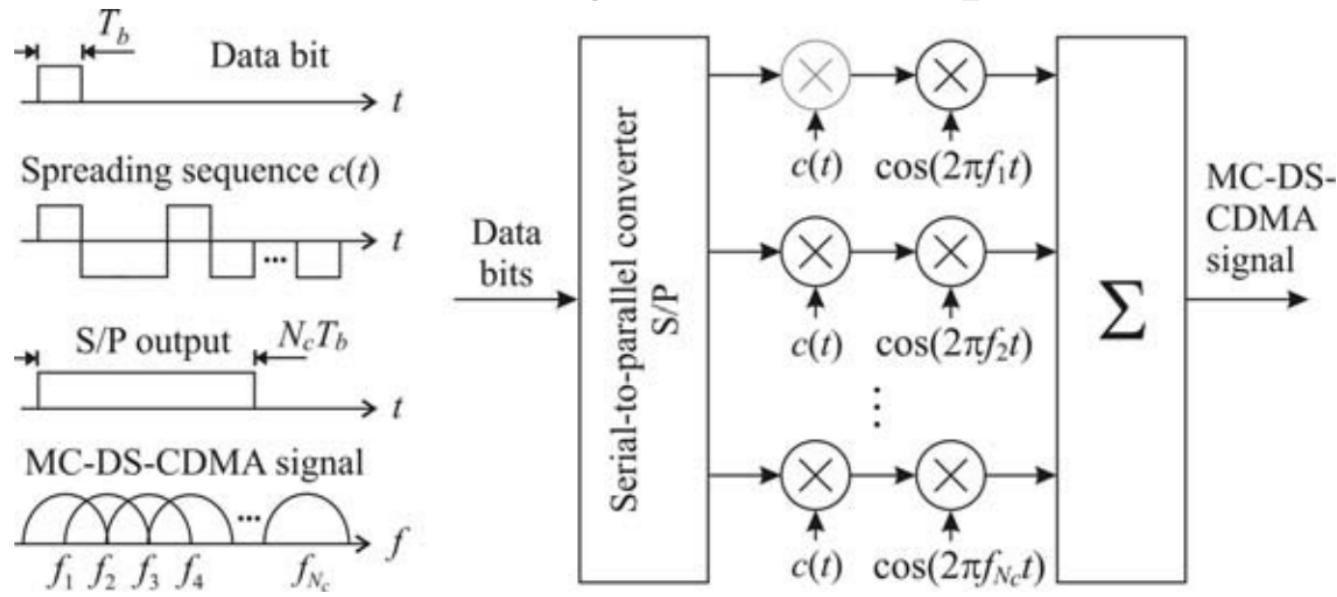
- Combina OFDM com CDMA para permitir o múltiplo acesso através do uso de códigos distintos para cada usuário.
- O mesmo dado é transmitido em todas as subportadoras, mas cada subportadora é ponderada por um chip de uma sequência PN.



Reprodução de: Guimarães, Dayan, Digital Transmission: A Simulation-Aided Introduction with VisSim/Comm, Springer, 2009.

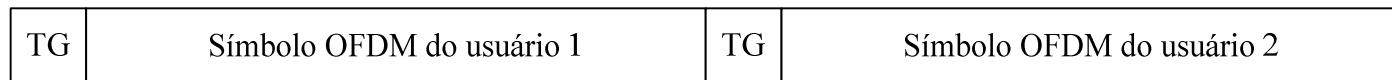
MC-DS-CDMA

- Esta técnica é uma variação do MC-CDMA, onde o espalhamento da informação é feito no domínio da frequência em cada subportadora.
- Neste caso, cada usuário possui uma sequência de espalhamento, que é empregada N vezes.
- O espaçamento entre as subportadoras pode ser $1/T$ ou $1/T_c$. Em ambos os casos, a ortogonalidade é preservada.



OFDMA

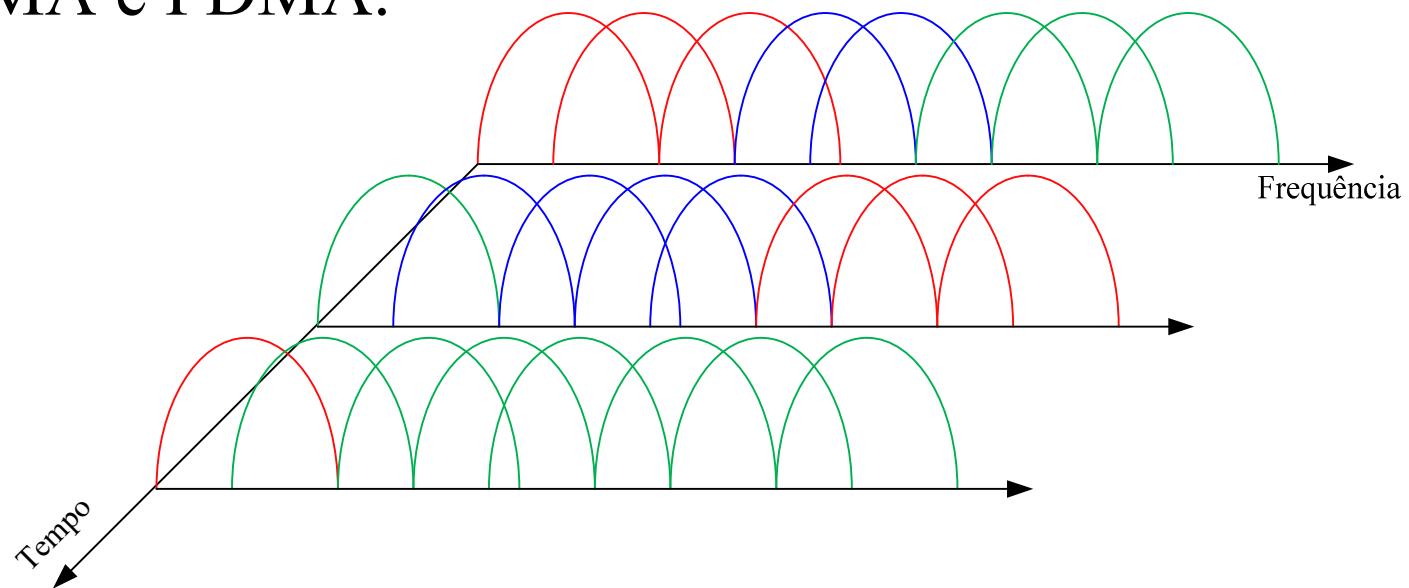
- No OFDM-TDMA, um símbolo OFDM é alocado para um único usuário, que deve alocar seus dados nas N portadoras disponíveis.
- Um segundo usuário somente poderá utilizar os recursos do sistema na transmissão de um próximo símbolo OFDM.



- A capacidade de carga de dados de um símbolo OFDM é muito elevada, o que significa que comumente um usuário não possui dados suficientes para completar um símbolo em uma dada janela.
- As subportadoras que não precisam ser utilizadas transmitem dados de enchimento, reduzindo a eficiência espectral do sistema.

OFDMA

- A ideia do OFDMA é reduzir essa ineficiência, permitindo que diferentes usuários transmitam dados em um mesmo símbolo OFDM.
- Assim, em uma janela de sinalização, diferentes usuários transmitem seus dados empregando subportadoras distintas.
- Logo, pode-se pensar no OFDMA como uma técnica híbrida entre TDMA e FDMA.

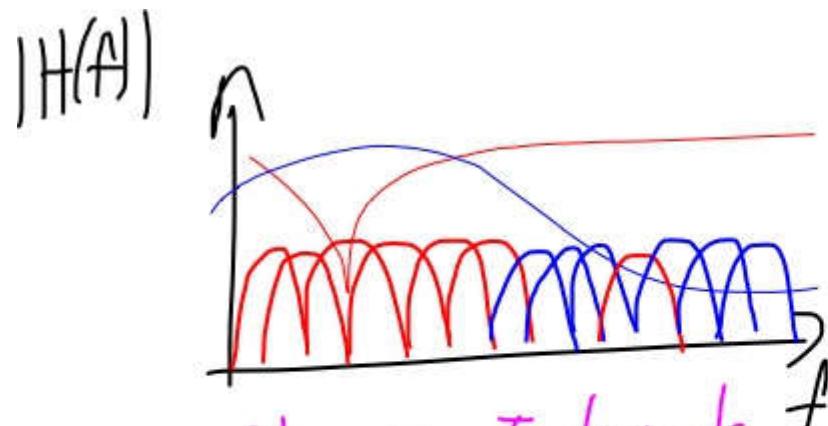


OFDMA

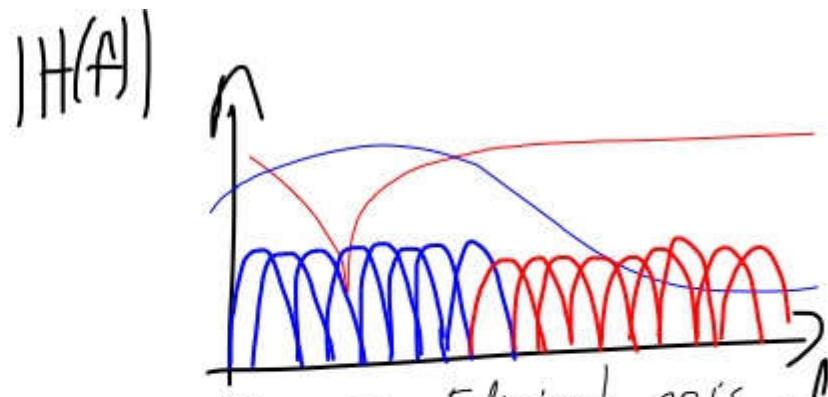
- A grande dificuldade no OFDMA é garantir que os sinais de todos os usuários cheguem simultaneamente no receptor.
- Isso significa que a geração de sinais provenientes de fontes independentes deve ser sincronizada no tempo. Todos os usuários devem estar sincronizados.
- O tempo de propagação diferente de cada usuário deve ser compensado para garantir que os sinais cheguem ao mesmo instante na ERB.
- Deve-se estimar o atraso de propagação de cada usuário constantemente para garantir a correta operação do sistema.
- A complexidade deste esquema faz com que o OFDMA normalmente somente seja empregado nos enlaces de descida, onde todo o sinal é gerado em um único ponto (ERB).

OFDMA – Alocação de Recursos

- O número de portadoras alocadas para um dado usuário depende da taxa de transmissão requerida.
- Para que haja maior eficiência, é necessário alocar as subportadoras do espectro para um usuário em função de sua resposta em frequência.



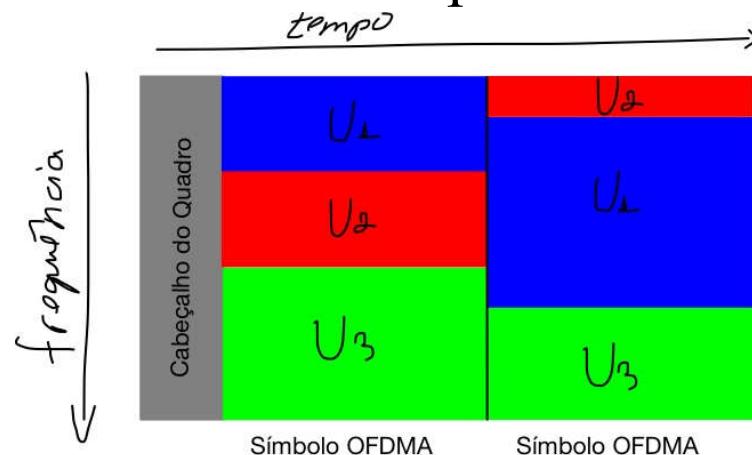
Alocação Ineficiente,
pois não observa as
cardiacos do canal para
cada usuário



Alocação Eficiente pois
leva em consideração a
resposta em frequência
do canal.

OFDMA – Alocação de Recursos

- O OFDMA necessita de diversas informações para operar de forma eficiente:
 1. O transmissor precisa conhecer o canal de todos os usuários. No OFDM convencional, apenas o receptor precisava conhecer a sua resposta em frequência.
 2. O receptor precisa saber, a cada símbolo OFDM, quais são as subportadoras alocadas para o seu uso.
 3. No caso do uso do OFDMA no enlace de subida, cada transmissor precisa conhecer o seu atraso individual.
- A transmissão destes dados extras requer o uso de um quadro com um cabeçalho, reduzindo a eficiência espectral do sistema.

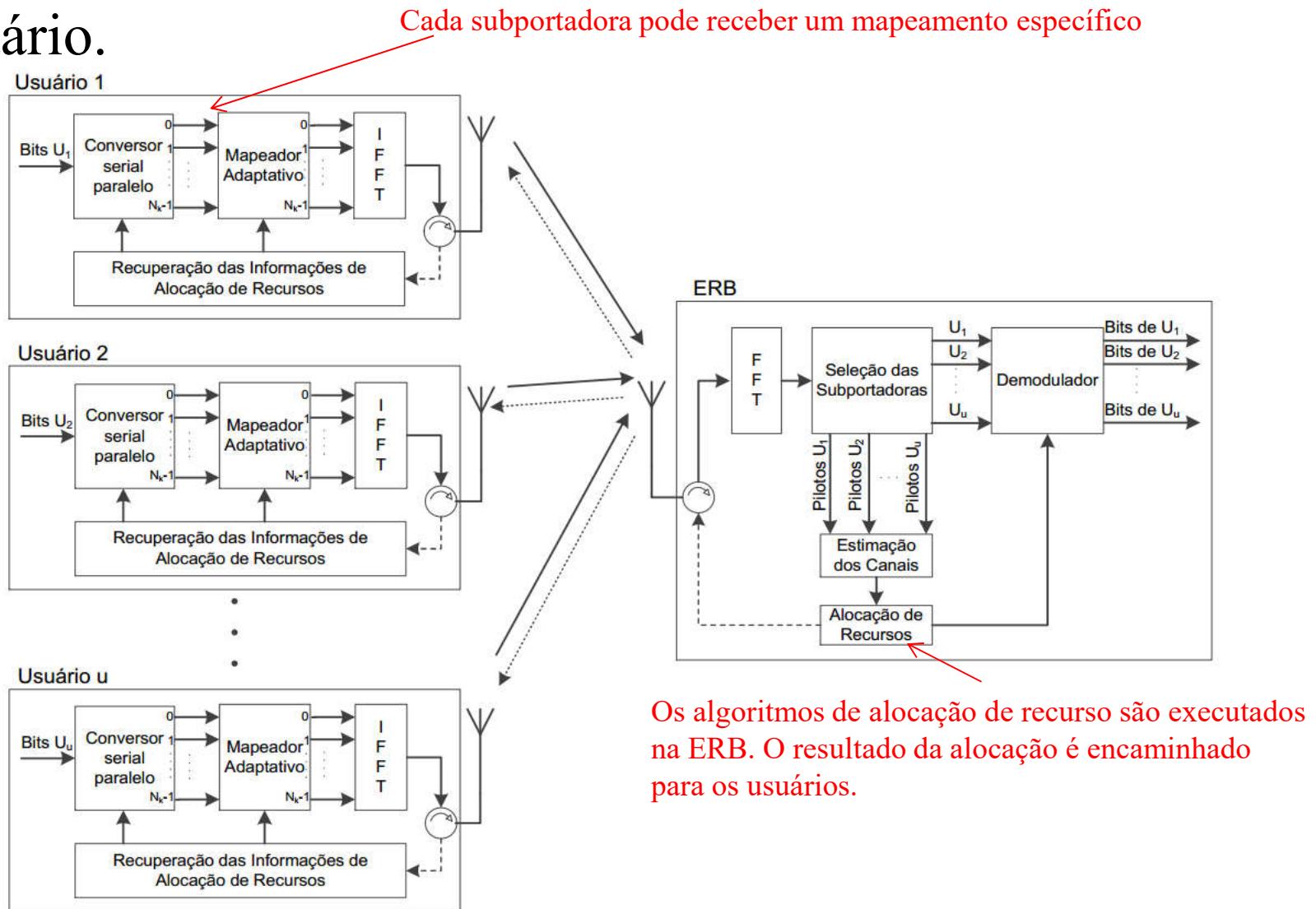


OFDMA – Alocação de Recursos

- No entanto, o fato de alocar-se recursos de acordo com a resposta do canal, utilizando modulação e codificação adaptativas, permite aumentar a vazão de cada usuário, compensando a transmissão do cabeçalho.
- Vantagens do OFDMA:
 1. Flexibilidade para explorar os canais de comunicação de forma mais eficiente.
 2. Possibilidade de um mesmo símbolo OFDM transportar dados de usuários com diferentes requisitos de QoS, vazão e robustez.
 3. Redução da PAPR no caso de usuários que transmitem apenas suas subportadoras.
 4. Economia de energia, devido a não transmissão de dados de enchimento.

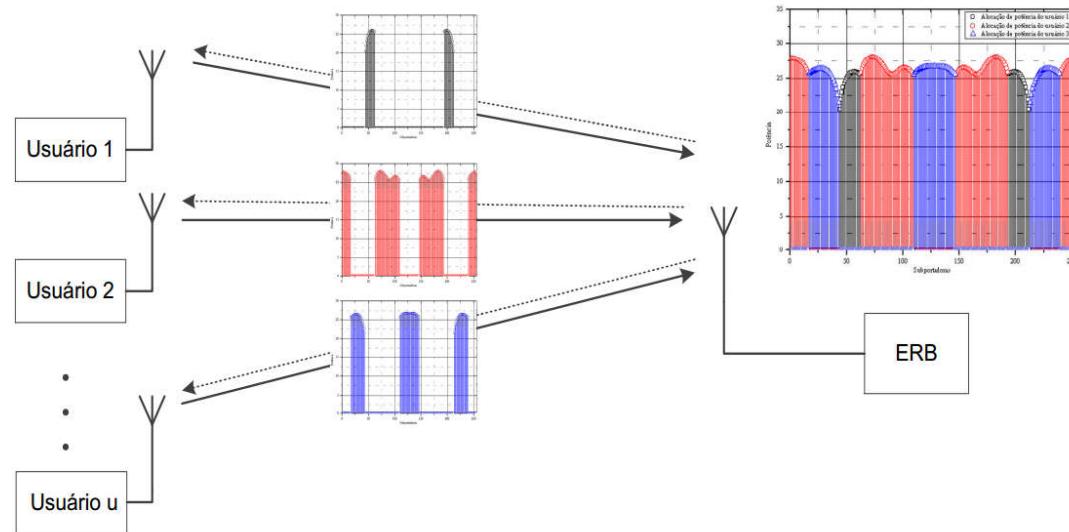
OFDMA – Alocação de Recursos

- Os algoritmos de alocação de recursos são executados na ERB, pois estes dependem da resposta do canal de cada usuário.



OFDMA – Alocação de Recursos

- Basicamente, os algoritmos de alocação de recursos determinam:
 1. quais subportadoras devem ser alocadas para quais usuários;
 2. qual a quantidade de potência que o usuário deve alocar em cada subportadora e;
 3. a quantidade de bits/símbolo que devem ser transmitidos em cada subportadora.



OFDMA – Alocação de Recursos

- Capacidade de carga de uma subportadora em função da relação sinal-ruído:

Número de dimensões da constelação:
PAM: D=1; M-QAM: D=2.

$$b = \frac{D}{2} \log_2 \left(1 + \frac{SNR}{\Gamma} \right)$$

SNR gap: diferença entre a capacidade máxima teórica e a capacidade que pode ser obtido em função da SER desejada.

- O valor do SNR gap para constelação M -QAM é dado por:

$$\Gamma = \frac{1}{3} \left\{ Q^{-1} \left[\frac{P_{es}}{4} \right] \right\}^2$$

SER alvo.

- Fica claro que a definição da potência alocada para uma dada subportadora determina a carga de bits que o usuário pode alocar nesta subportadora, em função da SER alvo desejada.

Algoritmo de Water-filling

- Este algoritmo é baseado na teoria de Water-filling, que define a distribuição de potência em subcanais, maximizando a vazão total do sistema.
- O teorema de Water-filling responde a seguinte pergunta:

“Qual é a maneira de distribuir uma potência total finita, P , entre N subportadoras, cada uma afetada por um desvanecimento H_i , de modo que se obtenha a máxima vazão possível?”

- Sendo que o símbolo recebido na i -ésima subportadora é

$$c_i' = c_i \cdot H_i + n_i$$

e a potência alocada ao símbolo c_i é P_i , tem-se que a relação sinal-ruído nesta subportadora é $|H_i|^2 P_i / \sigma^2$, de modo que

$$b_i = \log_2 \left(1 + \frac{|H_i|^2 P_i}{\Gamma \sigma^2} \right)$$

Algoritmo de Water-filling

- A eficiência espectral média de um símbolo OFDM é dada por

$$b = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \log_2 \left(1 + \frac{|H_i|^2 P_i}{\Gamma \sigma^2} \right)$$

- Para maximizar b deve-se encontrar a melhor distribuição de potência entre as subportadoras em função da resposta do canal.
- Este é um problema de otimização que pode ser resolvido pelo método dos multiplicadores de Lagrange.
- A restrição do problema de otimização é:

$$\sum_{i=0}^{N-1} P_i = P \quad P_i > 0$$

Solução do problema de otimização no quadro.

Simulação de alocação por water-filling no Matlab.

Algoritmo de Water-filling

- Solução para o problema de otimização:

$$P_i = \frac{P}{N} + \frac{\Gamma\sigma^2}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{1}{|H_i|^2} - \frac{\Gamma\sigma^2}{|H_i|^2}$$

1. O resultado obtido através do algoritmo de water-filling determina a potência que deve ser alocada em cada subportadora.
2. Se H_i for constante, então a potência alocada a cada subportadora será P/N .
3. Se H_i for variante na frequência, então a subportadora que apresentar o maior ganho receberá uma maior parcela de potência.
4. Se H_i for muito elevado, ao passo que o valor médio da ação do canal resulta em um ganho baixo, então a i -ésima subportadora irá receber uma potência próxima da potência máxima:

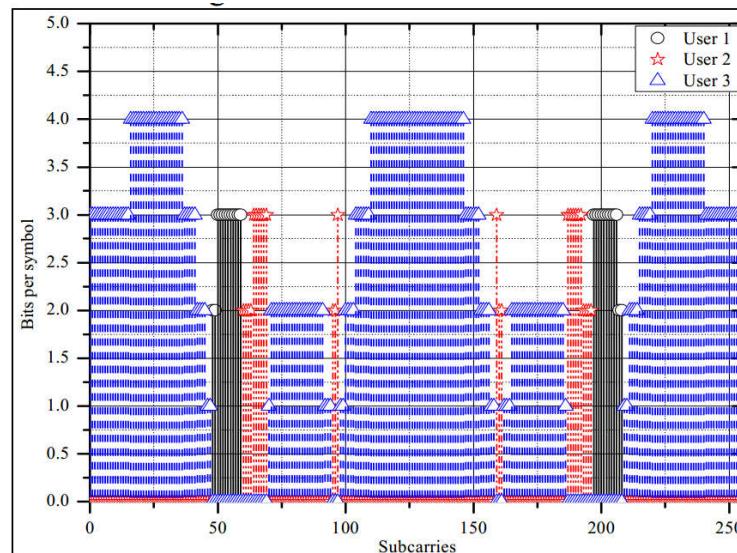
$$P_i = \frac{P}{N} + \frac{\Gamma\sigma^2}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{1}{|H_i|^2}$$

Algoritmo de Water-filling

- O algoritmo de Water-filling é executado para cada usuário individualmente.
- Uma dada subportadora é alocada para o usuário que conseguir atribuir a maior potência nesta subportadora.
- Assim, a subportadora é alocada para o usuário que conseguir transmitir a maior quantidade de bits por símbolo.

$$b_i = \log_2 \left(1 + \frac{|H_i|^2 P_i}{\Gamma \sigma^2} \right)$$

- Isso significa que este processo de alocação maximiza a vazão total do sistema.
- No entanto, esta distribuição não é justa, pois um usuário que experimenta um canal muito severo pode ter poucas, senão nenhuma subportadora alocada, passando a ter uma vazão muito baixa.



Algoritmo Water-filling Modificado

- O algoritmo de Water-filling modificado visa aumentar a igualdade (*fairness*) de acesso ao meio, levando em consideração tanto as condições do canal de comunicação dos usuários quanto a vazão mínima individual.
- Neste caso, subportadoras são alocadas para um usuário, mesmo que haja outro usuário em melhores condições de explorar o subcanal.
- Isso significa que a vazão total do OFDMA irá ser reduzida, se comparada com o resultado obtido com o algoritmo de Water-filling, mas as taxas mínimas requeridas por cada usuário serão atendidas.

Algoritmo Water-filling Modificado

- Este algoritmo é dividido nos seguintes passos:
 1. Determinar o usuário que melhor pode explorar o canal, ou seja, que pode atingir a maior vazão:

Calulado para cada usuário.
Quem apresentar maior valor de b é o usuário prioritário.

$$b = \sum_{i=0}^{N-1} \log_2 \left(1 + \frac{|H_i|^2 P_i}{\Gamma \sigma^2} \right)$$

2. A subportadora de maior ordem de modulação do usuário prioritário é alocada. A quantidade de bits que a portadora pode transmitir é deduzida da vazão requerida pelo usuário prioritário. Essa portadora não pode ser usada por nenhum outro usuário.
3. O passo 2 é repetido sucessivamente para os usuários com as sucessivas prioridades, até que a vazão mínima de todos seja atendida.

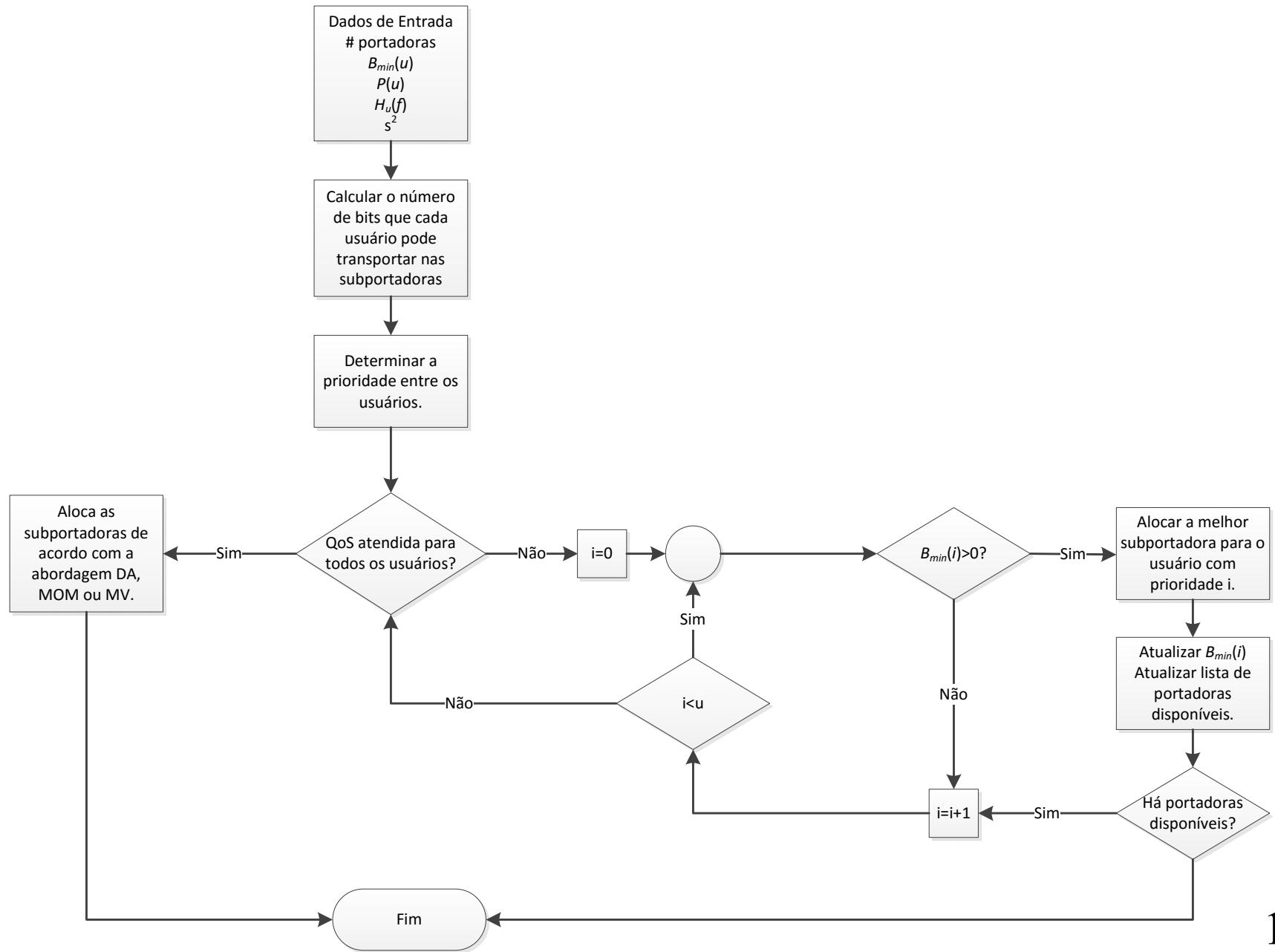
Algoritmo Water-filling Modificado

- Existem duas possibilidades depois que todos os usuários atingem suas respectivas vazões mínimas e caso haja subportadoras sobressalentes:
 - a. É possível maximizar a vazão dos usuários;
 - b. É possível aumentar a robustez.
- Em ambos os casos, as subportadoras sobressalentes podem ser alocadas para os usuários seguindo uma das seguintes abordagens:
 - Distribuição Aleatória: as subportadoras sobressalentes são sorteadas entre os usuários;
 - Máxima Ordem de Modulação: uma subportadora sobressalente é alocada para o usuário que puder transmitir a maior quantidade de bits.
 - Máxima Vazão: As subportadoras sobressalentes são alocadas para o usuário que pode atingir a maior vazão média.

WFM para Maximizar Vazão

- O procedimento para aumentar a vazão em alocar mais subportadoras para os usuários que irão transmitir novos bits.
- Assim, a carga total de cada usuário será maior do que a vazão mínima especificada, o que significa que a taxa de dados individual será maior.
- Isso resulta em manter SER estipulada inicialmente, mas atingir taxas mais elevadas do que o requisito mínimo.

WFM para Maximizar vazão



WFM para Maximizar Vazão

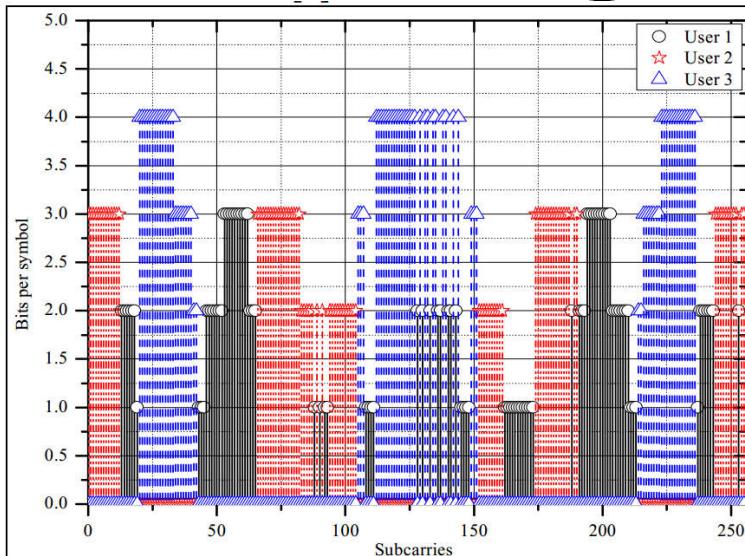


Figure 5. Subcarrier allocation using MWA with Random Distribution Priority.

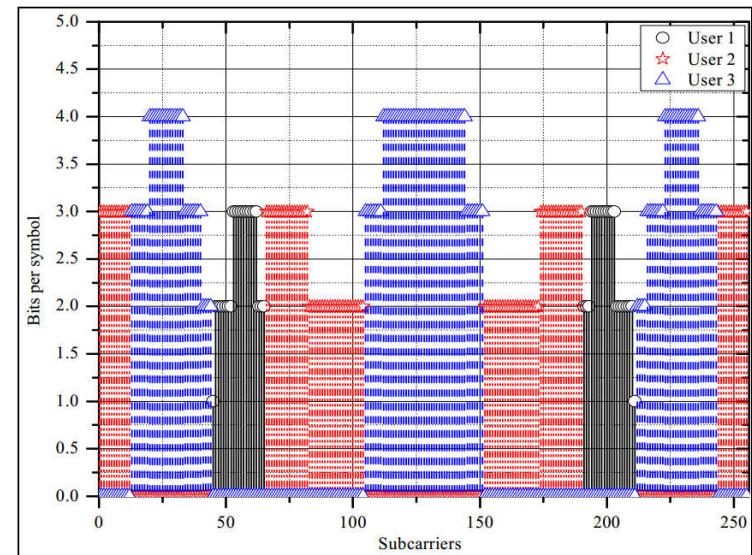


Figure 6. Subcarrier allocation using MWA with Maximum Modulation Order Priority.

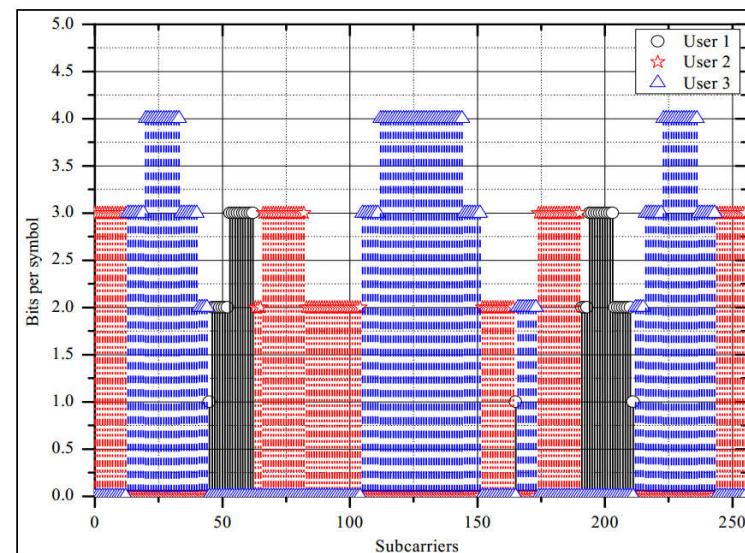
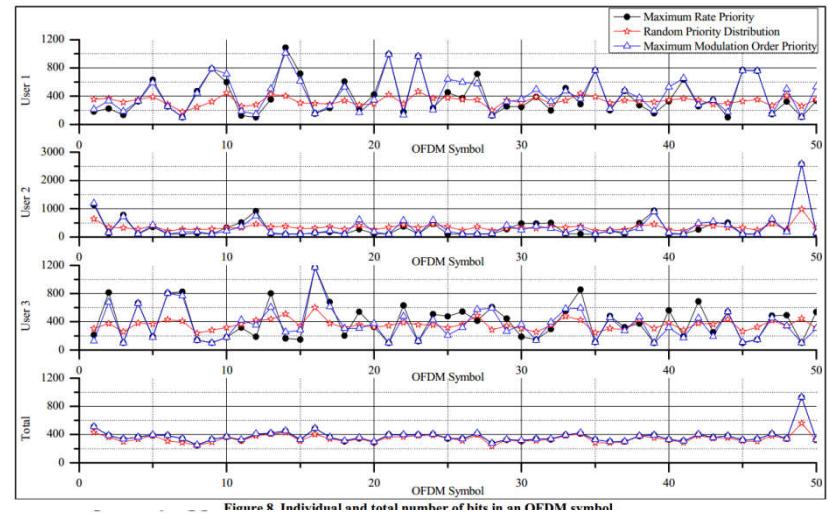


Figure 7. Subcarrier allocation using MWA with Maximum Rate Priority.



	Bits User 1	Bits User 2	Bits User 3	Total
Random	300.38	313.06	369.62	327.67
Maximum Modulation	293.10	318.74	453.56	355.10
Maximum Rate	263.18	299.76	495.2	352.71

WFM para Maximizar vazão

- Exercício: utilize o WFM para distribuir as subportadoras e definir a ordem de modulação para três usuários, sabendo que:

$$N=8$$

$$B_{min}=10$$

$$P=100$$

$$P_{es}=10^{-5}$$

$$\sigma^2=10^{-1}$$

$$H_1=[0.3 \quad 0.2 \quad 0.4 \quad 0.6 \quad 0.8 \quad 1.0 \quad 1.2 \quad 1.3]$$

$$H_2=[1.0 \quad 0.8 \quad 1.4 \quad 0.3 \quad 0.2 \quad 0.1 \quad 0.2 \quad 0.3]$$

$$H_3=[0.1 \quad 0.2 \quad 0.3 \quad 2.6 \quad 2.8 \quad 0.3 \quad 0.1 \quad 0.1]$$

WFM para Maximizar Robustez

- O procedimento para aumentar robustez consiste em dividir a carga das subportadoras alocadas inicialmente com as novas subportadoras alocadas para um dado usuário.
- Assim, a subportadora passa a transportar uma carga menor do que sua máxima capacidade, reduzindo a ordem da modulação.
- Isso resulta em manter a vazão mínima do usuário, mas atingir taxas de erro de símbolo mais baixas do que aquela especificada incialmente.
- Tipicamente, aloca-se no máximo $b_{u,n}/2$ na nova subportadora de um dado usuário.
- Fluxograma apresentado no quadro.

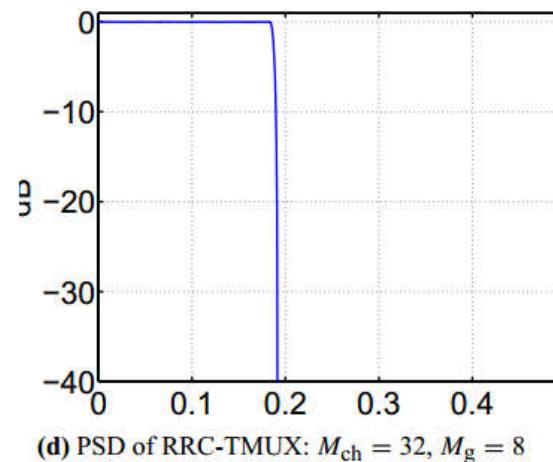
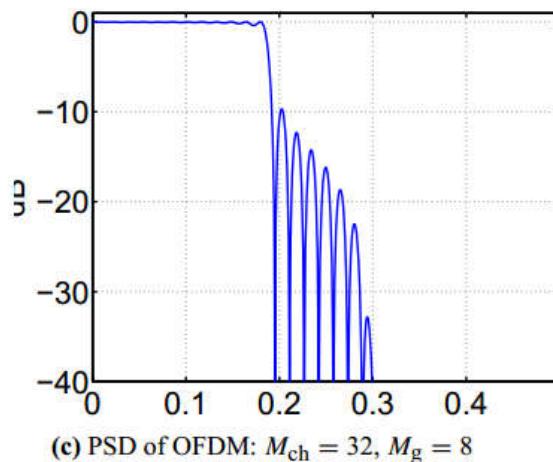
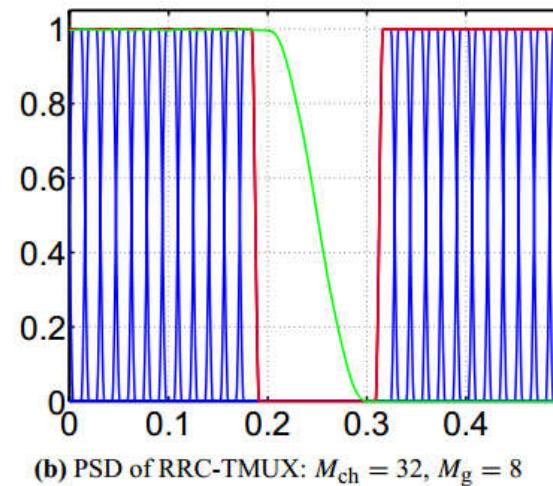
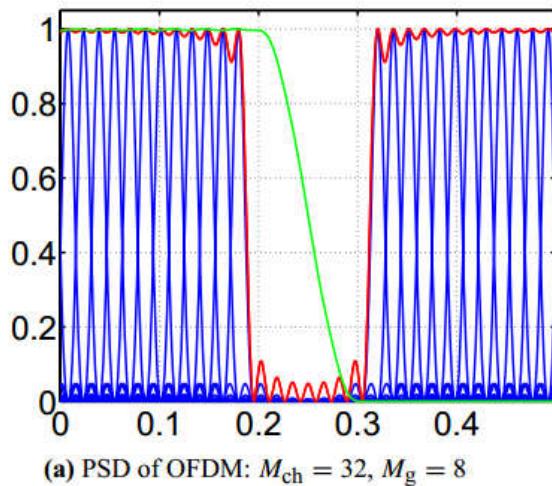
FBMC

Filter Bank Multicarrier

- FBMC é uma técnica de transmissão que emprega múltiplas portadoras que não são ortogonais entre si.
- Cada subportadora trafega um símbolo empregando um formato de pulso oriundo de um filtro de transmissão.
- Este filtro é projetado para que uma dada subportadora sofra a influência apenas das subportadoras adjacentes.
- Logo, no FBMC há ICI, mas apenas das subportadoras adjacentes.
- FBMC é uma técnica adequada para:
 - a. canais com efeito Doppler elevado que degrada a ortogonalidade entre as subportadoras (situação que causa ICI entre todas as subportadoras do OFDM);
 - b. situações onde a banda de coerência do canal é menor do que a largura de faixa de uma subportadora.
- Existem diferentes formas de FBMC: *Staggered Modulated Multitone*, *Cosine Modulated Multitone* e *Filtered Multitone*.

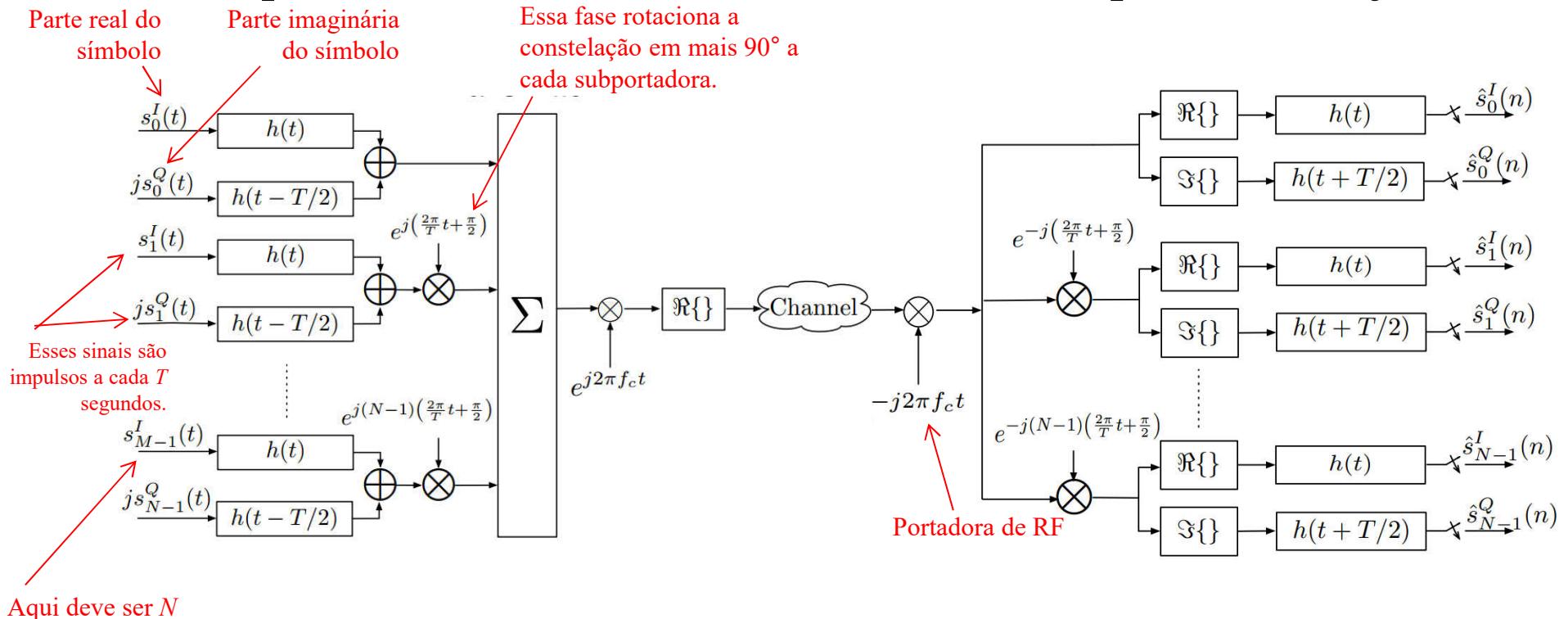
Filter Bank Multicarrier

- O FBMC reduz consideravelmente o nível de emissão fora da faixa, tornando esta técnica mais adequada para Rádios Cognitivos.
- Comparação das características espectrais do OFDM e FBMC.



FBMC – *Staggered Modulated Multitone*

- O SMT é caracterizado pela transmissão de N subfeixes em paralelo, sendo que a componente imaginária de cada subfeixe está defasada em $T/2$ segundos da componente real.
 - Cada subportadora está distante de $1/T$ Hz de sua portadora adjacente.



FBMC – Staggered Modulated Multitone

- O sinal transmitido na m -ésima subportadora é:

$$x_m(t) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} (s_m^I[l]h(t - lT) + js_m^Q[l]h(t - lT - T/2)) e^{jm(\frac{2\pi t}{T} + \frac{\pi}{2})}$$

- O sinal SMT em banda base é dado pela soma de todas as componentes espectrais.

$$x(t) = \sum_{m=0}^{N-1} x_m(t)$$

- Processo para detecção da parte real dos símbolos transmitidos na k -ésima subportadora:

Filtro casado

$$\hat{s}_k^I[n] = \Re[h(-t) \star y_k(t)]|_{t=nT} = \Re \left[\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau - nT) y_k(\tau) d\tau \right]$$

$$\hat{s}_k^I[n] = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{m=0}^{N-1} \int_{-\infty}^{\infty} \Re \left[h(\tau - nT) \left(s_m^I[l]h(\tau - lT) + js_m^Q[l]h(\tau - lT - T/2) \right) e^{j(m-k)(\frac{2\pi\tau}{T} + \frac{\pi}{2})} \right] d\tau.$$

$$\hat{s}_k^I[n] = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{m=0}^{N-1} \int_{-\infty}^{\infty} \left[s_m^I[n+l]h(\tau - lT)h(\tau) \cos \left((m-k) \left(\frac{2\pi\tau}{T} + \frac{\pi}{2} \right) \right) - s_m^Q[n+l]h(\tau - lT - T/2)h(\tau) \sin \left((m-k) \left(\frac{2\pi\tau}{T} + \frac{\pi}{2} \right) \right) \right] d\tau$$

FBMC – *Staggered Modulated Multitone*

- O processo de recepção da parte imaginária é similar, onde:

$$\hat{s}_k^Q[n] = \Im[h(t + T/2) * y_k(t) |_{t=nT}]$$

$$\hat{s}_k^Q[n] = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{m=0}^{M-1} \int_{-\infty}^{\infty} [s_m^I[n+l]h(\tau - lT)h(\tau + T/2) \sin \left((m-k) \left(\frac{2\pi\tau}{T} + \frac{\pi}{2} \right) \right) + s_m^Q[l+n]h(\tau - lT + T/2)h(\tau + T/2) \cos \left((m-k) \left(\frac{2\pi\tau}{T} + \frac{\pi}{2} \right) \right)] d\tau$$

- O filtro de transmissão, $h(t)$, deve ser escolhido de forma a minimizar interferências no símbolo desejado. Este pulso deve ser uma função real e par e ainda deve atender as seguintes condições:

$$\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau - lT)h(\tau) \cos \left((m-k) \left(\frac{2\pi\tau}{T} + \frac{\pi}{2} \right) \right) d\tau = \delta[m-k, l] \rightarrow \text{Para receber a parte real sem ICI}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau - lT - T/2)h(\tau) \sin \left((m-k) \left(\frac{2\pi\tau}{T} + \frac{\pi}{2} \right) \right) d\tau = 0 \rightarrow \text{Para que a parte imaginária não cause interferência na parte real}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau - lT)h(\tau + T/2) \sin \left((m-k) \left(\frac{2\pi\tau}{T} + \frac{\pi}{2} \right) \right) d\tau = 0 \rightarrow \text{Para que a parte real não cause interferência na parte imaginária}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau - lT + T/2)h(\tau + T/2) \cos \left((m-k) \left(\frac{2\pi\tau}{T} + \frac{\pi}{2} \right) \right) d\tau = \delta[m-k, l] \rightarrow \text{Para receber a parte imaginária sem ICI}$$

- O filtro Raiz de Cosseno Elevado atende estas condições.

FBMC – *Staggered Modulated Multitone*

- Caso a banda de coerência seja maior do que a largura de faixa de uma subportadora, o FBMC-SMT pode empregar um equalizador de uma tomada por subportadora.
- Caso a banda de coerência seja menor do que a largura de faixa de uma subportadora, pode-se empregar um equalizador operando a uma taxa NT_s para eliminar a influência do canal.
- No segundo caso, o OFDM convencional não iria apresentar um desempenho satisfatório.

Incluir:

- 1) FBMC - CMT
- 2) GFDM
- 3) Técnicas de recepção e desempenho de GFDM