

Аргументы можно менять местами: $Cov(X, Y) = Cov(Y, X)$

Константу можно выносить за ковариацию: $Cov(\alpha X, Y) = \alpha Cov(X, Y)$

Ковариация линейна, т.е. ковариация суммы равна сумме ковариаций: $Cov(X, Y + Z) = Cov(X, Y) + Cov(X, Z)$

А в 9-м классе: $\vec{x} \cdot (\vec{y} + \vec{z}) = \vec{x} \cdot \vec{y} + \vec{x} \cdot \vec{z}$

Неотрицательность дисперсии: $Var(X) \geq 0$

Константа выносится с квадратом: $Var(\alpha X) = \alpha^2 \cdot Var(X)$

Дисперсия суммы:

$$Var(X + Y) = Cov(X + Y, X + Y) = Cov(X, X) + Cov(Y, Y) + 2Cov(X, Y) = \\ = Var(X) + Var(Y) + 2Cov(X, Y)$$

В общем случае дисперсия суммы - это сумма отдельных дисперсий плюс все попарные ковариации, помноженные на два:

$$Var(X + Y + \dots + Z) = Var(X) + Var(Y) + \dots + Var(Z) + 2Cov(X, Y) + 2Cov(X, Z) + \dots + 2Cov(Y, Z)$$

$$\sigma_X = \sqrt{Var(X)}$$

Положительную константу можно выносить из стандартного отклонения: $\sigma_{\alpha X} = |\alpha| \sigma_X$

Корреляция лежит в отрезке $[-1; 1]$ (как и косинус угла)

Связь корреляции и ковариации:

$$cor(X, Y) = \frac{Cov(X, Y)}{\sigma_X \cdot \sigma_Y}$$

Умножение случайной величины на положительную константу не меняет корреляции: $cor(\alpha X, Y) = cor(X, Y)$, если $\alpha > 0$

Умножение случайной величины на отрицательную константу меняет знак корреляции: $cor(\alpha X, Y) = -cor(X, Y)$, если $\alpha < 0$

Корреляция величины самой с собой равна единице: $cor(X, X) = 1$

$$\cos(\vec{x}, \vec{x}) = 1$$

Если длину измерять с помощью стандартной ошибки, то константы имеют нулевую длину.

Поэтому прибавление константы не влияет на дисперсию, ковариацию и корреляцию:

$$Var(X + a) = Var(X),$$

$$Cov(X + a, Y) = Cov(X, Y),$$

$$cor(X + a, Y) = cor(X, Y)$$