

# FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM

## Fyzikální praktikum 3

Zpracoval: Teodor Duraković

Naměřeno: 15. dubna 2025

Obor: F

Skupina: Út 14:00

Testováno:

### Úloha č. 10: Rutherfordův experiment

#### 1. Zadání

- Sledujte počet zaznamenaných  $\alpha$ -částic pro dostatečný počet různých poloh zlaté fólie. Ověřte vztah pro Rutherfordův rozptyl.
- Ověřte, zda počty zaznamenaných  $\alpha$ -částic mají Poissonovo rozdělení.

#### 2. Teorie

Cílem úlohy je ověřit Rutherfordův vztah pro rozptyl  $\alpha$ -částic na tenké zlaté fólii a zároveň statisticky ověřit, že počet detekovaných  $\alpha$ -částic v časových úsecích odpovídá Poissonovu rozdělení.

Rozptyl  $\alpha$ -částic na těžkých atomových jádrech (např. zlata) lze modelovat pomocí klasické elektrostatické interakce mezi kladně nabitou částicí a jádrem atomu. Pokud  $\alpha$ -částice proletí dostatečně blízko jádru, dojde ke změně směru jejího pohybu. Úhel rozptylu  $\chi$  je přitom funkcí tzv. záporné vzdálenosti  $b$  – tedy minimální vzdálenosti, na kterou se  $\alpha$ -částice při průletu k jádru přiblíží.

Zachování momentu hybnosti umožňuje odvodit vztah mezi  $b$  a úhlem  $\chi$  ve tvaru:

$$b = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 E_k} \cot\left(\frac{\chi}{2}\right) \quad (1)$$

kde  $Z$  je protonové číslo cílového jádra,  $E_k$  je kinetická energie  $\alpha$ -částice a  $e$  je elementární náboj.

Poměr počtu částic rozptýlených o úhel větší než  $\chi$  k celkovému počtu částic je pak:

$$f = \pi n d \left( \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 E_k} \right)^2 \cot^2\left(\frac{\chi}{2}\right) \quad (2)$$

kde  $n$  je objemová koncentrace atomů ve fólii a  $d$  je její tloušťka.

Počet částic rozptýlených do malého prostorového úhlu  $d\Omega$  v intervalu  $(\chi, \chi + d\chi)$  lze pak vyjádřit diferenciálním tvarem:

$$\frac{dN}{d\Omega} = N_0 n d \left( \frac{Ze^2}{8\pi\epsilon_0 E_k} \right)^2 \cdot \frac{1}{\sin^4\left(\frac{\chi}{2}\right)} \quad (3)$$

kde  $N_0$  je počet částic dopadajících na fólii za jednotku času.

Tato závislost je základním předpoklazením Rutherfordova modelu rozptylu a bude ověřena v první části úlohy.

#### Poissonovo rozdělení

Radioaktivní rozpad, kterým vznikají  $\alpha$ -částice, je náhodný děj. Předpokládá se, že počet  $\alpha$ -částic zaznamenaných v časovém intervalu  $T$  sleduje Poissonovo rozdělení:

$$P(n) = \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda} \quad (4)$$

kde  $n$  je počet událostí v daném intervalu a  $\lambda$  je střední hodnota zaznamenaných částic za interval  $T$ .

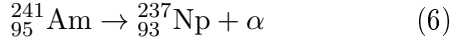
Pro ověření hypotézy použijeme  $\chi^2$  test dobré shody. Testovací statistika má tvar:

$$\chi^2 = \sum_j \frac{(K_j - NP_j)^2}{NP_j} \quad (5)$$

kde  $K_j$  je počet měření s  $j$  zaznamenanými částicemi,  $P_j$  je teoretická pravděpodobnost podle Poissonova rozdělení a  $N$  je celkový počet intervalů. Kritická hodnota  $\chi^2$  je určena hladinou spolehlivosti a počtem stupňů volnosti.

### 3. Popis aparatury a princip měření

Měření probíhalo ve vakuové komoře s integrovaným zdrojem  $\alpha$ -částic ( $^{241}\text{Am}$ ), zlatou fólií ve tvaru mezikruží a detektorem částic. Zdrojem jsou částice  $^4_2\text{He}$  vznikající  $\alpha$ -rozpadem podle reakce:



K detekci slouží scintilační detektor napojený na předzesilovač, zesilovač a osciloskop. Mezi zdrojem a detektorem se nachází držák fólie, který umožňuje měnit její polohu (prostřednictvím magnetů uvnitř a vně trubice) a tím i úhel rozptylu  $\chi$ . Fólie je velmi tenká, aby docházelo pouze k jednoduchým rozptylům a nedošlo k významnému pohlcování částic.

Aby bylo zajištěno, že  $\alpha$ -částice nebudou interagovat se vzduchem, je aparatura evakuována na tlak okolo 1 kPa.

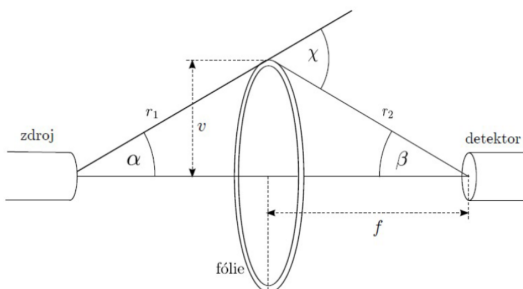
#### Geometrie měření

Experimentální uspořádání lze chápat jako dvou-stupňový rozptylový systém:  $\alpha$ -částice jsou emitovány do prostorového úhlu  $\alpha$ , zasahují zlatou fólii a následně jsou rozptýleny do úhlu  $\beta$  (zachyceno na obr.1), kde mohou být zachyceny detektorem. Počet detekovaných částic za jednotku času lze zapísat jako:

$$n = K \cdot \frac{\cos \alpha \cos \beta}{r_1^2 r_2^2 \sin^4(\chi/2)} = K \cdot u \quad (7)$$

kde  $r_1, r_2$  jsou vzdálenosti fólie od zdroje a detektoru,  $\alpha, \beta$  jsou odpovídající úhly a  $K$  je konstanta závislá na intenzitě zdroje, účinné ploše detektoru a geometrii experimentu.

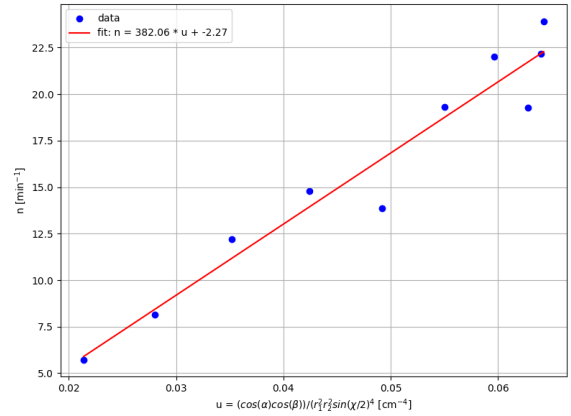
Při daném uspořádání (vzdálenost zdroje i detektoru od fólie je cca 22,7 cm, střední poloměr fólie  $v = 2$  cm) je možné úhel rozptylu  $\chi$  aproximovat jako funkci polohy fólie.



Obrázek 1: Uspořádání aparatury

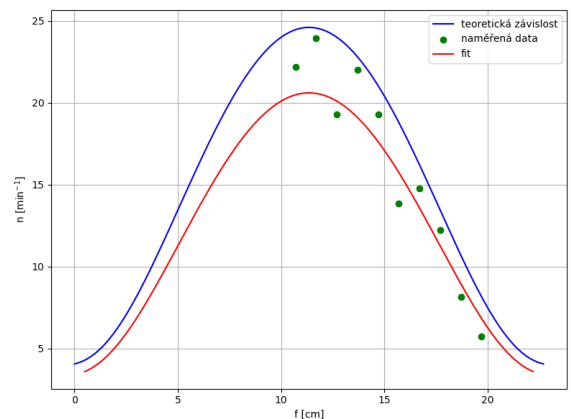
### 4. Měření

Z měřené závislosti času pro detekci  $N = 40$  částic pro různé vzdálenosti  $f$  od detektoru lze dopočítat  $r_1, r_2$  ( $r_1 = \sqrt{(d-f)^2 + v^2}$ ,  $r_2 = \sqrt{f^2 + v^2}$ ), kde  $d$  je vzdálenost zdroj-detektor. Následně získáváme úhly  $\alpha, \beta, \chi$  ( $\alpha = \arctan v/r_1$ ,  $\beta = \arctan v/r_2$ ,  $\chi = \alpha + \beta$ ). Nyní lze ze závislosti  $n(u)$  získat koeficient (směrnici  $K$ ). Výsledek lze pozorovat na Obr. 2:



Obrázek 2: Závislost počtu částic za jednotku času na  $u$

Získáváme  $K = 382 \pm 34 \text{ min}^{-1} \text{ cm}^4$ . Tuto hodnotu lze využít pro sestavení teoretické závislosti  $n(u)$  a srovnání s naměřenými daty. Pomocí knihovny `scipy.optimize` fitujeme na měřená data křivku vycházející z funkce (7) Získáváme obr. 3.



Obrázek 3: Závislost počtu částic za jednotku času na  $u$

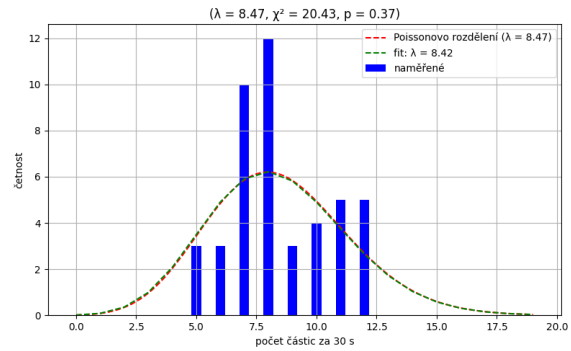
## 4.1. Ověření Poissonova rozdělení

Pro ověření Poissonova rozdělení využíváme formule (4) a (5), získáváme výsledky v tabulce 1.

interval [s]	$\bar{\lambda}$	$\chi^2$	p	$\chi^2_{max}$	passed
10	2.9	104	0.00	13	False
15	4.2	69	0.00	17	False
30	8.5	20	0.37	25	True
60	16.3	28	0.57	38	True
90	25.4	13	1.00	52	True
100	27.2	54	0.17	55	True
150	42.3	27	1.00	76	True
200	54.4	28	1.00	93	True

Tabulka 1: Výsledky chí kvadrát testu pro různé intervaly

V souladu s očekáváním pozorujeme, že pro příliš malé vzorky test selhává, pro větší vzorky je ale chí kvadrát test pro hladinu spolehlivosti 0.05 splněn. Srovnání pro interval třiceti sekund lze pozorovat na obr. 4.



Obrázek 4: Závislost počtu částic za jednotku času na  $u$

## 5. Závěr

Úspěšně se nám podařilo replikovat Rutherfordův experiment. Potvrdili jsme, že je počet detekovaných částic závislý na vzdálenosti od fólie, tato závislost se blížila teoretické formuli (7), nicméně náš počet částic byl nižší, než teoreticky očekávaný. Tuto odchylku vysvětlujeme zejména relativně malým vzorkem, se kterým jsme pracovali. Podařilo se nám dokázat, že je Poissonovo rozdělení splněno.