

### Домашнее задание

1. Случайные величины  $X_1, X_2, \dots$  независимы и одинаково распределены с функцией плотности  $ax^{a-1}/2^a$  на отрезке  $[0; 2]$ .
  - (a) Если  $a = 2$  найдите  $\mathbb{P}(X_1 > 1.5)$ ,  $\mathbb{P}(X_1 > 1.5 \mid X_1 > 1)$ ,  $\mathbb{E}(X_1)$ ,  $\text{Var}(X_1)$
  - (b) Если  $a = 2$  найдите  $\mathbb{P}(X_1 + X_2 > 1)$ ,  $\mathbb{E}((X_1 + X_2)^2)$ ,  $\text{Cov}(2X_1 + 3X_2, 3X_1 - 2X_2)$
  - (c) Если  $a = 2$  найдите  $\mathbb{P}(\sum_{i=1}^{100} X_i > 150)$ ,  $\mathbb{P}(\bar{X}_{100} > 1)$
  - (d) Какое  $n$  нужно взять, чтобы  $\bar{X}_n$  отличалось от  $\mathbb{E}(X_i)$  не более чем на 0.01 с вероятностью 0.9, если  $a = 2$ ?
  - (e) Постройте оценку неизвестного  $a$  методом моментов и методом максимального правдоподобия
  - (f) По результатам 100 наблюдений оказалось, что  $\sum \ln(X_i) = 10$ . Посчитайте оценку дисперсии  $\widehat{\text{Var}}(\hat{a}_{ML})$  и постройте 90% доверительный интервал для  $a$ . На уровне значимости 10% проверьте гипотезу, что  $a = 2$ , посчитайте точное Р-значение. Чётко напишите, что такое Р-значение.
2. В настоящий момент существует огромная пропасть между уровнем преподавания математической статистики и эконометрики в вышке и уровнем развития этих наук. Можно обольщаться тем, что в подавляющем большинстве других вузов еще хуже, можно попытаться сократить разрыв.
  - (a) Что можно изменить в курсе теории вероятностей и статистики, чтобы достичь эту цель?
  - (b) Как лучше сочетать программирование в R с некомпьютерной частью курса?
  - (c) Любые ценные замечания? Ценные — означает способные изменить курс, грубая лесть — не в счёт :)