Universidade Federal de Campina Grande
Centro de Engenharia Elétrica e Informática
Departamento de Sistemas e Computação
Disciplina: FMCC I

Lista de Exercícios 2

1 - Use as leis de equivalência para lógica proposicional e prove que:

a) $(z \wedge w) \vee (\sim z \wedge w) \vee (z \wedge \sim w) \equiv z \vee w$

b) $(p \leftrightarrow q) \rightarrow r \equiv (\sim p \wedge q) \vee (\sim q \wedge p) \vee r$, sabendo que (p□q) $\equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

Obs: Especifique cuidadosamente cada lei que você está usando a cada passo.

2 - Com o uso de símbolos predicados mostrados e os quantificadores apropriados, escreva cada sentença na língua portuguesa como uma wff predicativa (O domínio é todo o mundo).

D(x) é "x é um dia."
S(x) é "x é ensolarado."
R(x) é "x é chuvoso."

A) Todos os dias são ensolarados.
B) Alguns dias não são chuvosos.
C) Todo dia que é ensolarado não é chuvoso.

3 - Represente as seguintes proposições em forma de lógica de predicados:

A) Alguém anda e alguém fala
B) Se alguém trapacear, então todos sofrem
C) Toda pessoa que ama todo mundo ama a si mesma

4- Considere P(x) como o predicado "x passa mais do que cinco horas em aula todos os dias", em que o domínio de x são todos os estudantes. Expresse cada uma dessas quantificações em português.

A) $\exists x\, P(x)$
B) $\forall x\, P(x)$
C) $\exists x\, \neg P(x)$
D) $\forall x\, \neg P(x)$

5 - Qual o valor-verdade de cada uma das wffs na interpretação onde o domínio consiste nos números inteiros?

A) $(\forall x)(\exists y)\,(x + y = x)$
B) $(\exists y)(\forall x)\,(x + y = x)$
C) $(\forall x)(\exists y)\,(x + y = 0)$
D) $(\exists y)(\forall x)\,(x + y = 0)$

6- Dê versões em português para as fbfs (fórmulas bem formadas) a seguir, onde:

A(x,y) é "x ama y". j é "João".
V(x) é "x é vistoso". c é "Cátia".
H(x) é "x é um homem"; M(x) é "x é uma mulher".
B(x) é "x é bonita".

a) $V(j) \wedge A(c,j)$
b) $(\forall x)\,[H(x) \rightarrow V(x)]$
c) $(\forall x)\,(M(x) \rightarrow (\forall y)[A(x,y) \rightarrow H(y) \wedge V(y)])$
d) $(\exists x)\,[H(x) \wedge V(x) \wedge A(x,c)]$
e) $(\exists x)\,(M(x) \wedge B(x) \wedge (\forall y)[A(x,y) \rightarrow V(y) \wedge H(y)])$

7- Usando a lógica de predicados, formalize as sentenças a seguir:

a) Toda cobra é venenosa.
b) Os remédios são perigosos.
c) Nenhuma bruxa é bela.
d) Não existe bêbado feliz.
e) Algumas pedras são preciosas.
f) Existem plantas que são carnívoras.
g) Alguns políticos não são honestos.
h) Há aves que não voam.

8- Se L(x,y) quer dizer "x ama y", onde o domínio tanto para x quanto para y consiste de todas as pessoas do mundo, represente usando lógica de predicados as seguintes afirmativas:

a) Todos amam Mariana
b) Todos amam alguém
c) Há alguém que todos amam
d) Há alguém que ninguém ama
e) Todos amam a si mesmos
f) Ninguém ama todos

9 - Usando os símbolos predicados indicados e quantificadores apropriados, escreva cada declaração em português como uma *fbf* (fórmula bem formada) predicada. (O conjunto universo é o mundo inteiro).

C(x) é "*x* é um Corvette".
P(x) é "*x* é um Porsche".
F(x) é "*x* é uma Ferrari".
D(x,y) é "*x* anda mais devagar do que *y*".

a. Nada é ao mesmo tempo um Corvette e uma Ferrari.
b. Alguns Porsches só andam mais devagar do que Ferraris.

c. Apenas Corvettes andam mais devagar do que algum Corvette.
d. Alguns Porsches não andam mais devagar do que Corvette algum.
e. Se existe algum Corvette que anda mais devagar do que uma Ferrari, então todos os Corvettes andam mais devagar do que todas as Ferraris.

10 - São dadas diversas formas de negação para cada uma das proposições a seguir. Qual delas está correta?

a. Algumas pessoas gostam de matemática.
    1. Algumas não gostam de matemática.
    2. Todo o mundo não gosta de matemática.
    3. Todo o mundo gosta de matemática.

b. Todo o mundo gosta de sorvete.
    1. Ninguém gosta de sorvete.
    2. Todo o mundo não gosta de sorvete.
    3. Algumas pessoas não gostam de sorvete.

c. Todas as pessoas são baixas e gordas.
    1. Algumas pessoas são baixas e gordas.
    2. Ninguém é alto e magro.
    3. Algumas pessoas são baixas ou gordas.

d. Algumas fotos são velhas ou estão apagadas.
    1. Todas as fotos nem são velhas nem estão apagadas.
    2. Algumas fotos não são velhas ou não estão apagadas.
    3. Todas as fotos não são velhas ou não estão apagadas.

11 - Usando símbolos predicados E(x) para "x é um estudante", I(x) para "x é inteligente" e M(x) para "x gosta de música", escreva fbfs que expressem as proposições a seguir. (o domínio consiste em todas as pessoas)

A. Todos os estudantes são inteligentes.
B. Alguns estudantes inteligentes gostam de música.
C. Todo o mundo que gosta de música é um estudante burro.

12 - Verifique a validade dos argumentos utilizando regras de inferência:

A. $[(r \rightarrow p \vee q) \wedge r \wedge \neg p] \rightarrow q$
B. $[(p \rightarrow q) \wedge \neg q \wedge (p \vee r)] \rightarrow r$
C. $[(\neg a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow c) \wedge \neg c] \rightarrow a$
D. $[p \rightarrow (q \rightarrow r) \wedge (p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow r$
E. $[(p \vee \neg q) \wedge (\neg q \rightarrow r) \wedge (p \rightarrow s) \wedge \neg r] \rightarrow s$
F. $[(p \vee q \rightarrow (p \rightarrow s \wedge t)) \wedge (p \wedge r)] \rightarrow t \vee u$

13 - Que regra de inferência é ilustrada pelo argumento dado?

a) Se Martins é o autor, então o livro é de ficção. Mas o livro não é de ficção. Portanto, Martins não é o autor.

b) Se a firma falir, todos os seus ativos têm que ser confiscados. A firma faliu. Segue que todos os seus bens têm que ser confiscados.

c) O cachorro tem um pelo sedoso e adora latir. Portando, o cachorro adora latir.

d) Se Paulo é um bom nadador, então ele é um bom corredor. Se Paulo é um bom corredor, então ele é um bom ciclista. Portanto, se Paulo é um bom nadador, então ele é um bom ciclista.

14 - Use a lógica proposicional para provar que o argumento é válido:

a) $A' \land (B \rightarrow A) \rightarrow B'$

b) $(A \rightarrow B) \land [A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow (A \rightarrow C)$

c) $[(C \rightarrow D) \rightarrow C] \rightarrow [(C \rightarrow D) \rightarrow D]$

d) $A' \land (A \lor B) \rightarrow B$

e) $[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \land (A \lor D') \land B \rightarrow (D \rightarrow C)$

f) $(A' \rightarrow B') \land B \land (A \rightarrow C) \rightarrow C$

Soluções

1.a) $(z \wedge w) \vee (\sim z \wedge w) \vee (z \wedge \sim w)$

$\equiv (z \wedge w) \vee (z \wedge \sim w) \vee (\sim z \wedge w)$ **Lei comutativa**

$\equiv (z \wedge (w \vee \sim w) \vee (\sim z \wedge w)$ **Lei distributiva**

$\equiv (z \wedge T) \vee (\sim z \wedge w)$ **Lei de negação**

$\equiv (z \vee (\sim z \wedge w)$ **Lei de identidade**

$\equiv (z \vee \sim z) \wedge (z \vee w)$ **Lei distributiva**

$\equiv T \wedge (z \vee w)$ **Lei de negação**

$\equiv (z \vee w)$ **Lei de identidade**

1.b) $(p \leftrightarrow q) \rightarrow r$

$\equiv ((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)) \rightarrow r$ **Equivalência**

$\equiv (\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p) \rightarrow r$ **Equivalência**

$\equiv (\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p) \rightarrow r$ **Equivalência**

$\equiv \sim((\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p)) \vee r$ **Equivalência**

$\equiv \sim(\sim p \vee q) \vee \sim(\sim q \vee p) \vee r$ **Lei de De Morgan**

$\equiv (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p) \vee r$ **Lei de De Morgan (2x)**

$\equiv (\sim p \wedge q) \vee (\sim q \wedge p) \vee r$ **Lei da comutatividade**

2 - a) $(\forall x)(D(x) \rightarrow S(x))$
b) $(\exists x)(D(x) \wedge \neg R(x))$
c) $(\forall x)(D(x) \wedge S(x) \rightarrow \neg R(x))$

3 - a) $\exists x(P(x) \longrightarrow Q(x)\ F(x))$
b) $\forall x\ (T(x) \rightarrow \forall y\ S(y))$
c) $\forall x(\forall y\ P\ (x,y) \rightarrow (P(x,x))$

4 - a) Existe um estudante que passa mais do que cinco horas em aula todos os dias
b) Todos os estudantes passam mais do que cinco horas em aula todos os dias
c) Existe um estudante que não passa mais do que cinco horas em aula todos os dias
d) Nenhum estudante passa mais do que cinco horas em aula todos os dias

5 - a) Verdadeiro (fazer com y = 0).
b) Verdadeiro (fazer com y = 0).
c) Verdadeiro (fazer com y = -x).
d) Falso

6 - a) João é vistoso e Cátia ama João.
b) Qualquer que seja x, se x é um homem, então x é vistoso.

c) Qualquer que seja x, se x é uma mulher, então qualquer que seja y, se x ama y, então y é um homem e é vistoso.

d) Existe pelo menos um x, tal que x é homem, x é vistoso e x ama Cátia.

e) Existe pelo menos um x, tal que x é mulher, é bonita e qualquer que seja y, se x ama y, então y é vistoso e é homem.

7- a) $\forall X[\text{cobra}(X) \rightarrow \text{venenosa}(X)]$

b) $\forall X[\text{remédio}(X) \rightarrow \text{perigoso}(X)]$

c) $\forall X[\text{bruxa}(X) \rightarrow \neg\text{bela}(X)]$

d) $\forall X[\text{bebado}(X) \rightarrow \neg\text{feliz}(X)]$

e) $\exists X[\text{pedra}(X) \land \text{preciosa}(X)]$

f) $\exists X[\text{planta}(X) \land \text{carnívora}(X)]$

g) $\exists X[\text{político}(X) \land \neg\text{honesto}(X)]$

h) $\exists X[\text{ave}(X) \land \neg\text{voa}(X)]$

8 - a) $\forall x\ [L(x, \text{Mariana})]$

b) $\forall x \exists y\ [L(x, y)]$

c) $\exists y \forall x\ [L(x, y)]$

d) $\exists x \forall y \neg\ [L(y, x)]$

e) $\forall x\ [L(x, x)]$

f) $\forall x \exists y\ [\neg L(x, y)]$

9 - a) $(\forall x) \neg[C(x) \land F(x)]$

b) $(\exists x)(\forall y)\ [P(x) \land (D(x,y) \rightarrow F(y))]$

c) $(\forall x \forall y)\ [(P(y) \land D(x,y)) \rightarrow C(x))]$

d) $(\forall x)(\exists y)\ [(F(x) \land C(y)) \rightarrow D(x,y)]$

e) $(\exists x \exists y)\ [(P(x) \land C(y)) \rightarrow \neg D(x,y)]$

f) $(\exists x \exists y)\ [C(x) \land F(y) \land D(x,y)] \rightarrow (\forall x \forall y)\ [D(x,y)]$

10 - a) 2 **c)** 3

b) 3 **d)** 1

11 - A) $(\forall x)[E(x) \rightarrow I(x)]$

B) $(\exists x)[\ E(x) \land I(x) \land M(x)]$

C) $(\forall x)(M(x) \rightarrow E(x) \land [I(x)]')$

12 –

a) 1. $r \rightarrow p \lor q$
 2. r
 3. $\neg p$
 ----
 4. $p \lor q$ | Modus Ponens em 1 e 2

5. q | Silogismo Disjuntivo em 3 e 4

b) 1. $p \to q$
2. $\neg q$
3. $p \lor r$
----
4. $\neg p$ | Modus Tollens em 1 e 2
5. r | Silogismo Disjuntivo em 3 e 4

c) 1. $\neg a \to b$
2. $b \to c$
3. $\neg c$
----
4. $\neg a \to c$ | Silogismo Hipotético em 1 e 2
5. $\neg\neg a$ | Modus Tollens 3 e 4
6. a | Dupla negação em 5

d) 1. $p \to (q \to r)$
2. $p \to q$
3. p
----
4. $q \to r$ | Modus Ponens em 1 e 3
5. q | Modus Ponens em 2 e 3
6. r | Modus Ponens em 4 e 5

e) 1. $p \lor \neg q$
2. $\neg q \to r$
3. $p \to s$
4. $\neg r$
----
5. $\neg\neg q$ | Modus Tollens em 2 e 4
6. q | Dupla negação em 5
7. p | Silogismo Disjuntivo em 6 e 1
8. s | Modus Ponens em 7 e 3

f) 1. $p \lor q \to (p \to s \land t)$
2. $p \land r$
----
3. p | Simplificação em 2
4. $p \lor q$ | Adição em 3
5. $p \to s \land t$ | Modus Ponens em 4 e 1
6. $s \land t$ | Modus Ponens em 3 e 5

7. t | Simplificação em 6
8. $t \vee u$ | Adição em 7

13 - Denomine uma letra para cada sentença e as associe até chegar à sentença final. Depois, descreva como a sentença é verdadeira, assim:

a) $(M \rightarrow F) \wedge F' \rightarrow M'$ // obtido por modus tollens
b) $(B \rightarrow A) \wedge B \rightarrow$ // A modus ponens
c) $S \wedge L \rightarrow L$ // simplificação
d) $(S \rightarrow R) \wedge (R \rightarrow B) \rightarrow (S \rightarrow B)$ //silogismo hipotético

14 - a) 1. A' // hipótese
2. $B \rightarrow A$ // hipótese
3. B' // 1,2 modus tollens

b) 1. $A \rightarrow B$ // hipótese
2. $A \rightarrow (B \rightarrow C)$ // hipótese
3. A // hipótese
4. B // 1,3 modus ponens
5. $B \rightarrow C$ // 2,3 modus ponens
6. C // 4,5 modus ponens

c) 1. $(C \rightarrow D) \rightarrow C$ // hipótese
2. $C \rightarrow D$ // hipótese
3. C // 1,2 modus ponens
4. D // 2,3 modus ponens

d) 1. A' // hipótese
2. A v B // hipótese
3. (A')' v B // 2, dupla negação
4. $A' \rightarrow B$ // 3, condicional
5. B // 1,4, modus ponens

e) 1. $A \rightarrow (B \rightarrow C)$ // hipótese
2. A v D' // hipótese
3. B // hipótese
4. D // hipótese
5. D' v A // 2, comutatividade
6. $D \rightarrow A$ // 5, condicional
7. A // 4,6, modus ponens
8. $B \rightarrow C$ // 1,7, modus ponens
9. C // 3,8, modus ponens

f) 1. $A' \rightarrow B'$ // hipótese
2. B // hipótese
3. $A \rightarrow C$ // hipótese
4. $(B')'$ // 2, dupla negação
5. $(A')'$ // 1, 4, modus tollens
6. A // 5, dupla negação
7. C // 3, 6, modus ponens