



## Теория вероятностей и математическая статистика:

пересдача 20.09.2016

Можно пользоваться простым калькулятором. В каждом вопросе единственный верный ответ. Ни пуха, ни пера!

**Вопрос 1 ♣** Каждое утро в 8:00 Иван Андреевич Крылов, либо завтракает, либо уже позавтракал. В это же время кухарка либо заглядывает к Крылову, либо нет. По таблице сопряженности вычислите статистику  $\chi^2$  Пирсона для тестирования гипотезы о том, что визиты кухарки не зависят от того, позавтракал ли уже Крылов или нет.

Время 8:00	кухарка заходит	кухарка не заходит
Крылов завтракает	200	40
Крылов уже позавтракал	25	100

- ☐ A 39                      ☐ C 79                      ☒ 139  
☐ B 100                      ☐ D 179                      ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 2 ♣** Среди 100 случайно выбранных адтеков 20 платят дань Кулуакану, а 80 — Аскапоцалько. Соответственно, оценка доли адтеков, платящих дань Кулуакану, равна  $\hat{p} = 0.2$ . Разумная оценка дисперсии случайной величины  $\hat{p}$  равна

- ☐ A 0.4                      ☐ C 1.6                      ☐ E 0.04  
☐ B 0.16                      ☒ 0.0016                      ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 3** Обычную рублевую монетку подбрасывают четыре раза. Первые три раза она выпала орлом. Вероятность того, что она выпадет орлом в четвертый раз:

- ☐ A больше 0.5                      ☒ равна 0.5                      ☐ C меньше 0.5

**Вопрос 4 ♣** Имеется случайная выборка размера  $n$  из нормального распределения. При проверке гипотезы о равенстве математического ожидания заданному значению при неизвестной дисперсии используется статистика, имеющая распределение

- ☐ A  $\chi_n^2$                       ☒  $t_{n-1}$                       ☐ E  $\chi_{n-1}^2$   
☐ B  $t_n$                       ☐ D  $N(0, 1)$                       ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 5 ♣** Величины  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  независимы и нормальны  $N(0, 1)$ . Случайная величина  $\frac{Z_1^2 + Z_5^2}{Z_2^2 + Z_7^2}$  имеет распределение

- ☐ A  $F_{7,2}$                       ☒  $F_{2,2}$                       ☐ E  $F_{1,7}$   
☐ B  $F_{1,2}$                       ☐ D  $F_{2,7}$                       ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 6 ♣** Пусть  $\hat{\sigma}_1^2$  — несмещенная оценка дисперсии, полученная по первой выборке размером  $n_1$ ,  $\hat{\sigma}_2^2$  — несмещенная оценка дисперсии, полученная по второй выборке, с меньшим размером  $n_2$ . Тогда статистика  $\frac{\hat{\sigma}_1^2/n_1}{\hat{\sigma}_2^2/n_2}$  имеет распределение

- ☐ A  $t_{n_1+n_2-1}$                       ☐ C  $F_{n_1-1, n_2-1}$                       ☐ E  $F_{n_1, n_2}$   
☐ B  $N(0; 1)$                       ☐ D  $\chi_{n_1+n_2}^2$                       ☒ Нет верного ответа.



**Вопрос 7 ♣** Величины  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  независимы и нормальны  $N(0, 1)$ . Случайная величина  $Z_1^2/2 + Z_4^2/2 - Z_1 Z_4$  имеет распределение

- ☐ A  $\chi_4^2$  ☐ C  $\chi_3^2$  ☐ E  $\chi_2^2$   
☒ D  $\chi_1^2$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 8 ♣** Пусть  $X_1, X_2, \dots, X_{33}$  — выборка из распределения с математическим ожиданием  $\mu$  и стандартным отклонением  $\sigma$ . Известно, что  $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$ ,  $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$ . Несмещенная оценка  $\mu$  принимает значение

- ☒ A 1 ☐ C 3 ☐ E 0.33  
☐ B 10 ☐ D 3.3 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 9 ♣** Если P-значение (P-value) меньше уровня значимости  $\alpha$ , то гипотеза  $H_0 : \sigma = 1$

- ☐ A Отвергается, только если  $H_a : \sigma \neq 1$  ☒ B Отвергается, только если  $H_a : \sigma > 1$  ☐ C Не отвергается  
☐ D Отвергается, только если  $H_a : \sigma < 1$  ☐ E Нет верного ответа.

**Вопрос 10 ♣** Производитель мороженого попросил оценить по 10-бальной шкале два вида мороженого: с кусочками шоколада и с орешками. Было опрошено 5 человек.

	Евламий	Аристарх	Капитолина	Аграфена	Эвридика
С крошкой	10	6	7	5	4
С орехами	9	8	8	7	6

Вычислите модуль значения статистики теста знаков. Используя нормальную аппроксимацию, проверьте на уровне значимости 0.2 гипотезу об отсутствии предпочтения мороженого с орешками против альтернативы, что мороженое с орешками вкуснее.

- ☐ A 1.34,  $H_0$  не отвергается ☐ D 1.29,  $H_0$  не отвергается ☐ E 1.65,  $H_0$  отвергается  
☐ B 1.29,  $H_0$  отвергается ☐ C 1.96,  $H_0$  отвергается ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 11** Два обычных игральных кубика подбрасываются одновременно. Больше шансы выпасть у комбинации:

- ☐ A две шестерки ☒ B одна шестерка, одна пятерка ☐ C одинаковые шансы

**Вопрос 12 ♣** Все условия регулярности для применения метода максимального правдоподобия выполнены. Вторая производная лог-функции правдоподобия равна  $\ell''(\theta) = -100$ . Стандартная ошибка несмещенной эффективной оценки для параметра  $\theta$  равна

- ☐ A 10 ☐ C 1 ☐ E 100  
☒ B 0.1 ☐ D 0.01 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 13 ♣** Проверая гипотезу о равенстве дисперсий в двух выборках (размером в 3 и 5 наблюдений), Анаксимандр Милетский получил значение тестовой статистики 10. Если оценка дисперсии по одной из выборок равна 8, то другая оценка дисперсии может быть равна

- ☐ A 3/4 ☒ B 80 ☐ C 25  
☐ D 4/3 ☐ E 4 ☐ F Нет верного ответа.



**Вопрос 14 ♣** Пусть  $X_1, X_2, \dots, X_{11}$  — выборка из распределения с математическим ожиданием  $\mu$  и стандартным отклонением  $\sigma$ . Известно, что  $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$ ,  $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$ . Несмещенная оценка дисперсии принимает значение

☒  $1/10$

☐  $11/100$

☐  $100/11$

☐  $1/11$

☐  $10$

☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 15 ♣** Николай Коперник подбросил бутерброд 200 раз. Бутерброд упал маслом вниз 95 раз, а маслом вверх — 105 раз. Значение критерия  $\chi^2$  Пирсона для проверки гипотезы о равной вероятности данных событий равно

☐  $0.75$

☐  $2.5$

☐  $0.25$

☒  $0.5$

☐  $7.5$

☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 16 ♣** Пусть  $X_1, \dots, X_n$  — выборка объема  $n$  из некоторого распределения с конечным математическим ожиданием. Несмещенной и состоятельной оценкой математического ожидания является

☐  $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-2}}{n-2} + \frac{X_n}{2n}$

☐  $\frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$

☐  $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-2}}{n-1} + \frac{X_n}{2n}$

☒  $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-1}}{n-2} - \frac{X_n}{2n}$

☐  $\frac{X_1 + X_2}{2}$

☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 17** Вероятность рождения мальчика примерно равна 0.5. На протяжении длительного времени в маленьком городе и большом городе считали дни, когда рождается больше 65% мальчиков. Таких дней окажется больше

☐ примерно одинаково☐ в большом городе☒ в маленьком городе

**Вопрос 18 ♣** Величины  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  независимы и нормальны  $N(0, 1)$ . Случайная величина  $\frac{Z_1\sqrt{n+3}}{\sqrt{\sum_{i=4}^n Z_i^2}}$  имеет распределение

☐  $t_{n-1}$

☐  $t_{n-3}$

☐  $N(0, 1)$

☐  $F_{1, n-2}$

☐  $\chi_{n-4}^2$

☒ Нет верного ответа.

**Вопрос 19 ♣** У пяти случайно выбранных студентов первого потока результаты за контрольную по статистике оказались равны 82, 47, 20, 43 и 73. У четырёх случайно выбранных студентов второго потока — 68, 83, 60 и 52. Вычислите статистику Вилкоксона и проверьте гипотезу  $H_0$  об однородности результатов студентов двух потоков. Критические значения статистики Вилкоксона равны  $T_L = 12$  и  $T_R = 28$ .

☐ 20,  $H_0$  не отвергается☐ 12.75,  $H_0$  не отвергается☒ 24,  $H_0$  не отвергается☐ 53,  $H_0$  отвергается☐ 65.75,  $H_0$  отвергается☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 20** Если  $H_0$  верна, то  $P$ -значение имеет распределение

☐  $N(0; 1)$

☐  $N(\mu; \sigma^2)$

☒  $U[0; 1]$

☐  $F_{1,1}$

☐  $\chi_1^2$

☐  $t_1$



**Вопрос 21 ♣** Пусть  $X_1, X_2, \dots, X_n$  — случайная выборка размера 36 из нормального распределения  $N(\mu, 9)$ . Для тестирования основной гипотезы  $H_0 : \mu = 0$  против альтернативной  $H_a : \mu = -2$  вы используете критерий: если  $\bar{X} \geq -1$ , то вы не отвергаете гипотезу  $H_0$ , в противном случае вы отвергаете гипотезу  $H_0$  в пользу гипотезы  $H_a$ . Мощность критерия равна

- |                                 |  |  |
|---------------------------------|--|--|
| <input type="checkbox"/> A 0.58 | <input checked="" type="checkbox"/> 0.98 | <input type="checkbox"/> E 0.87                |
| <input type="checkbox"/> B 0.78 | <input type="checkbox"/> D 0.85          | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

**Вопрос 22 ♣** Если  $X_i$  независимы,  $\mathbb{E}(X_i) = \mu$  и  $\text{Var}(X_i) = \sigma^2$ , то математическое ожидание величины  $Y = \sum_{i=1}^n (X_i - X_1)^2$  равно

- |  |   |  |
|--|---|--|
| <input type="checkbox"/> A $\mu$                     | <input type="checkbox"/> C $\sigma^2$       | <input type="checkbox"/> E $(n-1)\sigma^2$     |
| <input checked="" type="checkbox"/> $2(n-1)\sigma^2$ | <input type="checkbox"/> D $\hat{\sigma}^2$ | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

**Вопрос 23 ♣** Ковариационная матрица вектора  $X = (X_1, X_2)$  имеет вид  $\begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$ . Дисперсия разности случайных величин,  $\text{Var}(X_1 - 2X_2)$ , равняется

- |                               |                                |  |
|-------------------------------|--------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> A 15 | <input type="checkbox"/> C 21  | <input checked="" type="checkbox"/> 30         |
| <input type="checkbox"/> B 12 | <input type="checkbox"/> D 1.2 | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

**Вопрос 24 ♣** Размером теста называется

- ☐ A Вероятность принять неверную гипотезу
- ☐ B Вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна
- ☒ Вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна
- ☐ D Единица минус вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна
- ☐ E Единица минус вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна
- ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 25 ♣** Геродот Геликарнасский проверяет гипотезу  $H_0 : \mu = 0, \sigma^2 = 1$  с помощью LR статистики теста отношения правдоподобия. При подстановке оценок метода максимального правдоподобия в лог-функцию правдоподобия он получил  $\ell = -177$ , а при подстановке  $\mu = 0$  и  $\sigma = 1$  оказалось, что  $\ell = -211$ . Найдите значение LR статистики и укажите её закон распределения при верной  $H_0$

- |   |  |  |
|---|--|--|
| <input type="checkbox"/> A $LR = \ln 68, \chi_{n-2}^2$  | <input type="checkbox"/> C $LR = 34, \chi_{n-1}^2$     | <input type="checkbox"/> E $LR = 34, \chi_2^2$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> $LR = 68, \chi_2^2$ | <input type="checkbox"/> D $LR = \ln 34, \chi_{n-2}^2$ | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

**Вопрос 26 ♣** Зулус Чака каСензангакона проверяет гипотезу о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках небольших размеров  $n_1$  и  $n_2$ . Если дисперсии неизвестны, но равны, то тестовая статистика имеет распределение

- |  |   |   |
|--|---|---|
| <input type="checkbox"/> A $t_{n_1+n_2-1}$ | <input type="checkbox"/> C $F_{n_1, n_2}$           | <input type="checkbox"/> E $\chi_{n_1+n_2-1}^2$ |
| <input type="checkbox"/> B $t_{n_1+n_2}$   | <input checked="" type="checkbox"/> $t_{n_1+n_2-2}$ | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа.  |



**Вопрос 27 ♣** Датчик случайных чисел выдал следующие значения псевдо случайной величины: 0.78, 0.48. Вычислите значение критерия Колмогорова и проверьте гипотезу  $H_0$  о соответствии распределения равномерному на  $[0; 1]$ . Критическое значение статистики Колмогорова для уровня значимости 0.1 и двух наблюдений равно 0.776.

- ☐ A 0.78,  $H_0$  отвергается      ☒ 0.48,  $H_0$  не отвергается      ☐ E 0.37,  $H_0$  не отвергается  
☐ B 1.26,  $H_0$  отвергается      ☐ D 0.3,  $H_0$  не отвергается      ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 28 ♣** На основе случайной выборки, содержащей одно наблюдение  $X_1$ , тестируется гипотеза  $H_0 : X_1 \sim U[0; 1]$  против альтернативной гипотезы  $H_a : X_1 \sim U[0.5; 1.5]$ . Рассматривается критерий: если  $X_1 > 0.8$ , то гипотеза  $H_0$  отвергается в пользу гипотезы  $H_a$ . Вероятность ошибки 2-го рода для этого критерия равна:

- ☐ A 0.2      ☒ 0.3      ☐ E 0.4  
☐ B 0.5      ☐ D 0.1      ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 29** Редкой болезнью болеет 0.01% населения. Существующий тест ошибается в 10% случаев. У первого встречного берут тест. Судя по тесту, человек болен. Какова вероятность того, что он действительно болен?

- ☐ A больше 0.5      ☐ B равна 0.5      ☒ меньше 0.5

**Вопрос 30** У Пети связка ключей. Один из них подходит к замку. Петя не знает, какой ключ подходит к замку и перебирает их по очереди. У какого ключа выше шансы подойти?

- ☐ A у первого      ☐ B у последнего      ☒ одинаковы

**Вопрос 31 ♣** Бессмертный гений поэзии Ли Бо оценивает математическое ожидание по выборка размера  $n$  из нормального распределения. Он построил оценку метода моментов,  $\hat{\mu}_{MM}$ , и оценку максимального правдоподобия,  $\hat{\mu}_{ML}$ . Про эти оценки можно утверждать, что

- ☐ A они не равны, но сближаются при  $n \rightarrow \infty$       ☐ D они не равны, и не сближаются при  $n \rightarrow \infty$   
☒ они равны      ☐ E  $\hat{\mu}_{MM} > \hat{\mu}_{ML}$   
☐ C  $\hat{\mu}_{MM} < \hat{\mu}_{ML}$       ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 32** Если  $f(x)$  — функция плотности, то интеграл  $\int_{-\infty}^x f(u) du$  равен

- ☐ A 0      ☐ C  $\text{Var}(X)$       ☐ E 0.5  
☒  $F(x)$       ☐ D 1      ☐ F  $\mathbb{E}(X)$



**Вопрос 33 ♣** По случайной выборке из 100 наблюдений было оценено выборочное среднее  $\bar{X} = 20$  и несмещенная оценка дисперсии  $\hat{\sigma}^2 = 25$ . В рамках проверки гипотезы  $H_0 : \mu = 15$  против альтернативной гипотезы  $H_a : \mu > 15$  можно сделать следующее заключение

- ☐ A Гипотеза  $H_0$  отвергается на уровне значимости 10%, но не на уровне значимости 5%
- ☒ B Гипотеза  $H_0$  отвергается на любом разумном уровне значимости
- ☐ C Гипотеза  $H_0$  отвергается на уровне значимости 20%, но не на уровне значимости 10%
- ☐ D Гипотеза  $H_0$  отвергается на уровне значимости 5%, но не на уровне значимости 1%
- ☐ E Гипотеза  $H_0$  не отвергается на любом разумном уровне значимости
- ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 34** Функция распределения

- |   |   |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> A может принимать любые положительные значения | <input type="checkbox"/> D всегда непрерывна                |
| <input checked="" type="checkbox"/> B ограничена                        | <input type="checkbox"/> E всюду дифференцируема            |
| <input type="checkbox"/> C невозрастающая                               | <input type="checkbox"/> F не имеет горизонтальных асимптот |



Имя, фамилия и номер группы:

.....

Номер в списке (для автоматического распознавания):

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Вопрос 1 : 

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 2 : 

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 3 : 

A		C
---	--	---

Вопрос 4 : 

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 5 : 

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 6 : 

A	B	C	D	E	
---	---	---	---	---	--

Вопрос 7 : 

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 8 : 

	B	C	D	E	F
--	---	---	---	---	---

Вопрос 9 : 

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 10 : 

A	B		D	E	F	G
---	---	--	---	---	---	---

Вопрос 11 : 

A		C
---	--	---

Вопрос 12 : 

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 13 : 

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 14 : 

	B	C	D	E	F
--	---	---	---	---	---

Вопрос 15 : 

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 16 : 

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 17 : 

A	B	
---	---	--

Вопрос 18 : 

A	B	C	D	E	
---	---	---	---	---	--

Вопрос 19 : 

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 20 : 

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 21 : 

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 22 : 

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 23 : 

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 24 : 

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 25 : 

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 26 : 

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 27 : 

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 28 : 

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 29 : 

A	B	
---	---	--

Вопрос 30 : 

A	B	
---	---	--

Вопрос 31 : 

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 32 : 

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 33 : 

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 34 : 

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Учитываются только ответы, перенесённые на этот листок.

**Теория вероятностей и математическая статистика:****пересдача 20.09.2016**

Можно пользоваться простым калькулятором. В каждом вопросе единственный верный ответ. Ни пуха, ни пера!

**Вопрос 1 ♣** Пусть  $\hat{\sigma}_1^2$  — несмещенная оценка дисперсии, полученная по первой выборке размером  $n_1$ ,  $\hat{\sigma}_2^2$  — несмещенная оценка дисперсии, полученная по второй выборке, с меньшим размером  $n_2$ . Тогда статистика  $\frac{\hat{\sigma}_1^2/n_1}{\hat{\sigma}_2^2/n_2}$  имеет распределение

☐ A  $t_{n_1+n_2-1}$ ☐ C  $N(0; 1)$ ☐ E  $F_{n_1, n_2}$ ☐ B  $F_{n_1-1, n_2-1}$ ☐ D  $\chi_{n_1+n_2}^2$ ☒ Нет верного ответа.

**Вопрос 2** У Пети связка ключей. Один из них подходит к замку. Петя не знает, какой ключ подходит к замку и перебирает их по очереди. У какого ключа выше шансы подойти?

☐ A у первого☐ B у последнего☒ одинаковы

**Вопрос 3 ♣** Имеется случайная выборка размера  $n$  из нормального распределения. При проверке гипотезы о равенстве математического ожидания заданному значению при неизвестной дисперсии используется статистика, имеющая распределение

☐ A  $t_n$ ☐ C  $N(0, 1)$ ☐ E  $\chi_{n-1}^2$ ☐ B  $\chi_n^2$ ☒  $t_{n-1}$ ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 4 ♣** Зулус Чака как Сензангакон проверяет гипотезу о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках небольших размеров  $n_1$  и  $n_2$ . Если дисперсии неизвестны, но равны, то тестовая статистика имеет распределение

☐ A  $t_{n_1+n_2}$ ☐ C  $F_{n_1, n_2}$ ☐ E  $t_{n_1+n_2-1}$ ☐ B  $\chi_{n_1+n_2-1}^2$ ☒  $t_{n_1+n_2-2}$ ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 5** Два обычных игровых кубика подбрасываются одновременно. Больше шансы выпасть у комбинации:

☐ A две шестерки☒ одна шестерка, одна пятерка☐ C одинаковые шансы

**Вопрос 6 ♣** Величины  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  независимы и нормальны  $N(0, 1)$ . Случайная величина  $\frac{Z_1^2 + Z_5^2}{Z_2^2 + Z_7^2}$  имеет распределение

☐ A  $F_{7,2}$ ☐ C  $F_{2,7}$ ☐ E  $F_{1,2}$ ☐ B  $F_{1,7}$ ☒  $F_{2,2}$ ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 7 ♣** У пяти случайно выбранных студентов первого потока результаты за контрольную по статистике оказались равны 82, 47, 20, 43 и 73. У четырёх случайно выбранных студентов второго потока — 68, 83, 60 и 52. Вычислите статистику Вилкоксона и проверьте гипотезу  $H_0$  об однородности результатов студентов двух потоков. Критические значения статистики Вилкоксона равны  $T_L = 12$  и  $T_R = 28$ .

☒ 24,  $H_0$  не отвергается☐ C 65.75,  $H_0$  отвергается☐ E 53,  $H_0$  отвергается☐ B 12.75,  $H_0$  не отвергается☐ D 20,  $H_0$  не отвергается☐ F Нет верного ответа.





**Вопрос 8 ♣** Пусть  $X_1, X_2, \dots, X_n$  — случайная выборка размера 36 из нормального распределения  $N(\mu, 9)$ . Для тестирования основной гипотезы  $H_0: \mu = 0$  против альтернативной  $H_a: \mu = -2$  вы используете критерий: если  $\bar{X} \geq -1$ , то вы не отвергаете гипотезу  $H_0$ , в противном случае вы отвергаете гипотезу  $H_0$  в пользу гипотезы  $H_a$ . Мощность критерия равна

☐ A 0.85

☒ 0.98

☐ E 0.87

☐ B 0.58

☐ D 0.78

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 9 ♣** Геродот Геликарнасский проверяет гипотезу  $H_0: \mu = 0, \sigma^2 = 1$  с помощью  $LR$  статистики теста отношения правдоподобия. При подстановке оценок метода максимального правдоподобия в лог-функцию правдоподобия он получил  $\ell = -177$ , а при подстановке  $\mu = 0$  и  $\sigma = 1$  оказалось, что  $\ell = -211$ . Найдите значение  $LR$  статистики и укажите её закон распределения при верной  $H_0$

☐ A  $LR = \ln 34, \chi^2_{n-2}$

☐ C  $LR = \ln 68, \chi^2_{n-2}$

☐ E  $LR = 34, \chi^2_2$

☒  $LR = 68, \chi^2_2$

☐ D  $LR = 34, \chi^2_{n-1}$

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 10 ♣** Пусть  $X_1, X_2, \dots, X_{11}$  — выборка из распределения с математическим ожиданием  $\mu$  и стандартным отклонением  $\sigma$ . Известно, что  $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$ ,  $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$ . Несмещенная оценка дисперсии принимает значение

☒ 1/10

☐ C 1/11

☐ E 11/100

☐ B 100/11

☐ D 10

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 11 ♣** Размером теста называется

☐ A Единица минус вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна

☐ B Вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна

☐ C Вероятность принять неверную гипотезу

☒ Вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна

☐ E Единица минус вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 12 ♣** Все условия регулярности для применения метода максимального правдоподобия выполнены. Вторая производная лог-функции правдоподобия равна  $\ell''(\theta) = -100$ . Стандартная ошибка несмещенной эффективной оценки для параметра  $\theta$  равна

☐ A 1

☐ C 10

☒ 0.1

☐ B 0.01

☐ D 100

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 13** Вероятность рождения мальчика примерно равна 0.5. На протяжении длительного времени в маленьком городе и большом городе считали дни, когда рождается больше 65% мальчиков. Таких дней окажется больше

☒ в маленьком городе

☐ B примерно одинаково

☐ C в большом городе



**Вопрос 14 ♣** Проверая гипотезу о равенстве дисперсий в двух выборках (размером в 3 и 5 наблюдений), Анаксимандр Милетский получил значение тестовой статистики 10. Если оценка дисперсии по одной из выборок равна 8, то другая оценка дисперсии может быть равна

- ☐ A 4 ☒ B 80 ☐ C 3/4  
☐ D 4/3 ☐ E 25 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 15** Обычную рублевую монетку подбрасывают четыре раза. Первые три раза она выпала орлом. Вероятность того, что она выпадет орлом в четвертый раз:

- ☒ A равна 0.5 ☐ B больше 0.5 ☐ C меньше 0.5

**Вопрос 16 ♣** Среди 100 случайно выбранных ацтеков 20 платят дань Кулуакану, а 80 — Аскапоцалько. Соответственно, оценка доли ацтеков, платящих дань Кулуакану, равна  $\hat{p} = 0.2$ . Разумная оценка дисперсии случайной величины  $\hat{p}$  равна

- ☐ A 1.6 ☒ B 0.0016 ☐ C 0.4  
☐ D 0.04 ☐ E 0.16 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 17 ♣** Николай Коперник подбросил бутерброд 200 раз. Бутерброд упал маслом вниз 95 раз, а маслом вверх — 105 раз. Значение критерия  $\chi^2$  Пирсона для проверки гипотезы о равной вероятности данных событий равно

- ☐ A 0.25 ☐ B 0.75 ☒ C 0.5  
☐ D 2.5 ☐ E 7.5 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 18 ♣** Пусть  $X_1, \dots, X_n$  — выборка объема  $n$  из некоторого распределения с конечным математическим ожиданием. Несмещенной и состоятельной оценкой математического ожидания является

- ☐ A  $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-2}}{n-1} + \frac{X_n}{2n}$  ☐ B  $\frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$  ☒ C  $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-1}}{n-2} + \frac{X_n}{2n}$   
☐ D  $\frac{X_1 + X_2}{2}$  ☐ E Нет верного ответа.

**Вопрос 19** Если  $H_0$  верна, то  $P$ -значение имеет распределение

- ☐ A  $\chi_1^2$  ☒ B  $U[0; 1]$  ☐ C  $F_{1,1}$   
☐ D  $N(0; 1)$  ☐ E  $t_1$  ☐ F  $N(\mu; \sigma^2)$

**Вопрос 20 ♣** Величины  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  независимы и нормальны  $N(0, 1)$ . Случайная величина  $Z_1^2/2 + Z_4^2/2 - Z_1Z_4$  имеет распределение

- ☐ A  $\chi_2^2$  ☐ B  $\chi_4^2$  ☐ C  $t_2$   
☒ D  $\chi_1^2$  ☐ E  $\chi_3^2$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 21** Функция распределения

- ☐ A может принимать любые положительные значения ☐ B не имеет горизонтальных асимптот  
☐ C всегда непрерывна ☐ D невозрастающая  
☒ E ограничена ☐ F всюду дифференцируема



**Вопрос 22 ♣** Пусть  $X_1, X_2, \dots, X_{33}$  — выборка из распределения с математическим ожиданием  $\mu$  и стандартным отклонением  $\sigma$ . Известно, что  $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$ ,  $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$ . Несмещенная оценка  $\mu$  принимает значение

- ☐ A 3.3                      ☒ 1                      ☐ E 3  
☐ B 0.33                      ☐ D 10                      ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 23 ♣** Производитель мороженого попросил оценить по 10-бальной шкале два вида мороженого: с кусочками шоколада и с орешками. Было опрошено 5 человек.

	Евламий	Аристарх	Капитолина	Аграфена	Эвридика
С крошкой	10	6	7	5	4
С орехами	9	8	8	7	6

Вычислите модуль значения статистики теста знаков. Используя нормальную аппроксимацию, проверьте на уровне значимости 0.2 гипотезу об отсутствии предпочтения мороженого с орешками против альтернативы, что мороженное с орешками вкуснее.

- ☐ A 1.65,  $H_0$  отвергается                      ☐ D 1.29,  $H_0$  не отвергается                      ☐ G Нет верного ответа.  
☐ B 1.34,  $H_0$  не отвергается                      ☒ 1.34,  $H_0$  отвергается  
☐ C 1.29,  $H_0$  отвергается                      ☐ F 1.96,  $H_0$  отвергается

**Вопрос 24 ♣** Величины  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  независимы и нормальны  $N(0, 1)$ . Случайная величина  $\frac{Z_1\sqrt{n+3}}{\sqrt{\sum_{i=4}^n Z_i^2}}$  имеет распределение

- ☐ A  $N(0, 1)$                       ☐ C  $\chi_{n-4}^2$                       ☐ E  $t_{n-1}$   
☐ B  $t_{n-3}$                       ☐ D  $F_{1,n-2}$                       ☒ Нет верного ответа.

**Вопрос 25 ♣** Бессмертный гений поэзии Ли Бо оценивает математическое ожидание по выборке размера  $n$  из нормального распределения. Он построил оценку метода моментов,  $\hat{\mu}_{MM}$ , и оценку максимального правдоподобия,  $\hat{\mu}_{ML}$ . Про эти оценки можно утверждать, что

- ☐ A  $\hat{\mu}_{MM} < \hat{\mu}_{ML}$                       ☐ D они не равны, и не сближаются при  $n \rightarrow \infty$   
☐ B  $\hat{\mu}_{MM} > \hat{\mu}_{ML}$                       ☐ E они не равны, но сближаются при  $n \rightarrow \infty$   
☒ они равны                      ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 26 ♣** Каждое утро в 8:00 Иван Андреевич Крылов, либо завтракает, либо уже позавтракал. В это же время кухарка либо заглядывает к Крылову, либо нет. По таблице сопряженности вычислите статистику  $\chi^2$  Пирсона для тестирования гипотезы о том, что визиты кухарки не зависят от того, позавтракал ли уже Крылов или нет.

Время 8:00	кухарка заходит	кухарка не заходит
Крылов завтракает	200	40
Крылов уже позавтракал	25	100

- ☐ A 179                      ☒ 139                      ☐ E 39  
☐ B 79                      ☐ D 100                      ☐ F Нет верного ответа.



**Вопрос 27 ♣** Ковариационная матрица вектора  $X = (X_1, X_2)$  имеет вид  $\begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$ . Дисперсия разности случайных величин,  $\text{Var}(X_1 - 2X_2)$ , равняется

- ☐ A 15 ☒ B 30 ☐ C 12  
☐ D 21 ☐ E 1.2 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 28 ♣** Если  $X_i$  независимы,  $\mathbb{E}(X_i) = \mu$  и  $\text{Var}(X_i) = \sigma^2$ , то математическое ожидание величины  $Y = \sum_{i=1}^n (X_i - X_1)^2$  равно

- ☐ A  $\hat{\sigma}^2$  ☐ B  $\mu$  ☒ C  $2(n-1)\sigma^2$   
☐ D  $\sigma^2$  ☐ E  $(n-1)\sigma^2$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 29 ♣** Датчик случайных чисел выдал следующие значения псевдо случайной величины: 0.78, 0.48. Вычислите значение критерия Колмогорова и проверьте гипотезу  $H_0$  о соответствии распределения равномерному на  $[0; 1]$ . Критическое значение статистики Колмогорова для уровня значимости 0.1 и двух наблюдений равно 0.776.

- ☐ A 0.37,  $H_0$  не отвергается ☐ B 1.26,  $H_0$  отвергается ☒ C 0.48,  $H_0$  не отвергается  
☐ D 0.78,  $H_0$  отвергается ☐ E 0.3,  $H_0$  не отвергается ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 30 ♣** По случайной выборке из 100 наблюдений было оценено выборочное среднее  $\bar{X} = 20$  и несмещенная оценка дисперсии  $\hat{\sigma}^2 = 25$ . В рамках проверки гипотезы  $H_0 : \mu = 15$  против альтернативной гипотезы  $H_a : \mu > 15$  можно сделать следующее заключение

- ☐ A Гипотеза  $H_0$  отвергается на уровне значимости 10%, но не на уровне значимости 5%  
☐ B Гипотеза  $H_0$  отвергается на уровне значимости 20%, но не на уровне значимости 10%  
☒ C Гипотеза  $H_0$  отвергается на любом разумном уровне значимости  
☐ D Гипотеза  $H_0$  отвергается на уровне значимости 5%, но не на уровне значимости 1%  
☐ E Гипотеза  $H_0$  не отвергается на любом разумном уровне значимости  
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 31 ♣** Если Р-значение (P-value) меньше уровня значимости  $\alpha$ , то гипотеза  $H_0 : \sigma = 1$

- ☐ A Отвергается, только если  $H_a : \sigma \neq 1$  ☐ B Отвергается, только если  $H_a : \sigma < 1$   
☐ C Отвергается, только если  $H_a : \sigma > 1$  ☒ D Отвергается  
☐ E Не отвергается ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 32** Редкой болезнью болеет 0.01% населения. Существующий тест ошибается в 10% случаев. У первого встречного берут тест. Судя по тесту, человек болен. Какова вероятность того, что он действительно болен?

- ☒ A меньше 0.5 ☐ B равна 0.5 ☐ C больше 0.5

**Вопрос 33** Если  $f(x)$  — функция плотности, то интеграл  $\int_{-\infty}^x f(u) du$  равен

- ☐ A  $\mathbb{E}(X)$  ☒ B  $F(x)$  ☐ C 0  
☐ D  $\text{Var}(X)$  ☐ E 0.5 ☐ F 1



**Вопрос 34 ♣** На основе случайной выборки, содержащей одно наблюдение  $X_1$ , тестируется гипотеза  $H_0 : X_1 \sim U[0; 1]$  против альтернативной гипотезы  $H_a : X_1 \sim U[0.5; 1.5]$ . Рассматривается критерий: если  $X_1 > 0.8$ , то гипотеза  $H_0$  отвергается в пользу гипотезы  $H_a$ . Вероятность ошибки 2-го рода для этого критерия равна:

☐ A 0.5

☐ C 0.4

☐ E 0.1

☐ B 0.2

☒ 0.3

☐ F Нет верного ответа.



Имя, фамилия и номер группы:

.....

Номер в списке (для автоматического распознавания):

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Вопрос 1 : 

A	B	C	D	E	
---	---	---	---	---	--

Вопрос 2 : 

A	B	
---	---	--

Вопрос 3 : 

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 4 : 

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 5 : 

A		C
---	--	---

Вопрос 6 : 

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 7 : 

	B	C	D	E	F
--	---	---	---	---	---

Вопрос 8 : 

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 9 : 

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 10 : 

	B	C	D	E	F
--	---	---	---	---	---

Вопрос 11 : 

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 12 : 

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 13 : 

	B	C
--	---	---

Вопрос 14 : 

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 15 : 

	B	C
--	---	---

Вопрос 16 : 

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 17 : 

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 18 : 

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 19 : 

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 20 : 

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 21 : 

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 22 : 

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 23 : 

A	B	C	D		F	G
---	---	---	---	--	---	---

Вопрос 24 : 

A	B	C	D	E	
---	---	---	---	---	--

Вопрос 25 : 

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 26 : 

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 27 : 

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 28 : 

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 29 : 

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 30 : 

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 31 : 

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 32 : 

	B	C
--	---	---

Вопрос 33 : 

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 34 : 

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Учитываются только ответы, перенесённые на этот листок.



## Теория вероятностей и математическая статистика:

пересдача 20.09.2016

Можно пользоваться простым калькулятором. В каждом вопросе единственный верный ответ. Ни пуха, ни пера!

**Вопрос 1** Если  $f(x)$  — функция плотности, то интеграл  $\int_{-\infty}^x f(u) du$  равен

☒  $F(x)$ ☐ 1☐ 0.5☐  $\mathbb{E}(X)$ ☐ 0☐  $\text{Var}(X)$ 

**Вопрос 2 ♣** Все условия регулярности для применения метода максимального правдоподобия выполнены. Вторая производная лог-функции правдоподобия равна  $\ell''(\theta) = -100$ . Стандартная ошибка несмещенной эффективной оценки для параметра  $\theta$  равна

☐ 0.01☐ 10☐ 100☒ 0.1☐ 1☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 3 ♣** Проверая гипотезу о равенстве дисперсий в двух выборках (размером в 3 и 5 наблюдений), Анаксимандр Милетский получил значение тестовой статистики 10. Если оценка дисперсии по одной из выборок равна 8, то другая оценка дисперсии может быть равна

☐ 3/4☐ 25☒ 80☐ 4☐ 4/3☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 4 ♣** Величины  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  независимы и нормальны  $N(0, 1)$ . Случайная величина  $\frac{Z_1^2 + Z_5^2}{Z_2^2 + Z_7^2}$  имеет распределение

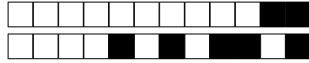
☐  $F_{2,7}$ ☐  $F_{7,2}$ ☐  $F_{1,2}$ ☐  $F_{1,7}$ ☒  $F_{2,2}$ ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 5 ♣** На основе случайной выборки, содержащей одно наблюдение  $X_1$ , тестируется гипотеза  $H_0 : X_1 \sim U[0; 1]$  против альтернативной гипотезы  $H_a : X_1 \sim U[0.5; 1.5]$ . Рассматривается критерий: если  $X_1 > 0.8$ , то гипотеза  $H_0$  отвергается в пользу гипотезы  $H_a$ . Вероятность ошибки 2-го рода для этого критерия равна:

☐ 0.2☐ 0.4☒ 0.3☐ 0.5☐ 0.1☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 6 ♣** Пусть  $X_1, X_2, \dots, X_{11}$  — выборка из распределения с математическим ожиданием  $\mu$  и стандартным отклонением  $\sigma$ . Известно, что  $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$ ,  $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$ . Несмещенная оценка дисперсии принимает значение

☐ 10☐ 100/11☒ 1/10☐ 11/100☐ 1/11☐ Нет верного ответа.



**Вопрос 7 ♣** Каждое утро в 8:00 Иван Андреевич Крылов, либо завтракает, либо уже позавтракал. В это же время кухарка либо заглядывает к Крылову, либо нет. По таблице сопряженности вычислите статистику  $\chi^2$  Пирсона для тестирования гипотезы о том, что визиты кухарки не зависят от того, позавтракал ли уже Крылов или нет.

Время 8:00	кухарка заходит	кухарка не заходит
Крылов завтракает	200	40
Крылов уже позавтракал	25	100

- ☐ A 100      ☒ B 139      ☐ C 179  
☐ D 39      ☐ E 79      ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 8 ♣** Геродот Геликарнасский проверяет гипотезу  $H_0 : \mu = 0, \sigma^2 = 1$  с помощью  $LR$  статистики теста отношения правдоподобия. При подстановке оценок метода максимального правдоподобия в лог-функцию правдоподобия он получил  $\ell = -177$ , а при подстановке  $\mu = 0$  и  $\sigma = 1$  оказалось, что  $\ell = -211$ . Найдите значение  $LR$  статистики и укажите её закон распределения при верной  $H_0$

- ☒ A  $LR = 68, \chi^2_2$       ☐ B  $LR = 34, \chi^2_{n-1}$       ☐ C  $LR = \ln 34, \chi^2_{n-2}$   
☐ D  $LR = 34, \chi^2_2$       ☐ E  $LR = \ln 68, \chi^2_{n-2}$       ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 9 ♣** Пусть  $X_1, X_2, \dots, X_{33}$  — выборка из распределения с математическим ожиданием  $\mu$  и стандартным отклонением  $\sigma$ . Известно, что  $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33, \sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$ . Несмещенная оценка  $\mu$  принимает значение

- ☐ A 3.3      ☐ B 3      ☐ C 0.33  
☒ D 1      ☐ E 10      ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 10 ♣** Зулус Чака каСензангакона проверяет гипотезу о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках небольших размеров  $n_1$  и  $n_2$ . Если дисперсии неизвестны, но равны, то тестовая статистика имеет распределение

- ☐ A  $\chi^2_{n_1+n_2-1}$       ☐ B  $F_{n_1, n_2}$       ☐ C  $t_{n_1+n_2-1}$   
☐ D  $t_{n_1+n_2}$       ☒ E  $t_{n_1+n_2-2}$       ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 11 ♣** Величины  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  независимы и нормальны  $N(0, 1)$ . Случайная величина  $Z_1^2/2 + Z_4^2/2 - Z_1Z_4$  имеет распределение

- ☒ A  $\chi^2_1$       ☐ B  $\chi^2_4$       ☐ C  $\chi^2_2$   
☐ D  $\chi^2_3$       ☐ E  $t_2$       ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 12 ♣** По случайной выборке из 100 наблюдений было оценено выборочное среднее  $\bar{X} = 20$  и несмещенная оценка дисперсии  $\hat{\sigma}^2 = 25$ . В рамках проверки гипотезы  $H_0 : \mu = 15$  против альтернативной гипотезы  $H_a : \mu > 15$  можно сделать следующее заключение

- ☐ A Гипотеза  $H_0$  отвергается на уровне значимости 5%, но не на уровне значимости 1%  
☒ B Гипотеза  $H_0$  отвергается на любом разумном уровне значимости  
☐ C Гипотеза  $H_0$  отвергается на уровне значимости 20%, но не на уровне значимости 10%  
☐ D Гипотеза  $H_0$  отвергается на уровне значимости 10%, но не на уровне значимости 5%  
☐ E Гипотеза  $H_0$  не отвергается на любом разумном уровне значимости  
☐ F Нет верного ответа.





**Вопрос 13** Два обычных игральных кубика подбрасываются одновременно. Больше шансы выпасть у комбинации:

- ☐ A две шестерки    ☒ одна шестерка, одна пятерка    ☐ C одинаковые шансы

**Вопрос 14** Функция распределения

- ☐ A всегда непрерывна    ☒ ограничена  
☐ B может принимать любые положительные значения    ☐ E всюду дифференцируема  
☐ C не имеет горизонтальных асимптот    ☐ F невозрастающая

**Вопрос 15 ♣** У пяти случайно выбранных студентов первого потока результаты за контрольную по статистике оказались равны 82, 47, 20, 43 и 73. У четырёх случайно выбранных студентов второго потока — 68, 83, 60 и 52. Вычислите статистику Вилкоксона и проверьте гипотезу  $H_0$  об однородности результатов студентов двух потоков. Критические значения статистики Вилкоксона равны  $T_L = 12$  и  $T_R = 28$ .

- ☐ A 12.75,  $H_0$  не отвергается    ☐ C 53,  $H_0$  отвергается    ☐ E 20,  $H_0$  не отвергается  
☐ B 65.75,  $H_0$  отвергается    ☒ 24,  $H_0$  не отвергается    ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 16 ♣** Пусть  $X_1, \dots, X_n$  — выборка объема  $n$  из некоторого распределения с конечным математическим ожиданием. Несмещенной и состоятельной оценкой математического ожидания является

- ☒  $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-1}}{n-2} - \frac{X_n}{2n}$     ☐ C  $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-2}}{n-2} + \frac{X_n}{2n}$     ☐ E  $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-2}}{n-1} + \frac{X_n}{2n}$   
☐ B  $\frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$     ☐ D  $\frac{X_1 + X_2}{2}$     ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 17 ♣** Размером теста называется

- ☐ A Единица минус вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна  
☐ B Единица минус вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна  
☐ C Вероятность принять неверную гипотезу  
☐ D Вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна  
☒ Вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна  
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 18** Обычную рублевую монетку подбрасывают четыре раза. Первые три раза она выпала орлом. Вероятность того, что она выпадет орлом в четвертый раз:

- ☒ равна 0.5    ☐ B меньше 0.5    ☐ C больше 0.5

**Вопрос 19 ♣** Среди 100 случайно выбранных адтеков 20 платят дань Кулуакану, а 80 — Аскапоцалько. Соответственно, оценка доли адтеков, платящих дань Кулуакану, равна  $\hat{p} = 0.2$ . Разумная оценка дисперсии случайной величины  $\hat{p}$  равна

- ☐ A 0.16    ☐ C 0.04    ☐ E 1.6  
☒ 0.0016    ☐ D 0.4    ☐ F Нет верного ответа.



**Вопрос 20 ♣** Пусть  $X_1, X_2, \dots, X_n$  — случайная выборка размера 36 из нормального распределения  $N(\mu, 9)$ . Для тестирования основной гипотезы  $H_0: \mu = 0$  против альтернативной  $H_a: \mu = -2$  вы используете критерий: если  $\bar{X} \geq -1$ , то вы не отвергаете гипотезу  $H_0$ , в противном случае вы отвергаете гипотезу  $H_0$  в пользу гипотезы  $H_a$ . Мощность критерия равна

☐ A 0.78☒ 0.98☐ E 0.58☐ B 0.85☐ D 0.87☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 21 ♣** Николай Коперник подбросил бутерброд 200 раз. Бутерброд упал маслом вниз 95 раз, а маслом вверх — 105 раз. Значение критерия  $\chi^2$  Пирсона для проверки гипотезы о равной вероятности данных событий равно

☒ 0.5☐ C 0.25☐ E 0.75☐ B 7.5☐ D 2.5☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 22 ♣** Если  $X_i$  независимы,  $\mathbb{E}(X_i) = \mu$  и  $\text{Var}(X_i) = \sigma^2$ , то математическое ожидание величины  $Y = \sum_{i=1}^n (X_i - X_1)^2$  равно

☒  $2(n-1)\sigma^2$ ☐ C  $\mu$ ☐ E  $(n-1)\sigma^2$ ☐ B  $\hat{\sigma}^2$ ☐ D  $\sigma^2$ ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 23 ♣** Величины  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  независимы и нормальны  $N(0, 1)$ . Случайная величина  $\frac{Z_1\sqrt{n+3}}{\sqrt{\sum_{i=4}^n Z_i^2}}$  имеет распределение

☐ A  $F_{1,n-2}$ ☐ C  $t_{n-1}$ ☐ E  $t_{n-3}$ ☐ B  $\chi_{n-4}^2$ ☐ D  $N(0, 1)$ ☒ Нет верного ответа.

**Вопрос 24** Вероятность рождения мальчика примерно равна 0.5. На протяжении длительного времени в маленьком городе и большом городе считали дни, когда рождается больше 65% мальчиков. Таких дней окажется больше

☐ A в большом городе☐ B примерно одинаково☒ в маленьком городе

**Вопрос 25 ♣** Датчик случайных чисел выдал следующие значения псевдо случайной величины: 0.78, 0.48. Вычислите значение критерия Колмогорова и проверьте гипотезу  $H_0$  о соответствии распределения равномерному на  $[0; 1]$ . Критическое значение статистики Колмогорова для уровня значимости 0.1 и двух наблюдений равно 0.776.

☐ A 1.26,  $H_0$  отвергается☐ C 0.78,  $H_0$  отвергается☐ E 0.37,  $H_0$  не отвергается☒ 0.48,  $H_0$  не отвергается☐ D 0.3,  $H_0$  не отвергается☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 26** Редкой болезнью болеет 0.01% населения. Существующий тест ошибается в 10% случаев. У первого встречного берут тест. Судя по тесту, человек болен. Какова вероятность того, что он действительно болен?

☐ A равна 0.5☐ B больше 0.5☒ меньше 0.5



**Вопрос 27 ♣** Если  $P$ -значение ( $P$ -value) меньше уровня значимости  $\alpha$ , то гипотеза  $H_0 : \sigma = 1$

- ☐ А Отвергается, только если  $H_a : \sigma > 1$  ☒ Отвергается  
☐ В Отвергается, только если  $H_a : \sigma < 1$  ☐ Е Не отвергается  
☐ С Отвергается, только если  $H_a : \sigma \neq 1$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 28 ♣** Ковариационная матрица вектора  $X = (X_1, X_2)$  имеет вид  $\begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$ . Дисперсия разности случайных величин,  $\text{Var}(X_1 - 2X_2)$ , равняется

- ☐ А 1.2 ☐ С 21 ☐ Е 12  
☒ В 30 ☐ D 15 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 29 ♣** Производитель мороженого попросил оценить по 10-бальной шкале два вида мороженого: с кусочками шоколада и с орешками. Было опрошено 5 человек.

	Евламий	Аристарх	Капитолина	Аграфена	Эвридика
С крошкой	10	6	7	5	4
С орехами	9	8	8	7	6

Вычислите модуль значения статистики теста знаков. Используя нормальную аппроксимацию, проверьте на уровне значимости 0.2 гипотезу об отсутствии предпочтения мороженого с орешками против альтернативы, что мороженное с орешками вкуснее.

- ☐ А 1.65,  $H_0$  отвергается ☐ D 1.96,  $H_0$  отвергается ☐ G Нет верного ответа.  
☐ В 1.29,  $H_0$  не отвергается ☒ 1.34,  $H_0$  отвергается  
☐ С 1.29,  $H_0$  отвергается ☐ F 1.34,  $H_0$  не отвергается

**Вопрос 30** У Пети связка ключей. Один из них подходит к замку. Петя не знает, какой ключ подходит к замку и перебирает их по очереди. У какого ключа выше шансы подойти?

- ☐ А у первого ☐ В у последнего ☒ одинаковы

**Вопрос 31 ♣** Бессмертный гений поэзии Ли Бо оценивает математическое ожидание по выборке размера  $n$  из нормального распределения. Он построил оценку метода моментов,  $\hat{\mu}_{MM}$ , и оценку максимального правдоподобия,  $\hat{\mu}_{ML}$ . Про эти оценки можно утверждать, что

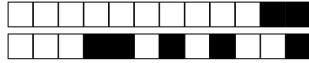
- ☐ А они не равны, и не сближаются при  $n \rightarrow \infty$  ☐ D  $\hat{\mu}_{MM} < \hat{\mu}_{ML}$   
☒ они равны ☐ Е  $\hat{\mu}_{MM} > \hat{\mu}_{ML}$   
☐ С они не равны, но сближаются при  $n \rightarrow \infty$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 32** Если  $H_0$  верна, то  $P$ -значение имеет распределение

- ☐ А  $t_1$  ☐ С  $N(0; 1)$  ☐ Е  $\chi_1^2$   
☒ В  $U[0; 1]$  ☐ D  $F_{1,1}$  ☐ F  $N(\mu; \sigma^2)$

**Вопрос 33 ♣** Имеется случайная выборка размера  $n$  из нормального распределения. При проверке гипотезы о равенстве математического ожидания заданному значению при неизвестной дисперсии используется статистика, имеющая распределение

- ☐ А  $\chi_{n-1}^2$  ☐ С  $\chi_n^2$  ☐ Е  $N(0, 1)$   
☒ В  $t_{n-1}$  ☐ D  $t_n$  ☐ F Нет верного ответа.



**Вопрос 34 ♣** Пусть  $\hat{\sigma}_1^2$  — несмещенная оценка дисперсии, полученная по первой выборке размером  $n_1$ ,  $\hat{\sigma}_2^2$  — несмещенная оценка дисперсии, полученная по второй выборке, с меньшим размером  $n_2$ . Тогда статистика  $\frac{\hat{\sigma}_1^2/n_1}{\hat{\sigma}_2^2/n_2}$  имеет распределение

☐ A  $F_{n_1-1, n_2-1}$

☐ C  $F_{n_1, n_2}$

☐ E  $t_{n_1+n_2-1}$

☐ B  $N(0; 1)$

☐ D  $\chi_{n_1+n_2}^2$

☒ Нет верного ответа.



Имя, фамилия и номер группы:

.....

Номер в списке (для автоматического распознавания):

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

- Вопрос 1 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 2 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 3 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F
- Вопрос 4 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 5 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F
- Вопрос 6 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F
- Вопрос 7 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 8 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 9 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 10 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 11 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 12 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 13 : ☐ A ☒ B ☐ C
- Вопрос 14 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 15 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 16 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 17 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

- Вопрос 18 : ☒ A ☐ B ☐ C
- Вопрос 19 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 20 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 21 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 22 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 23 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☒ F
- Вопрос 24 : ☐ A ☐ B ☒ C
- Вопрос 25 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 26 : ☐ A ☐ B ☒ C
- Вопрос 27 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 28 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 29 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F ☐ G
- Вопрос 30 : ☐ A ☐ B ☒ C
- Вопрос 31 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 32 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 33 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 34 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☒ F

Учитываются только ответы, перенесённые на этот листок.

**Теория вероятностей и математическая статистика:****пересдача 20.09.2016**

Можно пользоваться простым калькулятором. В каждом вопросе единственный верный ответ. Ни пуха, ни пера!

**Вопрос 1 ♣** Ковариационная матрица вектора  $X = (X_1, X_2)$  имеет вид  $\begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$ . Дисперсия разности случайных величин,  $\text{Var}(X_1 - 2X_2)$ , равняется

- ☒ 30                      ☐ 21                      ☐ 15  
☐ 12                      ☐ 1.2                      ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 2** У Пети связка ключей. Один из них подходит к замку. Петя не знает, какой ключ подходит к замку и перебирает их по очереди. У какого ключа выше шансы подойти?

- ☐ у первого                      ☐ у последнего                      ☒ одинаковы

**Вопрос 3 ♣** Если  $X_i$  независимы,  $\mathbb{E}(X_i) = \mu$  и  $\text{Var}(X_i) = \sigma^2$ , то математическое ожидание величины  $Y = \sum_{i=1}^n (X_i - X_1)^2$  равно

- ☐  $\mu$                       ☐  $(n-1)\sigma^2$                       ☒  $2(n-1)\sigma^2$   
☐  $\hat{\sigma}^2$                       ☐  $\sigma^2$                       ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 4** Функция распределения

- ☐ не имеет горизонтальных асимптот                      ☒ ограничена  
☐ всюду дифференцируема                      ☐ невозрастающая  
☐ может принимать любые положительные значения                      ☐ всегда непрерывна

**Вопрос 5 ♣** Среди 100 случайно выбранных ацтеков 20 платят дань Кулуакану, а 80 — Аскапоцалько. Соответственно, оценка доли ацтеков, платящих дань Кулуакану, равна  $\hat{p} = 0.2$ . Разумная оценка дисперсии случайной величины  $\hat{p}$  равна

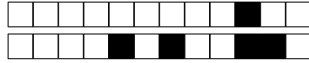
- ☒ 0.0016                      ☐ 1.6                      ☐ 0.04  
☐ 0.16                      ☐ 0.4                      ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 6 ♣** Пусть  $X_1, X_2, \dots, X_{33}$  — выборка из распределения с математическим ожиданием  $\mu$  и стандартным отклонением  $\sigma$ . Известно, что  $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$ ,  $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$ . Несмещенная оценка  $\mu$  принимает значение

- ☐ 3.3                      ☐ 0.33                      ☒ 1  
☐ 3                      ☐ 10                      ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 7 ♣** Пусть  $\hat{\sigma}_1^2$  — несмещенная оценка дисперсии, полученная по первой выборке размером  $n_1$ ,  $\hat{\sigma}_2^2$  — несмещенная оценка дисперсии, полученная по второй выборке, с меньшим размером  $n_2$ . Тогда статистика  $\frac{\hat{\sigma}_1^2/n_1}{\hat{\sigma}_2^2/n_2}$  имеет распределение

- ☐  $N(0; 1)$                       ☐  $\chi_{n_1+n_2}^2$                       ☐  $F_{n_1-1, n_2-1}$   
☐  $t_{n_1+n_2-1}$                       ☐  $F_{n_1, n_2}$                       ☒ Нет верного ответа.



**Вопрос 8 ♣** Величины  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  независимы и нормальны  $N(0, 1)$ . Случайная величина  $Z_1^2/2 + Z_4^2/2 - Z_1 Z_4$  имеет распределение

- ☐ A  $\chi_4^2$  ☐ C  $\chi_2^2$  ☐ E  $\chi_3^2$   
☒ D  $\chi_1^2$  ☐ D  $t_2$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 9** Обычную рублевую монетку подбрасывают четыре раза. Первые три раза она выпала орлом. Вероятность того, что она выпадет орлом в четвертый раз:

- ☒ A равна 0.5 ☐ B меньше 0.5 ☐ C больше 0.5

**Вопрос 10 ♣** Бессмертный гений поэзии Ли Бо оценивает математическое ожидание по выборке размера  $n$  из нормального распределения. Он построил оценку метода моментов,  $\hat{\mu}_{MM}$ , и оценку максимального правдоподобия,  $\hat{\mu}_{ML}$ . Про эти оценки можно утверждать, что

- ☐ A они не равны, и не сближаются при  $n \rightarrow \infty$  ☒ B они равны  
☐ B  $\hat{\mu}_{MM} > \hat{\mu}_{ML}$  ☐ E  $\hat{\mu}_{MM} < \hat{\mu}_{ML}$   
☐ C они не равны, но сближаются при  $n \rightarrow \infty$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 11 ♣** Величины  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  независимы и нормальны  $N(0, 1)$ . Случайная величина  $\frac{Z_1^2 + Z_5^2}{Z_2^2 + Z_7^2}$  имеет распределение

- ☒ A  $F_{2,2}$  ☐ C  $F_{7,2}$  ☐ E  $F_{2,7}$   
☐ B  $F_{1,2}$  ☐ D  $F_{1,7}$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 12** Два обычных игровых кубика подбрасываются одновременно. Больше шансы выпасть у комбинации:

- ☐ A две шестерки ☒ B одна шестерка, одна пятерка ☐ C одинаковые шансы

**Вопрос 13 ♣** Пусть  $X_1, X_2, \dots, X_n$  — случайная выборка размера 36 из нормального распределения  $N(\mu, 9)$ . Для тестирования основной гипотезы  $H_0: \mu = 0$  против альтернативной  $H_a: \mu = -2$  вы используете критерий: если  $\bar{X} \geq -1$ , то вы не отвергаете гипотезу  $H_0$ , в противном случае вы отвергаете гипотезу  $H_0$  в пользу гипотезы  $H_a$ . Мощность критерия равна

- ☒ A 0.98 ☐ C 0.85 ☐ E 0.78  
☐ B 0.58 ☐ D 0.87 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 14** Если  $H_0$  верна, то  $P$ -значение имеет распределение

- ☐ A  $\chi_1^2$  ☐ C  $N(0; 1)$  ☐ E  $t_1$   
☐ B  $F_{1,1}$  ☒ D  $U[0; 1]$  ☐ F  $N(\mu; \sigma^2)$



**Вопрос 15 ♣** У пяти случайно выбранных студентов первого потока результаты за контрольную по статистике оказались равны 82, 47, 20, 43 и 73. У четырёх случайно выбранных студентов второго потока — 68, 83, 60 и 52. Вычислите статистику Вилкоксона и проверьте гипотезу  $H_0$  об однородности результатов студентов двух потоков. Критические значения статистики Вилкоксона равны  $T_L = 12$  и  $T_R = 28$ .

- ☐ A 12.75,  $H_0$  не отвергается    ☐ C 65.75,  $H_0$  отвергается    ☒ 24,  $H_0$  не отвергается  
☐ B 20,  $H_0$  не отвергается    ☐ D 53,  $H_0$  отвергается    ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 16 ♣** Все условия регулярности для применения метода максимального правдоподобия выполнены. Вторая производная лог-функции правдоподобия равна  $\ell''(\theta) = -100$ . Стандартная ошибка несмещенной эффективной оценки для параметра  $\theta$  равна

- ☐ A 10    ☐ C 0.01    ☐ E 100  
☒ 0.1    ☐ D 1    ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 17 ♣** Имеется случайная выборка размера  $n$  из нормального распределения. При проверке гипотезы о равенстве математического ожидания заданному значению при неизвестной дисперсии используется статистика, имеющая распределение

- ☐ A  $N(0, 1)$     ☒  $t_{n-1}$     ☐ E  $\chi_n^2$   
☐ B  $\chi_{n-1}^2$     ☐ D  $t_n$     ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 18 ♣** Пусть  $X_1, X_2, \dots, X_{11}$  — выборка из распределения с математическим ожиданием  $\mu$  и стандартным отклонением  $\sigma$ . Известно, что  $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$ ,  $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$ . Несмещенная оценка дисперсии принимает значение

- ☐ A 10    ☐ C 100/11    ☐ E 1/11  
☒ 1/10    ☐ D 11/100    ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 19 ♣** Величины  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  независимы и нормальны  $N(0, 1)$ . Случайная величина  $\frac{Z_1 \sqrt{n+3}}{\sqrt{\sum_{i=4}^n Z_i^2}}$  имеет распределение

- ☐ A  $t_{n-3}$     ☐ C  $F_{1, n-2}$     ☐ E  $t_{n-1}$   
☐ B  $N(0, 1)$     ☐ D  $\chi_{n-4}^2$     ☒ Нет верного ответа.

**Вопрос 20** Вероятность рождения мальчика примерно равна 0.5. На протяжении длительного времени в маленьком городе и большом городе считали дни, когда рождается больше 65% мальчиков. Таких дней окажется больше

- ☒ в маленьком городе    ☐ B в большом городе    ☐ C примерно одинаково

**Вопрос 21** Редкой болезнью болеет 0.01% населения. Существующий тест ошибается в 10% случаев. У первого встречного берут тест. Судя по тесту, человек болен. Какова вероятность того, что он действительно болен?

- ☐ A больше 0.5    ☒ меньше 0.5    ☐ C равна 0.5





**Вопрос 22 ♣** Геродот Геликарнасский проверяет гипотезу  $H_0 : \mu = 0, \sigma^2 = 1$  с помощью  $LR$  статистики теста отношения правдоподобия. При подстановке оценок метода максимального правдоподобия в лог-функцию правдоподобия он получил  $\ell = -177$ , а при подстановке  $\mu = 0$  и  $\sigma = 1$  оказалось, что  $\ell = -211$ . Найдите значение  $LR$  статистики и укажите её закон распределения при верной  $H_0$

- ☐ A  $LR = 34, \chi^2_2$  ☒ B  $LR = 68, \chi^2_2$  ☐ C  $LR = 34, \chi^2_{n-1}$   
☐ D  $LR = \ln 34, \chi^2_{n-2}$  ☐ E  $LR = \ln 68, \chi^2_{n-2}$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 23 ♣** Производитель мороженого попросил оценить по 10-бальной шкале два вида мороженого: с кусочками шоколада и с орешками. Было опрошено 5 человек.

	Евламний	Аристарх	Капитолина	Аграфена	Эвридика
С крошкой	10	6	7	5	4
С орехами	9	8	8	7	6

Вычислите модуль значения статистики теста знаков. Используя нормальную аппроксимацию, проверьте на уровне значимости 0.2 гипотезу об отсутствии предпочтения мороженого с орешками против альтернативы, что мороженное с орешками вкуснее.

- ☐ A 1.34,  $H_0$  не отвергается ☒ B 1.34,  $H_0$  отвергается ☐ C Нет верного ответа.  
☐ D 1.65,  $H_0$  отвергается ☐ E 1.96,  $H_0$  отвергается  
☐ F 1.29,  $H_0$  отвергается ☐ G 1.29,  $H_0$  не отвергается

**Вопрос 24 ♣** Зулус Чака каСензангакона проверяет гипотезу о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках небольших размеров  $n_1$  и  $n_2$ . Если дисперсии неизвестны, но равны, то тестовая статистика имеет распределение

- ☐ A  $F_{n_1, n_2}$  ☒ B  $t_{n_1+n_2-2}$  ☐ C  $\chi^2_{n_1+n_2-1}$   
☐ D  $t_{n_1+n_2-1}$  ☐ E  $t_{n_1+n_2}$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 25 ♣** Пусть  $X_1, \dots, X_n$  — выборка объема  $n$  из некоторого распределения с конечным математическим ожиданием. Несмещенной и состоятельной оценкой математического ожидания является

- ☐ A  $\frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$  ☒ B  $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-1}}{n-2} - \frac{X_n}{2n}$  ☐ C  $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-2}}{n-2} + \frac{X_n}{2n}$   
☐ D  $\frac{X_1 + X_2}{2}$  ☐ E  $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-2}}{n-1} + \frac{X_n}{2n}$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 26 ♣** По случайной выборке из 100 наблюдений было оценено выборочное среднее  $\bar{X} = 20$  и несмещенная оценка дисперсии  $\hat{\sigma}^2 = 25$ . В рамках проверки гипотезы  $H_0 : \mu = 15$  против альтернативной гипотезы  $H_a : \mu > 15$  можно сделать следующее заключение

- ☒ A Гипотеза  $H_0$  отвергается на любом разумном уровне значимости  
☐ B Гипотеза  $H_0$  отвергается на уровне значимости 5%, но не на уровне значимости 1%  
☐ C Гипотеза  $H_0$  не отвергается на любом разумном уровне значимости  
☐ D Гипотеза  $H_0$  отвергается на уровне значимости 10%, но не на уровне значимости 5%  
☐ E Гипотеза  $H_0$  отвергается на уровне значимости 20%, но не на уровне значимости 10%  
☐ F Нет верного ответа.



**Вопрос 27 ♣** Каждое утро в 8:00 Иван Андреевич Крылов, либо завтракает, либо уже позавтракал. В это же время кухарка либо заглядывает к Крылову, либо нет. По таблице сопряженности вычислите статистику  $\chi^2$  Пирсона для тестирования гипотезы о том, что визиты кухарки не зависят от того, позавтракал ли уже Крылов или нет.

Время 8:00	кухарка заходит	кухарка не заходит
Крылов завтракает	200	40
Крылов уже позавтракал	25	100

- ☐ A 79                      ☒ B 139                      ☐ C 100  
☐ D 179                      ☐ E 39                      ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 28 ♣** Проверая гипотезу о равенстве дисперсий в двух выборках (размером в 3 и 5 наблюдений), Анаксимандр Милетский получил значение тестовой статистики 10. Если оценка дисперсии по одной из выборок равна 8, то другая оценка дисперсии может быть равна

- ☒ A 80                      ☐ B 4                      ☐ C 4/3  
☐ D 25                      ☐ E 3/4                      ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 29 ♣** Если Р-значение (P-value) меньше уровня значимости  $\alpha$ , то гипотеза  $H_0 : \sigma = 1$

- ☐ A Не отвергается                      ☐ B Отвергается, только если  $H_a : \sigma > 1$   
☐ C Отвергается, только если  $H_a : \sigma < 1$   
☒ D Отвергается                      ☐ E Нет верного ответа.

**Вопрос 30 ♣** Николай Коперник подбросил бутерброд 200 раз. Бутерброд упал маслом вниз 95 раз, а маслом вверх — 105 раз. Значение критерия  $\chi^2$  Пирсона для проверки гипотезы о равной вероятности данных событий равно

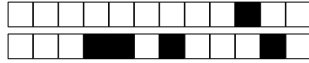
- ☒ A 0.5                      ☐ B 0.75                      ☐ C 7.5  
☐ D 2.5                      ☐ E 0.25                      ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 31 ♣** На основе случайной выборки, содержащей одно наблюдение  $X_1$ , тестируется гипотеза  $H_0 : X_1 \sim U[0; 1]$  против альтернативной гипотезы  $H_a : X_1 \sim U[0.5; 1.5]$ . Рассматривается критерий: если  $X_1 > 0.8$ , то гипотеза  $H_0$  отвергается в пользу гипотезы  $H_a$ . Вероятность ошибки 2-го рода для этого критерия равна:

- ☐ A 0.4                      ☒ B 0.3                      ☐ C 0.5  
☐ D 0.2                      ☐ E 0.1                      ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 32 ♣** Размером теста называется

- ☒ A Вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна  
☐ B Вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна  
☐ C Вероятность принять неверную гипотезу  
☐ D Единица минус вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна  
☐ E Единица минус вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна  
☐ F Нет верного ответа.



**Вопрос 33 ♣** Датчик случайных чисел выдал следующие значения псевдо случайной величины: 0.78, 0.48. Вычислите значение критерия Колмогорова и проверьте гипотезу  $H_0$  о соответствии распределения равномерному на  $[0; 1]$ . Критическое значение статистики Колмогорова для уровня значимости 0.1 и двух наблюдений равно 0.776.

- |  |   |  |
|--|---|--|
| <input type="checkbox"/> A 0.3, $H_0$ не отвергается           | <input type="checkbox"/> C 0.78, $H_0$ отвергается    | <input type="checkbox"/> E 1.26, $H_0$ отвергается |
| <input checked="" type="checkbox"/> 0.48, $H_0$ не отвергается | <input type="checkbox"/> D 0.37, $H_0$ не отвергается | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа.     |

**Вопрос 34** Если  $f(x)$  — функция плотности, то интеграл  $\int_{-\infty}^x f(u) du$  равен

- |  |  |                                |
|--|--|--------------------------------|
| <input type="checkbox"/> A $\mathbb{E}(X)$ | <input checked="" type="checkbox"/> $F(x)$ | <input type="checkbox"/> E 1   |
| <input type="checkbox"/> B $\text{Var}(X)$ | <input type="checkbox"/> D 0               | <input type="checkbox"/> F 0.5 |



Имя, фамилия и номер группы:

.....

Номер в списке (для автоматического распознавания):

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Вопрос 1 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 2 : ☐ A ☐ B ☐ C

Вопрос 3 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 4 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 5 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 6 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 7 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 8 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 9 : ☐ A ☐ B ☐ C

Вопрос 10 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 11 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 12 : ☐ A ☐ B ☐ C

Вопрос 13 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 14 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 15 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 16 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 17 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 18 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 19 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 20 : ☐ A ☐ B ☐ C

Вопрос 21 : ☐ A ☐ B ☐ C

Вопрос 22 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 23 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F ☐ G

Вопрос 24 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 25 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 26 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 27 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 28 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 29 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 30 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 31 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 32 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 33 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 34 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Учитываются только ответы, перенесённые на этот листок.



## Теория вероятностей и математическая статистика:

пересдача 20.09.2016

Можно пользоваться простым калькулятором. В каждом вопросе единственный верный ответ. Ни пуха, ни пера!

**Вопрос 1 ♣** Пусть  $X_1, X_2, \dots, X_n$  — случайная выборка размера 36 из нормального распределения  $N(\mu, 9)$ . Для тестирования основной гипотезы  $H_0: \mu = 0$  против альтернативной  $H_a: \mu = -2$  вы используете критерий: если  $\bar{X} \geq -1$ , то вы не отвергаете гипотезу  $H_0$ , в противном случае вы отвергаете гипотезу  $H_0$  в пользу гипотезы  $H_a$ . Мощность критерия равна

☒ 0.98☐ 0.85☐ 0.87☐ 0.58☐ 0.78☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 2 ♣** Пусть  $X_1, X_2, \dots, X_{33}$  — выборка из распределения с математическим ожиданием  $\mu$  и стандартным отклонением  $\sigma$ . Известно, что  $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$ ,  $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$ . Несмещенная оценка  $\mu$  принимает значение

☒ 1☐ 3.3☐ 0.33☐ 3☐ 10☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 3 ♣** Величины  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  независимы и нормальны  $N(0, 1)$ . Случайная величина  $Z_1^2/2 + Z_4^2/2 - Z_1 Z_4$  имеет распределение

☐  $\chi_3^2$ ☐  $\chi_4^2$ ☐  $\chi_2^2$ ☒  $\chi_1^2$ ☐  $t_2$ ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 4** Функция распределения

☐ невозрастающая☒ ограничена☐ всюду дифференцируема☐ всегда непрерывна☐ не имеет горизонтальных асимптот☐ может принимать любые положительные значения

**Вопрос 5** Редкой болезнью болеет 0.01% населения. Существующий тест ошибается в 10% случаев. У первого встречного берут тест. Судя по тесту, человек болен. Какова вероятность того, что он действительно болен?

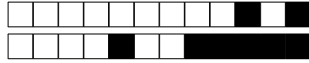
☐ равна 0.5☐ больше 0.5☒ меньше 0.5

**Вопрос 6** Если  $H_0$  верна, то  $P$ -значение имеет распределение

☐  $\chi_1^2$ ☐  $N(0; 1)$ ☐  $F_{1,1}$ ☐  $N(\mu; \sigma^2)$ ☒  $U[0; 1]$ ☐  $t_1$ 

**Вопрос 7 ♣** Проверая гипотезу о равенстве дисперсий в двух выборках (размером в 3 и 5 наблюдений), Анаксимандр Милетский получил значение тестовой статистики 10. Если оценка дисперсии по одной из выборок равна 8, то другая оценка дисперсии может быть равна

☐ 4☒ 80☐ 25☐ 4/3☐ 3/4☐ Нет верного ответа.



**Вопрос 8** Вероятность рождения мальчика примерно равна 0.5. На протяжении длительного времени в маленьком городе и большом городе считали дни, когда рождается больше 65% мальчиков. Таких дней окажется больше

- ☐ A в большом городе      ☐ B примерно одинаково      ☒ C в маленьком городе

**Вопрос 9 ♣** На основе случайной выборки, содержащей одно наблюдение  $X_1$ , тестируется гипотеза  $H_0 : X_1 \sim U[0; 1]$  против альтернативной гипотезы  $H_a : X_1 \sim U[0.5; 1.5]$ . Рассматривается критерий: если  $X_1 > 0.8$ , то гипотеза  $H_0$  отвергается в пользу гипотезы  $H_a$ . Вероятность ошибки 2-го рода для этого критерия равна:

- ☐ A 0.4      ☐ C 0.1      ☐ E 0.2  
☐ B 0.5      ☒ D 0.3      ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 10 ♣** Пусть  $\hat{\sigma}_1^2$  — несмещенная оценка дисперсии, полученная по первой выборке размером  $n_1$ ,  $\hat{\sigma}_2^2$  — несмещенная оценка дисперсии, полученная по второй выборке, с меньшим размером  $n_2$ . Тогда статистика  $\frac{\hat{\sigma}_1^2/n_1}{\hat{\sigma}_2^2/n_2}$  имеет распределение

- ☐ A  $F_{n_1-1, n_2-1}$       ☐ C  $t_{n_1+n_2-1}$       ☐ E  $F_{n_1, n_2}$   
☐ B  $\chi_{n_1+n_2}^2$       ☐ D  $N(0; 1)$       ☒ F Нет верного ответа.

**Вопрос 11 ♣** Величины  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  независимы и нормальны  $N(0, 1)$ . Случайная величина  $\frac{Z_1\sqrt{n+3}}{\sqrt{\sum_{i=4}^n Z_i^2}}$  имеет распределение

- ☐ A  $t_{n-1}$       ☐ C  $F_{1, n-2}$       ☐ E  $N(0, 1)$   
☐ B  $t_{n-3}$       ☐ D  $\chi_{n-4}^2$       ☒ F Нет верного ответа.

**Вопрос 12** Если  $f(x)$  — функция плотности, то интеграл  $\int_{-\infty}^x f(u) du$  равен

- ☐ A  $\text{Var}(X)$       ☐ C  $\mathbb{E}(X)$       ☐ E 1  
☒ B  $F(x)$       ☐ D 0.5      ☐ F 0

**Вопрос 13 ♣** Производитель мороженого попросил оценить по 10-бальной шкале два вида мороженого: с кусочками шоколада и с орешками. Было опрошено 5 человек.

	Евламий	Аристарх	Капитолина	Аграфена	Эвридика
С крошкой	10	6	7	5	4
С орехами	9	8	8	7	6

Вычислите модуль значения статистики теста знаков. Используя нормальную аппроксимацию, проверьте на уровне значимости 0.2 гипотезу об отсутствии предпочтения мороженого с орешками против альтернативы, что мороженое с орешками вкуснее.

- ☐ A 1.34,  $H_0$  не отвергается      ☐ D 1.29,  $H_0$  отвергается      ☐ G Нет верного ответа.  
☐ B 1.29,  $H_0$  не отвергается      ☐ E 1.65,  $H_0$  отвергается  
☐ C 1.96,  $H_0$  отвергается      ☒ F 1.34,  $H_0$  отвергается



**Вопрос 14 ♣** Бессмертный гений поэзии Ли Бо оценивает математическое ожидание по выборке размера  $n$  из нормального распределения. Он построил оценку метода моментов,  $\hat{\mu}_{MM}$ , и оценку максимального правдоподобия,  $\hat{\mu}_{ML}$ . Про эти оценки можно утверждать, что

- ☐ A  $\hat{\mu}_{MM} < \hat{\mu}_{ML}$  ☒ они равны  
☐ B  $\hat{\mu}_{MM} > \hat{\mu}_{ML}$  ☐ E они не равны, но сближаются при  $n \rightarrow \infty$   
☐ C они не равны, и не сближаются при  $n \rightarrow \infty$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 15 ♣** Если  $X_i$  независимы,  $\mathbb{E}(X_i) = \mu$  и  $\text{Var}(X_i) = \sigma^2$ , то математическое ожидание величины  $Y = \sum_{i=1}^n (X_i - X_1)^2$  равно

- ☐ A  $\mu$  ☐ C  $\sigma^2$  ☐ E  $\hat{\sigma}^2$   
☐ B  $(n-1)\sigma^2$  ☒  $2(n-1)\sigma^2$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 16 ♣** Величины  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  независимы и нормальны  $N(0, 1)$ . Случайная величина  $\frac{Z_1^2 + Z_5^2}{Z_2^2 + Z_7^2}$  имеет распределение

- ☐ A  $F_{1,7}$  ☐ C  $F_{2,7}$  ☐ E  $F_{1,2}$   
☐ B  $F_{7,2}$  ☒  $F_{2,2}$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 17 ♣** Каждое утро в 8:00 Иван Андреевич Крылов, либо завтракает, либо уже позавтракал. В это же время кухарка либо заглядывает к Крылову, либо нет. По таблице сопряженности вычислите статистику  $\chi^2$  Пирсона для тестирования гипотезы о том, что визиты кухарки не зависят от того, позавтракал ли уже Крылов или нет.

Время 8:00	кухарка заходит	кухарка не заходит
Крылов завтракает	200	40
Крылов уже позавтракал	25	100

- ☐ A 179 ☒ 139 ☐ E 79  
☐ B 100 ☐ D 39 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 18 ♣** Николай Коперник подбросил бутерброд 200 раз. Бутерброд упал маслом вниз 95 раз, а маслом вверх — 105 раз. Значение критерия  $\chi^2$  Пирсона для проверки гипотезы о равной вероятности данных событий равно

- ☐ A 2.5 ☐ C 0.75 ☐ E 0.25  
☐ B 7.5 ☒ 0.5 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 19** Обычную рублевую монетку подбрасывают четыре раза. Первые три раза она выпала орлом. Вероятность того, что она выпадет орлом в четвертый раз:

- ☒ равна 0.5 ☐ B меньше 0.5 ☐ C больше 0.5



**Вопрос 20 ♣** Геродот Геликарнасский проверяет гипотезу  $H_0 : \mu = 0, \sigma^2 = 1$  с помощью  $LR$  статистики теста отношения правдоподобия. При подстановке оценок метода максимального правдоподобия в лог-функцию правдоподобия он получил  $\ell = -177$ , а при подстановке  $\mu = 0$  и  $\sigma = 1$  оказалось, что  $\ell = -211$ . Найдите значение  $LR$  статистики и укажите её закон распределения при верной  $H_0$

- ☐ A  $LR = \ln 34, \chi^2_{n-2}$  ☐ C  $LR = 34, \chi^2_2$  ☐ E  $LR = \ln 68, \chi^2_{n-2}$   
☐ B  $LR = 34, \chi^2_{n-1}$  ☒ D  $LR = 68, \chi^2_2$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 21 ♣** Пусть  $X_1, X_2, \dots, X_{11}$  — выборка из распределения с математическим ожиданием  $\mu$  и стандартным отклонением  $\sigma$ . Известно, что  $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$ ,  $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$ . Несмещенная оценка дисперсии принимает значение

- ☐ A 100/11 ☐ C 10 ☐ E 11/100  
☒ B 1/10 ☐ D 1/11 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 22** Два обычных игральных кубика подбрасываются одновременно. Больше шансы выпасть у комбинации:

- ☐ A две шестерки ☒ B одна шестерка, одна пятерка ☐ C одинаковые шансы

**Вопрос 23 ♣** Все условия регулярности для применения метода максимального правдоподобия выполнены. Вторая производная лог-функции правдоподобия равна  $\ell''(\theta) = -100$ . Стандартная ошибка несмещенной эффективной оценки для параметра  $\theta$  равна

- ☐ A 10 ☐ C 100 ☐ E 0.01  
☐ B 1 ☒ D 0.1 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 24 ♣** Если  $P$ -значение ( $P$ -value) меньше уровня значимости  $\alpha$ , то гипотеза  $H_0 : \sigma = 1$

- ☒ A Отвергается ☐ D Отвергается, только если  $H_a : \sigma > 1$   
☐ B Отвергается, только если  $H_a : \sigma < 1$  ☐ E Не отвергается  
☐ C Отвергается, только если  $H_a : \sigma \neq 1$  ☐ F Нет верного ответа.

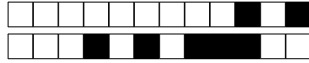
**Вопрос 25 ♣** Датчик случайных чисел выдал следующие значения псевдо случайной величины: 0.78, 0.48. Вычислите значение критерия Колмогорова и проверьте гипотезу  $H_0$  о соответствии распределения равномерному на  $[0; 1]$ . Критическое значение статистики Колмогорова для уровня значимости 0.1 и двух наблюдений равно 0.776.

- ☐ A 1.26,  $H_0$  отвергается ☐ C 0.78,  $H_0$  отвергается ☒ D 0.48,  $H_0$  не отвергается  
☐ B 0.37,  $H_0$  не отвергается ☐ E 0.3,  $H_0$  не отвергается ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 26 ♣** У пяти случайно выбранных студентов первого потока результаты за контрольную по статистике оказались равны 82, 47, 20, 43 и 73. У четырёх случайно выбранных студентов второго потока — 68, 83, 60 и 52. Вычислите статистику Вилкоксона и проверьте гипотезу  $H_0$  об однородности результатов студентов двух потоков. Критические значения статистики Вилкоксона равны  $T_L = 12$  и  $T_R = 28$ .

- ☐ A 12.75,  $H_0$  не отвергается ☐ C 20,  $H_0$  не отвергается ☐ E 53,  $H_0$  отвергается  
☐ B 65.75,  $H_0$  отвергается ☒ D 24,  $H_0$  не отвергается ☐ F Нет верного ответа.





**Вопрос 27 ♣** По случайной выборке из 100 наблюдений было оценено выборочное среднее  $\bar{X} = 20$  и несмещенная оценка дисперсии  $\hat{\sigma}^2 = 25$ . В рамках проверки гипотезы  $H_0 : \mu = 15$  против альтернативной гипотезы  $H_a : \mu > 15$  можно сделать следующее заключение

- ☒ Гипотеза  $H_0$  отвергается на любом разумном уровне значимости
- ☐ Гипотеза  $H_0$  отвергается на уровне значимости 5%, но не на уровне значимости 1%
- ☐ Гипотеза  $H_0$  отвергается на уровне значимости 20%, но не на уровне значимости 10%
- ☐ Гипотеза  $H_0$  отвергается на уровне значимости 10%, но не на уровне значимости 5%
- ☐ Гипотеза  $H_0$  не отвергается на любом разумном уровне значимости
- ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 28 ♣** Имеется случайная выборка размера  $n$  из нормального распределения. При проверке гипотезы о равенстве математического ожидания заданному значению при неизвестной дисперсии используется статистика, имеющая распределение

- ☐  $\chi^2_{n-1}$  ☐  $\chi^2_n$  ☐  $N(0, 1)$
- ☐  $t_n$  ☒  $t_{n-1}$  ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 29 ♣** Среди 100 случайно выбранных ацтеков 20 платят дань Кулуакану, а 80 — Аскапоцалько. Соответственно, оценка доли ацтеков, платящих дань Кулуакану, равна  $\hat{p} = 0.2$ . Разумная оценка дисперсии случайной величины  $\hat{p}$  равна

- ☐ 1.6 ☐ 0.16 ☒ 0.0016
- ☐ 0.04 ☐ 0.4 ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 30** У Пети связка ключей. Один из них подходит к замку. Петя не знает, какой ключ подходит к замку и перебирает их по очереди. У какого ключа выше шансы подойти?

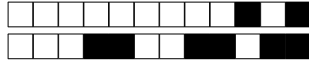
- ☐ у первого ☐ у последнего ☒ одинаковы

**Вопрос 31 ♣** Зулус Чака каСензангакона проверяет гипотезу о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках небольших размеров  $n_1$  и  $n_2$ . Если дисперсии неизвестны, но равны, то тестовая статистика имеет распределение

- ☐  $F_{n_1, n_2}$  ☒  $t_{n_1+n_2-2}$  ☐  $t_{n_1+n_2-1}$
- ☐  $\chi^2_{n_1+n_2-1}$  ☐  $t_{n_1+n_2}$  ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 32 ♣** Размером теста называется

- ☒ Вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна
- ☐ Единица минус вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна
- ☐ Единица минус вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна
- ☐ Вероятность принять неверную гипотезу
- ☐ Вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна
- ☐ Нет верного ответа.



**Вопрос 33 ♣** Ковариационная матрица вектора  $X = (X_1, X_2)$  имеет вид  $\begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$ . Дисперсия разности случайных величин,  $\text{Var}(X_1 - 2X_2)$ , равняется

☒ 30

☐ 21

☐ 1.2

☐ 15

☐ 12

☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 34 ♣** Пусть  $X_1, \dots, X_n$  — выборка объема  $n$  из некоторого распределения с конечным математическим ожиданием. Несмещенной и состоятельной оценкой математического ожидания является

☐  $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-2}}{n-1} + \frac{X_n}{2n}$

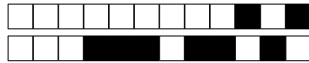
☐  $\frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$

☐  $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-2}}{n-2} + \frac{X_n}{2n}$

☒  $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-1}}{n-2} - \frac{X_n}{2n}$

☐  $\frac{X_1 + X_2}{2}$

☐ Нет верного ответа.



Имя, фамилия и номер группы:

.....

Номер в списке (для автоматического распознавания):

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

- Вопрос 1 : ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 2 : ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 3 : ☐ A ☐ ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 4 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ ☐ E ☐ F
- Вопрос 5 : ☐ A ☐ B ☐ ☐
- Вопрос 6 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ ☐ E ☐ F
- Вопрос 7 : ☐ A ☐ B ☐ ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 8 : ☐ A ☐ B ☐ ☐
- Вопрос 9 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ ☐ E ☐ F
- Вопрос 10 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ ☐
- Вопрос 11 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ ☐
- Вопрос 12 : ☐ A ☐ ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 13 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ ☐ G
- Вопрос 14 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ ☐ E ☐ F
- Вопрос 15 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ ☐ E ☐ F
- Вопрос 16 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ ☐ E ☐ F
- Вопрос 17 : ☐ A ☐ B ☐ ☐ D ☐ E ☐ F

- Вопрос 18 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ ☐ E ☐ F
- Вопрос 19 : ☐ ☐ B ☐ C
- Вопрос 20 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ ☐ E ☐ F
- Вопрос 21 : ☐ A ☐ ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 22 : ☐ A ☐ ☐ C
- Вопрос 23 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ ☐ E ☐ F
- Вопрос 24 : ☐ ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 25 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ ☐ F
- Вопрос 26 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ ☐ E ☐ F
- Вопрос 27 : ☐ ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 28 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ ☐ E ☐ F
- Вопрос 29 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ ☐ F
- Вопрос 30 : ☐ A ☐ B ☐ ☐
- Вопрос 31 : ☐ A ☐ B ☐ ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 32 : ☐ ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 33 : ☐ ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 34 : ☐ A ☐ ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Учитываются только ответы, перенесённые на этот листок.

**Теория вероятностей и математическая статистика:****пересдача 20.09.2016**

Можно пользоваться простым калькулятором. В каждом вопросе единственный верный ответ. Ни пуха, ни пера!

**Вопрос 1 ♣** Датчик случайных чисел выдал следующие значения псевдо случайной величины: 0.78, 0.48. Вычислите значение критерия Колмогорова и проверьте гипотезу  $H_0$  о соответствии распределения равномерному на  $[0; 1]$ . Критическое значение статистики Колмогорова для уровня значимости 0.1 и двух наблюдений равно 0.776.

- ☒ 0.48,  $H_0$  не отвергается    ☐ 0.3,  $H_0$  не отвергается    ☐ 0.37,  $H_0$  не отвергается  
☐ 0.78,  $H_0$  отвергается    ☐ 1.26,  $H_0$  отвергается    ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 2 ♣** Зулус Чака каСензангакона проверяет гипотезу о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках небольших размеров  $n_1$  и  $n_2$ . Если дисперсии неизвестны, но равны, то тестовая статистика имеет распределение

- ☒  $t_{n_1+n_2-2}$     ☐  $t_{n_1+n_2-1}$     ☐  $\chi^2_{n_1+n_2-1}$   
☐  $t_{n_1+n_2}$     ☐  $F_{n_1, n_2}$     ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 3 ♣** Геродот Геликарнасский проверяет гипотезу  $H_0 : \mu = 0, \sigma^2 = 1$  с помощью  $LR$  статистики теста отношения правдоподобия. При подстановке оценок метода максимального правдоподобия в лог-функцию правдоподобия он получил  $\ell = -177$ , а при подстановке  $\mu = 0$  и  $\sigma = 1$  оказалось, что  $\ell = -211$ . Найдите значение  $LR$  статистики и укажите её закон распределения при верной  $H_0$

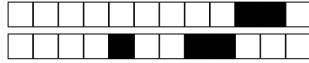
- ☐  $LR = \ln 68, \chi^2_{n-2}$     ☐  $LR = 34, \chi^2_2$     ☐  $LR = 34, \chi^2_{n-1}$   
☒  $LR = 68, \chi^2_2$     ☐  $LR = \ln 34, \chi^2_{n-2}$     ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 4 ♣** Николай Коперник подбросил бутерброд 200 раз. Бутерброд упал маслом вниз 95 раз, а маслом вверх — 105 раз. Значение критерия  $\chi^2$  Пирсона для проверки гипотезы о равной вероятности данных событий равно

- ☐ 7.5    ☐ 2.5    ☐ 0.25  
☐ 0.75    ☒ 0.5    ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 5 ♣** Размером теста называется

- ☐ Единица минус вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна  
☐ Вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна  
☐ Вероятность принять неверную гипотезу  
☒ Вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна  
☐ Единица минус вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна  
☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 6** Функция распределения

- ☒ ограничена ☐ всегда непрерывна
- ☐ невозрастающая ☐ не имеет горизонтальных асимптот
- ☐ всюду дифференцируема ☐ может принимать любые положительные значения

**Вопрос 7 ♣** Если  $X_i$  независимы,  $\mathbb{E}(X_i) = \mu$  и  $\text{Var}(X_i) = \sigma^2$ , то математическое ожидание величины  $Y = \sum_{i=1}^n (X_i - X_1)^2$  равно

- ☐  $\mu$  ☐  $(n-1)\sigma^2$  ☒  $2(n-1)\sigma^2$
- ☐  $\sigma^2$  ☐  $\sigma^2$  ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 8** Редкой болезнью болеет 0.01% населения. Существующий тест ошибается в 10% случаев. У первого встречного берут тест. Судя по тесту, человек болен. Какова вероятность того, что он действительно болен?

- ☐ равна 0.5 ☐ больше 0.5 ☒ меньше 0.5

**Вопрос 9 ♣** Бессмертный гений поэзии Ли Бо оценивает математическое ожидание по выборка размера  $n$  из нормального распределения. Он построил оценку метода моментов,  $\hat{\mu}_{MM}$ , и оценку максимального правдоподобия,  $\hat{\mu}_{ML}$ . Про эти оценки можно утверждать, что

- ☐  $\hat{\mu}_{MM} < \hat{\mu}_{ML}$  ☐ они не равны, но сближаются при  $n \rightarrow \infty$
- ☐ они не равны, и не сближаются при  $n \rightarrow \infty$  ☒ они равны
- ☐  $\hat{\mu}_{MM} > \hat{\mu}_{ML}$  ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 10 ♣** Величины  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  независимы и нормальны  $N(0, 1)$ . Случайная величина  $Z_1^2/2 + Z_4^2/2 - Z_1Z_4$  имеет распределение

- ☐  $\chi_2^2$  ☒  $\chi_1^2$  ☐  $\chi_4^2$
- ☐  $t_2$  ☐  $\chi_3^2$  ☐ Нет верного ответа.

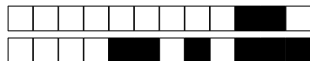
**Вопрос 11 ♣** Каждое утро в 8:00 Иван Андреевич Крылов, либо завтракает, либо уже позавтракал. В это же время кухарка либо заглядывает к Крылову, либо нет. По таблице сопряженности вычислите статистику  $\chi^2$  Пирсона для тестирования гипотезы о том, что визиты кухарки не зависят от того, позавтракал ли уже Крылов или нет.

Время 8:00	кухарка заходит	кухарка не заходит
Крылов завтракает	200	40
Крылов уже позавтракал	25	100

- ☐ 179 ☐ 100 ☐ 79
- ☐ 39 ☒ 139 ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 12 ♣** Ковариационная матрица вектора  $X = (X_1, X_2)$  имеет вид  $\begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$ . Дисперсия разности случайных величин,  $\text{Var}(X_1 - 2X_2)$ , равняется

- ☐ 21 ☐ 1.2 ☒ 30
- ☐ 15 ☐ 12 ☐ Нет верного ответа.



**Вопрос 13** Обычную рублевую монетку подбрасывают четыре раза. Первые три раза она выпала орлом. Вероятность того, что она выпадет орлом в четвертый раз:

- ☐ равна 0.5      ☐ меньше 0.5      ☐ больше 0.5

**Вопрос 14 ♣** Величины  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  независимы и нормальны  $N(0, 1)$ . Случайная величина  $\frac{Z_1\sqrt{n+3}}{\sqrt{\sum_{i=4}^n Z_i^2}}$  имеет распределение

- ☐  $F_{1,n-2}$       ☐  $N(0, 1)$       ☐  $t_{n-1}$   
☐  $t_{n-3}$       ☐  $\chi_{n-4}^2$       ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 15 ♣** Величины  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  независимы и нормальны  $N(0, 1)$ . Случайная величина  $\frac{Z_1^2 + Z_5^2}{Z_2^2 + Z_7^2}$  имеет распределение

- ☐  $F_{2,2}$       ☐  $F_{1,2}$       ☐  $F_{1,7}$   
☐  $F_{2,7}$       ☐  $F_{7,2}$       ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 16 ♣** Среди 100 случайно выбранных ацтеков 20 платят дань Кулуакану, а 80 — Аскапоцалько. Соответственно, оценка доли ацтеков, платящих дань Кулуакану, равна  $\hat{p} = 0.2$ . Разумная оценка дисперсии случайной величины  $\hat{p}$  равна

- ☐ 0.04      ☐ 0.4      ☐ 0.0016  
☐ 1.6      ☐ 0.16      ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 17 ♣** Пусть  $\hat{\sigma}_1^2$  — несмещенная оценка дисперсии, полученная по первой выборке размером  $n_1$ ,  $\hat{\sigma}_2^2$  — несмещенная оценка дисперсии, полученная по второй выборке, с меньшим размером  $n_2$ . Тогда статистика  $\frac{\hat{\sigma}_1^2/n_1}{\hat{\sigma}_2^2/n_2}$  имеет распределение

- ☐  $N(0; 1)$       ☐  $F_{n_1, n_2}$       ☐  $\chi_{n_1+n_2}^2$   
☐  $F_{n_1-1, n_2-1}$       ☐  $t_{n_1+n_2-1}$       ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 18** Вероятность рождения мальчика примерно равна 0.5. На протяжении длительного времени в маленьком городе и большом городе считали дни, когда рождается больше 65% мальчиков. Таких дней окажется больше

- ☐ примерно одинаково      ☐ в большом городе      ☐ в маленьком городе

**Вопрос 19 ♣** Пусть  $X_1, X_2, \dots, X_n$  — случайная выборка размера 36 из нормального распределения  $N(\mu, 9)$ . Для тестирования основной гипотезы  $H_0: \mu = 0$  против альтернативной  $H_a: \mu = -2$  вы используете критерий: если  $\bar{X} \geq -1$ , то вы не отвергаете гипотезу  $H_0$ , в противном случае вы отвергаете гипотезу  $H_0$  в пользу гипотезы  $H_a$ . Мощность критерия равна

- ☐ 0.98      ☐ 0.58      ☐ 0.87  
☐ 0.85      ☐ 0.78      ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 20** Если  $f(x)$  — функция плотности, то интеграл  $\int_{-\infty}^x f(u) du$  равен

- ☐  $\mathbb{E}(X)$       ☐ 0.5      ☐  $\text{Var}(X)$   
☐ 0      ☐  $F(x)$       ☐ 1



**Вопрос 21 ♣** Все условия регулярности для применения метода максимального правдоподобия выполнены. Вторая производная лог-функции правдоподобия равна  $\ell''(\theta) = -100$ . Стандартная ошибка несмещенной эффективной оценки для параметра  $\theta$  равна

- ☐ A 10 ☒ B 0.1 ☐ C 1  
☐ D 100 ☐ E 0.01 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 22 ♣** Пусть  $X_1, X_2, \dots, X_{11}$  — выборка из распределения с математическим ожиданием  $\mu$  и стандартным отклонением  $\sigma$ . Известно, что  $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$ ,  $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$ . Несмещенная оценка дисперсии принимает значение

- ☐ A 10 ☐ B 11/100 ☐ C 100/11  
☒ D 1/10 ☐ E 1/11 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 23 ♣** Пусть  $X_1, \dots, X_n$  — выборка объема  $n$  из некоторого распределения с конечным математическим ожиданием. Несмещенной и состоятельной оценкой математического ожидания является

- ☐ A  $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-2}}{n-1} + \frac{X_n}{2n}$  ☐ B  $\frac{X_1 + X_2}{2}$  ☐ C  $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-2}}{n-2} + \frac{X_n}{2n}$  ☒ D  $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-1}}{n-2} - \frac{X_n}{2n}$  ☐ E  $\frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 24 ♣** Если Р-значение (P-value) меньше уровня значимости  $\alpha$ , то гипотеза  $H_0 : \sigma = 1$

- ☐ A Отвергается, только если  $H_a : \sigma > 1$  ☐ B Не отвергается  
☐ C Отвергается, только если  $H_a : \sigma \neq 1$  ☐ D Отвергается, только если  $H_a : \sigma < 1$   
☒ E Отвергается ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 25 ♣** Имеется случайная выборка размера  $n$  из нормального распределения. При проверке гипотезы о равенстве математического ожидания заданному значению при неизвестной дисперсии используется статистика, имеющая распределение

- ☐ A  $N(0, 1)$  ☐ B  $\chi_{n-1}^2$  ☒ C  $t_{n-1}$   
☐ D  $t_n$  ☐ E  $\chi_n^2$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 26 ♣** Производитель мороженого попросил оценить по 10-бальной шкале два вида мороженого: с кусочками шоколада и с орешками. Было опрошено 5 человек.

	Евламий	Аристарх	Капитолина	Аграфена	Эвридика
С крошкой	10	6	7	5	4
С орехами	9	8	8	7	6

Вычислите модуль значения статистики теста знаков. Используя нормальную аппроксимацию, проверьте на уровне значимости 0.2 гипотезу об отсутствии предпочтения мороженого с орешками против альтернативы, что мороженое с орешками вкуснее.

- ☐ A 1.34,  $H_0$  не отвергается ☐ B 1.65,  $H_0$  отвергается ☐ C Нет верного ответа.  
☐ D 1.96,  $H_0$  отвергается ☒ E 1.34,  $H_0$  отвергается  
☐ F 1.29,  $H_0$  не отвергается ☐ G 1.29,  $H_0$  отвергается



**Вопрос 27** Если  $H_0$  верна, то  $P$ -значение имеет распределение

- |                                    |   |   |
|------------------------------------|---|---|
| <input type="checkbox"/> $t_1$     | <input checked="" type="checkbox"/> $U[0; 1]$ | <input type="checkbox"/> $F_{1,1}$          |
| <input type="checkbox"/> $N(0; 1)$ | <input type="checkbox"/> $\chi_1^2$           | <input type="checkbox"/> $N(\mu; \sigma^2)$ |

**Вопрос 28 ♣** Пусть  $X_1, X_2, \dots, X_{33}$  — выборка из распределения с математическим ожиданием  $\mu$  и стандартным отклонением  $\sigma$ . Известно, что  $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$ ,  $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$ . Несмещенная оценка  $\mu$  принимает значение

- |                                       |                              |  |
|---------------------------------------|------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 3            | <input type="checkbox"/> 3.3 | <input type="checkbox"/> 0.33                |
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 10  | <input type="checkbox"/> Нет верного ответа. |

**Вопрос 29** Два обычных игральных кубика подбрасываются одновременно. Больше шансы выпасть у комбинации:

- |                                       |   |   |
|---------------------------------------|---|---|
| <input type="checkbox"/> две шестерки | <input checked="" type="checkbox"/> одна шестерка, одна пятерка | <input type="checkbox"/> одинаковые шансы |
|---------------------------------------|---|---|

**Вопрос 30 ♣** По случайной выборке из 100 наблюдений было оценено выборочное среднее  $\bar{X} = 20$  и несмещенная оценка дисперсии  $\hat{\sigma}^2 = 25$ . В рамках проверки гипотезы  $H_0 : \mu = 15$  против альтернативной гипотезы  $H_a : \mu > 15$  можно сделать следующее заключение

- |  |
|--|
| <input type="checkbox"/> Гипотеза $H_0$ отвергается на уровне значимости 20%, но не на уровне значимости 10% |
| <input type="checkbox"/> Гипотеза $H_0$ не отвергается на любом разумном уровне значимости                   |
| <input type="checkbox"/> Гипотеза $H_0$ отвергается на уровне значимости 10%, но не на уровне значимости 5%  |
| <input checked="" type="checkbox"/> Гипотеза $H_0$ отвергается на любом разумном уровне значимости           |
| <input type="checkbox"/> Гипотеза $H_0$ отвергается на уровне значимости 5%, но не на уровне значимости 1%   |
| <input type="checkbox"/> Нет верного ответа.   |

**Вопрос 31** У Пети связка ключей. Один из них подходит к замку. Петя не знает, какой ключ подходит к замку и перебирает их по очереди. У какого ключа выше шансы подойти?

- |                                    |                                       |   |
|------------------------------------|---------------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> у первого | <input type="checkbox"/> у последнего | <input checked="" type="checkbox"/> одинаковы |
|------------------------------------|---------------------------------------|---|

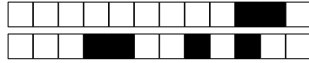
**Вопрос 32 ♣** Проверая гипотезу о равенстве дисперсий в двух выборках (размером в 3 и 5 наблюдений), Анаксимандр Милетский получил значение тестовой статистики 10. Если оценка дисперсии по одной из выборок равна 8, то другая оценка дисперсии может быть равна

- |  |                             |  |
|--|-----------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 3/4           | <input type="checkbox"/> 25 | <input type="checkbox"/> 4/3                 |
| <input checked="" type="checkbox"/> 80 | <input type="checkbox"/> 4  | <input type="checkbox"/> Нет верного ответа. |

**Вопрос 33 ♣** На основе случайной выборки, содержащей одно наблюдение  $X_1$ , тестируется гипотеза  $H_0 : X_1 \sim U[0; 1]$  против альтернативной гипотезы  $H_a : X_1 \sim U[0.5; 1.5]$ . Рассматривается критерий: если  $X_1 > 0.8$ , то гипотеза  $H_0$  отвергается в пользу гипотезы  $H_a$ . Вероятность ошибки 2-го рода для этого критерия равна:

- |                              |   |  |
|------------------------------|---|--|
| <input type="checkbox"/> 0.2 | <input checked="" type="checkbox"/> 0.3 | <input type="checkbox"/> 0.4                 |
| <input type="checkbox"/> 0.1 | <input type="checkbox"/> 0.5            | <input type="checkbox"/> Нет верного ответа. |





**Вопрос 34 ♣** У пяти случайно выбранных студентов первого потока результаты за контрольную по статистике оказались равны 82, 47, 20, 43 и 73. У четырёх случайно выбранных студентов второго потока — 68, 83, 60 и 52. Вычислите статистику Вилкоксона и проверьте гипотезу  $H_0$  об однородности результатов студентов двух потоков. Критические значения статистики Вилкоксона равны  $T_L = 12$  и  $T_R = 28$ .

☐ A 53,  $H_0$  отвергается

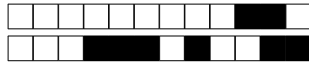
☒ B 24,  $H_0$  не отвергается

☐ C 12.75,  $H_0$  не отвергается

☐ D 20,  $H_0$  не отвергается

☐ E 65.75,  $H_0$  отвергается

☐ F Нет верного ответа.



Имя, фамилия и номер группы:

.....

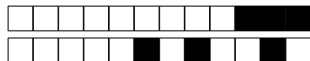
Номер в списке (для автоматического распознавания):

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

- Вопрос 1 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 2 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 3 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 4 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 5 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 6 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 7 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 8 : ☐ A ☐ B ☐ C
- Вопрос 9 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 10 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 11 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 12 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 13 : ☐ A ☐ B ☐ C
- Вопрос 14 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 15 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 16 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 17 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

- Вопрос 18 : ☐ A ☐ B ☐ C
- Вопрос 19 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 20 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 21 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 22 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 23 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 24 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 25 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 26 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F ☐ G
- Вопрос 27 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 28 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 29 : ☐ A ☐ B ☐ C
- Вопрос 30 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 31 : ☐ A ☐ B ☐ C
- Вопрос 32 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 33 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 34 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Учитываются только ответы, перенесённые на этот листок.



## Теория вероятностей и математическая статистика:

пересдача 20.09.2016

Можно пользоваться простым калькулятором. В каждом вопросе единственный верный ответ. Ни пуха, ни пера!

**Вопрос 1 ♣** Пусть  $X_1, X_2, \dots, X_{33}$  — выборка из распределения с математическим ожиданием  $\mu$  и стандартным отклонением  $\sigma$ . Известно, что  $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$ ,  $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$ . Несмещенная оценка  $\mu$  принимает значение

☐ A 0.33☐ C 3☒ 1☐ B 3.3☐ D 10☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 2 ♣** Зулус Чака как Сензангакон проверяет гипотезу о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках небольших размеров  $n_1$  и  $n_2$ . Если дисперсии неизвестны, но равны, то тестовая статистика имеет распределение

☐ A  $\chi_{n_1+n_2-1}^2$ ☐ C  $t_{n_1+n_2-1}$ ☐ E  $t_{n_1+n_2}$ ☐ B  $F_{n_1, n_2}$ ☒  $t_{n_1+n_2-2}$ ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 3 ♣** Пусть  $X_1, X_2, \dots, X_n$  — случайная выборка размера 36 из нормального распределения  $N(\mu, 9)$ . Для тестирования основной гипотезы  $H_0: \mu = 0$  против альтернативной  $H_a: \mu = -2$  вы используете критерий: если  $\bar{X} \geq -1$ , то вы не отвергаете гипотезу  $H_0$ , в противном случае вы отвергаете гипотезу  $H_0$  в пользу гипотезы  $H_a$ . Мощность критерия равна

☐ A 0.78☐ C 0.58☒ 0.98☐ B 0.87☐ D 0.85☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 4** Два обычных игральных кубика подбрасываются одновременно. Больше шансы выпасть у комбинации:

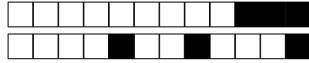
☐ A две шестерки☒ одна шестерка, одна пятерка☐ C одинаковые шансы

**Вопрос 5 ♣** У пяти случайно выбранных студентов первого потока результаты за контрольную по статистике оказались равны 82, 47, 20, 43 и 73. У четырёх случайно выбранных студентов второго потока — 68, 83, 60 и 52. Вычислите статистику Вилкоксона и проверьте гипотезу  $H_0$  об однородности результатов студентов двух потоков. Критические значения статистики Вилкоксона равны  $T_L = 12$  и  $T_R = 28$ .

☐ A 20,  $H_0$  не отвергается☒ 24,  $H_0$  не отвергается☐ E 12.75,  $H_0$  не отвергается☐ B 53,  $H_0$  отвергается☐ D 65.75,  $H_0$  отвергается☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 6 ♣** Ковариационная матрица вектора  $X = (X_1, X_2)$  имеет вид  $\begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$ . Дисперсия разности случайных величин,  $\text{Var}(X_1 - 2X_2)$ , равняется

☐ A 15☐ C 1.2☒ 30☐ B 12☐ D 21☐ F Нет верного ответа.



**Вопрос 7 ♣** Среди 100 случайно выбранных аптеков 20 платят дань Кулуакану, а 80 — Аскапоцалько. Соответственно, оценка доли аптеков, платящих дань Кулуакану, равна  $\hat{p} = 0.2$ . Разумная оценка дисперсии случайной величины  $\hat{p}$  равна

- ☐ A 1.6                      ☐ C 0.4                      ☒ 0.0016  
☐ B 0.16                      ☐ D 0.04                      ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 8 ♣** По случайной выборке из 100 наблюдений было оценено выборочное среднее  $\bar{X} = 20$  и несмещенная оценка дисперсии  $\hat{\sigma}^2 = 25$ . В рамках проверки гипотезы  $H_0 : \mu = 15$  против альтернативной гипотезы  $H_a : \mu > 15$  можно сделать следующее заключение

- ☐ A Гипотеза  $H_0$  отвергается на уровне значимости 10%, но не на уровне значимости 5%  
☐ B Гипотеза  $H_0$  отвергается на уровне значимости 5%, но не на уровне значимости 1%  
☒ Гипотеза  $H_0$  отвергается на любом разумном уровне значимости  
☐ D Гипотеза  $H_0$  не отвергается на любом разумном уровне значимости  
☐ E Гипотеза  $H_0$  отвергается на уровне значимости 20%, но не на уровне значимости 10%  
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 9** Если  $H_0$  верна, то  $P$ -значение имеет распределение

- ☐ A  $\chi_1^2$                       ☐ C  $N(\mu; \sigma^2)$                       ☐ E  $t_1$   
☐ B  $N(0; 1)$                       ☐ D  $F_{1,1}$                       ☒  $U[0; 1]$

**Вопрос 10 ♣** Пусть  $X_1, \dots, X_n$  — выборка объема  $n$  из некоторого распределения с конечным математическим ожиданием. Несмещенной и состоятельной оценкой математического ожидания является

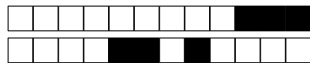
- ☐ A  $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-2}}{n-2} + \frac{X_n}{2n}$                       ☒  $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-1}}{n-2} - \frac{X_n}{2n}$                       ☐ E  $\frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$   
☐ B  $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-2}}{n-1} + \frac{X_n}{2n}$                       ☐ D  $\frac{X_1 + X_2}{2}$                       ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 11 ♣** Пусть  $X_1, X_2, \dots, X_{11}$  — выборка из распределения с математическим ожиданием  $\mu$  и стандартным отклонением  $\sigma$ . Известно, что  $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$ ,  $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$ . Несмещенная оценка дисперсии принимает значение

- ☐ A 11/100                      ☐ C 100/11                      ☐ E 1/11  
☒ 1/10                      ☐ D 10                      ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 12 ♣** Величины  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  независимы и нормальны  $N(0, 1)$ . Случайная величина  $\frac{Z_1^2 + Z_2^2}{Z_2^2 + Z_7^2}$  имеет распределение

- ☐ A  $F_{2,7}$                       ☐ C  $F_{1,7}$                       ☐ E  $F_{7,2}$   
☒  $F_{2,2}$                       ☐ D  $F_{1,2}$                       ☐ F Нет верного ответа.



**Вопрос 13 ♣** Каждое утро в 8:00 Иван Андреевич Крылов, либо завтракает, либо уже позавтракал. В это же время кухарка либо заглядывает к Крылову, либо нет. По таблице сопряженности вычислите статистику  $\chi^2$  Пирсона для тестирования гипотезы о том, что визиты кухарки не зависят от того, позавтракал ли уже Крылов или нет.

Время 8:00	кухарка заходит	кухарка не заходит
Крылов завтракает	200	40
Крылов уже позавтракал	25	100

☒ 139☐ 100☐ 79☐ 39☐ 179☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 14 ♣** Если  $X_i$  независимы,  $\mathbb{E}(X_i) = \mu$  и  $\text{Var}(X_i) = \sigma^2$ , то математическое ожидание величины  $Y = \sum_{i=1}^n (X_i - X_1)^2$  равно

☐  $\mu$ ☐  $\hat{\sigma}^2$ ☒  $2(n-1)\sigma^2$ ☐  $(n-1)\sigma^2$ ☐  $\sigma^2$ ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 15 ♣** Величины  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  независимы и нормальны  $N(0, 1)$ . Случайная величина  $Z_1^2/2 + Z_2^2/2 - Z_1 Z_4$  имеет распределение

☒  $\chi_1^2$ ☐  $\chi_4^2$ ☐  $\chi_2^2$ ☐  $t_2$ ☐  $\chi_3^2$ ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 16 ♣** Производитель мороженого попросил оценить по 10-бальной шкале два вида мороженого: с кусочками шоколада и с орешками. Было опрошено 5 человек.

	Евламий	Аристарх	Капитолина	Аграфена	Эвридика
С крошкой	10	6	7	5	4
С орехами	9	8	8	7	6

Вычислите модуль значения статистики теста знаков. Используя нормальную аппроксимацию, проверьте на уровне значимости 0.2 гипотезу об отсутствии предпочтения мороженого с орешками против альтернативы, что мороженое с орешками вкуснее.

☐ 1.34,  $H_0$  не отвергается☐ 1.96,  $H_0$  отвергается☐ Нет верного ответа.☐ 1.65,  $H_0$  отвергается☒ 1.34,  $H_0$  отвергается☐ 1.29,  $H_0$  отвергается☐ 1.29,  $H_0$  не отвергается

**Вопрос 17 ♣** На основе случайной выборки, содержащей одно наблюдение  $X_1$ , тестируется гипотеза  $H_0 : X_1 \sim U[0; 1]$  против альтернативной гипотезы  $H_a : X_1 \sim U[0.5; 1.5]$ . Рассматривается критерий: если  $X_1 > 0.8$ , то гипотеза  $H_0$  отвергается в пользу гипотезы  $H_a$ . Вероятность ошибки 2-го рода для этого критерия равна:

☐ 0.5☐ 0.4☐ 0.2☐ 0.1☒ 0.3☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 18** Редкой болезнью болеет 0.01% населения. Существующий тест ошибается в 10% случаев. У первого встречного берут тест. Судя по тесту, человек болен. Какова вероятность того, что он действительно болен?

☐ равна 0.5☐ больше 0.5☒ меньше 0.5



**Вопрос 19 ♣** Если P-значение (P-value) меньше уровня значимости  $\alpha$ , то гипотеза  $H_0 : \sigma = 1$

- ☒ Отвергается ☐ Не отвергается  
☐ Отвергается, только если  $H_a : \sigma > 1$  ☐ Отвергается, только если  $H_a : \sigma \neq 1$   
☐ Отвергается, только если  $H_a : \sigma < 1$  ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 20 ♣** Бессмертный гений поэзии Ли Бо оценивает математическое ожидание по выборке размера  $n$  из нормального распределения. Он построил оценку метода моментов,  $\hat{\mu}_{MM}$ , и оценку максимального правдоподобия,  $\hat{\mu}_{ML}$ . Про эти оценки можно утверждать, что

- ☒ они равны ☐  $\hat{\mu}_{MM} < \hat{\mu}_{ML}$   
☐ они не равны, и не сближаются при  $n \rightarrow \infty$  ☐  $\hat{\mu}_{MM} > \hat{\mu}_{ML}$   
☐ они не равны, но сближаются при  $n \rightarrow \infty$  ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 21 ♣** Размером теста называется

- ☐ А Единица минус вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна  
☐ В Единица минус вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна  
☐ С Вероятность принять неверную гипотезу  
☐ D Вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна  
☒ Вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна  
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 22 ♣** Проверяя гипотезу о равенстве дисперсий в двух выборках (размером в 3 и 5 наблюдений), Анаксимандр Милетский получил значение тестовой статистики 10. Если оценка дисперсии по одной из выборок равна 8, то другая оценка дисперсии может быть равна

- ☐ A 4/3 ☐ C 4 ☒ 80  
☐ B 3/4 ☐ D 25 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 23** Обычную рублевую монетку подбрасывают четыре раза. Первые три раза она выпала орлом. Вероятность того, что она выпадет орлом в четвертый раз:

- ☐ A меньше 0.5 ☒ равна 0.5 ☐ C больше 0.5

**Вопрос 24** Функция распределения

- ☐ A всюду дифференцируема ☐ D не имеет горизонтальных асимптот  
☐ B невозрастающая ☐ E всегда непрерывна  
☒ ограничена ☐ F может принимать любые положительные значения

**Вопрос 25** Если  $f(x)$  — функция плотности, то интеграл  $\int_{-\infty}^x f(u) du$  равен

- ☐ A 0 ☐ C 0.5 ☐ E  $\mathbb{E}(X)$   
☐ B  $\text{Var}(X)$  ☐ D 1 ☒  $F(x)$



**Вопрос 26 ♣** Датчик случайных чисел выдал следующие значения псевдо случайной величины: 0.78, 0.48. Вычислите значение критерия Колмогорова и проверьте гипотезу  $H_0$  о соответствии распределения равномерному на  $[0; 1]$ . Критическое значение статистики Колмогорова для уровня значимости 0.1 и двух наблюдений равно 0.776.

- |   |  |  |
|---|--|--|
| <input type="checkbox"/> A 0.37, $H_0$ не отвергается | <input type="checkbox"/> C 0.78, $H_0$ отвергается   | <input checked="" type="checkbox"/> 0.48, $H_0$ не отвергается |
| <input type="checkbox"/> B 1.26, $H_0$ отвергается    | <input type="checkbox"/> D 0.3, $H_0$ не отвергается | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа.                 |

**Вопрос 27** Вероятность рождения мальчика примерно равна 0.5. На протяжении длительного времени в маленьком городе и большом городе считали дни, когда рождается больше 65% мальчиков. Таких дней окажется больше

- |  |   |   |
|--|---|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> в маленьком городе | <input type="checkbox"/> B примерно одинаково | <input type="checkbox"/> C в большом городе |
|--|---|---|

**Вопрос 28 ♣** Имеется случайная выборка размера  $n$  из нормального распределения. При проверке гипотезы о равенстве математического ожидания заданному значению при неизвестной дисперсии используется статистика, имеющая распределение

- |   |   |  |
|---|---|--|
| <input type="checkbox"/> A $\chi^2_{n-1}$ | <input type="checkbox"/> C $\chi^2_n$         | <input type="checkbox"/> E $t_n$               |
| <input type="checkbox"/> B $N(0, 1)$      | <input checked="" type="checkbox"/> $t_{n-1}$ | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

**Вопрос 29 ♣** Величины  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  независимы и нормальны  $N(0, 1)$ . Случайная величина  $\frac{Z_1\sqrt{n+3}}{\sqrt{\sum_{i=4}^n Z_i^2}}$  имеет распределение

- |                                      |   |   |
|--------------------------------------|---|---|
| <input type="checkbox"/> A $N(0, 1)$ | <input type="checkbox"/> C $t_{n-1}$      | <input type="checkbox"/> E $F_{1,n-2}$                  |
| <input type="checkbox"/> B $t_{n-3}$ | <input type="checkbox"/> D $\chi^2_{n-4}$ | <input checked="" type="checkbox"/> Нет верного ответа. |

**Вопрос 30 ♣** Все условия регулярности для применения метода максимального правдоподобия выполнены. Вторая производная лог-функции правдоподобия равна  $\ell''(\theta) = -100$ . Стандартная ошибка несмещенной эффективной оценки для параметра  $\theta$  равна

- |                                 |   |  |
|---------------------------------|---|--|
| <input type="checkbox"/> A 0.01 | <input type="checkbox"/> C 1            | <input type="checkbox"/> E 100                 |
| <input type="checkbox"/> B 10   | <input checked="" type="checkbox"/> 0.1 | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

**Вопрос 31 ♣** Николай Коперник подбросил бутерброд 200 раз. Бутерброд упал маслом вниз 95 раз, а маслом вверх — 105 раз. Значение критерия  $\chi^2$  Пирсона для проверки гипотезы о равной вероятности данных событий равно

- |                                 |                                 |  |
|---------------------------------|---------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> A 7.5  | <input type="checkbox"/> C 0.75 | <input checked="" type="checkbox"/> 0.5        |
| <input type="checkbox"/> B 0.25 | <input type="checkbox"/> D 2.5  | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

**Вопрос 32 ♣** Пусть  $\hat{\sigma}_1^2$  — несмещенная оценка дисперсии, полученная по первой выборке размером  $n_1$ ,  $\hat{\sigma}_2^2$  — несмещенная оценка дисперсии, полученная по второй выборке, с меньшим размером  $n_2$ . Тогда статистика  $\frac{\hat{\sigma}_1^2/n_1}{\hat{\sigma}_2^2/n_2}$  имеет распределение

- |   |  |   |
|---|--|---|
| <input type="checkbox"/> A $N(0; 1)$          | <input type="checkbox"/> C $t_{n_1+n_2-1}$ | <input type="checkbox"/> E $F_{n_1-1, n_2-1}$           |
| <input type="checkbox"/> B $\chi^2_{n_1+n_2}$ | <input type="checkbox"/> D $F_{n_1, n_2}$  | <input checked="" type="checkbox"/> Нет верного ответа. |



**Вопрос 33 ♣** Геродот Геликарнасский проверяет гипотезу  $H_0 : \mu = 0, \sigma^2 = 1$  с помощью  $LR$  статистики теста отношения правдоподобия. При подстановке оценок метода максимального правдоподобия в лог-функцию правдоподобия он получил  $\ell = -177$ , а при подстановке  $\mu = 0$  и  $\sigma = 1$  оказалось, что  $\ell = -211$ . Найдите значение  $LR$  статистики и укажите её закон распределения при верной  $H_0$

☐  $LR = 34, \chi^2_{n-1}$

☐  $LR = \ln 34, \chi^2_{n-2}$

☐  $LR = 34, \chi^2_2$

☒  $LR = 68, \chi^2_2$

☐  $LR = \ln 68, \chi^2_{n-2}$

☐ Нет верного ответа.

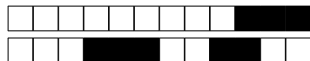
**Вопрос 34** У Пети связка ключей. Один из них подходит к замку. Петя не знает, какой ключ подходит к замку и перебирает их по очереди. У какого ключа выше шансы подойти?

☐ у первого

☐ у последнего

☒ одинаковы





Имя, фамилия и номер группы:

.....

Номер в списке (для автоматического распознавания):

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Вопрос 1 : 

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 2 : 

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 3 : 

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 4 : 

A		C
---	--	---

Вопрос 5 : 

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 6 : 

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 7 : 

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 8 : 

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 9 : 

A	B	C	D	E	
---	---	---	---	---	--

Вопрос 10 : 

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 11 : 

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 12 : 

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 13 : 

	B	C	D	E	F
--	---	---	---	---	---

Вопрос 14 : 

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 15 : 

	B	C	D	E	F
--	---	---	---	---	---

Вопрос 16 : 

A	B	C	D		F	G
---	---	---	---	--	---	---

Вопрос 17 : 

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 18 : 

A	B	
---	---	--

Вопрос 19 : 

	B	C	D	E	F
--	---	---	---	---	---

Вопрос 20 : 

	B	C	D	E	F
--	---	---	---	---	---

Вопрос 21 : 

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 22 : 

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 23 : 

A		C
---	--	---

Вопрос 24 : 

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 25 : 

A	B	C	D	E	
---	---	---	---	---	--

Вопрос 26 : 

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 27 : 

	B	C
--	---	---

Вопрос 28 : 

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 29 : 

A	B	C	D	E	
---	---	---	---	---	--

Вопрос 30 : 

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 31 : 

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 32 : 

A	B	C	D	E	
---	---	---	---	---	--

Вопрос 33 : 

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 34 : 

A	B	
---	---	--

Учитываются только ответы, перенесённые на этот листок.



## Теория вероятностей и математическая статистика:

пересдача 20.09.2016

Можно пользоваться простым калькулятором. В каждом вопросе единственный верный ответ. Ни пуха, ни пера!

**Вопрос 1** Обычную рублевую монетку подбрасывают четыре раза. Первые три раза она выпала орлом. Вероятность того, что она выпадет орлом в четвертый раз:

- ☐ A меньше 0.5      ☐ B больше 0.5      ☒ C равна 0.5

**Вопрос 2 ♣** У пяти случайно выбранных студентов первого потока результаты за контрольную по статистике оказались равны 82, 47, 20, 43 и 73. У четырёх случайно выбранных студентов второго потока — 68, 83, 60 и 52. Вычислите статистику Вилкоксона и проверьте гипотезу  $H_0$  об однородности результатов студентов двух потоков. Критические значения статистики Вилкоксона равны  $T_L = 12$  и  $T_R = 28$ .

- ☐ A 53,  $H_0$  отвергается      ☐ C 20,  $H_0$  не отвергается      ☐ E 65.75,  $H_0$  отвергается  
☒ B 24,  $H_0$  не отвергается      ☐ D 12.75,  $H_0$  не отвергается      ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 3 ♣** Николай Коперник подбросил бутерброд 200 раз. Бутерброд упал маслом вниз 95 раз, а маслом вверх — 105 раз. Значение критерия  $\chi^2$  Пирсона для проверки гипотезы о равной вероятности данных событий равно

- ☐ A 7.5      ☐ C 0.75      ☐ E 2.5  
☒ B 0.5      ☐ D 0.25      ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 4 ♣** Величины  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  независимы и нормальны  $N(0, 1)$ . Случайная величина  $\frac{Z_1^2 + Z_5^2}{Z_2^2 + Z_7^2}$  имеет распределение

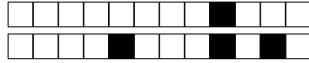
- ☒ A  $F_{2,2}$       ☐ C  $F_{1,7}$       ☐ E  $F_{2,7}$   
☐ B  $F_{7,2}$       ☐ D  $F_{1,2}$       ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 5 ♣** Пусть  $\hat{\sigma}_1^2$  — несмещенная оценка дисперсии, полученная по первой выборке размером  $n_1$ ,  $\hat{\sigma}_2^2$  — несмещенная оценка дисперсии, полученная по второй выборке, с меньшим размером  $n_2$ . Тогда статистика  $\frac{\hat{\sigma}_1^2/n_1}{\hat{\sigma}_2^2/n_2}$  имеет распределение

- ☐ A  $F_{n_1-1, n_2-1}$       ☐ C  $N(0; 1)$       ☐ E  $t_{n_1+n_2-1}$   
☐ B  $F_{n_1, n_2}$       ☐ D  $\chi_{n_1+n_2}^2$       ☒ F Нет верного ответа.

**Вопрос 6 ♣** Зулус Чака как Сензангакона проверяет гипотезу о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках небольших размеров  $n_1$  и  $n_2$ . Если дисперсии неизвестны, но равны, то тестовая статистика имеет распределение

- ☐ A  $\chi_{n_1+n_2-1}^2$       ☐ C  $F_{n_1, n_2}$       ☐ E  $t_{n_1+n_2-1}$   
☒ B  $t_{n_1+n_2-2}$       ☐ D  $t_{n_1+n_2}$       ☐ F Нет верного ответа.



**Вопрос 7 ♣** Пусть  $X_1, X_2, \dots, X_n$  — случайная выборка размера 36 из нормального распределения  $N(\mu, 9)$ . Для тестирования основной гипотезы  $H_0: \mu = 0$  против альтернативной  $H_a: \mu = -2$  вы используете критерий: если  $\bar{X} \geq -1$ , то вы не отвергаете гипотезу  $H_0$ , в противном случае вы отвергаете гипотезу  $H_0$  в пользу гипотезы  $H_a$ . Мощность критерия равна

☐ A 0.78

☐ C 0.58

☒ 0.98

☐ B 0.87

☐ D 0.85

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 8** Два обычных игральных кубика подбрасываются одновременно. Больше шансы выпасть у комбинации:

☐ A две шестерки

☒ одна шестерка, одна пятерка

☐ C одинаковые шансы

**Вопрос 9 ♣** Проверая гипотезу о равенстве дисперсий в двух выборках (размером в 3 и 5 наблюдений), Анаксимандр Милетский получил значение тестовой статистики 10. Если оценка дисперсии по одной из выборок равна 8, то другая оценка дисперсии может быть равна

☐ A 25

☒ 80

☐ E 4

☐ B 3/4

☐ D 4/3

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 10 ♣** Бессмертный гений поэзии Ли Бо оценивает математическое ожидание по выборке размера  $n$  из нормального распределения. Он построил оценку метода моментов,  $\hat{\mu}_{MM}$ , и оценку максимального правдоподобия,  $\hat{\mu}_{ML}$ . Про эти оценки можно утверждать, что

☒ они равны

☐ D они не равны, но сближаются при  $n \rightarrow \infty$

☐ B  $\hat{\mu}_{MM} > \hat{\mu}_{ML}$

☐ E они не равны, и не сближаются при  $n \rightarrow \infty$

☐ C  $\hat{\mu}_{MM} < \hat{\mu}_{ML}$

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 11 ♣** Каждое утро в 8:00 Иван Андреевич Крылов, либо завтракает, либо уже позавтракал. В это же время кухарка либо заглядывает к Крылову, либо нет. По таблице сопряженности вычислите статистику  $\chi^2$  Пирсона для тестирования гипотезы о том, что визиты кухарки не зависят от того, позавтракал ли уже Крылов или нет.

Время 8:00	кухарка заходит	кухарка не заходит
Крылов завтракает	200	40
Крылов уже позавтракал	25	100

☒ 139

☐ C 39

☐ E 179

☐ B 79

☐ D 100

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 12 ♣** Все условия регулярности для применения метода максимального правдоподобия выполнены. Вторая производная лог-функции правдоподобия равна  $\ell''(\theta) = -100$ . Стандартная ошибка несмещенной эффективной оценки для параметра  $\theta$  равна

☒ 0.1

☐ C 0.01

☐ E 10

☐ B 100

☐ D 1

☐ F Нет верного ответа.



**Вопрос 13 ♣** Среди 100 случайно выбранных ацтеков 20 платят дань Кулуакану, а 80 — Аскапоцалько. Соответственно, оценка доли ацтеков, платящих дань Кулуакану, равна  $\hat{p} = 0.2$ . Разумная оценка дисперсии случайной величины  $\hat{p}$  равна

☐ 0.0016☐ 0.4☐ 0.04☐ 0.16☐ 1.6☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 14 ♣** Величины  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  независимы и нормальны  $N(0, 1)$ . Случайная величина  $\frac{Z_1 \sqrt{n+3}}{\sqrt{\sum_{i=4}^n Z_i^2}}$  имеет распределение

☐  $t_{n-1}$ ☐  $F_{1,n-2}$ ☐  $N(0, 1)$ ☐  $\chi_{n-4}^2$ ☐  $t_{n-3}$ ☒ Нет верного ответа.

**Вопрос 15 ♣** Ковариационная матрица вектора  $X = (X_1, X_2)$  имеет вид  $\begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$ . Дисперсия разности случайных величин,  $\text{Var}(X_1 - 2X_2)$ , равняется

☒ 30☐ 1.2☐ 15☐ 12☐ 21☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 16 ♣** По случайной выборке из 100 наблюдений было оценено выборочное среднее  $\bar{X} = 20$  и несмещенная оценка дисперсии  $\hat{\sigma}^2 = 25$ . В рамках проверки гипотезы  $H_0 : \mu = 15$  против альтернативной гипотезы  $H_a : \mu > 15$  можно сделать следующее заключение

☒ Гипотеза  $H_0$  отвергается на любом разумном уровне значимости☐ Гипотеза  $H_0$  отвергается на уровне значимости 10%, но не на уровне значимости 5%☐ Гипотеза  $H_0$  не отвергается на любом разумном уровне значимости☐ Гипотеза  $H_0$  отвергается на уровне значимости 20%, но не на уровне значимости 10%☐ Гипотеза  $H_0$  отвергается на уровне значимости 5%, но не на уровне значимости 1%☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 17** Вероятность рождения мальчика примерно равна 0.5. На протяжении длительного времени в маленьком городе и большом городе считали дни, когда рождается больше 65% мальчиков. Таких дней окажется больше

☒ в маленьком городе☐ в большом городе☐ примерно одинаково

**Вопрос 18 ♣** Размером теста называется

☐ Единица минус вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна☐ Единица минус вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна☐ Вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна☐ Вероятность принять неверную гипотезу☒ Вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна☐ Нет верного ответа.



**Вопрос 19 ♣** Производитель мороженого попросил оценить по 10-бальной шкале два вида мороженого: с кусочками шоколада и с орешками. Было опрошено 5 человек.

	Евламий	Аристарх	Капитолина	Аграфена	Эвридика
С крошкой	10	6	7	5	4
С орехами	9	8	8	7	6

Вычислите модуль значения статистики теста знаков. Используя нормальную аппроксимацию, проверьте на уровне значимости 0.2 гипотезу об отсутствии предпочтения мороженого с орешками против альтернативы, что мороженое с орешками вкуснее.

- ☐ A 1.65,  $H_0$  отвергается      ☐ D 1.29,  $H_0$  отвергается      ☐ G Нет верного ответа.  
☐ B 1.34,  $H_0$  не отвергается      ☒ 1.34,  $H_0$  отвергается  
☐ C 1.96,  $H_0$  отвергается      ☐ F 1.29,  $H_0$  не отвергается

**Вопрос 20 ♣** Датчик случайных чисел выдал следующие значения псевдо случайной величины: 0.78, 0.48. Вычислите значение критерия Колмогорова и проверьте гипотезу  $H_0$  о соответствии распределения равномерному на  $[0; 1]$ . Критическое значение статистики Колмогорова для уровня значимости 0.1 и двух наблюдений равно 0.776.

- ☒ 0.48,  $H_0$  не отвергается      ☐ C 1.26,  $H_0$  отвергается      ☐ E 0.37,  $H_0$  не отвергается  
☐ B 0.78,  $H_0$  отвергается      ☐ D 0.3,  $H_0$  не отвергается      ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 21 ♣** Если P-значение (P-value) меньше уровня значимости  $\alpha$ , то гипотеза  $H_0 : \sigma = 1$

- ☐ A Отвергается, только если  $H_a : \sigma \neq 1$       ☒ Отвергается  
☐ B Отвергается, только если  $H_a : \sigma > 1$       ☐ E Не отвергается  
☐ C Отвергается, только если  $H_a : \sigma < 1$       ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 22 ♣** Величины  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  независимы и нормальны  $N(0, 1)$ . Случайная величина  $Z_1^2/2 + Z_4^2/2 - Z_1Z_4$  имеет распределение

- ☒  $\chi_1^2$       ☐ C  $\chi_3^2$       ☐ E  $t_2$   
☐ B  $\chi_4^2$       ☐ D  $\chi_2^2$       ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 23** Функция распределения

- ☐ A не имеет горизонтальных асимптот      ☐ D невозрастающая  
☐ B может принимать любые положительные значения      ☒ ограничена  
☐ C всюду дифференцируема      ☐ F всегда непрерывна

**Вопрос 24 ♣** Пусть  $X_1, \dots, X_n$  — выборка объема  $n$  из некоторого распределения с конечным математическим ожиданием. Несмещенной и состоятельной оценкой математического ожидания является

- ☐ A  $\frac{X_1+X_2}{2}$       ☒  $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2+\dots+X_{n-1}}{n-2} - \frac{X_n}{2n}$       ☐ E  $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2+\dots+X_{n-2}}{n-2} + \frac{X_n}{2n}$   
☐ B  $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2+\dots+X_{n-2}}{n-1} + \frac{X_n}{2n}$       ☐ D  $\frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$       ☐ F Нет верного ответа.



**Вопрос 25 ♣** Пусть  $X_1, X_2, \dots, X_{33}$  — выборка из распределения с математическим ожиданием  $\mu$  и стандартным отклонением  $\sigma$ . Известно, что  $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$ ,  $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$ . Несмещенная оценка  $\mu$  принимает значение

☐ A 3.3

☐ C 10

☐ E 0.33

☐ B 3

☒ 1

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 26 ♣** На основе случайной выборки, содержащей одно наблюдение  $X_1$ , тестируется гипотеза  $H_0 : X_1 \sim U[0; 1]$  против альтернативной гипотезы  $H_a : X_1 \sim U[0.5; 1.5]$ . Рассматривается критерий: если  $X_1 > 0.8$ , то гипотеза  $H_0$  отвергается в пользу гипотезы  $H_a$ . Вероятность ошибки 2-го рода для этого критерия равна:

☐ A 0.4

☐ C 0.5

☒ 0.3

☐ B 0.1

☐ D 0.2

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 27 ♣** Если  $X_i$  независимы,  $\mathbb{E}(X_i) = \mu$  и  $\text{Var}(X_i) = \sigma^2$ , то математическое ожидание величины  $Y = \sum_{i=1}^n (X_i - X_1)^2$  равно

☐ A  $(n-1)\sigma^2$

☐ C  $\hat{\sigma}^2$

☐ E  $\sigma^2$

☒  $2(n-1)\sigma^2$

☐ D  $\mu$

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 28** Если  $H_0$  верна, то  $P$ -значение имеет распределение

☐ A  $N(\mu; \sigma^2)$

☐ C  $F_{1,1}$

☐ E  $\chi_1^2$

☐ B  $t_1$

☐ D  $N(0; 1)$

☒  $U[0; 1]$

**Вопрос 29 ♣** Пусть  $X_1, X_2, \dots, X_{11}$  — выборка из распределения с математическим ожиданием  $\mu$  и стандартным отклонением  $\sigma$ . Известно, что  $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$ ,  $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$ . Несмещенная оценка дисперсии принимает значение

☐ A 11/100

☐ C 10

☐ E 1/11

☐ B 100/11

☒ 1/10

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 30 ♣** Геродот Геликарнасский проверяет гипотезу  $H_0 : \mu = 0, \sigma^2 = 1$  с помощью  $LR$  статистики теста отношения правдоподобия. При подстановке оценок метода максимального правдоподобия в лог-функцию правдоподобия он получил  $\ell = -177$ , а при подстановке  $\mu = 0$  и  $\sigma = 1$  оказалось, что  $\ell = -211$ . Найдите значение  $LR$  статистики и укажите её закон распределения при верной  $H_0$

☐ A  $LR = \ln 34, \chi_{n-2}^2$

☐ C  $LR = 34, \chi_{n-1}^2$

☐ E  $LR = \ln 68, \chi_{n-2}^2$

☐ B  $LR = 34, \chi_2^2$

☒  $LR = 68, \chi_2^2$

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 31** Редкой болезнью болеет 0.01% населения. Существующий тест ошибается в 10% случаев. У первого встречного берут тест. Судя по тесту, человек болен. Какова вероятность того, что он действительно болен?

☐ A больше 0.5

☒ меньше 0.5

☐ C равна 0.5

**Вопрос 32** У Пети связка ключей. Один из них подходит к замку. Петя не знает, какой ключ подходит к замку и перебирает их по очереди. У какого ключа выше шансы подойти?

☐ A у первого

☐ B у последнего

☒ одинаковы



**Вопрос 33** Если  $f(x)$  — функция плотности, то интеграл  $\int_{-\infty}^x f(u) du$  равен

☐ A 0.5

☐ C 0

☐ E  $\mathbb{E}(X)$

☐ B  $\text{Var}(X)$

☒  $F(x)$

☐ F 1

**Вопрос 34 ♣** Имеется случайная выборка размера  $n$  из нормального распределения. При проверке гипотезы о равенстве математического ожидания заданному значению при неизвестной дисперсии используется статистика, имеющая распределение

☐ A  $\chi_{n-1}^2$

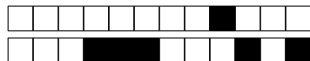
☐ C  $N(0, 1)$

☐ E  $\chi_n^2$

☒  $t_{n-1}$

☐ D  $t_n$

☐ F Нет верного ответа.



+8/7/5+

Имя, фамилия и номер группы:

.....

Номер в списке (для автоматического распознавания):

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Вопрос 1 : 

A	B	
---	---	--

Вопрос 2 : 

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 3 : 

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 4 : 

	B	C	D	E	F
--	---	---	---	---	---

Вопрос 5 : 

A	B	C	D	E	
---	---	---	---	---	--

Вопрос 6 : 

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 7 : 

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 8 : 

A		C
---	--	---

Вопрос 9 : 

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 10 : 

	B	C	D	E	F
--	---	---	---	---	---

Вопрос 11 : 

	B	C	D	E	F
--	---	---	---	---	---

Вопрос 12 : 

	B	C	D	E	F
--	---	---	---	---	---

Вопрос 13 : 

	B	C	D	E	F
--	---	---	---	---	---

Вопрос 14 : 

A	B	C	D	E	
---	---	---	---	---	--

Вопрос 15 : 

	B	C	D	E	F
--	---	---	---	---	---

Вопрос 16 : 

	B	C	D	E	F
--	---	---	---	---	---

Вопрос 17 : 

	B	C
--	---	---

Вопрос 18 : 

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 19 : 

A	B	C	D		F	G
---	---	---	---	--	---	---

Вопрос 20 : 

	B	C	D	E	F
--	---	---	---	---	---

Вопрос 21 : 

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 22 : 

	B	C	D	E	F
--	---	---	---	---	---

Вопрос 23 : 

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 24 : 

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 25 : 

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 26 : 

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 27 : 

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 28 : 

A	B	C	D	E	
---	---	---	---	---	--

Вопрос 29 : 

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 30 : 

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 31 : 

A		C
---	--	---

Вопрос 32 : 

A	B	
---	---	--

Вопрос 33 : 

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 34 : 

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Учитываются только ответы, перенесённые на этот листок.



**Теория вероятностей и математическая статистика:****пересдача 20.09.2016**

Можно пользоваться простым калькулятором. В каждом вопросе единственный верный ответ. Ни пуха, ни пера!

**Вопрос 1 ♣** Пусть  $X_1, X_2, \dots, X_{33}$  — выборка из распределения с математическим ожиданием  $\mu$  и стандартным отклонением  $\sigma$ . Известно, что  $\sum_{i=1}^{33} x_i = 33$ ,  $\sum_{i=1}^{33} x_i^2 = 100$ . Несмещенная оценка  $\mu$  принимает значение

☐ A 3☐ C 0.33☐ E 3.3☒ B 1☐ D 10☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 2** У Пети связка ключей. Один из них подходит к замку. Петя не знает, какой ключ подходит к замку и перебирает их по очереди. У какого ключа выше шансы подойти?

☐ A у первого☐ B у последнего☒ C одинаковы

**Вопрос 3 ♣** Пусть  $\hat{\sigma}_1^2$  — несмещенная оценка дисперсии, полученная по первой выборке размером  $n_1$ ,  $\hat{\sigma}_2^2$  — несмещенная оценка дисперсии, полученная по второй выборке, с меньшим размером  $n_2$ . Тогда статистика  $\frac{\hat{\sigma}_1^2/n_1}{\hat{\sigma}_2^2/n_2}$  имеет распределение

☐ A  $\chi_{n_1+n_2}^2$ ☐ C  $F_{n_1, n_2}$ ☐ E  $t_{n_1+n_2-1}$ ☐ B  $F_{n_1-1, n_2-1}$ ☐ D  $N(0; 1)$ ☒ F Нет верного ответа.

**Вопрос 4 ♣** Пусть  $X_1, \dots, X_n$  — выборка объема  $n$  из некоторого распределения с конечным математическим ожиданием. Несмещенной и состоятельной оценкой математического ожидания является

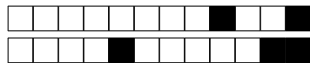
☐ A  $\frac{X_1+X_2}{2}$ ☐ C  $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2+\dots+X_{n-2}}{n-1} + \frac{X_n}{2n}$ ☐ E  $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2+\dots+X_{n-2}}{n-2} + \frac{X_n}{2n}$ ☐ B  $\frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$ ☒ D  $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2+\dots+X_{n-1}}{n-2} - \frac{X_n}{2n}$ ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 5 ♣** Размером теста называется

☐ A Вероятность принять неверную гипотезу☐ B Единица минус вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна☐ C Вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна☒ D Вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна☐ E Единица минус вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 6** Функция распределения

☐ A всюду дифференцируема☐ D не имеет горизонтальных асимптот☐ B всегда непрерывна☐ E невозрастающая☐ C может принимать любые положительные значения☒ D ограничена



**Вопрос 7 ♣** По случайной выборке из 100 наблюдений было оценено выборочное среднее  $\bar{X} = 20$  и несмещенная оценка дисперсии  $\hat{\sigma}^2 = 25$ . В рамках проверки гипотезы  $H_0 : \mu = 15$  против альтернативной гипотезы  $H_a : \mu > 15$  можно сделать следующее заключение

- ☐ А Гипотеза  $H_0$  отвергается на уровне значимости 5%, но не на уровне значимости 1%  
☐ В Гипотеза  $H_0$  отвергается на уровне значимости 10%, но не на уровне значимости 5%  
☐ С Гипотеза  $H_0$  отвергается на уровне значимости 20%, но не на уровне значимости 10%  
☒ D Гипотеза  $H_0$  отвергается на любом разумном уровне значимости  
☐ E Гипотеза  $H_0$  не отвергается на любом разумном уровне значимости  
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 8** Если  $f(x)$  — функция плотности, то интеграл  $\int_{-\infty}^x f(u) du$  равен

- ☐ А 0 ☐ C  $\text{Var}(X)$  ☐ E 1  
☐ B 0.5 ☒ D  $F(x)$  ☐ F  $\mathbb{E}(X)$

**Вопрос 9 ♣** Геродот Геликарнасский проверяет гипотезу  $H_0 : \mu = 0, \sigma^2 = 1$  с помощью  $LR$  статистики теста отношения правдоподобия. При подстановке оценок метода максимального правдоподобия в лог-функцию правдоподобия он получил  $\ell = -177$ , а при подстановке  $\mu = 0$  и  $\sigma = 1$  оказалось, что  $\ell = -211$ . Найдите значение  $LR$  статистики и укажите её закон распределения при верной  $H_0$

- ☐ А  $LR = 34, \chi^2_2$  ☐ C  $LR = \ln 34, \chi^2_{n-2}$  ☐ E  $LR = \ln 68, \chi^2_{n-2}$   
☐ B  $LR = 34, \chi^2_{n-1}$  ☒ D  $LR = 68, \chi^2_2$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 10 ♣** Если Р-значение (P-value) меньше уровня значимости  $\alpha$ , то гипотеза  $H_0 : \sigma = 1$

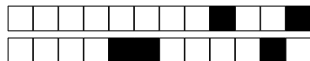
- ☐ А Отвергается, только если  $H_a : \sigma \neq 1$  ☒ D Отвергается  
☐ B Отвергается, только если  $H_a : \sigma < 1$  ☐ E Отвергается, только если  $H_a : \sigma > 1$   
☐ C Не отвергается ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 11 ♣** Пусть  $X_1, X_2, \dots, X_n$  — случайная выборка размера 36 из нормального распределения  $N(\mu, 9)$ . Для тестирования основной гипотезы  $H_0 : \mu = 0$  против альтернативной  $H_a : \mu = -2$  вы используете критерий: если  $\bar{X} \geq -1$ , то вы не отвергаете гипотезу  $H_0$ , в противном случае вы отвергаете гипотезу  $H_0$  в пользу гипотезы  $H_a$ . Мощность критерия равна

- ☒ A 0.98 ☐ C 0.78 ☐ E 0.87  
☐ B 0.58 ☐ D 0.85 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 12 ♣** Все условия регулярности для применения метода максимального правдоподобия выполнены. Вторая производная лог-функции правдоподобия равна  $\ell''(\theta) = -100$ . Стандартная ошибка несмещенной эффективной оценки для параметра  $\theta$  равна

- ☐ А 0.01 ☐ C 10 ☒ D 0.1  
☐ B 100 ☐ D 1 ☐ F Нет верного ответа.



**Вопрос 13 ♣** Производитель мороженого попросил оценить по 10-бальной шкале два вида мороженого: с кусочками шоколада и с орешками. Было опрошено 5 человек.

	Евламий	Аристарх	Капитолина	Аграфена	Эвридика
С крошкой	10	6	7	5	4
С орехами	9	8	8	7	6

Вычислите модуль значения статистики теста знаков. Используя нормальную аппроксимацию, проверьте на уровне значимости 0.2 гипотезу об отсутствии предпочтения мороженого с орешками против альтернативы, что мороженное с орешками вкуснее.

- ☐ A 1.29,  $H_0$  отвергается      ☒ 1.34,  $H_0$  отвергается      ☐ G Нет верного ответа.  
☐ B 1.96,  $H_0$  отвергается      ☐ E 1.65,  $H_0$  отвергается  
☐ C 1.34,  $H_0$  не отвергается      ☐ F 1.29,  $H_0$  не отвергается

**Вопрос 14 ♣** Ковариационная матрица вектора  $X = (X_1, X_2)$  имеет вид  $\begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$ . Дисперсия разности случайных величин,  $\text{Var}(X_1 - 2X_2)$ , равняется

- ☒ 30      ☐ C 21      ☐ E 15  
☐ B 1.2      ☐ D 12      ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 15 ♣** У пяти случайно выбранных студентов первого потока результаты за контрольную по статистике оказались равны 82, 47, 20, 43 и 73. У четырёх случайно выбранных студентов второго потока — 68, 83, 60 и 52. Вычислите статистику Вилкоксона и проверьте гипотезу  $H_0$  об однородности результатов студентов двух потоков. Критические значения статистики Вилкоксона равны  $T_L = 12$  и  $T_R = 28$ .

- ☐ A 53,  $H_0$  отвергается      ☐ C 20,  $H_0$  не отвергается      ☐ E 12.75,  $H_0$  не отвергается  
☒ 24,  $H_0$  не отвергается      ☐ D 65.75,  $H_0$  отвергается      ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 16 ♣** Каждое утро в 8:00 Иван Андреевич Крылов, либо завтракает, либо уже позавтракал. В это же время кухарка либо заглядывает к Крылову, либо нет. По таблице сопряженности вычислите статистику  $\chi^2$  Пирсона для тестирования гипотезы о том, что визиты кухарки не зависят от того, позавтракал ли уже Крылов или нет.

Время 8:00	кухарка заходит	кухарка не заходит
Крылов завтракает	200	40
Крылов уже позавтракал	25	100

- ☐ A 179      ☐ C 79      ☐ E 100  
☒ 139      ☐ D 39      ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 17 ♣** Величины  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  независимы и нормальны  $N(0, 1)$ . Случайная величина  $\frac{Z_1^2 + Z_2^2}{Z_3^2 + Z_7^2}$  имеет распределение

- ☐ A  $F_{2,7}$       ☒  $F_{2,2}$       ☐ E  $F_{1,2}$   
☐ B  $F_{1,7}$       ☐ D  $F_{7,2}$       ☐ F Нет верного ответа.



**Вопрос 18 ♣** Датчик случайных чисел выдал следующие значения псевдо случайной величины: 0.78, 0.48. Вычислите значение критерия Колмогорова и проверьте гипотезу  $H_0$  о соответствии распределения равномерному на  $[0; 1]$ . Критическое значение статистики Колмогорова для уровня значимости 0.1 и двух наблюдений равно 0.776.

- |  |  |   |
|--|--|---|
| <input type="checkbox"/> A 0.78, $H_0$ отвергается             | <input type="checkbox"/> C 1.26, $H_0$ отвергается   | <input type="checkbox"/> E 0.37, $H_0$ не отвергается |
| <input checked="" type="checkbox"/> 0.48, $H_0$ не отвергается | <input type="checkbox"/> D 0.3, $H_0$ не отвергается | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа.        |

**Вопрос 19** Если  $H_0$  верна, то  $P$ -значение имеет распределение

- |   |   |                                      |
|---|---|--------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> A $N(\mu; \sigma^2)$ | <input checked="" type="checkbox"/> $U[0; 1]$ | <input type="checkbox"/> E $F_{1,1}$ |
| <input type="checkbox"/> B $N(0; 1)$          | <input type="checkbox"/> D $\chi^2_1$         | <input type="checkbox"/> F $t_1$     |

**Вопрос 20** Редкой болезнью болеет 0.01% населения. Существующий тест ошибается в 10% случаев. У первого встречного берут тест. Судя по тесту, человек болен. Какова вероятность того, что он действительно болен?

- |                                      |  |                                       |
|--------------------------------------|--|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> A равна 0.5 | <input checked="" type="checkbox"/> меньше 0.5 | <input type="checkbox"/> C больше 0.5 |
|--------------------------------------|--|---------------------------------------|

**Вопрос 21** Обычную рублевую монетку подбрасывают четыре раза. Первые три раза она выпала орлом. Вероятность того, что она выпадет орлом в четвертый раз:

- |                                       |                                       |   |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> A больше 0.5 | <input type="checkbox"/> B меньше 0.5 | <input checked="" type="checkbox"/> равна 0.5 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---|

**Вопрос 22 ♣** Николай Коперник подбросил бутерброд 200 раз. Бутерброд упал маслом вниз 95 раз, а маслом вверх — 105 раз. Значение критерия  $\chi^2$  Пирсона для проверки гипотезы о равной вероятности данных событий равно

- |                                 |   |  |
|---------------------------------|---|--|
| <input type="checkbox"/> A 7.5  | <input checked="" type="checkbox"/> 0.5 | <input type="checkbox"/> E 0.25                |
| <input type="checkbox"/> B 0.75 | <input type="checkbox"/> D 2.5          | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

**Вопрос 23 ♣** Имеется случайная выборка размера  $n$  из нормального распределения. При проверке гипотезы о равенстве математического ожидания заданному значению при неизвестной дисперсии используется статистика, имеющая распределение

- |                                      |   |  |
|--------------------------------------|---|--|
| <input type="checkbox"/> A $t_n$     | <input type="checkbox"/> C $\chi^2_n$     | <input checked="" type="checkbox"/> $t_{n-1}$  |
| <input type="checkbox"/> B $N(0, 1)$ | <input type="checkbox"/> D $\chi^2_{n-1}$ | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

**Вопрос 24 ♣** Величины  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  независимы и нормальны  $N(0, 1)$ . Случайная величина  $Z_1^2/2 + Z_2^2/2 - Z_1 Z_2$  имеет распределение

- |                                       |  |  |
|---------------------------------------|--|--|
| <input type="checkbox"/> A $\chi^2_2$ | <input type="checkbox"/> C $\chi^2_3$          | <input type="checkbox"/> E $\chi^2_4$          |
| <input type="checkbox"/> B $t_2$      | <input checked="" type="checkbox"/> $\chi^2_1$ | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

**Вопрос 25 ♣** Пусть  $X_1, X_2, \dots, X_{11}$  — выборка из распределения с математическим ожиданием  $\mu$  и стандартным отклонением  $\sigma$ . Известно, что  $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$ ,  $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$ . Несмещенная оценка дисперсии принимает значение

- |                                 |  |  |
|---------------------------------|--|--|
| <input type="checkbox"/> A 10   | <input type="checkbox"/> C 11/100        | <input type="checkbox"/> E 100/11              |
| <input type="checkbox"/> B 1/11 | <input checked="" type="checkbox"/> 1/10 | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |



**Вопрос 26** Вероятность рождения мальчика примерно равна 0.5. На протяжении длительного времени в маленьком городе и большом городе считали дни, когда рождается больше 65% мальчиков. Таких дней окажется больше

- ☐ A примерно одинаково ☒ B в маленьком городе ☐ C в большом городе

**Вопрос 27 ♣** Величины  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  независимы и нормальны  $N(0, 1)$ . Случайная величина  $\frac{Z_1\sqrt{n+3}}{\sqrt{\sum_{i=4}^n Z_i^2}}$  имеет распределение

- ☐ A  $t_{n-3}$  ☐ C  $t_{n-1}$  ☐ E  $N(0, 1)$   
☐ B  $F_{1,n-2}$  ☐ D  $\chi^2_{n-4}$  ☒ F Нет верного ответа.

**Вопрос 28 ♣** Бессмертный гений поэзии Ли Бо оценивает математическое ожидание по выборке размера  $n$  из нормального распределения. Он построил оценку метода моментов,  $\hat{\mu}_{MM}$ , и оценку максимального правдоподобия,  $\hat{\mu}_{ML}$ . Про эти оценки можно утверждать, что

- ☐ A  $\hat{\mu}_{MM} > \hat{\mu}_{ML}$  ☐ D они не равны, и не сближаются при  $n \rightarrow \infty$   
☒ B они равны ☐ E  $\hat{\mu}_{MM} < \hat{\mu}_{ML}$   
☐ C они не равны, но сближаются при  $n \rightarrow \infty$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 29 ♣** Проверяя гипотезу о равенстве дисперсий в двух выборках (размером в 3 и 5 наблюдений), Анаксимандр Милетский получил значение тестовой статистики 10. Если оценка дисперсии по одной из выборок равна 8, то другая оценка дисперсии может быть равна

- ☒ A 80 ☐ C 4 ☐ E 4/3  
☐ B 25 ☐ D 3/4 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 30 ♣** Если  $X_i$  независимы,  $\mathbb{E}(X_i) = \mu$  и  $\text{Var}(X_i) = \sigma^2$ , то математическое ожидание величины  $Y = \sum_{i=1}^n (X_i - X_1)^2$  равно

- ☐ A  $\mu$  ☐ C  $\sigma^2$  ☐ E  $\hat{\sigma}^2$   
☐ B  $(n-1)\sigma^2$  ☒ D  $2(n-1)\sigma^2$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 31 ♣** На основе случайной выборки, содержащей одно наблюдение  $X_1$ , тестируется гипотеза  $H_0 : X_1 \sim U[0; 1]$  против альтернативной гипотезы  $H_a : X_1 \sim U[0.5; 1.5]$ . Рассматривается критерий: если  $X_1 > 0.8$ , то гипотеза  $H_0$  отвергается в пользу гипотезы  $H_a$ . Вероятность ошибки 2-го рода для этого критерия равна:

- ☐ A 0.2 ☐ C 0.1 ☐ E 0.4  
☒ B 0.3 ☐ D 0.5 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 32** Два обычных игральных кубика подбрасываются одновременно. Больше шансы выпасть у комбинации:

- ☐ A две шестерки ☒ B одна шестерка, одна пятерка ☐ C одинаковые шансы



**Вопрос 33 ♣** Зулус Чака каСензангакона проверяет гипотезу о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках небольших размеров  $n_1$  и  $n_2$ . Если дисперсии неизвестны, но равны, то тестовая статистика имеет распределение

☒  $t_{n_1+n_2-2}$

☐  $t_{n_1+n_2}$

☐  $t_{n_1+n_2-1}$

☐  $\chi^2_{n_1+n_2-1}$

☐  $F_{n_1, n_2}$

☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 34 ♣** Среди 100 случайно выбранных ацтеков 20 платят дань Кулуакану, а 80 — Аскапоцалько. Соответственно, оценка доли ацтеков, платящих дань Кулуакану, равна  $\hat{p} = 0.2$ . Разумная оценка дисперсии случайной величины  $\hat{p}$  равна

☐ 1.6

☒ 0.0016

☐ 0.04

☐ 0.16

☐ 0.4

☐ Нет верного ответа.



Имя, фамилия и номер группы:

.....

Номер в списке (для автоматического распознавания):

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Вопрос 1 : 

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 2 : 

A	B	
---	---	--

Вопрос 3 : 

A	B	C	D	E	
---	---	---	---	---	--

Вопрос 4 : 

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 5 : 

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 6 : 

A	B	C	D	E	
---	---	---	---	---	--

Вопрос 7 : 

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 8 : 

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 9 : 

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 10 : 

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 11 : 

	B	C	D	E	F
--	---	---	---	---	---

Вопрос 12 : 

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 13 : 

A	B	C		E	F	G
---	---	---	--	---	---	---

Вопрос 14 : 

	B	C	D	E	F
--	---	---	---	---	---

Вопрос 15 : 

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 16 : 

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 17 : 

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 18 : 

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 19 : 

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 20 : 

A		C
---	--	---

Вопрос 21 : 

A	B	
---	---	--

Вопрос 22 : 

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 23 : 

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 24 : 

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 25 : 

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 26 : 

A		C
---	--	---

Вопрос 27 : 

A	B	C	D	E	
---	---	---	---	---	--

Вопрос 28 : 

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 29 : 

	B	C	D	E	F
--	---	---	---	---	---

Вопрос 30 : 

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 31 : 

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 32 : 

A		C
---	--	---

Вопрос 33 : 

	B	C	D	E	F
--	---	---	---	---	---

Вопрос 34 : 

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Учитываются только ответы, перенесённые на этот листок.



## Теория вероятностей и математическая статистика:

пересдача 20.09.2016

Можно пользоваться простым калькулятором. В каждом вопросе единственный верный ответ. Ни пуха, ни пера!

**Вопрос 1 ♣** Геродот Геликарнасский проверяет гипотезу  $H_0: \mu = 0, \sigma^2 = 1$  с помощью  $LR$  статистики теста отношения правдоподобия. При подстановке оценок метода максимального правдоподобия в лог-функцию правдоподобия он получил  $\ell = -177$ , а при подстановке  $\mu = 0$  и  $\sigma = 1$  оказалось, что  $\ell = -211$ . Найдите значение  $LR$  статистики и укажите её закон распределения при верной  $H_0$

☐ A  $LR = 34, \chi^2_2$

☐ C  $LR = \ln 68, \chi^2_{n-2}$

☒  $LR = 68, \chi^2_2$

☐ B  $LR = 34, \chi^2_{n-1}$

☐ D  $LR = \ln 34, \chi^2_{n-2}$

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 2 ♣** Производитель мороженого попросил оценить по 10-бальной шкале два вида мороженого: с кусочками шоколада и с орешками. Было опрошено 5 человек.

	Евламий	Аристарх	Капитолина	Аграфена	Эвридика
С крошкой	10	6	7	5	4
С орехами	9	8	8	7	6

Вычислите модуль значения статистики теста знаков. Используя нормальную аппроксимацию, проверьте на уровне значимости 0.2 гипотезу об отсутствии предпочтения мороженого с орешками против альтернативы, что мороженое с орешками вкуснее.

☐ A 1.29,  $H_0$  отвергается

☐ D 1.65,  $H_0$  отвергается

☐ G Нет верного ответа.

☒  $1.34, H_0$  отвергается

☐ E 1.96,  $H_0$  отвергается

☐ C 1.29,  $H_0$  не отвергается

☐ F 1.34,  $H_0$  не отвергается

**Вопрос 3** Если  $H_0$  верна, то  $P$ -значение имеет распределение

☐ A  $\chi^2_1$

☒  $U[0; 1]$

☐ E  $N(0; 1)$

☐ B  $t_1$

☐ D  $F_{1,1}$

☐ F  $N(\mu; \sigma^2)$

**Вопрос 4 ♣** Если  $X_i$  независимы,  $\mathbb{E}(X_i) = \mu$  и  $\text{Var}(X_i) = \sigma^2$ , то математическое ожидание величины  $Y = \sum_{i=1}^n (X_i - X_1)^2$  равно

☐ A  $\hat{\sigma}^2$

☒  $2(n-1)\sigma^2$

☐ E  $\sigma^2$

☐ B  $\mu$

☐ D  $(n-1)\sigma^2$

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 5 ♣** У пяти случайно выбранных студентов первого потока результаты за контрольную по статистике оказались равны 82, 47, 20, 43 и 73. У четырёх случайно выбранных студентов второго потока — 68, 83, 60 и 52. Вычислите статистику Вилкоксона и проверьте гипотезу  $H_0$  об однородности результатов студентов двух потоков. Критические значения статистики Вилкоксона равны  $T_L = 12$  и  $T_R = 28$ .

☐ A 53,  $H_0$  отвергается

☐ C 20,  $H_0$  не отвергается

☐ E 65.75,  $H_0$  отвергается

☐ B 12.75,  $H_0$  не отвергается

☒  $24, H_0$  не отвергается

☐ F Нет верного ответа.





**Вопрос 6 ♣** Проверая гипотезу о равенстве дисперсий в двух выборках (размером в 3 и 5 наблюдений), Анаксимандр Милетский получил значение тестовой статистики 10. Если оценка дисперсии по одной из выборок равна 8, то другая оценка дисперсии может быть равна

- ☒ 80 ☐ 3/4 ☐ 25  
☐ 4 ☐ 4/3 ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 7 ♣** Датчик случайных чисел выдал следующие значения псевдо случайной величины: 0.78, 0.48. Вычислите значение критерия Колмогорова и проверьте гипотезу  $H_0$  о соответствии распределения равномерному на  $[0; 1]$ . Критическое значение статистики Колмогорова для уровня значимости 0.1 и двух наблюдений равно 0.776.

- ☐ 0.78,  $H_0$  отвергается ☒ 0.48,  $H_0$  не отвергается ☐ 0.3,  $H_0$  не отвергается  
☐ 1.26,  $H_0$  отвергается ☐ 0.37,  $H_0$  не отвергается ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 8 ♣** Величины  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  независимы и нормальны  $N(0, 1)$ . Случайная величина  $Z_1^2/2 + Z_2^2/2 - Z_1 Z_4$  имеет распределение

- ☐  $\chi_2^2$  ☐  $\chi_3^2$  ☒  $\chi_1^2$   
☐  $\chi_4^2$  ☐  $t_2$  ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 9 ♣** Все условия регулярности для применения метода максимального правдоподобия выполнены. Вторая производная лог-функции правдоподобия равна  $\ell''(\theta) = -100$ . Стандартная ошибка несмещенной эффективной оценки для параметра  $\theta$  равна

- ☒ 0.1 ☐ 0.01 ☐ 100  
☐ 10 ☐ 1 ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 10 ♣** Зулус Чака каСензангакона проверяет гипотезу о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках небольших размеров  $n_1$  и  $n_2$ . Если дисперсии неизвестны, но равны, то тестовая статистика имеет распределение

- ☐  $t_{n_1+n_2-1}$  ☒  $t_{n_1+n_2-2}$  ☐  $\chi_{n_1+n_2-1}^2$   
☐  $F_{n_1, n_2}$  ☐  $t_{n_1+n_2}$  ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 11 ♣** Пусть  $X_1, X_2, \dots, X_{33}$  — выборка из распределения с математическим ожиданием  $\mu$  и стандартным отклонением  $\sigma$ . Известно, что  $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$ ,  $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$ . Несмещенная оценка  $\mu$  принимает значение

- ☐ 3.3 ☐ 3 ☐ 10  
☐ 0.33 ☒ 1 ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 12 ♣** Величины  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  независимы и нормальны  $N(0, 1)$ . Случайная величина  $\frac{Z_1 \sqrt{n+3}}{\sqrt{\sum_{i=4}^n Z_i^2}}$  имеет распределение

- ☐  $F_{1, n-2}$  ☐  $t_{n-3}$  ☐  $\chi_{n-4}^2$   
☐  $N(0, 1)$  ☐  $t_{n-1}$  ☒ Нет верного ответа.



**Вопрос 13 ♣** Бессмертный гений поэзии Ли Бо оценивает математическое ожидание по выборке размера  $n$  из нормального распределения. Он построил оценку метода моментов,  $\hat{\mu}_{MM}$ , и оценку максимального правдоподобия,  $\hat{\mu}_{ML}$ . Про эти оценки можно утверждать, что

☐  $\hat{\mu}_{MM} > \hat{\mu}_{ML}$

☐ они не равны, и не сближаются при  $n \rightarrow \infty$

☐ они не равны, но сближаются при  $n \rightarrow \infty$

☐  $\hat{\mu}_{MM} < \hat{\mu}_{ML}$

☒ они равны

☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 14 ♣** Пусть  $X_1, \dots, X_n$  — выборка объема  $n$  из некоторого распределения с конечным математическим ожиданием. Несмещенной и состоятельной оценкой математического ожидания является

☒  $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-1}}{n-2} - \frac{X_n}{2n}$

☐  $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-2}}{n-2} + \frac{X_n}{2n}$

☐  $\frac{X_1 + X_2}{2}$

☐  $\frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$

☐  $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-2}}{n-1} + \frac{X_n}{2n}$

☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 15 ♣** Пусть  $X_1, X_2, \dots, X_{11}$  — выборка из распределения с математическим ожиданием  $\mu$  и стандартным отклонением  $\sigma$ . Известно, что  $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$ ,  $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$ . Несмещенная оценка дисперсии принимает значение

☐ 10

☒ 1/10

☐ 11/100

☐ 1/11

☐ 100/11

☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 16 ♣** Пусть  $\hat{\sigma}_1^2$  — несмещенная оценка дисперсии, полученная по первой выборке размером  $n_1$ ,  $\hat{\sigma}_2^2$  — несмещенная оценка дисперсии, полученная по второй выборке, с меньшим размером  $n_2$ . Тогда статистика  $\frac{\hat{\sigma}_1^2/n_1}{\hat{\sigma}_2^2/n_2}$  имеет распределение

☐  $F_{n_1-1, n_2-1}$

☐  $F_{n_1, n_2}$

☐  $N(0; 1)$

☐  $t_{n_1+n_2-1}$

☐  $\chi_{n_1+n_2}^2$

☒ Нет верного ответа.

**Вопрос 17** Вероятность рождения мальчика примерно равна 0.5. На протяжении длительного времени в маленьком городе и большом городе считали дни, когда рождается больше 65% мальчиков. Таких дней окажется больше

☐ примерно одинаково

☐ в большом городе

☒ в маленьком городе

**Вопрос 18 ♣** Каждое утро в 8:00 Иван Андреевич Крылов, либо завтракает, либо уже позавтракал. В это же время кухарка либо заглядывает к Крылову, либо нет. По таблице сопряженности вычислите статистику  $\chi^2$  Пирсона для тестирования гипотезы о том, что визиты кухарки не зависят от того, позавтракал ли уже Крылов или нет.

Время 8:00	кухарка заходит	кухарка не заходит
Крылов завтракает	200	40
Крылов уже позавтракал	25	100

☒ 139

☐ 100

☐ 179

☐ 79

☐ 39

☐ Нет верного ответа.



**Вопрос 19 ♣** Размером теста называется

- ☐ А Единица минус вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна  
☒ В Вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна  
☐ С Вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна  
☐ D Вероятность принять неверную гипотезу  
☐ E Единица минус вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна  
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 20 ♣** Ковариационная матрица вектора  $X = (X_1, X_2)$  имеет вид  $\begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$ . Дисперсия разности случайных величин,  $\text{Var}(X_1 - 2X_2)$ , равняется

- ☐ А 1.2 ☐ C 12 ☐ E 21  
☒ B 30 ☐ D 15 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 21 ♣** По случайной выборке из 100 наблюдений было оценено выборочное среднее  $\bar{X} = 20$  и несмещенная оценка дисперсии  $\hat{\sigma}^2 = 25$ . В рамках проверки гипотезы  $H_0 : \mu = 15$  против альтернативной гипотезы  $H_a : \mu > 15$  можно сделать следующее заключение

- ☒ A Гипотеза  $H_0$  отвергается на любом разумном уровне значимости  
☐ B Гипотеза  $H_0$  отвергается на уровне значимости 5%, но не на уровне значимости 1%  
☐ C Гипотеза  $H_0$  не отвергается на любом разумном уровне значимости  
☐ D Гипотеза  $H_0$  отвергается на уровне значимости 20%, но не на уровне значимости 10%  
☐ E Гипотеза  $H_0$  отвергается на уровне значимости 10%, но не на уровне значимости 5%  
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 22** Если  $f(x)$  — функция плотности, то интеграл  $\int_{-\infty}^x f(u) du$  равен

- ☐ А 0.5 ☐ C 0 ☐ E 1  
☒ B  $F(x)$  ☐ D  $\mathbb{E}(X)$  ☐ F  $\text{Var}(X)$

**Вопрос 23 ♣** Величины  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  независимы и нормальны  $N(0, 1)$ . Случайная величина  $\frac{Z_1^2 + Z_2^2}{Z_3^2 + Z_4^2 + Z_5^2 + Z_6^2 + Z_7^2}$  имеет распределение

- ☒ A  $F_{2,2}$  ☐ C  $F_{1,2}$  ☐ E  $F_{2,7}$   
☐ B  $F_{1,7}$  ☐ D  $F_{7,2}$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 24** Редкой болезнью болеет 0.01% населения. Существующий тест ошибается в 10% случаев. У первого встречного берут тест. Судя по тесту, человек болен. Какова вероятность того, что он действительно болен?

- ☐ А равна 0.5 ☐ В больше 0.5 ☒ С меньше 0.5

**Вопрос 25** Обычную рублевую монетку подбрасывают четыре раза. Первые три раза она выпала орлом. Вероятность того, что она выпадет орлом в четвертый раз:

- ☐ А больше 0.5 ☒ B равна 0.5 ☐ C меньше 0.5



**Вопрос 26** У Пети связка ключей. Один из них подходит к замку. Петя не знает, какой ключ подходит к замку и перебирает их по очереди. У какого ключа выше шансы подойти?

- ☐ А у первого      ☐ В у последнего      ☒ одинаковы

**Вопрос 27 ♣** На основе случайной выборки, содержащей одно наблюдение  $X_1$ , тестируется гипотеза  $H_0 : X_1 \sim U[0; 1]$  против альтернативной гипотезы  $H_a : X_1 \sim U[0.5; 1.5]$ . Рассматривается критерий: если  $X_1 > 0.8$ , то гипотеза  $H_0$  отвергается в пользу гипотезы  $H_a$ . Вероятность ошибки 2-го рода для этого критерия равна:

- ☐ А 0.1      ☒ 0.3      ☐ Е 0.4  
☐ В 0.5      ☐ D 0.2      ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 28** Два обычных игральных кубика подбрасываются одновременно. Больше шансы выпасть у комбинации:

- ☐ А две шестерки      ☒ одна шестерка, одна пятерка      ☐ С одинаковые шансы

**Вопрос 29 ♣** Николай Коперник подбросил бутерброд 200 раз. Бутерброд упал маслом вниз 95 раз, а маслом вверх — 105 раз. Значение критерия  $\chi^2$  Пирсона для проверки гипотезы о равной вероятности данных событий равно

- ☒ 0.5      ☐ С 0.75      ☐ Е 2.5  
☐ В 7.5      ☐ D 0.25      ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 30** Функция распределения

- ☐ А всегда непрерывна      ☐ D может принимать любые положительные значения  
☐ В невозрастающая      ☐ Е всюду дифференцируема  
☐ С не имеет горизонтальных асимптот      ☒ ограничена

**Вопрос 31 ♣** Если Р-значение (P-value) меньше уровня значимости  $\alpha$ , то гипотеза  $H_0 : \sigma = 1$

- ☐ А Отвергается, только если  $H_a : \sigma < 1$       ☐ D Отвергается, только если  $H_a : \sigma \neq 1$   
☒ Отвергается      ☐ Е Не отвергается  
☐ С Отвергается, только если  $H_a : \sigma > 1$       ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 32 ♣** Пусть  $X_1, X_2, \dots, X_n$  — случайная выборка размера 36 из нормального распределения  $N(\mu, 9)$ . Для тестирования основной гипотезы  $H_0 : \mu = 0$  против альтернативной  $H_a : \mu = -2$  вы используете критерий: если  $\bar{X} \geq -1$ , то вы не отвергаете гипотезу  $H_0$ , в противном случае вы отвергаете гипотезу  $H_0$  в пользу гипотезы  $H_a$ . Мощность критерия равна

- ☐ А 0.78      ☐ С 0.87      ☐ Е 0.58  
☒ 0.98      ☐ D 0.85      ☐ F Нет верного ответа.



**Вопрос 33 ♣** Среди 100 случайно выбранных ацтеков 20 платят дань Кулуакану, а 80 — Аскапоцалько. Соответственно, оценка доли ацтеков, платящих дань Кулуакану, равна  $\hat{p} = 0.2$ . Разумная оценка дисперсии случайной величины  $\hat{p}$  равна

☒ 0.0016

☐ 0.4

☐ 0.16

☐ 0.04

☐ 1.6

☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 34 ♣** Имеется случайная выборка размера  $n$  из нормального распределения. При проверке гипотезы о равенстве математического ожидания заданному значению при неизвестной дисперсии используется статистика, имеющая распределение

☐  $\chi_n^2$

☐  $N(0, 1)$

☒  $t_{n-1}$

☐  $\chi_{n-1}^2$

☐  $t_n$

☐ Нет верного ответа.



Имя, фамилия и номер группы:

.....

Номер в списке (для автоматического распознавания):

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

- Вопрос 1 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F
- Вопрос 2 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F ☐ G
- Вопрос 3 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 4 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 5 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 6 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 7 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 8 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F
- Вопрос 9 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 10 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 11 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 12 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☒ F
- Вопрос 13 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 14 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 15 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 16 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☒ F
- Вопрос 17 : ☐ A ☐ B ☒ C

- Вопрос 18 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 19 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 20 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 21 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 22 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 23 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 24 : ☐ A ☐ B ☒ C
- Вопрос 25 : ☐ A ☒ B ☐ C
- Вопрос 26 : ☐ A ☐ B ☒ C
- Вопрос 27 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 28 : ☐ A ☒ B ☐ C
- Вопрос 29 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 30 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☒ F
- Вопрос 31 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 32 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 33 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 34 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Учитываются только ответы, перенесённые на этот листок.