

**Теория вероятностей и математическая статистика: пересдача/комиссия 10.09.2015**

Можно пользоваться простым калькулятором. В каждом вопросе единственный верный ответ. Ни пуха, ни пера!

Вопрос 1 ♣ Каждое утро в 8:00 Иван Андреевич Крылов, либо завтракает, либо уже позавтракал. В это же время кухарка либо заглядывает к Крылову, либо нет. По таблице сопряженности вычислите статистику χ^2 Пирсона для тестирования гипотезы о том, что визиты кухарки не зависят от того, позавтракал ли уже Крылов или нет.

Время 8:00	кухарка заходит	кухарка не заходит
Крылов завтракает	200	40
Крылов уже позавтракал	25	100

- ☐ A 39 ☐ C 79 ☒ 139
☐ B 100 ☐ D 179 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 2 ♣ Среди 100 случайно выбранных адтеков 20 платят дань Кулуакану, а 80 — Аскапоцалько. Соответственно, оценка доли адтеков, платящих дань Кулуакану, равна $\hat{p} = 0.2$. Разумная оценка дисперсии случайной величины \hat{p} равна

- ☐ A 0.4 ☐ C 1.6 ☐ E 0.04
☐ B 0.16 ☒ 0.0016 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 3 Обычную рублевую монетку подбрасывают четыре раза. Первые три раза она выпала орлом. Вероятность того, что она выпадет орлом в четвертый раз:

- ☐ A больше 0.5 ☒ равна 0.5 ☐ C меньше 0.5

Вопрос 4 ♣ Имеется случайная выборка размера n из нормального распределения. При проверке гипотезы о равенстве математического ожидания заданному значению при неизвестной дисперсии используется статистика, имеющая распределение

- ☐ A χ_n^2 ☒ t_{n-1} ☐ E χ_{n-1}^2
☐ B t_n ☐ D $N(0, 1)$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 5 ♣ Величины Z_1, Z_2, \dots, Z_n независимы и нормальны $N(0, 1)$. Случайная величина $\frac{Z_1^2 + Z_5^2}{Z_2^2 + Z_7^2}$ имеет распределение

- ☐ A $F_{7,2}$ ☒ $F_{2,2}$ ☐ E $F_{1,7}$
☐ B $F_{1,2}$ ☐ D $F_{2,7}$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 6 ♣ Пусть $\hat{\sigma}_1^2$ — несмещенная оценка дисперсии, полученная по первой выборке размером n_1 , $\hat{\sigma}_2^2$ — несмещенная оценка дисперсии, полученная по второй выборке, с меньшим размером n_2 . Тогда статистика $\frac{\hat{\sigma}_1^2/n_1}{\hat{\sigma}_2^2/n_2}$ имеет распределение

- ☐ A $t_{n_1+n_2-1}$ ☐ C F_{n_1-1, n_2-1} ☐ E F_{n_1, n_2}
☐ B $N(0; 1)$ ☐ D $\chi_{n_1+n_2}^2$ ☒ Нет верного ответа.



Вопрос 7 ♣ Величины Z_1, Z_2, \dots, Z_n независимы и нормальны $N(0, 1)$. Случайная величина $Z_1^2/2 + Z_4^2/2 - Z_1 Z_4$ имеет распределение

- ☐ A χ_4^2 ☐ C χ_3^2 ☐ E χ_2^2
☒ D χ_1^2 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 8 ♣ Пусть X_1, X_2, \dots, X_{33} — выборка из распределения с математическим ожиданием μ и стандартным отклонением σ . Известно, что $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$, $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$. Несмещенная оценка μ принимает значение

- ☒ A 1 ☐ C 3 ☐ E 0.33
☐ B 10 ☐ D 3.3 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 9 ♣ Если P-значение (P-value) меньше уровня значимости α , то гипотеза $H_0 : \sigma = 1$

- ☐ A Отвергается, только если $H_a : \sigma \neq 1$ ☒ B Отвергается, только если $H_a : \sigma > 1$ ☐ C Не отвергается
☐ D Отвергается, только если $H_a : \sigma < 1$ ☐ E Нет верного ответа.

Вопрос 10 ♣ Производитель мороженого попросил оценить по 10-бальной шкале два вида мороженого: с кусочками шоколада и с орешками. Было опрошено 5 человек.

	Евламий	Аристарх	Капитолина	Аграфена	Эвридика
С крошкой	10	6	7	5	4
С орехами	9	8	8	7	6

Вычислите модуль значения статистики теста знаков. Используя нормальную аппроксимацию, проверьте на уровне значимости 0.2 гипотезу об отсутствии предпочтения мороженого с орешками против альтернативы, что мороженое с орешками вкуснее.

- ☐ A 1.34, H_0 не отвергается ☐ D 1.29, H_0 не отвергается ☐ E 1.65, H_0 отвергается
☐ B 1.29, H_0 отвергается ☐ C 1.96, H_0 отвергается ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 11 Два обычных игральных кубика подбрасываются одновременно. Больше шансы выпасть у комбинации:

- ☐ A две шестерки ☒ B одна шестерка, одна пятерка ☐ C одинаковые шансы

Вопрос 12 ♣ Все условия регулярности для применения метода максимального правдоподобия выполнены. Вторая производная лог-функции правдоподобия равна $\ell''(\theta) = -100$. Стандартная ошибка несмещенной эффективной оценки для параметра θ равна

- ☐ A 10 ☐ C 1 ☐ E 100
☒ B 0.1 ☐ D 0.01 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 13 ♣ Проверая гипотезу о равенстве дисперсий в двух выборках (размером в 3 и 5 наблюдений), Анаксимандр Милетский получил значение тестовой статистики 10. Если оценка дисперсии по одной из выборок равна 8, то другая оценка дисперсии может быть равна

- ☐ A 3/4 ☒ B 80 ☐ C 25
☐ D 4/3 ☐ E 4 ☐ F Нет верного ответа.



Вопрос 14 ♣ Пусть X_1, X_2, \dots, X_{11} — выборка из распределения с математическим ожиданием μ и стандартным отклонением σ . Известно, что $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$, $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$. Несмещенная оценка дисперсии принимает значение

☒ $1/10$

☐ $11/100$

☐ $100/11$

☐ $1/11$

☐ 10

☐ Нет верного ответа.

Вопрос 15 ♣ Николай Коперник подбросил бутерброд 200 раз. Бутерброд упал маслом вниз 95 раз, а маслом вверх — 105 раз. Значение критерия χ^2 Пирсона для проверки гипотезы о равной вероятности данных событий равно

☐ 0.75

☐ 2.5

☐ 0.25

☒ 0.5

☐ 7.5

☐ Нет верного ответа.

Вопрос 16 ♣ Пусть X_1, \dots, X_n — выборка объема n из некоторого распределения с конечным математическим ожиданием. Несмещенной и состоятельной оценкой математического ожидания является

☐ $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-2}}{n-2} + \frac{X_n}{2n}$

☐ $\frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$

☐ $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-2}}{n-1} + \frac{X_n}{2n}$

☒ $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-1}}{n-2} - \frac{X_n}{2n}$

☐ $\frac{X_1 + X_2}{2}$

☐ Нет верного ответа.

Вопрос 17 Вероятность рождения мальчика примерно равна 0.5. На протяжении длительного времени в маленьком городе и большом городе считали дни, когда рождается больше 65% мальчиков. Таких дней окажется больше

☐ примерно одинаково

☐ в большом городе

☒ в маленьком городе

Вопрос 18 ♣ Величины Z_1, Z_2, \dots, Z_n независимы и нормальны $N(0, 1)$. Случайная величина $\frac{Z_1\sqrt{n+3}}{\sqrt{\sum_{i=4}^n Z_i^2}}$ имеет распределение

☐ t_{n-1}

☐ t_{n-3}

☐ $N(0, 1)$

☐ $F_{1, n-2}$

☐ χ_{n-4}^2

☒ Нет верного ответа.

Вопрос 19 ♣ У пяти случайно выбранных студентов первого потока результаты за контрольную по статистике оказались равны 82, 47, 20, 43 и 73. У четырёх случайно выбранных студентов второго потока — 68, 83, 60 и 52. Вычислите статистику Вилкоксона и проверьте гипотезу H_0 об однородности результатов студентов двух потоков. Критические значения статистики Вилкоксона равны $T_L = 12$ и $T_R = 28$.

☐ 20, H_0 не отвергается

☐ 12.75, H_0 не отвергается

☒ 24, H_0 не отвергается

☐ 53, H_0 отвергается

☐ 65.75, H_0 отвергается

☐ Нет верного ответа.

Вопрос 20 Если H_0 верна, то P -значение имеет распределение

☐ $N(0; 1)$

☐ $N(\mu; \sigma^2)$

☒ $U[0; 1]$

☐ $F_{1,1}$

☐ χ_1^2

☐ t_1



Вопрос 21 ♣ Пусть X_1, X_2, \dots, X_n — случайная выборка размера 36 из нормального распределения $N(\mu, 9)$. Для тестирования основной гипотезы $H_0 : \mu = 0$ против альтернативной $H_a : \mu = -2$ вы используете критерий: если $\bar{X} \geq -1$, то вы не отвергаете гипотезу H_0 , в противном случае вы отвергаете гипотезу H_0 в пользу гипотезы H_a . Мощность критерия равна

- ☐ A 0.58 ☒ 0.98 ☐ E 0.87
☐ B 0.78 ☐ D 0.85 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 22 ♣ Если X_i независимы, $\mathbb{E}(X_i) = \mu$ и $\text{Var}(X_i) = \sigma^2$, то математическое ожидание величины $Y = \sum_{i=1}^n (X_i - X_1)^2$ равно

- ☐ A μ ☐ C σ^2 ☐ E $(n-1)\sigma^2$
☒ $2(n-1)\sigma^2$ ☐ D $\hat{\sigma}^2$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 23 ♣ Ковариационная матрица вектора $X = (X_1, X_2)$ имеет вид $\begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$. Дисперсия разности случайных величин, $\text{Var}(X_1 - 2X_2)$, равняется

- ☐ A 15 ☐ C 21 ☒ 30
☐ B 12 ☐ D 1.2 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 24 ♣ Размером теста называется

- ☐ A Вероятность принять неверную гипотезу
☐ B Вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна
☒ Вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна
☐ D Единица минус вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна
☐ E Единица минус вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна
☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 25 ♣ Геродот Геликарнасский проверяет гипотезу $H_0 : \mu = 0, \sigma^2 = 1$ с помощью LR статистики теста отношения правдоподобия. При подстановке оценок метода максимального правдоподобия в лог-функцию правдоподобия он получил $\ell = -177$, а при подстановке $\mu = 0$ и $\sigma = 1$ оказалось, что $\ell = -211$. Найдите значение LR статистики и укажите её закон распределения при верной H_0

- ☐ A $LR = \ln 68, \chi_{n-2}^2$ ☐ C $LR = 34, \chi_{n-1}^2$ ☐ E $LR = 34, \chi_2^2$
☒ $LR = 68, \chi_2^2$ ☐ D $LR = \ln 34, \chi_{n-2}^2$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 26 ♣ Зулус Чака каСензангакона проверяет гипотезу о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках небольших размеров n_1 и n_2 . Если дисперсии неизвестны, но равны, то тестовая статистика имеет распределение

- ☐ A $t_{n_1+n_2-1}$ ☐ C F_{n_1, n_2} ☐ E $\chi_{n_1+n_2-1}^2$
☐ B $t_{n_1+n_2}$ ☒ $t_{n_1+n_2-2}$ ☐ F Нет верного ответа.



Вопрос 27 ♣ Датчик случайных чисел выдал следующие значения псевдо случайной величины: 0.78, 0.48. Вычислите значение критерия Колмогорова и проверьте гипотезу H_0 о соответствии распределения равномерному на $[0; 1]$. Критическое значение статистики Колмогорова для уровня значимости 0.1 и двух наблюдений равно 0.776.

- ☐ A 0.78, H_0 отвергается ☒ 0.48, H_0 не отвергается ☐ E 0.37, H_0 не отвергается
☐ B 1.26, H_0 отвергается ☐ D 0.3, H_0 не отвергается ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 28 ♣ На основе случайной выборки, содержащей одно наблюдение X_1 , тестируется гипотеза $H_0 : X_1 \sim U[0; 1]$ против альтернативной гипотезы $H_a : X_1 \sim U[0.5; 1.5]$. Рассматривается критерий: если $X_1 > 0.8$, то гипотеза H_0 отвергается в пользу гипотезы H_a . Вероятность ошибки 2-го рода для этого критерия равна:

- ☐ A 0.2 ☒ 0.3 ☐ E 0.4
☐ B 0.5 ☐ D 0.1 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 29 Редкой болезнью болеет 0.01% населения. Существующий тест ошибается в 10% случаев. У первого встречного берут тест. Судя по тесту, человек болен. Какова вероятность того, что он действительно болен?

- ☐ A больше 0.5 ☐ B равна 0.5 ☒ меньше 0.5

Вопрос 30 У Пети связка ключей. Один из них подходит к замку. Петя не знает, какой ключ подходит к замку и перебирает их по очереди. У какого ключа выше шансы подойти?

- ☐ A у первого ☐ B у последнего ☒ одинаковы

Вопрос 31 ♣ Бессмертный гений поэзии Ли Бо оценивает математическое ожидание по выборка размера n из нормального распределения. Он построил оценку метода моментов, $\hat{\mu}_{MM}$, и оценку максимального правдоподобия, $\hat{\mu}_{ML}$. Про эти оценки можно утверждать, что

- ☐ A они не равны, но сближаются при $n \rightarrow \infty$ ☐ D они не равны, и не сближаются при $n \rightarrow \infty$
☒ они равны ☐ E $\hat{\mu}_{MM} > \hat{\mu}_{ML}$
☐ C $\hat{\mu}_{MM} < \hat{\mu}_{ML}$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 32 Если $f(x)$ — функция плотности, то интеграл $\int_{-\infty}^x f(u) du$ равен

- ☐ A 0 ☐ C $\text{Var}(X)$ ☐ E 0.5
☒ $F(x)$ ☐ D 1 ☐ F $\mathbb{E}(X)$



Вопрос 33 ♣ По случайной выборке из 100 наблюдений было оценено выборочное среднее $\bar{X} = 20$ и несмещенная оценка дисперсии $\hat{\sigma}^2 = 25$. В рамках проверки гипотезы $H_0 : \mu = 15$ против альтернативной гипотезы $H_a : \mu > 15$ можно сделать следующее заключение

- ☐ A Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 10%, но не на уровне значимости 5%
- ☒ B Гипотеза H_0 отвергается на любом разумном уровне значимости
- ☐ C Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 20%, но не на уровне значимости 10%
- ☐ D Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 5%, но не на уровне значимости 1%
- ☐ E Гипотеза H_0 не отвергается на любом разумном уровне значимости
- ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 34 Функция распределения

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> A может принимать любые положительные значения | <input type="checkbox"/> D всегда непрерывна |
| <input checked="" type="checkbox"/> B ограничена | <input type="checkbox"/> E всюду дифференцируема |
| <input type="checkbox"/> C невозрастающая | <input type="checkbox"/> F не имеет горизонтальных асимптот |



Имя, фамилия и номер группы:

.....

Номер в списке (для автоматического распознавания):

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Вопрос 1 :

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 2 :

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 3 :

A		C
---	--	---

Вопрос 4 :

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 5 :

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 6 :

A	B	C	D	E	
---	---	---	---	---	--

Вопрос 7 :

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 8 :

	B	C	D	E	F
--	---	---	---	---	---

Вопрос 9 :

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 10 :

A	B		D	E	F	G
---	---	--	---	---	---	---

Вопрос 11 :

A		C
---	--	---

Вопрос 12 :

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 13 :

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 14 :

	B	C	D	E	F
--	---	---	---	---	---

Вопрос 15 :

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 16 :

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 17 :

A	B	
---	---	--

Вопрос 18 :

A	B	C	D	E	
---	---	---	---	---	--

Вопрос 19 :

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 20 :

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 21 :

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 22 :

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 23 :

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 24 :

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 25 :

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 26 :

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 27 :

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 28 :

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 29 :

A	B	
---	---	--

Вопрос 30 :

A	B	
---	---	--

Вопрос 31 :

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 32 :

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 33 :

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 34 :

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Учитываются только ответы, перенесённые на этот листок.

**Теория вероятностей и математическая статистика: пересдача/комиссия 10.09.2015**

Можно пользоваться простым калькулятором. В каждом вопросе единственный верный ответ. Ни пуха, ни пера!

Вопрос 1 ♣ Пусть $\hat{\sigma}_1^2$ — несмещенная оценка дисперсии, полученная по первой выборке размером n_1 , $\hat{\sigma}_2^2$ — несмещенная оценка дисперсии, полученная по второй выборке, с меньшим размером n_2 . Тогда статистика $\frac{\hat{\sigma}_1^2/n_1}{\hat{\sigma}_2^2/n_2}$ имеет распределение

☐ A $t_{n_1+n_2-1}$ ☐ C $N(0; 1)$ ☐ E F_{n_1, n_2} ☐ B F_{n_1-1, n_2-1} ☐ D $\chi_{n_1+n_2}^2$ ☒ Нет верного ответа.

Вопрос 2 У Пети связка ключей. Один из них подходит к замку. Петя не знает, какой ключ подходит к замку и перебирает их по очереди. У какого ключа выше шансы подойти?

☐ A у первого☐ B у последнего☒ одинаковы

Вопрос 3 ♣ Имеется случайная выборка размера n из нормального распределения. При проверке гипотезы о равенстве математического ожидания заданному значению при неизвестной дисперсии используется статистика, имеющая распределение

☐ A t_n ☐ C $N(0, 1)$ ☐ E χ_{n-1}^2 ☐ B χ_n^2 ☒ t_{n-1} ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 4 ♣ Зулус Чака как Сензангакон проверяет гипотезу о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках небольших размеров n_1 и n_2 . Если дисперсии неизвестны, но равны, то тестовая статистика имеет распределение

☐ A $t_{n_1+n_2}$ ☐ C F_{n_1, n_2} ☐ E $t_{n_1+n_2-1}$ ☐ B $\chi_{n_1+n_2-1}^2$ ☒ $t_{n_1+n_2-2}$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 5 Два обычных игровых кубика подбрасываются одновременно. Больше шансы выпасть у комбинации:

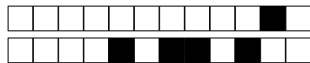
☐ A две шестерки☒ одна шестерка, одна пятерка☐ C одинаковые шансы

Вопрос 6 ♣ Величины Z_1, Z_2, \dots, Z_n независимы и нормальны $N(0, 1)$. Случайная величина $\frac{Z_1^2 + Z_5^2}{Z_2^2 + Z_7^2}$ имеет распределение

☐ A $F_{7,2}$ ☐ C $F_{2,7}$ ☐ E $F_{1,2}$ ☐ B $F_{1,7}$ ☒ $F_{2,2}$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 7 ♣ У пяти случайно выбранных студентов первого потока результаты за контрольную по статистике оказались равны 82, 47, 20, 43 и 73. У четырёх случайно выбранных студентов второго потока — 68, 83, 60 и 52. Вычислите статистику Вилкоксона и проверьте гипотезу H_0 об однородности результатов студентов двух потоков. Критические значения статистики Вилкоксона равны $T_L = 12$ и $T_R = 28$.

☒ 24, H_0 не отвергается☐ C 65.75, H_0 отвергается☐ E 53, H_0 отвергается☐ B 12.75, H_0 не отвергается☐ D 20, H_0 не отвергается☐ F Нет верного ответа.



Вопрос 8 ♣ Пусть X_1, X_2, \dots, X_n — случайная выборка размера 36 из нормального распределения $N(\mu, 9)$. Для тестирования основной гипотезы $H_0 : \mu = 0$ против альтернативной $H_a : \mu = -2$ вы используете критерий: если $\bar{X} \geq -1$, то вы не отвергаете гипотезу H_0 , в противном случае вы отвергаете гипотезу H_0 в пользу гипотезы H_a . Мощность критерия равна

☐ A 0.85☒ 0.98☐ E 0.87☐ B 0.58☐ D 0.78☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 9 ♣ Геродот Геликарнасский проверяет гипотезу $H_0 : \mu = 0, \sigma^2 = 1$ с помощью LR статистики теста отношения правдоподобия. При подстановке оценок метода максимального правдоподобия в лог-функцию правдоподобия он получил $\ell = -177$, а при подстановке $\mu = 0$ и $\sigma = 1$ оказалось, что $\ell = -211$. Найдите значение LR статистики и укажите её закон распределения при верной H_0

☐ A $LR = \ln 34, \chi^2_{n-2}$ ☐ C $LR = \ln 68, \chi^2_{n-2}$ ☐ E $LR = 34, \chi^2_2$ ☒ $LR = 68, \chi^2_2$ ☐ D $LR = 34, \chi^2_{n-1}$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 10 ♣ Пусть X_1, X_2, \dots, X_{11} — выборка из распределения с математическим ожиданием μ и стандартным отклонением σ . Известно, что $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$, $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$. Несмещенная оценка дисперсии принимает значение

☒ 1/10☐ C 1/11☐ E 11/100☐ B 100/11☐ D 10☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 11 ♣ Размером теста называется

☐ A Единица минус вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна☐ B Вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна☐ C Вероятность принять неверную гипотезу☒ Вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна☐ E Единица минус вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 12 ♣ Все условия регулярности для применения метода максимального правдоподобия выполнены. Вторая производная лог-функции правдоподобия равна $\ell''(\theta) = -100$. Стандартная ошибка несмещенной эффективной оценки для параметра θ равна

☐ A 1☐ C 10☒ 0.1☐ B 0.01☐ D 100☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 13 Вероятность рождения мальчика примерно равна 0.5. На протяжении длительного времени в маленьком городе и большом городе считали дни, когда рождается больше 65% мальчиков. Таких дней окажется больше

☒ в маленьком городе☐ B примерно одинаково☐ C в большом городе



Вопрос 14 ♣ Проверяя гипотезу о равенстве дисперсий в двух выборках (размером в 3 и 5 наблюдений), Анаксимандр Милетский получил значение тестовой статистики 10. Если оценка дисперсии по одной из выборок равна 8, то другая оценка дисперсии может быть равна

- ☐ A 4 ☒ B 80 ☐ C 3/4
☐ D 4/3 ☐ E 25 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 15 Обычную рублевую монетку подбрасывают четыре раза. Первые три раза она выпала орлом. Вероятность того, что она выпадет орлом в четвертый раз:

- ☒ A равна 0.5 ☐ B больше 0.5 ☐ C меньше 0.5

Вопрос 16 ♣ Среди 100 случайно выбранных ацтеков 20 платят дань Кулуакану, а 80 — Аскапоцалько. Соответственно, оценка доли ацтеков, платящих дань Кулуакану, равна $\hat{p} = 0.2$. Разумная оценка дисперсии случайной величины \hat{p} равна

- ☐ A 1.6 ☒ B 0.0016 ☐ C 0.4
☐ D 0.04 ☐ E 0.16 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 17 ♣ Николай Коперник подбросил бутерброд 200 раз. Бутерброд упал маслом вниз 95 раз, а маслом вверх — 105 раз. Значение критерия χ^2 Пирсона для проверки гипотезы о равной вероятности данных событий равно

- ☐ A 0.25 ☐ B 0.75 ☒ C 0.5
☐ D 2.5 ☐ E 7.5 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 18 ♣ Пусть X_1, \dots, X_n — выборка объема n из некоторого распределения с конечным математическим ожиданием. Несмещенной и состоятельной оценкой математического ожидания является

- ☐ A $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-2}}{n-1} + \frac{X_n}{2n}$ ☐ B $\frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$ ☒ C $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-1}}{n-2} + \frac{X_n}{2n}$
☐ D $\frac{X_1 + X_2}{2}$ ☐ E Нет верного ответа.

Вопрос 19 Если H_0 верна, то P -значение имеет распределение

- ☐ A χ_1^2 ☒ B $U[0; 1]$ ☐ C $F_{1,1}$
☐ D $N(0; 1)$ ☐ E t_1 ☐ F $N(\mu; \sigma^2)$

Вопрос 20 ♣ Величины Z_1, Z_2, \dots, Z_n независимы и нормальны $N(0, 1)$. Случайная величина $Z_1^2/2 + Z_4^2/2 - Z_1Z_4$ имеет распределение

- ☐ A χ_2^2 ☐ B χ_4^2 ☐ C t_2
☒ D χ_1^2 ☐ E χ_3^2 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 21 Функция распределения

- ☐ A может принимать любые положительные значения ☐ B не имеет горизонтальных асимптот
☐ C всегда непрерывна ☐ D невозрастающая
☒ E ограничена ☐ F всюду дифференцируема



Вопрос 22 ♣ Пусть X_1, X_2, \dots, X_{33} — выборка из распределения с математическим ожиданием μ и стандартным отклонением σ . Известно, что $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$, $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$. Несмещенная оценка μ принимает значение

- ☐ A 3.3 ☒ 1 ☐ E 3
☐ B 0.33 ☐ D 10 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 23 ♣ Производитель мороженого попросил оценить по 10-бальной шкале два вида мороженого: с кусочками шоколада и с орешками. Было опрошено 5 человек.

	Евламий	Аристарх	Капитолина	Аграфена	Эвридика
С крошкой	10	6	7	5	4
С орехами	9	8	8	7	6

Вычислите модуль значения статистики теста знаков. Используя нормальную аппроксимацию, проверьте на уровне значимости 0.2 гипотезу об отсутствии предпочтения мороженого с орешками против альтернативы, что мороженное с орешками вкуснее.

- ☐ A 1.65, H_0 отвергается ☐ D 1.29, H_0 не отвергается ☐ G Нет верного ответа.
☐ B 1.34, H_0 не отвергается ☒ 1.34, H_0 отвергается
☐ C 1.29, H_0 отвергается ☐ F 1.96, H_0 отвергается

Вопрос 24 ♣ Величины Z_1, Z_2, \dots, Z_n независимы и нормальны $N(0, 1)$. Случайная величина $\frac{Z_1\sqrt{n+3}}{\sqrt{\sum_{i=4}^n Z_i^2}}$ имеет распределение

- ☐ A $N(0, 1)$ ☐ C χ_{n-4}^2 ☐ E t_{n-1}
☐ B t_{n-3} ☐ D $F_{1,n-2}$ ☒ Нет верного ответа.

Вопрос 25 ♣ Бессмертный гений поэзии Ли Бо оценивает математическое ожидание по выборке размера n из нормального распределения. Он построил оценку метода моментов, $\hat{\mu}_{MM}$, и оценку максимального правдоподобия, $\hat{\mu}_{ML}$. Про эти оценки можно утверждать, что

- ☐ A $\hat{\mu}_{MM} < \hat{\mu}_{ML}$ ☐ D они не равны, и не сближаются при $n \rightarrow \infty$
☐ B $\hat{\mu}_{MM} > \hat{\mu}_{ML}$ ☐ E они не равны, но сближаются при $n \rightarrow \infty$
☒ они равны ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 26 ♣ Каждое утро в 8:00 Иван Андреевич Крылов, либо завтракает, либо уже позавтракал. В это же время кухарка либо заглядывает к Крылову, либо нет. По таблице сопряженности вычислите статистику χ^2 Пирсона для тестирования гипотезы о том, что визиты кухарки не зависят от того, позавтракал ли уже Крылов или нет.

Время 8:00	кухарка заходит	кухарка не заходит
Крылов завтракает	200	40
Крылов уже позавтракал	25	100

- ☐ A 179 ☒ 139 ☐ E 39
☐ B 79 ☐ D 100 ☐ F Нет верного ответа.



Вопрос 27 ♣ Ковариационная матрица вектора $X = (X_1, X_2)$ имеет вид $\begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$. Дисперсия разности случайных величин, $\text{Var}(X_1 - 2X_2)$, равняется

- ☐ A 15 ☒ B 30 ☐ C 12
☐ D 21 ☐ E 1.2 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 28 ♣ Если X_i независимы, $\mathbb{E}(X_i) = \mu$ и $\text{Var}(X_i) = \sigma^2$, то математическое ожидание величины $Y = \sum_{i=1}^n (X_i - X_1)^2$ равно

- ☐ A $\hat{\sigma}^2$ ☐ B μ ☒ C $2(n-1)\sigma^2$
☐ D σ^2 ☐ E $(n-1)\sigma^2$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 29 ♣ Датчик случайных чисел выдал следующие значения псевдо случайной величины: 0.78, 0.48. Вычислите значение критерия Колмогорова и проверьте гипотезу H_0 о соответствии распределения равномерному на $[0; 1]$. Критическое значение статистики Колмогорова для уровня значимости 0.1 и двух наблюдений равно 0.776.

- ☐ A 0.37, H_0 не отвергается ☐ B 1.26, H_0 отвергается ☒ C 0.48, H_0 не отвергается
☐ D 0.78, H_0 отвергается ☐ E 0.3, H_0 не отвергается ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 30 ♣ По случайной выборке из 100 наблюдений было оценено выборочное среднее $\bar{X} = 20$ и несмещенная оценка дисперсии $\hat{\sigma}^2 = 25$. В рамках проверки гипотезы $H_0 : \mu = 15$ против альтернативной гипотезы $H_a : \mu > 15$ можно сделать следующее заключение

- ☐ A Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 10%, но не на уровне значимости 5%
☐ B Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 20%, но не на уровне значимости 10%
☒ C Гипотеза H_0 отвергается на любом разумном уровне значимости
☐ D Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 5%, но не на уровне значимости 1%
☐ E Гипотеза H_0 не отвергается на любом разумном уровне значимости
☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 31 ♣ Если Р-значение (P-value) меньше уровня значимости α , то гипотеза $H_0 : \sigma = 1$

- ☐ A Отвергается, только если $H_a : \sigma \neq 1$ ☐ B Отвергается, только если $H_a : \sigma < 1$
☐ C Отвергается, только если $H_a : \sigma > 1$ ☒ D Отвергается
☐ E Не отвергается ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 32 Редкой болезнью болеет 0.01% населения. Существующий тест ошибается в 10% случаев. У первого встречного берут тест. Судя по тесту, человек болен. Какова вероятность того, что он действительно болен?

- ☒ A меньше 0.5 ☐ B равна 0.5 ☐ C больше 0.5

Вопрос 33 Если $f(x)$ — функция плотности, то интеграл $\int_{-\infty}^x f(u) du$ равен

- ☐ A $\mathbb{E}(X)$ ☒ B $F(x)$ ☐ C 0
☐ D $\text{Var}(X)$ ☐ E 0.5 ☐ F 1



+2/6/48+

Вопрос 34 ♣ На основе случайной выборки, содержащей одно наблюдение X_1 , тестируется гипотеза $H_0 : X_1 \sim U[0; 1]$ против альтернативной гипотезы $H_a : X_1 \sim U[0.5; 1.5]$. Рассматривается критерий: если $X_1 > 0.8$, то гипотеза H_0 отвергается в пользу гипотезы H_a . Вероятность ошибки 2-го рода для этого критерия равна:

☐ A 0.5

☐ C 0.4

☐ E 0.1

☐ B 0.2

☒ 0.3

☐ F Нет верного ответа.



Имя, фамилия и номер группы:

.....

Номер в списке (для автоматического распознавания):

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Вопрос 1 :

A	B	C	D	E	
---	---	---	---	---	--

Вопрос 2 :

A	B	
---	---	--

Вопрос 3 :

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 4 :

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 5 :

A		C
---	--	---

Вопрос 6 :

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 7 :

	B	C	D	E	F
--	---	---	---	---	---

Вопрос 8 :

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 9 :

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 10 :

	B	C	D	E	F
--	---	---	---	---	---

Вопрос 11 :

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 12 :

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 13 :

	B	C
--	---	---

Вопрос 14 :

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 15 :

	B	C
--	---	---

Вопрос 16 :

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 17 :

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 18 :

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 19 :

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 20 :

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 21 :

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 22 :

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 23 :

A	B	C	D		F	G
---	---	---	---	--	---	---

Вопрос 24 :

A	B	C	D	E	
---	---	---	---	---	--

Вопрос 25 :

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 26 :

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 27 :

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 28 :

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 29 :

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 30 :

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 31 :

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 32 :

	B	C
--	---	---

Вопрос 33 :

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 34 :

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Учитываются только ответы, перенесённые на этот листок.

**Теория вероятностей и математическая статистика: пересдача/комиссия 10.09.2015**

Можно пользоваться простым калькулятором. В каждом вопросе единственный верный ответ. Ни пуха, ни пера!

Вопрос 1 Если $f(x)$ — функция плотности, то интеграл $\int_{-\infty}^x f(u) du$ равен

☒ $F(x)$ ☐ 1☐ 0.5☐ $\mathbb{E}(X)$ ☐ 0☐ $\text{Var}(X)$

Вопрос 2 ♣ Все условия регулярности для применения метода максимального правдоподобия выполнены. Вторая производная лог-функции правдоподобия равна $\ell''(\theta) = -100$. Стандартная ошибка несмещенной эффективной оценки для параметра θ равна

☐ 0.01☐ 10☐ 100☒ 0.1☐ 1☐ Нет верного ответа.

Вопрос 3 ♣ Проверая гипотезу о равенстве дисперсий в двух выборках (размером в 3 и 5 наблюдений), Анаксимандр Милетский получил значение тестовой статистики 10. Если оценка дисперсии по одной из выборок равна 8, то другая оценка дисперсии может быть равна

☐ 3/4☐ 25☒ 80☐ 4☐ 4/3☐ Нет верного ответа.

Вопрос 4 ♣ Величины Z_1, Z_2, \dots, Z_n независимы и нормальны $N(0, 1)$. Случайная величина $\frac{Z_1^2 + Z_5^2}{Z_2^2 + Z_7^2}$ имеет распределение

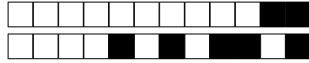
☐ $F_{2,7}$ ☐ $F_{7,2}$ ☐ $F_{1,2}$ ☐ $F_{1,7}$ ☒ $F_{2,2}$ ☐ Нет верного ответа.

Вопрос 5 ♣ На основе случайной выборки, содержащей одно наблюдение X_1 , тестируется гипотеза $H_0 : X_1 \sim U[0; 1]$ против альтернативной гипотезы $H_a : X_1 \sim U[0.5; 1.5]$. Рассматривается критерий: если $X_1 > 0.8$, то гипотеза H_0 отвергается в пользу гипотезы H_a . Вероятность ошибки 2-го рода для этого критерия равна:

☐ 0.2☐ 0.4☒ 0.3☐ 0.5☐ 0.1☐ Нет верного ответа.

Вопрос 6 ♣ Пусть X_1, X_2, \dots, X_{11} — выборка из распределения с математическим ожиданием μ и стандартным отклонением σ . Известно, что $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$, $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$. Несмещенная оценка дисперсии принимает значение

☐ 10☐ 100/11☒ 1/10☐ 11/100☐ 1/11☐ Нет верного ответа.



Вопрос 7 ♣ Каждое утро в 8:00 Иван Андреевич Крылов, либо завтракает, либо уже позавтракал. В это же время кухарка либо заглядывает к Крылову, либо нет. По таблице сопряженности вычислите статистику χ^2 Пирсона для тестирования гипотезы о том, что визиты кухарки не зависят от того, позавтракал ли уже Крылов или нет.

Время 8:00	кухарка заходит	кухарка не заходит
Крылов завтракает	200	40
Крылов уже позавтракал	25	100

- ☐ A 100 ☒ B 139 ☐ C 179
☐ D 39 ☐ E 79 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 8 ♣ Геродот Геликарнасский проверяет гипотезу $H_0 : \mu = 0, \sigma^2 = 1$ с помощью LR статистики теста отношения правдоподобия. При подстановке оценок метода максимального правдоподобия в лог-функцию правдоподобия он получил $\ell = -177$, а при подстановке $\mu = 0$ и $\sigma = 1$ оказалось, что $\ell = -211$. Найдите значение LR статистики и укажите её закон распределения при верной H_0

- ☒ A $LR = 68, \chi^2_2$ ☐ B $LR = 34, \chi^2_{n-1}$ ☐ C $LR = \ln 34, \chi^2_{n-2}$
☐ D $LR = 34, \chi^2_2$ ☐ E $LR = \ln 68, \chi^2_{n-2}$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 9 ♣ Пусть X_1, X_2, \dots, X_{33} — выборка из распределения с математическим ожиданием μ и стандартным отклонением σ . Известно, что $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33, \sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$. Несмещенная оценка μ принимает значение

- ☐ A 3.3 ☐ B 3 ☐ C 0.33
☒ D 1 ☐ E 10 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 10 ♣ Зулус Чака каСензангакона проверяет гипотезу о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках небольших размеров n_1 и n_2 . Если дисперсии неизвестны, но равны, то тестовая статистика имеет распределение

- ☐ A $\chi^2_{n_1+n_2-1}$ ☐ B F_{n_1, n_2} ☐ C $t_{n_1+n_2-1}$
☐ D $t_{n_1+n_2}$ ☒ E $t_{n_1+n_2-2}$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 11 ♣ Величины Z_1, Z_2, \dots, Z_n независимы и нормальны $N(0, 1)$. Случайная величина $Z_1^2/2 + Z_4^2/2 - Z_1Z_4$ имеет распределение

- ☒ A χ^2_1 ☐ B χ^2_4 ☐ C χ^2_2
☐ D χ^2_3 ☐ E t_2 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 12 ♣ По случайной выборке из 100 наблюдений было оценено выборочное среднее $\bar{X} = 20$ и несмещенная оценка дисперсии $\hat{\sigma}^2 = 25$. В рамках проверки гипотезы $H_0 : \mu = 15$ против альтернативной гипотезы $H_a : \mu > 15$ можно сделать следующее заключение

- ☐ A Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 5%, но не на уровне значимости 1%
☒ B Гипотеза H_0 отвергается на любом разумном уровне значимости
☐ C Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 20%, но не на уровне значимости 10%
☐ D Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 10%, но не на уровне значимости 5%
☐ E Гипотеза H_0 не отвергается на любом разумном уровне значимости
☐ F Нет верного ответа.



Вопрос 13 Два обычных игральных кубика подбрасываются одновременно. Больше шансы выпасть у комбинации:

- ☐ A две шестерки ☒ одна шестерка, одна пятерка ☐ C одинаковые шансы

Вопрос 14 Функция распределения

- ☐ A всегда непрерывна ☒ ограничена
☐ B может принимать любые положительные значения ☐ E всюду дифференцируема
☐ C не имеет горизонтальных асимптот ☐ F невозрастающая

Вопрос 15 ♣ У пяти случайно выбранных студентов первого потока результаты за контрольную по статистике оказались равны 82, 47, 20, 43 и 73. У четырёх случайно выбранных студентов второго потока — 68, 83, 60 и 52. Вычислите статистику Вилкоксона и проверьте гипотезу H_0 об однородности результатов студентов двух потоков. Критические значения статистики Вилкоксона равны $T_L = 12$ и $T_R = 28$.

- ☐ A 12.75, H_0 не отвергается ☐ C 53, H_0 отвергается ☐ E 20, H_0 не отвергается
☐ B 65.75, H_0 отвергается ☒ 24, H_0 не отвергается ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 16 ♣ Пусть X_1, \dots, X_n — выборка объема n из некоторого распределения с конечным математическим ожиданием. Несмещенной и состоятельной оценкой математического ожидания является

- ☒ $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-1}}{n-2} - \frac{X_n}{2n}$ ☐ C $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-2}}{n-2} + \frac{X_n}{2n}$ ☐ E $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-2}}{n-1} + \frac{X_n}{2n}$
☐ B $\frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$ ☐ D $\frac{X_1 + X_2}{2}$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 17 ♣ Размером теста называется

- ☐ A Единица минус вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна
☐ B Единица минус вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна
☐ C Вероятность принять неверную гипотезу
☐ D Вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна
☒ Вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна
☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 18 Обычную рублевую монетку подбрасывают четыре раза. Первые три раза она выпала орлом. Вероятность того, что она выпадет орлом в четвертый раз:

- ☒ равна 0.5 ☐ B меньше 0.5 ☐ C больше 0.5

Вопрос 19 ♣ Среди 100 случайно выбранных адтеков 20 платят дань Кулуакану, а 80 — Аскапоцалько. Соответственно, оценка доли адтеков, платящих дань Кулуакану, равна $\hat{p} = 0.2$. Разумная оценка дисперсии случайной величины \hat{p} равна

- ☐ A 0.16 ☐ C 0.04 ☐ E 1.6
☒ 0.0016 ☐ D 0.4 ☐ F Нет верного ответа.



Вопрос 20 ♣ Пусть X_1, X_2, \dots, X_n — случайная выборка размера 36 из нормального распределения $N(\mu, 9)$. Для тестирования основной гипотезы $H_0: \mu = 0$ против альтернативной $H_a: \mu = -2$ вы используете критерий: если $\bar{X} \geq -1$, то вы не отвергаете гипотезу H_0 , в противном случае вы отвергаете гипотезу H_0 в пользу гипотезы H_a . Мощность критерия равна

☐ A 0.78☒ 0.98☐ E 0.58☐ B 0.85☐ D 0.87☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 21 ♣ Николай Коперник подбросил бутерброд 200 раз. Бутерброд упал маслом вниз 95 раз, а маслом вверх — 105 раз. Значение критерия χ^2 Пирсона для проверки гипотезы о равной вероятности данных событий равно

☒ 0.5☐ C 0.25☐ E 0.75☐ B 7.5☐ D 2.5☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 22 ♣ Если X_i независимы, $\mathbb{E}(X_i) = \mu$ и $\text{Var}(X_i) = \sigma^2$, то математическое ожидание величины $Y = \sum_{i=1}^n (X_i - X_1)^2$ равно

☒ $2(n-1)\sigma^2$ ☐ C μ ☐ E $(n-1)\sigma^2$ ☐ B $\hat{\sigma}^2$ ☐ D σ^2 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 23 ♣ Величины Z_1, Z_2, \dots, Z_n независимы и нормальны $N(0, 1)$. Случайная величина $\frac{Z_1\sqrt{n+3}}{\sqrt{\sum_{i=4}^n Z_i^2}}$ имеет распределение

☐ A $F_{1,n-2}$ ☐ C t_{n-1} ☐ E t_{n-3} ☐ B χ_{n-4}^2 ☐ D $N(0, 1)$ ☒ Нет верного ответа.

Вопрос 24 Вероятность рождения мальчика примерно равна 0.5. На протяжении длительного времени в маленьком городе и большом городе считали дни, когда рождается больше 65% мальчиков. Таких дней окажется больше

☐ A в большом городе☐ B примерно одинаково☒ в маленьком городе

Вопрос 25 ♣ Датчик случайных чисел выдал следующие значения псевдо случайной величины: 0.78, 0.48. Вычислите значение критерия Колмогорова и проверьте гипотезу H_0 о соответствии распределения равномерному на $[0; 1]$. Критическое значение статистики Колмогорова для уровня значимости 0.1 и двух наблюдений равно 0.776.

☐ A 1.26, H_0 отвергается☐ C 0.78, H_0 отвергается☐ E 0.37, H_0 не отвергается☒ 0.48, H_0 не отвергается☐ D 0.3, H_0 не отвергается☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 26 Редкой болезнью болеет 0.01% населения. Существующий тест ошибается в 10% случаев. У первого встречного берут тест. Судя по тесту, человек болен. Какова вероятность того, что он действительно болен?

☐ A равна 0.5☐ B больше 0.5☒ меньше 0.5



Вопрос 27 ♣ Если P -значение (P -value) меньше уровня значимости α , то гипотеза $H_0 : \sigma = 1$

- ☐ А Отвергается, только если $H_a : \sigma > 1$ ☒ Отвергается
☐ В Отвергается, только если $H_a : \sigma < 1$ ☐ Е Не отвергается
☐ С Отвергается, только если $H_a : \sigma \neq 1$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 28 ♣ Ковариационная матрица вектора $X = (X_1, X_2)$ имеет вид $\begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$. Дисперсия разности случайных величин, $\text{Var}(X_1 - 2X_2)$, равняется

- ☐ А 1.2 ☐ С 21 ☐ Е 12
☒ В 30 ☐ D 15 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 29 ♣ Производитель мороженого попросил оценить по 10-бальной шкале два вида мороженого: с кусочками шоколада и с орешками. Было опрошено 5 человек.

	Евламий	Аристарх	Капитолина	Аграфена	Эвридика
С крошкой	10	6	7	5	4
С орехами	9	8	8	7	6

Вычислите модуль значения статистики теста знаков. Используя нормальную аппроксимацию, проверьте на уровне значимости 0.2 гипотезу об отсутствии предпочтения мороженого с орешками против альтернативы, что мороженное с орешками вкуснее.

- ☐ А 1.65, H_0 отвергается ☐ D 1.96, H_0 отвергается ☐ G Нет верного ответа.
☐ В 1.29, H_0 не отвергается ☒ 1.34, H_0 отвергается
☐ С 1.29, H_0 отвергается ☐ F 1.34, H_0 не отвергается

Вопрос 30 У Пети связка ключей. Один из них подходит к замку. Петя не знает, какой ключ подходит к замку и перебирает их по очереди. У какого ключа выше шансы подойти?

- ☐ А у первого ☐ В у последнего ☒ одинаковы

Вопрос 31 ♣ Бессмертный гений поэзии Ли Бо оценивает математическое ожидание по выборке размера n из нормального распределения. Он построил оценку метода моментов, $\hat{\mu}_{MM}$, и оценку максимального правдоподобия, $\hat{\mu}_{ML}$. Про эти оценки можно утверждать, что

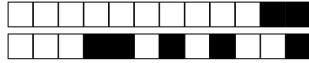
- ☐ А они не равны, и не сближаются при $n \rightarrow \infty$ ☐ D $\hat{\mu}_{MM} < \hat{\mu}_{ML}$
☒ они равны ☐ Е $\hat{\mu}_{MM} > \hat{\mu}_{ML}$
☐ С они не равны, но сближаются при $n \rightarrow \infty$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 32 Если H_0 верна, то P -значение имеет распределение

- ☐ А t_1 ☐ С $N(0; 1)$ ☐ Е χ_1^2
☒ В $U[0; 1]$ ☐ D $F_{1,1}$ ☐ F $N(\mu; \sigma^2)$

Вопрос 33 ♣ Имеется случайная выборка размера n из нормального распределения. При проверке гипотезы о равенстве математического ожидания заданному значению при неизвестной дисперсии используется статистика, имеющая распределение

- ☐ А χ_{n-1}^2 ☐ С χ_n^2 ☐ Е $N(0, 1)$
☒ В t_{n-1} ☐ D t_n ☐ F Нет верного ответа.



Вопрос 34 ♣ Пусть $\hat{\sigma}_1^2$ — несмещенная оценка дисперсии, полученная по первой выборке размером n_1 , $\hat{\sigma}_2^2$ — несмещенная оценка дисперсии, полученная по второй выборке, с меньшим размером n_2 . Тогда статистика $\frac{\hat{\sigma}_1^2/n_1}{\hat{\sigma}_2^2/n_2}$ имеет распределение

☐ A F_{n_1-1, n_2-1}

☐ C F_{n_1, n_2}

☐ E $t_{n_1+n_2-1}$

☐ B $N(0; 1)$

☐ D $\chi_{n_1+n_2}^2$

☒ Нет верного ответа.



Имя, фамилия и номер группы:

.....

Номер в списке (для автоматического распознавания):

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

- Вопрос 1 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 2 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 3 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F
- Вопрос 4 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 5 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F
- Вопрос 6 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F
- Вопрос 7 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 8 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 9 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 10 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 11 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 12 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 13 : ☐ A ☒ B ☐ C
- Вопрос 14 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 15 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 16 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 17 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

- Вопрос 18 : ☒ A ☐ B ☐ C
- Вопрос 19 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 20 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 21 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 22 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 23 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☒ F
- Вопрос 24 : ☐ A ☐ B ☒ C
- Вопрос 25 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 26 : ☐ A ☐ B ☒ C
- Вопрос 27 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 28 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 29 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F ☐ G
- Вопрос 30 : ☐ A ☐ B ☒ C
- Вопрос 31 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 32 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 33 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 34 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☒ F

Учитываются только ответы, перенесённые на этот листок.

**Теория вероятностей и математическая статистика: пересдача/комиссия 10.09.2015**

Можно пользоваться простым калькулятором. В каждом вопросе единственный верный ответ. Ни пуха, ни пера!

Вопрос 1 ♣ Ковариационная матрица вектора $X = (X_1, X_2)$ имеет вид $\begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$. Дисперсия разности случайных величин, $\text{Var}(X_1 - 2X_2)$, равняется

- ☒ 30 ☐ 21 ☐ 15
☐ 12 ☐ 1.2 ☐ Нет верного ответа.

Вопрос 2 У Пети связка ключей. Один из них подходит к замку. Петя не знает, какой ключ подходит к замку и перебирает их по очереди. У какого ключа выше шансы подойти?

- ☐ у первого ☐ у последнего ☒ одинаковы

Вопрос 3 ♣ Если X_i независимы, $\mathbb{E}(X_i) = \mu$ и $\text{Var}(X_i) = \sigma^2$, то математическое ожидание величины $Y = \sum_{i=1}^n (X_i - X_1)^2$ равно

- ☐ μ ☐ $(n-1)\sigma^2$ ☒ $2(n-1)\sigma^2$
☐ $\hat{\sigma}^2$ ☐ σ^2 ☐ Нет верного ответа.

Вопрос 4 Функция распределения

- ☐ не имеет горизонтальных асимптот ☒ ограничена
☐ всюду дифференцируема ☐ невозрастающая
☐ может принимать любые положительные значения ☐ всегда непрерывна

Вопрос 5 ♣ Среди 100 случайно выбранных ацтеков 20 платят дань Кулуакану, а 80 — Ас-капоцалько. Соответственно, оценка доли ацтеков, платящих дань Кулуакану, равна $\hat{p} = 0.2$. Разумная оценка дисперсии случайной величины \hat{p} равна

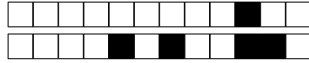
- ☒ 0.0016 ☐ 1.6 ☐ 0.04
☐ 0.16 ☐ 0.4 ☐ Нет верного ответа.

Вопрос 6 ♣ Пусть X_1, X_2, \dots, X_{33} — выборка из распределения с математическим ожиданием μ и стандартным отклонением σ . Известно, что $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$, $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$. Несмещенная оценка μ принимает значение

- ☐ 3.3 ☐ 0.33 ☒ 1
☐ 3 ☐ 10 ☐ Нет верного ответа.

Вопрос 7 ♣ Пусть $\hat{\sigma}_1^2$ — несмещенная оценка дисперсии, полученная по первой выборке размером n_1 , $\hat{\sigma}_2^2$ — несмещенная оценка дисперсии, полученная по второй выборке, с меньшим размером n_2 . Тогда статистика $\frac{\hat{\sigma}_1^2/n_1}{\hat{\sigma}_2^2/n_2}$ имеет распределение

- ☐ $N(0; 1)$ ☐ $\chi_{n_1+n_2}^2$ ☐ F_{n_1-1, n_2-1}
☐ $t_{n_1+n_2-1}$ ☐ F_{n_1, n_2} ☒ Нет верного ответа.



Вопрос 8 ♣ Величины Z_1, Z_2, \dots, Z_n независимы и нормальны $N(0, 1)$. Случайная величина $Z_1^2/2 + Z_4^2/2 - Z_1 Z_4$ имеет распределение

- ☐ A χ_4^2 ☐ C χ_2^2 ☐ E χ_3^2
☒ D χ_1^2 ☐ D t_2 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 9 Обычную рублевую монетку подбрасывают четыре раза. Первые три раза она выпала орлом. Вероятность того, что она выпадет орлом в четвертый раз:

- ☒ A равна 0.5 ☐ B меньше 0.5 ☐ C больше 0.5

Вопрос 10 ♣ Бессмертный гений поэзии Ли Бо оценивает математическое ожидание по выборке размера n из нормального распределения. Он построил оценку метода моментов, $\hat{\mu}_{MM}$, и оценку максимального правдоподобия, $\hat{\mu}_{ML}$. Про эти оценки можно утверждать, что

- ☐ A они не равны, и не сближаются при $n \rightarrow \infty$ ☒ B они равны
☐ B $\hat{\mu}_{MM} > \hat{\mu}_{ML}$ ☐ E $\hat{\mu}_{MM} < \hat{\mu}_{ML}$
☐ C они не равны, но сближаются при $n \rightarrow \infty$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 11 ♣ Величины Z_1, Z_2, \dots, Z_n независимы и нормальны $N(0, 1)$. Случайная величина $\frac{Z_1^2 + Z_5^2}{Z_2^2 + Z_7^2}$ имеет распределение

- ☒ A $F_{2,2}$ ☐ C $F_{7,2}$ ☐ E $F_{2,7}$
☐ B $F_{1,2}$ ☐ D $F_{1,7}$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 12 Два обычных игральных кубика подбрасываются одновременно. Больше шансы выпасть у комбинации:

- ☐ A две шестерки ☒ B одна шестерка, одна пятерка ☐ C одинаковые шансы

Вопрос 13 ♣ Пусть X_1, X_2, \dots, X_n — случайная выборка размера 36 из нормального распределения $N(\mu, 9)$. Для тестирования основной гипотезы $H_0: \mu = 0$ против альтернативной $H_a: \mu = -2$ вы используете критерий: если $\bar{X} \geq -1$, то вы не отвергаете гипотезу H_0 , в противном случае вы отвергаете гипотезу H_0 в пользу гипотезы H_a . Мощность критерия равна

- ☒ A 0.98 ☐ C 0.85 ☐ E 0.78
☐ B 0.58 ☐ D 0.87 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 14 Если H_0 верна, то P -значение имеет распределение

- ☐ A χ_1^2 ☐ C $N(0; 1)$ ☐ E t_1
☐ B $F_{1,1}$ ☒ D $U[0; 1]$ ☐ F $N(\mu; \sigma^2)$



Вопрос 15 ♣ У пяти случайно выбранных студентов первого потока результаты за контрольную по статистике оказались равны 82, 47, 20, 43 и 73. У четырёх случайно выбранных студентов второго потока — 68, 83, 60 и 52. Вычислите статистику Вилкоксона и проверьте гипотезу H_0 об однородности результатов студентов двух потоков. Критические значения статистики Вилкоксона равны $T_L = 12$ и $T_R = 28$.

- ☐ A 12.75, H_0 не отвергается ☐ C 65.75, H_0 отвергается ☒ 24, H_0 не отвергается
☐ B 20, H_0 не отвергается ☐ D 53, H_0 отвергается ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 16 ♣ Все условия регулярности для применения метода максимального правдоподобия выполнены. Вторая производная лог-функции правдоподобия равна $\ell''(\theta) = -100$. Стандартная ошибка несмещенной эффективной оценки для параметра θ равна

- ☐ A 10 ☐ C 0.01 ☐ E 100
☒ 0.1 ☐ D 1 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 17 ♣ Имеется случайная выборка размера n из нормального распределения. При проверке гипотезы о равенстве математического ожидания заданному значению при неизвестной дисперсии используется статистика, имеющая распределение

- ☐ A $N(0, 1)$ ☒ t_{n-1} ☐ E χ_n^2
☐ B χ_{n-1}^2 ☐ D t_n ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 18 ♣ Пусть X_1, X_2, \dots, X_{11} — выборка из распределения с математическим ожиданием μ и стандартным отклонением σ . Известно, что $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$, $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$. Несмещенная оценка дисперсии принимает значение

- ☐ A 10 ☐ C 100/11 ☐ E 1/11
☒ 1/10 ☐ D 11/100 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 19 ♣ Величины Z_1, Z_2, \dots, Z_n независимы и нормальны $N(0, 1)$. Случайная величина $\frac{Z_1 \sqrt{n+3}}{\sqrt{\sum_{i=4}^n Z_i^2}}$ имеет распределение

- ☐ A t_{n-3} ☐ C $F_{1, n-2}$ ☐ E t_{n-1}
☐ B $N(0, 1)$ ☐ D χ_{n-4}^2 ☒ Нет верного ответа.

Вопрос 20 Вероятность рождения мальчика примерно равна 0.5. На протяжении длительного времени в маленьком городе и большом городе считали дни, когда рождается больше 65% мальчиков. Таких дней окажется больше

- ☒ в маленьком городе ☐ B в большом городе ☐ C примерно одинаково

Вопрос 21 Редкой болезнью болеет 0.01% населения. Существующий тест ошибается в 10% случаев. У первого встречного берут тест. Судя по тесту, человек болен. Какова вероятность того, что он действительно болен?

- ☐ A больше 0.5 ☒ меньше 0.5 ☐ C равна 0.5



Вопрос 22 ♣ Геродот Геликарнасский проверяет гипотезу $H_0 : \mu = 0, \sigma^2 = 1$ с помощью LR статистики теста отношения правдоподобия. При подстановке оценок метода максимального правдоподобия в лог-функцию правдоподобия он получил $\ell = -177$, а при подстановке $\mu = 0$ и $\sigma = 1$ оказалось, что $\ell = -211$. Найдите значение LR статистики и укажите её закон распределения при верной H_0

- ☐ A $LR = 34, \chi^2_2$ ☒ B $LR = 68, \chi^2_2$ ☐ C $LR = 34, \chi^2_{n-1}$
☐ D $LR = \ln 34, \chi^2_{n-2}$ ☐ E $LR = \ln 68, \chi^2_{n-2}$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 23 ♣ Производитель мороженого попросил оценить по 10-бальной шкале два вида мороженого: с кусочками шоколада и с орешками. Было опрошено 5 человек.

	Евламний	Аристарх	Капитолина	Аграфена	Эвридика
С крошкой	10	6	7	5	4
С орехами	9	8	8	7	6

Вычислите модуль значения статистики теста знаков. Используя нормальную аппроксимацию, проверьте на уровне значимости 0.2 гипотезу об отсутствии предпочтения мороженого с орешками против альтернативы, что мороженное с орешками вкуснее.

- ☐ A 1.34, H_0 не отвергается ☒ B 1.34, H_0 отвергается ☐ C Нет верного ответа.
☐ D 1.65, H_0 отвергается ☐ E 1.96, H_0 отвергается
☐ F 1.29, H_0 отвергается ☐ G 1.29, H_0 не отвергается

Вопрос 24 ♣ Зулус Чака каСензангакона проверяет гипотезу о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках небольших размеров n_1 и n_2 . Если дисперсии неизвестны, но равны, то тестовая статистика имеет распределение

- ☐ A F_{n_1, n_2} ☒ B $t_{n_1+n_2-2}$ ☐ C $\chi^2_{n_1+n_2-1}$
☐ D $t_{n_1+n_2-1}$ ☐ E $t_{n_1+n_2}$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 25 ♣ Пусть X_1, \dots, X_n — выборка объема n из некоторого распределения с конечным математическим ожиданием. Несмещенной и состоятельной оценкой математического ожидания является

- ☐ A $\frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$ ☒ B $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-1}}{n-2} - \frac{X_n}{2n}$ ☐ C $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-2}}{n-2} + \frac{X_n}{2n}$
☐ D $\frac{X_1 + X_2}{2}$ ☐ E $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-2}}{n-1} + \frac{X_n}{2n}$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 26 ♣ По случайной выборке из 100 наблюдений было оценено выборочное среднее $\bar{X} = 20$ и несмещенная оценка дисперсии $\hat{\sigma}^2 = 25$. В рамках проверки гипотезы $H_0 : \mu = 15$ против альтернативной гипотезы $H_a : \mu > 15$ можно сделать следующее заключение

- ☒ A Гипотеза H_0 отвергается на любом разумном уровне значимости
☐ B Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 5%, но не на уровне значимости 1%
☐ C Гипотеза H_0 не отвергается на любом разумном уровне значимости
☐ D Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 10%, но не на уровне значимости 5%
☐ E Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 20%, но не на уровне значимости 10%
☐ F Нет верного ответа.



Вопрос 27 ♣ Каждое утро в 8:00 Иван Андреевич Крылов, либо завтракает, либо уже позавтракал. В это же время кухарка либо заглядывает к Крылову, либо нет. По таблице сопряженности вычислите статистику χ^2 Пирсона для тестирования гипотезы о том, что визиты кухарки не зависят от того, позавтракал ли уже Крылов или нет.

Время 8:00	кухарка заходит	кухарка не заходит
Крылов завтракает	200	40
Крылов уже позавтракал	25	100

- ☐ A 79 ☒ B 139 ☐ E 100
☐ C 179 ☐ D 39 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 28 ♣ Проверая гипотезу о равенстве дисперсий в двух выборках (размером в 3 и 5 наблюдений), Анаксимандр Милетский получил значение тестовой статистики 10. Если оценка дисперсии по одной из выборок равна 8, то другая оценка дисперсии может быть равна

- ☒ A 80 ☐ C 4 ☐ E 4/3
☐ B 25 ☐ D 3/4 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 29 ♣ Если P-значение (P-value) меньше уровня значимости α , то гипотеза $H_0 : \sigma = 1$

- ☐ A Не отвергается ☐ D Отвергается, только если $H_a : \sigma \neq 1$
☐ B Отвергается, только если $H_a : \sigma > 1$ ☐ E Отвергается, только если $H_a : \sigma < 1$
☒ C Отвергается ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 30 ♣ Николай Коперник подбросил бутерброд 200 раз. Бутерброд упал маслом вниз 95 раз, а маслом вверх — 105 раз. Значение критерия χ^2 Пирсона для проверки гипотезы о равной вероятности данных событий равно

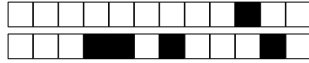
- ☒ A 0.5 ☐ C 0.75 ☐ E 7.5
☐ B 2.5 ☐ D 0.25 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 31 ♣ На основе случайной выборки, содержащей одно наблюдение X_1 , тестируется гипотеза $H_0 : X_1 \sim U[0; 1]$ против альтернативной гипотезы $H_a : X_1 \sim U[0.5; 1.5]$. Рассматривается критерий: если $X_1 > 0.8$, то гипотеза H_0 отвергается в пользу гипотезы H_a . Вероятность ошибки 2-го рода для этого критерия равна:

- ☐ A 0.4 ☒ B 0.3 ☐ E 0.5
☐ C 0.2 ☐ D 0.1 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 32 ♣ Размером теста называется

- ☒ A Вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна
☐ B Вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна
☐ C Вероятность принять неверную гипотезу
☐ D Единица минус вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна
☐ E Единица минус вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна
☐ F Нет верного ответа.



Вопрос 33 ♣ Датчик случайных чисел выдал следующие значения псевдо случайной величины: 0.78, 0.48. Вычислите значение критерия Колмогорова и проверьте гипотезу H_0 о соответствии распределения равномерному на $[0; 1]$. Критическое значение статистики Колмогорова для уровня значимости 0.1 и двух наблюдений равно 0.776.

- | | | |
|--|---|--|
| <input type="checkbox"/> A 0.3, H_0 не отвергается | <input type="checkbox"/> C 0.78, H_0 отвергается | <input type="checkbox"/> E 1.26, H_0 отвергается |
| <input checked="" type="checkbox"/> 0.48, H_0 не отвергается | <input type="checkbox"/> D 0.37, H_0 не отвергается | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

Вопрос 34 Если $f(x)$ — функция плотности, то интеграл $\int_{-\infty}^x f(u) du$ равен

- | | | |
|--|--|--------------------------------|
| <input type="checkbox"/> A $\mathbb{E}(X)$ | <input checked="" type="checkbox"/> $F(x)$ | <input type="checkbox"/> E 1 |
| <input type="checkbox"/> B $\text{Var}(X)$ | <input type="checkbox"/> D 0 | <input type="checkbox"/> F 0.5 |



Имя, фамилия и номер группы:

.....

Номер в списке (для автоматического распознавания):

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Вопрос 1 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 2 : ☐ A ☐ B ☐ C

Вопрос 3 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 4 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 5 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 6 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 7 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 8 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 9 : ☐ A ☐ B ☐ C

Вопрос 10 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 11 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 12 : ☐ A ☐ B ☐ C

Вопрос 13 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 14 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 15 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 16 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 17 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 18 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 19 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 20 : ☐ A ☐ B ☐ C

Вопрос 21 : ☐ A ☐ B ☐ C

Вопрос 22 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 23 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F ☐ G

Вопрос 24 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 25 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 26 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 27 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 28 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 29 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 30 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 31 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 32 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 33 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 34 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Учитываются только ответы, перенесённые на этот листок.

**Теория вероятностей и математическая статистика: пересдача/комиссия 10.09.2015**

Можно пользоваться простым калькулятором. В каждом вопросе единственный верный ответ. Ни пуха, ни пера!

Вопрос 1 ♣ Пусть X_1, X_2, \dots, X_n — случайная выборка размера 36 из нормального распределения $N(\mu, 9)$. Для тестирования основной гипотезы $H_0: \mu = 0$ против альтернативной $H_a: \mu = -2$ вы используете критерий: если $\bar{X} \geq -1$, то вы не отвергаете гипотезу H_0 , в противном случае вы отвергаете гипотезу H_0 в пользу гипотезы H_a . Мощность критерия равна

- | | | |
|--|-------------------------------|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> 0.98 | <input type="checkbox"/> 0.85 | <input type="checkbox"/> 0.87 |
| <input type="checkbox"/> 0.58 | <input type="checkbox"/> 0.78 | <input type="checkbox"/> Нет верного ответа. |

Вопрос 2 ♣ Пусть X_1, X_2, \dots, X_{33} — выборка из распределения с математическим ожиданием μ и стандартным отклонением σ . Известно, что $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$, $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$. Несмещенная оценка μ принимает значение

- | | | |
|---------------------------------------|------------------------------|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 3.3 | <input type="checkbox"/> 0.33 |
| <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 10 | <input type="checkbox"/> Нет верного ответа. |

Вопрос 3 ♣ Величины Z_1, Z_2, \dots, Z_n независимы и нормальны $N(0, 1)$. Случайная величина $Z_1^2/2 + Z_4^2/2 - Z_1 Z_4$ имеет распределение

- | | | |
|--|-------------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> χ_3^2 | <input type="checkbox"/> χ_4^2 | <input type="checkbox"/> χ_2^2 |
| <input checked="" type="checkbox"/> χ_1^2 | <input type="checkbox"/> t_2 | <input type="checkbox"/> Нет верного ответа. |

Вопрос 4 Функция распределения

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> невозрастающая | <input checked="" type="checkbox"/> ограничена |
| <input type="checkbox"/> всюду дифференцируема | <input type="checkbox"/> всегда непрерывна |
| <input type="checkbox"/> не имеет горизонтальных асимптот | <input type="checkbox"/> может принимать любые положительные значения |

Вопрос 5 Редкой болезнью болеет 0.01% населения. Существующий тест ошибается в 10% случаев. У первого встречного берут тест. Судя по тесту, человек болен. Какова вероятность того, что он действительно болен?

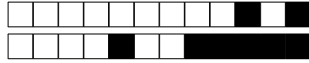
- | | | |
|------------------------------------|-------------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> равна 0.5 | <input type="checkbox"/> больше 0.5 | <input checked="" type="checkbox"/> меньше 0.5 |
|------------------------------------|-------------------------------------|--|

Вопрос 6 Если H_0 верна, то P -значение имеет распределение

- | | | |
|---|---|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> χ_1^2 | <input type="checkbox"/> $N(0; 1)$ | <input type="checkbox"/> $F_{1,1}$ |
| <input type="checkbox"/> $N(\mu; \sigma^2)$ | <input checked="" type="checkbox"/> $U[0; 1]$ | <input type="checkbox"/> t_1 |

Вопрос 7 ♣ Проверяя гипотезу о равенстве дисперсий в двух выборках (размером в 3 и 5 наблюдений), Анаксимандр Милетский получил значение тестовой статистики 10. Если оценка дисперсии по одной из выборок равна 8, то другая оценка дисперсии может быть равна

- | | | |
|------------------------------|--|--|
| <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 80 | <input type="checkbox"/> 25 |
| <input type="checkbox"/> 4/3 | <input type="checkbox"/> 3/4 | <input type="checkbox"/> Нет верного ответа. |



Вопрос 8 Вероятность рождения мальчика примерно равна 0.5. На протяжении длительного времени в маленьком городе и большом городе считали дни, когда рождается больше 65% мальчиков. Таких дней окажется больше

- ☐ A в большом городе ☐ B примерно одинаково ☒ C в маленьком городе

Вопрос 9 ♣ На основе случайной выборки, содержащей одно наблюдение X_1 , тестируется гипотеза $H_0 : X_1 \sim U[0; 1]$ против альтернативной гипотезы $H_a : X_1 \sim U[0.5; 1.5]$. Рассматривается критерий: если $X_1 > 0.8$, то гипотеза H_0 отвергается в пользу гипотезы H_a . Вероятность ошибки 2-го рода для этого критерия равна:

- ☐ A 0.4 ☐ C 0.1 ☐ E 0.2
☐ B 0.5 ☒ D 0.3 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 10 ♣ Пусть $\hat{\sigma}_1^2$ — несмещенная оценка дисперсии, полученная по первой выборке размером n_1 , $\hat{\sigma}_2^2$ — несмещенная оценка дисперсии, полученная по второй выборке, с меньшим размером n_2 . Тогда статистика $\frac{\hat{\sigma}_1^2/n_1}{\hat{\sigma}_2^2/n_2}$ имеет распределение

- ☐ A F_{n_1-1, n_2-1} ☐ C $t_{n_1+n_2-1}$ ☐ E F_{n_1, n_2}
☐ B $\chi_{n_1+n_2}^2$ ☐ D $N(0; 1)$ ☒ F Нет верного ответа.

Вопрос 11 ♣ Величины Z_1, Z_2, \dots, Z_n независимы и нормальны $N(0, 1)$. Случайная величина $\frac{Z_1\sqrt{n+3}}{\sqrt{\sum_{i=4}^n Z_i^2}}$ имеет распределение

- ☐ A t_{n-1} ☐ C $F_{1, n-2}$ ☐ E $N(0, 1)$
☐ B t_{n-3} ☐ D χ_{n-4}^2 ☒ F Нет верного ответа.

Вопрос 12 Если $f(x)$ — функция плотности, то интеграл $\int_{-\infty}^x f(u) du$ равен

- ☐ A $\text{Var}(X)$ ☐ C $\mathbb{E}(X)$ ☐ E 1
☒ B $F(x)$ ☐ D 0.5 ☐ F 0

Вопрос 13 ♣ Производитель мороженого попросил оценить по 10-бальной шкале два вида мороженого: с кусочками шоколада и с орешками. Было опрошено 5 человек.

	Евламий	Аристарх	Капитолина	Аграфена	Эвридика
С крошкой	10	6	7	5	4
С орехами	9	8	8	7	6

Вычислите модуль значения статистики теста знаков. Используя нормальную аппроксимацию, проверьте на уровне значимости 0.2 гипотезу об отсутствии предпочтения мороженого с орешками против альтернативы, что мороженое с орешками вкуснее.

- ☐ A 1.34, H_0 не отвергается ☐ D 1.29, H_0 отвергается ☐ G Нет верного ответа.
☐ B 1.29, H_0 не отвергается ☐ E 1.65, H_0 отвергается
☐ C 1.96, H_0 отвергается ☒ F 1.34, H_0 отвергается



Вопрос 14 ♣ Бессмертный гений поэзии Ли Бо оценивает математическое ожидание по выборка размера n из нормального распределения. Он построил оценку метода моментов, $\hat{\mu}_{MM}$, и оценку максимального правдоподобия, $\hat{\mu}_{ML}$. Про эти оценки можно утверждать, что

- ☐ A $\hat{\mu}_{MM} < \hat{\mu}_{ML}$ ☒ они равны
☐ B $\hat{\mu}_{MM} > \hat{\mu}_{ML}$ ☐ E они не равны, но сближаются при $n \rightarrow \infty$
☐ C они не равны, и не сближаются при $n \rightarrow \infty$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 15 ♣ Если X_i независимы, $\mathbb{E}(X_i) = \mu$ и $\text{Var}(X_i) = \sigma^2$, то математическое ожидание величины $Y = \sum_{i=1}^n (X_i - X_1)^2$ равно

- ☐ A μ ☐ C σ^2 ☐ E $\hat{\sigma}^2$
☐ B $(n-1)\sigma^2$ ☒ $2(n-1)\sigma^2$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 16 ♣ Величины Z_1, Z_2, \dots, Z_n независимы и нормальны $N(0, 1)$. Случайная величина $\frac{Z_1^2 + Z_5^2}{Z_2^2 + Z_7^2}$ имеет распределение

- ☐ A $F_{1,7}$ ☐ C $F_{2,7}$ ☐ E $F_{1,2}$
☐ B $F_{7,2}$ ☒ $F_{2,2}$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 17 ♣ Каждое утро в 8:00 Иван Андреевич Крылов, либо завтракает, либо уже позавтракал. В это же время кухарка либо заглядывает к Крылову, либо нет. По таблице сопряженности вычислите статистику χ^2 Пирсона для тестирования гипотезы о том, что визиты кухарки не зависят от того, позавтракал ли уже Крылов или нет.

Время 8:00	кухарка заходит	кухарка не заходит
Крылов завтракает	200	40
Крылов уже позавтракал	25	100

- ☐ A 179 ☒ 139 ☐ E 79
☐ B 100 ☐ D 39 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 18 ♣ Николай Коперник подбросил бутерброд 200 раз. Бутерброд упал маслом вниз 95 раз, а маслом вверх — 105 раз. Значение критерия χ^2 Пирсона для проверки гипотезы о равной вероятности данных событий равно

- ☐ A 2.5 ☐ C 0.75 ☐ E 0.25
☐ B 7.5 ☒ 0.5 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 19 Обычную рублевую монетку подбрасывают четыре раза. Первые три раза она выпала орлом. Вероятность того, что она выпадет орлом в четвертый раз:

- ☒ равна 0.5 ☐ B меньше 0.5 ☐ C больше 0.5



Вопрос 20 ♣ Геродот Геликарнасский проверяет гипотезу $H_0 : \mu = 0, \sigma^2 = 1$ с помощью LR статистики теста отношения правдоподобия. При подстановке оценок метода максимального правдоподобия в лог-функцию правдоподобия он получил $\ell = -177$, а при подстановке $\mu = 0$ и $\sigma = 1$ оказалось, что $\ell = -211$. Найдите значение LR статистики и укажите её закон распределения при верной H_0

- ☐ A $LR = \ln 34, \chi^2_{n-2}$ ☐ C $LR = 34, \chi^2_2$ ☐ E $LR = \ln 68, \chi^2_{n-2}$
☐ B $LR = 34, \chi^2_{n-1}$ ☒ D $LR = 68, \chi^2_2$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 21 ♣ Пусть X_1, X_2, \dots, X_{11} — выборка из распределения с математическим ожиданием μ и стандартным отклонением σ . Известно, что $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$, $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$. Несмещенная оценка дисперсии принимает значение

- ☐ A 100/11 ☐ C 10 ☐ E 11/100
☒ B 1/10 ☐ D 1/11 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 22 Два обычных игральных кубика подбрасываются одновременно. Больше шансы выпасть у комбинации:

- ☐ A две шестерки ☒ B одна шестерка, одна пятерка ☐ C одинаковые шансы

Вопрос 23 ♣ Все условия регулярности для применения метода максимального правдоподобия выполнены. Вторая производная лог-функции правдоподобия равна $\ell''(\theta) = -100$. Стандартная ошибка несмещенной эффективной оценки для параметра θ равна

- ☐ A 10 ☐ C 100 ☐ E 0.01
☐ B 1 ☒ D 0.1 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 24 ♣ Если P-значение (P-value) меньше уровня значимости α , то гипотеза $H_0 : \sigma = 1$

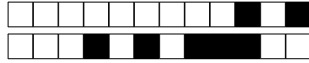
- ☒ A Отвергается ☐ D Отвергается, только если $H_a : \sigma > 1$
☐ B Отвергается, только если $H_a : \sigma < 1$ ☐ E Не отвергается
☐ C Отвергается, только если $H_a : \sigma \neq 1$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 25 ♣ Датчик случайных чисел выдал следующие значения псевдо случайной величины: 0.78, 0.48. Вычислите значение критерия Колмогорова и проверьте гипотезу H_0 о соответствии распределения равномерному на $[0; 1]$. Критическое значение статистики Колмогорова для уровня значимости 0.1 и двух наблюдений равно 0.776.

- ☐ A 1.26, H_0 отвергается ☐ C 0.78, H_0 отвергается ☒ D 0.48, H_0 не отвергается
☐ B 0.37, H_0 не отвергается ☐ E 0.3, H_0 не отвергается ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 26 ♣ У пяти случайно выбранных студентов первого потока результаты за контрольную по статистике оказались равны 82, 47, 20, 43 и 73. У четырёх случайно выбранных студентов второго потока — 68, 83, 60 и 52. Вычислите статистику Вилкоксона и проверьте гипотезу H_0 об однородности результатов студентов двух потоков. Критические значения статистики Вилкоксона равны $T_L = 12$ и $T_R = 28$.

- ☐ A 12.75, H_0 не отвергается ☐ C 20, H_0 не отвергается ☐ E 53, H_0 отвергается
☐ B 65.75, H_0 отвергается ☒ D 24, H_0 не отвергается ☐ F Нет верного ответа.



Вопрос 27 ♣ По случайной выборке из 100 наблюдений было оценено выборочное среднее $\bar{X} = 20$ и несмещенная оценка дисперсии $\hat{\sigma}^2 = 25$. В рамках проверки гипотезы $H_0 : \mu = 15$ против альтернативной гипотезы $H_a : \mu > 15$ можно сделать следующее заключение

- ☒ Гипотеза H_0 отвергается на любом разумном уровне значимости
- ☐ Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 5%, но не на уровне значимости 1%
- ☐ Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 20%, но не на уровне значимости 10%
- ☐ Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 10%, но не на уровне значимости 5%
- ☐ Гипотеза H_0 не отвергается на любом разумном уровне значимости
- ☐ Нет верного ответа.

Вопрос 28 ♣ Имеется случайная выборка размера n из нормального распределения. При проверке гипотезы о равенстве математического ожидания заданному значению при неизвестной дисперсии используется статистика, имеющая распределение

- ☐ χ^2_{n-1} ☐ χ^2_n ☐ $N(0, 1)$
- ☐ t_n ☒ t_{n-1} ☐ Нет верного ответа.

Вопрос 29 ♣ Среди 100 случайно выбранных ацтеков 20 платят дань Кулуакану, а 80 — Аскапоцалько. Соответственно, оценка доли ацтеков, платящих дань Кулуакану, равна $\hat{p} = 0.2$. Разумная оценка дисперсии случайной величины \hat{p} равна

- ☐ 1.6 ☐ 0.16 ☒ 0.0016
- ☐ 0.04 ☐ 0.4 ☐ Нет верного ответа.

Вопрос 30 У Пети связка ключей. Один из них подходит к замку. Петя не знает, какой ключ подходит к замку и перебирает их по очереди. У какого ключа выше шансы подойти?

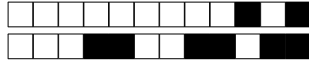
- ☐ у первого ☐ у последнего ☒ одинаковы

Вопрос 31 ♣ Зулус Чака каСензангакона проверяет гипотезу о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках небольших размеров n_1 и n_2 . Если дисперсии неизвестны, но равны, то тестовая статистика имеет распределение

- ☐ F_{n_1, n_2} ☒ $t_{n_1+n_2-2}$ ☐ $t_{n_1+n_2-1}$
- ☐ $\chi^2_{n_1+n_2-1}$ ☐ $t_{n_1+n_2}$ ☐ Нет верного ответа.

Вопрос 32 ♣ Размером теста называется

- ☒ Вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна
- ☐ Единица минус вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна
- ☐ Единица минус вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна
- ☐ Вероятность принять неверную гипотезу
- ☐ Вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна
- ☐ Нет верного ответа.



Вопрос 33 ♣ Ковариационная матрица вектора $X = (X_1, X_2)$ имеет вид $\begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$. Дисперсия разности случайных величин, $\text{Var}(X_1 - 2X_2)$, равняется

☒ 30

☐ 21

☐ 1.2

☐ 15

☐ 12

☐ Нет верного ответа.

Вопрос 34 ♣ Пусть X_1, \dots, X_n — выборка объема n из некоторого распределения с конечным математическим ожиданием. Несмещенной и состоятельной оценкой математического ожидания является

☐ $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-2}}{n-1} + \frac{X_n}{2n}$

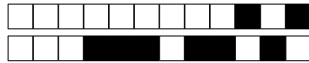
☐ $\frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$

☐ $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-2}}{n-2} + \frac{X_n}{2n}$

☒ $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-1}}{n-2} - \frac{X_n}{2n}$

☐ $\frac{X_1 + X_2}{2}$

☐ Нет верного ответа.



Имя, фамилия и номер группы:

.....

Номер в списке (для автоматического распознавания):

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

- Вопрос 1 : ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 2 : ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 3 : ☐ A ☐ ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 4 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ ☐ E ☐ F
- Вопрос 5 : ☐ A ☐ B ☐ ☐
- Вопрос 6 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ ☐ E ☐ F
- Вопрос 7 : ☐ A ☐ B ☐ ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 8 : ☐ A ☐ B ☐ ☐
- Вопрос 9 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ ☐ E ☐ F
- Вопрос 10 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ ☐
- Вопрос 11 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ ☐
- Вопрос 12 : ☐ A ☐ ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 13 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ ☐ G
- Вопрос 14 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ ☐ E ☐ F
- Вопрос 15 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ ☐ E ☐ F
- Вопрос 16 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ ☐ E ☐ F
- Вопрос 17 : ☐ A ☐ B ☐ ☐ D ☐ E ☐ F

- Вопрос 18 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ ☐ E ☐ F
- Вопрос 19 : ☐ ☐ B ☐ C
- Вопрос 20 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ ☐ E ☐ F
- Вопрос 21 : ☐ A ☐ ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 22 : ☐ A ☐ ☐ C
- Вопрос 23 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ ☐ E ☐ F
- Вопрос 24 : ☐ ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 25 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ ☐ F
- Вопрос 26 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ ☐ E ☐ F
- Вопрос 27 : ☐ ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 28 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ ☐ E ☐ F
- Вопрос 29 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ ☐ F
- Вопрос 30 : ☐ A ☐ B ☐ ☐
- Вопрос 31 : ☐ A ☐ B ☐ ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 32 : ☐ ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 33 : ☐ ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 34 : ☐ A ☐ ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Учитываются только ответы, перенесённые на этот листок.

**Теория вероятностей и математическая статистика: пересдача/комиссия 10.09.2015**

Можно пользоваться простым калькулятором. В каждом вопросе единственный верный ответ. Ни пуха, ни пера!

Вопрос 1 ♣ Датчик случайных чисел выдал следующие значения псевдо случайной величины: 0.78, 0.48. Вычислите значение критерия Колмогорова и проверьте гипотезу H_0 о соответствии распределения равномерному на $[0; 1]$. Критическое значение статистики Колмогорова для уровня значимости 0.1 и двух наблюдений равно 0.776.

- ☒ 0.48, H_0 не отвергается ☐ 0.3, H_0 не отвергается ☐ 0.37, H_0 не отвергается
☐ 0.78, H_0 отвергается ☐ 1.26, H_0 отвергается ☐ Нет верного ответа.

Вопрос 2 ♣ Зулус Чака каСензангакона проверяет гипотезу о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках небольших размеров n_1 и n_2 . Если дисперсии неизвестны, но равны, то тестовая статистика имеет распределение

- ☒ $t_{n_1+n_2-2}$ ☐ $t_{n_1+n_2-1}$ ☐ $\chi^2_{n_1+n_2-1}$
☐ $t_{n_1+n_2}$ ☐ F_{n_1, n_2} ☐ Нет верного ответа.

Вопрос 3 ♣ Геродот Геликарнасский проверяет гипотезу $H_0 : \mu = 0, \sigma^2 = 1$ с помощью LR статистики теста отношения правдоподобия. При подстановке оценок метода максимального правдоподобия в лог-функцию правдоподобия он получил $\ell = -177$, а при подстановке $\mu = 0$ и $\sigma = 1$ оказалось, что $\ell = -211$. Найдите значение LR статистики и укажите её закон распределения при верной H_0

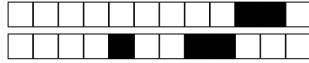
- ☐ $LR = \ln 68, \chi^2_{n-2}$ ☐ $LR = 34, \chi^2_2$ ☐ $LR = 34, \chi^2_{n-1}$
☒ $LR = 68, \chi^2_2$ ☐ $LR = \ln 34, \chi^2_{n-2}$ ☐ Нет верного ответа.

Вопрос 4 ♣ Николай Коперник подбросил бутерброд 200 раз. Бутерброд упал маслом вниз 95 раз, а маслом вверх — 105 раз. Значение критерия χ^2 Пирсона для проверки гипотезы о равной вероятности данных событий равно

- ☐ 7.5 ☐ 2.5 ☐ 0.25
☐ 0.75 ☒ 0.5 ☐ Нет верного ответа.

Вопрос 5 ♣ Размером теста называется

- ☐ Единица минус вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна
☐ Вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна
☐ Вероятность принять неверную гипотезу
☒ Вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна
☐ Единица минус вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна
☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 6** Функция распределения

- ☒ ограничена ☐ всегда непрерывна
- ☐ невозрастающая ☐ не имеет горизонтальных асимптот
- ☐ всюду дифференцируема ☐ может принимать любые положительные значения

Вопрос 7 ♣ Если X_i независимы, $\mathbb{E}(X_i) = \mu$ и $\text{Var}(X_i) = \sigma^2$, то математическое ожидание величины $Y = \sum_{i=1}^n (X_i - X_1)^2$ равно

- ☐ μ ☐ $(n-1)\sigma^2$ ☒ $2(n-1)\sigma^2$
- ☐ σ^2 ☐ σ^2 ☐ Нет верного ответа.

Вопрос 8 Редкой болезнью болеет 0.01% населения. Существующий тест ошибается в 10% случаев. У первого встречного берут тест. Судя по тесту, человек болен. Какова вероятность того, что он действительно болен?

- ☐ равна 0.5 ☐ больше 0.5 ☒ меньше 0.5

Вопрос 9 ♣ Бессмертный гений поэзии Ли Бо оценивает математическое ожидание по выборка размера n из нормального распределения. Он построил оценку метода моментов, $\hat{\mu}_{MM}$, и оценку максимального правдоподобия, $\hat{\mu}_{ML}$. Про эти оценки можно утверждать, что

- ☐ $\hat{\mu}_{MM} < \hat{\mu}_{ML}$ ☐ они не равны, но сближаются при $n \rightarrow \infty$
- ☐ они не равны, и не сближаются при $n \rightarrow \infty$ ☒ они равны
- ☐ $\hat{\mu}_{MM} > \hat{\mu}_{ML}$ ☐ Нет верного ответа.

Вопрос 10 ♣ Величины Z_1, Z_2, \dots, Z_n независимы и нормальны $N(0, 1)$. Случайная величина $Z_1^2/2 + Z_4^2/2 - Z_1Z_4$ имеет распределение

- ☐ χ_2^2 ☒ χ_1^2 ☐ χ_4^2
- ☐ t_2 ☐ χ_3^2 ☐ Нет верного ответа.

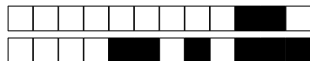
Вопрос 11 ♣ Каждое утро в 8:00 Иван Андреевич Крылов, либо завтракает, либо уже позавтракал. В это же время кухарка либо заглядывает к Крылову, либо нет. По таблице сопряженности вычислите статистику χ^2 Пирсона для тестирования гипотезы о том, что визиты кухарки не зависят от того, позавтракал ли уже Крылов или нет.

Время 8:00	кухарка заходит	кухарка не заходит
Крылов завтракает	200	40
Крылов уже позавтракал	25	100

- ☐ 179 ☐ 100 ☐ 79
- ☐ 39 ☒ 139 ☐ Нет верного ответа.

Вопрос 12 ♣ Ковариационная матрица вектора $X = (X_1, X_2)$ имеет вид $\begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$. Дисперсия разности случайных величин, $\text{Var}(X_1 - 2X_2)$, равняется

- ☐ 21 ☐ 1.2 ☒ 30
- ☐ 15 ☐ 12 ☐ Нет верного ответа.



Вопрос 13 Обычную рублевую монетку подбрасывают четыре раза. Первые три раза она выпала орлом. Вероятность того, что она выпадет орлом в четвертый раз:

- ☐ равна 0.5 ☐ меньше 0.5 ☐ больше 0.5

Вопрос 14 ♣ Величины Z_1, Z_2, \dots, Z_n независимы и нормальны $N(0, 1)$. Случайная величина $\frac{Z_1\sqrt{n+3}}{\sqrt{\sum_{i=4}^n Z_i^2}}$ имеет распределение

- ☐ $F_{1,n-2}$ ☐ $N(0, 1)$ ☐ t_{n-1}
☐ t_{n-3} ☐ χ_{n-4}^2 ☒ Нет верного ответа.

Вопрос 15 ♣ Величины Z_1, Z_2, \dots, Z_n независимы и нормальны $N(0, 1)$. Случайная величина $\frac{Z_1^2 + Z_5^2}{Z_2^2 + Z_7^2}$ имеет распределение

- ☒ $F_{2,2}$ ☐ $F_{1,2}$ ☐ $F_{1,7}$
☐ $F_{2,7}$ ☐ $F_{7,2}$ ☐ Нет верного ответа.

Вопрос 16 ♣ Среди 100 случайно выбранных ацтеков 20 платят дань Кулуакану, а 80 — Аскапоцалько. Соответственно, оценка доли ацтеков, платящих дань Кулуакану, равна $\hat{p} = 0.2$. Разумная оценка дисперсии случайной величины \hat{p} равна

- ☐ 0.04 ☐ 0.4 ☒ 0.0016
☐ 1.6 ☐ 0.16 ☐ Нет верного ответа.

Вопрос 17 ♣ Пусть $\hat{\sigma}_1^2$ — несмещенная оценка дисперсии, полученная по первой выборке размером n_1 , $\hat{\sigma}_2^2$ — несмещенная оценка дисперсии, полученная по второй выборке, с меньшим размером n_2 . Тогда статистика $\frac{\hat{\sigma}_1^2/n_1}{\hat{\sigma}_2^2/n_2}$ имеет распределение

- ☐ $N(0; 1)$ ☐ F_{n_1, n_2} ☐ $\chi_{n_1+n_2}^2$
☐ F_{n_1-1, n_2-1} ☐ $t_{n_1+n_2-1}$ ☒ Нет верного ответа.

Вопрос 18 Вероятность рождения мальчика примерно равна 0.5. На протяжении длительного времени в маленьком городе и большом городе считали дни, когда рождается больше 65% мальчиков. Таких дней окажется больше

- ☐ примерно одинаково ☐ в большом городе ☒ в маленьком городе

Вопрос 19 ♣ Пусть X_1, X_2, \dots, X_n — случайная выборка размера 36 из нормального распределения $N(\mu, 9)$. Для тестирования основной гипотезы $H_0: \mu = 0$ против альтернативной $H_a: \mu = -2$ вы используете критерий: если $\bar{X} \geq -1$, то вы не отвергаете гипотезу H_0 , в противном случае вы отвергаете гипотезу H_0 в пользу гипотезы H_a . Мощность критерия равна

- ☒ 0.98 ☐ 0.58 ☐ 0.87
☐ 0.85 ☐ 0.78 ☐ Нет верного ответа.

Вопрос 20 Если $f(x)$ — функция плотности, то интеграл $\int_{-\infty}^x f(u) du$ равен

- ☐ $\mathbb{E}(X)$ ☐ 0.5 ☐ $\text{Var}(X)$
☐ 0 ☒ $F(x)$ ☐ 1



Вопрос 21 ♣ Все условия регулярности для применения метода максимального правдоподобия выполнены. Вторая производная лог-функции правдоподобия равна $\ell''(\theta) = -100$. Стандартная ошибка несмещенной эффективной оценки для параметра θ равна

- ☐ A 10 ☒ B 0.1 ☐ C 1
☐ D 100 ☐ E 0.01 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 22 ♣ Пусть X_1, X_2, \dots, X_{11} — выборка из распределения с математическим ожиданием μ и стандартным отклонением σ . Известно, что $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$, $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$. Несмещенная оценка дисперсии принимает значение

- ☐ A 10 ☐ B 11/100 ☐ C 100/11
☒ D 1/10 ☐ E 1/11 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 23 ♣ Пусть X_1, \dots, X_n — выборка объема n из некоторого распределения с конечным математическим ожиданием. Несмещенной и состоятельной оценкой математического ожидания является

- ☐ A $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-2}}{n-1} + \frac{X_n}{2n}$ ☐ B $\frac{X_1 + X_2}{2}$ ☐ C $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-2}}{n-2} + \frac{X_n}{2n}$ ☒ D $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-1}}{n-2} - \frac{X_n}{2n}$ ☐ E $\frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 24 ♣ Если Р-значение (P-value) меньше уровня значимости α , то гипотеза $H_0 : \sigma = 1$

- ☐ A Отвергается, только если $H_a : \sigma > 1$ ☐ B Не отвергается
☐ C Отвергается, только если $H_a : \sigma \neq 1$ ☐ D Отвергается, только если $H_a : \sigma < 1$
☒ E Отвергается ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 25 ♣ Имеется случайная выборка размера n из нормального распределения. При проверке гипотезы о равенстве математического ожидания заданному значению при неизвестной дисперсии используется статистика, имеющая распределение

- ☐ A $N(0, 1)$ ☐ B χ_{n-1}^2 ☒ C t_{n-1}
☐ D t_n ☐ E χ_n^2 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 26 ♣ Производитель мороженого попросил оценить по 10-бальной шкале два вида мороженого: с кусочками шоколада и с орешками. Было опрошено 5 человек.

	Евламий	Аристарх	Капитолина	Аграфена	Эвридика
С крошкой	10	6	7	5	4
С орехами	9	8	8	7	6

Вычислите модуль значения статистики теста знаков. Используя нормальную аппроксимацию, проверьте на уровне значимости 0.2 гипотезу об отсутствии предпочтения мороженого с орешками против альтернативы, что мороженое с орешками вкуснее.

- ☐ A 1.34, H_0 не отвергается ☐ B 1.65, H_0 отвергается ☐ C Нет верного ответа.
☐ D 1.96, H_0 отвергается ☒ E 1.34, H_0 отвергается
☐ F 1.29, H_0 не отвергается ☐ G 1.29, H_0 отвергается



Вопрос 27 Если H_0 верна, то P -значение имеет распределение

- | | | |
|------------------------------------|---|---|
| <input type="checkbox"/> t_1 | <input checked="" type="checkbox"/> $U[0; 1]$ | <input type="checkbox"/> $F_{1,1}$ |
| <input type="checkbox"/> $N(0; 1)$ | <input type="checkbox"/> χ_1^2 | <input type="checkbox"/> $N(\mu; \sigma^2)$ |

Вопрос 28 ♣ Пусть X_1, X_2, \dots, X_{33} — выборка из распределения с математическим ожиданием μ и стандартным отклонением σ . Известно, что $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$, $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$. Несмещенная оценка μ принимает значение

- | | | |
|---------------------------------------|------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 3.3 | <input type="checkbox"/> 0.33 |
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 10 | <input type="checkbox"/> Нет верного ответа. |

Вопрос 29 Два обычных игральных кубика подбрасываются одновременно. Больше шансы выпасть у комбинации:

- | | | |
|---------------------------------------|---|---|
| <input type="checkbox"/> две шестерки | <input checked="" type="checkbox"/> одна шестерка, одна пятерка | <input type="checkbox"/> одинаковые шансы |
|---------------------------------------|---|---|

Вопрос 30 ♣ По случайной выборке из 100 наблюдений было оценено выборочное среднее $\bar{X} = 20$ и несмещенная оценка дисперсии $\hat{\sigma}^2 = 25$. В рамках проверки гипотезы $H_0 : \mu = 15$ против альтернативной гипотезы $H_a : \mu > 15$ можно сделать следующее заключение

- | |
|--|
| <input type="checkbox"/> Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 20%, но не на уровне значимости 10% |
| <input type="checkbox"/> Гипотеза H_0 не отвергается на любом разумном уровне значимости |
| <input type="checkbox"/> Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 10%, но не на уровне значимости 5% |
| <input checked="" type="checkbox"/> Гипотеза H_0 отвергается на любом разумном уровне значимости |
| <input type="checkbox"/> Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 5%, но не на уровне значимости 1% |
| <input type="checkbox"/> Нет верного ответа. |

Вопрос 31 У Пети связка ключей. Один из них подходит к замку. Петя не знает, какой ключ подходит к замку и перебирает их по очереди. У какого ключа выше шансы подойти?

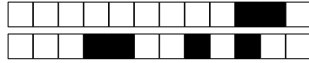
- | | | |
|------------------------------------|---------------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> у первого | <input type="checkbox"/> у последнего | <input checked="" type="checkbox"/> одинаковы |
|------------------------------------|---------------------------------------|---|

Вопрос 32 ♣ Проверая гипотезу о равенстве дисперсий в двух выборках (размером в 3 и 5 наблюдений), Анаксимандр Милетский получил значение тестовой статистики 10. Если оценка дисперсии по одной из выборок равна 8, то другая оценка дисперсии может быть равна

- | | | |
|--|-----------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 3/4 | <input type="checkbox"/> 25 | <input type="checkbox"/> 4/3 |
| <input checked="" type="checkbox"/> 80 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> Нет верного ответа. |

Вопрос 33 ♣ На основе случайной выборки, содержащей одно наблюдение X_1 , тестируется гипотеза $H_0 : X_1 \sim U[0; 1]$ против альтернативной гипотезы $H_a : X_1 \sim U[0.5; 1.5]$. Рассматривается критерий: если $X_1 > 0.8$, то гипотеза H_0 отвергается в пользу гипотезы H_a . Вероятность ошибки 2-го рода для этого критерия равна:

- | | | |
|------------------------------|---|--|
| <input type="checkbox"/> 0.2 | <input checked="" type="checkbox"/> 0.3 | <input type="checkbox"/> 0.4 |
| <input type="checkbox"/> 0.1 | <input type="checkbox"/> 0.5 | <input type="checkbox"/> Нет верного ответа. |



Вопрос 34 ♣ У пяти случайно выбранных студентов первого потока результаты за контрольную по статистике оказались равны 82, 47, 20, 43 и 73. У четырёх случайно выбранных студентов второго потока — 68, 83, 60 и 52. Вычислите статистику Вилкоксона и проверьте гипотезу H_0 об однородности результатов студентов двух потоков. Критические значения статистики Вилкоксона равны $T_L = 12$ и $T_R = 28$.

☐ A 53, H_0 отвергается

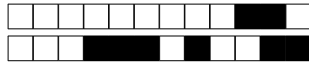
☒ B 24, H_0 не отвергается

☐ C 12.75, H_0 не отвергается

☐ D 20, H_0 не отвергается

☐ E 65.75, H_0 отвергается

☐ F Нет верного ответа.



Имя, фамилия и номер группы:

.....

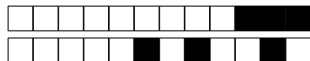
Номер в списке (для автоматического распознавания):

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

- Вопрос 1 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 2 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 3 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 4 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 5 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 6 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 7 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 8 : ☐ A ☐ B ☐ C
- Вопрос 9 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 10 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 11 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 12 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 13 : ☐ A ☐ B ☐ C
- Вопрос 14 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 15 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 16 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 17 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

- Вопрос 18 : ☐ A ☐ B ☐ C
- Вопрос 19 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 20 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 21 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 22 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 23 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 24 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 25 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 26 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F ☐ G
- Вопрос 27 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 28 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 29 : ☐ A ☐ B ☐ C
- Вопрос 30 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 31 : ☐ A ☐ B ☐ C
- Вопрос 32 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 33 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 34 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Учитываются только ответы, перенесённые на этот листок.

**Теория вероятностей и математическая статистика: пересдача/комиссия 10.09.2015**

Можно пользоваться простым калькулятором. В каждом вопросе единственный верный ответ. Ни пуха, ни пера!

Вопрос 1 ♣ Пусть X_1, X_2, \dots, X_{33} — выборка из распределения с математическим ожиданием μ и стандартным отклонением σ . Известно, что $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$, $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$. Несмещенная оценка μ принимает значение

☐ A 0.33☐ C 3☒ 1☐ B 3.3☐ D 10☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 2 ♣ Зулус Чака каСензангакона проверяет гипотезу о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках небольших размеров n_1 и n_2 . Если дисперсии неизвестны, но равны, то тестовая статистика имеет распределение

☐ A $\chi_{n_1+n_2-1}^2$ ☐ C $t_{n_1+n_2-1}$ ☐ E $t_{n_1+n_2}$ ☐ B F_{n_1, n_2} ☒ $t_{n_1+n_2-2}$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 3 ♣ Пусть X_1, X_2, \dots, X_n — случайная выборка размера 36 из нормального распределения $N(\mu, 9)$. Для тестирования основной гипотезы $H_0: \mu = 0$ против альтернативной $H_a: \mu = -2$ вы используете критерий: если $\bar{X} \geq -1$, то вы не отвергаете гипотезу H_0 , в противном случае вы отвергаете гипотезу H_0 в пользу гипотезы H_a . Мощность критерия равна

☐ A 0.78☐ C 0.58☒ 0.98☐ B 0.87☐ D 0.85☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 4 Два обычных игральных кубика подбрасываются одновременно. Больше шансы выпасть у комбинации:

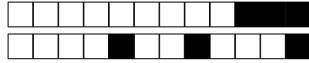
☐ A две шестерки☒ одна шестерка, одна пятерка☐ C одинаковые шансы

Вопрос 5 ♣ У пяти случайно выбранных студентов первого потока результаты за контрольную по статистике оказались равны 82, 47, 20, 43 и 73. У четырёх случайно выбранных студентов второго потока — 68, 83, 60 и 52. Вычислите статистику Вилкоксона и проверьте гипотезу H_0 об однородности результатов студентов двух потоков. Критические значения статистики Вилкоксона равны $T_L = 12$ и $T_R = 28$.

☐ A 20, H_0 не отвергается☒ 24, H_0 не отвергается☐ E 12.75, H_0 не отвергается☐ B 53, H_0 отвергается☐ D 65.75, H_0 отвергается☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 6 ♣ Ковариационная матрица вектора $X = (X_1, X_2)$ имеет вид $\begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$. Дисперсия разности случайных величин, $\text{Var}(X_1 - 2X_2)$, равняется

☐ A 15☐ C 1.2☒ 30☐ B 12☐ D 21☐ F Нет верного ответа.



Вопрос 7 ♣ Среди 100 случайно выбранных аптеков 20 платят дань Кулуакану, а 80 — Аскапоцалько. Соответственно, оценка доли аптеков, платящих дань Кулуакану, равна $\hat{p} = 0.2$. Разумная оценка дисперсии случайной величины \hat{p} равна

- ☐ A 1.6 ☐ C 0.4 ☒ 0.0016
☐ B 0.16 ☐ D 0.04 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 8 ♣ По случайной выборке из 100 наблюдений было оценено выборочное среднее $\bar{X} = 20$ и несмещенная оценка дисперсии $\hat{\sigma}^2 = 25$. В рамках проверки гипотезы $H_0 : \mu = 15$ против альтернативной гипотезы $H_a : \mu > 15$ можно сделать следующее заключение

- ☐ A Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 10%, но не на уровне значимости 5%
☐ B Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 5%, но не на уровне значимости 1%
☒ Гипотеза H_0 отвергается на любом разумном уровне значимости
☐ D Гипотеза H_0 не отвергается на любом разумном уровне значимости
☐ E Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 20%, но не на уровне значимости 10%
☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 9 Если H_0 верна, то P -значение имеет распределение

- ☐ A χ_1^2 ☐ C $N(\mu; \sigma^2)$ ☐ E t_1
☐ B $N(0; 1)$ ☐ D $F_{1,1}$ ☒ $U[0; 1]$

Вопрос 10 ♣ Пусть X_1, \dots, X_n — выборка объема n из некоторого распределения с конечным математическим ожиданием. Несмещенной и состоятельной оценкой математического ожидания является

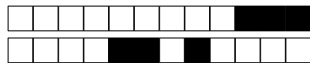
- ☐ A $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-2}}{n-2} + \frac{X_n}{2n}$ ☒ $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-1}}{n-2} - \frac{X_n}{2n}$ ☐ E $\frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$
☐ B $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-2}}{n-1} + \frac{X_n}{2n}$ ☐ D $\frac{X_1 + X_2}{2}$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 11 ♣ Пусть X_1, X_2, \dots, X_{11} — выборка из распределения с математическим ожиданием μ и стандартным отклонением σ . Известно, что $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$, $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$. Несмещенная оценка дисперсии принимает значение

- ☐ A 11/100 ☐ C 100/11 ☐ E 1/11
☒ 1/10 ☐ D 10 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 12 ♣ Величины Z_1, Z_2, \dots, Z_n независимы и нормальны $N(0, 1)$. Случайная величина $\frac{Z_1^2 + Z_2^2}{Z_2^2 + Z_7^2}$ имеет распределение

- ☐ A $F_{2,7}$ ☐ C $F_{1,7}$ ☐ E $F_{7,2}$
☒ $F_{2,2}$ ☐ D $F_{1,2}$ ☐ F Нет верного ответа.



Вопрос 13 ♣ Каждое утро в 8:00 Иван Андреевич Крылов, либо завтракает, либо уже позавтракал. В это же время кухарка либо заглядывает к Крылову, либо нет. По таблице сопряженности вычислите статистику χ^2 Пирсона для тестирования гипотезы о том, что визиты кухарки не зависят от того, позавтракал ли уже Крылов или нет.

Время 8:00	кухарка заходит	кухарка не заходит
Крылов завтракает	200	40
Крылов уже позавтракал	25	100

☒ 139☐ 100☐ 79☐ 39☐ 179☐ Нет верного ответа.

Вопрос 14 ♣ Если X_i независимы, $\mathbb{E}(X_i) = \mu$ и $\text{Var}(X_i) = \sigma^2$, то математическое ожидание величины $Y = \sum_{i=1}^n (X_i - X_1)^2$ равно

☐ μ ☐ $\hat{\sigma}^2$ ☒ $2(n-1)\sigma^2$ ☐ $(n-1)\sigma^2$ ☐ σ^2 ☐ Нет верного ответа.

Вопрос 15 ♣ Величины Z_1, Z_2, \dots, Z_n независимы и нормальны $N(0, 1)$. Случайная величина $Z_1^2/2 + Z_2^2/2 - Z_1 Z_4$ имеет распределение

☒ χ_1^2 ☐ χ_4^2 ☐ χ_2^2 ☐ t_2 ☐ χ_3^2 ☐ Нет верного ответа.

Вопрос 16 ♣ Производитель мороженого попросил оценить по 10-бальной шкале два вида мороженого: с кусочками шоколада и с орешками. Было опрошено 5 человек.

	Евламий	Аристарх	Капитолина	Аграфена	Эвридика
С крошкой	10	6	7	5	4
С орехами	9	8	8	7	6

Вычислите модуль значения статистики теста знаков. Используя нормальную аппроксимацию, проверьте на уровне значимости 0.2 гипотезу об отсутствии предпочтения мороженого с орешками против альтернативы, что мороженое с орешками вкуснее.

☐ 1.34, H_0 не отвергается☐ 1.96, H_0 отвергается☐ Нет верного ответа.☐ 1.65, H_0 отвергается☒ 1.34, H_0 отвергается☐ 1.29, H_0 отвергается☐ 1.29, H_0 не отвергается

Вопрос 17 ♣ На основе случайной выборки, содержащей одно наблюдение X_1 , тестируется гипотеза $H_0 : X_1 \sim U[0; 1]$ против альтернативной гипотезы $H_a : X_1 \sim U[0.5; 1.5]$. Рассматривается критерий: если $X_1 > 0.8$, то гипотеза H_0 отвергается в пользу гипотезы H_a . Вероятность ошибки 2-го рода для этого критерия равна:

☐ 0.5☐ 0.4☐ 0.2☐ 0.1☒ 0.3☐ Нет верного ответа.

Вопрос 18 Редкой болезнью болеет 0.01% населения. Существующий тест ошибается в 10% случаев. У первого встречного берут тест. Судя по тесту, человек болен. Какова вероятность того, что он действительно болен?

☐ равна 0.5☐ больше 0.5☒ меньше 0.5



Вопрос 19 ♣ Если P-значение (P-value) меньше уровня значимости α , то гипотеза $H_0 : \sigma = 1$

- ☒ Отвергается ☐ Не отвергается
☐ Отвергается, только если $H_a : \sigma > 1$ ☐ Отвергается, только если $H_a : \sigma \neq 1$
☐ Отвергается, только если $H_a : \sigma < 1$ ☐ Нет верного ответа.

Вопрос 20 ♣ Бессмертный гений поэзии Ли Бо оценивает математическое ожидание по выборке размера n из нормального распределения. Он построил оценку метода моментов, $\hat{\mu}_{MM}$, и оценку максимального правдоподобия, $\hat{\mu}_{ML}$. Про эти оценки можно утверждать, что

- ☒ они равны ☐ $\hat{\mu}_{MM} < \hat{\mu}_{ML}$
☐ они не равны, и не сближаются при $n \rightarrow \infty$ ☐ $\hat{\mu}_{MM} > \hat{\mu}_{ML}$
☐ они не равны, но сближаются при $n \rightarrow \infty$ ☐ Нет верного ответа.

Вопрос 21 ♣ Размером теста называется

- ☐ А Единица минус вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна
☐ В Единица минус вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна
☐ С Вероятность принять неверную гипотезу
☐ D Вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна
☒ Вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна
☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 22 ♣ Проверяя гипотезу о равенстве дисперсий в двух выборках (размером в 3 и 5 наблюдений), Анаксимандр Милетский получил значение тестовой статистики 10. Если оценка дисперсии по одной из выборок равна 8, то другая оценка дисперсии может быть равна

- ☐ A 4/3 ☐ C 4 ☒ 80
☐ B 3/4 ☐ D 25 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 23 Обычную рублевую монетку подбрасывают четыре раза. Первые три раза она выпала орлом. Вероятность того, что она выпадет орлом в четвертый раз:

- ☐ A меньше 0.5 ☒ равна 0.5 ☐ C больше 0.5

Вопрос 24 Функция распределения

- ☐ A всюду дифференцируема ☐ D не имеет горизонтальных асимптот
☐ B невозрастающая ☐ E всегда непрерывна
☒ ограничена ☐ F может принимать любые положительные значения

Вопрос 25 Если $f(x)$ — функция плотности, то интеграл $\int_{-\infty}^x f(u) du$ равен

- ☐ A 0 ☐ C 0.5 ☐ E $\mathbb{E}(X)$
☐ B $\text{Var}(X)$ ☐ D 1 ☒ $F(x)$



Вопрос 26 ♣ Датчик случайных чисел выдал следующие значения псевдо случайной величины: 0.78, 0.48. Вычислите значение критерия Колмогорова и проверьте гипотезу H_0 о соответствии распределения равномерному на $[0; 1]$. Критическое значение статистики Колмогорова для уровня значимости 0.1 и двух наблюдений равно 0.776.

- | | | |
|---|--|--|
| <input type="checkbox"/> A 0.37, H_0 не отвергается | <input type="checkbox"/> C 0.78, H_0 отвергается | <input checked="" type="checkbox"/> 0.48, H_0 не отвергается |
| <input type="checkbox"/> B 1.26, H_0 отвергается | <input type="checkbox"/> D 0.3, H_0 не отвергается | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

Вопрос 27 Вероятность рождения мальчика примерно равна 0.5. На протяжении длительного времени в маленьком городе и большом городе считали дни, когда рождается больше 65% мальчиков. Таких дней окажется больше

- | | | |
|--|---|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> в маленьком городе | <input type="checkbox"/> B примерно одинаково | <input type="checkbox"/> C в большом городе |
|--|---|---|

Вопрос 28 ♣ Имеется случайная выборка размера n из нормального распределения. При проверке гипотезы о равенстве математического ожидания заданному значению при неизвестной дисперсии используется статистика, имеющая распределение

- | | | |
|---|---|--|
| <input type="checkbox"/> A χ^2_{n-1} | <input type="checkbox"/> C χ^2_n | <input type="checkbox"/> E t_n |
| <input type="checkbox"/> B $N(0, 1)$ | <input checked="" type="checkbox"/> t_{n-1} | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

Вопрос 29 ♣ Величины Z_1, Z_2, \dots, Z_n независимы и нормальны $N(0, 1)$. Случайная величина $\frac{Z_1 \sqrt{n+3}}{\sqrt{\sum_{i=4}^n Z_i^2}}$ имеет распределение

- | | | |
|--------------------------------------|---|---|
| <input type="checkbox"/> A $N(0, 1)$ | <input type="checkbox"/> C t_{n-1} | <input type="checkbox"/> E $F_{1, n-2}$ |
| <input type="checkbox"/> B t_{n-3} | <input type="checkbox"/> D χ^2_{n-4} | <input checked="" type="checkbox"/> Нет верного ответа. |

Вопрос 30 ♣ Все условия регулярности для применения метода максимального правдоподобия выполнены. Вторая производная лог-функции правдоподобия равна $\ell''(\theta) = -100$. Стандартная ошибка несмещенной эффективной оценки для параметра θ равна

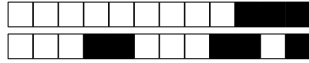
- | | | |
|---------------------------------|---|--|
| <input type="checkbox"/> A 0.01 | <input type="checkbox"/> C 1 | <input type="checkbox"/> E 100 |
| <input type="checkbox"/> B 10 | <input checked="" type="checkbox"/> 0.1 | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

Вопрос 31 ♣ Николай Коперник подбросил бутерброд 200 раз. Бутерброд упал маслом вниз 95 раз, а маслом вверх — 105 раз. Значение критерия χ^2 Пирсона для проверки гипотезы о равной вероятности данных событий равно

- | | | |
|---------------------------------|---------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> A 7.5 | <input type="checkbox"/> C 0.75 | <input checked="" type="checkbox"/> 0.5 |
| <input type="checkbox"/> B 0.25 | <input type="checkbox"/> D 2.5 | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

Вопрос 32 ♣ Пусть $\hat{\sigma}_1^2$ — несмещенная оценка дисперсии, полученная по первой выборке размером n_1 , $\hat{\sigma}_2^2$ — несмещенная оценка дисперсии, полученная по второй выборке, с меньшим размером n_2 . Тогда статистика $\frac{\hat{\sigma}_1^2/n_1}{\hat{\sigma}_2^2/n_2}$ имеет распределение

- | | | |
|---|--|---|
| <input type="checkbox"/> A $N(0; 1)$ | <input type="checkbox"/> C $t_{n_1+n_2-1}$ | <input type="checkbox"/> E F_{n_1-1, n_2-1} |
| <input type="checkbox"/> B $\chi^2_{n_1+n_2}$ | <input type="checkbox"/> D F_{n_1, n_2} | <input checked="" type="checkbox"/> Нет верного ответа. |



Вопрос 33 ♣ Геродот Геликарнасский проверяет гипотезу $H_0 : \mu = 0, \sigma^2 = 1$ с помощью LR статистики теста отношения правдоподобия. При подстановке оценок метода максимального правдоподобия в лог-функцию правдоподобия он получил $\ell = -177$, а при подстановке $\mu = 0$ и $\sigma = 1$ оказалось, что $\ell = -211$. Найдите значение LR статистики и укажите её закон распределения при верной H_0

☐ $LR = 34, \chi^2_{n-1}$

☐ $LR = \ln 34, \chi^2_{n-2}$

☐ $LR = 34, \chi^2_2$

☒ $LR = 68, \chi^2_2$

☐ $LR = \ln 68, \chi^2_{n-2}$

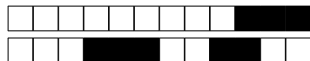
☐ Нет верного ответа.

Вопрос 34 У Пети связка ключей. Один из них подходит к замку. Петя не знает, какой ключ подходит к замку и перебирает их по очереди. У какого ключа выше шансы подойти?

☐ у первого

☐ у последнего

☒ одинаковы



Имя, фамилия и номер группы:

.....

Номер в списке (для автоматического распознавания):

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Вопрос 1 :

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 2 :

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 3 :

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 4 :

A		C
---	--	---

Вопрос 5 :

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 6 :

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 7 :

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 8 :

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 9 :

A	B	C	D	E	
---	---	---	---	---	--

Вопрос 10 :

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 11 :

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 12 :

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 13 :

	B	C	D	E	F
--	---	---	---	---	---

Вопрос 14 :

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 15 :

	B	C	D	E	F
--	---	---	---	---	---

Вопрос 16 :

A	B	C	D		F	G
---	---	---	---	--	---	---

Вопрос 17 :

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 18 :

A	B	
---	---	--

Вопрос 19 :

	B	C	D	E	F
--	---	---	---	---	---

Вопрос 20 :

	B	C	D	E	F
--	---	---	---	---	---

Вопрос 21 :

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 22 :

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 23 :

A		C
---	--	---

Вопрос 24 :

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 25 :

A	B	C	D	E	
---	---	---	---	---	--

Вопрос 26 :

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 27 :

	B	C
--	---	---

Вопрос 28 :

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 29 :

A	B	C	D	E	
---	---	---	---	---	--

Вопрос 30 :

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 31 :

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 32 :

A	B	C	D	E	
---	---	---	---	---	--

Вопрос 33 :

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 34 :

A	B	
---	---	--

Учитываются только ответы, перенесённые на этот листок.

**Теория вероятностей и математическая статистика: пересдача/комиссия 10.09.2015**

Можно пользоваться простым калькулятором. В каждом вопросе единственный верный ответ. Ни пуха, ни пера!

Вопрос 1 Обычную рублевую монетку подбрасывают четыре раза. Первые три раза она выпала орлом. Вероятность того, что она выпадет орлом в четвертый раз:

- ☐ A меньше 0.5 ☐ B больше 0.5 ☒ C равна 0.5

Вопрос 2 ♣ У пяти случайно выбранных студентов первого потока результаты за контрольную по статистике оказались равны 82, 47, 20, 43 и 73. У четырёх случайно выбранных студентов второго потока — 68, 83, 60 и 52. Вычислите статистику Вилкоксона и проверьте гипотезу H_0 об однородности результатов студентов двух потоков. Критические значения статистики Вилкоксона равны $T_L = 12$ и $T_R = 28$.

- ☐ A 53, H_0 отвергается ☐ C 20, H_0 не отвергается ☐ E 65.75, H_0 отвергается
☒ B 24, H_0 не отвергается ☐ D 12.75, H_0 не отвергается ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 3 ♣ Николай Коперник подбросил бутерброд 200 раз. Бутерброд упал маслом вниз 95 раз, а маслом вверх — 105 раз. Значение критерия χ^2 Пирсона для проверки гипотезы о равной вероятности данных событий равно

- ☐ A 7.5 ☐ C 0.75 ☐ E 2.5
☒ B 0.5 ☐ D 0.25 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 4 ♣ Величины Z_1, Z_2, \dots, Z_n независимы и нормальны $N(0, 1)$. Случайная величина $\frac{Z_1^2 + Z_5^2}{Z_2^2 + Z_7^2}$ имеет распределение

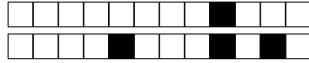
- ☒ A $F_{2,2}$ ☐ C $F_{1,7}$ ☐ E $F_{2,7}$
☐ B $F_{7,2}$ ☐ D $F_{1,2}$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 5 ♣ Пусть $\hat{\sigma}_1^2$ — несмещенная оценка дисперсии, полученная по первой выборке размером n_1 , $\hat{\sigma}_2^2$ — несмещенная оценка дисперсии, полученная по второй выборке, с меньшим размером n_2 . Тогда статистика $\frac{\hat{\sigma}_1^2/n_1}{\hat{\sigma}_2^2/n_2}$ имеет распределение

- ☐ A F_{n_1-1, n_2-1} ☐ C $N(0; 1)$ ☐ E $t_{n_1+n_2-1}$
☐ B F_{n_1, n_2} ☐ D $\chi_{n_1+n_2}^2$ ☒ F Нет верного ответа.

Вопрос 6 ♣ Зулус Чака как Сензангакона проверяет гипотезу о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках небольших размеров n_1 и n_2 . Если дисперсии неизвестны, но равны, то тестовая статистика имеет распределение

- ☐ A $\chi_{n_1+n_2-1}^2$ ☐ C F_{n_1, n_2} ☐ E $t_{n_1+n_2-1}$
☒ B $t_{n_1+n_2-2}$ ☐ D $t_{n_1+n_2}$ ☐ F Нет верного ответа.



Вопрос 7 ♣ Пусть X_1, X_2, \dots, X_n — случайная выборка размера 36 из нормального распределения $N(\mu, 9)$. Для тестирования основной гипотезы $H_0: \mu = 0$ против альтернативной $H_a: \mu = -2$ вы используете критерий: если $\bar{X} \geq -1$, то вы не отвергаете гипотезу H_0 , в противном случае вы отвергаете гипотезу H_0 в пользу гипотезы H_a . Мощность критерия равна

☐ A 0.78

☐ C 0.58

☒ 0.98

☐ B 0.87

☐ D 0.85

☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 8 Два обычных игральных кубика подбрасываются одновременно. Больше шансы выпасть у комбинации:

☐ A две шестерки

☒ одна шестерка, одна пятерка

☐ C одинаковые шансы

Вопрос 9 ♣ Проверая гипотезу о равенстве дисперсий в двух выборках (размером в 3 и 5 наблюдений), Анаксимандр Милетский получил значение тестовой статистики 10. Если оценка дисперсии по одной из выборок равна 8, то другая оценка дисперсии может быть равна

☐ A 25

☒ 80

☐ E 4

☐ B 3/4

☐ D 4/3

☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 10 ♣ Бессмертный гений поэзии Ли Бо оценивает математическое ожидание по выборке размера n из нормального распределения. Он построил оценку метода моментов, $\hat{\mu}_{MM}$, и оценку максимального правдоподобия, $\hat{\mu}_{ML}$. Про эти оценки можно утверждать, что

☒ они равны

☐ D они не равны, но сближаются при $n \rightarrow \infty$

☐ B $\hat{\mu}_{MM} > \hat{\mu}_{ML}$

☐ E они не равны, и не сближаются при $n \rightarrow \infty$

☐ C $\hat{\mu}_{MM} < \hat{\mu}_{ML}$

☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 11 ♣ Каждое утро в 8:00 Иван Андреевич Крылов, либо завтракает, либо уже позавтракал. В это же время кухарка либо заглядывает к Крылову, либо нет. По таблице сопряженности вычислите статистику χ^2 Пирсона для тестирования гипотезы о том, что визиты кухарки не зависят от того, позавтракал ли уже Крылов или нет.

Время 8:00	кухарка заходит	кухарка не заходит
Крылов завтракает	200	40
Крылов уже позавтракал	25	100

☒ 139

☐ C 39

☐ E 179

☐ B 79

☐ D 100

☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 12 ♣ Все условия регулярности для применения метода максимального правдоподобия выполнены. Вторая производная лог-функции правдоподобия равна $\ell''(\theta) = -100$. Стандартная ошибка несмещенной эффективной оценки для параметра θ равна

☒ 0.1

☐ C 0.01

☐ E 10

☐ B 100

☐ D 1

☐ F Нет верного ответа.



Вопрос 13 ♣ Среди 100 случайно выбранных ацтеков 20 платят дань Кулуакану, а 80 — Аскапоцалько. Соответственно, оценка доли ацтеков, платящих дань Кулуакану, равна $\hat{p} = 0.2$. Разумная оценка дисперсии случайной величины \hat{p} равна

☐ 0.0016☐ 0.4☐ 0.04☐ 0.16☐ 1.6☐ Нет верного ответа.

Вопрос 14 ♣ Величины Z_1, Z_2, \dots, Z_n независимы и нормальны $N(0, 1)$. Случайная величина $\frac{Z_1 \sqrt{n+3}}{\sqrt{\sum_{i=4}^n Z_i^2}}$ имеет распределение

☐ t_{n-1} ☐ $F_{1,n-2}$ ☐ $N(0, 1)$ ☐ χ_{n-4}^2 ☐ t_{n-3} ☒ Нет верного ответа.

Вопрос 15 ♣ Ковариационная матрица вектора $X = (X_1, X_2)$ имеет вид $\begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$. Дисперсия разности случайных величин, $\text{Var}(X_1 - 2X_2)$, равняется

☒ 30☐ 1.2☐ 15☐ 12☐ 21☐ Нет верного ответа.

Вопрос 16 ♣ По случайной выборке из 100 наблюдений было оценено выборочное среднее $\bar{X} = 20$ и несмещенная оценка дисперсии $\hat{\sigma}^2 = 25$. В рамках проверки гипотезы $H_0 : \mu = 15$ против альтернативной гипотезы $H_a : \mu > 15$ можно сделать следующее заключение

☒ Гипотеза H_0 отвергается на любом разумном уровне значимости☐ Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 10%, но не на уровне значимости 5%☐ Гипотеза H_0 не отвергается на любом разумном уровне значимости☐ Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 20%, но не на уровне значимости 10%☐ Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 5%, но не на уровне значимости 1%☐ Нет верного ответа.

Вопрос 17 Вероятность рождения мальчика примерно равна 0.5. На протяжении длительного времени в маленьком городе и большом городе считали дни, когда рождается больше 65% мальчиков. Таких дней окажется больше

☒ в маленьком городе☐ в большом городе☐ примерно одинаково

Вопрос 18 ♣ Размером теста называется

☐ Единица минус вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна☐ Единица минус вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна☐ Вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна☐ Вероятность принять неверную гипотезу☒ Вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна☐ Нет верного ответа.



Вопрос 19 ♣ Производитель мороженого попросил оценить по 10-бальной шкале два вида мороженого: с кусочками шоколада и с орешками. Было опрошено 5 человек.

	Евламий	Аристарх	Капитолина	Аграфена	Эвридика
С крошкой	10	6	7	5	4
С орехами	9	8	8	7	6

Вычислите модуль значения статистики теста знаков. Используя нормальную аппроксимацию, проверьте на уровне значимости 0.2 гипотезу об отсутствии предпочтения мороженого с орешками против альтернативы, что мороженое с орешками вкуснее.

- ☐ A 1.65, H_0 отвергается ☐ D 1.29, H_0 отвергается ☐ G Нет верного ответа.
☐ B 1.34, H_0 не отвергается ☒ 1.34, H_0 отвергается
☐ C 1.96, H_0 отвергается ☐ F 1.29, H_0 не отвергается

Вопрос 20 ♣ Датчик случайных чисел выдал следующие значения псевдо случайной величины: 0.78, 0.48. Вычислите значение критерия Колмогорова и проверьте гипотезу H_0 о соответствии распределения равномерному на $[0; 1]$. Критическое значение статистики Колмогорова для уровня значимости 0.1 и двух наблюдений равно 0.776.

- ☒ 0.48, H_0 не отвергается ☐ C 1.26, H_0 отвергается ☐ E 0.37, H_0 не отвергается
☐ B 0.78, H_0 отвергается ☐ D 0.3, H_0 не отвергается ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 21 ♣ Если P-значение (P-value) меньше уровня значимости α , то гипотеза $H_0 : \sigma = 1$

- ☐ A Отвергается, только если $H_a : \sigma \neq 1$ ☒ Отвергается
☐ B Отвергается, только если $H_a : \sigma > 1$ ☐ E Не отвергается
☐ C Отвергается, только если $H_a : \sigma < 1$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 22 ♣ Величины Z_1, Z_2, \dots, Z_n независимы и нормальны $N(0, 1)$. Случайная величина $Z_1^2/2 + Z_4^2/2 - Z_1Z_4$ имеет распределение

- ☒ χ_1^2 ☐ C χ_3^2 ☐ E t_2
☐ B χ_4^2 ☐ D χ_2^2 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 23 Функция распределения

- ☐ A не имеет горизонтальных асимптот ☐ D невозрастающая
☐ B может принимать любые положительные значения ☒ ограничена
☐ C всюду дифференцируема ☐ F всегда непрерывна

Вопрос 24 ♣ Пусть X_1, \dots, X_n — выборка объема n из некоторого распределения с конечным математическим ожиданием. Несмещенной и состоятельной оценкой математического ожидания является

- ☐ A $\frac{X_1+X_2}{2}$ ☒ $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2+\dots+X_{n-1}}{n-2} - \frac{X_n}{2n}$ ☐ E $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2+\dots+X_{n-2}}{n-2} + \frac{X_n}{2n}$
☐ B $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2+\dots+X_{n-2}}{n-1} + \frac{X_n}{2n}$ ☐ D $\frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$ ☐ F Нет верного ответа.



Вопрос 25 ♣ Пусть X_1, X_2, \dots, X_{33} — выборка из распределения с математическим ожиданием μ и стандартным отклонением σ . Известно, что $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$, $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$. Несмещенная оценка μ принимает значение

☐ A 3.3

☐ C 10

☐ E 0.33

☐ B 3

☒ 1

☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 26 ♣ На основе случайной выборки, содержащей одно наблюдение X_1 , тестируется гипотеза $H_0 : X_1 \sim U[0; 1]$ против альтернативной гипотезы $H_a : X_1 \sim U[0.5; 1.5]$. Рассматривается критерий: если $X_1 > 0.8$, то гипотеза H_0 отвергается в пользу гипотезы H_a . Вероятность ошибки 2-го рода для этого критерия равна:

☐ A 0.4

☐ C 0.5

☒ 0.3

☐ B 0.1

☐ D 0.2

☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 27 ♣ Если X_i независимы, $\mathbb{E}(X_i) = \mu$ и $\text{Var}(X_i) = \sigma^2$, то математическое ожидание величины $Y = \sum_{i=1}^n (X_i - X_1)^2$ равно

☐ A $(n-1)\sigma^2$

☐ C $\hat{\sigma}^2$

☐ E σ^2

☒ $2(n-1)\sigma^2$

☐ D μ

☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 28 Если H_0 верна, то P -значение имеет распределение

☐ A $N(\mu; \sigma^2)$

☐ C $F_{1,1}$

☐ E χ_1^2

☐ B t_1

☐ D $N(0; 1)$

☒ $U[0; 1]$

Вопрос 29 ♣ Пусть X_1, X_2, \dots, X_{11} — выборка из распределения с математическим ожиданием μ и стандартным отклонением σ . Известно, что $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$, $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$. Несмещенная оценка дисперсии принимает значение

☐ A 11/100

☐ C 10

☐ E 1/11

☐ B 100/11

☒ 1/10

☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 30 ♣ Геродот Геликарнасский проверяет гипотезу $H_0 : \mu = 0, \sigma^2 = 1$ с помощью LR статистики теста отношения правдоподобия. При подстановке оценок метода максимального правдоподобия в лог-функцию правдоподобия он получил $\ell = -177$, а при подстановке $\mu = 0$ и $\sigma = 1$ оказалось, что $\ell = -211$. Найдите значение LR статистики и укажите её закон распределения при верной H_0

☐ A $LR = \ln 34, \chi_{n-2}^2$

☐ C $LR = 34, \chi_{n-1}^2$

☐ E $LR = \ln 68, \chi_{n-2}^2$

☐ B $LR = 34, \chi_2^2$

☒ $LR = 68, \chi_2^2$

☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 31 Редкой болезнью болеет 0.01% населения. Существующий тест ошибается в 10% случаев. У первого встречного берут тест. Судя по тесту, человек болен. Какова вероятность того, что он действительно болен?

☐ A больше 0.5

☒ меньше 0.5

☐ C равна 0.5

Вопрос 32 У Пети связка ключей. Один из них подходит к замку. Петя не знает, какой ключ подходит к замку и перебирает их по очереди. У какого ключа выше шансы подойти?

☐ A у первого

☐ B у последнего

☒ одинаковы



Вопрос 33 Если $f(x)$ — функция плотности, то интеграл $\int_{-\infty}^x f(u) du$ равен

☐ A 0.5

☐ C 0

☐ E $\mathbb{E}(X)$

☐ B $\text{Var}(X)$

☒ $F(x)$

☐ F 1

Вопрос 34 ♣ Имеется случайная выборка размера n из нормального распределения. При проверке гипотезы о равенстве математического ожидания заданному значению при неизвестной дисперсии используется статистика, имеющая распределение

☐ A χ_{n-1}^2

☐ C $N(0, 1)$

☐ E χ_n^2

☒ t_{n-1}

☐ D t_n

☐ F Нет верного ответа.



+8/7/5+

Имя, фамилия и номер группы:

.....

Номер в списке (для автоматического распознавания):

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

- Вопрос 1 : ☐ A ☐ B ☒
- Вопрос 2 : ☐ A ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 3 : ☐ A ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 4 : ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 5 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☒ F
- Вопрос 6 : ☐ A ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 7 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F
- Вопрос 8 : ☐ A ☒ C
- Вопрос 9 : ☐ A ☐ B ☒ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 10 : ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 11 : ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 12 : ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 13 : ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 14 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☒ F
- Вопрос 15 : ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 16 : ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 17 : ☒ B ☐ C

- Вопрос 18 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F
- Вопрос 19 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F ☐ G
- Вопрос 20 : ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 21 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 22 : ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 23 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F
- Вопрос 24 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 25 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 26 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F
- Вопрос 27 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 28 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☒ F
- Вопрос 29 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 30 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 31 : ☐ A ☒ B ☐ C
- Вопрос 32 : ☐ A ☐ B ☒ C
- Вопрос 33 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 34 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Учитываются только ответы, перенесённые на этот листок.

**Теория вероятностей и математическая статистика: пересдача/комиссия 10.09.2015**

Можно пользоваться простым калькулятором. В каждом вопросе единственный верный ответ. Ни пуха, ни пера!

Вопрос 1 ♣ Пусть X_1, X_2, \dots, X_{33} — выборка из распределения с математическим ожиданием μ и стандартным отклонением σ . Известно, что $\sum_{i=1}^{33} x_i = 33$, $\sum_{i=1}^{33} x_i^2 = 100$. Несмещенная оценка μ принимает значение

☐ A 3☐ C 0.33☐ E 3.3☒ B 1☐ D 10☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 2 У Пети связка ключей. Один из них подходит к замку. Петя не знает, какой ключ подходит к замку и перебирает их по очереди. У какого ключа выше шансы подойти?

☐ A у первого☐ B у последнего☒ C одинаковы

Вопрос 3 ♣ Пусть $\hat{\sigma}_1^2$ — несмещенная оценка дисперсии, полученная по первой выборке размером n_1 , $\hat{\sigma}_2^2$ — несмещенная оценка дисперсии, полученная по второй выборке, с меньшим размером n_2 . Тогда статистика $\frac{\hat{\sigma}_1^2/n_1}{\hat{\sigma}_2^2/n_2}$ имеет распределение

☐ A $\chi_{n_1+n_2}^2$ ☐ C F_{n_1, n_2} ☐ E $t_{n_1+n_2-1}$ ☐ B F_{n_1-1, n_2-1} ☐ D $N(0; 1)$ ☒ F Нет верного ответа.

Вопрос 4 ♣ Пусть X_1, \dots, X_n — выборка объема n из некоторого распределения с конечным математическим ожиданием. Несмещенной и состоятельной оценкой математического ожидания является

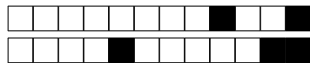
☐ A $\frac{X_1+X_2}{2}$ ☐ C $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2+\dots+X_{n-2}}{n-1} + \frac{X_n}{2n}$ ☐ E $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2+\dots+X_{n-2}}{n-2} + \frac{X_n}{2n}$ ☐ B $\frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$ ☒ F $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2+\dots+X_{n-1}}{n-2} - \frac{X_n}{2n}$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 5 ♣ Размером теста называется

☐ A Вероятность принять неверную гипотезу☐ B Единица минус вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна☐ C Вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна☒ D Вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна☐ E Единица минус вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 6 Функция распределения

☐ A всюду дифференцируема☐ D не имеет горизонтальных асимптот☐ B всегда непрерывна☐ E невозрастающая☐ C может принимать любые положительные значения☒ F ограничена



Вопрос 7 ♣ По случайной выборке из 100 наблюдений было оценено выборочное среднее $\bar{X} = 20$ и несмещенная оценка дисперсии $\hat{\sigma}^2 = 25$. В рамках проверки гипотезы $H_0 : \mu = 15$ против альтернативной гипотезы $H_a : \mu > 15$ можно сделать следующее заключение

- ☐ А Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 5%, но не на уровне значимости 1%
☐ В Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 10%, но не на уровне значимости 5%
☐ С Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 20%, но не на уровне значимости 10%
☒ D Гипотеза H_0 отвергается на любом разумном уровне значимости
☐ E Гипотеза H_0 не отвергается на любом разумном уровне значимости
☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 8 Если $f(x)$ — функция плотности, то интеграл $\int_{-\infty}^x f(u) du$ равен

- ☐ А 0 ☐ C $\text{Var}(X)$ ☐ E 1
☐ B 0.5 ☒ D $F(x)$ ☐ F $\mathbb{E}(X)$

Вопрос 9 ♣ Геродот Геликарнасский проверяет гипотезу $H_0 : \mu = 0, \sigma^2 = 1$ с помощью LR статистики теста отношения правдоподобия. При подстановке оценок метода максимального правдоподобия в лог-функцию правдоподобия он получил $\ell = -177$, а при подстановке $\mu = 0$ и $\sigma = 1$ оказалось, что $\ell = -211$. Найдите значение LR статистики и укажите её закон распределения при верной H_0

- ☐ А $LR = 34, \chi^2_2$ ☐ C $LR = \ln 34, \chi^2_{n-2}$ ☐ E $LR = \ln 68, \chi^2_{n-2}$
☐ B $LR = 34, \chi^2_{n-1}$ ☒ D $LR = 68, \chi^2_2$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 10 ♣ Если Р-значение (P-value) меньше уровня значимости α , то гипотеза $H_0 : \sigma = 1$

- ☐ А Отвергается, только если $H_a : \sigma \neq 1$ ☒ D Отвергается
☐ B Отвергается, только если $H_a : \sigma < 1$ ☐ E Отвергается, только если $H_a : \sigma > 1$
☐ C Не отвергается ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 11 ♣ Пусть X_1, X_2, \dots, X_n — случайная выборка размера 36 из нормального распределения $N(\mu, 9)$. Для тестирования основной гипотезы $H_0 : \mu = 0$ против альтернативной $H_a : \mu = -2$ вы используете критерий: если $\bar{X} \geq -1$, то вы не отвергаете гипотезу H_0 , в противном случае вы отвергаете гипотезу H_0 в пользу гипотезы H_a . Мощность критерия равна

- ☒ A 0.98 ☐ C 0.78 ☐ E 0.87
☐ B 0.58 ☐ D 0.85 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 12 ♣ Все условия регулярности для применения метода максимального правдоподобия выполнены. Вторая производная лог-функции правдоподобия равна $\ell''(\theta) = -100$. Стандартная ошибка несмещенной эффективной оценки для параметра θ равна

- ☐ А 0.01 ☐ C 10 ☒ D 0.1
☐ B 100 ☐ D 1 ☐ F Нет верного ответа.



Вопрос 13 ♣ Производитель мороженого попросил оценить по 10-бальной шкале два вида мороженого: с кусочками шоколада и с орешками. Было опрошено 5 человек.

	Евламий	Аристарх	Капитолина	Аграфена	Эвридика
С крошкой	10	6	7	5	4
С орехами	9	8	8	7	6

Вычислите модуль значения статистики теста знаков. Используя нормальную аппроксимацию, проверьте на уровне значимости 0.2 гипотезу об отсутствии предпочтения мороженого с орешками против альтернативы, что мороженое с орешками вкуснее.

- ☐ A 1.29, H_0 отвергается ☒ 1.34, H_0 отвергается ☐ G Нет верного ответа.
☐ B 1.96, H_0 отвергается ☐ E 1.65, H_0 отвергается
☐ C 1.34, H_0 не отвергается ☐ F 1.29, H_0 не отвергается

Вопрос 14 ♣ Ковариационная матрица вектора $X = (X_1, X_2)$ имеет вид $\begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$. Дисперсия разности случайных величин, $\text{Var}(X_1 - 2X_2)$, равняется

- ☒ 30 ☐ C 21 ☐ E 15
☐ B 1.2 ☐ D 12 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 15 ♣ У пяти случайно выбранных студентов первого потока результаты за контрольную по статистике оказались равны 82, 47, 20, 43 и 73. У четырёх случайно выбранных студентов второго потока — 68, 83, 60 и 52. Вычислите статистику Вилкоксона и проверьте гипотезу H_0 об однородности результатов студентов двух потоков. Критические значения статистики Вилкоксона равны $T_L = 12$ и $T_R = 28$.

- ☐ A 53, H_0 отвергается ☐ C 20, H_0 не отвергается ☐ E 12.75, H_0 не отвергается
☒ 24, H_0 не отвергается ☐ D 65.75, H_0 отвергается ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 16 ♣ Каждое утро в 8:00 Иван Андреевич Крылов, либо завтракает, либо уже позавтракал. В это же время кухарка либо заглядывает к Крылову, либо нет. По таблице сопряженности вычислите статистику χ^2 Пирсона для тестирования гипотезы о том, что визиты кухарки не зависят от того, позавтракал ли уже Крылов или нет.

Время 8:00	кухарка заходит	кухарка не заходит
Крылов завтракает	200	40
Крылов уже позавтракал	25	100

- ☐ A 179 ☐ C 79 ☐ E 100
☒ 139 ☐ D 39 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 17 ♣ Величины Z_1, Z_2, \dots, Z_n независимы и нормальны $N(0, 1)$. Случайная величина $\frac{Z_1^2 + Z_2^2}{Z_3^2 + Z_7^2}$ имеет распределение

- ☐ A $F_{2,7}$ ☒ $F_{2,2}$ ☐ E $F_{1,2}$
☐ B $F_{1,7}$ ☐ D $F_{7,2}$ ☐ F Нет верного ответа.



Вопрос 18 ♣ Датчик случайных чисел выдал следующие значения псевдо случайной величины: 0.78, 0.48. Вычислите значение критерия Колмогорова и проверьте гипотезу H_0 о соответствии распределения равномерному на $[0; 1]$. Критическое значение статистики Колмогорова для уровня значимости 0.1 и двух наблюдений равно 0.776.

- | | | |
|--|--|---|
| <input type="checkbox"/> A 0.78, H_0 отвергается | <input type="checkbox"/> C 1.26, H_0 отвергается | <input type="checkbox"/> E 0.37, H_0 не отвергается |
| <input checked="" type="checkbox"/> 0.48, H_0 не отвергается | <input type="checkbox"/> D 0.3, H_0 не отвергается | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

Вопрос 19 Если H_0 верна, то P -значение имеет распределение

- | | | |
|---|---|--------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> A $N(\mu; \sigma^2)$ | <input checked="" type="checkbox"/> $U[0; 1]$ | <input type="checkbox"/> E $F_{1,1}$ |
| <input type="checkbox"/> B $N(0; 1)$ | <input type="checkbox"/> D χ^2_1 | <input type="checkbox"/> F t_1 |

Вопрос 20 Редкой болезнью болеет 0.01% населения. Существующий тест ошибается в 10% случаев. У первого встречного берут тест. Судя по тесту, человек болен. Какова вероятность того, что он действительно болен?

- | | | |
|--------------------------------------|--|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> A равна 0.5 | <input checked="" type="checkbox"/> меньше 0.5 | <input type="checkbox"/> C больше 0.5 |
|--------------------------------------|--|---------------------------------------|

Вопрос 21 Обычную рублевую монетку подбрасывают четыре раза. Первые три раза она выпала орлом. Вероятность того, что она выпадет орлом в четвертый раз:

- | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> A больше 0.5 | <input type="checkbox"/> B меньше 0.5 | <input checked="" type="checkbox"/> равна 0.5 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---|

Вопрос 22 ♣ Николай Коперник подбросил бутерброд 200 раз. Бутерброд упал маслом вниз 95 раз, а маслом вверх — 105 раз. Значение критерия χ^2 Пирсона для проверки гипотезы о равной вероятности данных событий равно

- | | | |
|---------------------------------|---|--|
| <input type="checkbox"/> A 7.5 | <input checked="" type="checkbox"/> 0.5 | <input type="checkbox"/> E 0.25 |
| <input type="checkbox"/> B 0.75 | <input type="checkbox"/> D 2.5 | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

Вопрос 23 ♣ Имеется случайная выборка размера n из нормального распределения. При проверке гипотезы о равенстве математического ожидания заданному значению при неизвестной дисперсии используется статистика, имеющая распределение

- | | | |
|--------------------------------------|---|--|
| <input type="checkbox"/> A t_n | <input type="checkbox"/> C χ^2_n | <input checked="" type="checkbox"/> t_{n-1} |
| <input type="checkbox"/> B $N(0, 1)$ | <input type="checkbox"/> D χ^2_{n-1} | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

Вопрос 24 ♣ Величины Z_1, Z_2, \dots, Z_n независимы и нормальны $N(0, 1)$. Случайная величина $Z_1^2/2 + Z_4^2/2 - Z_1 Z_4$ имеет распределение

- | | | |
|---------------------------------------|--|--|
| <input type="checkbox"/> A χ^2_2 | <input type="checkbox"/> C χ^2_3 | <input type="checkbox"/> E χ^2_4 |
| <input type="checkbox"/> B t_2 | <input checked="" type="checkbox"/> χ^2_1 | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

Вопрос 25 ♣ Пусть X_1, X_2, \dots, X_{11} — выборка из распределения с математическим ожиданием μ и стандартным отклонением σ . Известно, что $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$, $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$. Несмещенная оценка дисперсии принимает значение

- | | | |
|---------------------------------|--|--|
| <input type="checkbox"/> A 10 | <input type="checkbox"/> C 11/100 | <input type="checkbox"/> E 100/11 |
| <input type="checkbox"/> B 1/11 | <input checked="" type="checkbox"/> 1/10 | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |



Вопрос 26 Вероятность рождения мальчика примерно равна 0.5. На протяжении длительного времени в маленьком городе и большом городе считали дни, когда рождается больше 65% мальчиков. Таких дней окажется больше

- ☐ A примерно одинаково ☒ B в маленьком городе ☐ C в большом городе

Вопрос 27 ♣ Величины Z_1, Z_2, \dots, Z_n независимы и нормальны $N(0, 1)$. Случайная величина $\frac{Z_1\sqrt{n+3}}{\sqrt{\sum_{i=4}^n Z_i^2}}$ имеет распределение

- ☐ A t_{n-3} ☐ C t_{n-1} ☐ E $N(0, 1)$
☐ B $F_{1,n-2}$ ☐ D χ^2_{n-4} ☒ F Нет верного ответа.

Вопрос 28 ♣ Бессмертный гений поэзии Ли Бо оценивает математическое ожидание по выборке размера n из нормального распределения. Он построил оценку метода моментов, $\hat{\mu}_{MM}$, и оценку максимального правдоподобия, $\hat{\mu}_{ML}$. Про эти оценки можно утверждать, что

- ☐ A $\hat{\mu}_{MM} > \hat{\mu}_{ML}$ ☐ D они не равны, и не сближаются при $n \rightarrow \infty$
☒ B они равны ☐ E $\hat{\mu}_{MM} < \hat{\mu}_{ML}$
☐ C они не равны, но сближаются при $n \rightarrow \infty$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 29 ♣ Проверяя гипотезу о равенстве дисперсий в двух выборках (размером в 3 и 5 наблюдений), Анаксимандр Милетский получил значение тестовой статистики 10. Если оценка дисперсии по одной из выборок равна 8, то другая оценка дисперсии может быть равна

- ☒ A 80 ☐ C 4 ☐ E 4/3
☐ B 25 ☐ D 3/4 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 30 ♣ Если X_i независимы, $\mathbb{E}(X_i) = \mu$ и $\text{Var}(X_i) = \sigma^2$, то математическое ожидание величины $Y = \sum_{i=1}^n (X_i - X_1)^2$ равно

- ☐ A μ ☐ C σ^2 ☐ E $\hat{\sigma}^2$
☐ B $(n-1)\sigma^2$ ☒ D $2(n-1)\sigma^2$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 31 ♣ На основе случайной выборки, содержащей одно наблюдение X_1 , тестируется гипотеза $H_0 : X_1 \sim U[0; 1]$ против альтернативной гипотезы $H_a : X_1 \sim U[0.5; 1.5]$. Рассматривается критерий: если $X_1 > 0.8$, то гипотеза H_0 отвергается в пользу гипотезы H_a . Вероятность ошибки 2-го рода для этого критерия равна:

- ☐ A 0.2 ☐ C 0.1 ☐ E 0.4
☒ B 0.3 ☐ D 0.5 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 32 Два обычных игральных кубика подбрасываются одновременно. Больше шансы выпасть у комбинации:

- ☐ A две шестерки ☒ B одна шестерка, одна пятерка ☐ C одинаковые шансы



Вопрос 33 ♣ Зулус Чака каСензангакона проверяет гипотезу о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках небольших размеров n_1 и n_2 . Если дисперсии неизвестны, но равны, то тестовая статистика имеет распределение

☒ $t_{n_1+n_2-2}$

☐ $t_{n_1+n_2}$

☐ $t_{n_1+n_2-1}$

☐ $\chi^2_{n_1+n_2-1}$

☐ F_{n_1, n_2}

☐ Нет верного ответа.

Вопрос 34 ♣ Среди 100 случайно выбранных ацтеков 20 платят дань Кулуакану, а 80 — Аскапоцалько. Соответственно, оценка доли ацтеков, платящих дань Кулуакану, равна $\hat{p} = 0.2$. Разумная оценка дисперсии случайной величины \hat{p} равна

☐ 1.6

☒ 0.0016

☐ 0.04

☐ 0.16

☐ 0.4

☐ Нет верного ответа.



Имя, фамилия и номер группы:

.....

Номер в списке (для автоматического распознавания):

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Вопрос 1 :

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 2 :

A	B	
---	---	--

Вопрос 3 :

A	B	C	D	E	
---	---	---	---	---	--

Вопрос 4 :

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 5 :

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 6 :

A	B	C	D	E	
---	---	---	---	---	--

Вопрос 7 :

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 8 :

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 9 :

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 10 :

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 11 :

	B	C	D	E	F
--	---	---	---	---	---

Вопрос 12 :

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 13 :

A	B	C		E	F	G
---	---	---	--	---	---	---

Вопрос 14 :

	B	C	D	E	F
--	---	---	---	---	---

Вопрос 15 :

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 16 :

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 17 :

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 18 :

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 19 :

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 20 :

A		C
---	--	---

Вопрос 21 :

A	B	
---	---	--

Вопрос 22 :

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Вопрос 23 :

A	B	C	D		F
---	---	---	---	--	---

Вопрос 24 :

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 25 :

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 26 :

A		C
---	--	---

Вопрос 27 :

A	B	C	D	E	
---	---	---	---	---	--

Вопрос 28 :

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 29 :

	B	C	D	E	F
--	---	---	---	---	---

Вопрос 30 :

A	B	C		E	F
---	---	---	--	---	---

Вопрос 31 :

A		C	D	E	F
---	--	---	---	---	---

Вопрос 32 :

A		C
---	--	---

Вопрос 33 :

	B	C	D	E	F
--	---	---	---	---	---

Вопрос 34 :

A	B		D	E	F
---	---	--	---	---	---

Учитываются только ответы, перенесённые на этот листок.

**Теория вероятностей и математическая статистика: пересдача/комиссия 10.09.2015**

Можно пользоваться простым калькулятором. В каждом вопросе единственный верный ответ. Ни пуха, ни пера!

Вопрос 1 ♣ Геродот Геликарнасский проверяет гипотезу $H_0: \mu = 0, \sigma^2 = 1$ с помощью LR статистики теста отношения правдоподобия. При подстановке оценок метода максимального правдоподобия в лог-функцию правдоподобия он получил $\ell = -177$, а при подстановке $\mu = 0$ и $\sigma = 1$ оказалось, что $\ell = -211$. Найдите значение LR статистики и укажите её закон распределения при верной H_0

☐ A $LR = 34, \chi^2_2$

☐ C $LR = \ln 68, \chi^2_{n-2}$

☒ $LR = 68, \chi^2_2$

☐ B $LR = 34, \chi^2_{n-1}$

☐ D $LR = \ln 34, \chi^2_{n-2}$

☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 2 ♣ Производитель мороженого попросил оценить по 10-бальной шкале два вида мороженого: с кусочками шоколада и с орешками. Было опрошено 5 человек.

	Евламий	Аристарх	Капитолина	Аграфена	Эвридика
С крошкой	10	6	7	5	4
С орехами	9	8	8	7	6

Вычислите модуль значения статистики теста знаков. Используя нормальную аппроксимацию, проверьте на уровне значимости 0.2 гипотезу об отсутствии предпочтения мороженого с орешками против альтернативы, что мороженое с орешками вкуснее.

☐ A 1.29, H_0 отвергается

☐ D 1.65, H_0 отвергается

☐ G Нет верного ответа.

☒ $1.34, H_0$ отвергается

☐ E 1.96, H_0 отвергается

☐ C 1.29, H_0 не отвергается

☐ F 1.34, H_0 не отвергается

Вопрос 3 Если H_0 верна, то P -значение имеет распределение

☐ A χ^2_1

☒ $U[0; 1]$

☐ E $N(0; 1)$

☐ B t_1

☐ D $F_{1,1}$

☐ F $N(\mu; \sigma^2)$

Вопрос 4 ♣ Если X_i независимы, $\mathbb{E}(X_i) = \mu$ и $\text{Var}(X_i) = \sigma^2$, то математическое ожидание величины $Y = \sum_{i=1}^n (X_i - X_1)^2$ равно

☐ A $\hat{\sigma}^2$

☒ $2(n-1)\sigma^2$

☐ E σ^2

☐ B μ

☐ D $(n-1)\sigma^2$

☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 5 ♣ У пяти случайно выбранных студентов первого потока результаты за контрольную по статистике оказались равны 82, 47, 20, 43 и 73. У четырёх случайно выбранных студентов второго потока — 68, 83, 60 и 52. Вычислите статистику Вилкоксона и проверьте гипотезу H_0 об однородности результатов студентов двух потоков. Критические значения статистики Вилкоксона равны $T_L = 12$ и $T_R = 28$.

☐ A 53, H_0 отвергается

☐ C 20, H_0 не отвергается

☐ E 65.75, H_0 отвергается

☐ B 12.75, H_0 не отвергается

☒ $24, H_0$ не отвергается

☐ F Нет верного ответа.



Вопрос 6 ♣ Проверая гипотезу о равенстве дисперсий в двух выборках (размером в 3 и 5 наблюдений), Анаксимандр Милетский получил значение тестовой статистики 10. Если оценка дисперсии по одной из выборок равна 8, то другая оценка дисперсии может быть равна

- | | | |
|--|------------------------------|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> 80 | <input type="checkbox"/> 3/4 | <input type="checkbox"/> 25 |
| <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 4/3 | <input type="checkbox"/> Нет верного ответа. |

Вопрос 7 ♣ Датчик случайных чисел выдал следующие значения псевдо случайной величины: 0.78, 0.48. Вычислите значение критерия Колмогорова и проверьте гипотезу H_0 о соответствии распределения равномерному на $[0; 1]$. Критическое значение статистики Колмогорова для уровня значимости 0.1 и двух наблюдений равно 0.776.

- | | | |
|--|--|--|
| <input type="checkbox"/> 0.78, H_0 отвергается | <input checked="" type="checkbox"/> 0.48, H_0 не отвергается | <input type="checkbox"/> 0.3, H_0 не отвергается |
| <input type="checkbox"/> 1.26, H_0 отвергается | <input type="checkbox"/> 0.37, H_0 не отвергается | <input type="checkbox"/> Нет верного ответа. |

Вопрос 8 ♣ Величины Z_1, Z_2, \dots, Z_n независимы и нормальны $N(0, 1)$. Случайная величина $Z_1^2/2 + Z_2^2/2 - Z_1 Z_4$ имеет распределение

- | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> χ_2^2 | <input type="checkbox"/> χ_3^2 | <input checked="" type="checkbox"/> χ_1^2 |
| <input type="checkbox"/> χ_4^2 | <input type="checkbox"/> t_2 | <input type="checkbox"/> Нет верного ответа. |

Вопрос 9 ♣ Все условия регулярности для применения метода максимального правдоподобия выполнены. Вторая производная лог-функции правдоподобия равна $\ell''(\theta) = -100$. Стандартная ошибка несмещенной эффективной оценки для параметра θ равна

- | | | |
|---|-------------------------------|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> 0.1 | <input type="checkbox"/> 0.01 | <input type="checkbox"/> 100 |
| <input type="checkbox"/> 10 | <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> Нет верного ответа. |

Вопрос 10 ♣ Зулус Чака как Сензангакона проверяет гипотезу о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках небольших размеров n_1 и n_2 . Если дисперсии неизвестны, но равны, то тестовая статистика имеет распределение

- | | | |
|--|---|---|
| <input type="checkbox"/> $t_{n_1+n_2-1}$ | <input checked="" type="checkbox"/> $t_{n_1+n_2-2}$ | <input type="checkbox"/> $\chi_{n_1+n_2-1}^2$ |
| <input type="checkbox"/> F_{n_1, n_2} | <input type="checkbox"/> $t_{n_1+n_2}$ | <input type="checkbox"/> Нет верного ответа. |

Вопрос 11 ♣ Пусть X_1, X_2, \dots, X_{33} — выборка из распределения с математическим ожиданием μ и стандартным отклонением σ . Известно, что $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$, $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$. Несмещенная оценка μ принимает значение

- | | | |
|-------------------------------|---------------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 3.3 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 10 |
| <input type="checkbox"/> 0.33 | <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> Нет верного ответа. |

Вопрос 12 ♣ Величины Z_1, Z_2, \dots, Z_n независимы и нормальны $N(0, 1)$. Случайная величина $\frac{Z_1 \sqrt{n+3}}{\sqrt{\sum_{i=4}^n Z_i^2}}$ имеет распределение

- | | | |
|---------------------------------------|------------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> $F_{1, n-2}$ | <input type="checkbox"/> t_{n-3} | <input type="checkbox"/> χ_{n-4}^2 |
| <input type="checkbox"/> $N(0, 1)$ | <input type="checkbox"/> t_{n-1} | <input checked="" type="checkbox"/> Нет верного ответа. |



Вопрос 13 ♣ Бессмертный гений поэзии Ли Бо оценивает математическое ожидание по выборке размера n из нормального распределения. Он построил оценку метода моментов, $\hat{\mu}_{MM}$, и оценку максимального правдоподобия, $\hat{\mu}_{ML}$. Про эти оценки можно утверждать, что

☐ $\hat{\mu}_{MM} > \hat{\mu}_{ML}$

☐ они не равны, и не сближаются при $n \rightarrow \infty$

☐ они не равны, но сближаются при $n \rightarrow \infty$

☐ $\hat{\mu}_{MM} < \hat{\mu}_{ML}$

☒ они равны

☐ Нет верного ответа.

Вопрос 14 ♣ Пусть X_1, \dots, X_n — выборка объема n из некоторого распределения с конечным математическим ожиданием. Несмещенной и состоятельной оценкой математического ожидания является

☒ $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-1}}{n-2} - \frac{X_n}{2n}$

☐ $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-2}}{n-2} + \frac{X_n}{2n}$

☐ $\frac{X_1 + X_2}{2}$

☐ $\frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$

☐ $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-2}}{n-1} + \frac{X_n}{2n}$

☐ Нет верного ответа.

Вопрос 15 ♣ Пусть X_1, X_2, \dots, X_{11} — выборка из распределения с математическим ожиданием μ и стандартным отклонением σ . Известно, что $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$, $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$. Несмещенная оценка дисперсии принимает значение

☐ 10

☒ 1/10

☐ 11/100

☐ 1/11

☐ 100/11

☐ Нет верного ответа.

Вопрос 16 ♣ Пусть $\hat{\sigma}_1^2$ — несмещенная оценка дисперсии, полученная по первой выборке размером n_1 , $\hat{\sigma}_2^2$ — несмещенная оценка дисперсии, полученная по второй выборке, с меньшим размером n_2 . Тогда статистика $\frac{\hat{\sigma}_1^2/n_1}{\hat{\sigma}_2^2/n_2}$ имеет распределение

☐ F_{n_1-1, n_2-1}

☐ F_{n_1, n_2}

☐ $N(0; 1)$

☐ $t_{n_1+n_2-1}$

☐ $\chi_{n_1+n_2}^2$

☒ Нет верного ответа.

Вопрос 17 Вероятность рождения мальчика примерно равна 0.5. На протяжении длительного времени в маленьком городе и большом городе считали дни, когда рождается больше 65% мальчиков. Таких дней окажется больше

☐ примерно одинаково

☐ в большом городе

☒ в маленьком городе

Вопрос 18 ♣ Каждое утро в 8:00 Иван Андреевич Крылов, либо завтракает, либо уже позавтракал. В это же время кухарка либо заглядывает к Крылову, либо нет. По таблице сопряженности вычислите статистику χ^2 Пирсона для тестирования гипотезы о том, что визиты кухарки не зависят от того, позавтракал ли уже Крылов или нет.

Время 8:00	кухарка заходит	кухарка не заходит
Крылов завтракает	200	40
Крылов уже позавтракал	25	100

☒ 139

☐ 100

☐ 179

☐ 79

☐ 39

☐ Нет верного ответа.



Вопрос 19 ♣ Размером теста называется

- ☐ А Единица минус вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна
☒ В Вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна
☐ С Вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна
☐ D Вероятность принять неверную гипотезу
☐ E Единица минус вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна
☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 20 ♣ Ковариационная матрица вектора $X = (X_1, X_2)$ имеет вид $\begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$. Дисперсия разности случайных величин, $\text{Var}(X_1 - 2X_2)$, равняется

- ☐ А 1.2 ☐ C 12 ☐ E 21
☒ B 30 ☐ D 15 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 21 ♣ По случайной выборке из 100 наблюдений было оценено выборочное среднее $\bar{X} = 20$ и несмещенная оценка дисперсии $\hat{\sigma}^2 = 25$. В рамках проверки гипотезы $H_0 : \mu = 15$ против альтернативной гипотезы $H_a : \mu > 15$ можно сделать следующее заключение

- ☒ A Гипотеза H_0 отвергается на любом разумном уровне значимости
☐ B Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 5%, но не на уровне значимости 1%
☐ C Гипотеза H_0 не отвергается на любом разумном уровне значимости
☐ D Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 20%, но не на уровне значимости 10%
☐ E Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 10%, но не на уровне значимости 5%
☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 22 Если $f(x)$ — функция плотности, то интеграл $\int_{-\infty}^x f(u) du$ равен

- ☐ А 0.5 ☐ C 0 ☐ E 1
☒ B $F(x)$ ☐ D $\mathbb{E}(X)$ ☐ F $\text{Var}(X)$

Вопрос 23 ♣ Величины Z_1, Z_2, \dots, Z_n независимы и нормальны $N(0, 1)$. Случайная величина $\frac{Z_1^2 + Z_2^2}{Z_3^2 + Z_4^2 + Z_5^2 + Z_6^2 + Z_7^2}$ имеет распределение

- ☒ A $F_{2,2}$ ☐ C $F_{1,2}$ ☐ E $F_{2,7}$
☐ B $F_{1,7}$ ☐ D $F_{7,2}$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 24 Редкой болезнью болеет 0.01% населения. Существующий тест ошибается в 10% случаев. У первого встречного берут тест. Судя по тесту, человек болен. Какова вероятность того, что он действительно болен?

- ☐ А равна 0.5 ☐ B больше 0.5 ☒ C меньше 0.5

Вопрос 25 Обычную рублевую монетку подбрасывают четыре раза. Первые три раза она выпала орлом. Вероятность того, что она выпадет орлом в четвертый раз:

- ☐ А больше 0.5 ☒ B равна 0.5 ☐ C меньше 0.5



Вопрос 26 У Пети связка ключей. Один из них подходит к замку. Петя не знает, какой ключ подходит к замку и перебирает их по очереди. У какого ключа выше шансы подойти?

- ☐ А у первого ☐ В у последнего ☒ одинаковы

Вопрос 27 ♣ На основе случайной выборки, содержащей одно наблюдение X_1 , тестируется гипотеза $H_0 : X_1 \sim U[0; 1]$ против альтернативной гипотезы $H_a : X_1 \sim U[0.5; 1.5]$. Рассматривается критерий: если $X_1 > 0.8$, то гипотеза H_0 отвергается в пользу гипотезы H_a . Вероятность ошибки 2-го рода для этого критерия равна:

- ☐ А 0.1 ☒ 0.3 ☐ Е 0.4
☐ В 0.5 ☐ D 0.2 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 28 Два обычных игральных кубика подбрасываются одновременно. Больше шансов выпасть у комбинации:

- ☐ А две шестерки ☒ одна шестерка, одна пятерка ☐ С одинаковые шансы

Вопрос 29 ♣ Николай Коперник подбросил бутерброд 200 раз. Бутерброд упал маслом вниз 95 раз, а маслом вверх — 105 раз. Значение критерия χ^2 Пирсона для проверки гипотезы о равной вероятности данных событий равно

- ☒ 0.5 ☐ С 0.75 ☐ Е 2.5
☐ В 7.5 ☐ D 0.25 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 30 Функция распределения

- ☐ А всегда непрерывна ☐ D может принимать любые положительные значения
☐ В невозрастающая ☐ Е всюду дифференцируема
☐ С не имеет горизонтальных асимптот ☒ ограничена

Вопрос 31 ♣ Если Р-значение (P-value) меньше уровня значимости α , то гипотеза $H_0 : \sigma = 1$

- ☐ А Отвергается, только если $H_a : \sigma < 1$ ☐ D Отвергается, только если $H_a : \sigma \neq 1$
☒ Отвергается ☐ Е Не отвергается
☐ С Отвергается, только если $H_a : \sigma > 1$ ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 32 ♣ Пусть X_1, X_2, \dots, X_n — случайная выборка размера 36 из нормального распределения $N(\mu, 9)$. Для тестирования основной гипотезы $H_0 : \mu = 0$ против альтернативной $H_a : \mu = -2$ вы используете критерий: если $\bar{X} \geq -1$, то вы не отвергаете гипотезу H_0 , в противном случае вы отвергаете гипотезу H_0 в пользу гипотезы H_a . Мощность критерия равна

- ☐ А 0.78 ☐ С 0.87 ☐ Е 0.58
☒ 0.98 ☐ D 0.85 ☐ F Нет верного ответа.



Вопрос 33 ♣ Среди 100 случайно выбранных ацтеков 20 платят дань Кулуакану, а 80 — Аскапоцалько. Соответственно, оценка доли ацтеков, платящих дань Кулуакану, равна $\hat{p} = 0.2$. Разумная оценка дисперсии случайной величины \hat{p} равна

☒ 0.0016

☐ 0.4

☐ 0.16

☐ 0.04

☐ 1.6

☐ Нет верного ответа.

Вопрос 34 ♣ Имеется случайная выборка размера n из нормального распределения. При проверке гипотезы о равенстве математического ожидания заданному значению при неизвестной дисперсии используется статистика, имеющая распределение

☐ χ_n^2

☐ $N(0, 1)$

☒ t_{n-1}

☐ χ_{n-1}^2

☐ t_n

☐ Нет верного ответа.



Имя, фамилия и номер группы:

.....

Номер в списке (для автоматического распознавания):

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

- Вопрос 1 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F
- Вопрос 2 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F ☐ G
- Вопрос 3 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 4 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 5 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 6 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 7 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 8 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F
- Вопрос 9 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 10 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 11 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 12 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☒ F
- Вопрос 13 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 14 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 15 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 16 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☒ F
- Вопрос 17 : ☐ A ☐ B ☒ C

- Вопрос 18 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 19 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 20 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 21 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 22 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 23 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 24 : ☐ A ☐ B ☒ C
- Вопрос 25 : ☐ A ☒ B ☐ C
- Вопрос 26 : ☐ A ☐ B ☒ C
- Вопрос 27 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 28 : ☐ A ☒ B ☐ C
- Вопрос 29 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 30 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☒ F
- Вопрос 31 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 32 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 33 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F
- Вопрос 34 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Учитываются только ответы, перенесённые на этот листок.