



Теория вероятностей и математическая статистика:

пересдача 27.09.2016

Можно пользоваться простым калькулятором. В каждом вопросе единственный верный ответ. Ни пуха, ни пера!

Вопрос 1 Редкой болезнью болеет 0.01% населения. Существующий тест ошибается в 10% случаев. У первого встречного берут тест. Судя по тесту, человек болен. Какова вероятность того, что он действительно болен?

- ☐ A больше 0.5 ☐ B равна 0.5 ☐ C меньше 0.5

Вопрос 2 ♣ Все условия регулярности для применения метода максимального правдоподобия выполнены. Вторая производная лог-функции правдоподобия равна $\ell''(\theta) = -100$. Стандартная ошибка несмещенной эффективной оценки для параметра θ равна

- ☐ A 100 ☐ C 1 ☐ E 0.1
☐ B 10 ☐ D 0.01 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 3 ♣ Пусть $\hat{\sigma}_1^2$ — несмещенная оценка дисперсии, полученная по первой выборке размером n_1 , $\hat{\sigma}_2^2$ — несмещенная оценка дисперсии, полученная по второй выборке, с меньшим размером n_2 . Тогда статистика $\frac{\hat{\sigma}_1^2/n_1}{\hat{\sigma}_2^2/n_2}$ имеет распределение

- ☐ A $t_{n_1+n_2-1}$ ☐ C F_{n_1-1, n_2-1} ☐ E $\chi_{n_1+n_2}^2$
☐ B $N(0; 1)$ ☐ D F_{n_1, n_2} ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 4 ♣ Величины Z_1, Z_2, \dots, Z_n независимы и нормальны $N(0, 1)$. Случайная величина $Z_1^2/2 + Z_4^2/2 - Z_1Z_4$ имеет распределение

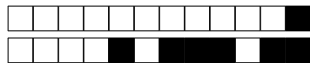
- ☐ A χ_1^2 ☐ C χ_2^2 ☐ E χ_4^2
☐ B t_2 ☐ D χ_3^2 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 5 ♣ Проверая гипотезу о равенстве дисперсий в двух выборках (размером в 3 и 5 наблюдений), Анаксимандр Милетский получил значение тестовой статистики 10. Если оценка дисперсии по одной из выборок равна 8, то другая оценка дисперсии может быть равна

- ☐ A 25 ☐ C 3/4 ☐ E 4/3
☐ B 80 ☐ D 4 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 6 Функция распределения

- ☐ A невозрастающая ☐ D не имеет горизонтальных асимптот
☐ B всюду дифференцируема ☐ E может принимать любые положительные значения
☐ C всегда непрерывна ☐ F ограничена



Вопрос 7 ♣ Пусть X_1, \dots, X_n — выборка объема n из равномерного на $[a, b]$ распределения. Оценка $X_1 + X_2$ параметра $c = a + b$ является

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> А несмещенной и состоятельной | <input type="checkbox"/> D наиболее эффективной |
| <input type="checkbox"/> B смещенной и несостоятельной | <input type="checkbox"/> E смещенной и состоятельной |
| <input type="checkbox"/> C несмещенной и несостоятельной | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

Вопрос 8 ♣ Ковариационная матрица вектора $X = (X_1, X_2)$ имеет вид $\begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$. Дисперсия разности случайных величин, $\text{Var}(X_1 - 2X_2)$, равняется

- | | | |
|-------------------------------|--------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> A 21 | <input type="checkbox"/> C 1.2 | <input type="checkbox"/> E 30 |
| <input type="checkbox"/> B 15 | <input type="checkbox"/> D 12 | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

Вопрос 9 ♣ Среди 100 случайно выбранных ацтеков 20 платят дань Кулуакану, а 80 — Аскапоцалько. Соответственно, оценка доли ацтеков, платящих дань Кулуакану, равна $\hat{p} = 0.2$. Разумная оценка дисперсии случайной величины \hat{p} равна

- | | | |
|-----------------------------------|--------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> A 0.0016 | <input type="checkbox"/> C 1.6 | <input type="checkbox"/> E 0.04 |
| <input type="checkbox"/> B 0.16 | <input type="checkbox"/> D 0.4 | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

Вопрос 10 ♣ Пусть X_1, X_2, \dots, X_n — случайная выборка размера 36 из нормального распределения $N(\mu, 9)$. Для тестирования основной гипотезы $H_0 : \mu = 0$ против альтернативной $H_a : \mu = -2$ вы используете критерий: если $\bar{X} \geq -1$, то вы не отвергаете гипотезу H_0 , в противном случае вы отвергаете гипотезу H_0 в пользу гипотезы H_a . Мощность критерия равна

- | | | |
|---------------------------------|---------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> A 0.98 | <input type="checkbox"/> C 0.87 | <input type="checkbox"/> E 0.78 |
| <input type="checkbox"/> B 0.58 | <input type="checkbox"/> D 0.85 | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

Вопрос 11 ♣ Каждое утро в 8:00 Иван Андреевич Крылов, либо завтракает, либо уже позавтракал. В это же время кухарка либо заглядывает к Крылову, либо нет. По таблице сопряженности вычислите статистику χ^2 Пирсона для тестирования гипотезы о том, что визиты кухарки не зависят от того, позавтракал ли уже Крылов или нет.

Время 8:00	кухарка заходит	кухарка не заходит
Крылов завтракает	200	40
Крылов уже позавтракал	25	100

- | | | |
|--------------------------------|--------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> A 79 | <input type="checkbox"/> C 139 | <input type="checkbox"/> E 39 |
| <input type="checkbox"/> B 179 | <input type="checkbox"/> D 100 | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

Вопрос 12 Обычную рублевую монетку подбрасывают четыре раза. Первые три раза она выпала орлом. Вероятность того, что она выпадет орлом в четвертый раз:

- | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> A меньше 0.5 | <input type="checkbox"/> B больше 0.5 | <input type="checkbox"/> C равна 0.5 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------|

Вопрос 13 ♣ Величины Z_1, Z_2, \dots, Z_n независимы и нормальны $N(0, 1)$. Случайная величина $\frac{Z_1\sqrt{n+3}}{\sqrt{\sum_{i=4}^n Z_i^2}}$ имеет распределение

- | | | |
|---|---|--|
| <input type="checkbox"/> A χ_{n-4}^2 | <input type="checkbox"/> C t_{n-3} | <input type="checkbox"/> E t_{n-1} |
| <input type="checkbox"/> B $N(0, 1)$ | <input type="checkbox"/> D $F_{1, n-2}$ | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |



Вопрос 14 ♣ Производитель мороженого попросил оценить по 10-бальной шкале два вида мороженого: с кусочками шоколада и с орешками. Было опрошено 5 человек.

	Евламий	Аристарх	Капитолина	Аграфена	Эвридика
С крошкой	10	6	7	5	4
С орехами	9	8	8	7	6

Вычислите модуль значения статистики теста знаков. Используя нормальную аппроксимацию, проверьте на уровне значимости 0.2 гипотезу об отсутствии предпочтения мороженого с орешками против альтернативы, что мороженное с орешками вкуснее.

- ☐ A 1.34, H_0 отвергается ☐ D 1.29, H_0 отвергается ☐ G Нет верного ответа.
☐ B 1.34, H_0 не отвергается ☐ E 1.29, H_0 не отвергается
☐ C 1.96, H_0 отвергается ☐ F 1.65, H_0 отвергается

Вопрос 15 ♣ Если X_i независимы, $\mathbb{E}(X_i) = \mu$ и $\text{Var}(X_i) = \sigma^2$, то математическое ожидание величины $Y = \sum_{i=1}^n (X_i - X_1)^2$ равно

- ☐ A σ^2 ☐ C $\hat{\sigma}^2$ ☐ E μ
☐ B $(n-1)\sigma^2$ ☐ D $2(n-1)\sigma^2$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 16 Вероятность рождения мальчика примерно равна 0.5. На протяжении длительного времени в маленьком городе и большом городе считали дни, когда рождается больше 65% мальчиков. Таких дней окажется больше

- ☐ A примерно одинаково ☐ B в маленьком городе ☐ C в большом городе

Вопрос 17 ♣ Пусть X_1, X_2, \dots, X_{11} — выборка из распределения с математическим ожиданием μ и стандартным отклонением σ . Известно, что $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$, $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$. Несмещенная оценка дисперсии принимает значение

- ☐ A 1/10 ☐ C 100/11 ☐ E 1/11
☐ B 11/100 ☐ D 10 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 18 ♣ У пяти случайно выбранных студентов первого потока результаты за контрольную по статистике оказались равны 82, 47, 20, 43 и 73. У четырёх случайно выбранных студентов второго потока — 68, 83, 60 и 52. Вычислите статистику Вилкоксона и проверьте гипотезу H_0 об однородности результатов студентов двух потоков. Критические значения статистики Вилкоксона равны $T_L = 12$ и $T_R = 28$.

- ☐ A 20, H_0 не отвергается ☐ C 53, H_0 отвергается ☐ E 24, H_0 не отвергается
☐ B 12.75, H_0 не отвергается ☐ D 65.75, H_0 отвергается ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 19 ♣ Зулус Чака каСензангакона проверяет гипотезу о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках небольших размеров n_1 и n_2 . Если дисперсии неизвестны, но равны, то тестовая статистика имеет распределение

- ☐ A $t_{n_1+n_2-2}$ ☐ C $t_{n_1+n_2}$ ☐ E $\chi_{n_1+n_2-1}^2$
☐ B F_{n_1, n_2} ☐ D $t_{n_1+n_2-1}$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 20 Два обычных игральных кубика подбрасываются одновременно. Больше шансы выпасть у комбинации:

- ☐ A две шестерки ☐ B одна шестерка, одна пятерка ☐ C одинаковые шансы



Вопрос 21 ♣ Бессмертный гений поэзии Ли Бо оценивает математическое ожидание по выборке размера n из нормального распределения. Он построил оценку метода моментов, $\hat{\mu}_{MM}$, и оценку максимального правдоподобия, $\hat{\mu}_{ML}$. Про эти оценки можно утверждать, что

- ☐ A они не равны, но сближаются при $n \rightarrow \infty$ ☐ D они не равны, и не сближаются при $n \rightarrow \infty$
☐ B $\hat{\mu}_{MM} > \hat{\mu}_{ML}$ ☐ E $\hat{\mu}_{MM} < \hat{\mu}_{ML}$
☐ C они равны ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 22 ♣ Пусть X_1, \dots, X_{2n} — выборка объема $2n$ из некоторого распределения. Какая из нижеперечисленных оценок математического ожидания имеет наименьшую дисперсию?

- ☐ A $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ ☐ C $\frac{1}{n} \sum_{i=n+1}^{2n} X_i$ ☐ E $\frac{X_1 + X_2}{2}$
☐ B $\frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} X_i$ ☐ D X_1 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 23 ♣ Если P-значение (P-value) меньше уровня значимости α , то гипотеза $H_0 : \sigma = 1$

- ☐ A Отвергается, только если $H_a : \sigma > 1$ ☐ D Отвергается
☐ B Отвергается, только если $H_a : \sigma < 1$ ☐ E Не отвергается
☐ C Отвергается, только если $H_a : \sigma \neq 1$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 24 ♣ Имеется случайная выборка размера n из нормального распределения. При проверке гипотезы о равенстве математического ожидания заданному значению при неизвестной дисперсии используется статистика, имеющая распределение

- ☐ A χ_n^2 ☐ C t_n ☐ E χ_{n-1}^2
☐ B t_{n-1} ☐ D $N(0, 1)$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 25 Если H_0 верна, то P-значение имеет распределение

- ☐ A t_1 ☐ C $N(\mu; \sigma^2)$ ☐ E $N(0; 1)$
☐ B $U[0; 1]$ ☐ D χ_1^2 ☐ F $F_{1,1}$

Вопрос 26 ♣ Николай Коперник подбросил бутерброд 200 раз. Бутерброд упал маслом вниз 95 раз, а маслом вверх — 105 раз. Значение критерия χ^2 Пирсона для проверки гипотезы о равной вероятности данных событий равно

- ☐ A 7.5 ☐ C 2.5 ☐ E 0.5
☐ B 0.75 ☐ D 0.25 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 27 ♣ Пусть X_1, X_2, \dots, X_{33} — выборка из распределения с математическим ожиданием μ и стандартным отклонением σ . Известно, что $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$, $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$. Несмещенная оценка μ принимает значение

- ☐ A 1 ☐ C 3 ☐ E 10
☐ B 0.33 ☐ D 3.3 ☐ F Нет верного ответа.



Вопрос 28 ♣ Геродот Геликарнасский проверяет гипотезу $H_0 : \mu = 0, \sigma^2 = 1$ с помощью LR статистики теста отношения правдоподобия. При подстановке оценок метода максимального правдоподобия в лог-функцию правдоподобия он получил $\ell = -177$, а при подстановке $\mu = 0$ и $\sigma = 1$ оказалось, что $\ell = -211$. Найдите значение LR статистики и укажите её закон распределения при верной H_0

- ☐ A $LR = 34, \chi^2_{n-1}$ ☐ C $LR = 68, \chi^2_2$ ☐ E $LR = 34, \chi^2_2$
☐ B $LR = \ln 34, \chi^2_{n-2}$ ☐ D $LR = \ln 68, \chi^2_{n-2}$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 29 Если $f(x)$ — функция плотности, то интеграл $\int_{-\infty}^x f(u) du$ равен

- ☐ A 0.5 ☐ C $\mathbb{E}(X)$ ☐ E $\text{Var}(X)$
☐ B $F(x)$ ☐ D 1 ☐ F 0

Вопрос 30 ♣ Размером теста называется

- ☐ A Вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна
☐ B Единица минус вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна
☐ C Вероятность принять неверную гипотезу
☐ D Единица минус вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна
☐ E Вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна
☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 31 ♣ Величины Z_1, Z_2, \dots, Z_n независимы и нормальны $N(0, 1)$. Случайная величина $\frac{Z_1^2 + Z_5^2}{Z_2^2 + Z_7^2}$ имеет распределение

- ☐ A $F_{7,2}$ ☐ C $F_{1,2}$ ☐ E $F_{2,2}$
☐ B $F_{2,7}$ ☐ D $F_{1,7}$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 32 У Пети связка ключей. Один из них подходит к замку. Петя не знает, какой ключ подходит к замку и перебирает их по очереди. У какого ключа выше шансы подойти?

- ☐ A у первого ☐ B у последнего ☐ C одинаковы

Вопрос 33 ♣ По случайной выборке из 100 наблюдений было оценено выборочное среднее $\bar{X} = 20$ и несмещенная оценка дисперсии $\hat{\sigma}^2 = 25$. В рамках проверки гипотезы $H_0 : \mu = 15$ против альтернативной гипотезы $H_a : \mu > 15$ можно сделать следующее заключение

- ☐ A Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 10%, но не на уровне значимости 5%
☐ B Гипотеза H_0 отвергается на любом разумном уровне значимости
☐ C Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 20%, но не на уровне значимости 10%
☐ D Гипотеза H_0 не отвергается на любом разумном уровне значимости
☐ E Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 5%, но не на уровне значимости 1%
☐ F Нет верного ответа.



Вопрос 34 ♣ Пусть X_1, \dots, X_n — выборка объема n из некоторого распределения с конечным математическим ожиданием. Несмещенной и состоятельной оценкой математического ожидания является

☐ A $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-2}}{n-2} + \frac{X_n}{2n}$

☐ C $\frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$

☐ E $\frac{X_1 + X_2}{2}$

☐ B $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-1}}{n-2} - \frac{X_n}{2n}$

☐ D $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-2}}{n-1} + \frac{X_n}{2n}$

☐ F Нет верного ответа.



Имя, фамилия и номер группы:

.....

Номер в списке (для автоматического распознавания):

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Вопрос 1 : ☐A ☐B ☐C

Вопрос 2 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 3 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 4 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 5 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 6 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 7 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 8 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 9 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 10 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 11 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 12 : ☐A ☐B ☐C

Вопрос 13 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 14 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F ☐G

Вопрос 15 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 16 : ☐A ☐B ☐C

Вопрос 17 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 18 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 19 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 20 : ☐A ☐B ☐C

Вопрос 21 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 22 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 23 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 24 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 25 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 26 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 27 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 28 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 29 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 30 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 31 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 32 : ☐A ☐B ☐C

Вопрос 33 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 34 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Учитываются только ответы, перенесённые на этот листок.

**Теория вероятностей и математическая статистика:****пересдача 27.09.2016**

Можно пользоваться простым калькулятором. В каждом вопросе единственный верный ответ. Ни пуха, ни пера!

Вопрос 1 Два обычных игральных кубика подбрасываются одновременно. Больше шансы выпасть у комбинации:

- ☐ A две шестерки ☐ B одна шестерка, одна пятерка ☐ C одинаковые шансы

Вопрос 2 ♣ Зулус Чака каСензангакона проверяет гипотезу о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках небольших размеров n_1 и n_2 . Если дисперсии неизвестны, но равны, то тестовая статистика имеет распределение

- ☐ A $t_{n_1+n_2-1}$ ☐ C $\chi^2_{n_1+n_2-1}$ ☐ E $t_{n_1+n_2-2}$
☐ B F_{n_1, n_2} ☐ D $t_{n_1+n_2}$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 3 Функция распределения

- ☐ A может принимать любые положительные значения ☐ D невозрастающая
☐ B ограничена ☐ E не имеет горизонтальных асимптот
☐ C всегда непрерывна ☐ F всюду дифференцируема

Вопрос 4 ♣ Ковариационная матрица вектора $X = (X_1, X_2)$ имеет вид $\begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$. Дисперсия разности случайных величин, $\text{Var}(X_1 - 2X_2)$, равняется

- ☐ A 15 ☐ C 12 ☐ E 30
☐ B 21 ☐ D 1.2 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 5 ♣ Величины Z_1, Z_2, \dots, Z_n независимы и нормальны $N(0, 1)$. Случайная величина $\frac{Z_1^2 + Z_5^2}{Z_2^2 + Z_7^2}$ имеет распределение

- ☐ A $F_{1,2}$ ☐ C $F_{1,7}$ ☐ E $F_{2,7}$
☐ B $F_{2,2}$ ☐ D $F_{7,2}$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 6 ♣ Среди 100 случайно выбранных ацтеков 20 платят дань Кулуакану, а 80 — Аскапоцалько. Соответственно, оценка доли ацтеков, платящих дань Кулуакану, равна $\hat{p} = 0.2$. Разумная оценка дисперсии случайной величины \hat{p} равна

- ☐ A 0.04 ☐ C 0.0016 ☐ E 1.6
☐ B 0.4 ☐ D 0.16 ☐ F Нет верного ответа.



Вопрос 7 ♣ Бессмертный гений поэзии Ли Бо оценивает математическое ожидание по выборка размера n из нормального распределения. Он построил оценку метода моментов, $\hat{\mu}_{MM}$, и оценку максимального правдоподобия, $\hat{\mu}_{ML}$. Про эти оценки можно утверждать, что

- ☐ A $\hat{\mu}_{MM} > \hat{\mu}_{ML}$ ☐ D они равны
☐ B они не равны, и не сближаются при $n \rightarrow \infty$ ☐ E они не равны, но сближаются при $n \rightarrow \infty$
☐ C $\hat{\mu}_{MM} < \hat{\mu}_{ML}$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 8 ♣ Проверяя гипотезу о равенстве дисперсий в двух выборках (размером в 3 и 5 наблюдений), Анаксимандр Милетский получил значение тестовой статистики 10. Если оценка дисперсии по одной из выборок равна 8, то другая оценка дисперсии может быть равна

- ☐ A 4/3 ☐ C 25 ☐ E 3/4
☐ B 4 ☐ D 80 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 9 ♣ Датчик случайных чисел выдал следующие значения псевдо случайной величины: 0.78, 0.48. Вычислите значение критерия Колмогорова и проверьте гипотезу H_0 о соответствии распределения равномерному на $[0; 1]$. Критическое значение статистики Колмогорова для уровня значимости 0.1 и двух наблюдений равно 0.776.

- ☐ A 1.26, H_0 отвергается ☐ C 0.37, H_0 не отвергается ☐ E 0.78, H_0 отвергается
☐ B 0.3, H_0 не отвергается ☐ D 0.48, H_0 не отвергается ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 10 ♣ Каждое утро в 8:00 Иван Андреевич Крылов, либо завтракает, либо уже позавтракал. В это же время кухарка либо заглядывает к Крылову, либо нет. По таблице сопряженности вычислите статистику χ^2 Пирсона для тестирования гипотезы о том, что визиты кухарки не зависят от того, позавтракал ли уже Крылов или нет.

Время 8:00	кухарка заходит	кухарка не заходит
Крылов завтракает	200	40
Крылов уже позавтракал	25	100

- ☐ A 39 ☐ C 100 ☐ E 79
☐ B 179 ☐ D 139 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 11 ♣ По случайной выборке из 100 наблюдений было оценено выборочное среднее $\bar{X} = 20$ и несмещенная оценка дисперсии $\hat{\sigma}^2 = 25$. В рамках проверки гипотезы $H_0 : \mu = 15$ против альтернативной гипотезы $H_a : \mu > 15$ можно сделать следующее заключение

- ☐ A Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 10%, но не на уровне значимости 5%
☐ B Гипотеза H_0 отвергается на любом разумном уровне значимости
☐ C Гипотеза H_0 не отвергается на любом разумном уровне значимости
☐ D Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 5%, но не на уровне значимости 1%
☐ E Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 20%, но не на уровне значимости 10%
☐ F Нет верного ответа.



Вопрос 12 ♣ Размером теста называется

- ☐ A Вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна
- ☐ B Вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна
- ☐ C Единица минус вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна
- ☐ D Вероятность принять неверную гипотезу
- ☐ E Единица минус вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна
- ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 13 ♣ Пусть X_1, \dots, X_n — выборка объема n из некоторого распределения с конечным математическим ожиданием. Несмещенной и состоятельной оценкой математического ожидания является

- ☐ A $\frac{X_1 + X_2}{2}$
- ☐ B $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-2}}{n-2} + \frac{X_n}{2n}$
- ☐ C $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-1}}{n-2} - \frac{X_n}{2n}$
- ☐ D $\frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$
- ☐ E $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-2}}{n-1} + \frac{X_n}{2n}$
- ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 14 ♣ У пяти случайно выбранных студентов первого потока результаты за контрольную по статистике оказались равны 82, 47, 20, 43 и 73. У четырех случайно выбранных студентов второго потока — 68, 83, 60 и 52. Вычислите статистику Вилкоксона и проверьте гипотезу H_0 об однородности результатов студентов двух потоков. Критические значения статистики Вилкоксона равны $T_L = 12$ и $T_R = 28$.

- ☐ A 20, H_0 не отвергается
- ☐ B 24, H_0 не отвергается
- ☐ C 53, H_0 отвергается
- ☐ D 12.75, H_0 не отвергается
- ☐ E 65.75, H_0 отвергается
- ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 15 Обычную рублевую монетку подбрасывают четыре раза. Первые три раза она выпала орлом. Вероятность того, что она выпадет орлом в четвертый раз:

- ☐ A меньше 0.5
- ☐ B больше 0.5
- ☐ C равна 0.5

Вопрос 16 ♣ Величины Z_1, Z_2, \dots, Z_n независимы и нормальны $N(0, 1)$. Случайная величина $Z_1^2/2 + Z_4^2/2 - Z_1 Z_4$ имеет распределение

- ☐ A χ_4^2
- ☐ B χ_1^2
- ☐ C t_2
- ☐ D χ_3^2
- ☐ E χ_2^2
- ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 17 Вероятность рождения мальчика примерно равна 0.5. На протяжении длительного времени в маленьком городе и большом городе считали дни, когда рождается больше 65% мальчиков. Таких дней окажется больше

- ☐ A в большом городе
- ☐ B в маленьком городе
- ☐ C примерно одинаково

Вопрос 18 ♣ Пусть $\hat{\sigma}_1^2$ — несмещенная оценка дисперсии, полученная по первой выборке размером n_1 , $\hat{\sigma}_2^2$ — несмещенная оценка дисперсии, полученная по второй выборке, с меньшим размером n_2 . Тогда статистика $\frac{\hat{\sigma}_1^2/n_1}{\hat{\sigma}_2^2/n_2}$ имеет распределение

- ☐ A $\chi_{n_1+n_2}^2$
- ☐ B $t_{n_1+n_2-1}$
- ☐ C $N(0; 1)$
- ☐ D F_{n_1, n_2}
- ☐ E F_{n_1-1, n_2-1}
- ☐ F Нет верного ответа.



Вопрос 19 Если H_0 верна, то P -значение имеет распределение

☐ A $N(0; 1)$

☐ C t_1

☐ E $F_{1,1}$

☐ B $U[0; 1]$

☐ D χ_1^2

☐ F $N(\mu; \sigma^2)$

Вопрос 20 ♣ Имеется случайная выборка размера n из нормального распределения. При проверке гипотезы о равенстве математического ожидания заданному значению при неизвестной дисперсии используется статистика, имеющая распределение

☐ A t_{n-1}

☐ C χ_{n-1}^2

☐ E $N(0, 1)$

☐ B t_n

☐ D χ_n^2

☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 21 ♣ Пусть X_1, X_2, \dots, X_{11} — выборка из распределения с математическим ожиданием μ и стандартным отклонением σ . Известно, что $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$, $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$. Несмещенная оценка дисперсии принимает значение

☐ A $11/100$

☐ C $100/11$

☐ E $1/11$

☐ B 10

☐ D $1/10$

☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 22 ♣ Пусть X_1, \dots, X_{2n} — выборка объема $2n$ из некоторого распределения. Какая из нижеперечисленных оценок математического ожидания имеет наименьшую дисперсию?

☐ A $\frac{1}{n} \sum_{i=n+1}^{2n} X_i$

☐ C X_1

☐ E $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$

☐ B $\frac{X_1 + X_2}{2}$

☐ D $\frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} X_i$

☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 23 ♣ Пусть X_1, X_2, \dots, X_{33} — выборка из распределения с математическим ожиданием μ и стандартным отклонением σ . Известно, что $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$, $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$. Несмещенная оценка μ принимает значение

☐ A 3

☐ C 1

☐ E 3.3

☐ B 0.33

☐ D 10

☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 24 ♣ Если P -значение (P -value) меньше уровня значимости α , то гипотеза $H_0 : \sigma = 1$

☐ A Отвергается, только если $H_a : \sigma > 1$

☐ D Отвергается, только если $H_a : \sigma < 1$

☐ B Не отвергается

☐ E Отвергается, только если $H_a : \sigma \neq 1$

☐ C Отвергается

☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 25 ♣ Геродот Геликарнасский проверяет гипотезу $H_0 : \mu = 0, \sigma^2 = 1$ с помощью LR статистики теста отношения правдоподобия. При подстановке оценок метода максимального правдоподобия в лог-функцию правдоподобия он получил $\ell = -177$, а при подстановке $\mu = 0$ и $\sigma = 1$ оказалось, что $\ell = -211$. Найдите значение LR статистики и укажите её закон распределения при верной H_0

☐ A $LR = 34, \chi_{n-1}^2$

☐ C $LR = \ln 68, \chi_{n-2}^2$

☐ E $LR = 68, \chi_2^2$

☐ B $LR = 34, \chi_2^2$

☐ D $LR = \ln 34, \chi_{n-2}^2$

☐ F Нет верного ответа.



Вопрос 26 ♣ Николай Коперник подбросил бутерброд 200 раз. Бутерброд упал маслом вниз 95 раз, а маслом вверх — 105 раз. Значение критерия χ^2 Пирсона для проверки гипотезы о равной вероятности данных событий равно

- | | | |
|---------------------------------|---------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> A 2.5 | <input type="checkbox"/> C 0.5 | <input type="checkbox"/> E 7.5 |
| <input type="checkbox"/> B 0.75 | <input type="checkbox"/> D 0.25 | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

Вопрос 27 ♣ Пусть X_1, X_2, \dots, X_n — случайная выборка размера 36 из нормального распределения $N(\mu, 9)$. Для тестирования основной гипотезы $H_0 : \mu = 0$ против альтернативной $H_a : \mu = -2$ вы используете критерий: если $\bar{X} \geq -1$, то вы не отвергаете гипотезу H_0 , в противном случае вы отвергаете гипотезу H_0 в пользу гипотезы H_a . Мощность критерия равна

- | | | |
|---------------------------------|---------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> A 0.87 | <input type="checkbox"/> C 0.78 | <input type="checkbox"/> E 0.85 |
| <input type="checkbox"/> B 0.58 | <input type="checkbox"/> D 0.98 | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

Вопрос 28 ♣ Все условия регулярности для применения метода максимального правдоподобия выполнены. Вторая производная лог-функции правдоподобия равна $\ell''(\theta) = -100$. Стандартная ошибка несмещенной эффективной оценки для параметра θ равна

- | | | |
|---------------------------------|--------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> A 10 | <input type="checkbox"/> C 1 | <input type="checkbox"/> E 100 |
| <input type="checkbox"/> B 0.01 | <input type="checkbox"/> D 0.1 | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

Вопрос 29 У Пети связка ключей. Один из них подходит к замку. Петя не знает, какой ключ подходит к замку и перебирает их по очереди. У какого ключа выше шансы подойти?

- | | | |
|--------------------------------------|---|--------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> A у первого | <input type="checkbox"/> B у последнего | <input type="checkbox"/> C одинаковы |
|--------------------------------------|---|--------------------------------------|

Вопрос 30 ♣ Если X_i независимы, $\mathbb{E}(X_i) = \mu$ и $\text{Var}(X_i) = \sigma^2$, то математическое ожидание величины $Y = \sum_{i=1}^n (X_i - X_1)^2$ равно

- | | | |
|--|---|--|
| <input type="checkbox"/> A $(n-1)\sigma^2$ | <input type="checkbox"/> C $\hat{\sigma}^2$ | <input type="checkbox"/> E $2(n-1)\sigma^2$ |
| <input type="checkbox"/> B μ | <input type="checkbox"/> D σ^2 | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

Вопрос 31 ♣ Пусть X_1, \dots, X_n — выборка объема n из равномерного на $[a, b]$ распределения. Оценка $X_1 + X_2$ параметра $c = a + b$ является

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> A смещенной и состоятельной | <input type="checkbox"/> D несмещенной и несостоятельной |
| <input type="checkbox"/> B смещенной и несостоятельной | <input type="checkbox"/> E несмещенной и состоятельной |
| <input type="checkbox"/> C наиболее эффективной | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |



Вопрос 32 ♣ Производитель мороженого попросил оценить по 10-бальной шкале два вида мороженого: с кусочками шоколада и с орешками. Было опрошено 5 человек.

	Евламий	Аристарх	Капитолина	Аграфена	Эвридика
С крошкой	10	6	7	5	4
С орехами	9	8	8	7	6

Вычислите модуль значения статистики теста знаков. Используя нормальную аппроксимацию, проверьте на уровне значимости 0.2 гипотезу об отсутствии предпочтения мороженого с орешками против альтернативы, что мороженное с орешками вкуснее.

- ☐ A 1.34, H_0 отвергается ☐ D 1.29, H_0 не отвергается ☐ G Нет верного ответа.
☐ B 1.34, H_0 не отвергается ☐ E 1.29, H_0 отвергается
☐ C 1.96, H_0 отвергается ☐ F 1.65, H_0 отвергается

Вопрос 33 ♣ Величины Z_1, Z_2, \dots, Z_n независимы и нормальны $N(0, 1)$. Случайная величина $\frac{Z_1\sqrt{n+3}}{\sqrt{\sum_{i=4}^n Z_i^2}}$ имеет распределение

- ☐ A t_{n-3} ☐ C $F_{1,n-2}$ ☐ E χ_{n-4}^2
☐ B t_{n-1} ☐ D $N(0, 1)$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 34 ♣ На основе случайной выборки, содержащей одно наблюдение X_1 , тестируется гипотеза $H_0 : X_1 \sim U[0; 1]$ против альтернативной гипотезы $H_a : X_1 \sim U[0.5; 1.5]$. Рассматривается критерий: если $X_1 > 0.8$, то гипотеза H_0 отвергается в пользу гипотезы H_a . Вероятность ошибки 2-го рода для этого критерия равна:

- ☐ A 0.3 ☐ C 0.1 ☐ E 0.5
☐ B 0.4 ☐ D 0.2 ☐ F Нет верного ответа.



Имя, фамилия и номер группы:

.....

Номер в списке (для автоматического распознавания):

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Вопрос 1 : ☐A ☐B ☐C

Вопрос 2 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 3 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 4 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 5 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 6 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 7 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 8 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 9 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 10 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 11 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 12 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 13 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 14 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 15 : ☐A ☐B ☐C

Вопрос 16 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 17 : ☐A ☐B ☐C

Вопрос 18 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 19 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 20 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 21 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 22 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 23 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 24 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 25 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 26 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 27 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 28 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 29 : ☐A ☐B ☐C

Вопрос 30 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 31 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 32 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F ☐G

Вопрос 33 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Вопрос 34 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F

Учитываются только ответы, перенесённые на этот листок.