VII Exercício de Matemática Discreta **Segundo Semestre 2015**
Prof. Leandro Balby Marinho **11/05/2015**
Monitores: Italo Medeiros, Wesley Santos

Questão 1. Em cada caso abaixo, mostre se as funções definidas são bijeções, homomorfismos ou isomorfismos. Obs: + e . representam somas e produtos usuais respectivamente.

A. f: < R - {0}, + > → < R - {0}, + > dada por f(x) = 1/x.
B. f: < Z, + > → < P, + > dada por f(x) = 2x (P é o conjunto dos números pares).
C. F: < Z, + > → < P, . > dada por f(x) = 2x (P é o conjunto dos números pares).

Questão 2. Dada uma álgebra < S, * >, mostre para cada caso se temos um semigrupo, monóide, grupo ou nenhum desses.

A. S = R (os reais) e x*y = $(x + y)^2$.
B. S = N (os naturais) e x*y = min(x, y).
C. S = { f | f: N → N } (conjunto das funções naturais) e f*g(x) = f(x) + g(x).

Questão 3. Dada uma álgebra < Z, * >, sendo Z os inteiros, defina a operação * para cada item a seguir:

A. Operação * deve ser comutativa mas não associativa.
B. A operação deve ser tal que < Z, * > forma um semigrupo.
C. < Z, * > forma só um monóide.

Questão 4. Cada item a seguir define uma operação binária, denotada por ., em um conjunto dado. Quais entre elas são associativas? Quais são comutativas?

A. Em N (os naturais): x . y = $(x + y)^2$.
B. Em Q (os racionais): x . y = xy / 2.

Questão 5. Defina uma operação em Z (os inteiros) que sejam:

A. Comutativa mas não associativa.
B. Associativa mas não comutativa.
C. Nem associativa nem comutativa.
D. Associativa e comutativa.

Questão 6. No contexto de álgebras de booles, prove que 0’ = 1 e 1’ = 0. Sugestão: use o teorema sobre a unicidade do complemento.