



نجات سفینه

• نوع تمرین: انفرادی

در بُعد چهارم، یک سفینه فضایی داخل شبکه‌ای از تونل‌ها گیر افتاده. این شبکه یک ماتریس دوبعدی $n \times n$ از اعداد صحیح است که نشون‌دهنده‌ی میزان انرژی تونل‌هاست. خدمه فقط می‌تونن با قدم گذاشتن در تونل‌هایی که مجموع انرژی‌شون دقیقاً برابر T باشه، سفینه رو نجات بدن.

اما فقط مسیرهایی مجازه که:

- از بالا-چپ $(0,0)$ شروع بشن و به پایین-راست $(n-1, n-1)$ ختم بشن،

- فقط به سمت راست یا پایین حرکت کنن،

- و مجموع انرژی سلول‌های طی‌شده دقیقاً برابر T باشه.

تعداد مسیرهای مجاز که مجموع سلول‌ها برابر با T باشد را به‌دست آور.

برای حل این سؤال با استفاده از روش‌های جستجوی ترکیبیاتی و پیمایش همه حالت‌های فضای حالت، باید از خانه $(0,0)$ و با مجموع اولیه ۰ شروع کنیم و در هر مرحله مقدار انرژی خانه را به مجموع اضافه کنیم. سپس به صورت بازگشتی به دو خانه پایین و یا راست برویم که یعنی با انتخاب مقدار مجاز برای متغیر حالت، به شبه حالت مجاز بعدی برویم. اگر به خانه $(n-1, n-1)$ رسیدیم یعنی به برگ‌های درخت حالت رسیده‌ایم و باید مجموع انرژی‌های مسیر را با مقدار داده شده T مقایسه کنیم. اگر برابر بودند، یک مسیر به مسیرهای معتبر اضافه کنیم.

لازم به ذکر است که این روش تمام حالت‌ها را پیمایش می‌کند و پیچیدگی زمانی آن انتخاب $n-1$ از $2n-2$ است. اگر در صورت سؤال گفته شده بود که انرژی هر سلول مثبت است، می‌توانستیم از روش Branch & Bound استفاده کنیم و زمانی که مقدار مجموع از T بیشتر شد، آن شاخه را هرس کنیم. این مساله دارای زیر ساختار بهینه است و امکان استفاده از روش برنامه‌نویسی پویا را نیز دارد و می‌توانستیم با تعریف کردن مساله بر اساس زیرمساله‌های کوچکتر و ذخیره جواب زیرمساله‌ها، تعداد مسیرهای معتبر را سریعتر پیدا کنیم ولی در صورت سؤال گفته شده جواب از روش‌های جستجوی ترکیبیاتی باشد.

```
function count_valid_paths(i, j, curr_energy_sum, n, grid, T):
```

```
    if i >= n or j >= n:
```

```
        return 0
```

```
    curr_energy_sum += grid[i][j]
```

```
if i == n-1 and j == n-1:
```

```
    return curr_energy_sum == T
```

```
paths = 0
```

```
paths += count_valid_paths(r + 1, c, current_sum) // move down
```

```
paths += count_valid_paths(r, c + 1, current_sum) // move right
```

```
return paths
```