

FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM

Fyzikální praktikum 2

Zpracoval: Teodor Duraković

Obor: F

Skupina: Po 14:00

Naměřeno: 11. listopadu 2024

Testováno:

Úloha č. 6: Elektromagnetické kmity v RLC obvodu

$$T = 21.9 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$p = 1002 \text{ hPa}$$

$$\varphi = 45 \text{ \%}$$

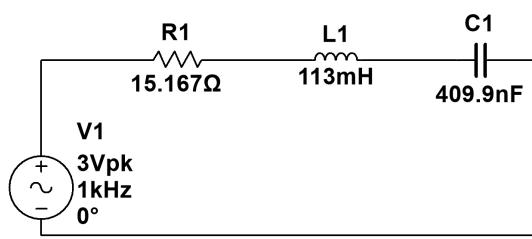
1. Zadání

1. Určit impedanci rezistoru, kondenzátoru a cívky.
2. Změřit frekvenční charakteristiku buzeného RLC obvodu a určit z nich odpor, indukci a kapacitu RLC obvodu.
3. Změřit přechodový jev (vlastní kmity) RLC obvodu s podkritickým, kritickým a nadkritickým tlumením, a určit vlastní frekvenci obvodu a koeficient útlumu.

2. Úvod

Uvažujme obvod, kde jsou prvky R, L a C řazené v sérii, viz obr. 1, a jsou buzeny napětím z funkčního generátoru $U(t)$. Druhý Kirchhoffův zákon říká, že součet úbytků napětí na spotřebičích se v uzavřeném obvodu rovná součtu napětí na zdrojích. V případě tohoto obvodu tedy nabývá tvar

$$U_R(t) + U_L(t) + U_C(t) = U(t) \quad (1)$$



Obrázek 1: Schéma RLC obvodu s prvky zapojeny v sérii

formuli (1) lze podle Ohmova, Faradayova a Coulombova zákona upravit na

$$L \frac{d^2I(t)}{dt^2} + R \frac{dI(t)}{dt} + \frac{1}{C} I(t) = \frac{dU(t)}{dt}. \quad (2)$$

Stacionární řešení, platí-li pro proud a napětí na zdroji

$$\hat{U}(t) = \hat{U}_0(\omega) e^{i\omega t}, \quad \hat{I}(t) = \hat{I}_0(\omega) e^{i\omega t}, \quad (3)$$

při zapojení pouze odporu, cívky nebo kapacity, budou vypadat následovně:

2.1. Obvod s odporem

Rovnice (1) se nám redukuje na

$$RI = U \quad (4)$$

a po dosazení formule (3) získáváme

$$R\hat{I}_0(\omega) = \hat{U}_0(\omega). \quad (5)$$

Pro impedanci, volíme-li $\varphi_U = 0$, platí

$$\hat{Z}_R(\omega) = R = R_R. \quad (6)$$

2.2. Obvod s kondenzátorem

Formule (2) se pro tento případ redukuje na

$$\frac{1}{C} I(t) = \frac{dU}{dt}, \quad (7)$$

po dosazení (3):

$$\frac{1}{C} \hat{I}_0(\omega) = i\omega \hat{U}_0(\omega). \quad (8)$$

Jelikož pro komplexní impedanci platí

$$\hat{Z}(\omega) \equiv \frac{\hat{U}_0(\omega)}{\hat{I}_0(\omega)} = \frac{|\hat{U}_0(\omega)|}{|\hat{I}_0(\omega)|} e^{i(\varphi_U - \varphi_I)}, \quad (9)$$

po dosazení $\hat{U}_0(\omega), \hat{I}_0(\omega) = i\omega C \hat{U}_0(\omega)$ pro impedanci kapacity získáme

$$\hat{Z}_C(\omega) = \frac{1}{i\omega C} = \frac{1}{\omega C} e^{-i\frac{\pi}{2}}, \quad (10)$$

z čehož vidíme, že fáze napětí na kondenzátoru se liší o $\pi/2$ relativně k proudu.

V reálných součástkách však existují ztráty, jež lze pochopit jako přídavný odpor zapojený do série - ekvivalentní sériový odpor, ESR. Jelikož s impedancemi lze pracovat obdobně jako s odpory, proto je impedanci reálného kondenzátoru možné vyjádřit jako

$$\hat{Z}_C^r(\omega) = \hat{Z}_C(\omega) + R_C = \frac{-i}{\omega C} + R_C, \quad (11)$$

z čehož lze vyjádřit fázi impedance:

$$\tan \varphi_C = \frac{\text{Im } \hat{Z}_C^r(\omega)}{\text{Re } \hat{Z}_C^r(\omega)} = \frac{-1}{\omega R_C C}. \quad (12)$$

nule, tedy hodnotě fáze odporu. Naopak s klesající frekvencí se zvyšuje hodnota imaginární části, čímž se fáze znova blíží k hodnotě 90° .

Z amplitudy a fáze lze vyjádřit samotnou kapacitu,

$$C = \frac{-1}{2\pi f |\hat{Z}_C^r(f)| \sin \varphi_C}. \quad (13)$$

Jako míra kvality kondenzátoru na určité frekvenci se zavádí bezrozměrná veličina činitel jakosti Q (v angl. *Q-factor*, *Q* z angl. *quality*), který je daný velikostí poměru imaginární a reálné části $\hat{Z}_C^r(\omega), Q(\omega) = 1/(\omega C R_C)$. Jeho převrácená hodnota $D = 1/Q = \omega C R_C$ (z angl. *dissipation*) se nazývá ztrátový činitel, je dána podílem odporové a kapacitní složky a vyjadřuje míru ztráty energie. Nejmenší ztrátový činitel mají kondenzátory vzduchové (řádově 10^{-5} až 10^{-6}) na 1 kHz. Keramické kondenzátory mají ztrátový činitel řádově 10^{-4} , kondenzátory s plastovou fólií 10^{-3} a kondenzátory papírové 10^{-2} . Ztrátový činitel elektrolytických kondenzátorů bývá 0,1 až 0,3. Poznamejme, že v reálném kondenzátoru je sériový ekvivalentní odpor frekvenčně závislý a je nutno ho charakterizovat v blízkosti frekvence, na kterém pak s kondenzátorem pracujeme.

2.3. Obvod s cívkou

Analogicky s předchozí částí pro impedanci cívky získáváme

$$\hat{Z}_L(\omega) = i\omega L = \omega L e^{i\frac{\pi}{2}} \quad (14)$$

Obrázek 2: Změna úhlu φ při změně hodnoty ekvivalentního sériového odporu a frekvence (*K správnému zobrazení animace je nutno dokument otevřít v programu, který animace podporuje (kupř. Adobe Acrobat)*)

I z obrázku 2 vidíme, že kondenzátor s ekvivalentním sériovým odporem má fázi větší než ideální kondenzátor (může dosahovat hodnot $(-90,0)^\circ$), přičemž s růstem odporu (potažmo poklesem kvality kondenzátoru), se hodnota fáze blíží

Přičemž u reálné cívky lze její jakost též vyjádřit ekvivalentním sériovým odporem, a její impedance bude

$$\hat{Z}_L^r = \hat{Z}_L(\omega) + R_L = i\omega L + R_L. \quad (15)$$

Zde pro úhel φ bude platit

$$\tan \varphi_L = \frac{\omega L}{R_L}. \quad (16)$$

Amplitudu vodivosti vyjádříme jako

$$|\hat{G}(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}, \quad (21)$$

přičemž jednoduchou derivací obsahu pod odmocninou získáme vztah pro lokální maximum této funkce:

$$\omega^2 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0 \quad (22)$$

Tento závěr je poměrně důležitý, jelikož zatímco u mechanického se rezonanční frekvence nerovnala frekvenci vlastní, zde tomu tak je. Fázi vodivosti $\varphi_G(\omega)$ vyjádříme jako

$$\tan \varphi_G(\omega) = \frac{\text{Im } \hat{G}(\omega)}{\text{Re } \hat{G}(\omega)} = \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{2\alpha\omega} = \frac{\frac{1}{\omega C} - \omega L}{R}. \quad (23)$$

Jelikož při rezonanční frekvenci vždy bude úhel φ pro vodivost i impedanci nulový, je při této frekvenci amplituda vodivosti rovna $1/R$ a formule (21) má tvar Ohmova zákona. Při resonanci tudíž z amplitudy lze určit celkový odpor R , který se v reálném obvodu bude rovnat

$$R_{\text{celk}} = R_R + R_L + R_C \quad (24)$$

3. Přechodový jev

Přechodový jev v RLC obvodu vzniká při skokové změně budícího napětí, např. při vypnutí zdroje. Vyjádřeme přechodový jev napětí na kondenzátoru $U_C(t)$, což bude v tomto praktiku přímo měřená veličina. Z rovnice (1) získáváme

$$\frac{d^2I(t)}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dI(t)}{dt} + \frac{1}{LC} I(t) = \frac{1}{L} \frac{dU(t)}{dt}. \quad (17)$$

Tato rovnice je analogická rovnici tlumeného oscilátoru. Vidíme tedy, že druhý člen představuje ztráty energie α a konstanta u třetího členu udává rezonanční frekvenci oscilátoru:

$$\alpha = \frac{R}{L}, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (18)$$

Tuto rovnici lze řešit zavedením vodivosti $\hat{G}(\omega) \equiv \hat{I}_0(\omega)/\hat{U}_0(\omega)$, která je převrácenou hodnotou impedance. Pro vodivost proto dostáváme

$$\hat{G}(\omega) \equiv \frac{\hat{I}_0(\omega)}{\hat{U}_0(\omega)} = i\omega \frac{F}{\omega_0^2 - \omega^2 + i2\alpha\omega}, \quad (19)$$

kde $F = 1/L$ je oscilátorová síla. Vztah (19) lze alternativně vyjádřit jako

$$\hat{G}(\omega) = \frac{1}{R + i(\omega L - \frac{1}{\omega C})}. \quad (20)$$

kde jsme použili výše zavedených konstant α a ω_0 . Tato rovnice je formálně podobná rovnici (17), ale vystupuje zde napětí na kondenzátoru $U_C(t)$ a pravá strana je úměrná budícímu napětí $U(t)$, kdežto v rovnici (17) její derivaci. Pro úplnost zmiňme, že při harmonickém buzení je řešení této rovnice

$$\frac{\hat{U}_{C0}(\omega)}{\hat{U}_0(\omega)} = \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + i2\alpha\omega}. \quad (26)$$

Tento vztah a tedy napětí na kondenzátoru (potažmo jeho náboj $q(t) = U_C(t)C$) je formálně ekvivalentní výchylce mechanického oscilátoru.

Dále se již věnujme skokové změně napětí, kdy v čase $t = 0$ se napětí $U(t)$ skokově změní z konstantní hodnoty U_i na konstantní hodnotu U_f . Nejprve uvažujme homogenní diferenciální rovnici.

Předpokládejme řešení ve tvaru $U_C(t) = U_{C0}e^{\lambda t}$. Po dosazení dostáváme charakteristickou rovnici

$$\lambda^2 + 2\alpha\lambda + \omega_0^2 = 0 \quad (27)$$

Řešení této kvadratické rovnice je

$$\lambda_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}, \quad \lambda_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}. \quad (28)$$

Obecné řešení homogenní části rovnice pro případ $\alpha \neq \omega_0$ je

$$U_C(t) = U_{C1}e^{\lambda_1 t} + U_{C2}e^{\lambda_2 t} \quad (29)$$

kde U_{C1} a U_{C2} jsou konstanty dané počátečními podmínkami. Teorie diferenciálních rovnic říká, že řešení nehomogenní rovnice je pak lineární superpozice řešení homogenní rovnice plus jakékoliv řešení nehomogenní rovnice. Resešení nehomogenní rovnice s konstantní pravou stranou je konstanta. Tedy obecné řešení pro $t > 0$ je

$$U_C(t) = U_{C1}e^{\lambda_1 t} + U_{C2}e^{\lambda_2 t} + U_f \quad (30)$$

kde poslední konstanta na pravé straně je konečné napětí U_f , jelikož musí $U_C(t \rightarrow \infty) = U_f$. Rozeznáváme zde tři případy. Pro $\alpha > \omega_0$ hovoríme o tzv. nadkritickém tlumení. Kořeny $\lambda_{1,2}$ jsou reálné a řešení je dáno prímo rovnicí (30).

V opačném případě, kdy $\alpha < \omega_0$, se jedná o tzv. podkritické tlumení, kdy jsou kořeny $\lambda_{1,2}$ komplexní a reálnou část řešení lze vyjádřit jako

$$U_C(t) = U_{C3}e^{-\alpha t} \sin \omega_d t + U_{C4}e^{-\alpha t} \cos \omega_d t + U_f \quad (31)$$

nebo alternativně pomocí fáze ϕ jako

$$U_C(t) = U_{C5}e^{-\alpha t} \cos(\omega_d t + \phi) + U_f, \quad (32)$$

kde U_{C3}, U_{C4}, U_{C5} resp. ϕ jsou opět konstanty dané počátečními podmínkami. Frekvence

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} \quad (33)$$

se nazývá tlumená kruhová rezonanční frekvence, kterou obvod při přechodovém jevu dočasně kmitá.

Třetí hraniční případ je tzv. kritické tlumení, které nastává pro takové hodnoty odporu $R = R_k$, kdy

$$\alpha = \omega_0. \quad (34)$$

Dosazením do rovnice lze ukázat, že řešení má pro tento případ tvar

$$U_C(t) = (U_{C6} + U_{C7}) e^{\lambda t} + U_f \quad (35)$$

a vyznačuje se nejrychlejším útlumem daným $\lambda = -\alpha = -\omega_0$. Tento stav je žádoucí např. při

stabilizaci, kdy je potřeba co nejrychleji utlumit systém vyvedený z rovnováhy vnějším stimulem.

Všechna tato řešení musí splňovat počáteční podmínky. V našem případě musí napětí v čase $t = 0$ mít hodnotu $U_C(t = 0) = U_i$. Zároveň předpokládáme, že napětí U_i bylo dostatečně dlouho konstantní, takže je RLC obvod již v rovnováze, a tudíž se napětí s časem nemění a tedy proud je nulový, $I(t \rightarrow 0^-) = dq(t = 0)/dt = 0$. Vzhledem k tomu, že je součástí obvodu indukce, nemůže se proud měnit skokově, a tedy tato podmínka platí i v limitě $t \rightarrow 0$ zprava, tedy pro výše nalezená řešení. Aplikací těchto podmínek obdržíme volné konstanty. Pro nadkritické tlumení získáváme

$$U_{C1} = \frac{U_i - U_f}{1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_2}}, \quad U_{C2} = \frac{U_i - U_f}{1 - \frac{\lambda_2}{\lambda_1}} \quad (36)$$

pro podkritické tlumení

$$U_{C5} = (U_i - U_f) \sqrt{1 + \left(\frac{\alpha}{\omega_d}\right)^2}, \quad (37)$$

$$\phi = -\arctan\left(\frac{\alpha}{\omega_d}\right) \quad (38)$$

a pro kritické tlumení

$$U_{C6} = U_i - U_f, \quad U_{C7} = (U_i - U_f)\alpha. \quad (39)$$

Tlumení RLC oscilátoru se často také charakterizuje bezrozměrným jakostním činitelem Q , který je zde definován jako

$$Q = \frac{\omega_0}{2\alpha} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (40)$$

který představuje počet oscilací N , které oscilátor vykoná, než jeho energie poklesne na $1/e$ původní hodnoty, vynásobený faktorem 2π , tj. $N = Q/(2\pi) \approx Q/6$. Energie je úměrná kvadrátu proudu, proto je v definici Q faktor 2 ve jmenovateli.

3.1. Popis aparatury

Měření s osciloskopem probíhá na aparatuře se stávající z funkčního generátoru jako zdroje napětí U o určité frekvenci f , osciloskopu, měřené impedanci \hat{Z} a referenčním odporu R_I . Druhý kanál osciloskopu U_2 měří napětí U_I na referenčním odporu R_I , pomocí něhož určíme proud obvodem $I = U_I/R_I = U_2/R_I$. První kanál osciloskopu U_1 je připojen na výstup z funkčního generátoru a měří celkové napětí $U_1 = U_Z + U_I$. V osciloskopu jsou vždy referenční (stínící) vodiče obou kanálů propojeny a uzemněny, tedy první kanál nemůže být připojen pouze na testované impedanci

Z , ale musí mít propojený zemníci vodič se zemním kontaktem funkčního generátoru. Signální kontakty kabeláže jak na osciloskopu tak na funkčním generátoru mají červenou barvu, kdežto stínící (uzemněné) kontakty bud' modrou nebo černou barvu.

Impedanci \hat{Z} vyjádříme pomocí její definice. Jelikož $U_Z = U_1 - U_I = U_1 - U_2$, pak

$$\hat{Z} = \frac{\hat{U}_Z}{\hat{I}} = R_I \frac{\hat{U}_Z}{\hat{U}_I} = R_I \frac{\hat{U}_1 - \hat{U}_2}{\hat{U}_2} \quad (41)$$

kde jsme přešli ke komplexní reprezentaci všech napětí. Moderní osciloskopy umožňují vyjádřit rozdíl signálů $U_M = U_1 - U_2$ a změřit jak jeho amplitudu U_{M0} (tzv. špička-špička, v angl. peak-to-peak) tak fázi $\varphi_{M \rightarrow 2} = \varphi_M - \varphi_2$ vůči kanálu U_2 . Impedanci pak vyjádříme pomocí experimentálně měřitelných veličin $U_{M0}, \varphi_{M \rightarrow 2}$ a amplitudy druhého kanálu U_{20} jako

$$\hat{Z} = R_I \frac{U_{M0}}{U_{20}} e^{i\varphi_{M \rightarrow 2}} \quad (42)$$

Amplituda impedance $|\hat{Z}|$ resp. její fáze φ_Z je pak rovna

$$|\hat{Z}| = \frac{R_I U_{M0}}{U_{20}} \quad \text{resp.} \quad \varphi_Z = \varphi_{M \rightarrow 2}$$

Pro amplitudu vodivosti $|\hat{G}|$ resp. její fázi φ_G získáme z definice $\hat{G} = 1/\hat{Z}$ vztahy

$$|\hat{G}| = \frac{U_{20}}{R_I U_{M0}} \quad \text{resp.} \quad \varphi_G = -\varphi_{M \rightarrow 2}$$

Měření probíhá s pomocí digitálního osciloskopu Keysight DSOX2002A. Pro přesné změření hodnoty špička-špička a fáze je důležité, aby byly průběhy signálu na obrazovce dobře prokreslené, tzn., aby horizontální osa (čas) byla nastavena tak, aby na ní bylo několik málo (1-5) period, a vertikální osy (napětí) nastavené tak, aby signál byl v rozpětí asi 40 – 100% rozsahu obrazovky. Toto je potřeba při změně frekvence typicky vždy znova nastavit. Detailnější informace o přístroji jsou v jeho manuálu, který je možno najít na odkazu [6].

Jako zdroj signálu se používá digitální funkční generátor Tektronix AFG2021. Má výstupní impedanci $R_g = 50\Omega$, což si lze představit pomocí náhradního zapojení, kdy se k ideálnímu zdroji napětí do série přidá odpor 50Ω . Tento odpór se do funkčních generátorů přidává, aby se minimalizovaly odrazy signálů od koaxiálního vedení, které má charakteristikou impedanci 50Ω a je zakončeno zátěží 50Ω . Vnitřní odpór funkčního generátoru se při měření přechodového jevu projeví jako efektivní navýšení odporu RLC obvodu o 50Ω , který je tedy potřeba při interpretaci výsledků započít. Při měření frekvenční závislosti vodivosti RLC obvodu se vnitřní odpór funkčního generátoru projeví jako pokles výstupního napětí v rezonanci - takto je možno velikost vnitřního odporu změřit. Jelikož je při výpočtu vodivosti proud dělený tímto výstupním napětím, vnitřní odpór se na výsledných hodnotách vodivosti neprojeví.

Zpracování dat

Frekvenční závislost vodivosti

Rezonanční frekvenci je možno graficky určit z polohy maxima rezonanční křivky nebo i přesněji z frekvence, kde fáze prochází nulou. Hodnoty R, L , a C lze získat z frekvenční závislosti vodivosti $|\hat{G}(\omega)|$ pomocí její hodnoty v rezonanci, šířky rezonanční křivky a její rezonanční frekvence.

4. Měření

4.1. Impedance

Z přímého měření RLC metrem získáváme

1(a)i

$$f = 1 \text{ kHz}$$

$$R_R = 15.167 \Omega \quad \varphi_R = 0^\circ$$

$$C = 409.9 \text{ nF} \quad \varphi_C = -89.1^\circ \quad R_C = 6.088 \Omega$$

$$L = 113 \text{ mH} \quad \varphi_L = 88.6^\circ \quad R_L = 16.000 \Omega$$

$$R_L^{\text{DC}} = 10.517 \Omega$$

$$f_0 = 739.506 \text{ Hz}$$

Následně měříme vlastnosti jednotlivých komponent za různých frekvencí

1(b) $R_I = 10.4 \Omega$					
odpor					
f [Hz]	U_{M0}	U_{20}	$\varphi_{M \rightarrow 2}$ [°]		R_R [Ω]
100	1.204	0.83	-11.4		15.09
300	1.18	0.846	-3.7		14.51
500	1.183	0.84	-1.4		14.65
1 000	1.188	0.835	0		14.80
3 000	1.193	0.829	0		14.97
kondenzátor					
f [Hz]	U_{M0}	U_{20}	$\varphi_{M \rightarrow 2}$ [°]	$ \hat{Z} $ [Ω]	C [nF] R_C [Ω]
100	6.022	0.01688	-84.5	3 710.2	430.9 356
300	6.023	0.05109	-88.9	1 226.1	432.7 24
500	6.033	0.08385	-90	748.3	416.2 0
1 000	5.964	0.1622	-90	382.4	410.6 0
3 000	5.45	0.4388	-90	129.2	422.8 0
cívka					
f [Hz]	U_{M0}	U_{20}	$\varphi_{M \rightarrow 2}$ [°]	$ \hat{Z} $ [Ω]	L [mH] R_L [Ω]
100	4.24	0.627	74.2	70.3285486443381	108 19
300	5.744	0.288	84.6	207	109 20
500	5.945	0.1795	87	344	109 18
1 000	6.04	0.0906	88.6	693	110 17
3 000	6.059	0.02966	88.4	2 125	113 60

4.2. Rezonance sériového RLC obvodu

Při sériovém zapojení všech součástek získáváme blízko rezonanční frekvence hodnoty:

2(a) $R_I = 10.4 \Omega$ $R_R = 15 \Omega$					
f [Hz]	U_{M0}	U_{20}	$\varphi_{M \rightarrow 2}$ [°]	$ \hat{G} $ [$k\Omega^{-1}$]	φ_G [°]
650	5.027	0.3847	-75	0.00736	75
670	4.604	0.4512	-70	0.00942	70
690	3.961	0.5264	-62.5	0.01278	62.5
710	3.113	0.5975	-47.5	0.01846	47.5
720	2.676	0.624	-34.7	0.02242	34.7
730	2.369	0.643	-17	0.0261	17
735	2.293	0.646	-6.3	0.02709	6.3
739.7	2.277	0.6471	0	0.02733	0
740	2.285	0.6469	5	0.02722	-5
745	2.35	0.6443	15.3	0.02636	-15.3
750	2.473	0.638	25	0.02481	-25
760	2.828	0.6185	40	0.02103	-40
770	3.242	0.5909	50.5	0.01753	-50.5
780	3.641	0.559	57.4	0.01476	-57.4
790	3.969	0.5254	62.9	0.01273	-62.9
800	4.264	0.4926	66.7	0.01111	-66.7
820	4.705	0.4318	71.7	0.00882	-71.7
840	5.002	0.3812	74.8	0.00733	-74.8

Z fitovacího programu zároveň získáváme data:

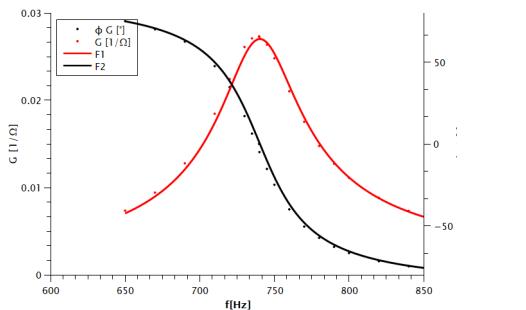
$$R = 36.66 \pm 0.11 \Omega \quad L = 110.62 \pm 0.21 \text{ mH}$$

$$C = 420.4 \pm 0.8 \text{ nF} \quad Q = 13.994 \pm 0.033$$

$$f_0 = 732.02 \pm 0.05 \text{ Hz} \quad \omega_0 = 4637.1 \pm 0.3 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\alpha = 165.7 \pm 0.4 \text{ s}^{-1}$$

Přičemž hodnota pro α teoreticky vychází
 $\alpha = 136.4 \text{ s}^{-1}$

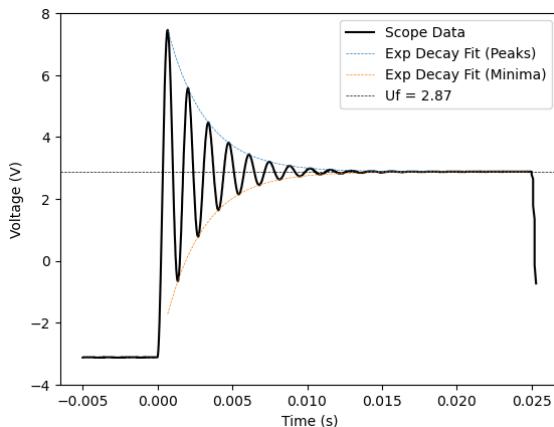


Obrázek 4: Změřená a teoretická závislost velikosti vodivosti a úhlu φ_G na frekvenci

4.3. Přechodový jev

4.3.1. Podkritické tlumení

Měřením získáváme



Obrázek 5: Závislost napětí na čase při tlumení

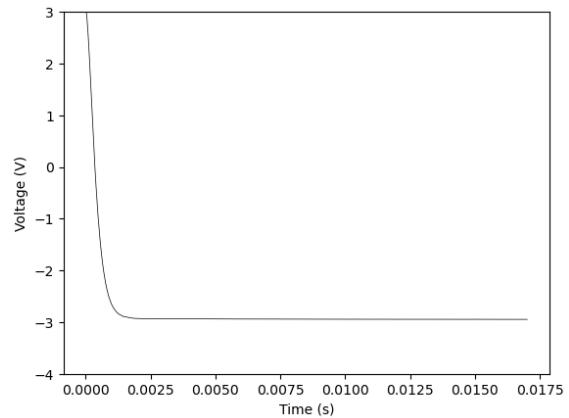
Data jsme proložili křívkami exponenciálního poklesu, z čehož získáváme konstantu $\alpha = 389.6 \pm 0.7$, a jelikož známe L , můžeme ze vztahu $2\alpha = \frac{R}{L}$ získat hodnotu odporu: $R = 86.2 \pm 0.2 \Omega$.

Tato hodnota je srovnatelná s předpokládaným odporem, jelikož

$R = R_R + R_G = 36.66 + 50 = 86.66$. Z formule (33) získáváme $\omega_0 = 4633.97 \pm 0.06 \text{ rad.s}^{-1}$. Pro výpočet frekvence tlumeného kmitání využijeme polohy maxim, které jsme si zjistili pro fitování exponenciální funkcí.

4.3.2. Kritické tlumení

Ke kritickému tlumení dojde, bude-li platit $\omega_0 = \frac{R}{2L}$. Proto odpor, při kterém dojde ke kritickému tlumení bude $R = 1043 \Omega$. Odpor na dekádě zvyšujeme, dokud nepozorujeme vymízení jakékoliv oscilace. K tomu dojde při $R = 955 \Omega$. Získáváme

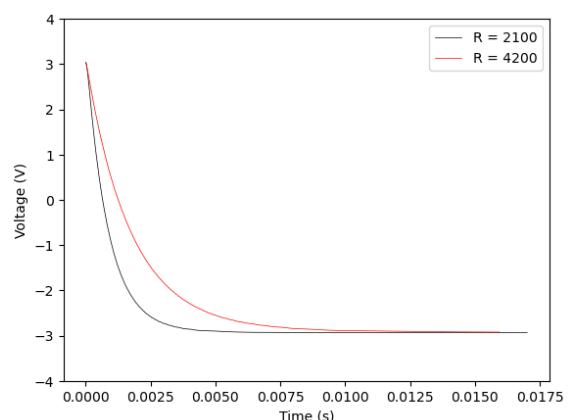


Obrázek 6: Závislost napětí na čase při tlumení

Vidíme, že se tento odpor od kalkulovaného liší, je tomu tak nejspíš hlavně proto, že je naprostou absenci na displeji těžké pozorovat. Zde by se hodilo zaznamenávat data s každým zvýšením odporu o 10Ω a absenci kmitů ověřit numericky. Při bližší analýze dat skutečně pozorujeme, že po poklesu napětí hodnota zprvu dosáhne minima 2.694 V a až po jednom "překmitu" se ustálí na hodnotě 2.94 V . U měření pro $R = 1050 \text{ V}$ tyto překmity již skutečně nepozorujeme, je však zbytečné sem vkládat další vizualizaci, jelikož si grafy jsou prakticky identické.

4.3.3. Nadkritické tlumení

Nyní odpor zvýšíme a pozorujeme chování obvodu:



Obrázek 7: Závislost napětí na čase při nadkritickém tlumení

Z logaritmu rozdílu hodnot napětí a ustálené hodnoty napětí, resp. jejího lineárního fitu, získáme koeficienty $\lambda_{2100} = -1148 \pm 0.9$, $\lambda_{4200} =$

-572.4 ± 0.2 , z čehož získáváme hodnoty hodnoty odporů $R_{2100} = 2180 \pm 4 \Omega$, $R_{4200} = 4234 \pm 8 \Omega$, které se od skutečných odporů příliš neodchylují.

5. Závěr

Podařilo se nám splnit veškeré zadané úkoly a získat hodnoty hledaných veličin. Nepřesnost výsledků části 1(b) vychází patrně z omezené přesnosti měřicího přístroje.