

1. Сформулируйте определения несмещённости, состоятельности и эффективности оценок.
2. На курсе учится 300 человек. Предположим, что число студентов, не явившихся на экзамен, хорошо описывается законом Пуассона.
  - а) Методом максимального правдоподобия найдите оценку параметра распределения Пуассона.
  - б) Проверьте выполнение свойств несмещённости, эффективности и состоятельности для данной оценки.
  - в) Найдите оценку максимального правдоподобия для вероятности стопроцентной явки студентов на экзамен.
  - г) Используя дельта-метод, постройте для этой вероятности асимптотический доверительный интервал.
3. Фармацевтическая компания выпустила новое лекарство от бессонницы, утверждая, что оно помогает 80% людей, страдающих бессонницей. Чтобы проверить утверждение компании, случайным образом выбираются 20 человек, страдающих бессонницей. Обозначим за  $Y$  количество человек из выборки, которым лекарство помогло. Основная гипотеза,  $H_0: p = 0.9$ , альтернативная гипотеза  $H_a: p = 0.7$ . Критическая область:  $\{Y < 12\}$ .
  - а) В терминах этой задачи сформулируйте, что является ошибкой первого рода. Найдите уровень значимости, соответствующий заданной критической области.
  - б) В терминах этой задачи сформулируйте, что является ошибкой второго рода. Найдите вероятность ошибки второго рода.
  - в) Найдите такое значение  $c$ , что вероятность ошибки первого рода  $\alpha \approx 0.1$  при критической области вида  $\{Y < c\}$ . Найдите соответствующее значение вероятности ошибки второго рода.
  - г) Каким должен быть размер выборки, чтобы выборочная доля страдающих бессонницей отличалась от истинной вероятности не более, чем на 0.02 с вероятностью не менее, чем 0.95?
4. Вася Сидоров утверждает, что ходит в кино в два раза чаще, чем на лекции по статистике, на лекции по статистике в два раза чаще, чем в спортзал. За последние полгода он 15 раз был в спортзале, 2 раза — на лекциях по статистике и 35 раз в кино.

При помощи критерия хи-квадрат Пирсона на уровне значимости 0.05 проверьте, правдоподобно ли Васино утверждение.
5. У Евдокла есть случайная выборка из экспоненциального распределения с неизвестным параметром  $\lambda$  в 50 наблюдений,  $X_1, X_2, \dots, X_{50}$ . Оказалось, что  $\bar{X} = 1.2$ . Евдокл хочет проверить гипотезу о равенстве  $\lambda = 1$  против альтернативной гипотезы о неравенстве  $\lambda \neq 1$  на уровне значимости 0.1.

Помогите Евдоклу и проверьте гипотезу с помощью критерия отношения правдоподобия.

Пачка логарифмов:  $\ln 50 \approx 3.9$ ,  $\ln 55 \approx 4.0$ ,  $\ln 11 \approx 2.4$ ,  $\ln 60 \approx 4.1$ ,  $\ln 12 \approx 2.5$

6. Американский демографический журнал опубликовал исследование, в котором утверждается, что посетители крупных торговых центров за одно посещение тратят в выходные дни больше, чем в будние. Наибольшие расходы приходятся на воскресенье в период с 4 до 6 часов вечера. Для двух независимых выборок посетителей средние расходы и выборочные стандартные отклонения расходов составили

	Выходные	Рабочие дни
Число наблюдений	22	18
Средние расходы (\$)	79	66
Выборочное стандартное отклонение (\$)	22	20

- Проверьте гипотезу о равенстве дисперсий расходов
  - Предполагая, что дисперсии расходов одинаковы, проверьте гипотезу об отсутствии разницы в расходах в выходные и будние дни.
  - Сформулируйте все необходимые для проверки гипотез предыдущих пунктов предпосылки.
7. Винни Пух знает, что пчёлы и мёд бывают правильные и неправильные. По результатам 100 попыток добыть мёд Винни Пух составил таблицу сопряженности признаков.

	Мёд правильный	Мёд неправильный
Пчёлы правильные	14	34
Пчёлы неправильные	34	18

На уровне значимости 0.05 проверьте гипотезу о независимости характеристик пчёл и мёда.

