



توحیدانیا

یک شهر فانتزی به نام "توحیدانیا" وجود دارد که 6 ناحیه دارد. نواحی به صورت زیر نام‌گذاری شده‌اند:

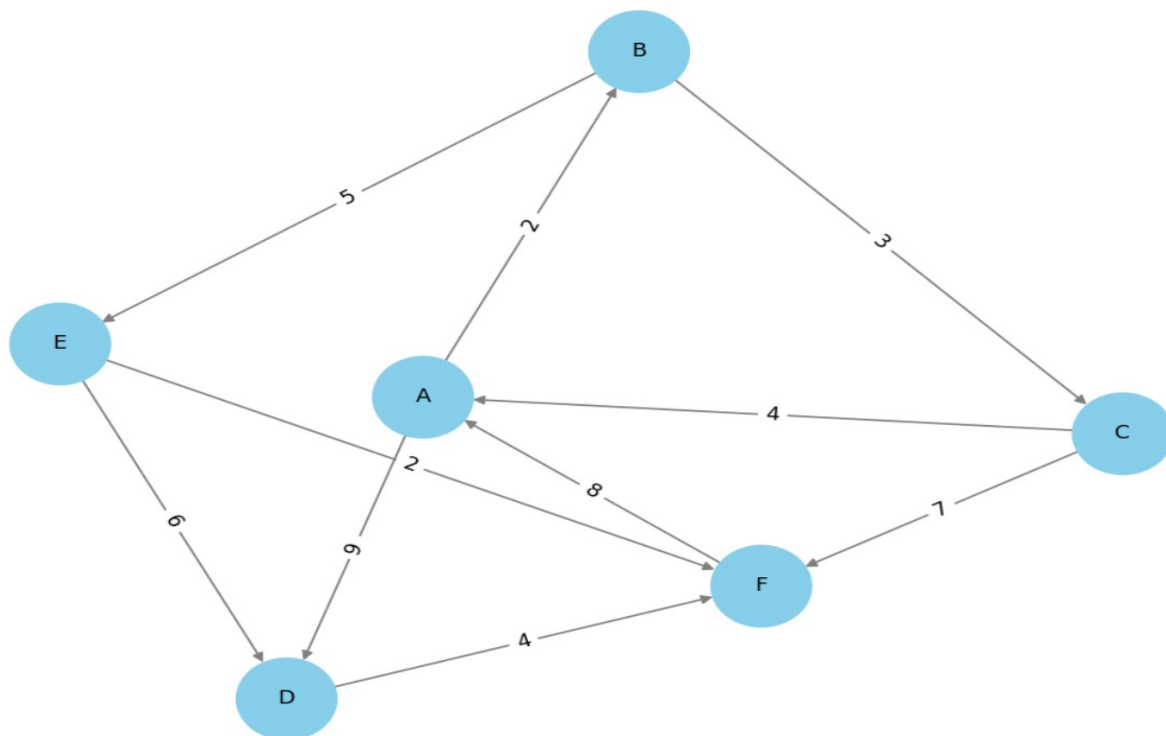
- A
- B
- C
- D
- E
- F

برای اتصال این نواحی، جاده‌هایی بین برخی از آن‌ها ساخته شده است. هر جاده یک هزینه (مانند زمان یا مقدار انرژی مورد نیاز) دارد. شهردار شهر می‌خواهد یک سیستم هوشمند طراحی کند تا سریع‌ترین مسیر و هزینه کم‌ترین سفر بین هر دو ناحیه را پیدا کند، حتی اگر مستقیماً جاده‌ای بین آن‌ها نباشد.

برای این کار باید از الگوریتم **فلوید-وارشال** استفاده شود. ابتدا گرافی شامل 6 نود و چند یال با هزینه‌های مختلف به صورت زیر داریم

هدف

۱. پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر (کمترین هزینه) بین هر جفت ناحیه.
۲. مشخص کردن مسیرهایی که دسترسی ندارند (در صورتی که وجود داشته باشند)



ماتریس اولیه:

$\text{dist}[i][j]$ = وزن یال از i به j
 $\text{dist}[i][i] = 0$ برای همه i ها

اگر یالی بین دو راس نبود، بی نهایت می گذاریم.

	A	B	C	D	E	F
A	0	2	∞	9	∞	∞
B	∞	0	3	∞	5	∞
C	4	∞	0	∞	∞	7
D	∞	∞	∞	0	∞	4
E	∞	∞	∞	6	0	2
F	8	∞	∞	∞	∞	0

به تعداد گره ها ماتریس را آپدیت می کنیم. به این صورت که در هر مرحله روی تمام خانه های (i,j) پیمایش می کنیم و شرط زیر را چک می کنیم:

If $\text{dist}[i][k] + \text{dist}[k][j] < \text{dist}[i][j]$:
 $\text{dist}[i][j] = \text{dist}[i][k] + \text{dist}[k][j]$

در اصل داریم مسیریابی که از گره k ام می گذرد را در نظر می گیریم و چک می کنیم آیا مسیری کوتاه تر وجود دارد یا نه.

$K = 0$:

	A	B	C	D	E	F
A	0	2	∞	9	∞	∞
B	∞	0	3	∞	5	∞
C	4	6	0	13	∞	7
D	∞	∞	∞	0	∞	4
E	∞	∞	∞	6	0	2
F	8	10	∞	17	∞	0

$K = 1$:

	A	B	C	D	E	F
A	0	2	5	9	7	∞
B	∞	0	3	∞	5	∞
C	4	6	0	13	11	7
D	∞	∞	∞	0	∞	4
E	∞	∞	∞	6	0	2
F	8	10	13	17	15	0

K = 2 :

A	B	C	D	E	F
0	2	5	9	7	12
7	0	3	16	5	10
4	6	0	13	11	7
∞	∞	∞	0	∞	4
∞	∞	∞	6	0	2
8	10	13	17	15	0

K = 3 :

A	B	C	D	E	F
0	2	5	9	7	12
7	0	3	16	5	10
4	6	0	13	11	7
∞	∞	∞	0	∞	4
∞	∞	∞	6	0	2
8	10	13	17	15	0

K = 4 :

A	B	C	D	E	F
0	2	5	9	7	9
7	0	3	11	5	7
4	6	0	13	11	7
∞	∞	∞	0	∞	4
∞	∞	∞	6	0	2
8	10	13	17	15	0

K = 5 :

A	B	C	D	E	F
0	2	5	9	7	9
7	0	3	11	5	7
4	6	0	13	11	7
12	11	17	0	19	4
10	12	5	6	0	2
8	10	13	17	15	0

حالا که برای تمام مقادیر k ماتریس را آپدیت کردیم، ماتریس وزن کوتاه‌ترین مسیر بین هر جفت راس را نشان می‌دهد. اگر وزن بی‌نهایت بود یعنی مسیری وجود ندارد. اگر $dist[i][i] < 0$ بود، یعنی چرخه‌ای منفی وجود دارد.