

Группа, имя и фамилия: _____

Настроение: _____

Часть 1. Каждый сам за себя!!!

1. Для разминки вспомним греческий алфавит!

(a) По-гречески — Σωκράτης, а по-русски — Сократ.

(b) Изобразите прописные и строчные буквы: эта Н, η, дзета Ζ, ζ, вега нет, шо ρ. Если такой буквы в греческом нет, то поставьте прочерк.

(c) Назовите буквы: τ тау, θ тета, ξ кси.

Греческая буква шо, ρ, была введена Александром Македонским и ныне вышла из употребления. По крайней мере, в греческом :) Заглавная примерно такая же, только её utf-код 03f7 не поддерживается шрифтом Linux Libertine.

2. Подбрасываются 2 симметричные монеты. Событие A — на первой монете выпал герб, событие B — на второй монете выпал герб, событие C — монеты выпали разными сторонами.

(a) Будут ли эти события попарно независимы? да

(b) Сформулируйте определение независимости в совокупности для трех событий:

События независимы в совокупности, если для любого поднабора событий A_1, \dots, A_k выполняется равенство $\mathbb{P}(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_k) = \mathbb{P}(A_1) \cdot \dots \cdot \mathbb{P}(A_k)$

(c) Являются ли события A, B, C независимыми в совокупности? нет

3. Имеются два игральных кубика: **красный** со смещенным центром тяжести, так что вероятность выпадения «6» равняется $1/3$, а оставшиеся грани имеют равные шансы на появление и правильный белый кубик. Петя случайным образом выбирает кубик и подбрасывает его.

(a) Вероятность того, что выпадет «6», равна $1/4$.

(b) Вероятность того, что Петя взял красный кубик, если известно, что выпала шестерка, равна $2/3$.

(c) Если бы в эксперименте Петя подбрасывал бы кубик не один раз, а 60 раз, то безусловное математическое ожидание количества выпавших шестерок равнялось бы 15.

4. Винни-Пуху снится сон, будто он спустился в погреб, а там бесконечное количество горшков. Каждый из них независимо от других может оказаться либо пустым с вероятностью 0.8, либо с мёдом с вероятностью 0.2. Винни-Пух начинает перебирать горшки по очереди в поисках полного. Хотя у него в голове и опилки, Винни-Пух два раза в один и тот же горшок заглядывать не будет.
- (a) Вероятность того, что все горшки окажутся пустыми равна 0.
- (b) Вероятность того, что полный горшок будет найден ровно с шестой попытки, равна $0.8^5 \cdot 0.2$.
- (c) Вероятность того, что полный горшок будет найден на шестой попытке или ранее, равна $1 - 0.8^6$.
5. На самом деле у Винни-Пуха в погребе стоит 10 горшков. Каждый из них независимо от других может оказаться либо пустым с вероятностью 0.8, либо с мёдом с вероятностью 0.2.
- (a) Все десять горшков окажутся пустыми с вероятностью 0.8^{10} .
- (b) Ровно 7 горшков из десяти окажутся пустыми с вероятностью $C_{10}^3 0.2^3 0.8^7$.
- (c) Математическое ожидание числа горшков с мёдом равно 2.
6. В галактике Флатландии все объекты двумерные. На планету Тау-Слона (окружность) в случайных точках независимо друг от друга садятся три корабля. Любые два корабля могут поддерживать прямую связь между собой, если центральный угол между ними меньше прямого.
- (a) Вероятность того, что первый и второй корабли могут поддерживать прямую связь равна $1/2$.
- (b) Вероятность того, что все корабли смогут поддерживать прямую связь друг с другом равна $3/16$.
- (c) Вероятность того, что все корабли смогут поддерживать прямую связь друг с другом, если первый и второй корабль могут поддерживать прямую связь, равна $3/8$.

Подсказка: во Флатландии хватит рисунка на плоскости, ведь координату третьего корабля можно принять за...

7. Время (в часах), за которое студенты выполняют экзаменационное задание является случайной величиной X с функцией плотности

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2, & \text{если } x \in [0; 1] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

- (a) Функция распределения случайной величины X равна

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x^3, & x \in [0; 1] \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

- (b) Вероятность того, что случайно выбранный студент закончит работу менее чем за полчаса равна 1/8.
- (c) Медиана распределения равна один на корень кубический из двух
- (d) Вероятность того, что студент, которому требуется по меньшей мере 15 минут для выполнения задания, справится с ним более, чем за 30 минут, равна 56/63.
- (e) Функция распределения случайной величины $Y = 1/X$ равна

$$F_Y(y) = \begin{cases} 0, & y < 0 \\ 1 - 1/y^3, & y > 0 \end{cases}$$

- (f) Функция плотности случайной величины $Y = 1/X$ равна

$$f_Y(y) = \begin{cases} 0, & y < 0 \\ 3y^{-4}, & y > 0 \end{cases}$$