

2º Estágio - Avaliação Substitutiva

1. (3 pontos) Determine se as sequências (a_n) abaixo convergem ou divergem. Encontre o limite das sequências convergentes.

a) $a_n = \left(2 - \frac{1}{2^n}\right) \left(3 + \frac{1}{2^n}\right);$

b) $a_n = (3^n + 5^n)^{1/n}.$

2. (3 pontos) Determine se as séries abaixo convergem ou divergem. Encontre a soma das séries convergentes.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5}{2^n} - \frac{4^n}{3^n}\right);$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 3\sqrt{n}}{n\sqrt{n} + \pi}.$

3. (1,5 ponto) Mostre que a série $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n+1}$ não converge absolutamente. O que se pode dizer sobre a convergência condicional?

4. (1,5 ponto) Dê o raio e o intervalo de convergência da série $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (4x+1)^n.$

5. (1 ponto) Encontre a série de Taylor gerada por $f(x) = e^{2x}$ em torno de $a = 0.$

Boa prova!