

6ª lista de exercícios

- 01.** Dada uma álgebra $\langle S, \circ \rangle$, mostre para cada caso se temos semigrupo, monóide, grupo ou nenhum.
- a. \mathbb{R} (Reais) e $x + y = (x + y)^2$
 - b. \mathbb{N} (Naturais) e $x * y = \max(x, y)$
- 02.** Defina uma operação no conjunto dos inteiros(\mathbb{Z}) que sejam:
- a. Associativa mas não comutativa
 - b. Nem associativa e nem comutativa
- 03.** Demonstre as seguintes propriedades das álgebras booleanas da expressão:
Justifique cada passo da demonstração na expressão a seguir:
- $$x + (x \cdot y) = x, \quad x \cdot (x + y) = x$$
- 04.** Em cada caso abaixo, defina e justifique se há bijeção, isomorfismo ou homomorfismo:
- a. Se $G = (\mathbb{Q}^*, \cdot)$ e $J = (\mathbb{R}^*, \cdot)$, então $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$
 - b. $f: \langle \mathbb{Z}, + \rangle \rightarrow \langle \mathbb{P}, + \rangle$ dada por $f(x) = 2x$ (\mathbb{P} é o conjunto dos números pares)
 - c. Se $G = (\mathbb{R}_+^*, \cdot)$ e $J = (\mathbb{R}_+, +)$, então $f: \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}_+, f(x) = \log x$
- 05.** Mostre que essas expressões são válidas:
- a. $x \oplus y = (x + y) \cdot (xy)'$
 - b. $x \oplus y = (x \cdot y') + (x' \cdot y)$