Sexta Lista De Exercícios - Matemática Discreta Período 2016.1

Prof. Leandro Balby Marinho
Monitores:
Davi Laerte
Sávio Félix

---

1. Dada a operação binária em $\mathbb{N}$: $x \circ y = (x + y)^2$, a operação é comutativa ou associativa ? Justifique sua resposta.

2. Defina operações binárias no conjunto $\mathbb{N}$ que sejam:
    a. Nem associativa nem comutativa
    b. Associativa e comutativa

3. Determine se as estruturas $[S, \circ]$ são semigrupos, monóides, grupos ou nenhum deles. Indique os elementos neutros das que forem monóides ou grupos.
    a. $S = \mathbb{N}$; $x \circ y = \min(x, y)$
    b. $S = \mathbb{R}$; $x \circ y = (x + y)^2$
    c. $S = \{ a\sqrt{2} \mid a \in \mathbb{N} \}$; a operação $\circ$ é a multiplicação no conjunto S.
    d. $S = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$; $(x_1, y_1) \circ (x_2, y_2) = (x_1, y_2)$

4. seja $M^0_2(\mathbb{Z})$ o conjunto de todas a matrizes 2 X 2 da forma:

$$\begin{vmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

onde $z \in \mathbb{Z}$. Mostre $[M^0_2(\mathbb{Z}), \circ]$ é um grupo, onde $\circ$ denota a multiplicação de matrizes.

5. Demonstre as seguintes propriedades das álgebras booleanas. Justifique cada passo das demonstrações.
    a. $x + (x \cdot y) = x$, $x \cdot (x + y) = x$
    b. $x + y' = x + (x' \cdot y + x \cdot y)'$

6. Uma nova operação binária $\circ$ em uma álgebra booleana é definida por:
$x \circ y = x \cdot y' + y \cdot x'$, prove que $x \circ y = y \circ x$.

7. prove que $0' = 1$ e $1' = 0$. Sugestão: use o teorema sobre a unicidade do complemento.