Команда: ______________________________

ЭРА I

1. Если последовательность случайных величин ξ_n сходится к константе c по распределению, то $\lim\limits_{n\to\infty} \mathbb{P}(|\xi_n - c| \geq \varepsilon) = 0 \ \forall \varepsilon > 0.$

2. Вася проходит конкурс в школу космодесантников. Чтобы поступить в школу, необходимо пройти испытание лучше, чем 80% участников (а участников много, все хотят служить галактике!). Результаты испытаний имеют нормальное распределение с математическим ожиданием 500 и дисперсией 100. Вася набрал 512 баллов за испытание. Поступит ли Вася в школу?

3. Пусть X и Y — независимые случайные величины. Тогда $\mathbb{E}(XY) = \mathbb{E}(X)\mathbb{E}(Y)$.

4. В шестизарядный револьвер кладут два патрона подряд и раскручивают. Лермонтов делает выстрел, а после него выстрел обязан сделать Мартынов. Что выгоднее для Мартынова: раскрутить барабан или сразу сделать выстрел?

5. Пусть случайные величины X и Y независимы и обе распределены равномерно на отрезке $[0; 1]$. Тогда $(X + Y) \sim U[0; 2]$.

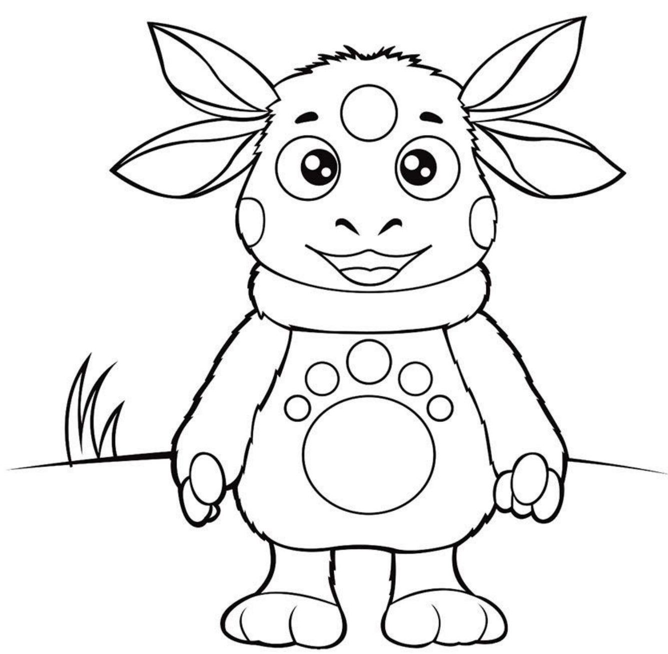
6. Некоррелированные нормально распределенные случайные величины независимы.

7. Пусть $X \sim \mathcal{N}(2; 5)$. Чему равно $\mathbb{E}(X^2)$?

8. Случайная величина X принимает три значения 1, 2 и 3 с вероятностями 1/6, 2/6 и 3/6, соответственно. Найдите $P(X = 3|X > 1.5)$

9. Лунтик подкидывает правильную игральную кость. С помощью неравенства Маркова оцените вероятность того, что у Лунтика выпадет число, не меньшее 5. Можно ли получить результат точнее (тогда чему равна эта вероятность)?

   Если вы уже решили красные, а также синие и белые задачи, или если у вас ничего не получается решить, то можно раскрасить Лунтика, чтобы не скучать до конца тура!



Команда: ______________________________

ЭРА II

1. Если $X \sim \mathcal{N}(0;1)$, $Y \sim \mathcal{N}(0;2)$ и $\mathbb{C}\mathrm{ov}\,(X,Y) = 3$, то $X + Y \sim \mathcal{N}(0;3)$.

2. Британские ученые обнаружили в черной дыре две случайные величины: X и $Y = (X - E(X))^2$. С помощью неравенства Маркова оцените $P(Y \geq b^2)$. Что вам это напомнило?

3. Петя сидит на крыше и наблюдает за пролетающими звездолетами, которые образуют Пуассоновский поток. В каком случае Петя вероятнее всего увидит больше звездолетов: с 9 до 11 вечера или с 10 до 12 вечера, если с 8 до 9 вечера он увидел семь звездолетов?

4. Для любых двух случайных величин X и Y выполнено $f_{X,Y}(x,y) = f_{X|Y}(x,y) \cdot f_Y(y)$, где f — функции плотности.

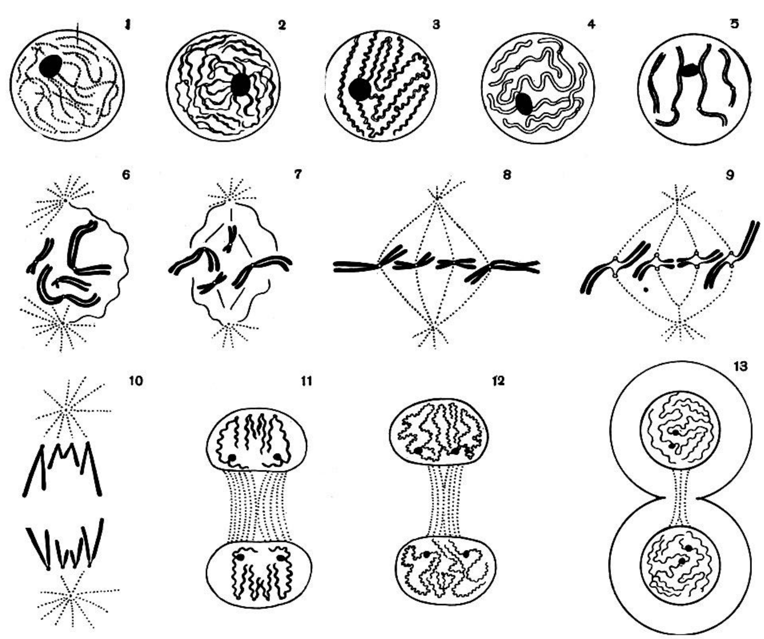
5. Есть три игрока, которые стреляют друг в друга по кругу и попадают с определенной вероятностью. Первый игрок задает направление выстрелов (против или по часовой стрелке), после чего стреляет. Остальные игроки обязаны стрелять в следующего игрока согласно направлению, которое выбрал первый игрок. Вероятности попадания: 2/3 для первого игрока, 1 для второго игрока, 1/3 для третьего игрока. Что должен предпринять первый игрока в начале поединка?

6. Величины $X_1, \ldots, X_n$ независимы и равномерно распределены на отрезке $[0;1]$. Найдите $\operatorname{plim}_{n\to\infty} e^{(X_1\cdot\ldots\cdot X_n)}$.

7. Известно, что $\mathbb{V}\mathrm{ar}(X) = 1$, $\mathbb{V}\mathrm{ar}(Y) = 2$, $\mathbb{C}\mathrm{ov}(X,Y) = -1$, теперь посчитайте $\mathbb{C}\mathrm{ov}(7X + 3Y + 2016; 2X + 2017)$.

8. Сколько решений в целых числах имеет уравнение $X_1 + X_2 + X_3 = 10$, где $X_i \in [1{,}6]\ \ i \in \{1{,}2{,}3\}$?

9. Биолог Уолтер перебирает по одной хромосоме из оставшихся 20, чтобы расшифровать генетический код. Осталось найти одну последнюю хромосому, которая входит в геном. Найдите вероятность того, что подойдет 19-ая по счёту хромосома.



Команда: ______________________________

ЭРА III

1. Имеется 2 стандартные игральные кости с 6 гранями. Васе для победы нужно выкинуть в сумме 4 и больше. Какова вероятность, что Вася выиграет?

2. Найдите $\mathbb{E}(\text{Ъ})$, если космическая функция плотности $f_{\text{Ъ}}(\text{ъ}) = \frac{1}{2}e^{-|\text{ъ}|}$, $\text{ъ} \in R$.

3. Известно, что $P(A) = P(B) = 1$. Найдите $P(A\Delta B)$ [1].

4. К остановке автобусы подходят строго по расписанию. Является ли это пуассоновским потоком?

5. Известно что $\mathbb{P}(A) = 1$, $\mathbb{P}(B) = 1$. Верно ли, что события A и B независимы?

6. Маша и Ваня играют в игру: ставят на бумаге точку наугад на отрезке от 0 до 100. Маша уже сделала свой ход. Оказалось, что она выбрала точку 40. Найдите вероятность того, что после хода Вани сумма их точек не будет превышать 60.

7. Маша, Ваня и Петя играют в игру: ставят на бумаге точку наугад в любом месте на отрезке от 0 до 100. Маша сделала ход, поставила точку. Оказалось, что она выбрала число 40. Найдите вероятность того, что после ходов Вани и Пети, сумма их чисел будет не более 60.

8. Найдите вероятность того, что величина X попадёт на отрезок $[0; 4]$, если она равномерно распределена на отрезке $[2; 18]$.

9. Допустим, в результате галактической переписи обнаружено, что темноволосые матери с темноволосыми дочерьми составили 0.06 обследованных семей, темноволосые матери и светловолосые дочери — 0.1, светловолосые матери и темноволосые дочери — 0.14, а светловолосые матери и светловолосые дочери — 0.7. Найдите условную вероятность того, что дочь имеет темные волосы, если мать темноволосая.

[1] $A\Delta B = (A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B)$