UFCG/CCT/UAMAT | PERÍODO 2022.1
DISCIPLINA: Álgebra Linear I | TURNO: Tarde
PROFESSOR: ______________________ | DATA: ___ /___ /_____
ALUNO(A): ____

3º ESTÁGIO

1. Considere a transformação linear $T : M_2(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathbb{R}^3$, definida por

$$T\begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x + y + z, w, 2w).$$

a) (1,0 ponto) Calcule $\ker T$ e $\dim \ker T$.

b) (1,0 ponto) Calcule $\dim Im\ T$. A transformação T é sobrejetora? Justifique.

2. (2,0 pontos) Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow M_{3\times1}(\mathbb{R})$ definida por $T(x, y, z) = \begin{pmatrix} y \\ x - 2y + z \\ 2x + y + z \end{pmatrix}$. Mostre que T é um isomorfismo e determine T^{-1}.

3. (2,0 pontos) Seja $F : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ a transformação linear definida por $F(x, y, z) = (2x - y + z, 3x - 2y - z)$. Sendo $\beta = \{(1, 1, 1), (1, 1, 0), (1, 0, 0)\}$ e $\gamma = \{(1, 1), (1, 2)\}$ bases ordenadas de $\mathbb{R}^3$ e $\mathbb{R}^2$, respectivamente, determine $[F]^{\beta}_{\gamma}$.

4. Sejam $\alpha = \{(-1, 1), (0, 1)\}$ e $\beta = \{(1, 0, -1), (0, 1, 2), (1, 2, 0)\}$ bases ordenadas de $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{R}^3$, respectivamente, e seja $T : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ a transformação linear tal que

$$[T]^{\alpha}_{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

a) (1,0 ponto) Encontre $T(x, y)$.

b) (1,0 ponto) Sendo γ a base canônica do $\mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ a transformação linear definida por $S(x, y, z) = (x + y, z)$, calcule $[S \circ T]^{\alpha}_{\gamma}$.

5. (2,0 pontos) Determine o polinômio característico, os autovalores e os autoespaços do operador linear $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ definido por $T(x, y, z) = (4x + y, x - z, y + 4z)$.

BOA PROVA!