

Контрольная работа № 3 по ТВ и МС [2016–2017]

Ф. И. О.:

Группа:

Задача 1. Дана реализация случайной выборки: 1, 10, 7, 4, –2. Выпишите определения и найдите значения следующих характеристик:

- а) вариационного ряда,
- б) выборочного среднего,
- в) выборочной дисперсии,
- г) несмещенной оценки дисперсии,
- д) выборочного второго начального момента.
- е) Постройте выборочную функцию распределения.

Задача 2. Мама дяди Фёдора каждое лето приезжает в Простоквашино с тремя вечерними платьями. Средняя стоимость и дисперсия цены случайно выбранного платья (из трех) составляет 11 тысяч и 3 тысячи рублей соответственно. Рачительный кот Матроскин случайным образом выбирает одно из платьев и продаёт его как ненужное. Вычислите математическое ожидание и дисперсию стоимости двух оставшихся платьев.

Задача 3. Ресторанный критик ходит по трём типам ресторанов (дешевых, бюджетных и дорогих) города N для того, чтобы оценить среднюю стоимость бизнес-ланча. В городе 40% дешевых ресторанов, 50% — бюджетных и 10% — дорогих. Стандартное отклонение цены бизнес-ланча составляет 10, 30 и 60 рублей соответственно. В ресторане критик заказывает только кофе. Стоимость кофе в дешевых/бюджетных/дорогих ресторанах составляет 150, 300 и 600 рублей соответственно, а бюджет исследования — 30 000 рублей.

- а) Какое количество ресторанов каждого типа нужно посетить критику, чтобы как можно точнее оценить среднюю стоимость бизнес-ланча при заданном бюджетном ограничении (округлите полученные значения до ближайших целых)?
- б) Вычислите дисперсию соответствующего стратифицированного среднего.

Задача 4. В «акции протеста против коррупции» в Москве 26.03.2017 по данным МВД приняло участие 8 000 человек. Считая, что население Москвы составляет 12 300 000 человек, постройте 95% доверительный интервал для истинной доли желающих участвовать в подобных акциях жителей Москвы. Можно ли утверждать, что эта доля статистически не отличается от нуля?

Задача 5. Для некоторой отрасли проведено исследование об оплате труда мужчин и женщин. Их зарплаты (тыс. руб. в месяц) приведены ниже:

| | | | | | |
|---------|----|----|----|----|----|
| мужчины | 50 | 40 | 45 | 45 | 35 |
| женщины | 60 | 30 | 30 | 35 | 30 |

- а) Считая, что распределение заработных плат мужчин хорошо описывается нормальным распределением, постройте

- 99%-ый доверительный интервал для математического ожидания заработной платы мужчин,
 - 90%-ый доверительный интервал для стандартного отклонения заработной платы мужчин.
- б) – Сформулируйте предпосылки, необходимые для построения доверительного интервала для разности математических ожиданий заработных плат мужчин и женщин.
- Считая предпосылки выполненными, постройте 90%-ый доверительный интервал для разности математических ожиданий заработных плат мужчин и женщин.
 - Можно ли считать зарплаты мужчин и женщин одинаковыми?

Задача 6. Пусть $X = (X_1, \dots, X_n)$ — случайная выборка из нормального распределения с нулевым математическим ожиданием и дисперсией θ .

- а) Используя второй начальный момент, найдите оценку параметра θ методом моментов.
- б) Сформулируйте определение несмещённости оценки и проверьте выполнение данного свойства для оценки, найденной в пункте а).
- в) Сформулируйте определение состоятельности оценки и проверьте выполнение данного свойства для оценки, найденной в пункте а).
- г) Найдите оценку параметра θ методом максимального правдоподобия.
- д) Вычислите информацию Фишера о параметре θ , заключённую в n наблюдениях случайной выборки.
- е) Сформулируйте неравенство Рао–Крамера–Фреше.
- ё) Сформулируйте определение эффективности оценки и проверьте выполнение данного свойства для оценки, найденной в пункте г).

Задача 7. Аэрофлот утверждает, что 10% пассажиров, купивших билет, не являются на рейс. В случайной выборке из шести рейсов аэробуса А320, имеющего 180 посадочных мест, число не явившихся оказалось: 5, 10, 25, 0, 17, 30. Пусть число пассажиров X , не явившихся на рейс, хорошо описывается распределением Пуассона $\mathbb{P}(\{X = k\}) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$, $k \in \{0, 1, 2, \dots\}$. При помощи метода максимального правдоподобия найдите:

- а) оценку $\mathbb{E}[X]$ и её числовое значение по выборке,
- б) оценку дисперсии X и её числовое значение по выборке,
- в) оценку стандартного отклонения X и её числовое значение по выборке,
- г) оценку вероятности того, что на рейс явятся все пассажиры, а также найдите её числовое значение по выборке.
- д) Используя асимптотические свойства оценок максимального правдоподобия, постройте 95% доверительный интервал для $\mathbb{E}[X]$.
- е) С помощью дельта-метода найдите 95% доверительный интервал для вероятности полной загрузки самолёта.