

1. Use uma demonstração por contraposição para provar as proposições abaixo:
  - a. Se  $xy$  é ímpar, então  $x$  e  $y$  são ímpares.
  - b. Se  $x$  é um número positivo,  $x + 1$  também é.
2. Demonstre por absurdo as seguintes proposições:
  - a. O produto de inteiros ímpares não é par.
  - b. A soma de dois inteiros pares é par.
3. Prove a proposição ou prove que ela é falsa:
  - a. Para todo inteiro  $n$ , o número  $3(n^2 + 2n + 3) - 2n^2$  é um quadrado perfeito.
  - b. O produto de dois inteiros consecutivos quaisquer é par.
  - c. A soma de quaisquer três inteiros consecutivos é par.
  - d. O produto de um inteiro e seu quadrado é par.
  - e. A soma de um inteiro e seu cubo é par.
  - f. O produto de dois números racionais é racional.
4. Prove as proposições dadas:
  - a. O número  $n$  é um inteiro par se, e somente se,  $3n + 2 = 6k + 2$  para algum inteiro  $k$ .
  - b. Para  $x$  e  $y$  números positivos,  $x < y$  se, e somente se,  $x^2 < y^2$ .
  - c. Se dois inteiros são divisíveis por algum inteiro  $n$ , então sua soma é divisível por  $n$ .
  - d. A soma de três inteiros consecutivos é divisível por 3.
  - e. Se o produto de dois inteiros não é divisível por um inteiro  $n$ , então nenhum dos inteiros é divisível por  $n$ .
  - f. A soma de quadrados de dois inteiros ímpares não pode ser um quadrado perfeito.
  - g. Para um inteiro positivo  $x$ ,  $x + (1/x)$  é maior ou igual a 2.
5. Prove que  $n! < n^n$ , para  $n > 2$ .