

# 1 Семинар 1. Вперёд, в рукопашную!

Минитеория:

1. <https://github.com/bdemeshev/pr201/wiki> или <http://pokrovka11.wordpress.com>
2. Константы. Строчные английские буквы,  $a, x, z$ .
3. События. Заглавные английские буквы начала алфавита  $A, B, C, D$ . Вероятность  $\mathbb{P}(A)$ .
4. Случайные величины. Заглавные английские буквы конца алфавита  $X, Y, W, Z$ . Математическое ожидание  $\mathbb{E}(X)$ .

Задачи:

1. В вазе пять неотличимых с виду конфет. Две без ореха и три — с орехом. Маша ест конфеты выбирая их наугад до тех пор, пока не съест первую конфету с орехом. Обозначим  $X$  — число съеденных конфет. Найдите  $\mathbb{P}(X = 2)$ ,  $\mathbb{P}(X > 1)$ ,  $\mathbb{E}(X)$
2. Неправильную монетку с вероятностью «орла» равной  $p$  подбрасывают до первого «орла». Чему равно среднее количество подбрасываний? Орлов? Решек? Какова вероятность того, что будет чётное число бросков?
3. Саша и Маша по очереди подбрасывают кубик. Посуду будет мыть тот, кто первым выбросит шестерку. Маша бросает первой. Каковы ее шансы отдохнуть за «Cosmo»?
4. Вы играете в следующую игру. Кубик подкидывается неограниченное число раз. Если на кубике выпадает 1, 2 или 3, то соответствующее количество монет добавляется на кон. Если выпадает 4 или 5, то игра оканчивается и Вы получаете сумму, лежащую на кону. Если выпадает 6, то игра оканчивается, а Вы не получаете ничего.
  - а) Чему равен ожидаемый выигрыш в эту игру?
  - б) Изменим условие: если выпадает 5, то набранная сумма стораёт, а игра начинается заново. Чему будет равен ожидаемый выигрыш?
5. Саша и Маша подкидывают монетку до тех пор, пока не выпадет последовательность РОО или ООР. Если игра закончится выпадением РОО, то выигрывает Саша, если ООР, то — Маша. Случайная величина  $X$  — общее количество подбрасываний,  $Y$  — количество выпавших решек.
  - (а) У кого какие шансы выиграть?
  - (б)  $\mathbb{P}(X = 4)$ ,  $\mathbb{P}(Y = 1)$ ,  $\mathbb{E}(X)$ ,  $\mathbb{E}(Y)$
  - (с) Решите аналогичную задачу для ОРО и ООР.
6. «Amoeba». A population starts with a single amoeba. For this one and for the generations thereafter, there is a probability of  $3/4$  that an individual amoeba will split to create two amoebas, and a  $1/4$  probability that it will die out without producing offspring. Let the random variable  $X$  be the number of generations before the death of all the amoebas. Find the probabilities  $\mathbb{P}(X = 2)$ ,  $\mathbb{P}(X = 3)$ ,  $\mathbb{P}(X = \infty)$
7. Вася подкидывает кубик. Если выпадает единица, или Вася говорит «стоп», то игра оканчивается, если нет, то начинается заново. Васин выигрыш — последнее выпавшее число. Как выглядит оптимальная стратегия? Как выглядит оптимальная стратегия, если за каждое подбрасывание Вася платит 35 копеек?
8. Suppose the probability to get a head when throwing an unfair coin is  $p$ , what's the expected number of throwings in order to get two consecutive heads? The expected number of tails?
9. Саша и Маша решили, что будут заводить новых детей до тех пор, пока в их семье не будут дети обоих полов. Обозначим  $X$  — количество детей в их семье. Найдите  $\mathbb{P}(X = 4)$ ,  $\mathbb{E}(X)$
10. В каждой вершине треугольника по ёжику. Каждую минуту с вероятностью 0.7 каждый ежик независимо от других двигается по часовой стрелке, с вероятностью 0.3 — против часовой стрелки. Обозначим  $T$  — время до встречи всех ежей в одной вершине. Найдите  $\mathbb{P}(T = 3)$ ,  $\mathbb{E}(T)$ .