

1. Задача о макаронинах

В тарелке запутавшись лежат много-много макаронин. Я по очереди связываю попарно все торчащие концы макаронин.

- (a) Какова примерно вероятность того, что я свяжу все макаронины в одно большое кольцо?
- (b) Сколько в среднем колец образуется?
- (c) Каково среднее число колец длиной в одну макаронину?

2. Планета Плюк

На планету Плюк в случайных точках садятся n пепелацев. Радиосвязь между двумя точками на планете Плюк возможна, если центральный угол между этими двумя точками меньше $\pi/2$.

- (a) Какова вероятность того, что из любой точки планеты можно связаться хотя бы с одним пепелацем?
- (b) Какова вероятность того, что при $n = 3$ все три пепелаца смогут поддерживать связь друг с другом (необязательно напрямую, возможно через посредника)?

3. Чайник Рассела

Вокруг Солнца по эллиптической орбите вращается абсолютно плоский чайник Рассела с площадью 42 см^2 . Летающий Макаронный Монстр проецирует чайник Рассела на случайную плоскость.

Чему равна ожидаемая площадь проекции?

4. Чак Норрис против Брюса Ли

Чак Норрис хватается за верёвку в форму окружности в произвольной точке. Брюс Ли берёт мачете и с завязанными глазами разрубает верёвку в двух случайных независимых местах. Чак Норрис забирает себе тот кусок, за который держится. Брюс Ли забирает оставшийся кусок. Вся верёвка имеет единичную длину.

- (a) Чему равен ожидаемый длина куска верёвки, доставшегося Брюсу Ли?
- (b) Вероятность того, что у Брюса Ли верёвка длиннее?

5. Истеричная певица

Начинающая певица дает концерты каждый день. Каждый ее концерт приносит продюсеру 0.75 тысяч евро. После каждого концерта певица может впасть в депрессию с вероятностью 0.5. Самостоятельно выйти из депрессии певица не может. В депрессии она не в состоянии проводить концерты. Помочь ей могут только хризантемы от продюсера. Если подарить цветы на сумму $0 \leq x \leq 1$ тысяч евро, то она выйдет из депрессии с вероятностью \sqrt{x} .

Какова оптимальная стратегия продюсера, максимизирующего ожидаемую прибыль?

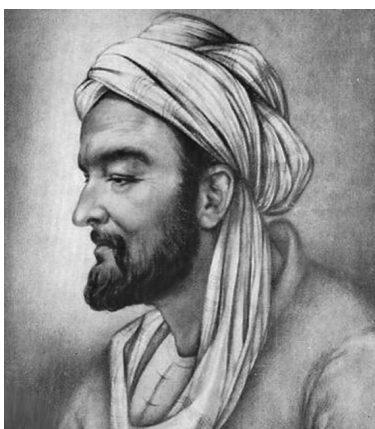
6. Гадалка

Джульетта пишет на бумажках два любых различных натуральных числа по своему выбору. Одну бумажку она прячет в левую руку, а другую — в правую. Ромео выбирает любую руку Джульетты. Джульетта показывает число, написанное на выбранной бумажке. Ромео высказывает свою догадку о том, открыл ли он большее из двух чисел или меньшее. Ромео выигрывает, если он угадал.

Приведите пример стратегии Ромео, дающей ему вероятность выигрыша строго больше 0.5 против любой стратегии Джульетты.

7. Мудрецы

В ряд друг за другом за бесконечным столом сидит счётное количество Мудрецов, постигающих Истину. Первым сидит Абу Али Хусейн ибн Абдуллах ибн аль-Хасан ибн Али ибн Сина:



«Коль смолоду избрал к заветной правде путь,
С невеждами не спорь, советы их забудь».

Каждый Мудрец может постигнуть Истину самостоятельно с вероятностью $1/9$ или же от соседа¹. Независимо от способа постижения Истины, просветлённый Мудрец поделится Истиной с соседом слева с вероятностью $2/9$ и с соседом справа также с вероятностью $2/9$ (независимо от соседа слева).

- (a) Какова вероятность того, что Абу Али Хусейн ибн Абдуллах ибн аль-Хасан ибн Али ибн Сина постигнет Истину?
- (b) Как изменится ответ, если ряд Мудрецов бесконечен в обе стороны?

¹Студенты постигают Истину примерно также!