

Команда: _____

ТУР ПЕРВЫЙ

1. У пиратов выдалась удачная неделя. В первый и второй день им удалось подбить и ограбить по 15 торговых судов, а на третий день — аж 20. Какова вероятность того, что корабль «Адмирал Крузенштерн» был сбит на третий день, если встречу пиратского корабля с торговым определяет фортуна?

$$P(A) = 0.4$$

2. В мешке лежали один шар белого цвета и один шар черного цвета. Из него извлекли один шар и положили в пустой ящик. Также в ящик положили еще один белый шар. Наконец, из ящика извлекли один шар, он оказался белым. Какова вероятность того, что оставшийся в ящике шар тоже белый?

$$2/3$$

3. Пираты развлекаются как могут. В мешке 3 заряженных револьвера, и 7 не заряженных. Пират достает револьвер и радостно стреляет в капитана. С какой вероятностью после первого раунда капитан останется жив? А теперь скажите, с какой вероятностью оставшийся в живых, но обезумевший, капитан пристрелит нахала, вытащив из всё того же мешка один из оставшихся револьверов?

$$\frac{7}{10}, \frac{1}{3}$$

4. Каюты драит очень необязательный пират. Первый день он точно отдежурит, второй — с вероятностью $1/2$, третий — с $1/4$ и так далее.

С какой вероятностью пират отдежурит все 7 дней?

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \dots \cdot \frac{1}{64}$$

5. Во время очередного удачного рейда пиратами были добыты шашки и три бутылки рома. Из всех на борту правила в шашки знают только капитан и Некеша.

Каждый шторм, случившийся во время партии повышает вероятность капитана выиграть в два раза. Известно, что во-время последней партии шторм случился аж три раза, что сравняло шансы на победу капитана и попугая. Найдите вероятность победы попугая, если бы никаких штормов не происходило.

$\frac{15}{16}$

6. Взломщик Евгений перебирает по одному ключи из связки в 20 ключей, чтобы открыть сейф. Только один ключ из связки подходит к замку. Найдите вероятность того, что подойдет 19-ый по счёту ключ.

 $1/20$

7. Известно, что $\mathbb{P}(\{\spadesuit\}) = \mathbb{P}(\{\heartsuit\}) = \mathbb{P}(\{\diamondsuit\}) = \mathbb{P}(\{\clubsuit\}) = 1/4$. Заданы события $A = \{\spadesuit, \heartsuit\}$ и $B = \{\diamondsuit, \clubsuit\}$. Верно ли, что A и B зависимы?

да

8. Существуют ли n случайных событий, таких, что любые $n - 1$ независимы, а все они вместе – зависимы?

существуют

9. Зависимы ли случайные величины ξ и $\arcsin(\xi)$?

зависимы

10. Один небезызвестный модник В.С. решил побаловать себя новой парой кроссовок и заказать эксклюзивный экземпляр из US. Как не горестно, но помимо стоимости кроссовок, 265\$, придется заплатить еще и за доставку 25\$. В.С. планирует потратить всю зарплату ассистента, которая составляет 20000 без учета 13% подоходного налога. Какова вероятность, что покупка удастся, если курс доллара к рублю распределен равномерно на интервале $[55, 75]$.

 $\frac{1}{4}$

11. Пусть X_1, X_2, \dots, X_n – случайная выборка размера n , где X_i имеет функцию распределения F_X . Чему равна $P(\min\{X_1, \dots, X_n\} \leq t)$?

 $1 - (1 - F_X(t))^n$

12. Пусть X_1, X_2, \dots, X_n – случайная выборка размера n , где X_i имеет функцию распределения F_X . Чему равна $P(\max\{X_1, \dots, X_n\} \leq t)$?

$$[F_x(t)]^n$$

13. В гирлянде 5 лампочек. Каждая лампочка может не работать с вероятностью p . Найдите вероятность того, что не работают 1 и 5 лампочки, а все остальные работают.

$$p^2(1-p)^3$$

14. В урне 4 белых и 6 черных шаров. Из урны наудачу извлечены 2 шара. Найдите вероятность того, что они разного цвета.

$$(C_4^1 \cdot C_6^1)/(C_{10}^2) = 8/15$$

15. Верно ли, что $\mathbb{P}(A|B) + \mathbb{P}(A|\bar{B}) \equiv 1$?

неверно

16. Сколько решений в целых числах имеет уравнение $X_1 + X_2 + X_3 = 10$, где $X_i \in [1, 6]$ $i \in \{1, 2, 3\}$?

27

17. Возможно ли, что $P(A \cap \bar{B}) = P(B \cap \bar{A}) = \frac{4}{7}$?

нет

18. Известно, что $P(A) = P(B) = 1$. Найдите $P(A \Delta B)$ ¹.

0

19. Найдите $\mathbb{E}(X)$, если $f_X(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}$, $x \in \mathbb{R}$.

0

¹ $A \Delta B = (A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B)$

20. Имеет место менделевское тригибридное скрещивание: гетерозиготный по всем трём признакам М (умный, красивый, на мерседесе) \times гетерозиготная по всем трём признакам Ж (умная, красивая, на мерседесе). Какова вероятность, что их ребенок окажется тупым, непривлекательным, на жигули? Гетерозигота здесь — АаВвСс.

(Hint: при данном скрещивании один ген каждого типа заимствуется у отца, второй — у матери. Негативное качество реализуется только при наличии 2х рецессивных генов, к примеру, *aa*.)

$$\frac{1}{64}$$

21. Елена Прекрасная нашла не менее прекрасного котенка и решила, что завтра непременно придумает ему кличку, а именно, наугад вытянет любое из следующего перечня {Вейерштрасс, Пифагор, Супремум, Чевиан}. Однако с вероятностью $\frac{1}{3}$ завтра будет пасмурная погода, в которую Елена Прекрасная принципиально ничем важным не занимается, тогда на помощь придет ее служанка, которая, недолго думая, назовет котика именем из списка так, чтобы первая буква имени совпадала с сегодняшним днем недели. Найдите вероятность, что котенка назовут Пифагором (все дни недели равновероятны).

$$\frac{11}{42}$$

22. Функция плотности случайной величины X имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{6}, & x \in [3; 9] \\ 0, & x \notin [3; 9] \end{cases}$$

Найдите вероятность того, что $x \leq 8$.

$$5/6$$

23. В тесте 20 вопросов с 4 вариантами ответа, 30 вопросов с 5 вариантами ответа и 15 вопросов с 3 вариантами. Вася совершенно не подготовился к тесту и ставит все ответы случайным образом. Каково математическое ожидание количества правильных решенных заданий, если в каждом вопросе только один правильный ответ.

$$16$$

24. У Кати 10 пар совершенно одинаковых чёрных перчаток, и лежат они все в одном ящике. Катя боится опоздать на автобус, поэтому берет две перчатки наугад. Найдите вероятность того, что она сможет их надеть.

$$10/19$$

25. Есть 15 шаров в корзине, 7 белых, 3 черных и 5 зеленых. Каждый раз вытаскивается шар, запоминается цвет и кладется обратно. Найдите вероятность того, что за 3 раза вытащим шары 3-х разных цветов?

$$105 \cdot 6/15^3$$

26. Случайная величина X принимает три значения 1, 2 и 3 с вероятностями $1/6$, $2/6$ и $3/6$, соответственно. Найдите $P(X = 3 | X > 1.5)$

$$3/5$$

27. Имеется 2 стандартные игральные кости с 6 гранями. Васе для победы нужно выкинуть в сумме 4 и больше. Какова вероятность, что Вася выиграет?

$$1 - 3/36 = 11/12$$

28. Василий очень любит дорогой коньяк, но еще больше он любит качественные автомобили. Приобретая новую машину, Вася решил быть предельно настойчивым и отыскать свою мечту цвета баклажан. Однако это и впрямь не просто, вероятность того, что в салоне окажется нужная марка автомобиля, в желаемой цветовой гамме, всего 0.09. Найдите вероятность того, что Василию в поисках своей мечты придется обойти ровно 12 автомобильных центров.

$$0.09 \cdot (0.91)^{11}$$

29. В револьвере 6 камер (ячеек для патронов). Для игры в русскую рулетку в смежные камеры кладут два патрона, барабан прокручивают и закрывают. После первого выстрела игрок остаётся в живых. Найдите вероятность того, что он останется жив и после второго выстрела (играет в одиночку).

$$\frac{3}{4}$$

30. Аня посещает семинар по макроэкономике с вероятностью $\frac{3}{4}$, Таня — с вероятностью $\frac{1}{2}$. Каждая из девушек всегда пишет конспект, когда оказывается на семинаре. Дима ходит на все семинары, но пишет конспект с вероятностью всего лишь $\frac{1}{4}$. Перед контрольной Дима осознаёт, что ему нужны конспекты всех семинаров. Он может использовать свои или, в случае необходимости, взять конспект у Ани или у Тани. Найдите вероятность того, что у Димы будут конспекты всех семинаров.

$$\left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cdot \left(1 - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}\right)\right)^{10} = \left(\frac{29}{32}\right)^{10} \approx 0.374$$

31. Если из события A следует событие B , то какой знак нужно поставить между $P(A|C)$ и $P(B|C)$.

\leq

32. В мешке n шаров: $n/2$ белых и столько же чёрных. Какова вероятность вытащить набор из $n/2$ шаров, в котором будет одинаковое количество черных и белых?

$$\frac{(C_{n/2}^{n/4})^2}{C_n^{n/2}}$$

33. Маша придумала функцию распределения и показала её Васе. Вася заметил, что функция не убывает на участке от a до b , и $F'[(a+b)/2] = 0$. Можно ли заключить, что Маша ошиблась в поиске функции распределения?

Нет

Команда: _____

ТУР ВТОРОЙ

1. Даша забыла ключи от квартиры и стучится до тех пор, пока Вася не откроет. От каждого стука Вася проснётся (и сонным пойдёт открывать) с вероятностью $1/10$. Сколько в среднем нужно ударить Даше?

10

2. Андрей стреляет по мишени из лука по мишени. Расстояние в метрах от центра мишени распределено экспоненциально. Среднее отклонение от центра равно 20 см. Какова вероятность, что два раза подряд стрела будет находится на расстоянии 1 метр от центра?

0

3. Если $P(A|B \cap C) = P(A|B)$, то чему равно $P(A|B)P(B|C)P(C)$?

 $P(A \cap B \cap C)$

4. Любой уважающий себя экономист должен быть и психологом и математиком. Ничто не определяет эти качество так выразительно, как игра в покер, а знание основных комбинаций в игре, умение посчитать вероятности их появления это залог победы (не говоря уже о том, что нужно спрогнозировать все это для своего оппонента). Какова вероятность появления Фул-Хауса (3 карты одного достоинства и 2 карты другого достоинства при выборе 5 карт из стандартной колоды в 52 карты).

$$\frac{13 \cdot 12 \cdot C_4^3 \cdot C_4^2}{C_{52}^5}$$

5. В покере комбинацию из 5 карт называют флэш-рояль, если в ней есть все карты от 10 до Туза, и они одной масти. Найдите вероятность, что после вытаскивания 5 карт из стандартной колоды (52 карты) образуется флэш рояль.

$$\frac{4}{C_{52}^5}$$

6. Андрей подбрасывает правильную монетку 4 раза. Найдите вероятность того, что количество орлов будет меньше либо равно 2.

$$\frac{1^4}{2} + 4 \cdot \frac{1^4}{2} + 6 \cdot \frac{1^4}{2} = \frac{11}{16}$$

7. Петр где-то услышал, что у людей с рыжим цветом волос нет души, и забеспокоился. К счастью, это не точно: у каждого человека с рыжими волосами душа есть с вероятностью $\frac{1}{3}$. Петр сам шатен, но все 10 его друзей рыжие — неудивительно, что его волнует этот вопрос. Какова вероятность того, что ровно у четверых из друзей Петра есть душа?

$$C_{10}^4 \left(\frac{1}{3}\right)^4 \left(\frac{2}{3}\right)^6$$

8. Александр умеет играть на гитаре 10 аккордов (неплохо!). Ольге, в которую Александр влюблен, нравится песня группы Сплин, в которой всего 6 аккордов (все 6 из тех, что знакомы молодому человеку, но он не знает, какие именно, поэтому выбирает наугад из тех, что знакомы). Александр хочет исполнить эту песню и завоевать сердце Ольги, но для этого он должен сыграть правильно хотя бы 5 аккордов из 6, тогда она не заметит подвоха. Какова вероятность, что ему это удастся?

$$\frac{12^{10}}{10!} e^{-12}$$

9. Известно что $\mathbb{P}(A) = 1$, $\mathbb{P}(B) = 1$. Верно ли, что события A и B независимы?

да

10. Баба Маша и тётя Зина любят смотреть «Угадай мелодию». Баба Маша угадывает мелодию ровно с 3-х, 4-х или 5-ти нот с вероятностями $1/4$, $1/2$ и $1/4$ соответственно. Функция распределения числа нот, необходимых тётке Зине для отгадывания, такова

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 4 \\ 1/4, & x \in [4, 5) \\ 1/2, & x \in [5, 6) \\ 3/4, & x \in [6, 7) \\ 1, & x \geq 7 \end{cases}$$

Найдите вероятность того, что одновременно тётя Зина отгадает мелодию ровно с 5-ти нот, а баба Маша с 4-х и более.

$$3/16$$

11. Кот Базилио нашёл мешок с 50 монетами. Однако хитрая лиса Алиса точно знает, что в мешке есть 5 фальшивых монет. Какова вероятность того, что среди 8 монет, которые кот Базилио сразу достанет из мешка, будет ровно 4 фальшивых?

$$\frac{C_5^4 C_{45}^4}{C_{50}^8}$$

12. Маша и Ваня играют в игру: ставят на бумаге точку наугад на отрезке от 0 до 100. Маша уже сделала свой ход. Оказалось, что она выбрала точку 40. Найдите вероятность того, что после хода Вани сумма их точек не будет превышать 60.

$$0.2$$

13. Маша, Ваня и Петя играют в игру: ставят на бумаге точку наугад в любом месте на отрезке от 0 до 100. Маша сделала ход, поставила точку. Оказалось, что она выбрала число 40. Найдите вероятность того, что после ходов Вани и Пети, сумма их чисел будет не более 60.

$$0.02$$

14. Какова вероятность того, что разница между корнями уравнения $a^2 \cdot x^2 = b^2$ (а и b параметры) не более 4-х, $a \in [1, 8]$, $b \in [0, 20]$?

$$9/20$$

15. Функция распределения случайной величины X имеет следующий вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1/4, & x \in [0, 1) \\ 3/4, & x \in [1, 2) \\ 1, & x \geq 2 \end{cases}$$

Найдите $\mathbb{E}(X)$

$$\mathbb{E}[X] = 1$$

16. Найдите вероятность того, что величина X попадёт на отрезок $[0; 4]$, если она равномерно распределена на отрезке $[2; 18]$.

$$2/16 = 1/8 = 0.125$$

17. Функция плотности случайной величины X имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \cos(x), & x \in [0; \pi/2] \\ 0, & x > \pi/2 \end{cases}.$$

Найдите $F(x)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \sin(x), & x \in (0; \pi/2] \\ 1, & x > \pi/2 \end{cases}.$$

18. Допустим, в результате переписи обнаружено, что темноволосые матери с темноволосыми дочерьми составили 0.06 обследованных семей, темноволосые матери и светловолосые дочери — 0.1, светловолосые матери и темноволосые дочери — 0.14, а светловолосые матери и светловолосые дочери — 0.7. Найдите условную вероятность того, что дочь имеет темные волосы, если мать темноволосая.

$$0.06/(0.06 + 0.1) = 0.375$$

19. В первой урне 5 шаров, из них 3 белых; во второй урне 6 шаров, из них 3 белых; в третьей урне 30 шаров, среди них белых шаров 12 штук. Из каждой урны извлекли по шару, а затем из них наудачу взяли один. Найдите вероятность, что этот шар белый.

$$0.5$$

20. Числа $1, 2, \dots, n$ расставлены случайным образом. Предполагая, что различные расположения чисел равновероятны, Найдите вероятность того, что числа 1, 2, 3 расположены в порядке возрастания, но не обязательно рядом.

$$\frac{1}{6}$$

21. Стрелок А попадает в мишень с вероятностью 0.6, стрелок В — с вероятностью 0.5, стрелок С — с вероятностью 0.4. Стрелки дали залп по мишени. Какова вероятность, что ровно две пули попали в цель?

$$0.6 \cdot 0.5 \cdot 0.4 + 0.6 \cdot 0.5 \cdot 0.4 + 0.4 \cdot 0.5 \cdot 0.4 = 0.38$$

22. Математическое ожидание случайной величины X равно 2. Найдите математическое ожидание величины $5X + 2$.

12

23. Рассеянная Маша любит кошек и всегда оставляет дверь открытой. Все Машины кошки придерживаются принципа: увидев утром открытую дверь, выбежать из дома с вероятностью 0.8. Посчитать вероятность того, что в очередной день, когда Маша вернется домой, она найдет там хотя бы одну кошку, если до её ухода их было пять.

0.87

24. Если в семье двое детей, то какова вероятность того, что оба они мальчики, если известно, что хотя бы один из них мальчик? (Рождение девочки и мальчика считать равновероятными событиями.)

$\frac{1}{3}$

25. Вероятности для случайной величины X заданы функцией: $\mathbb{P}(X = x) = \frac{x}{c}$, и $X \in \{1, 2, 3, 4\}$. Чему равна величина c ?

10

26. Случайная величина X распределена по Пуассону, причем $3P(X = 1) = P(X = 2)$.
Найдите $P(X = 4)$.

$$e^{-6} \cdot \frac{6^4}{4!} = 0.13$$

27. Маша и Ваня играют в такую игру: они по очереди подбрасывают монетку до тех пор, пока на ней не выпадет орел. Победителем объявляется тот игрок, на чей ход это произошло. Какова вероятность, что игру выиграет Маша, если первым бросает Ваня?

$\frac{1}{3}$

28. Вероятность того, что Петр Сергеевич поймает хотя бы одного окуня, забросив удочку 4 раза, равна 0.9984. Найдите, с какой вероятностью он поймает его с первого раза.

0.8

29. Пират Семен закопал три сундука с золотом на трех разных островах одного архипелага. Какова вероятность того, что кладоискатель Борис найдет два из них на первых же двух островах, которые он посетит случайным образом, если всего в архипелаге 18 островов.

1/51

30. Функция плотности случайной величины X имеет вид:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -4 \\ a\sqrt{x+4}, & x \in (-4, 5] \\ 0, & x > 5 \end{cases}$$

Найдите значение параметра a .

1/18

31. В коробке номер один лежат 6 белых и 6 черных шариков. Наугад достается 2 шарика и перекладывается в коробку номер два, где изначально тоже находились 6 белых и 6 черных. Затем из коробки номер два наугад достается один шарик. Какова вероятность, что переложили два черных шарика, если в итоге вытащили белый?

$\frac{15}{77}$

32. На первом курсе учится очень красивый молодой человек по имени Архип. Люди в космос летают, придумывают умные часы, а вот он Архип. А лекция по риторике безусловно очень полезна, но невероятно скучна, поэтому вместо того чтобы слушать лектора, девушки глазеют по сторонам. Количество девушек, которые влюбляются в Архипа за фиксированный промежуток времени — случайная величина, имеющая распределение Пуассона. В среднем, за пару по риторике, в Архипа влюбляется 8 девушек. Какова вероятность, что за пару в Архипа влюбятся по крайней мере две девушки?

$1 - 9e^{-8}$

33. Найдите функцию распределения случайной величины X , если она равномерно распределена на отрезке $[-2; 11]$.

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < -2 \\ \frac{x+2}{13}, & x \in [-2; 11) \\ 1, & x \geq 11 \end{cases}$$

Команда: _____

ТУР ТРЕТИЙ

1. На склад было доставлено 30 изделие от первого завода и 70 от второго. Процент бракованных изделий 1 завода равен 4, а второго — 5. Найдите вероятность того, что взятое наугад изделие будет бракованным.

$$0.3 \cdot 0.04 + 0.7 \cdot 0.05 = 0.047$$

2. Два друга договорились встретиться в определённом месте между 7 и 8 часами утра. Пришедший первым ждёт второго в течение 10 минут, после чего уходит. Какова вероятность того, что они встретятся, если каждый из друзей может равновероятно прийти в любой момент времени в указанном промежутке?

$$11/36$$

3. Функция плотности случайной величины X имеет вид

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 1 \\ t - a, & t \in [1; 2) \\ 0, & t \geq 2 \end{cases}.$$

Найдите $a, \mathbb{E}(X)$.

$$a = \frac{1}{2}, \mathbb{E}(X) = \frac{19}{12}.$$

4. Случайные величины $X_i, i = 1, \dots, 100500$, распределены равномерно на отрезке $[0; \pi]$. Определите следующую вероятность $P(\min\{X_1, \dots, X_{100500}\} > e)$

$$\left(\frac{\pi - e}{\pi}\right)^{100500}$$

5. Совместное распределение случайных величина X и Y задано следующим образом:

	$X = 0$	$X = 1$	$X = 2$
$Y = 0$	0.1	0.1	0.1
$Y = 100$	0.2	0.2	0.3

Определить $\mathbb{E}(X)$

$$\mathbb{E}(X) = 1.1$$

6. Функция плотности случайной величины имеет следующий вид: $f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$.
Найдите $\mathbb{P}(X \in [-1; 1])$

$$\mathbb{P}(X \in [-1; 1]) = \frac{1}{2}$$

7. Саша очень любит яблоки, особенно красные, а Маша очень любит приходить к ней в гости и есть ее яблоки. Сегодня в холодильнике у Саши лежат 3 красных яблока и 3 зеленых. С какой вероятностью Саша, знакомая с правилами этикета и основами теории вероятности, вытащит свое любимое яблоко из холодильника не глядя, если она уже вытащила одно, отдала его своей гостье, и оно оказалось зеленым.

$$\frac{3}{5}$$

8. Какова вероятность обладать студенческим билетом с 8 не повторяющимися цифрами, если все цифры равновероятно и независимо стоят на 8 позициях?

$$\frac{10!}{2! \cdot 10^8}$$

9. В турнире по шашкам принимали участие 12 игроков в шашки. При этом каждый из них сыграл одну партию с каждым из остальных. Сколько всего партий было сыграно?

$$66$$

10. Иван круглый отличник и его оценка за теорию вероятностей равномерна распределена на отрезке от 8 до 10. Каково математическое ожидание его оценки?

$$9$$

11. Функция распределения случайной величины X имеет вид:

$$F(x) = \begin{cases} C_1, & x < 0 \\ 0.5x^2 + 0.5x + C_3, & x \in [0; 1] \\ C_2, & x \geq 1 \end{cases}.$$

Найдите C_3 .

$$C_3 = 0$$

12. Ассистенту Виталию влом проверять контрольные работы, поэтому он ставит оценки по шкале от 6 до 10 наугад. Какова вероятность что ровно половина группы из 30 человек получит отличную оценку?

$$C_{30}^{15} \left(\frac{3}{5}\right)^{15} \left(\frac{2}{5}\right)^{15}$$

13. У Никиты дома есть ковер размером 4 на 4 метра, который очень дорог его папе. Пока родители были на даче, Никита решил устроить тусовку, на которую его друзья принесли кальян. 15 раз случайно упавшие из кальяна угли прожгли ковер в разных местах. Какова вероятность, что по приезде папа застанет целым кусочек ковра размером хотя бы метр на метр?

$$1$$

14. Найдите матожидания числа очков, которые выпадут на 2 одновременно брошенных кубиках, если известно, что выпали разные грани.

$$7$$

15. Случайная точка бросается в круг, определить вероятность попадания этой точки в квадрат, вписанный в круг.

$$\frac{2}{\pi}$$

16. Двоечница Рита очень не любит ходить на лекции и появляется там с вероятностью $\frac{1}{3}$. Найдите наименее вероятное число лекций, на которых Рита была, если всего было семь лекций.

$$2$$