

Контрольная работа № 1 по ТВ и МС [2016–2017]

Ф. И. О.

1. Из семей, имеющих двоих разновозрастных детей, случайным образом выбирается одна семья. Известно, что в семье есть девочка (событие A).
 - (a) Какова вероятность того, что в семье есть мальчик (событие B)?
 - (b) Сформулируйте определение независимости событий и проверьте, являются ли события A и B независимыми?
2. Система состоит из N независимых узлов. При выходе из строя хотя бы одного узла, система дает сбой. Вероятность выхода из строя любого из узлов равна 0.000001. Вычислите максимально возможное число узлов системы, при котором вероятность её сбоя не превышает 0.01.
3. Исследование состояния здоровья населения в шахтерском регионе «Велико-котовск» за пятилетний период показало, что из всех людей с диагностированным заболеванием легких, 22% работало на шахтах. Из тех, у кого не было диагностировано заболевание легких, только 14% работало на шахтах. Заболевание легких было диагностировано у 4% населения региона.
 - (a) Какой процент людей среди тех, кто работал в шахте, составляют люди с диагностированным заболеванием легких?
 - (b) Какой процент людей среди тех, кто НЕ работал в шахте, составляют люди с диагностированным заболеванием легких?
4. Студент Петя выполняет тест (множественного выбора) проставлением ответов наугад. В тесте 17 вопросов, в каждом из которых пять вариантов ответов и только один из них правильный. Оценка по десятибалльной шкале формируется следующим образом:

$$\text{Оценка} = \begin{cases} \text{ЧПО} - 7, & \text{если ЧПО} \in [8; 17], \\ 1, & \text{если ЧПО} \in [0; 7], \end{cases}$$

где ЧПО означает число правильных ответов.

- (a) Найдите наиболее вероятное число правильных ответов.
- (b) Найдите математическое ожидание и дисперсию числа правильных ответов.
- (c) Найдите вероятность того, что Петя получит «отлично» (по десятибалльной шкале получит 8, 9 или 10 баллов).

Студент Вася также выполняет тест проставлением ответов наугад.
- (d) Найдите вероятность того, что все ответы Пети и Васи совпадут.

5. Продавец высокотехнологичного оборудования контактирует с одним или двумя потенциальными покупателями в день с вероятностями $1/3$ и $2/3$ соответственно. Каждый контакт заканчивается «ничем» с вероятностью 0.9 и покупкой оборудования на сумму в $50\,000$ у. е. с вероятностью 0.1 . Пусть ξ — случайная величина, означающая объем дневных продаж в у. е.
- Вычислите $\mathbb{P}(\{\xi = 0\})$.
 - Сформулируйте определение функции распределения и постройте функцию распределения случайной величины ξ .
 - Вычислите математическое ожидание и дисперсию случайной величины ξ .
6. Интервал движения поездов метро фиксирован и равен b минут, т. е. каждый следующий поезд появляется после предыдущего ровно через b минут. Пассажир приходит на станцию в случайный момент времени. Пусть случайная величина ξ , означающая время ожидания поезда, имеет равномерное распределение на отрезке $[0; b]$.
- Запишите плотность распределения случайной величины ξ .
 - Найдите константу b , если известно, что в среднем пассажиру приходится ждать поезда одну минуту, т. е. $\mathbb{E}[\xi] = 1$.
 - Вычислите дисперсию случайной величины ξ .
 - Найдите вероятность того, что пассажир будет ждать поезд менее одной минуты.
 - Найдите квантиль порядка 0.25 распределения случайной величины ξ .
 - Найдите центральный момент порядка 2017 случайной величины ξ .
 - Постройте функцию распределения случайной величины ξ .
Марья Ивановна из суеверия всегда пропускает два поезда и садится в третий.
 - Найдите математическое ожидание и дисперсию времени, затрачиваемого Марьей Ивановной на ожидание «своего» поезда.
Глафира Петровна не садится в поезд, если видит в нем подозрительного человека. Подозрительные люди встречаются в каждом поезде с вероятностью $3/4$.
 - Найдите вероятность того, что Глафире Петровне придется ждать не менее пяти минут, чтобы уехать со станции.
 - Найдите математическое ожидание времени ожидания «своего» поезда для Глафиры Петровны.
7. (Бонусная задача) На первом этаже десятиэтажного дома в лифт заходят 9 человек. Найдите математическое ожидание числа остановок лифта, если люди выходят из лифта независимо друг от друга.