Ústav fyzikální elektroniky Přírodovědecké fakulty Masarykovy univerzity

FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM

Fyzikální praktikum 2

Zpracoval: Teodor Duraković **Naměřeno:** 2. prosince 2024

Obor: F **Skupina:** Po 14:00 **Testováno:**

Úloha č. **9:** **Závislost indexu lomu skla na vlnové délce**

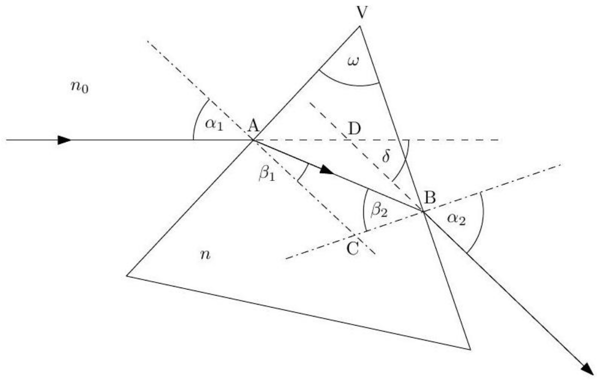
$T = 21.6$ °C

$p = 994$ hPa

$\varphi = 33$ %

1. Teorie

Metodu minimální deviace lze použít ke stanovení indexu lomu vzorků (sklo, plasty, atd.), které mají tvar hranolu. Při experimentu dvě sousední stěny hranolu, kterými vstupuje a vystupuje paprsek, spolu svírají lámavý uhel ω (viz obr. 1), jenž spolu s indexem lomu tvoří parametry hranolu. Paprsek vystupující z hranolu je od vstupujícího paprsku odchýlen o úhel δ, nazývaný deviace, který závisí na úhlu dopadu α_1. Po analýze této závislosti zjistíme, že pro určitý úhel dopadu vykazuje deviace minimum, δ_{m}.



Obrázek 1: Průchod paprsku světla hranolem.

Nyní odvoďme závislost úhlové odchylky δ vystupujícího paprsku na úhlu dopadu $\alpha_1 = \alpha$, lámavém úhlu ω a na indexu lomu skla n a uvažme její průběh. Zákon lomu na prvním rozhraní je

$$n_0 \sin\alpha = n \sin\beta_1, \tag{1}$$

kde n_0 je index lomu prostředí obklopující hranol, a na druhém rozhraní

$$n \sin\beta_2 = n_0 \sin\alpha_2 \tag{2}$$

Deviace δ je vnější úhel v trojúhelníků ABD při vrcholu D a tedy můžeme napsat

$$\delta = (\alpha - \beta_1) + (\alpha_2 - \beta_2)\,. \tag{3}$$

Lámavý úhel ω je vnějším úhlem při vrcholu C v trojúhelníku ABC , neboť strana AC je kolmá k prvnímu rozhraní AV a strana BC je kolmá k druhému rozhraní BV, tedy:

$$\omega = \beta_1 + \beta_2. \tag{4}$$

Deviace δ je pak podle (9.3) a (9.4) rovna

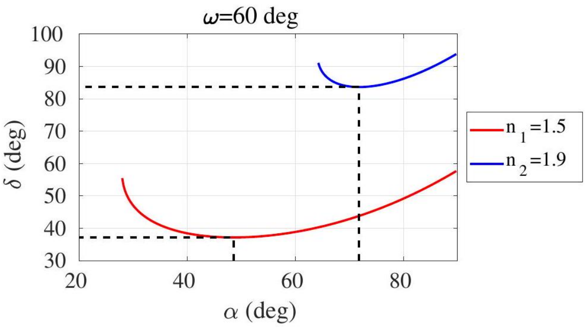
$$\delta = \alpha + \alpha_2 - \omega \tag{5}$$

Vyjádříme-li α_2 ze vztahů (9.1), (9.2, , 9.4 a (9.5), obdržíme závislost deviace na úhlu dopadu α ve tvaru

$$\delta = f(\alpha, \omega, n, n_0) = \tag{6}$$

$$= \alpha - \omega + \arcsin\left[\sin\omega\sqrt{\left(\frac{n}{n_0}\right)^2 - \sin^2\alpha} - \cos\omega\sin\alpha\right]$$

Tato závislost má pro realistické případy indexu lomu skla n a vrcholových úhlů ω jedno minimum



Obrázek 2: Závislost deviace paprsku na úhlu dopadu na stěnu hranolu pro indexy lomu hranolu $n_1 = 1.5$ (červená čára) a $n_2 = 1.9$ (modrá čára) vykreslená pro úhly dopadu pro něž je realizovatelný průchod paprsku přes výstupní stěnu hranolu. Závislost je vynesena pro vrcholový úhel $\omega = 60°$. Přerušované čáry vyznačují polohy příslušných minim deviace paprsku.

(viz obr. 2). Odvození podmínky pro minimum deviace z (6) je poněkud zdlouhavé. Elegantněji dojdeme k výsledku s použitím vztahu (5), jehož derivace podle α musí být v minimu nutně rovna 0 , tedy

$$\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}\alpha} = 1 + \frac{\mathrm{d}\alpha_2}{\mathrm{d}\alpha} = 0 \tag{7}$$

Diferencováním Snellova zákona pro první a druhou lámavou plochu, tj. rovnicí (1) resp. 2., obdržíme

$$n_0 \cos\alpha \ \mathrm{d}\alpha = n \cos\beta_1 \ \mathrm{d}\beta_1 \tag{8}$$

a

$$n_0 \cos\alpha_2 \ \mathrm{d}\alpha_2 = n \cos\beta_2 \ \mathrm{d}\beta_2 \tag{9}$$

Podělením těchto dvou rovnic a s použitím diferencované formy vztahu (4), $\mathrm{d}\beta_1 = -\mathrm{d}\beta_2$, dostáváme

$$\frac{\mathrm{d}\alpha_2}{\mathrm{d}\alpha} = -\frac{\cos\alpha \cdot \cos\beta_2}{\cos\alpha_2 \cdot \cos\beta_1} \tag{10}$$

Po dosazení do podmínky pro minimum (7) a s využitím Snellova zákona obdržíme

$$\frac{1-\sin^2\alpha}{1-\sin^2\alpha_2} = \frac{\frac{n}{n_0} - \sin^2\alpha}{\frac{n}{n_0} - \sin^2\alpha_2} \tag{11}$$

Úhel dopadu α, pro který je tato rovnost splněna tedy vede k nutné podmínce minima deviace δ, $\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}\alpha} = 0$. Protože je $\frac{n}{n_0} > 0$, z rovnice 9 vyplývá, že úhel dopadu na hranol se rovná úhlu výstupu $\alpha = \alpha_2$ a tedy $\beta_1 = \beta_2$. To znamená, že paprsek, pro který je deviace minimální, prochází hranolem symetricky vzhledem k rovině půlící vrcholový úhel hranolu (tj. úhel ω při vrcholu V na obr. 1. Po dosazení do (5) a 4 obdržíme $\alpha = \frac{\delta_m + \omega}{2}$ resp. $\beta_1 = \frac{\omega}{2}$ a pod dosazení do Snellova zákona (1) pří aproximaci $n_0 \approx 1$ pro vzduch dostáváme vztah svazující index lomu materiálu hranolu s vrcholovým úhlem a minimální deviací δ_m

$$n = \frac{\sin\left(\left[\delta_m + \omega\right]/2\right)}{\sin(\omega/2)}. \tag{12}$$

Vrcholový úhel hranolu a minimální deviace jsou experimentálně relativně lehko měřitelné veličiny a nyní vidíme, že z nich můžeme určit i index lomu, aniž bychom potřebovali určovat navíc úhel dopadu α.

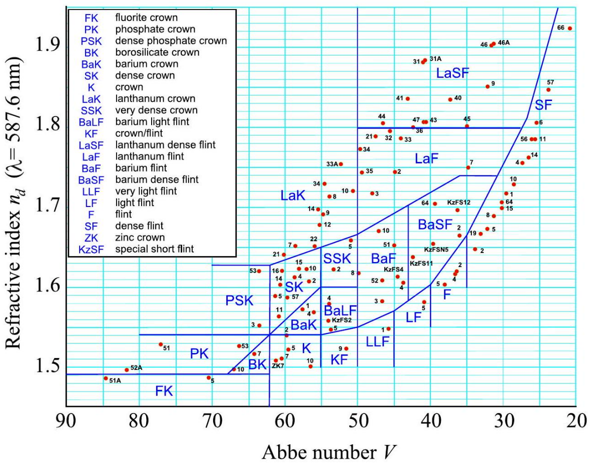
Index lomu látek je závislý na vlnové délce světla. Tomuto jevu se říká disperze a je způsobená závislostí rychlosti šíření monochromatické elektromagnetické vlny v látce na její frekvenci. Disperze je příčinou existence tzv. rozkladu světla hranolem, o kterém se můžeme přesvědčit osvětlíme-li hranol paprskem bílého světla, nebo světlem z výbojky. Pozorujeme, že největší deviaci mají paprsky s barvou fialovou a nejmenší s barvou červenou. Tedy s rostoucí vlnovou délkou deviace klesá, a protože podle (10) nebo (6) většímu indexu lomu odpovídá větší deviace, klesá index lomu s rostoucí vlnovou délkou. Tato závislost se nazývá normální disperze látky a její znalost je významná z hlediska použití dané látky pro optické účely. Naším úkolem bude zjistit tuto závislost pro sklo, ze kterého je vyroben hranol, tj. určit disperzní křivku hranolu. Teoreticky disperzi můžeme popsat pomocí Cauchyho vztahu:

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} \tag{13}$$

V aplikacích je třeba přihlížet k celé řadě fyzikálních parametrů skel optických elementů (např. čoček nebo hranolů) charakterizujících jejich optické a mechanické vlastnosti. Dvěma hlavními optickými parametry uváděnými v technických specifikacích komerčně dostupných skel jsou index lomu skla n_d pro žlutou čáru d z Fraunhoferových čar a Abbeovo číslo (viz obr. 3). Žlutá čára d o vlnové délce $\lambda_d = 587,6$ nm je zvolena proto, že se nachází přibližně uprostřed intervalu vlnových délek viditelného spektra (tj .380 nm až 750 nm). Abbeovo číslo, které je převrácenou hodnotou disperzní mohutnosti skla , je definované jako

$$\nu_d = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C}, \tag{14}$$

kde n_{F} a n_{C} jsou indexy lomu skla pro Fraunhoferovy čáry o vlnových délkách $\lambda_F = 486,1$ nm (modrá) resp. $\lambda_C = 656,3$ nm (červená). Abbeovo číslo je nepřímo úměrné rozdílu indexů lomů světla na opačných stranách viditelného spektra. Tedy, čím je Abbeovo číslo skla menší, tím více se mění index lomu s vlnovou délkou světla, a tím bude také větší chromatická vada čočky z daného skla vyrobené.



Obrázek 3: Abbeův diagram zobrazující Abbeovo číslo (zde V) oproti indexu lomu žluté spektrální čáry n_{d} pro sérii různých typů skel (číslované tečky). Skla jsou klasifikována podle Schottova kódu, který odráží jejich složení (písmenná část kódu) a polohu v diagramu (číselná část kódu)

Experiment

Pomocí goniometru změříme potřebné úhly: lámavý úhel ω hranolu a úhel δ_{m} minimální deviace paprsků. Zdrojem světla bude rtuťová výbojka, která ve viditelné oblasti spektra obsahuje řadu čar o známých vlnových délkách uvedených v tabulce 1 Polohu paprsku budeme určovat vizuálně pomocí nitkového kříže umístěného v ohniskové rovině okuláru dalekohledu, do kterého zobrazíme vstupní štěrbinu kolimátoru osvětlenou výbojkou při měření úhlu minimální deviace.

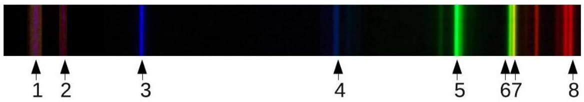
Vlastní měření se provádí na goniometru SG-5, který má pevné rameno s kolimátorem a otočný stolek s měřeným hranolem. Polohu stolku a dalekohledu lze velmi přesně nastavit hrubým a jemným posuvem a číst ji s přesností jednotek úhlových vteřin. Způsob manipulace a odečítání úhlů na stupnici je popsáno v návodu na obsluhu tohoto goniometru. Před měřením je třeba provést justování hranolu, které spočívá v nastavení lámavých ploch kolmo na optickou osu dalekohledu. Provádí se nakláněním stolečku regulačními šrouby. Kolmost se kontroluje autokolimační metodou: nitkový kříž osvětlený žárovkou v okuláru se po odrazu od justované lámavé plochy hranolu zobrazí zpět do ohniskové roviny okuláru dalekohledu. Při ztotožnění nitkového kříže se svým obrazem je lámavá plocha kolmá k optické ose dalekohledu. Postup opakujeme několikrát.

Měření lámavého úhlu ω hranolu provádíme tak, že změříme úhel, který spolu svírají paprsky kolmé k lámavým plochám. Je-li úhel mezi kolmicemi $\psi_1 - \psi_2$, je lámavý úhel

$$\omega = 180 - (\psi_1 - \psi_2) \tag{15}$$

Úhlové polohy dalekohledu ψ_1 a ψ_2, kdy je optická osa dalekohledu kolmá na první resp. druhou lámavou plochu hranolu, nastavíme užitím autokolimační metody. Úhly ψ_1 a ψ_2 pak odečítáme na stupnici spojené s jednou z os rotace stolečku pozorované přes mikroskop umístěný na spodní části dalekohledu. Při měření otáčíme dalekohledem z polohy ψ_1 do polohy ψ_2, aniž bychom otáčeli stolečkem s hranolem (viz obr. 5). Pro zvýšení přesnosti určení ω a určení nejistoty provádíme měření několika dvojic úhlů ψ_1, ψ_2.

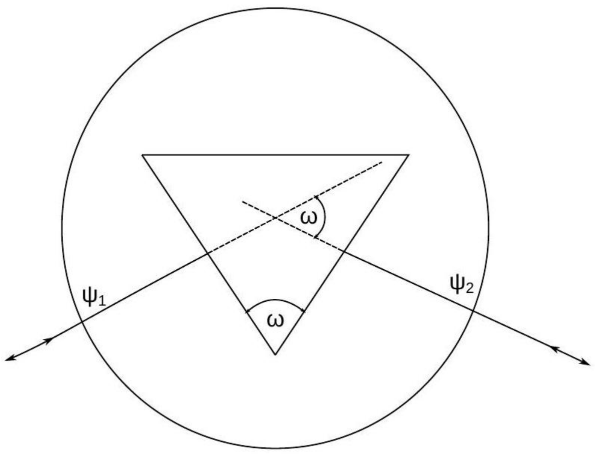
Měření úhlu minimální deviace δ_{m} provádíme pro každou spektrální čáru rtuti v bodě obratu paprsku. Minimální deviaci najdeme tak, že měníme úhel dopadu světla z výbojky na hranol otá-



Obrázek 4: Upravená fotografie spektra rtuťové výbojky. Očíslovány jsou čáry, jejichž vlnové délky jsou uvedeny v tabulce 1.

Tabulka 1: Vlnové délky vybraných čar spektra rtuťové výbojky.

λ (nm)	barva	poznámka	n
404,7	fialová	silnější	1
407,8	fialová	slabší	2
435,8	modrá	silná	3
491,6	modrozelená	jasná	4
546,1	zelená	silná	5
576,9	žlutá	silná	6
579,1	žlutá	silná	7
585,9	oranžová	slabá	
607,3	červená	slabá	
623,4	červená	silná	8
690,7	červená	slabá	



Obrázek 5: Měření lámavého úhlu hranolu.

čením stolečku s hranolem a pozorujeme pohyb dané spektrální čáry. Zatímco stolečkem otáčíme stále v určitém zvoleném směru, směr pohybu spektrální čáry vystupující z hranolu se v bodě minimální deviace obrátí (tj. deviace se nejdříve zmenšuje a pak zvětšuje). Bod obratu pohybu spektrální čáry nejlépe přibližně nalezneme prostým okem a až poté zpřesníme určení jeho polohy při pozorování dalekohledem. Nicméně, nemůžeme změřit úhlovou polohu paprsku vstupujícího do hranolu (museli bychom sejmout hranol), a tedy nelze určit minimální deviaci z rozdílu úhlu mezi vstupujícím a vystupujícím paprskem. Proto postupujeme tak, že změříme úhlovou polohu ϕ_1 vystupujícího paprsku v bodě minimální deviace při jeho vstupu do hranolu první lámavou plochou, pak otočíme stolek s hranolem tak, aby paprsek vstupoval do hranolu druhou lámavou plochou a změříme polohu vystupujícího paprsku ϕ_2v bodě minimální deviace při obráceném směru průchodu paprsku hranolem (viz obr. 6). Stolkem s hranolem přitom otáčíme v ose, která není spojená s rotací úhlové stupnice, abychom mohli určit rozdíl úhlů. Rozdíl těchto úhlů je dvojnásobek minimální deviace:

$$\delta_{\mathrm{m}} = (\phi_1 - \phi_2)/2 \tag{16}$$

Při měření postupujeme tak, že nejdříve změříme pro všechny zvolené spektrální čáry polohy ϕ_1, pak hranol otočíme a měříme polohy ϕ_2 u stejných spektrálních čar.

Index lomu pro každou spektrální čáru vypočítáme ze vztahu 10. Příslušnou vlnovou délku najdeme v tabulce 1 nebo přímo v tabulkách.

2. Měření

Lámavý úhel měříme vícekrát, přičemž stolek s hranolem vždy otočíme. Používáme formuli (15). Získáváme:

ψ_1[°]	ψ_2 [°]	ω[°]
286.315	146.078	39.763
276.671	136.443	39.772
270.613	130.383	39.770
275.418	135.195	39.777
279.265	139.030	39.765

$$\omega = 39.769 \pm 0.003\,^\circ = 39^\circ 46' 8.4'' \pm 10.8" \tag{17}$$

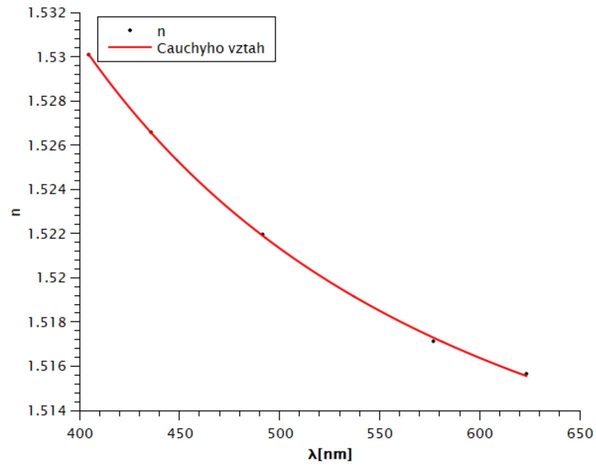
Následně využijeme rtuťové výbojky a měříme úhly dopadu různých spektrálních čar, resp. vlnových délek. Toto provedeme nejdříve pro jednu polohu hranolu (tak, jak je zmíněno v úvodu), a poté pro polohu druhou. Získáváme:

λ [nm]	Barva	ϕ_1 [°]	ϕ_2 [°]
623.4	Cervena	184.020833	228.609722
576.9	Zluta	183.960833	228.684167
491.6	Modrozelena	183.738056	228.901111
435.8	Modra	183.523611	229.107778
404.6	Fialova	183.362778	229.266944

Z toho získáme úhel minimální deviace, a tím i index lomu materiálu n:

λ [nm]	Barva	δ [°]	n
623.4	Cervena	22.294	1.5157+/-0.00009
576.9	Zluta	22.362	1.5171+/-0.00009
491.6	Modroz.	22.582	1.5220+/-0.00009
435.8	Modra	22.792	1.5266+/-0.00009
404.6	Fialova	22.952	1.5301+/-0.00009

následně hodnoty indexu lomu vykreslíme v závislosti na vlnové délce a proložíme Cauchyho vztahem:



Z čehož získáváme hodnoty konstant

$$A = 1.50493 \pm 0.00019$$
$$B = 4.11 \pm 0.04\,.10^3\,\mathrm{nm}^2$$

Pro Abbeovo číslo získáváme hodnotu:

$$\nu_d = 65.8 \pm 0.7$$

Použili jsme Hranol 3 z optického skla H-K9L, pro nějž dle tabulek Abbeovo číslo nabývá hodnoty ν_d = 64.90 Pozorujeme tedy, že od skutečných hodnot nejsme příliš daleko.

3. Závěr

Podařilo se nám splnit veškeré zadané úkoly a získat hodnoty hledaných veličin. Finální hodnota - Abbeovo číslo - se od udané hodnoty liší velmi málo.