

Имя, фамилия и номер группы:

.....

Можно пользоваться простым калькулятором. В каждом вопросе единственный верный ответ.

Ни пуха, ни пера!

**Вопрос 1 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка из равномерного на  $(0, 2\theta)$  распределения. Оценка  $\hat{\theta} = X_1$ 

- ☐ А Состоятельная
 ☒ Б Несмещённая  
☐ В Асимптотически нормальная
 ☐ Г Эффективная  
☐ Д Нелинейная
 ☐ Е Нет верного ответа.

**Вопрос 2 ♣** При проверке гипотезы о равенстве долей используется следующее распределение

- ☒ А  $N(0; 1)$ 
☐ Б  $F_{m-1, n-1}$ 
☐ В  $t_{m+n-1}$   
☐ Г  $F_{m, n}$ 
☐ Д  $t_{m+n-2}$ 
☐ Е Нет верного ответа.

**Вопрос 3 ♣** Производитель фломастеров попросил трёх человек оценить два вида фломастеров: «Лесенка» и «Erich Krause» по 10-балльной шкале:

	Пафнутий	Андрей	Карл
Лесенка	9	7	6
Erich Krause	8	9	7

Точное  $P$ -значение ( $P$ -value) статистики теста знаков равно

- ☒ А  $3/8$ 
☐ Б  $1/8$ 
☐ В  $1/3$ 
☐ Г  $1/2$ 
☐ Д  $2/3$ 
☐ Е Нет верного ответа.

**Вопрос 4 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка из равномерного на  $(0, \theta)$  распределения. При каком значении константы  $c$  оценка  $\hat{\theta} = c\bar{X}$  является несмещённой?

- ☐ А  $\frac{1}{n}$ 
☒ Б  $2$ 
☐ В  $n$ 
☐ Г  $\frac{1}{2}$ 
☐ Д  $1$ 
☐ Е Нет верного ответа.

**Вопрос 5 ♣** Величины  $X_1, \dots, X_n$  — выборка из нормального распределения. Статистика  $U = \frac{5 - \bar{X}}{5/\sqrt{n}}$  применима для проверки

- ☐ А гипотезы  $H_0 : \mu = 5$  при известной дисперсии, равной 25, только при больших  $n$   
☐ Б гипотезы  $H_0 : \sigma = 5$   
☒ В гипотезы  $H_0 : \mu = 5$  при известной дисперсии, равной 25, при любых  $n$   
☐ Г гипотезы  $H_0 : \mu = 5$  при известной дисперсии, равной 5, при больших  $n$   
☐ Д гипотезы  $H_0 : \mu = 5$  при известной дисперсии, равной 5, при любых  $n$   
☐ Е Нет верного ответа.

**Вопрос 6 ♣** Случайные величины  $X$  и  $Y$  распределены нормально. Для тестирования гипотезы о равенстве дисперсий выбирается  $m$  наблюдений случайной величины  $X$  и  $n$  наблюдений случайной величины  $Y$ . Какое распределение может иметь статистика, используемая в данном случае?

- ☒ А  $F_{m-1, n-1}$ 
☐ Б  $F_{m, n}$ 
☐ В  $F_{m+1, n+1}$   
☐ Г  $t_{m+n-1}$ 
☐ Д  $t_{m+n-2}$ 
☐ Е Нет верного ответа.

**Вопрос 7 ♣** По случайной выборке из 200 наблюдений было оценено выборочное среднее  $\bar{X} = 25$  и несмещённая оценка дисперсии  $\hat{\sigma}^2 = 25$ . В рамках проверки гипотезы  $H_0 : \mu = 20$  против  $H_a : \mu > 20$  можно сделать вывод, что гипотеза  $H_0$

- ☐ А Гипотезу невозможно проверить  
☐ В не отвергается при любом разумном значении  $\alpha$   
☐ С отвергается при  $\alpha = 0.01$ , не отвергается при  $\alpha = 0.05$   
☐ D отвергается при  $\alpha = 0.05$ , не отвергается при  $\alpha = 0.01$   
☒ отвергается при любом разумном значении  $\alpha$   
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 8 ♣** Требуется проверить гипотезу о равенстве дисперсий по двум нормальным выборкам размером 20 и 16 наблюдений. Несмещённая оценка дисперсии по первой выборке составила 60, по второй — 90. Тестовая статистика может быть равна

- ☐ А 2 ☐ С 4 ☐ Е 1  
☒ 1.5 ☐ D 1.224 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 9 ♣** По выборке  $X_1, \dots, X_n$  из нормального распределения строятся по стандартным формулам доверительные интервалы для математического ожидания. Получен интервал  $(a_1, a_2)$  при известной дисперсии и интервал  $(b_1, b_2)$  при неизвестной дисперсии. Всегда справедливы следующие соотношения:

- ☐ А  $a_1 > 0, b_1 > 0, a_2 > 0, b_2 > 0$  ☐ D  $a_1 < 0, b_1 < 0, a_2 > 0, b_2 > 0$   
☐ В  $a_2 - a_1 < b_2 - b_1$  ☒  $|a_1 - b_1| = |a_2 - b_2|$   
☐ С  $a_2 - a_1 > b_2 - b_1$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 10 ♣** Если величина  $\hat{\theta}$  имеет нормальное распределение  $\mathcal{N}(2; 0.01^2)$ , то, согласно дельта-методу,  $\hat{\theta}^2$  имеет примерно нормальное распределение

- ☐ А  $\mathcal{N}(2; 4 \cdot 0.01^2)$  ☐ С  $\mathcal{N}(4; 4 \cdot 0.01^2)$  ☒  $\mathcal{N}(4; 16 \cdot 0.01^2)$   
☐ В  $\mathcal{N}(4; 2 \cdot 0.01^2)$  ☐ D  $\mathcal{N}(4; 8 \cdot 0.01^2)$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 11 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка из экспоненциального распределения с плотностью

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} \exp(-\frac{x}{\theta}) & \text{при } x \geq 0, \\ 0 & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

Информация Фишера  $I_n(p)$  равна:

- ☐ А  $n\theta^2$  ☐ С  $\frac{\theta^2}{n}$  ☐ Е  $\frac{\theta}{n}$   
☒  $\frac{n}{\theta^2}$  ☐ D  $\frac{n}{\theta}$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 12 ♣** Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение про эмпирическую функцию распределения  $F_n(x)$

- ☒  $F_n(x)$  является невозрастающей функцией  
☐ В  $F_n(x)$  имеет разрыв в каждой точке вариационного ряда  
☐ С  $\text{Var}(F_n(x)) = F(x)(1 - F(x))$   
☐ D  $F_n(x)$  асимптотически нормальна  
☐ Е  $E(F_n(x)) = F(x)$

**Вопрос 13 ♣** Величины  $X_1, X_2, \dots, X_{2016}$  независимы и одинаково распределены,  $\mathcal{N}(\mu; 42)$ . Оказалось, что  $\bar{X} = -23$ . Про оценки метода моментов,  $\hat{\mu}_{MM}$ , и метода максимального правдоподобия,  $\hat{\mu}_{ML}$ , можно утверждать, что

- ☐ А  $\hat{\mu}_{ML} > -23, \hat{\mu}_{MM} = -23$  ☒  $\hat{\mu}_{ML} = -23, \hat{\mu}_{MM} = -23$  ☐ Е  $\hat{\mu}_{ML} < -23, \hat{\mu}_{MM} = -23$   
☐ В  $\hat{\mu}_{ML} = -23, \hat{\mu}_{MM} > -23$  ☐ D  $\hat{\mu}_{ML} = -23, \hat{\mu}_{MM} < -23$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 14 ♣** Требуется проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий по двум нормальным выборкам размером 20 и 16 наблюдений. Истинные дисперсии по обеим выборкам известны, совпадают и равны 16. Разница выборочных средних равна 1. Тестовая статистика может быть равна

- ☐ A 4
 ☐ C 1.224
 ☐ E 2  
☐ B 1
 ☒ D 1.5
 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 15 ♣** Случайные величины  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$  независимы и одинаково распределены,

$X_i$	3	5
$\mathbb{P}(\cdot)$	$p$	$1 - p$

Имеется выборка из трёх наблюдений:  $X_1 = 5$ ,  $X_2 = 3$ ,  $X_3 = 5$ . Оценка неизвестного  $p$ , полученная методом максимального правдоподобия, равна:

- ☐ A 1/2
 ☐ C 2/3
 ☒ D 1/3  
☐ B 1/4
 ☐ D Метод неприменим
 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 16 ♣** Величины  $X_1, \dots, X_n$  — выборка из нормально распределенной случайной величины с неизвестным математическим ожиданием и известной дисперсией. На уровне значимости  $\alpha$  проверяется гипотеза  $H_0 : \mu = \mu_0$  против  $H_a : \mu \neq \mu_0$ . Обозначим  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  вероятности ошибок первого и второго рода соответственно. Между параметрами задачи всегда выполнено соотношение

- ☐ A  $\varphi_2 = 1 - \alpha$ 
☒ B  $\varphi_1 = \alpha$ 
☐ C  $\varphi_2 = \alpha$   
☐ B  $\varphi_1 = 1 - \alpha$ 
☐ D  $\varphi_1 + \varphi_2 = \alpha$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 17 ♣** При проверке гипотезе о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках размеров  $m$  и  $n$  при известных, но не равных дисперсиях, тестовая статистика имеет распределение

- ☐ A  $t_{m+n-1}$ 
☒ B  $N(0; 1)$ 
☐ C  $t_{m+n-2}$   
☐ B  $F_m$ 
☐ D  $F_{m-1, n-1}$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 18 ♣** Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение про метод максимального правдоподобия (ММП):

- ☒ A Оценки ММП асимптотически нормальны  $\mathcal{N}(0; 1)$   
☐ B При выполнении технических предпосылок оценки ММП состоятельны  
☐ C ММП применим для зависимых случайных величин  
☐ D ММП применим для оценивания двух и более параметров  
☐ E ММП оценки не всегда совпадают с оценками метода моментов

**Вопрос 19 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка из биномиального распределения  $Bi(5, p)$ . Известно, что  $\mathbb{P}(X = x) = C_n^x p^x (1 - p)^{n-x}$ . Информация Фишера  $I_n(p)$  равна:

- ☐ A  $\frac{n}{5p(1-p)}$ 
☐ C  $\frac{p(1-p)}{5n}$ 
☐ E  $\frac{5p(1-p)}{n}$   
☐ B  $\frac{n}{p(1-p)}$ 
☒ D  $\frac{5n}{p(1-p)}$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 20 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка и  $I_n(\theta)$  — информация Фишера. Тогда несмещённая оценка  $\hat{\theta}$  называется эффективной, если

- ☐ A  $I_n^{-1}(\theta) \geq \text{Var}(\hat{\theta})$ 
☐ C  $\text{Var}(\hat{\theta}) = I_n(\theta)$ 
☐ E  $I_n^{-1}(\theta) \leq \text{Var}(\hat{\theta})$   
☐ B  $\text{Var}(\hat{\theta}) \leq I_n(\theta)$ 
☒ D  $\text{Var}(\hat{\theta}) \cdot I_n(\theta) = 1$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 21 ♣** При подбрасывании игральной кости 600 раз шестерка выпала 105 раз. Гипотеза о том, что кость правильная

- ☐ А Гипотезу невозможно проверить  
☐ В отвергается при  $\alpha = 0.01$ , не отвергается при  $\alpha = 0.05$   
☒ не отвергается при любом разумном значении  $\alpha$   
☐ D отвергается при  $\alpha = 0.05$ , не отвергается при  $\alpha = 0.01$   
☐ E отвергается при любом разумном значении  $\alpha$   
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 22 ♣** Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение про логарифмическую функцию правдоподобия  $\ell(\theta)$

- ☐ А Функция  $\ell(\theta)$  может принимать отрицательные значения  
☐ В Функция  $\ell(\theta)$  может принимать положительные значения  
☒ Функция  $\ell(\theta)$  имеет максимум при  $\theta = 0$   
☐ D Функция  $\ell(\theta)$  может иметь несколько экстремумов  
☐ E Функция  $\ell(\theta)$  может принимать значения больше единицы

**Вопрос 23 ♣** Дана реализация выборки: 3, 1, 2. Выборочный начальный момент первого порядка равен

- ☐ А 14/3 ☐ C 3 ☐ E 0  
☒ 2 ☐ D 1 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 24 ♣** Последовательность оценок  $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots$  называется состоятельной, если

- ☐ А  $\text{Var}(\hat{\theta}_n) \geq \text{Var}(\hat{\theta}_{n+1})$  ☐ D  $E(\hat{\theta}_n) = \theta$   
☒  $P(|\hat{\theta}_n - \theta| > t) \rightarrow 0$  для всех  $t > 0$  ☐ E  $\text{Var}(\hat{\theta}_n) \rightarrow 0$   
☐ C  $E(\hat{\theta}_n) \rightarrow \theta$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 25 ♣** Производитель фломастеров попросил трёх человек оценить два вида фломастеров: «Лесенка» и «Erich Krause» по 10-балльной шкале:

	Пафнутий	Андрей	Карл
Лесенка	9	7	6
Erich Krause	8	9	7

Вычислите модуль значения статистики теста знаков. Используя нормальную аппроксимацию, проверьте на уровне значимости 0.1 гипотезу о том, что фломастеры имеют одинаковое качество.

- ☐ А 1.65,  $H_0$  отвергается ☒ 0.58,  $H_0$  не отвергается ☐ E 0.43,  $H_0$  не отвергается  
☐ B 0.58,  $H_0$  отвергается ☐ D 1.96,  $H_0$  отвергается ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 26 ♣** Дана реализация выборки: 3, 1, 2. Несмещённая оценка дисперсии равна

- ☐ А 2 ☐ C 1/2 ☒ 1  
☐ B 2/3 ☐ D 1/3 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 27 ♣** Случайные величины  $X_1, X_2$  и  $X_3$  независимы и одинаково распределены,

$X_i$	3	5
$\mathbb{P}(\cdot)$	$p$	$1 - p$

По выборке оказалось, что  $\bar{X} = 4.5$ . Оценка неизвестного  $p$ , полученная методом моментов, равна:

- ☐ А 1/3 ☒ 1/4 ☐ E 2/3  
☐ B Метод неприменим ☐ D 1/2 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 28 ♣** Юрий Петров утверждает, что обычно посещает половину занятий по Статистике. За последние полгода из 36 занятий он не посетил ни одного. Вычислите значение критерия хи-квадрат Пирсона для гипотезы, что утверждение Юрия Петрова истинно и укажите число степеней свободы

☐ A  $\chi^2 = 24, df = 1$

☐ C  $\chi^2 = 2, df = 2$

☒  $\chi^2 = 36, df = 1$

☐ B  $\chi^2 = 14, df = 1$

☐ D  $\chi^2 = 20, df = 2$

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 29 ♣** Для выборки  $X_1, \dots, X_n$ , имеющей нормальное распределение, проверяется гипотеза  $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$  против  $H_a : \sigma^2 > \sigma_0^2$ . Критическая область имеет вид

☒  $(A, +\infty)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = 1 - \alpha$

☐ B  $(0, A)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = \alpha$

☐ C  $(-\infty, A)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = 1 - \alpha$

☐ D  $(A, +\infty)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = \alpha$

☐ E  $(0, A)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = 1 - \alpha$

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 30 ♣** Требуется проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках размером  $m$  и  $n$ . Если дисперсии неизвестны, но равны, то тестовая статистика имеет распределение

☐ A  $F_{m+1, n+1}$

☐ C  $F_{m, n}$

☒  $t_{m+n-2}$

☐ B  $t_{m+n-1}$

☐ D  $F_{m-1, n-1}$

☐ F Нет верного ответа.

Ура! На этой страничке вопросов уже нет :)

Имя, фамилия и номер группы:

.....

Вопрос 1 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 2 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 3 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 4 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 5 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 6 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 7 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 8 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 9 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 10 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 11 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 12 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E

Вопрос 13 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 14 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 15 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 16 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 17 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 18 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E

Вопрос 19 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 20 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 21 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 22 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E

Вопрос 23 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 24 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 25 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 26 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 27 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 28 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 29 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 30 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Имя, фамилия и номер группы:

.....

Можно пользоваться простым калькулятором. В каждом вопросе единственный верный ответ.

Ни пуха, ни пера!

**Вопрос 1 ♣** Для выборки  $X_1, \dots, X_n$ , имеющей нормальное распределение, проверяется гипотеза  $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$  против  $H_a : \sigma^2 > \sigma_0^2$ . Критическая область имеет вид

- ☐ (A)  $(0, A)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = 1 - \alpha$
- ☐ (B)  $(0, A)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = \alpha$
- ☒ (C)  $(A, +\infty)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = 1 - \alpha$
- ☐ (D)  $(A, +\infty)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = \alpha$
- ☐ (E)  $(-\infty, A)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = 1 - \alpha$
- ☐ (F) Нет верного ответа.

**Вопрос 2 ♣** Величины  $X_1, \dots, X_n$  — выборка из нормального распределения. Статистика  $U = \frac{5 - \bar{X}}{5/\sqrt{n}}$  применима для проверки

- ☒ (A) гипотезы  $H_0 : \mu = 5$  при известной дисперсии, равной 25, при любых  $n$
- ☐ (B) гипотезы  $H_0 : \mu = 5$  при известной дисперсии, равной 5, при любых  $n$
- ☐ (C) гипотезы  $H_0 : \mu = 5$  при известной дисперсии, равной 5, при больших  $n$
- ☐ (D) гипотезы  $H_0 : \sigma = 5$
- ☐ (E) гипотезы  $H_0 : \mu = 5$  при известной дисперсии, равной 25, только при больших  $n$
- ☐ (F) Нет верного ответа.

**Вопрос 3 ♣** Дана реализация выборки: 3, 1, 2. Выборочный начальный момент первого порядка равен

- ☐ (A) 14/3
- ☒ (B) 2
- ☐ (C) 1
- ☐ (D) 0
- ☐ (E) 3
- ☐ (F) Нет верного ответа.

**Вопрос 4 ♣** Требуется проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий по двум нормальным выборкам размером 20 и 16 наблюдений. Истинные дисперсии по обеим выборкам известны, совпадают и равны 16. Разница выборочных средних равна 1. Тестовая статистика может быть равна

- ☐ (A) 4
- ☒ (B) 1.224
- ☐ (C) 2
- ☐ (D) 1.5
- ☐ (E) 1
- ☐ (F) Нет верного ответа.

**Вопрос 5 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка и  $I_n(\theta)$  — информация Фишера. Тогда несмещённая оценка  $\hat{\theta}$  называется эффективной, если

- ☐ (A)  $\text{Var}(\hat{\theta}) = I_n(\theta)$
- ☐ (B)  $\text{Var}(\hat{\theta}) \leq I_n(\theta)$
- ☐ (C)  $I_n^{-1}(\theta) \geq \text{Var}(\hat{\theta})$
- ☒ (D)  $\text{Var}(\hat{\theta}) \cdot I_n(\theta) = 1$
- ☐ (E)  $I_n^{-1}(\theta) \leq \text{Var}(\hat{\theta})$
- ☐ (F) Нет верного ответа.

**Вопрос 6 ♣** При проверке гипотезы о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках размеров  $m$  и  $n$  при известных, но не равных дисперсиях, тестовая статистика имеет распределение

- ☒ (A)  $N(0; 1)$
- ☐ (B)  $t_{m+n-2}$
- ☐ (C)  $F_{m-1, n-1}$
- ☐ (D)  $F_m$
- ☐ (E)  $t_{m+n-1}$
- ☐ (F) Нет верного ответа.

**Вопрос 7 ♣** Юрий Петров утверждает, что обычно посещает половину занятий по Статистике. За последние полгода из 36 занятий он не посетил ни одного. Вычислите значение критерия хи-квадрат Пирсона для гипотезы, что утверждение Юрия Петрова истинно и укажите число степеней свободы

☐ A  $\chi^2 = 14, df = 1$

☐ C  $\chi^2 = 20, df = 2$

☒  $\chi^2 = 36, df = 1$

☐ B  $\chi^2 = 2, df = 2$

☐ D  $\chi^2 = 24, df = 1$

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 8 ♣** Требуется проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках размером  $m$  и  $n$ . Если дисперсии неизвестны, но равны, то тестовая статистика имеет распределение

☐ A  $t_{m+n-1}$

☐ C  $F_{m+1, n+1}$

☒  $t_{m+n-2}$

☐ B  $F_{m, n}$

☐ D  $F_{m-1, n-1}$

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 9 ♣** Производитель фломастеров попросил трёх человек оценить два вида фломастеров: «Лесенка» и «Erich Krause» по 10-балльной шкале:

	Пафнутий	Андрей	Карл
Лесенка	9	7	6
Erich Krause	8	9	7

Вычислите модуль значения статистики теста знаков. Используя нормальную аппроксимацию, проверьте на уровне значимости 0.1 гипотезу о том, что фломастеры имеют одинаковое качество.

☐ A 0.43,  $H_0$  не отвергается

☐ C 1.96,  $H_0$  отвергается

☐ E 0.58,  $H_0$  отвергается

☒ 0.58,  $H_0$  не отвергается

☐ D 1.65,  $H_0$  отвергается

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 10 ♣** Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение про логарифмическую функцию правдоподобия  $\ell(\theta)$

☐ A Функция  $\ell(\theta)$  может иметь несколько экстремумов

☐ B Функция  $\ell(\theta)$  может принимать значения больше единицы

☐ C Функция  $\ell(\theta)$  может принимать отрицательные значения

☐ D Функция  $\ell(\theta)$  может принимать положительные значения

☒ Функция  $\ell(\theta)$  имеет максимум при  $\theta = 0$

**Вопрос 11 ♣** Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение про эмпирическую функцию распределения  $F_n(x)$

☐ A  $E(F_n(x)) = F(x)$

☐ B  $F_n(x)$  имеет разрыв в каждой точке вариационного ряда

☐ C  $F_n(x)$  асимптотически нормальна

☒  $F_n(x)$  является невозрастающей функцией

☐ E  $\text{Var}(F_n(x)) = F(x)(1 - F(x))$

**Вопрос 12 ♣** Требуется проверить гипотезу о равенстве дисперсий по двум нормальным выборкам размером 20 и 16 наблюдений. Несмещённая оценка дисперсии по первой выборке составила 60, по второй — 90. Тестовая статистика может быть равна

☐ A 2

☐ C 4

☐ E 1.224

☒ 1.5

☐ D 1

☐ F Нет верного ответа.



**Вопрос 13 ♣** Случайные величины  $X_1, X_2$  и  $X_3$  независимы и одинаково распределены,

$X_i$	3	5
$\mathbb{P}(\cdot)$	$p$	$1 - p$

По выборке оказалось, что  $\bar{X} = 4.5$ . Оценка неизвестного  $p$ , полученная методом моментов, равна:

- ☐ A  $1/2$ 
☐ C  $2/3$ 
☒  $1/4$   
☐ B  $1/3$ 
☐ D Метод неприменим
 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 14 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка из биномиального распределения  $Bi(5, p)$ . Известно, что  $\mathbb{P}(X = x) = C_n^x p^x (1-p)^{n-x}$ . Информация Фишера  $I_n(p)$  равна:

- ☒  $\frac{5n}{p(1-p)}$ 
☐ C  $\frac{n}{5p(1-p)}$ 
☐ E  $\frac{p(1-p)}{5n}$   
☐ B  $\frac{n}{p(1-p)}$ 
☐ D  $\frac{5p(1-p)}{n}$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 15 ♣** Случайные величины  $X_1, X_2$  и  $X_3$  независимы и одинаково распределены,

$X_i$	3	5
$\mathbb{P}(\cdot)$	$p$	$1 - p$

Имеется выборка из трёх наблюдений:  $X_1 = 5, X_2 = 3, X_3 = 5$ . Оценка неизвестного  $p$ , полученная методом максимального правдоподобия, равна:

- ☐ A  $2/3$ 
☐ C Метод неприменим
 ☐ E  $1/4$   
☐ B  $1/2$ 
☒  $1/3$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 16 ♣** Производитель фломастеров попросил трёх человек оценить два вида фломастеров: «Лесенка» и «Erich Krause» по 10-балльной шкале:

	Пафнунтий	Андрей	Карл
Лесенка	9	7	6
Erich Krause	8	9	7

Точное  $P$ -значение ( $P$ -value) статистики теста знаков равно

- ☒  $3/8$ 
☐ C  $2/3$ 
☐ E  $1/8$   
☐ B  $1/2$ 
☐ D  $1/3$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 17 ♣** Величины  $X_1, X_2, \dots, X_{2016}$  независимы и одинаково распределены,  $\mathcal{N}(\mu; 42)$ . Оказалось, что  $\bar{X} = -23$ . Про оценки метода моментов,  $\hat{\mu}_{MM}$ , и метода максимального правдоподобия,  $\hat{\mu}_{ML}$ , можно утверждать, что

- ☐ A  $\hat{\mu}_{ML} < -23, \hat{\mu}_{MM} = -23$ 
☒  $\hat{\mu}_{ML} = -23, \hat{\mu}_{MM} = -23$ 
☐ E  $\hat{\mu}_{ML} > -23, \hat{\mu}_{MM} = -23$   
☐ B  $\hat{\mu}_{ML} = -23, \hat{\mu}_{MM} < -23$ 
☐ D  $\hat{\mu}_{ML} = -23, \hat{\mu}_{MM} > -23$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 18 ♣** Случайные величины  $X$  и  $Y$  распределены нормально. Для тестирования гипотезы о равенстве дисперсий выбирается  $m$  наблюдений случайной величины  $X$  и  $n$  наблюдений случайной величины  $Y$ . Какое распределение может иметь статистика, используемая в данном случае?

- ☒  $F_{m-1, n-1}$ 
☐ C  $t_{m+n-1}$ 
☐ E  $t_{m+n-2}$   
☐ B  $F_{m+1, n+1}$ 
☐ D  $F_{m, n}$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 19 ♣** Последовательность оценок  $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots$  называется состоятельной, если

- ☒  $P(|\hat{\theta}_n - \theta| > t) \rightarrow 0$  для всех  $t > 0$ 
☐ D  $E(\hat{\theta}_n) = \theta$   
☐ B  $\text{Var}(\hat{\theta}_n) \geq \text{Var}(\hat{\theta}_{n+1})$ 
☐ E  $E(\hat{\theta}_n) \rightarrow \theta$   
☐ C  $\text{Var}(\hat{\theta}_n) \rightarrow 0$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 20 ♣** При подбрасывании игральной кости 600 раз шестерка выпала 105 раз. Гипотеза о том, что кость правильная

- ☐ А отвергается при любом разумном значении  $\alpha$   
☒ не отвергается при любом разумном значении  $\alpha$   
☐ С отвергается при  $\alpha = 0.05$ , не отвергается при  $\alpha = 0.01$   
☐ D Гипотезу невозможно проверить  
☐ E отвергается при  $\alpha = 0.01$ , не отвергается при  $\alpha = 0.05$   
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 21 ♣** По случайной выборке из 200 наблюдений было оценено выборочное среднее  $\bar{X} = 25$  и несмещённая оценка дисперсии  $\hat{\sigma}^2 = 25$ . В рамках проверки гипотезы  $H_0 : \mu = 20$  против  $H_a : \mu > 20$  можно сделать вывод, что гипотеза  $H_0$

- ☐ А отвергается при  $\alpha = 0.01$ , не отвергается при  $\alpha = 0.05$   
☐ B отвергается при  $\alpha = 0.05$ , не отвергается при  $\alpha = 0.01$   
☐ С не отвергается при любом разумном значении  $\alpha$   
☐ D Гипотезу невозможно проверить  
☒ отвергается при любом разумном значении  $\alpha$   
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 22 ♣** Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение про метод максимального правдоподобия (ММП):

- ☒ Оценки ММП асимптотически нормальны  $\mathcal{N}(0; 1)$   
☐ B ММП оценки не всегда совпадают с оценками метода моментов  
☐ С ММП применим для зависимых случайных величин  
☐ D При выполнении технических предпосылок оценки ММП состоятельны  
☐ E ММП применим для оценивания двух и более параметров

**Вопрос 23 ♣** Величины  $X_1, \dots, X_n$  — выборка из нормально распределённой случайной величины с неизвестным математическим ожиданием и известной дисперсией. На уровне значимости  $\alpha$  проверяется гипотеза  $H_0 : \mu = \mu_0$  против  $H_a : \mu \neq \mu_0$ . Обозначим  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  вероятности ошибок первого и второго рода соответственно. Между параметрами задачи всегда выполнено соотношение

- ☐ А  $\varphi_1 = 1 - \alpha$  ☐ С  $\varphi_2 = 1 - \alpha$  ☐ E  $\varphi_1 + \varphi_2 = \alpha$   
☒  $\varphi_1 = \alpha$  ☐ D  $\varphi_2 = \alpha$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 24 ♣** При проверке гипотезы о равенстве долей используется следующее распределение

- ☐ А  $F_{m-1, n-1}$  ☐ С  $F_{m, n}$  ☒  $N(0; 1)$   
☐ B  $t_{m+n-2}$  ☐ D  $t_{m+n-1}$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 25 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка из экспоненциального распределения с плотностью

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} \exp(-\frac{x}{\theta}) & \text{при } x \geq 0, \\ 0 & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

Информация Фишера  $I_n(p)$  равна:

- ☐ А  $\frac{\theta}{n}$  ☒  $\frac{n}{\theta^2}$  ☐ E  $\frac{\theta^2}{n}$   
☐ B  $n\theta^2$  ☐ D  $\frac{n}{\theta}$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 26 ♣** По выборке  $X_1, \dots, X_n$  из нормального распределения строятся по стандартным формулам доверительные интервалы для математического ожидания. Получен интервал  $(a_1, a_2)$  при известной дисперсии и интервал  $(b_1, b_2)$  при неизвестной дисперсии. Всегда справедливы следующие соотношения:

- ☐ А  $a_1 > 0, b_1 > 0, a_2 > 0, b_2 > 0$  ☐ D  $a_2 - a_1 > b_2 - b_1$   
☒  $|a_1 - b_1| = |a_2 - b_2|$  ☐ E  $a_2 - a_1 < b_2 - b_1$   
☐ С  $a_1 < 0, b_1 < 0, a_2 > 0, b_2 > 0$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 27 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка из равномерного на  $(0, \theta)$  распределения. При каком значении константы  $c$  оценка  $\hat{\theta} = c\bar{X}$  является несмещённой?

- ☐ A 1
 ☒ B 2
 ☐ C  $\frac{1}{2}$
- ☐ D  $n$ 
☐ E  $\frac{1}{n}$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 28 ♣** Дана реализация выборки: 3, 1, 2. Несмещённая оценка дисперсии равна

- ☐ A 1/2
 ☐ B 1/3
 ☐ C 2
- ☒ D 1
 ☐ E 2/3
 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 29 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка из равномерного на  $(0, 2\theta)$  распределения. Оценка  $\hat{\theta} = X_1$

- ☐ A Эффективная
 ☒ B Несмещённая
- ☐ C Состоятельная
 ☐ D Асимптотически нормальная
- ☐ E Нелинейная
 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 30 ♣** Если величина  $\hat{\theta}$  имеет нормальное распределение  $\mathcal{N}(2; 0.01^2)$ , то, согласно дельта-методу,  $\hat{\theta}^2$  имеет примерно нормальное распределение

- ☐ A  $\mathcal{N}(4; 8 \cdot 0.01^2)$ 
☐ B  $\mathcal{N}(2; 4 \cdot 0.01^2)$ 
☐ C  $\mathcal{N}(4; 4 \cdot 0.01^2)$
- ☒ D  $\mathcal{N}(4; 16 \cdot 0.01^2)$ 
☐ E  $\mathcal{N}(4; 2 \cdot 0.01^2)$ 
☐ F Нет верного ответа.

Ура! На этой страничке вопросов уже нет :)

Имя, фамилия и номер группы:

.....

Вопрос 1 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 2 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 3 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 4 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 5 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 6 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 7 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 8 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 9 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 10 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E

Вопрос 11 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E

Вопрос 12 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 13 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 14 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 15 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 16 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 17 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 18 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 19 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 20 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 21 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 22 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E

Вопрос 23 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 24 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 25 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 26 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 27 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 28 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 29 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 30 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Имя, фамилия и номер группы:

.....

Можно пользоваться простым калькулятором. В каждом вопросе единственный верный ответ.

Ни пуха, ни пера!

**Вопрос 1 ♣** При проверке гипотезы о равенстве долей используется следующее распределение☐  $F_{m,n}$ ☐  $t_{m+n-2}$ ☐  $F_{m-1,n-1}$ ☒  $N(0; 1)$ ☐  $t_{m+n-1}$ ☐ Нет верного ответа.**Вопрос 2 ♣** При проверке гипотезы о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках размеров  $m$  и  $n$  при известных, но не равных дисперсиях, тестовая статистика имеет распределение☐  $t_{m+n-2}$ ☒  $N(0; 1)$ ☐  $F_{m-1,n-1}$ ☐  $t_{m+n-1}$ ☐  $F_m$ ☐ Нет верного ответа.**Вопрос 3 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка и  $I_n(\theta)$  — информация Фишера. Тогда несмещённая оценка  $\hat{\theta}$  называется эффективной, если☐  $\text{Var}(\hat{\theta}) = I_n(\theta)$ ☒  $\text{Var}(\hat{\theta}) \cdot I_n(\theta) = 1$ ☐  $I_n^{-1}(\theta) \leq \text{Var}(\hat{\theta})$ ☐  $I_n^{-1}(\theta) \geq \text{Var}(\hat{\theta})$ ☐  $\text{Var}(\hat{\theta}) \leq I_n(\theta)$ ☐ Нет верного ответа.**Вопрос 4 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка из равномерного на  $(0, \theta)$  распределения. При каком значении константы  $c$  оценка  $\hat{\theta} = c\bar{X}$  является несмещённой?☒ 2☐  $\frac{1}{n}$ ☐  $n$ ☐ 1☐  $\frac{1}{2}$ ☐ Нет верного ответа.**Вопрос 5 ♣** Требуется проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий по двум нормальным выборкам размером 20 и 16 наблюдений. Истинные дисперсии по обеим выборкам известны, совпадают и равны 16. Разница выборочных средних равна 1. Тестовая статистика может быть равна☐ 1☐ 2☐ 1.224☒ 1.5☐ 4☐ Нет верного ответа.**Вопрос 6 ♣** Производитель фломастеров попросил трёх человек оценить два вида фломастеров: «Лесенка» и «Erich Krause» по 10-балльной шкале:

	Пафнутий	Андрей	Карл
Лесенка	9	7	6
Erich Krause	8	9	7

Точное  $P$ -значение ( $P$ -value) статистики теста знаков равно☒ 3/8☐ 2/3☐ 1/3☐ 1/2☐ 1/8☐ Нет верного ответа.**Вопрос 7 ♣** Дана реализация выборки: 3, 1, 2. Выборочный начальный момент первого порядка равен☐ 14/3☐ 3☐ 0☐ 1☒ 2☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 8 ♣** Дана реализация выборки: 3, 1, 2. Несмещённая оценка дисперсии равна

- ☒ 1                                      ☐ 2/3                                      ☐ 1/2  
☐ 2                                      ☐ 1/3                                      ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 9 ♣** Производитель фломастеров попросил трёх человек оценить два вида фломастеров: «Лесенка» и «Erich Krause» по 10-балльной шкале:

	Пафнутий	Андрей	Карл
Лесенка	9	7	6
Erich Krause	8	9	7

Вычислите модуль значения статистики теста знаков. Используя нормальную аппроксимацию, проверьте на уровне значимости 0.1 гипотезу о том, что фломастеры имеют одинаковое качество.

- ☐ 0.58,  $H_0$  отвергается                                      ☐ 1.96,  $H_0$  отвергается                                      ☒ 0.58,  $H_0$  не отвергается  
☐ 1.65,  $H_0$  отвергается                                      ☐ 0.43,  $H_0$  не отвергается                                      ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 10 ♣** По выборке  $X_1, \dots, X_n$  из нормального распределения строятся по стандартным формулам доверительные интервалы для математического ожидания. Получен интервал  $(a_1, a_2)$  при известной дисперсии и интервал  $(b_1, b_2)$  при неизвестной дисперсии. Всегда справедливы следующие соотношения:

- ☒  $|a_1 - b_1| = |a_2 - b_2|$                                       ☐  $a_1 > 0, b_1 > 0, a_2 > 0, b_2 > 0$   
☐  $a_2 - a_1 < b_2 - b_1$                                       ☐  $a_1 < 0, b_1 < 0, a_2 > 0, b_2 > 0$   
☐  $a_2 - a_1 > b_2 - b_1$                                       ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 11 ♣** Величины  $X_1, X_2, \dots, X_{2016}$  независимы и одинаково распределены,  $\mathcal{N}(\mu; 42)$ . Оказалось, что  $\bar{X} = -23$ . Про оценки метода моментов,  $\hat{\mu}_{MM}$ , и метода максимального правдоподобия,  $\hat{\mu}_{ML}$ , можно утверждать, что

- ☐  $\hat{\mu}_{ML} = -23, \hat{\mu}_{MM} > -23$                                       ☐  $\hat{\mu}_{ML} < -23, \hat{\mu}_{MM} = -23$                                       ☐  $\hat{\mu}_{ML} = -23, \hat{\mu}_{MM} < -23$   
☒  $\hat{\mu}_{ML} = -23, \hat{\mu}_{MM} = -23$                                       ☐  $\hat{\mu}_{ML} > -23, \hat{\mu}_{MM} = -23$                                       ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 12 ♣** Если величина  $\hat{\theta}$  имеет нормальное распределение  $\mathcal{N}(2; 0.01^2)$ , то, согласно дельта-методу,  $\hat{\theta}^2$  имеет примерно нормальное распределение

- ☐  $\mathcal{N}(2; 4 \cdot 0.01^2)$                                       ☐  $\mathcal{N}(4; 8 \cdot 0.01^2)$                                       ☒  $\mathcal{N}(4; 16 \cdot 0.01^2)$   
☐  $\mathcal{N}(4; 4 \cdot 0.01^2)$                                       ☐  $\mathcal{N}(4; 2 \cdot 0.01^2)$                                       ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 13 ♣** Юрий Петров утверждает, что обычно посещает половину занятий по Статистике. За последние полгода из 36 занятий он не посетил ни одного. Вычислите значение критерия хи-квадрат Пирсона для гипотезы, что утверждение Юрия Петрова истинно и укажите число степеней свободы

- ☐  $\chi^2 = 24, df = 1$                                       ☐  $\chi^2 = 20, df = 2$                                       ☒  $\chi^2 = 36, df = 1$   
☐  $\chi^2 = 2, df = 2$                                       ☐  $\chi^2 = 14, df = 1$                                       ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 14 ♣** Величины  $X_1, \dots, X_n$  — выборка из нормального распределения. Статистика  $U = \frac{5 - \bar{X}}{5/\sqrt{n}}$  применима для проверки

- ☐ гипотезы  $H_0 : \sigma = 5$   
☐ гипотезы  $H_0 : \mu = 5$  при известной дисперсии, равной 5, при больших  $n$   
☒ гипотезы  $H_0 : \mu = 5$  при известной дисперсии, равной 25, при любых  $n$   
☐ гипотезы  $H_0 : \mu = 5$  при известной дисперсии, равной 25, только при больших  $n$   
☐ гипотезы  $H_0 : \mu = 5$  при известной дисперсии, равной 5, при любых  $n$   
☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 15 ♣** Требуется проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках размером  $m$  и  $n$ . Если дисперсии неизвестны, но равны, то тестовая статистика имеет распределение

- ☒  $t_{m+n-2}$ 
☐  $F_{m-1, n-1}$ 
☐  $F_{m, n}$   
☐  $t_{m+n-1}$ 
☐  $F_{m+1, n+1}$ 
☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 16 ♣** Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение про эмпирическую функцию распределения  $F_n(x)$

- ☐  $F_n(x)$  асимптотически нормальна  
☒  $F_n(x)$  является невозрастающей функцией  
☐  $F_n(x)$  имеет разрыв в каждой точке вариационного ряда  
☐  $\text{Var}(F_n(x)) = F(x)(1 - F(x))$   
☐  $E(F_n(x)) = F(x)$

**Вопрос 17 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка из экспоненциального распределения с плотностью

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} \exp(-\frac{x}{\theta}) & \text{при } x \geq 0, \\ 0 & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

Информация Фишера  $I_n(p)$  равна:

- ☒  $\frac{n}{\theta^2}$ 
☐  $\frac{\theta^2}{n}$ 
☐  $n\theta^2$   
☐  $\frac{\theta}{n}$ 
☐  $\frac{n}{\theta}$ 
☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 18 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка из равномерного на  $(0, 2\theta)$  распределения. Оценка  $\hat{\theta} = X_1$

- ☐ Эффективная
 ☐ Состоятельная  
☒ Несмещённая
 ☐ Нелинейная  
☐ Асимптотически нормальная
 ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 19 ♣** Случайные величины  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$  независимы и одинаково распределены,

$X_i$	3	5
$\mathbb{P}(\cdot)$	$p$	$1 - p$

Имеется выборка из трёх наблюдений:  $X_1 = 5$ ,  $X_2 = 3$ ,  $X_3 = 5$ . Оценка неизвестного  $p$ , полученная методом максимального правдоподобия, равна:

- ☐ 1/2
 ☐ Метод неприменим
 ☐ 2/3  
☐ 1/4
 ☒ 1/3
 ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 20 ♣** Случайные величины  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$  независимы и одинаково распределены,

$X_i$	3	5
$\mathbb{P}(\cdot)$	$p$	$1 - p$

По выборке оказалось, что  $\bar{X} = 4.5$ . Оценка неизвестного  $p$ , полученная методом моментов, равна:

- ☒ 1/4
 ☐ 1/3
 ☐ Метод неприменим  
☐ 2/3
 ☐ 1/2
 ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 21 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка из биномиального распределения  $Bi(5, p)$ . Известно, что  $\mathbb{P}(X = x) = C_n^x p^x (1 - p)^{n-x}$ . Информация Фишера  $I_n(p)$  равна:

- ☐  $\frac{p(1-p)}{5n}$ 
☒  $\frac{5n}{p(1-p)}$ 
☐  $\frac{5p(1-p)}{n}$   
☐  $\frac{n}{5p(1-p)}$ 
☐  $\frac{n}{p(1-p)}$ 
☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 22 ♣** Последовательность оценок  $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots$  называется состоятельной, если

- ☐ A  $E(\hat{\theta}_n) = \theta$  ☐ D  $\text{Var}(\hat{\theta}_n) \geq \text{Var}(\hat{\theta}_{n+1})$   
☒ B  $P(|\hat{\theta}_n - \theta| > t) \rightarrow 0$  для всех  $t > 0$  ☐ E  $E(\hat{\theta}_n) \rightarrow \theta$   
☐ C  $\text{Var}(\hat{\theta}_n) \rightarrow 0$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 23 ♣** Величины  $X_1, \dots, X_n$  — выборка из нормально распределенной случайной величины с неизвестным математическим ожиданием и известной дисперсией. На уровне значимости  $\alpha$  проверяется гипотеза  $H_0 : \mu = \mu_0$  против  $H_a : \mu \neq \mu_0$ . Обозначим  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  вероятности ошибок первого и второго рода соответственно. Между параметрами задачи всегда выполнено соотношение

- ☐ A  $\varphi_1 + \varphi_2 = \alpha$  ☒ B  $\varphi_1 = \alpha$  ☐ C  $\varphi_2 = 1 - \alpha$   
☐ D  $\varphi_1 = 1 - \alpha$  ☐ E  $\varphi_2 = \alpha$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 24 ♣** По случайной выборке из 200 наблюдений было оценено выборочное среднее  $\bar{X} = 25$  и несмещённая оценка дисперсии  $\hat{\sigma}^2 = 25$ . В рамках проверки гипотезы  $H_0 : \mu = 20$  против  $H_a : \mu > 20$  можно сделать вывод, что гипотеза  $H_0$

- ☐ A отвергается при  $\alpha = 0.05$ , не отвергается при  $\alpha = 0.01$   
☐ B не отвергается при любом разумном значении  $\alpha$   
☐ C Гипотезу невозможно проверить  
☒ D отвергается при любом разумном значении  $\alpha$   
☐ E отвергается при  $\alpha = 0.01$ , не отвергается при  $\alpha = 0.05$   
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 25 ♣** Требуется проверить гипотезу о равенстве дисперсий по двум нормальным выборкам размером 20 и 16 наблюдений. Несмещённая оценка дисперсии по первой выборке составила 60, по второй — 90. Тестовая статистика может быть равна

- ☐ A 1.224 ☐ B 1 ☐ C 4 ☒ D 1.5 ☐ E Нет верного ответа.

**Вопрос 26 ♣** Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение про метод максимального правдоподобия (ММП):

- ☐ A ММП оценки не всегда совпадают с оценками метода моментов  
☐ B При выполнении технических предпосылок оценки ММП состоятельны  
☒ C Оценки ММП асимптотически нормальны  $\mathcal{N}(0; 1)$   
☐ D ММП применим для оценивания двух и более параметров  
☐ E ММП применим для зависимых случайных величин

**Вопрос 27 ♣** При подбрасывании игральной кости 600 раз шестерка выпала 105 раз. Гипотеза о том, что кость правильная

- ☐ A Гипотезу невозможно проверить  
☒ B не отвергается при любом разумном значении  $\alpha$   
☐ C отвергается при  $\alpha = 0.05$ , не отвергается при  $\alpha = 0.01$   
☐ D отвергается при  $\alpha = 0.01$ , не отвергается при  $\alpha = 0.05$   
☐ E отвергается при любом разумном значении  $\alpha$   
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 28 ♣** Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение про логарифмическую функцию правдоподобия  $\ell(\theta)$

- ☐ A Функция  $\ell(\theta)$  может принимать значения больше единицы  
☐ B Функция  $\ell(\theta)$  может иметь несколько экстремумов  
☐ C Функция  $\ell(\theta)$  может принимать положительные значения  
☒ D Функция  $\ell(\theta)$  имеет максимум при  $\theta = 0$   
☐ E Функция  $\ell(\theta)$  может принимать отрицательные значения



**Вопрос 29 ♣** Случайные величины  $X$  и  $Y$  распределены нормально. Для тестирования гипотезы о равенстве дисперсий выбирается  $m$  наблюдений случайной величины  $X$  и  $n$  наблюдений случайной величины  $Y$ . Какое распределение может иметь статистика, используемая в данном случае?

☐  $t_{m+n-1}$

☐  $F_{m,n}$

☐  $t_{m+n-2}$

☐  $F_{m+1,n+1}$

☒  $F_{m-1,n-1}$

☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 30 ♣** Для выборки  $X_1, \dots, X_n$ , имеющей нормальное распределение, проверяется гипотеза  $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$  против  $H_a : \sigma^2 > \sigma_0^2$ . Критическая область имеет вид

☐  $(A, +\infty)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = \alpha$

☒  $(A, +\infty)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = 1 - \alpha$

☐  $(0, A)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = 1 - \alpha$

☐  $(0, A)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = \alpha$

☐  $(-\infty, A)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = 1 - \alpha$

☐ Нет верного ответа.

Ура! На этой страничке вопросов уже нет :)

Имя, фамилия и номер группы:

.....

Вопрос 1 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 2 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 3 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 4 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 5 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 6 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 7 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 8 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 9 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 10 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 11 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 12 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 13 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 14 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 15 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 16 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E

Вопрос 17 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 18 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 19 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 20 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 21 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 22 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 23 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 24 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 25 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 26 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E

Вопрос 27 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 28 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E

Вопрос 29 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 30 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Имя, фамилия и номер группы:

.....

Можно пользоваться простым калькулятором. В каждом вопросе единственный верный ответ.

Ни пуха, ни пера!

**Вопрос 1 ♣** По выборке  $X_1, \dots, X_n$  из нормального распределения строятся по стандартным формулам доверительные интервалы для математического ожидания. Получен интервал  $(a_1, a_2)$  при известной дисперсии и интервал  $(b_1, b_2)$  при неизвестной дисперсии. Всегда справедливы следующие соотношения:

☐  $a_2 - a_1 < b_2 - b_1$

☐  $a_1 < 0, b_1 < 0, a_2 > 0, b_2 > 0$

☐  $a_2 - a_1 > b_2 - b_1$

☐  $a_1 > 0, b_1 > 0, a_2 > 0, b_2 > 0$

☒  $|a_1 - b_1| = |a_2 - b_2|$

☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 2 ♣** Величины  $X_1, X_2, \dots, X_{2016}$  независимы и одинаково распределены,  $\mathcal{N}(\mu; 42)$ . Оказалось, что  $\bar{X} = -23$ . Проценки метода моментов,  $\hat{\mu}_{MM}$ , и метода максимального правдоподобия,  $\hat{\mu}_{ML}$ , можно утверждать, что

☐  $\hat{\mu}_{ML} > -23, \hat{\mu}_{MM} = -23$

☐  $\hat{\mu}_{ML} < -23, \hat{\mu}_{MM} = -23$

☐  $\hat{\mu}_{ML} = -23, \hat{\mu}_{MM} < -23$

☐  $\hat{\mu}_{ML} = -23, \hat{\mu}_{MM} > -23$

☒  $\hat{\mu}_{ML} = -23, \hat{\mu}_{MM} = -23$

☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 3 ♣** Если величина  $\hat{\theta}$  имеет нормальное распределение  $\mathcal{N}(2; 0.01^2)$ , то, согласно дельта-методу,  $\hat{\theta}^2$  имеет примерно нормальное распределение

☐  $\mathcal{N}(4; 4 \cdot 0.01^2)$

☒  $\mathcal{N}(4; 16 \cdot 0.01^2)$

☐  $\mathcal{N}(2; 4 \cdot 0.01^2)$

☐  $\mathcal{N}(4; 2 \cdot 0.01^2)$

☐  $\mathcal{N}(4; 8 \cdot 0.01^2)$

☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 4 ♣** Требуется проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий по двум нормальным выборкам размером 20 и 16 наблюдений. Истинные дисперсии по обеим выборкам известны, совпадают и равны 16. Разница выборочных средних равна 1. Тестовая статистика может быть равна

☐ 1.224

☐ 4

☒ 1.5

☐ 2

☐ 1

☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 5 ♣** Юрий Петров утверждает, что обычно посещает половину занятий по Статистике. За последние полгода из 36 занятий он не посетил ни одного. Вычислите значение критерия хи-квадрат Пирсона для гипотезы, что утверждение Юрия Петрова истинно и укажите число степеней свободы

☐  $\chi^2 = 24, df = 1$

☐  $\chi^2 = 14, df = 1$

☒  $\chi^2 = 36, df = 1$

☐  $\chi^2 = 2, df = 2$

☐  $\chi^2 = 20, df = 2$

☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 6 ♣** По случайной выборке из 200 наблюдений было оценено выборочное среднее  $\bar{X} = 25$  и несмещённая оценка дисперсии  $\hat{\sigma}^2 = 25$ . В рамках проверки гипотезы  $H_0 : \mu = 20$  против  $H_a : \mu > 20$  можно сделать вывод, что гипотеза  $H_0$

☐ Гипотезу невозможно проверить

☐ отвергается при  $\alpha = 0.05$ , не отвергается при  $\alpha = 0.01$

☒ отвергается при любом разумном значении  $\alpha$

☐ не отвергается при любом разумном значении  $\alpha$

☐ отвергается при  $\alpha = 0.01$ , не отвергается при  $\alpha = 0.05$

☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 7 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка и  $I_n(\theta)$  — информация Фишера. Тогда несмещённая оценка  $\hat{\theta}$  называется эффективной, если

- ☐ A  $I_n^{-1}(\theta) \geq \text{Var}(\hat{\theta})$ 
☐ C  $\text{Var}(\hat{\theta}) = I_n(\theta)$ 
☒  $\text{Var}(\hat{\theta}) \cdot I_n(\theta) = 1$   
☐ B  $\text{Var}(\hat{\theta}) \leq I_n(\theta)$ 
☐ D  $I_n^{-1}(\theta) \leq \text{Var}(\hat{\theta})$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 8 ♣** Величины  $X_1, \dots, X_n$  — выборка из нормального распределения. Статистика  $U = \frac{5 - \bar{X}}{5/\sqrt{n}}$  применима для проверки

- ☐ A гипотезы  $H_0 : \mu = 5$  при известной дисперсии, равной 5, при любых  $n$   
☒ гипотезы  $H_0 : \mu = 5$  при известной дисперсии, равной 25, при любых  $n$   
☐ C гипотезы  $H_0 : \mu = 5$  при известной дисперсии, равной 5, при больших  $n$   
☐ D гипотезы  $H_0 : \mu = 5$  при известной дисперсии, равной 25, только при больших  $n$   
☐ E гипотезы  $H_0 : \sigma = 5$   
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 9 ♣** При проверке гипотезе о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках размеров  $m$  и  $n$  при известных, но не равных дисперсиях, тестовая статистика имеет распределение

- ☐ A  $t_{m+n-2}$ 
☐ C  $F_{m-1, n-1}$ 
☒  $N(0; 1)$   
☐ B  $F_m$ 
☐ D  $t_{m+n-1}$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 10 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка из биномиального распределения  $Bi(5, p)$ . Известно, что  $\mathbb{P}(X = x) = C_n^x p^x (1-p)^{n-x}$ . Информация Фишера  $I_n(p)$  равна:

- ☐ A  $\frac{n}{5p(1-p)}$ 
☒  $\frac{5n}{p(1-p)}$ 
☐ E  $\frac{p(1-p)}{5n}$   
☐ B  $\frac{5p(1-p)}{n}$ 
☐ D  $\frac{n}{p(1-p)}$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 11 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка из равномерного на  $(0, 2\theta)$  распределения. Оценка  $\hat{\theta} = X_1$

- ☐ A Состоятельная
 ☐ D Асимптотически нормальная  
☒ B Несмещённая
 ☐ E Нелинейная  
☐ C Эффективная
 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 12 ♣** Производитель фломастеров попросил трёх человек оценить два вида фломастеров: «Лесенка» и «Erich Krause» по 10-балльной шкале:

	Пафнутий	Андрей	Карл
Лесенка	9	7	6
Erich Krause	8	9	7

Вычислите модуль значения статистики теста знаков. Используя нормальную аппроксимацию, проверьте на уровне значимости 0.1 гипотезу о том, что фломастеры имеют одинаковое качество.

- ☐ A 1.65,  $H_0$  отвергается
 ☐ C 0.58,  $H_0$  отвергается
 ☒ 0.58,  $H_0$  не отвергается  
☐ B 1.96,  $H_0$  отвергается
 ☐ D 0.43,  $H_0$  не отвергается
 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 13 ♣** Дана реализация выборки: 3, 1, 2. Несмещённая оценка дисперсии равна

- ☐ A 1/2
 ☒ 1
 ☐ E 2  
☐ B 2/3
 ☐ D 1/3
 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 14 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  – случайная выборка из экспоненциального распределения с плотностью

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} \exp(-\frac{x}{\theta}) & \text{при } x \geq 0, \\ 0 & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

Информация Фишера  $I_n(p)$  равна:

☐ А  $\frac{n}{\theta}$

☐ С  $\frac{\theta^2}{n}$

☐ Е  $n\theta^2$

☐ В  $\frac{\theta}{n}$

☒  $\frac{n}{\theta^2}$

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 15 ♣** Производитель фломастеров попросил трёх человек оценить два вида фломастеров: «Лесенка» и «Erich Krause» по 10-балльной шкале:

	Пафнутий	Андрей	Карл
Лесенка	9	7	6
Erich Krause	8	9	7

Точное  $P$ -значение ( $P$ -value) статистики теста знаков равно

☐ А  $1/8$

☐ С  $1/3$

☐ Е  $2/3$

☐ В  $1/2$

☒  $3/8$

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 16 ♣** Требуется проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках размером  $m$  и  $n$ . Если дисперсии неизвестны, но равны, то тестовая статистика имеет распределение

☐ А  $F_{m,n}$

☒  $t_{m+n-2}$

☐ Е  $F_{m+1,n+1}$

☐ В  $t_{m+n-1}$

☐ D  $F_{m-1,n-1}$

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 17 ♣** Дана реализация выборки: 3, 1, 2. Выборочный начальный момент первого порядка равен

☐ А 1

☐ С 0

☒ 2

☐ В  $14/3$

☐ D 3

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 18 ♣** Случайные величины  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$  независимы и одинаково распределены,

$X_i$	3	5
$\mathbb{P}(\cdot)$	$p$	$1-p$

По выборке оказалось, что  $\bar{X} = 4.5$ . Оценка неизвестного  $p$ , полученная методом моментов, равна:

☐ А  $1/2$

☐ С Метод неприменим

☐ Е  $2/3$

☒  $1/4$

☐ D  $1/3$

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 19 ♣** Случайные величины  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$  независимы и одинаково распределены,

$X_i$	3	5
$\mathbb{P}(\cdot)$	$p$	$1-p$

Имеется выборка из трёх наблюдений:  $X_1 = 5$ ,  $X_2 = 3$ ,  $X_3 = 5$ . Оценка неизвестного  $p$ , полученная методом максимального правдоподобия, равна:

☒  $1/3$

☐ С  $1/2$

☐ Е Метод неприменим

☐ В  $2/3$

☐ D  $1/4$

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 20 ♣** При подбрасывании игральной кости 600 раз шестерка выпала 105 раз. Гипотеза о том, что кость правильная

- ☐ А отвергается при  $\alpha = 0.05$ , не отвергается при  $\alpha = 0.01$   
☐ В отвергается при  $\alpha = 0.01$ , не отвергается при  $\alpha = 0.05$   
☐ С отвергается при любом разумном значении  $\alpha$   
☐ D Гипотезу невозможно проверить  
☒ не отвергается при любом разумном значении  $\alpha$   
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 21 ♣** Величины  $X_1, \dots, X_n$  — выборка из нормально распределенной случайной величины с неизвестным математическим ожиданием и известной дисперсией. На уровне значимости  $\alpha$  проверяется гипотеза  $H_0: \mu = \mu_0$  против  $H_a: \mu \neq \mu_0$ . Обозначим  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  вероятности ошибок первого и второго рода соответственно. Между параметрами задачи всегда выполнено соотношение

- ☐ А  $\varphi_1 = 1 - \alpha$  ☐ C  $\varphi_2 = 1 - \alpha$  ☐ E  $\varphi_2 = \alpha$   
☐ B  $\varphi_1 + \varphi_2 = \alpha$  ☒  $\varphi_1 = \alpha$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 22 ♣** Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение про метод максимального правдоподобия (ММП):

- ☒ Оценки ММП асимптотически нормальны  $\mathcal{N}(0; 1)$   
☐ B При выполнении технических предпосылок оценки ММП состоятельны  
☐ C ММП применим для оценивания двух и более параметров  
☐ D ММП применим для зависимых случайных величин  
☐ E ММП оценки не всегда совпадают с оценками метода моментов

**Вопрос 23 ♣** Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение про эмпирическую функцию распределения  $F_n(x)$

- ☐ A  $\text{Var}(F_n(x)) = F(x)(1 - F(x))$   
☐ B  $F_n(x)$  имеет разрыв в каждой точке вариационного ряда  
☐ C  $F_n(x)$  асимптотически нормальна  
☐ D  $E(F_n(x)) = F(x)$   
☒  $F_n(x)$  является невозрастающей функцией

**Вопрос 24 ♣** Требуется проверить гипотезу о равенстве дисперсий по двум нормальным выборкам размером 20 и 16 наблюдений. Несмещённая оценка дисперсии по первой выборке составила 60, по второй — 90. Тестовая статистика может быть равна

- ☐ A 2 ☐ C 4 ☐ E 1.224  
☒ 1.5 ☐ D 1 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 25 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка из равномерного на  $(0, \theta)$  распределения. При каком значении константы  $c$  оценка  $\hat{\theta} = c\bar{X}$  является несмещённой?

- ☐ A 1 ☒ 2 ☐ E  $n$   
☐ B  $\frac{1}{n}$  ☐ D  $\frac{1}{2}$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 26 ♣** Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение про логарифмическую функцию правдоподобия  $\ell(\theta)$

- ☐ A Функция  $\ell(\theta)$  может принимать положительные значения  
☐ B Функция  $\ell(\theta)$  может принимать значения больше единицы  
☒ Функция  $\ell(\theta)$  имеет максимум при  $\theta = 0$   
☐ D Функция  $\ell(\theta)$  может принимать отрицательные значения  
☐ E Функция  $\ell(\theta)$  может иметь несколько экстремумов

**Вопрос 27 ♣** При проверке гипотезы о равенстве долей используется следующее распределение

☐ A  $t_{m+n-1}$

☒  $N(0; 1)$

☐ E  $t_{m+n-2}$

☐ B  $F_{m,n}$

☐ D  $F_{m-1,n-1}$

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 28 ♣** Случайные величины  $X$  и  $Y$  распределены нормально. Для тестирования гипотезы о равенстве дисперсий выбирается  $m$  наблюдений случайной величины  $X$  и  $n$  наблюдений случайной величины  $Y$ . Какое распределение может иметь статистика, используемая в данном случае?

☐ A  $F_{m+1,n+1}$

☐ C  $t_{m+n-1}$

☒  $F_{m-1,n-1}$

☐ B  $F_{m,n}$

☐ D  $t_{m+n-2}$

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 29 ♣** Последовательность оценок  $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots$  называется состоятельной, если

☐ A  $\text{Var}(\hat{\theta}_n) \geq \text{Var}(\hat{\theta}_{n+1})$

☐ D  $\text{Var}(\hat{\theta}_n) \rightarrow 0$

☒  $P(|\hat{\theta}_n - \theta| > t) \rightarrow 0$  для всех  $t > 0$

☐ E  $E(\hat{\theta}_n) = \theta$

☐ C  $E(\hat{\theta}_n) \rightarrow \theta$

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 30 ♣** Для выборки  $X_1, \dots, X_n$ , имеющей нормальное распределение, проверяется гипотеза  $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$  против  $H_a : \sigma^2 > \sigma_0^2$ . Критическая область имеет вид

☐ A  $(A, +\infty)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = \alpha$

☒  $(A, +\infty)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = 1 - \alpha$

☐ C  $(0, A)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = \alpha$

☐ D  $(0, A)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = 1 - \alpha$

☐ E  $(-\infty, A)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = 1 - \alpha$

☐ F Нет верного ответа.

Ура! На этой страничке вопросов уже нет :)

Имя, фамилия и номер группы:

.....

Вопрос 1 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 2 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 3 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 4 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 5 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 6 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 7 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 8 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 9 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 10 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 11 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 12 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 13 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 14 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 15 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 16 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 17 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 18 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 19 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 20 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 21 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 22 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E

Вопрос 23 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E

Вопрос 24 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 25 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 26 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E

Вопрос 27 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 28 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 29 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 30 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F



Имя, фамилия и номер группы:

Можно пользоваться простым калькулятором. В каждом вопросе единственный верный ответ.

Ни пуха, ни пера!

**Вопрос 1 ♣** Величины  $X_1, \dots, X_n$  — выборка из нормального распределения. Статистика  $U = \frac{5 - \bar{X}}{5/\sqrt{n}}$  применима для проверки

- ☐ А гипотезы  $H_0 : \mu = 5$  при известной дисперсии, равной 5, при больших  $n$   
☐ В гипотезы  $H_0 : \sigma = 5$   
☐ С гипотезы  $H_0 : \mu = 5$  при известной дисперсии, равной 25, только при больших  $n$   
☐ D гипотезы  $H_0 : \mu = 5$  при известной дисперсии, равной 5, при любых  $n$   
☒ гипотезы  $H_0 : \mu = 5$  при известной дисперсии, равной 25, при любых  $n$   
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 2 ♣** Требуется проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках размером  $m$  и  $n$ . Если дисперсии неизвестны, но равны, то тестовая статистика имеет распределение

- ☒  $t_{m+n-2}$  ☐ C  $F_{m+1, n+1}$  ☐ E  $F_{m, n}$   
☐ B  $t_{m+n-1}$  ☐ D  $F_{m-1, n-1}$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 3 ♣** Величины  $X_1, X_2, \dots, X_{2016}$  независимы и одинаково распределены,  $\mathcal{N}(\mu; 42)$ . Оказалось, что  $\bar{X} = -23$ . Про оценки метода моментов,  $\hat{\mu}_{MM}$ , и метода максимального правдоподобия,  $\hat{\mu}_{ML}$ , можно утверждать, что

- ☐ A  $\hat{\mu}_{ML} > -23, \hat{\mu}_{MM} = -23$  ☒  $\hat{\mu}_{ML} = -23, \hat{\mu}_{MM} = -23$  ☐ E  $\hat{\mu}_{ML} < -23, \hat{\mu}_{MM} = -23$   
☐ B  $\hat{\mu}_{ML} = -23, \hat{\mu}_{MM} < -23$  ☐ D  $\hat{\mu}_{ML} = -23, \hat{\mu}_{MM} > -23$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 4 ♣** Юрий Петров утверждает, что обычно посещает половину занятий по Статистике. За последние полгода из 36 занятий он не посетил ни одного. Вычислите значение критерия хи-квадрат Пирсона для гипотезы, что утверждение Юрия Петрова истинно и укажите число степеней свободы

- ☐ A  $\chi^2 = 14, df = 1$  ☐ C  $\chi^2 = 2, df = 2$  ☒  $\chi^2 = 36, df = 1$   
☐ B  $\chi^2 = 20, df = 2$  ☐ D  $\chi^2 = 24, df = 1$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 5 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка из биномиального распределения  $Bi(5, p)$ . Известно, что  $\mathbb{P}(X = x) = C_n^x p^x (1-p)^{n-x}$ . Информация Фишера  $I_n(p)$  равна:

- ☐ A  $\frac{5p(1-p)}{n}$  ☐ C  $\frac{p(1-p)}{5n}$  ☐ E  $\frac{n}{p(1-p)}$   
☒  $\frac{5n}{p(1-p)}$  ☐ D  $\frac{n}{5p(1-p)}$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 6 ♣** Если величина  $\hat{\theta}$  имеет нормальное распределение  $\mathcal{N}(2; 0.01^2)$ , то, согласно дельта-методу,  $\hat{\theta}^2$  имеет примерно нормальное распределение

- ☒  $\mathcal{N}(4; 16 \cdot 0.01^2)$  ☐ C  $\mathcal{N}(2; 4 \cdot 0.01^2)$  ☐ E  $\mathcal{N}(4; 8 \cdot 0.01^2)$   
☐ B  $\mathcal{N}(4; 2 \cdot 0.01^2)$  ☐ D  $\mathcal{N}(4; 4 \cdot 0.01^2)$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 7 ♣** Требуется проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий по двум нормальным выборкам размером 20 и 16 наблюдений. Истинные дисперсии по обоим выборкам известны, совпадают и равны 16. Разница выборочных средних равна 1. Тестовая статистика может быть равна

- ☒ 1.5 ☐ C 4 ☐ E 1.224  
☐ B 2 ☐ D 1 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 8 ♣** При проверке гипотезе о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках размеров  $m$  и  $n$  при известных, но не равных дисперсиях, тестовая статистика имеет распределение

- ☐ A  $t_{m+n-1}$ 
☐ C  $t_{m+n-2}$ 
☒  $N(0; 1)$   
☐ B  $F_m$ 
☐ D  $F_{m-1, n-1}$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 9 ♣** Последовательность оценок  $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots$  называется состоятельной, если

- ☐ A  $E(\hat{\theta}_n) \rightarrow \theta$ 
☐ D  $E(\hat{\theta}_n) = \theta$   
☒  $P(|\hat{\theta}_n - \theta| > t) \rightarrow 0$  для всех  $t > 0$ 
☐ E  $\text{Var}(\hat{\theta}_n) \rightarrow 0$   
☐ C  $\text{Var}(\hat{\theta}_n) \geq \text{Var}(\hat{\theta}_{n+1})$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 10 ♣** Производитель фломастеров попросил трёх человек оценить два вида фломастеров: «Лесенка» и «Erich Krause» по 10-балльной шкале:

	Пафнутий	Андрей	Карл
Лесенка	9	7	6
Erich Krause	8	9	7

Вычислите модуль значения статистики теста знаков. Используя нормальную аппроксимацию, проверьте на уровне значимости 0.1 гипотезу о том, что фломастеры имеют одинаковое качество.

- ☐ A 0.43,  $H_0$  не отвергается
 ☐ C 0.58,  $H_0$  отвергается
 ☐ E 1.96,  $H_0$  отвергается  
☒ 0.58,  $H_0$  не отвергается
 ☐ D 1.65,  $H_0$  отвергается
 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 11 ♣** По выборке  $X_1, \dots, X_n$  из нормального распределения строятся по стандартным формулам доверительные интервалы для математического ожидания. Получен интервал  $(a_1, a_2)$  при известной дисперсии и интервал  $(b_1, b_2)$  при неизвестной дисперсии. Всегда справедливы следующие соотношения:

- ☐ A  $a_2 - a_1 < b_2 - b_1$ 
☐ D  $a_2 - a_1 > b_2 - b_1$   
☐ B  $a_1 < 0, b_1 < 0, a_2 > 0, b_2 > 0$ 
☐ E  $a_1 > 0, b_1 > 0, a_2 > 0, b_2 > 0$   
☒  $|a_1 - b_1| = |a_2 - b_2|$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 12 ♣** Требуется проверить гипотезу о равенстве дисперсий по двум нормальным выборкам размером 20 и 16 наблюдений. Несмещённая оценка дисперсии по первой выборке составила 60, по второй — 90. Тестовая статистика может быть равна

- ☐ A 4
 ☐ C 1
 ☐ E 2  
☒ 1.5
 ☐ D 1.224
 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 13 ♣** Величины  $X_1, \dots, X_n$  — выборка из нормально распределённой случайной величины с неизвестным математическим ожиданием и известной дисперсией. На уровне значимости  $\alpha$  проверяется гипотеза  $H_0: \mu = \mu_0$  против  $H_a: \mu \neq \mu_0$ . Обозначим  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  вероятности ошибок первого и второго рода соответственно. Между параметрами задачи всегда выполнено соотношение

- ☐ A  $\varphi_2 = 1 - \alpha$ 
☐ C  $\varphi_1 = 1 - \alpha$ 
☒  $\varphi_1 = \alpha$   
☐ B  $\varphi_1 + \varphi_2 = \alpha$ 
☐ D  $\varphi_2 = \alpha$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 14 ♣** Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение про эмпирическую функцию распределения  $F_n(x)$

- ☐ A  $F_n(x)$  асимптотически нормальна  
☐ B  $E(F_n(x)) = F(x)$   
☒  $F_n(x)$  является невозрастающей функцией  
☐ D  $\text{Var}(F_n(x)) = F(x)(1 - F(x))$   
☐ E  $F_n(x)$  имеет разрыв в каждой точке вариационного ряда

**Вопрос 15 ♣** Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение про логарифмическую функцию правдоподобия  $\ell(\theta)$

- ☐ А Функция  $\ell(\theta)$  может принимать значения больше единицы
- ☐ В Функция  $\ell(\theta)$  может иметь несколько экстремумов
- ☐ С Функция  $\ell(\theta)$  может принимать отрицательные значения
- ☐ D Функция  $\ell(\theta)$  может принимать положительные значения
- ☒ Функция  $\ell(\theta)$  имеет максимум при  $\theta = 0$

**Вопрос 16 ♣** Случайные величины  $X$  и  $Y$  распределены нормально. Для тестирования гипотезы о равенстве дисперсий выбирается  $m$  наблюдений случайной величины  $X$  и  $n$  наблюдений случайной величины  $Y$ . Какое распределение может иметь статистика, используемая в данном случае?

- ☐ А  $t_{m+n-1}$
- ☒ В  $F_{m-1, n-1}$
- ☐ С  $F_{m, n}$
- ☐ D  $t_{m+n-2}$
- ☐ E Нет верного ответа.

**Вопрос 17 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка из равномерного на  $(0, \theta)$  распределения. При каком значении константы  $c$  оценка  $\hat{\theta} = c\bar{X}$  является несмещённой?

- ☐ А  $\frac{1}{2}$
- ☒ В  $2$
- ☐ С  $n$
- ☐ D  $\frac{1}{n}$
- ☐ E Нет верного ответа.

**Вопрос 18 ♣** Производитель фломастеров попросил трёх человек оценить два вида фломастеров: «Лесенка» и «Erich Krause» по 10-балльной шкале:

	Пафнутий	Андрей	Карл
Лесенка	9	7	6
Erich Krause	8	9	7

Точное  $P$ -значение ( $P$ -value) статистики теста знаков равно

- ☐ А  $1/2$
- ☐ В  $1/8$
- ☐ С  $2/3$
- ☐ D  $1/3$
- ☒ E  $3/8$
- ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 19 ♣** Дана реализация выборки: 3, 1, 2. Несмещённая оценка дисперсии равна

- ☒ А 1
- ☐ В  $1/2$
- ☐ С  $1/3$
- ☐ D  $2/3$
- ☐ E 2
- ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 20 ♣** Дана реализация выборки: 3, 1, 2. Выборочный начальный момент первого порядка равен

- ☐ А 3
- ☒ В 2
- ☐ С 0
- ☐ D 1
- ☐ E  $14/3$
- ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 21 ♣** Случайные величины  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$  независимы и одинаково распределены,

$X_i$	3	5
$\mathbb{P}(\cdot)$	$p$	$1 - p$

Имеется выборка из трёх наблюдений:  $X_1 = 5$ ,  $X_2 = 3$ ,  $X_3 = 5$ . Оценка неизвестного  $p$ , полученная методом максимального правдоподобия, равна:

- ☐ А  $2/3$
- ☐ В  $1/4$
- ☒ С  $1/3$
- ☐ D  $1/2$
- ☐ E Метод неприменим
- ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 22 ♣** При подбрасывании игральной кости 600 раз шестерка выпала 105 раз. Гипотеза о том, что кость правильная

- ☒ не отвергается при любом разумном значении  $\alpha$   
☐ отвергается при  $\alpha = 0.01$ , не отвергается при  $\alpha = 0.05$   
☐ отвергается при  $\alpha = 0.05$ , не отвергается при  $\alpha = 0.01$   
☐ отвергается при любом разумном значении  $\alpha$   
☐ Гипотезу невозможно проверить  
☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 23 ♣** Для выборки  $X_1, \dots, X_n$ , имеющей нормальное распределение, проверяется гипотеза  $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$  против  $H_a : \sigma^2 > \sigma_0^2$ . Критическая область имеет вид

- ☒  $(A, +\infty)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = 1 - \alpha$   
☐  $(0, A)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = \alpha$   
☐  $(0, A)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = 1 - \alpha$   
☐  $(A, +\infty)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = \alpha$   
☐  $(-\infty, A)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = 1 - \alpha$   
☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 24 ♣** Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение про метод максимального правдоподобия (ММП):

- ☐ ММП оценки не всегда совпадают с оценками метода моментов  
☐ ММП применим для зависимых случайных величин  
☐ При выполнении технических предпосылок оценки ММП состоятельны  
☒ Оценки ММП асимптотически нормальны  $\mathcal{N}(0; 1)$   
☐ ММП применим для оценивания двух и более параметров

**Вопрос 25 ♣** По случайной выборке из 200 наблюдений было оценено выборочное среднее  $\bar{X} = 25$  и несмещённая оценка дисперсии  $\hat{\sigma}^2 = 25$ . В рамках проверки гипотезы  $H_0 : \mu = 20$  против  $H_a : \mu > 20$  можно сделать вывод, что гипотеза  $H_0$

- ☐ не отвергается при любом разумном значении  $\alpha$   
☐ отвергается при  $\alpha = 0.01$ , не отвергается при  $\alpha = 0.05$   
☐ отвергается при  $\alpha = 0.05$ , не отвергается при  $\alpha = 0.01$   
☐ Гипотезу невозможно проверить  
☒ отвергается при любом разумном значении  $\alpha$   
☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 26 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка из равномерного на  $(0, 2\theta)$  распределения. Оценка  $\hat{\theta} = X_1$

- |  |   |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> Эффективная               | <input type="checkbox"/> Нелинейная             |
| <input type="checkbox"/> Состоятельная             | <input checked="" type="checkbox"/> Несмещённая |
| <input type="checkbox"/> Асимптотически нормальная | <input type="checkbox"/> Нет верного ответа.    |

**Вопрос 27 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка из экспоненциального распределения с плотностью

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} \exp(-\frac{x}{\theta}) & \text{при } x \geq 0, \\ 0 & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

Информация Фишера  $I_n(p)$  равна:

- |  |   |  |
|--|---|--|
| <input type="checkbox"/> $\frac{\theta}{n}$              | <input type="checkbox"/> $\frac{\theta^2}{n}$ | <input type="checkbox"/> $n\theta^2$         |
| <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{n}{\theta^2}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{n}{\theta}$   | <input type="checkbox"/> Нет верного ответа. |

**Вопрос 28 ♣** При проверке гипотезы о равенстве долей используется следующее распределение

☐  $t_{m+n-2}$

☐  $t_{m+n-1}$

☐  $F_{m-1, n-1}$

☐  $F_{m, n}$

☒  $N(0; 1)$

☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 29 ♣** Случайные величины  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$  независимы и одинаково распределены,

$X_i$	3	5
$\mathbb{P}(\cdot)$	$p$	$1 - p$

По выборке оказалось, что  $\bar{X} = 4.5$ . Оценка неизвестного  $p$ , полученная методом моментов, равна:

☐  $1/3$

☐  $1/2$

☒  $1/4$

☐  $2/3$

☐ Метод неприменим

☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 30 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка и  $I_n(\theta)$  — информация Фишера. Тогда несмещённая оценка  $\hat{\theta}$  называется эффективной, если

☐  $I_n^{-1}(\theta) \leq \text{Var}(\hat{\theta})$

☐  $\text{Var}(\hat{\theta}) \leq I_n(\theta)$

☒  $\text{Var}(\hat{\theta}) \cdot I_n(\theta) = 1$

☐  $I_n^{-1}(\theta) \geq \text{Var}(\hat{\theta})$

☐  $\text{Var}(\hat{\theta}) = I_n(\theta)$

☐ Нет верного ответа.

Ура! На этой страничке вопросов уже нет :)

Имя, фамилия и номер группы:

.....

Вопрос 1 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 2 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 3 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 4 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 5 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 6 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 7 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 8 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 9 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 10 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 11 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 12 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 13 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 14 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E

Вопрос 15 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E

Вопрос 16 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 17 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 18 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 19 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 20 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 21 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 22 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 23 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 24 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E

Вопрос 25 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 26 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 27 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 28 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 29 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 30 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Имя, фамилия и номер группы:

Можно пользоваться простым калькулятором. В каждом вопросе единственный верный ответ.

Ни пуха, ни пера!

**Вопрос 1 ♣** Требуется проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий по двум нормальным выборкам размером 20 и 16 наблюдений. Истинные дисперсии по обоим выборкам известны, совпадают и равны 16. Разница выборочных средних равна 1. Тестовая статистика может быть равна

- ☒ 1.5                      ☐ 1.224                      ☐ 1  
☐ 2                      ☐ 4                      ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 2 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка и  $I_n(\theta)$  — информация Фишера. Тогда несмещённая оценка  $\hat{\theta}$  называется эффективной, если

- ☐  $I_n^{-1}(\theta) \geq \text{Var}(\hat{\theta})$                       ☒  $\text{Var}(\hat{\theta}) \cdot I_n(\theta) = 1$                       ☐  $\text{Var}(\hat{\theta}) = I_n(\theta)$   
☐  $I_n^{-1}(\theta) \leq \text{Var}(\hat{\theta})$                       ☐  $\text{Var}(\hat{\theta}) \leq I_n(\theta)$                       ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 3 ♣** Дана реализация выборки: 3, 1, 2. Выборочный начальный момент первого порядка равен

- ☐ 0                      ☐ 1                      ☐ 14/3  
☒ 2                      ☐ 3                      ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 4 ♣** Величины  $X_1, \dots, X_n$  — выборка из нормального распределения. Статистика  $U = \frac{5 - \bar{X}}{5/\sqrt{n}}$  применима для проверки

- ☐ гипотезы  $H_0 : \mu = 5$  при известной дисперсии, равной 25, только при больших  $n$   
☐ гипотезы  $H_0 : \mu = 5$  при известной дисперсии, равной 5, при больших  $n$   
☐ гипотезы  $H_0 : \sigma = 5$   
☐ гипотезы  $H_0 : \mu = 5$  при известной дисперсии, равной 5, при любых  $n$   
☒ гипотезы  $H_0 : \mu = 5$  при известной дисперсии, равной 25, при любых  $n$   
☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 5 ♣** При проверке гипотезе о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках размеров  $m$  и  $n$  при известных, но не равных дисперсиях, тестовая статистика имеет распределение

- ☐  $F_m$                       ☒  $N(0; 1)$                       ☐  $t_{m+n-2}$   
☐  $t_{m+n-1}$                       ☐  $F_{m-1, n-1}$                       ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 6 ♣** Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение про эмпирическую функцию распределения  $F_n(x)$

- ☐  $\text{Var}(F_n(x)) = F(x)(1 - F(x))$   
☐  $F_n(x)$  имеет разрыв в каждой точке вариационного ряда  
☐  $F_n(x)$  асимптотически нормальна  
☒  $F_n(x)$  является невозрастающей функцией  
☐  $E(F_n(x)) = F(x)$

**Вопрос 7 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка из экспоненциального распределения с плотностью

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} \exp(-\frac{x}{\theta}) & \text{при } x \geq 0, \\ 0 & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

Информация Фишера  $I_n(p)$  равна:

☒  $\frac{n}{\theta^2}$

☐  $\frac{\theta^2}{n}$

☐  $\frac{\theta}{n}$

☐  $\frac{n}{\theta}$

☐  $n\theta^2$

☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 8 ♣** Дана реализация выборки: 3, 1, 2. Несмещённая оценка дисперсии равна

☒ 1

☐ 2/3

☐ 2

☐ 1/3

☐ 1/2

☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 9 ♣** Производитель фломастеров попросил трёх человек оценить два вида фломастеров: «Лесенка» и «Erich Krause» по 10-балльной шкале:

	Пафнутий	Андрей	Карл
Лесенка	9	7	6
Erich Krause	8	9	7

Точное  $P$ -значение ( $P$ -value) статистики теста знаков равно

☐ 1/8

☐ 1/2

☐ 1/3

☒ 3/8

☐ 2/3

☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 10 ♣** Случайные величины  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$  независимы и одинаково распределены,

$X_i$	3	5
$\mathbb{P}(\cdot)$	$p$	$1 - p$

Имеется выборка из трёх наблюдений:  $X_1 = 5$ ,  $X_2 = 3$ ,  $X_3 = 5$ . Оценка неизвестного  $p$ , полученная методом максимального правдоподобия, равна:

☒ 1/3

☐ 2/3

☐ 1/4

☐ 1/2

☐ Метод неприменим

☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 11 ♣** Величины  $X_1, \dots, X_n$  — выборка из нормально распределенной случайной величины с неизвестным математическим ожиданием и известной дисперсией. На уровне значимости  $\alpha$  проверяется гипотеза  $H_0: \mu = \mu_0$  против  $H_a: \mu \neq \mu_0$ . Обозначим  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  вероятности ошибок первого и второго рода соответственно. Между параметрами задачи всегда выполнено соотношение

☐  $\varphi_2 = \alpha$

☐  $\varphi_1 + \varphi_2 = \alpha$

☐  $\varphi_1 = 1 - \alpha$

☒  $\varphi_1 = \alpha$

☐  $\varphi_2 = 1 - \alpha$

☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 12 ♣** Производитель фломастеров попросил трёх человек оценить два вида фломастеров: «Лесенка» и «Erich Krause» по 10-балльной шкале:

	Пафнутий	Андрей	Карл
Лесенка	9	7	6
Erich Krause	8	9	7

Вычислите модуль значения статистики теста знаков. Используя нормальную аппроксимацию, проверьте на уровне значимости 0.1 гипотезу о том, что фломастеры имеют одинаковое качество.

☐ 1.96,  $H_0$  отвергается

☐ 1.65,  $H_0$  отвергается

☐ 0.58,  $H_0$  отвергается

☐ 0.43,  $H_0$  не отвергается

☒ 0.58,  $H_0$  не отвергается

☐ Нет верного ответа.



**Вопрос 13 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка из биномиального распределения  $Bi(5, p)$ . Известно, что  $\mathbb{P}(X = x) = C_n^x p^x (1-p)^{n-x}$ . Информация Фишера  $I_n(p)$  равна:

- ☐ A  $\frac{p(1-p)}{5n}$ 
☒ B  $\frac{5n}{p(1-p)}$ 
☐ C  $\frac{n}{p(1-p)}$ 
☐ D  $\frac{5p(1-p)}{n}$ 
☐ E  $\frac{n}{5p(1-p)}$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 14 ♣** При подбрасывании игральной кости 600 раз шестерка выпала 105 раз. Гипотеза о том, что кость правильная

- ☐ A отвергается при  $\alpha = 0.01$ , не отвергается при  $\alpha = 0.05$   
☒ B не отвергается при любом разумном значении  $\alpha$   
☐ C Гипотезу невозможно проверить  
☐ D отвергается при  $\alpha = 0.05$ , не отвергается при  $\alpha = 0.01$   
☐ E отвергается при любом разумном значении  $\alpha$   
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 15 ♣** По выборке  $X_1, \dots, X_n$  из нормального распределения строятся по стандартным формулам доверительные интервалы для математического ожидания. Получен интервал  $(a_1, a_2)$  при известной дисперсии и интервал  $(b_1, b_2)$  при неизвестной дисперсии. Всегда справедливы следующие соотношения:

- ☐ A  $a_1 > 0, b_1 > 0, a_2 > 0, b_2 > 0$ 
☐ D  $a_2 - a_1 < b_2 - b_1$   
☐ B  $a_1 < 0, b_1 < 0, a_2 > 0, b_2 > 0$ 
☒ E  $|a_1 - b_1| = |a_2 - b_2|$   
☐ C  $a_2 - a_1 > b_2 - b_1$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 16 ♣** При проверке гипотезы о равенстве долей используется следующее распределение

- ☐ A  $t_{m+n-2}$ 
☐ C  $F_{m-1, n-1}$ 
☐ E  $F_{m, n}$   
☒ B  $N(0; 1)$ 
☐ D  $t_{m+n-1}$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 17 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка из равномерного на  $(0, 2\theta)$  распределения. Оценка  $\hat{\theta} = X_1$

- ☐ A Асимптотически нормальная
 ☐ D Состоятельная  
☐ B Эффективная
 ☐ E Нелинейная  
☒ C Несмещённая
 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 18 ♣** Требуется проверить гипотезу о равенстве дисперсий по двум нормальным выборкам размером 20 и 16 наблюдений. Несмещённая оценка дисперсии по первой выборке составила 60, по второй — 90. Тестовая статистика может быть равна

- ☐ A 1.224
 ☐ C 1
 ☒ D 1.5  
☐ B 2
 ☐ E 4
 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 19 ♣** Последовательность оценок  $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots$  называется состоятельной, если

- ☐ A  $E(\hat{\theta}_n) \rightarrow \theta$ 
☐ D  $\text{Var}(\hat{\theta}_n) \rightarrow 0$   
☒ B  $P(|\hat{\theta}_n - \theta| > t) \rightarrow 0$  для всех  $t > 0$ 
☐ E  $E(\hat{\theta}_n) = \theta$   
☐ C  $\text{Var}(\hat{\theta}_n) \geq \text{Var}(\hat{\theta}_{n+1})$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 20 ♣** Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение про логарифмическую функцию правдоподобия  $\ell(\theta)$

- ☐ A Функция  $\ell(\theta)$  может иметь несколько экстремумов  
☐ B Функция  $\ell(\theta)$  может принимать положительные значения  
☐ C Функция  $\ell(\theta)$  может принимать значения больше единицы  
☐ D Функция  $\ell(\theta)$  может принимать отрицательные значения  
☒ E Функция  $\ell(\theta)$  имеет максимум при  $\theta = 0$

**Вопрос 21 ♣** Величины  $X_1, X_2, \dots, X_{2016}$  независимы и одинаково распределены,  $\mathcal{N}(\mu; 42)$ . Оказалось, что  $\bar{X} = -23$ . Про оценки метода моментов,  $\hat{\mu}_{MM}$ , и метода максимального правдоподобия,  $\hat{\mu}_{ML}$ , можно утверждать, что

- ☐  $\hat{\mu}_{ML} > -23, \hat{\mu}_{MM} = -23$  ☐  $\hat{\mu}_{ML} = -23, \hat{\mu}_{MM} < -23$  ☐  $\hat{\mu}_{ML} < -23, \hat{\mu}_{MM} = -23$   
☒  $\hat{\mu}_{ML} = -23, \hat{\mu}_{MM} = -23$  ☐  $\hat{\mu}_{ML} = -23, \hat{\mu}_{MM} > -23$  ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 22 ♣** По случайной выборке из 200 наблюдений было оценено выборочное среднее  $\bar{X} = 25$  и несмещённая оценка дисперсии  $\hat{\sigma}^2 = 25$ . В рамках проверки гипотезы  $H_0 : \mu = 20$  против  $H_a : \mu > 20$  можно сделать вывод, что гипотеза  $H_0$

- ☐ не отвергается при любом разумном значении  $\alpha$   
☐ отвергается при  $\alpha = 0.01$ , не отвергается при  $\alpha = 0.05$   
☒ отвергается при любом разумном значении  $\alpha$   
☐ Гипотезу невозможно проверить  
☐ отвергается при  $\alpha = 0.05$ , не отвергается при  $\alpha = 0.01$   
☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 23 ♣** Для выборки  $X_1, \dots, X_n$ , имеющей нормальное распределение, проверяется гипотеза  $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$  против  $H_a : \sigma^2 > \sigma_0^2$ . Критическая область имеет вид

- ☐  $(-\infty, A)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = 1 - \alpha$   
☐  $(A, +\infty)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = \alpha$   
☐  $(0, A)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = \alpha$   
☒  $(A, +\infty)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = 1 - \alpha$   
☐  $(0, A)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = 1 - \alpha$   
☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 24 ♣** Требуется проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках размером  $m$  и  $n$ . Если дисперсии неизвестны, но равны, то тестовая статистика имеет распределение

- ☐  $F_{m,n}$  ☐  $t_{m+n-1}$  ☐  $F_{m-1,n-1}$   
☒  $t_{m+n-2}$  ☐  $F_{m+1,n+1}$  ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 25 ♣** Юрий Петров утверждает, что обычно посещает половину занятий по Статистике. За последние полгода из 36 занятий он не посетил ни одного. Вычислите значение критерия хи-квадрат Пирсона для гипотезы, что утверждение Юрия Петрова истинно и укажите число степеней свободы

- ☐  $\chi^2 = 20, df = 2$  ☒  $\chi^2 = 36, df = 1$  ☐  $\chi^2 = 14, df = 1$   
☐  $\chi^2 = 2, df = 2$  ☐  $\chi^2 = 24, df = 1$  ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 26 ♣** Если величина  $\hat{\theta}$  имеет нормальное распределение  $\mathcal{N}(2; 0.01^2)$ , то, согласно дельта-методу,  $\hat{\theta}^2$  имеет примерно нормальное распределение

- ☐  $\mathcal{N}(4; 2 \cdot 0.01^2)$  ☐  $\mathcal{N}(4; 4 \cdot 0.01^2)$  ☐  $\mathcal{N}(4; 8 \cdot 0.01^2)$   
☐  $\mathcal{N}(2; 4 \cdot 0.01^2)$  ☒  $\mathcal{N}(4; 16 \cdot 0.01^2)$  ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 27 ♣** Случайные величины  $X_1, X_2$  и  $X_3$  независимы и одинаково распределены,

$X_i$	3	5
$\mathbb{P}(\cdot)$	$p$	$1 - p$

По выборке оказалось, что  $\bar{X} = 4.5$ . Оценка неизвестного  $p$ , полученная методом моментов, равна:

- ☐ 1/2 ☐ Метод неприменим ☒ 1/4  
☐ 1/3 ☐ 2/3 ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 28 ♣** Случайные величины  $X$  и  $Y$  распределены нормально. Для тестирования гипотезы о равенстве дисперсий выбирается  $m$  наблюдений случайной величины  $X$  и  $n$  наблюдений случайной величины  $Y$ . Какое распределение может иметь статистика, используемая в данном случае?

☒  $F_{m-1, n-1}$

☐  $t_{m+n-2}$

☐  $t_{m+n-1}$

☐  $F_{m+1, n+1}$

☐  $F_{m, n}$

☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 29 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка из равномерного на  $(0, \theta)$  распределения. При каком значении константы  $c$  оценка  $\hat{\theta} = c\bar{X}$  является несмещённой?

☐ 1

☐  $\frac{1}{2}$

☐  $\frac{1}{n}$

☒ 2

☐  $n$

☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 30 ♣** Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение про метод максимального правдоподобия (ММП):

☐ ММП применим для оценивания двух и более параметров

☒ Оценки ММП асимптотически нормальны  $\mathcal{N}(0; 1)$ 
☐ При выполнении технических предпосылок оценки ММП состоятельны

☐ ММП применим для зависимых случайных величин

☐ ММП оценки не всегда совпадают с оценками метода моментов

Ура! На этой страничке вопросов уже нет :)

Имя, фамилия и номер группы:

.....

Вопрос 1 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 2 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 3 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 4 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 5 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 6 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E

Вопрос 7 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 8 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 9 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 10 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 11 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 12 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 13 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 14 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 15 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 16 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 17 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 18 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 19 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 20 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E

Вопрос 21 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 22 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 23 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 24 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 25 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 26 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 27 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 28 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 29 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 30 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E

Имя, фамилия и номер группы:

.....

Можно пользоваться простым калькулятором. В каждом вопросе единственный верный ответ.

Ни пуха, ни пера!

**Вопрос 1 ♣** Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение про эмпирическую функцию распределения  $F_n(x)$

☐ A  $F_n(x)$  имеет разрыв в каждой точке вариационного ряда

☐ B  $\text{Var}(F_n(x)) = F(x)(1 - F(x))$

☐ C  $F_n(x)$  асимптотически нормальна

☐ D  $E(F_n(x)) = F(x)$

☒  $F_n(x)$  является невозрастающей функцией

**Вопрос 2 ♣** Производитель фломастеров попросил трёх человек оценить два вида фломастеров: «Лесенка» и «Erich Krause» по 10-балльной шкале:

	Пафнутий	Андрей	Карл
Лесенка	9	7	6
Erich Krause	8	9	7

Вычислите модуль значения статистики теста знаков. Используя нормальную аппроксимацию, проверьте на уровне значимости 0.1 гипотезу о том, что фломастеры имеют одинаковое качество.

☐ A 1.65,  $H_0$  отвергается

☐ C 0.58,  $H_0$  отвергается

☐ E 1.96,  $H_0$  отвергается

☐ B 0.43,  $H_0$  не отвергается

☒ 0.58,  $H_0$  не отвергается

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 3 ♣** Величины  $X_1, \dots, X_n$  — выборка из нормально распределенной случайной величины с неизвестным математическим ожиданием и известной дисперсией. На уровне значимости  $\alpha$  проверяется гипотеза  $H_0: \mu = \mu_0$  против  $H_a: \mu \neq \mu_0$ . Обозначим  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  вероятности ошибок первого и второго рода соответственно. Между параметрами задачи всегда выполнено соотношение

☐ A  $\varphi_1 = 1 - \alpha$

☐ C  $\varphi_1 + \varphi_2 = \alpha$

☐ E  $\varphi_2 = 1 - \alpha$

☐ B  $\varphi_2 = \alpha$

☒  $\varphi_1 = \alpha$

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 4 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка из экспоненциального распределения с плотностью

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} \exp(-\frac{x}{\theta}) & \text{при } x \geq 0, \\ 0 & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

Информация Фишера  $I_n(p)$  равна:

☐ A  $\frac{\theta}{n}$

☐ C  $\frac{n}{\theta}$

☐ E  $n\theta^2$

☐ B  $\frac{\theta^2}{n}$

☒  $\frac{n}{\theta^2}$

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 5 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка из равномерного на  $(0, \theta)$  распределения. При каком значении константы  $c$  оценка  $\hat{\theta} = c\bar{X}$  является несмещённой?

☒ 2

☐ C  $n$

☐ E  $\frac{1}{2}$

☐ B  $\frac{1}{n}$

☐ D 1

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 6 ♣** Случайные величины  $X$  и  $Y$  распределены нормально. Для тестирования гипотезы о равенстве дисперсий выбирается  $m$  наблюдений случайной величины  $X$  и  $n$  наблюдений случайной величины  $Y$ . Какое распределение может иметь статистика, используемая в данном случае?

☐ A  $F_{m,n}$

☐ C  $t_{m+n-2}$

☐ E  $F_{m+1,n+1}$

☒ B  $F_{m-1,n-1}$

☐ D  $t_{m+n-1}$

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 7 ♣** Случайные величины  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$  независимы и одинаково распределены,

$X_i$	3	5
$\mathbb{P}(\cdot)$	$p$	$1-p$

Имеется выборка из трёх наблюдений:  $X_1 = 5$ ,  $X_2 = 3$ ,  $X_3 = 5$ . Оценка неизвестного  $p$ , полученная методом максимального правдоподобия, равна:

☒ A  $1/3$

☐ C  $1/2$

☐ E  $1/4$

☐ B  $2/3$

☐ D Метод неприменим

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 8 ♣** По выборке  $X_1, \dots, X_n$  из нормального распределения строятся по стандартным формулам доверительные интервалы для математического ожидания. Получен интервал  $(a_1, a_2)$  при известной дисперсии и интервал  $(b_1, b_2)$  при неизвестной дисперсии. Всегда справедливы следующие соотношения:

☐ A  $a_2 - a_1 < b_2 - b_1$

☐ D  $a_2 - a_1 > b_2 - b_1$

☐ B  $a_1 > 0, b_1 > 0, a_2 > 0, b_2 > 0$

☐ E  $a_1 < 0, b_1 < 0, a_2 > 0, b_2 > 0$

☒ B  $|a_1 - b_1| = |a_2 - b_2|$

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 9 ♣** Случайные величины  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$  независимы и одинаково распределены,

$X_i$	3	5
$\mathbb{P}(\cdot)$	$p$	$1-p$

По выборке оказалось, что  $\bar{X} = 4.5$ . Оценка неизвестного  $p$ , полученная методом моментов, равна:

☐ A  $1/2$

☐ C Метод неприменим

☐ E  $1/3$

☒ B  $1/4$

☐ D  $2/3$

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 10 ♣** При проверке гипотезы о равенстве долей используется следующее распределение

☒ A  $N(0; 1)$

☐ C  $F_{m,n}$

☐ E  $F_{m-1,n-1}$

☐ B  $t_{m+n-1}$

☐ D  $t_{m+n-2}$

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 11 ♣** Требуется проверить гипотезу о равенстве дисперсий по двум нормальным выборкам размером 20 и 16 наблюдений. Несмещённая оценка дисперсии по первой выборке составила 60, по второй — 90. Тестовая статистика может быть равна

☐ A 4

☐ C 2

☐ E 1.224

☐ B 1

☒ B 1.5

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 12 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка и  $I_n(\theta)$  — информация Фишера. Тогда несмещённая оценка  $\hat{\theta}$  называется эффективной, если

☐ A  $\text{Var}(\hat{\theta}) \leq I_n(\theta)$

☐ C  $\text{Var}(\hat{\theta}) = I_n(\theta)$

☐ E  $I_n^{-1}(\theta) \geq \text{Var}(\hat{\theta})$

☒ B  $\text{Var}(\hat{\theta}) \cdot I_n(\theta) = 1$

☐ D  $I_n^{-1}(\theta) \leq \text{Var}(\hat{\theta})$

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 13 ♣** Величины  $X_1, X_2, \dots, X_{2016}$  независимы и одинаково распределены,  $\mathcal{N}(\mu; 42)$ . Оказалось, что  $\bar{X} = -23$ . Про оценки метода моментов,  $\hat{\mu}_{MM}$ , и метода максимального правдоподобия,  $\hat{\mu}_{ML}$ , можно утверждать, что

☐ A  $\hat{\mu}_{ML} < -23, \hat{\mu}_{MM} = -23$

☐ C  $\hat{\mu}_{ML} = -23, \hat{\mu}_{MM} < -23$

☐ E  $\hat{\mu}_{ML} > -23, \hat{\mu}_{MM} = -23$

☒ B  $\hat{\mu}_{ML} = -23, \hat{\mu}_{MM} = -23$

☐ D  $\hat{\mu}_{ML} = -23, \hat{\mu}_{MM} > -23$

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 14 ♣** При проверке гипотезе о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках размеров  $m$  и  $n$  при известных, но не равных дисперсиях, тестовая статистика имеет распределение

- ☐ A  $F_{m-1, n-1}$ 
☒ B  $N(0; 1)$ 
☐ C  $t_{m+n-2}$   
☐ D  $t_{m+n-1}$ 
☐ E  $F_m$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 15 ♣** Дана реализация выборки: 3, 1, 2. Выборочный начальный момент первого порядка равен

- ☐ A 14/3
 ☐ B 2
 ☐ C 1
 ☐ D 3
 ☐ E 0
 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 16 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка из равномерного на  $(0, 2\theta)$  распределения. Оценка  $\hat{\theta} = X_1$

- ☐ A Асимптотически нормальная
 ☐ B Несмещённая
 ☐ C Эффективная
 ☐ D Состоятельная
 ☐ E Нелинейная
 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 17 ♣** Дана реализация выборки: 3, 1, 2. Несмещённая оценка дисперсии равна

- ☒ A 1
 ☐ B 1/2
 ☐ C 2
 ☐ D 1/3
 ☐ E 2/3
 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 18 ♣** При подбрасывании игральной кости 600 раз шестерка выпала 105 раз. Гипотеза о том, что кость правильная

- ☐ A Гипотезу невозможно проверить
 ☐ B отвергается при  $\alpha = 0.05$ , не отвергается при  $\alpha = 0.01$ 
☒ C не отвергается при любом разумном значении  $\alpha$ 
☐ D отвергается при  $\alpha = 0.01$ , не отвергается при  $\alpha = 0.05$ 
☐ E отвергается при любом разумном значении  $\alpha$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 19 ♣** Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение про логарифмическую функцию правдоподобия  $\ell(\theta)$

- ☐ A Функция  $\ell(\theta)$  может принимать положительные значения
 ☐ B Функция  $\ell(\theta)$  может принимать значения больше единицы
 ☒ C Функция  $\ell(\theta)$  имеет максимум при  $\theta = 0$ 
☐ D Функция  $\ell(\theta)$  может принимать отрицательные значения
 ☐ E Функция  $\ell(\theta)$  может иметь несколько экстремумов

**Вопрос 20 ♣** Производитель фломастеров попросил трёх человек оценить два вида фломастеров: «Лесенка» и «Erich Krause» по 10-балльной шкале:

	Пафнутий	Андрей	Карл
Лесенка	9	7	6
Erich Krause	8	9	7

Точное  $P$ -значение ( $P$ -value) статистики теста знаков равно

- ☒ A 3/8
 ☐ B 1/3
 ☐ C 2/3
 ☐ D 1/8
 ☐ E 1/2
 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 21 ♣** Если величина  $\hat{\theta}$  имеет нормальное распределение  $\mathcal{N}(2; 0.01^2)$ , то, согласно дельта-методу,  $\hat{\theta}^2$  имеет примерно нормальное распределение

- ☐ A  $\mathcal{N}(4; 4 \cdot 0.01^2)$ 
☒ B  $\mathcal{N}(4; 16 \cdot 0.01^2)$ 
☐ C  $\mathcal{N}(4; 2 \cdot 0.01^2)$ 
☐ D  $\mathcal{N}(2; 4 \cdot 0.01^2)$ 
☐ E Нет верного ответа.

**Вопрос 22 ♣** Последовательность оценок  $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots$  называется состоятельной, если

- ☐ A  $\text{Var}(\hat{\theta}_n) \rightarrow 0$  ☐ D  $E(\hat{\theta}_n) \rightarrow \theta$   
☐ B  $\text{Var}(\hat{\theta}_n) \geq \text{Var}(\hat{\theta}_{n+1})$  ☐ E  $E(\hat{\theta}_n) = \theta$   
☒ C  $P(|\hat{\theta}_n - \theta| > t) \rightarrow 0$  для всех  $t > 0$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 23 ♣** Юрий Петров утверждает, что обычно посещает половину занятий по Статистике. За последние полгода из 36 занятий он не посетил ни одного. Вычислите значение критерия хи-квадрат Пирсона для гипотезы, что утверждение Юрия Петрова истинно и укажите число степеней свободы

- ☐ A  $\chi^2 = 2, df = 2$  ☐ C  $\chi^2 = 24, df = 1$  ☐ E  $\chi^2 = 14, df = 1$   
☒ B  $\chi^2 = 36, df = 1$  ☐ D  $\chi^2 = 20, df = 2$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 24 ♣** Величины  $X_1, \dots, X_n$  — выборка из нормального распределения. Статистика  $U = \frac{5 - \bar{X}}{5/\sqrt{n}}$  применима для проверки

- ☐ A гипотезы  $H_0 : \mu = 5$  при известной дисперсии, равной 25, только при больших  $n$   
☐ B гипотезы  $H_0 : \mu = 5$  при известной дисперсии, равной 5, при больших  $n$   
☐ C гипотезы  $H_0 : \mu = 5$  при известной дисперсии, равной 5, при любых  $n$   
☐ D гипотезы  $H_0 : \sigma = 5$   
☒ E гипотезы  $H_0 : \mu = 5$  при известной дисперсии, равной 25, при любых  $n$   
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 25 ♣** Для выборки  $X_1, \dots, X_n$ , имеющей нормальное распределение, проверяется гипотеза  $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$  против  $H_a : \sigma^2 > \sigma_0^2$ . Критическая область имеет вид

- ☐ A  $(0, A)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = \alpha$   
☐ B  $(A, +\infty)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = \alpha$   
☒ C  $(A, +\infty)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = 1 - \alpha$   
☐ D  $(-\infty, A)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = 1 - \alpha$   
☐ E  $(0, A)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = 1 - \alpha$   
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 26 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка из биномиального распределения  $Bi(5, p)$ . Известно, что  $\mathbb{P}(X = x) = C_n^x p^x (1-p)^{n-x}$ . Информация Фишера  $I_n(p)$  равна:

- ☐ A  $\frac{5p(1-p)}{n}$  ☒ B  $\frac{5n}{p(1-p)}$  ☐ C  $\frac{p(1-p)}{5n}$   
☐ D  $\frac{n}{p(1-p)}$  ☐ E Нет верного ответа.

**Вопрос 27 ♣** Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение про метод максимального правдоподобия (ММП):

- ☐ A ММП применим для оценивания двух и более параметров  
☐ B ММП применим для зависимых случайных величин  
☐ C При выполнении технических предпосылок оценки ММП состоятельны  
☒ D Оценки ММП асимптотически нормальны  $\mathcal{N}(0; 1)$   
☐ E ММП оценки не всегда совпадают с оценками метода моментов

**Вопрос 28 ♣** Требуется проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках размером  $m$  и  $n$ . Если дисперсии неизвестны, но равны, то тестовая статистика имеет распределение

- ☒ A  $t_{m+n-2}$  ☐ C  $F_{m-1, n-1}$  ☐ E  $F_{m, n}$   
☐ B  $F_{m+1, n+1}$  ☐ D  $t_{m+n-1}$  ☐ F Нет верного ответа.



**Вопрос 29 ♣** Требуется проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий по двум нормальным выборкам размером 20 и 16 наблюдений. Истинные дисперсии по обеим выборкам известны, совпадают и равны 16. Разница выборочных средних равна 1. Тестовая статистика может быть равна

☐ A 1.224

☐ C 2

☐ E 4

☐ B 1

☒ 1.5

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 30 ♣** По случайной выборке из 200 наблюдений было оценено выборочное среднее  $\bar{X} = 25$  и несмещённая оценка дисперсии  $\hat{\sigma}^2 = 25$ . В рамках проверки гипотезы  $H_0 : \mu = 20$  против  $H_a : \mu > 20$  можно сделать вывод, что гипотеза  $H_0$

☐ A Гипотезу невозможно проверить

☐ B отвергается при  $\alpha = 0.05$ , не отвергается при  $\alpha = 0.01$

☐ C отвергается при  $\alpha = 0.01$ , не отвергается при  $\alpha = 0.05$

☒ отвергается при любом разумном значении  $\alpha$

☐ E не отвергается при любом разумном значении  $\alpha$

☐ F Нет верного ответа.

Ура! На этой страничке вопросов уже нет :)

Имя, фамилия и номер группы:

.....

Вопрос 1 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒

Вопрос 2 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ E ☐ F

Вопрос 3 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ E ☐ F

Вопрос 4 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ E ☐ F

Вопрос 5 : ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 6 : ☐ A ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 7 : ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 8 : ☐ A ☐ B ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 9 : ☐ A ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 10 : ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 11 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ E ☐ F

Вопрос 12 : ☐ A ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 13 : ☐ A ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 14 : ☐ A ☐ B ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 15 : ☐ A ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 16 : ☐ A ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 17 : ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 18 : ☐ A ☐ B ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 19 : ☐ A ☐ B ☒ D ☐ E

Вопрос 20 : ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 21 : ☐ A ☐ B ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 22 : ☐ A ☐ B ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 23 : ☐ A ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 24 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ F

Вопрос 25 : ☐ A ☐ B ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 26 : ☐ A ☐ B ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 27 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ E

Вопрос 28 : ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 29 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ E ☐ F

Вопрос 30 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ E ☐ F

Имя, фамилия и номер группы:

.....

Можно пользоваться простым калькулятором. В каждом вопросе единственный верный ответ.

Ни пуха, ни пера!

**Вопрос 1 ♣** Производитель фломастеров попросил трёх человек оценить два вида фломастеров: «Лесенка» и «Erich Krause» по 10-балльной шкале:

	Пафнутий	Андрей	Карл
Лесенка	9	7	6
Erich Krause	8	9	7

**Точное  $P$ -значение ( $P$ -value)** статистики теста знаков равно

☐ A 1/2☒ 3/8☐ E 2/3☐ B 1/3☐ D 1/8☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 2 ♣** По случайной выборке из 200 наблюдений было оценено выборочное среднее  $\bar{X} = 25$  и несмещённая оценка дисперсии  $\hat{\sigma}^2 = 25$ . В рамках проверки гипотезы  $H_0 : \mu = 20$  против  $H_a : \mu > 20$  можно сделать вывод, что гипотеза  $H_0$

☐ A отвергается при  $\alpha = 0.01$ , не отвергается при  $\alpha = 0.05$ ☒ отвергается при любом разумном значении  $\alpha$ ☐ C Гипотезу невозможно проверить☐ D отвергается при  $\alpha = 0.05$ , не отвергается при  $\alpha = 0.01$ ☐ E не отвергается при любом разумном значении  $\alpha$ ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 3 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка из экспоненциального распределения с плотностью

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} \exp(-\frac{x}{\theta}) & \text{при } x \geq 0, \\ 0 & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

Информация Фишера  $I_n(p)$  равна:

☐ A  $\frac{\theta^2}{n}$ ☒  $\frac{n}{\theta^2}$ ☐ E  $\frac{n}{\theta}$ ☐ B  $n\theta^2$ ☐ D  $\frac{\theta}{n}$ ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 4 ♣** Величины  $X_1, \dots, X_n$  — выборка из нормального распределения. Статистика  $U = \frac{5 - \bar{X}}{5/\sqrt{n}}$  применима для проверки

☐ A гипотезы  $H_0 : \mu = 5$  при известной дисперсии, равной 25, только при больших  $n$ ☒ гипотезы  $H_0 : \mu = 5$  при известной дисперсии, равной 25, при любых  $n$ ☐ C гипотезы  $H_0 : \mu = 5$  при известной дисперсии, равной 5, при любых  $n$ ☐ D гипотезы  $H_0 : \mu = 5$  при известной дисперсии, равной 5, при больших  $n$ ☐ E гипотезы  $H_0 : \sigma = 5$ ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 5 ♣** Если величина  $\hat{\theta}$  имеет нормальное распределение  $\mathcal{N}(2; 0.01^2)$ , то, согласно дельта-методу,  $\hat{\theta}^2$  имеет примерно нормальное распределение

☐ A  $\mathcal{N}(2; 4 \cdot 0.01^2)$ ☐ C  $\mathcal{N}(4; 4 \cdot 0.01^2)$ ☒  $\mathcal{N}(4; 16 \cdot 0.01^2)$ ☐ B  $\mathcal{N}(4; 2 \cdot 0.01^2)$ ☐ D  $\mathcal{N}(4; 8 \cdot 0.01^2)$ ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 6 ♣** По выборке  $X_1, \dots, X_n$  из нормального распределения строятся по стандартным формулам доверительные интервалы для математического ожидания. Получен интервал  $(a_1, a_2)$  при известной дисперсии и интервал  $(b_1, b_2)$  при неизвестной дисперсии. Всегда справедливы следующие соотношения:

- ☐ A  $a_1 < 0, b_1 < 0, a_2 > 0, b_2 > 0$ 
☐ D  $a_2 - a_1 > b_2 - b_1$   
☐ B  $a_1 > 0, b_1 > 0, a_2 > 0, b_2 > 0$ 
☒  $|a_1 - b_1| = |a_2 - b_2|$   
☐ C  $a_2 - a_1 < b_2 - b_1$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 7 ♣** Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение про эмпирическую функцию распределения  $F_n(x)$

- ☒ A  $F_n(x)$  является невозрастающей функцией  
☐ B  $E(F_n(x)) = F(x)$   
☐ C  $F_n(x)$  асимптотически нормальна  
☐ D  $\text{Var}(F_n(x)) = F(x)(1 - F(x))$   
☐ E  $F_n(x)$  имеет разрыв в каждой точке вариационного ряда

**Вопрос 8 ♣** Последовательность оценок  $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots$  называется состоятельной, если

- ☐ A  $E(\hat{\theta}_n) \rightarrow \theta$ 
☐ D  $E(\hat{\theta}_n) = \theta$   
☐ B  $\text{Var}(\hat{\theta}_n) \rightarrow 0$ 
☐ E  $\text{Var}(\hat{\theta}_n) \geq \text{Var}(\hat{\theta}_{n+1})$   
☒  $P(|\hat{\theta}_n - \theta| > t) \rightarrow 0$  для всех  $t > 0$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 9 ♣** Требуется проверить гипотезу о равенстве дисперсий по двум нормальным выборкам размером 20 и 16 наблюдений. Несмещённая оценка дисперсии по первой выборке составила 60, по второй — 90. Тестовая статистика может быть равна

- ☐ A 1.224
 ☐ C 1
 ☐ E 2  
☐ B 4
 ☒ 1.5
 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 10 ♣** При проверке гипотезе о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках размеров  $m$  и  $n$  при известных, но не равных дисперсиях, тестовая статистика имеет распределение

- ☐ A  $F_m$ 
☐ C  $t_{m+n-2}$ 
☒  $N(0; 1)$   
☐ B  $t_{m+n-1}$ 
☐ D  $F_{m-1, n-1}$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 11 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка и  $I_n(\theta)$  — информация Фишера. Тогда несмещённая оценка  $\hat{\theta}$  называется эффективной, если

- ☐ A  $I_n^{-1}(\theta) \geq \text{Var}(\hat{\theta})$ 
☒  $\text{Var}(\hat{\theta}) \cdot I_n(\theta) = 1$ 
☐ E  $\text{Var}(\hat{\theta}) \leq I_n(\theta)$   
☐ B  $\text{Var}(\hat{\theta}) = I_n(\theta)$ 
☐ D  $I_n^{-1}(\theta) \leq \text{Var}(\hat{\theta})$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 12 ♣** Случайные величины  $X$  и  $Y$  распределены нормально. Для тестирования гипотезы о равенстве дисперсий выбирается  $m$  наблюдений случайной величины  $X$  и  $n$  наблюдений случайной величины  $Y$ . Какое распределение может иметь статистика, используемая в данном случае?

- ☐ A  $t_{m+n-2}$ 
☐ C  $t_{m+n-1}$ 
☐ E  $F_{m+1, n+1}$   
☒  $F_{m-1, n-1}$ 
☐ D  $F_{m, n}$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 13 ♣** При подбрасывании игральной кости 600 раз шестерка выпала 105 раз. Гипотеза о том, что кость правильная

- ☐ A Гипотезу невозможно проверить  
☒ не отвергается при любом разумном значении  $\alpha$   
☐ C отвергается при  $\alpha = 0.05$ , не отвергается при  $\alpha = 0.01$   
☐ D отвергается при любом разумном значении  $\alpha$   
☐ E отвергается при  $\alpha = 0.01$ , не отвергается при  $\alpha = 0.05$   
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 14 ♣** Производитель фломастеров попросил трёх человек оценить два вида фломастеров: «Лесенка» и «Erich Krause» по 10-балльной шкале:

	Пафнутий	Андрей	Карл
Лесенка	9	7	6
Erich Krause	8	9	7

Вычислите модуль значения статистики теста знаков. Используя нормальную аппроксимацию, проверьте на уровне значимости 0.1 гипотезу о том, что фломастеры имеют одинаковое качество.

- ☒ 0.58,  $H_0$  не отвергается     
 ☐ 1.96,  $H_0$  отвергается     
 ☐ 0.58,  $H_0$  отвергается  
☐ 0.43,  $H_0$  не отвергается     
 ☐ 1.65,  $H_0$  отвергается     
 ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 15 ♣** При проверке гипотезы о равенстве долей используется следующее распределение

- ☐  $F_{m-1, n-1}$      
 ☐  $F_{m, n}$      
 ☒  $N(0; 1)$   
☐  $t_{m+n-2}$      
 ☐  $t_{m+n-1}$      
 ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 16 ♣** Юрий Петров утверждает, что обычно посещает половину занятий по Статистике. За последние полгода из 36 занятий он не посетил ни одного. Вычислите значение критерия хи-квадрат Пирсона для гипотезы, что утверждение Юрия Петрова истинно и укажите число степеней свободы

- ☒  $\chi^2 = 36, df = 1$      
 ☐  $\chi^2 = 2, df = 2$      
 ☐  $\chi^2 = 14, df = 1$   
☐  $\chi^2 = 24, df = 1$      
 ☐  $\chi^2 = 20, df = 2$      
 ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 17 ♣** Дана реализация выборки: 3, 1, 2. Выборочный начальный момент первого порядка равен

- ☐ 1     
 ☐ 0     
 ☐ 3  
☒ 2     
 ☐ 14/3     
 ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 18 ♣** Требуется проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках размером  $m$  и  $n$ . Если дисперсии неизвестны, но равны, то тестовая статистика имеет распределение

- ☐  $F_{m+1, n+1}$      
 ☒  $t_{m+n-2}$      
 ☐  $F_{m-1, n-1}$   
☐  $t_{m+n-1}$      
 ☐  $F_{m, n}$      
 ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 19 ♣** Случайные величины  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$  независимы и одинаково распределены,

$X_i$	3	5
$\mathbb{P}(\cdot)$	$p$	$1-p$

По выборке оказалось, что  $\bar{X} = 4.5$ . Оценка неизвестного  $p$ , полученная методом моментов, равна:

- ☐ Метод неприменим     
 ☐ 1/3     
 ☒ 1/4  
☐ 1/2     
 ☐ 2/3     
 ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 20 ♣** Величины  $X_1, \dots, X_n$  — выборка из нормально распределенной случайной величины с неизвестным математическим ожиданием и известной дисперсией. На уровне значимости  $\alpha$  проверяется гипотеза  $H_0: \mu = \mu_0$  против  $H_a: \mu \neq \mu_0$ . Обозначим  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  вероятности ошибок первого и второго рода соответственно. Между параметрами задачи всегда выполнено соотношение

- ☐  $\varphi_2 = \alpha$      
 ☒  $\varphi_1 = \alpha$      
 ☐  $\varphi_1 = 1 - \alpha$   
☐  $\varphi_1 + \varphi_2 = \alpha$      
 ☐  $\varphi_2 = 1 - \alpha$      
 ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 21 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка из биномиального распределения  $Bi(5, p)$ . Известно, что  $\mathbb{P}(X = x) = C_n^x p^x (1-p)^{n-x}$ . Информация Фишера  $I_n(p)$  равна:

- ☐  $\frac{n}{5p(1-p)}$      
 ☐  $\frac{p(1-p)}{5n}$      
 ☐  $\frac{5p(1-p)}{n}$   
☐  $\frac{n}{p(1-p)}$      
 ☒  $\frac{5n}{p(1-p)}$      
 ☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 22 ♣** Для выборки  $X_1, \dots, X_n$ , имеющей нормальное распределение, проверяется гипотеза  $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$  против  $H_a : \sigma^2 > \sigma_0^2$ . Критическая область имеет вид

- ☐ (A)  $(0, A)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = \alpha$   
☒ (A)  $(A, +\infty)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = 1 - \alpha$   
☐ (C)  $(-\infty, A)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = 1 - \alpha$   
☐ (D)  $(A, +\infty)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = \alpha$   
☐ (E)  $(0, A)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = 1 - \alpha$   
☐ (F) Нет верного ответа.

**Вопрос 23 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка из равномерного на  $(0, 2\theta)$  распределения. Оценка  $\hat{\theta} = X_1$

- ☐ (A) Нелинейная ☐ (D) Состоятельная  
☐ (B) Эффективная ☐ (E) Асимптотически нормальная  
☒ (C) Несмещённая ☐ (F) Нет верного ответа.

**Вопрос 24 ♣** Величины  $X_1, X_2, \dots, X_{2016}$  независимы и одинаково распределены,  $\mathcal{N}(\mu; 42)$ . Оказалось, что  $\bar{X} = -23$ . Про оценки метода моментов,  $\hat{\mu}_{MM}$ , и метода максимального правдоподобия,  $\hat{\mu}_{ML}$ , можно утверждать, что

- ☐ (A)  $\hat{\mu}_{ML} = -23, \hat{\mu}_{MM} < -23$  ☐ (C)  $\hat{\mu}_{ML} = -23, \hat{\mu}_{MM} > -23$  ☒ (E)  $\hat{\mu}_{ML} = -23, \hat{\mu}_{MM} = -23$   
☐ (B)  $\hat{\mu}_{ML} < -23, \hat{\mu}_{MM} = -23$  ☐ (D)  $\hat{\mu}_{ML} > -23, \hat{\mu}_{MM} = -23$  ☐ (F) Нет верного ответа.

**Вопрос 25 ♣** Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение про логарифмическую функцию правдоподобия  $\ell(\theta)$

- ☐ (A) Функция  $\ell(\theta)$  может принимать положительные значения  
☐ (B) Функция  $\ell(\theta)$  может принимать значения больше единицы  
☒ (C) Функция  $\ell(\theta)$  имеет максимум при  $\theta = 0$   
☐ (D) Функция  $\ell(\theta)$  может принимать отрицательные значения  
☐ (E) Функция  $\ell(\theta)$  может иметь несколько экстремумов

**Вопрос 26 ♣** Требуется проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий по двум нормальным выборкам размером 20 и 16 наблюдений. Истинные дисперсии по обеим выборкам известны, совпадают и равны 16. Разница выборочных средних равна 1. Тестовая статистика может быть равна

- ☒ (A) 1.5 ☐ (C) 4 ☐ (E) 2  
☐ (B) 1.224 ☐ (D) 1 ☐ (F) Нет верного ответа.

**Вопрос 27 ♣** Дана реализация выборки: 3, 1, 2. Несмещённая оценка дисперсии равна

- ☐ (A) 2 ☐ (C) 2/3 ☐ (E) 1/2  
☐ (B) 1/3 ☒ (D) 1 ☐ (F) Нет верного ответа.

**Вопрос 28 ♣** Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение про метод максимального правдоподобия (ММП):

- ☐ (A) ММП оценки не всегда совпадают с оценками метода моментов  
☐ (B) ММП применим для зависимых случайных величин  
☒ (C) Оценки ММП асимптотически нормальны  $\mathcal{N}(0; 1)$   
☐ (D) ММП применим для оценивания двух и более параметров  
☐ (E) При выполнении технических предпосылок оценки ММП состоятельны

**Вопрос 29 ♣** Случайные величины  $X_1, X_2$  и  $X_3$  независимы и одинаково распределены,

$X_i$	3	5
$\mathbb{P}(\cdot)$	$p$	$1 - p$

Имеется выборка из трёх наблюдений:  $X_1 = 5, X_2 = 3, X_3 = 5$ . Оценка неизвестного  $p$ , полученная методом максимального правдоподобия, равна:

☐ A Метод неприменим

☐ C 2/3

☐ E 1/2

☒ 1/3

☐ D 1/4

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 30 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка из равномерного на  $(0, \theta)$  распределения. При каком значении константы  $c$  оценка  $\hat{\theta} = c\bar{X}$  является несмещённой?

☐ A  $\frac{1}{n}$

☒ 2

☐ E  $n$

☐ B 1

☐ D  $\frac{1}{2}$

☐ F Нет верного ответа.

Ура! На этой страничке вопросов уже нет :)

Имя, фамилия и номер группы:

.....

Вопрос 1 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 2 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 3 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 4 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 5 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 6 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 7 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E

Вопрос 8 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 9 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 10 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 11 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 12 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 13 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 14 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 15 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 16 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 17 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 18 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 19 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 20 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 21 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 22 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 23 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 24 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 25 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E

Вопрос 26 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 27 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 28 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E

Вопрос 29 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 30 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F



Имя, фамилия и номер группы:

.....

Можно пользоваться простым калькулятором. В каждом вопросе единственный верный ответ.

Ни пуха, ни пера!

**Вопрос 1 ♣** Случайные величины  $X_1, X_2$  и  $X_3$  независимы и одинаково распределены,

$X_i$	3	5
$\mathbb{P}(\cdot)$	$p$	$1-p$

Имеется выборка из трёх наблюдений:  $X_1 = 5, X_2 = 3, X_3 = 5$ . Оценка неизвестного  $p$ , полученная методом максимального правдоподобия, равна:☐ A Метод неприменим☐ C 2/3☐ E 1/2☒ 1/3☐ D 1/4☐ F Нет верного ответа.**Вопрос 2 ♣** Последовательность оценок  $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots$  называется состоятельной, если☒ P  $P(|\hat{\theta}_n - \theta| > t) \rightarrow 0$  для всех  $t > 0$ ☐ D  $E(\hat{\theta}_n) = \theta$ ☐ B  $\text{Var}(\hat{\theta}_n) \geq \text{Var}(\hat{\theta}_{n+1})$ ☐ E  $E(\hat{\theta}_n) \rightarrow \theta$ ☐ C  $\text{Var}(\hat{\theta}_n) \rightarrow 0$ ☐ F Нет верного ответа.**Вопрос 3 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка из равномерного на  $(0, 2\theta)$  распределения. Оценка  $\hat{\theta} = X_1$ ☐ A Эффективная☐ D Нелинейная☒ B Несмещённая☐ E Асимптотически нормальная☐ C Состоятельная☐ F Нет верного ответа.**Вопрос 4 ♣** Величины  $X_1, \dots, X_n$  — выборка из нормального распределения. Статистика  $U = \frac{5 - \bar{X}}{5/\sqrt{n}}$  применима для проверки☒ гипотезы  $H_0 : \mu = 5$  при известной дисперсии, равной 25, при любых  $n$ ☐ B гипотезы  $H_0 : \sigma = 5$ ☐ C гипотезы  $H_0 : \mu = 5$  при известной дисперсии, равной 5, при больших  $n$ ☐ D гипотезы  $H_0 : \mu = 5$  при известной дисперсии, равной 5, при любых  $n$ ☐ E гипотезы  $H_0 : \mu = 5$  при известной дисперсии, равной 25, только при больших  $n$ ☐ F Нет верного ответа.**Вопрос 5 ♣** Требуется проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий по двум нормальным выборкам размером 20 и 16 наблюдений. Истинные дисперсии по обеим выборкам известны, совпадают и равны 16. Разница выборочных средних равна 1. Тестовая статистика может быть равна☐ A 1.224☐ C 4☐ E 2☐ B 1☒ 1.5☐ F Нет верного ответа.**Вопрос 6 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка из биномиального распределения  $Bi(5, p)$ . Известно, что  $\mathbb{P}(X = x) = C_n^x p^x (1-p)^{n-x}$ . Информация Фишера  $I_n(p)$  равна:☐ A  $\frac{n}{p(1-p)}$ ☐ C  $\frac{p(1-p)}{5n}$ ☐ E  $\frac{5p(1-p)}{n}$ ☒  $\frac{5n}{p(1-p)}$ ☐ D  $\frac{n}{5p(1-p)}$ ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 7 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка и  $I_n(\theta)$  — информация Фишера. Тогда несмещённая оценка  $\hat{\theta}$  называется эффективной, если

- ☐ A  $\text{Var}(\hat{\theta}) \leq I_n(\theta)$ 
☒ B  $\text{Var}(\hat{\theta}) \cdot I_n(\theta) = 1$ 
☐ C  $I_n^{-1}(\theta) \leq \text{Var}(\hat{\theta})$   
☐ D  $\text{Var}(\hat{\theta}) = I_n(\theta)$ 
☐ E  $I_n^{-1}(\theta) \geq \text{Var}(\hat{\theta})$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 8 ♣** При проверке гипотезе о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках размеров  $m$  и  $n$  при известных, но не равных дисперсиях, тестовая статистика имеет распределение

- ☐ A  $t_{m+n-1}$ 
☐ B  $t_{m+n-2}$ 
☐ C  $F_{m-1, n-1}$ 
☐ D  $F_m$ 
☒ E  $N(0; 1)$   
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 9 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка из равномерного на  $(0, \theta)$  распределения. При каком значении константы  $c$  оценка  $\hat{\theta} = c\bar{X}$  является несмещённой?

- ☐ A 1
 ☐ B  $\frac{1}{2}$ 
☐ C  $\frac{1}{n}$ 
☐ D  $n$ 
☒ E 2  
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 10 ♣** По выборке  $X_1, \dots, X_n$  из нормального распределения строятся по стандартным формулам доверительные интервалы для математического ожидания. Получен интервал  $(a_1, a_2)$  при известной дисперсии и интервал  $(b_1, b_2)$  при неизвестной дисперсии. Всегда справедливы следующие соотношения:

- ☐ A  $a_1 < 0, b_1 < 0, a_2 > 0, b_2 > 0$ 
☒ B  $|a_1 - b_1| = |a_2 - b_2|$ 
☐ C  $a_2 - a_1 < b_2 - b_1$   
☐ D  $a_1 > 0, b_1 > 0, a_2 > 0, b_2 > 0$ 
☐ E  $a_2 - a_1 > b_2 - b_1$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 11 ♣** Требуется проверить гипотезу о равенстве дисперсий по двум нормальным выборкам размером 20 и 16 наблюдений. Несмещённая оценка дисперсии по первой выборке составила 60, по второй — 90. Тестовая статистика может быть равна

- ☒ A 1.5
 ☐ B 4
 ☐ C 1
 ☐ D 1.224
 ☐ E 2  
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 12 ♣** Дана реализация выборки: 3, 1, 2. Несмещённая оценка дисперсии равна

- ☒ A 1
 ☐ B  $1/2$ 
☐ C  $1/3$ 
☐ D  $2/3$ 
☐ E 2  
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 13 ♣** Производитель фломастеров попросил трёх человек оценить два вида фломастеров: «Лесенка» и «Erich Krause» по 10-балльной шкале:

	Пафнутий	Андрей	Карл
Лесенка	9	7	6
Erich Krause	8	9	7

Вычислите модуль значения статистики теста знаков. Используя нормальную аппроксимацию, проверьте на уровне значимости 0.1 гипотезу о том, что фломастеры имеют одинаковое качество.

- ☐ A 0.58,  $H_0$  отвергается
 ☒ B 0.58,  $H_0$  не отвергается
 ☐ C 1.96,  $H_0$  отвергается  
☐ D 0.43,  $H_0$  не отвергается
 ☐ E 1.65,  $H_0$  отвергается
 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 14 ♣** Величины  $X_1, X_2, \dots, X_{2016}$  независимы и одинаково распределены,  $\mathcal{N}(\mu; 42)$ . Оказалось, что  $\bar{X} = -23$ . Про оценки метода моментов,  $\hat{\mu}_{MM}$ , и метода максимального правдоподобия,  $\hat{\mu}_{ML}$ , можно утверждать, что

- ☐ A  $\hat{\mu}_{ML} = -23, \hat{\mu}_{MM} > -23$ 
☐ B  $\hat{\mu}_{ML} < -23, \hat{\mu}_{MM} = -23$ 
☐ C  $\hat{\mu}_{ML} = -23, \hat{\mu}_{MM} < -23$ 
☒ D  $\hat{\mu}_{ML} = -23, \hat{\mu}_{MM} = -23$   
☐ E  $\hat{\mu}_{ML} > -23, \hat{\mu}_{MM} = -23$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 15 ♣** Для выборки  $X_1, \dots, X_n$ , имеющей нормальное распределение, проверяется гипотеза  $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$  против  $H_a : \sigma^2 > \sigma_0^2$ . Критическая область имеет вид

- ☐ A  $(A, +\infty)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = \alpha$   
☐ B  $(0, A)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = \alpha$   
☐ C  $(-\infty, A)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = 1 - \alpha$   
☒ D  $(A, +\infty)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = 1 - \alpha$   
☐ E  $(0, A)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = 1 - \alpha$   
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 16 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка из экспоненциального распределения с плотностью

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} \exp(-\frac{x}{\theta}) & \text{при } x \geq 0, \\ 0 & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

Информация Фишера  $I_n(p)$  равна:

- ☐ A  $\frac{\theta}{n}$  ☐ C  $\frac{\theta^2}{n}$  ☐ E  $\frac{n}{\theta}$   
☐ B  $n\theta^2$  ☒ D  $\frac{n}{\theta^2}$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 17 ♣** Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение про эмпирическую функцию распределения  $F_n(x)$

- ☐ A  $E(F_n(x)) = F(x)$   
☒ B  $F_n(x)$  является невозрастающей функцией  
☐ C  $\text{Var}(F_n(x)) = F(x)(1 - F(x))$   
☐ D  $F_n(x)$  асимптотически нормальна  
☐ E  $F_n(x)$  имеет разрыв в каждой точке вариационного ряда

**Вопрос 18 ♣** По случайной выборке из 200 наблюдений было оценено выборочное среднее  $\bar{X} = 25$  и несмещённая оценка дисперсии  $\hat{\sigma}^2 = 25$ . В рамках проверки гипотезы  $H_0 : \mu = 20$  против  $H_a : \mu > 20$  можно сделать вывод, что гипотеза  $H_0$

- ☒ A отвергается при любом разумном значении  $\alpha$   
☐ B отвергается при  $\alpha = 0.01$ , не отвергается при  $\alpha = 0.05$   
☐ C отвергается при  $\alpha = 0.05$ , не отвергается при  $\alpha = 0.01$   
☐ D не отвергается при любом разумном значении  $\alpha$   
☐ E Гипотезу невозможно проверить  
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 19 ♣** Величины  $X_1, \dots, X_n$  — выборка из нормально распределённой случайной величины с неизвестным математическим ожиданием и известной дисперсией. На уровне значимости  $\alpha$  проверяется гипотеза  $H_0 : \mu = \mu_0$  против  $H_a : \mu \neq \mu_0$ . Обозначим  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  вероятности ошибок первого и второго рода соответственно. Между параметрами задачи всегда выполнено соотношение

- ☐ A  $\varphi_2 = \alpha$  ☐ C  $\varphi_1 = 1 - \alpha$  ☐ E  $\varphi_1 + \varphi_2 = \alpha$   
☐ B  $\varphi_2 = 1 - \alpha$  ☒ D  $\varphi_1 = \alpha$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 20 ♣** Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение про метод максимального правдоподобия (ММП):

- ☐ A ММП применим для оценивания двух и более параметров  
☐ B ММП применим для зависимых случайных величин  
☐ C При выполнении технических предпосылок оценки ММП состоятельны  
☒ D Оценки ММП асимптотически нормальны  $\mathcal{N}(0; 1)$   
☐ E ММП оценки не всегда совпадают с оценками метода моментов

**Вопрос 21 ♣** Если величина  $\hat{\theta}$  имеет нормальное распределение  $\mathcal{N}(2; 0.01^2)$ , то, согласно дельта-методу,  $\hat{\theta}^2$  имеет примерно нормальное распределение

- ☐ A  $\mathcal{N}(4; 8 \cdot 0.01^2)$  ☐ C  $\mathcal{N}(4; 2 \cdot 0.01^2)$  ☐ E  $\mathcal{N}(4; 4 \cdot 0.01^2)$   
☐ B  $\mathcal{N}(2; 4 \cdot 0.01^2)$  ☒ D  $\mathcal{N}(4; 16 \cdot 0.01^2)$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 22 ♣** Требуется проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках размером  $m$  и  $n$ . Если дисперсии неизвестны, но равны, то тестовая статистика имеет распределение

- ☐ A  $t_{m+n-1}$  ☒ C  $t_{m+n-2}$  ☐ E  $F_{m+1, n+1}$   
☐ B  $F_{m-1, n-1}$  ☐ D  $F_{m, n}$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 23 ♣** При подбрасывании игральной кости 600 раз шестерка выпала 105 раз. Гипотеза о том, что кость правильная

- ☐ A отвергается при любом разумном значении  $\alpha$   
☐ B Гипотезу невозможно проверить  
☐ C отвергается при  $\alpha = 0.05$ , не отвергается при  $\alpha = 0.01$   
☒ D не отвергается при любом разумном значении  $\alpha$   
☐ E отвергается при  $\alpha = 0.01$ , не отвергается при  $\alpha = 0.05$   
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 24 ♣** Дана реализация выборки: 3, 1, 2. Выборочный начальный момент первого порядка равен

- ☐ A 14/3 ☐ C 3 ☐ E 0  
☐ B 1 ☒ D 2 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 25 ♣** При проверке гипотезы о равенстве долей используется следующее распределение

- ☐ A  $F_{m, n}$  ☐ C  $F_{m-1, n-1}$  ☐ E  $t_{m+n-2}$   
☐ B  $t_{m+n-1}$  ☒ D  $N(0; 1)$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 26 ♣** Производитель фломастеров попросил трёх человек оценить два вида фломастеров: «Лесенка» и «Erich Krause» по 10-балльной шкале:

	Пафнутий	Андрей	Карл
Лесенка	9	7	6
Erich Krause	8	9	7

Точное  $P$ -значение ( $P$ -value) статистики теста знаков равно

- ☒ A 3/8 ☐ C 1/8 ☐ E 2/3  
☐ B 1/3 ☐ D 1/2 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 27 ♣** Юрий Петров утверждает, что обычно посещает половину занятий по Статистике. За последние полгода из 36 занятий он не посетил ни одного. Вычислите значение критерия хи-квадрат Пирсона для гипотезы, что утверждение Юрия Петрова истинно и укажите число степеней свободы

- ☒ A  $\chi^2 = 36, df = 1$  ☐ C  $\chi^2 = 20, df = 2$  ☐ E  $\chi^2 = 24, df = 1$   
☐ B  $\chi^2 = 2, df = 2$  ☐ D  $\chi^2 = 14, df = 1$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 28 ♣** Случайные величины  $X$  и  $Y$  распределены нормально. Для тестирования гипотезы о равенстве дисперсий выбирается  $m$  наблюдений случайной величины  $X$  и  $n$  наблюдений случайной величины  $Y$ . Какое распределение может иметь статистика, используемая в данном случае?

- ☐ A  $t_{m+n-1}$  ☐ C  $F_{m, n}$  ☐ E  $F_{m+1, n+1}$   
☒ B  $F_{m-1, n-1}$  ☐ D  $t_{m+n-2}$  ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 29 ♣ Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение про логарифмическую функцию правдоподобия  $\ell(\theta)$

- ☒ Функция  $\ell(\theta)$  имеет максимум при  $\theta = 0$
- ☐ Функция  $\ell(\theta)$  может иметь несколько экстремумов
- ☐ Функция  $\ell(\theta)$  может принимать положительные значения
- ☐ Функция  $\ell(\theta)$  может принимать отрицательные значения
- ☐ Функция  $\ell(\theta)$  может принимать значения больше единицы

Вопрос 30 ♣ Случайные величины  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$  независимы и одинаково распределены,

$X_i$	3	5
$\mathbb{P}(\cdot)$	$p$	$1 - p$

По выборке оказалось, что  $\bar{X} = 4.5$ . Оценка неизвестного  $p$ , полученная методом моментов, равна:

- ☐ 1/2
- ☐ 1/3
- ☐ 2/3
- ☒ 1/4
- ☐ Метод неприменим
- ☐ Нет верного ответа.

Ура! На этой страничке вопросов уже нет :)

Имя, фамилия и номер группы:

.....

Вопрос 1 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 2 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 3 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 4 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 5 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 6 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 7 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 8 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 9 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 10 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 11 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 12 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 13 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 14 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 15 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 16 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 17 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E

Вопрос 18 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 19 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 20 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E

Вопрос 21 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 22 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 23 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 24 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 25 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 26 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 27 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 28 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 29 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E

Вопрос 30 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Имя, фамилия и номер группы:

.....

Можно пользоваться простым калькулятором. В каждом вопросе единственный верный ответ.

Ни пуха, ни пера!

**Вопрос 1 ♣** Требуется проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий по двум нормальным выборкам размером 20 и 16 наблюдений. Истинные дисперсии по обоим выборкам известны, совпадают и равны 16. Разница выборочных средних равна 1. Тестовая статистика может быть равна

- ☐ A 2                      ☐ C 4                      ☐ E 1  
☐ B 1.224                      ☒ D 1.5                      ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 2 ♣** Последовательность оценок  $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots$  называется состоятельной, если

- ☐ A  $E(\hat{\theta}_n) \rightarrow \theta$                       ☐ D  $\text{Var}(\hat{\theta}_n) \geq \text{Var}(\hat{\theta}_{n+1})$   
☐ B  $\text{Var}(\hat{\theta}_n) \rightarrow 0$                       ☒ E  $P(|\hat{\theta}_n - \theta| > t) \rightarrow 0$  для всех  $t > 0$   
☐ C  $E(\hat{\theta}_n) = \theta$                       ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 3 ♣** Производитель фломастеров попросил трёх человек оценить два вида фломастеров: «Лесенка» и «Erich Krause» по 10-балльной шкале:

	Пафнутий	Андрей	Карл
Лесенка	9	7	6
Erich Krause	8	9	7

Вычислите модуль значения статистики теста знаков. Используя нормальную аппроксимацию, проверьте на уровне значимости 0.1 гипотезу о том, что фломастеры имеют одинаковое качество.

- ☐ A 0.58,  $H_0$  отвергается                      ☐ C 1.65,  $H_0$  отвергается                      ☐ E 0.43,  $H_0$  не отвергается  
☐ B 1.96,  $H_0$  отвергается                      ☒ D 0.58,  $H_0$  не отвергается                      ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 4 ♣** Производитель фломастеров попросил трёх человек оценить два вида фломастеров: «Лесенка» и «Erich Krause» по 10-балльной шкале:

	Пафнутий	Андрей	Карл
Лесенка	9	7	6
Erich Krause	8	9	7

Точное  $P$ -значение ( $P$ -value) статистики теста знаков равно

- ☒ A 3/8                      ☐ C 2/3                      ☐ E 1/2  
☐ B 1/3                      ☐ D 1/8                      ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 5 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка из биномиального распределения  $Bi(5, p)$ . Известно, что  $\mathbb{P}(X = x) = C_n^x p^x (1-p)^{n-x}$ . Информация Фишера  $I_n(p)$  равна:

- ☐ A  $\frac{n}{p(1-p)}$                       ☐ C  $\frac{n}{5p(1-p)}$                       ☒ E  $\frac{5n}{p(1-p)}$   
☐ B  $\frac{p(1-p)}{5n}$                       ☐ D  $\frac{5p(1-p)}{n}$                       ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 6 ♣** Величины  $X_1, \dots, X_n$  — выборка из нормально распределенной случайной величины с неизвестным математическим ожиданием и известной дисперсией. На уровне значимости  $\alpha$  проверяется гипотеза  $H_0 : \mu = \mu_0$  против  $H_a : \mu \neq \mu_0$ . Обозначим  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  вероятности ошибок первого и второго рода соответственно. Между параметрами задачи всегда выполнено соотношение

- ☐ A  $\varphi_1 + \varphi_2 = \alpha$ 
☐ C  $\varphi_2 = \alpha$ 
☒  $\varphi_1 = \alpha$   
☐ B  $\varphi_1 = 1 - \alpha$ 
☐ D  $\varphi_2 = 1 - \alpha$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 7 ♣** Требуется проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках размером  $m$  и  $n$ . Если дисперсии неизвестны, но равны, то тестовая статистика имеет распределение

- ☐ A  $t_{m+n-1}$ 
☐ C  $F_{m-1, n-1}$ 
☒  $t_{m+n-2}$   
☐ B  $F_{m+1, n+1}$ 
☐ D  $F_{m, n}$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 8 ♣** При подбрасывании игральной кости 600 раз шестерка выпала 105 раз. Гипотеза о том, что кость правильная

- ☐ A отвергается при  $\alpha = 0.01$ , не отвергается при  $\alpha = 0.05$   
☐ B Гипотезу невозможно проверить  
☒ не отвергается при любом разумном значении  $\alpha$   
☐ D отвергается при любом разумном значении  $\alpha$   
☐ E отвергается при  $\alpha = 0.05$ , не отвергается при  $\alpha = 0.01$   
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 9 ♣** Величины  $X_1, X_2, \dots, X_{2016}$  независимы и одинаково распределены,  $\mathcal{N}(\mu; 42)$ . Оказалось, что  $\bar{X} = -23$ . Про оценки метода моментов,  $\hat{\mu}_{MM}$ , и метода максимального правдоподобия,  $\hat{\mu}_{ML}$ , можно утверждать, что

- ☒  $\hat{\mu}_{ML} = -23, \hat{\mu}_{MM} = -23$ 
☐ C  $\hat{\mu}_{ML} = -23, \hat{\mu}_{MM} < -23$ 
☐ E  $\hat{\mu}_{ML} < -23, \hat{\mu}_{MM} = -23$   
☐ B  $\hat{\mu}_{ML} = -23, \hat{\mu}_{MM} > -23$ 
☐ D  $\hat{\mu}_{ML} > -23, \hat{\mu}_{MM} = -23$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 10 ♣** По выборке  $X_1, \dots, X_n$  из нормального распределения строятся по стандартным формулам доверительные интервалы для математического ожидания. Получен интервал  $(a_1, a_2)$  при известной дисперсии и интервал  $(b_1, b_2)$  при неизвестной дисперсии. Всегда справедливы следующие соотношения:

- ☐ A  $a_2 - a_1 > b_2 - b_1$ 
☐ D  $a_1 > 0, b_1 > 0, a_2 > 0, b_2 > 0$   
☐ B  $a_2 - a_1 < b_2 - b_1$ 
☒  $|a_1 - b_1| = |a_2 - b_2|$   
☐ C  $a_1 < 0, b_1 < 0, a_2 > 0, b_2 > 0$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 11 ♣** Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение про метод максимального правдоподобия (ММП):

- ☐ A ММП применим для оценивания двух и более параметров  
☒ B Оценки ММП асимптотически нормальны  $\mathcal{N}(0; 1)$   
☐ C ММП применим для зависимых случайных величин  
☐ D ММП оценки не всегда совпадают с оценками метода моментов  
☐ E При выполнении технических предпосылок оценки ММП состоятельны

**Вопрос 12 ♣** Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение про логарифмическую функцию правдоподобия  $\ell(\theta)$

- ☒ A Функция  $\ell(\theta)$  имеет максимум при  $\theta = 0$   
☐ B Функция  $\ell(\theta)$  может принимать положительные значения  
☐ C Функция  $\ell(\theta)$  может иметь несколько экстремумов  
☐ D Функция  $\ell(\theta)$  может принимать отрицательные значения  
☐ E Функция  $\ell(\theta)$  может принимать значения больше единицы

**Вопрос 13 ♣** Дана реализация выборки: 3, 1, 2. Несмещённая оценка дисперсии равна

- ☐ A 1/2
 ☐ C 2/3
 ☐ E 2  
☒ B 1
 ☐ D 1/3
 ☐ F Нет верного ответа.



**Вопрос 14 ♣** Случайные величины  $X$  и  $Y$  распределены нормально. Для тестирования гипотезы о равенстве дисперсий выбирается  $m$  наблюдений случайной величины  $X$  и  $n$  наблюдений случайной величины  $Y$ . Какое распределение может иметь статистика, используемая в данном случае?

☐  $t_{m+n-1}$

☐  $F_{m+1,n+1}$

☐  $t_{m+n-2}$

☐  $F_{m,n}$

☒  $F_{m-1,n-1}$

☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 15 ♣** Юрий Петров утверждает, что обычно посещает половину занятий по Статистике. За последние полгода из 36 занятий он не посетил ни одного. Вычислите значение критерия хи-квадрат Пирсона для гипотезы, что утверждение Юрия Петрова истинно и укажите число степеней свободы

☐  $\chi^2 = 14, df = 1$

☒  $\chi^2 = 36, df = 1$

☐  $\chi^2 = 24, df = 1$

☐  $\chi^2 = 2, df = 2$

☐  $\chi^2 = 20, df = 2$

☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 16 ♣** Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение про эмпирическую функцию распределения  $F_n(x)$

☐  $F_n(x)$  имеет разрыв в каждой точке вариационного ряда

☒  $F_n(x)$  является невозрастающей функцией

☐  $\text{Var}(F_n(x)) = F(x)(1 - F(x))$

☐  $E(F_n(x)) = F(x)$

☐  $F_n(x)$  асимптотически нормальна

**Вопрос 17 ♣** Дана реализация выборки: 3, 1, 2. Выборочный начальный момент первого порядка равен

☐ 14/3

☐ 1

☐ 0

☐ 3

☒ 2

☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 18 ♣** Величины  $X_1, \dots, X_n$  — выборка из нормального распределения. Статистика  $U = \frac{5 - \bar{X}}{5/\sqrt{n}}$  применима для проверки

☐ гипотезы  $H_0 : \sigma = 5$

☒ гипотезы  $H_0 : \mu = 5$  при известной дисперсии, равной 25, при любых  $n$

☐ гипотезы  $H_0 : \mu = 5$  при известной дисперсии, равной 5, при любых  $n$

☐ гипотезы  $H_0 : \mu = 5$  при известной дисперсии, равной 25, только при больших  $n$

☐ гипотезы  $H_0 : \mu = 5$  при известной дисперсии, равной 5, при больших  $n$

☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 19 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка из равномерного на  $(0, \theta)$  распределения. При каком значении константы  $c$  оценка  $\hat{\theta} = c\bar{X}$  является несмещённой?

☐  $\frac{1}{2}$

☒ 2

☐  $n$

☐  $\frac{1}{n}$

☐ 1

☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 20 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка из экспоненциального распределения с плотностью

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} \exp(-\frac{x}{\theta}) & \text{при } x \geq 0, \\ 0 & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

Информация Фишера  $I_n(p)$  равна:

☐  $n\theta^2$

☐  $\frac{\theta^2}{n}$

☐  $\frac{n}{\theta}$

☐  $\frac{\theta}{n}$

☒  $\frac{n}{\theta^2}$

☐ Нет верного ответа.

**Вопрос 21 ♣** Если величина  $\hat{\theta}$  имеет нормальное распределение  $\mathcal{N}(2; 0.01^2)$ , то, согласно дельта-методу,  $\hat{\theta}^2$  имеет примерно нормальное распределение

- ☐ A  $\mathcal{N}(4; 4 \cdot 0.01^2)$  ☒ B  $\mathcal{N}(4; 16 \cdot 0.01^2)$  ☐ E  $\mathcal{N}(2; 4 \cdot 0.01^2)$   
☐ B  $\mathcal{N}(4; 2 \cdot 0.01^2)$  ☐ D  $\mathcal{N}(4; 8 \cdot 0.01^2)$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 22 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка и  $I_n(\theta)$  — информация Фишера. Тогда несмещённая оценка  $\hat{\theta}$  называется эффективной, если

- ☐ A  $I_n^{-1}(\theta) \geq \text{Var}(\hat{\theta})$  ☐ C  $\text{Var}(\hat{\theta}) = I_n(\theta)$  ☒ E  $\text{Var}(\hat{\theta}) \cdot I_n(\theta) = 1$   
☐ B  $I_n^{-1}(\theta) \leq \text{Var}(\hat{\theta})$  ☐ D  $\text{Var}(\hat{\theta}) \leq I_n(\theta)$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 23 ♣** Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  — случайная выборка из равномерного на  $(0, 2\theta)$  распределения. Оценка  $\hat{\theta} = X_1$

- ☐ A Асимптотически нормальная ☐ D Состоятельная  
☐ B Нелинейная ☒ E Несмещённая  
☐ C Эффективная ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 24 ♣** При проверке гипотезы о равенстве долей используется следующее распределение

- ☐ A  $F_{m,n}$  ☐ C  $F_{m-1,n-1}$  ☐ E  $t_{m+n-2}$   
☒ B  $N(0; 1)$  ☐ D  $t_{m+n-1}$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 25 ♣** Для выборки  $X_1, \dots, X_n$ , имеющей нормальное распределение, проверяется гипотеза  $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$  против  $H_a : \sigma^2 > \sigma_0^2$ . Критическая область имеет вид

- ☐ A  $(-\infty, A)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = 1 - \alpha$   
☐ B  $(A, +\infty)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = \alpha$   
☒ C  $(A, +\infty)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = 1 - \alpha$   
☐ D  $(0, A)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = 1 - \alpha$   
☐ E  $(0, A)$ , где  $A$  таково, что  $\mathbb{P}(\chi_{n-1}^2 < A) = \alpha$   
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 26 ♣** При проверке гипотезы о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках размеров  $m$  и  $n$  при известных, но не равных дисперсиях, тестовая статистика имеет распределение

- ☐ A  $F_{m-1,n-1}$  ☐ C  $t_{m+n-2}$  ☒ E  $N(0; 1)$   
☐ B  $F_m$  ☐ D  $t_{m+n-1}$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 27 ♣** Случайные величины  $X_1, X_2$  и  $X_3$  независимы и одинаково распределены,

$X_i$	3	5
$\mathbb{P}(\cdot)$	$p$	$1 - p$

Имеется выборка из трёх наблюдений:  $X_1 = 5, X_2 = 3, X_3 = 5$ . Оценка неизвестного  $p$ , полученная методом максимального правдоподобия, равна:

- ☐ A Метод неприменим ☐ C  $2/3$  ☐ E  $1/4$   
☒ B  $1/3$  ☐ D  $1/2$  ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 28 ♣** Случайные величины  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$  независимы и одинаково распределены,

$X_i$	3	5
$\mathbb{P}(\cdot)$	$p$	$1 - p$

По выборке оказалось, что  $\bar{X} = 4.5$ . Оценка неизвестного  $p$ , полученная методом моментов, равна:

☒ 1/4

☐ C Метод неприменим

☐ E 2/3

☐ B 1/3

☐ D 1/2

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 29 ♣** По случайной выборке из 200 наблюдений было оценено выборочное среднее  $\bar{X} = 25$  и несмещённая оценка дисперсии  $\hat{\sigma}^2 = 25$ . В рамках проверки гипотезы  $H_0 : \mu = 20$  против  $H_a : \mu > 20$  можно сделать вывод, что гипотеза  $H_0$

☐ A отвергается при  $\alpha = 0.01$ , не отвергается при  $\alpha = 0.05$

☐ B не отвергается при любом разумном значении  $\alpha$

☒ C отвергается при любом разумном значении  $\alpha$

☐ D Гипотезу невозможно проверить

☐ E отвергается при  $\alpha = 0.05$ , не отвергается при  $\alpha = 0.01$

☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 30 ♣** Требуется проверить гипотезу о равенстве дисперсий по двум нормальным выборкам размером 20 и 16 наблюдений. Несмещённая оценка дисперсии по первой выборке составила 60, по второй — 90. Тестовая статистика может быть равна

☐ A 4

☐ C 1.224

☒ D 1.5

☐ B 2

☐ D 1

☐ F Нет верного ответа.

Ура! На этой страничке вопросов уже нет :)

Имя, фамилия и номер группы:

.....

Вопрос 1 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 2 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 3 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 4 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 5 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 6 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 7 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 8 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 9 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 10 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 11 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E

Вопрос 12 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E

Вопрос 13 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 14 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 15 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 16 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E

Вопрос 17 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 18 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 19 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 20 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D ☐ E ☐ F

Вопрос 21 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 22 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 23 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 24 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 25 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 26 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F

Вопрос 27 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 28 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 29 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D ☐ E ☐ F

Вопрос 30 : ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☒ E ☐ F