

UFCG/CCT/UAMAT

Nota:

Disciplina: Cálculo Diferencial e Integral II

Período: 2017.2

Data: 12/03/2018

Turno: Tarde

Aluno(a): _____

3º Estágio

1. (3 pontos) A posição de uma partícula no espaço no instante t é dada por

$$\vec{r}(t) = \cos(t)\vec{i} + \sin(t)\vec{j} + t\vec{k}.$$

Encontre a velocidade e a aceleração e as componentes tangencial e normal desta última, o vetor binormal e a torção.

2. (2 pontos) Uma máquina no nível do solo dispara uma bola de golfe com um ângulo de 45° . A bola atinge o solo a $10m$ de distância. Considerando a aceleração da gravidade igual a $10m/s^2$, qual o módulo da velocidade inicial? Para este módulo, encontre dois ângulos de disparo diferentes que tenham alcance de $5\sqrt{3}m$.
3. (2 pontos) Dada a curva $\vec{r}(t) = 6t^3\vec{i} - 2t^3\vec{j} - 3t^3\vec{k}$, encontre o comprimento da parte correspondente a $1 \leq t \leq 2$.
4. (3 pontos) Encontre uma equação para o círculo de curvatura da curva $\vec{r}(t) = t\vec{i} + (t^2/2)\vec{j}$ no ponto $(1, 1/2)$ (observe que a curva parametriza o gráfico de $y = x^2/2$ no plano xy).

Boa prova!

Algumas fórmulas:

- vetor tangente unitário: $\vec{T} = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$;

- vetor normal unitário principal: $\vec{N} = \frac{d\vec{T}/dt}{|d\vec{T}/dt|}$;

- vetor binormal: $\vec{B} = \vec{T} \times \vec{N}$;

- curvatura: $\kappa = \frac{|\vec{v} \times \vec{a}|}{|\vec{v}|^3}$;

- torção: $\tau = \frac{\begin{vmatrix} \dot{x} & \dot{y} & \dot{z} \\ \ddot{x} & \ddot{y} & \ddot{z} \\ \dddot{x} & \dddot{y} & \dddot{z} \end{vmatrix}}{|\vec{v} \times \vec{a}|^2}$;

- componentes normal e tangencial da aceleração: $a_T = \frac{d}{dt}|\vec{v}|$, $a_N = \kappa|\vec{v}|^2 = \sqrt{|\vec{a}|^2 - a_T^2}$;

- comprimento de arco: $L = \int_a^b |\vec{v}| dt$

- parâmetro comprimento de arco com ponto-base $P(t_0)$: $s(t) = \int_{t_0}^t |\vec{v}(\ell)| d\ell$;

- equação de movimento de projétil ideal: $\vec{r}(t) = (v_0 \cos \alpha)t\vec{i} + \left((v_0 \sin \alpha)t - \frac{1}{2}gt^2 \right)\vec{j}$.