

Контрольная работа № 4 по ТВ и МС [2016–2017]

Ф. И. О.:

Группа:

I. Теоретический минимум

В пунктах 1, 3, 11 и 12 предполагается, что $X = (X_1, \dots, X_n)$ и $Y = (Y_1, \dots, Y_m)$ — две независимые случайные выборки из нормальных распределений $N(\mu_X, \sigma_X^2)$ и $N(\mu_Y, \sigma_Y^2)$ соответственно.

1. Приведите формулу статистики, при помощи которой можно проверить гипотезу $H_0: \sigma_X^2 = \sigma_Y^2$. Укажите распределение этой статистики при верной гипотезе H_0 .
2. Приведите формулу информации Фишера о параметре θ , содержащейся в одном наблюдении случайной выборки.
3. Приведите формулу статистики, при помощи которой можно проверить гипотезу $H_0: \mu_X - \mu_Y = \Delta_0$ при условии, что дисперсии σ_X^2 и σ_Y^2 неизвестны, но равны между собой. Укажите распределение этой статистики при верной гипотезе H_0 .
4. Дайте определение критической области.
5. Приведите формулу плотности нормального распределения $N(\mu, \sigma^2)$.
6. Приведите формулы границ доверительного интервала с уровнем доверия $(1 - \alpha)$, $\alpha \in (0; 1)$, для вероятности появления успеха в случайной выборке $X = (X_1, \dots, X_n)$ из распределения Бернулли с параметром $p \in (0; 1)$.
7. Дайте определение несмещенной оценки $\hat{\theta}$ для неизвестного параметра $\theta \in \Theta$.
8. Дайте определение эффективной оценки $\hat{\theta}$ для неизвестного параметра $\theta \in \Theta$.
9. Приведите формулу выборочной дисперсии.
10. Приведите формулу выборочной функции распределения.
11. Приведите формулы границ доверительного интервала с уровнем доверия $(1 - \alpha)$, $\alpha \in (0; 1)$, для μ_X при условии, что дисперсия σ_X^2 известна.
12. Укажите распределение статистики $\frac{\bar{X} - \mu_X}{\sigma/\sqrt{n}}$.

II. Задачи

Задача 1. В ходе анкетирования ста сотрудников банка «Альфа» были получены ответы на вопрос о том, сколько времени они проводят на работе ежедневно. Среднее выборочное оказалось равным 9.5 часам, а выборочное стандартное отклонение 0.5 часа.

- (a) На уровне значимости 5 % проверьте гипотезу о том, что сотрудники банка «Альфа» в среднем проводят на работе 10 часов, против альтернативной гипотезы о том, что сотрудники банка «Альфа» в среднем проводят на работе менее 10 часов.
- (b) Найдите точное P -значение для наблюдаемой статистики из пункта (a).

- (с) Сформулируйте предпосылки, которые были использованы вами для выполнения пункта (а).
- (d) На уровне значимости 5 % проверьте гипотезу о $H_0: \sigma^2 = 0.3$.

Задача 2. Проверка сорока случайно выбранных лекций показала, что студент Халявин присутствовал только на 16 из них. На уровне значимости 5 % проверьте гипотезу о том, что Халявин посещает в среднем половину лекций.

Задача 3. В ходе анкетирования двадцати сотрудников банка «Альфа» были получены ответы на вопрос о том, сколько времени они проводят на работе ежедневно. Среднее выборочное оказалось равным 9.5 часам, а выборочное стандартное отклонение 0.5 часа. Аналогичные показатели для сотрудников банка «Бета» составили 9.8 и 0.6 часа соответственно.

- (а) На уровне значимости 5 % проверьте гипотезу о равенстве математических ожиданий времени, проводимого на работе сотрудниками банков «Альфа» и «Бета».
- (b) Сформулируйте предпосылки, которые были использованы вами для выполнения пункта (а).
- (с) На уровне значимости 5 % проверьте гипотезу о равенстве дисперсий времени, проводимого на работе сотрудниками банков «Альфа» и «Бета».

Задача 4. Вася решил проверить известное утверждение о том, что бутерброд падает маслом вниз. Для этого он провел серию из 200 испытаний. Ниже приведена таблица с результатами:

Бутерброд	Маслом вниз	Маслом вверх
Число наблюдений	105	95

Можно ли утверждать, что бутерброд падает маслом вниз так же часто, как и маслом вверх. При ответе на вопрос используйте уровень значимости 5 %.

Задача 5. Пусть $X = (X_1, \dots, X_{100})$ — случайная выборка из нормального распределения с математическим ожиданием μ и дисперсией ν . Оба параметра μ и ν неизвестны. Используя следующие данные $\sum_{i=1}^{100} x_i = 30$, $\sum_{i=1}^{100} x_i^2 = 146$ и $\sum_{i=1}^{100} x_i^3 = 122$ с помощью теста отношения правдоподобия проверьте гипотезу $H_0: \nu = 1$ на уровне значимости 5 %.