

Lista de Exercícios 1

1. Considere que p , q e r são proposições:

p : Ursos-cinzentos são vistos na área.

q : Fazer caminhada na trilha é seguro.

r : As bagas estão maduras ao longo da trilha.

Escreva estas proposições usando p , q , r e conectivos lógicos.

- (a) As bagas estão maduras ao longo da trilha, mas os ursos cinzentos não são vistos na área.
 - (b) Ursos-cinzentos não são vistos na área e fazer caminhada na trilha é seguro, mas as bagas estão maduras ao longo da trilha.
 - (c) Se as bagas estão maduras ao longo da trilha, fazer caminhada na trilha é seguro se e somente se ursos cinzentos não forem vistos na trilha.
 - (d) Não é seguro caminhar na trilha, mas os ursos cinzentos não foram vistos na área e as bagas estão maduras ao longo da trilha.
 - (e) Para fazer uma caminhada segura na trilha, é necessário, mas não suficiente, que as bagas não estejam maduras ao longo da trilha e que os ursos cinzentos não sejam vistos na área.
 - (f) Fazer caminhada na trilha não é seguro sempre que ursos cinzentos são vistos na área e bagas maduras estão ao longo da trilha.
2. Aladdin encontra dois baús A e B em uma caverna. Ele sabe que eles contém ou um tesouro ou uma armadilha fatal.
- (a) No baú A está escrito: "Pelo menos um dos dois baús contém um tesouro."
 - (b) No baú B está escrito: "No A existe uma armadilha fatal."
- Aladdin sabe que ambos estão mentindo, ou ambos falam a verdade. Ele pode escolher um baú com certeza de encontrar um tesouro? Se esse for o caso, qual ele deveria abrir?
3. Um jornal publicou a seguinte manchete: "Toda Agência do Banco do Brasil tem déficit de funcionários." Diante de tal inverdade, o jornal se viu obrigado a retratar-se, publicando uma negação de tal manchete. Redija a sentença que expressaria de maneira correta a negação da manchete publicada.
4. Qual(is) das sentenças proposicionais abaixo é(são) equivalência(s) lógica(s)? Expresse por tabela verdade.
- I. $P \wedge (P \vee Q) \leftrightarrow P$.
 - II. $\neg(P \wedge Q) \leftrightarrow \neg P \vee \neg Q$.
 - III. $P \wedge (Q \vee R) \leftrightarrow (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$.

5. Diversas negativas são dadas para cada uma das seguintes afirmações. Quais são as certas? *Mais de uma resposta é válida.
1. A resposta é 2 ou 3.
 - (a) Nem 2 nem 3 são a resposta.
 - (b) A resposta não é 2 ou não é 3.
 - (c) A resposta não é 2 e não é 3.
 2. Pepinos são verdes e têm sementes.
 - (a) Pepinos não são verdes e não têm sementes.
 - (b) Pepinos não são verdes ou não têm sementes.
 - (c) Pepino são verdes e não têm sementes.
 3. $2 < 7$ e 3 é ímpar.
 - (a) $2 > 7$ e 3 é par.
 - (b) $2 \geq 7$ e 3 é par.
 - (c) $2 \geq 7$ ou 3 é ímpar.
 - (d) $2 \geq 7$ ou 3 é par.
6. Dada as proposições p e q , construa as tabelas-verdade para os argumentos seguintes e cheque que são tautologias.
- (a) $p \vee \neg p$
 - (b) $\neg(\neg p) \leftrightarrow p$
 - (c) $p \wedge q \rightarrow q$
 - (d) $p \rightarrow p \vee q$
 - (e) $\neg(p \vee q) \leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$
 - (f) $p \vee p \leftrightarrow p$
7. Construa tabelas-verdade para os argumentos a seguir. Se houver tautologia comente abaixo.
- (a) $(A \rightarrow B) \leftrightarrow \neg A \vee B$
 - (b) $(A \wedge B) \vee C \rightarrow A \wedge (B \vee C)$
8. Mostre que cada uma das declarações condicionais abaixo é uma tautologia, usando tabelas-verdade.
- (a) $(P \wedge Q) \rightarrow P$
 - (b) $P \rightarrow (P \vee Q)$
 - (c) $\neg P \rightarrow (P \rightarrow Q)$
 - (d) $(P \wedge Q) \rightarrow (P \rightarrow Q)$
9. Quais dessas fórmulas estão bem formadas?
- (a) $\vee pq$
 - (b) $(\neg(p \longrightarrow (q \wedge p)))$
 - (c) $(\neg(p \longrightarrow (q \equiv p)))$

- (d) $(\neg(\longrightarrow (q \vee p)))$
- (e) $(p \wedge \neg q) \vee (q \longrightarrow r)$
- (f) $p \neg r$
10. Seja A = “Aldo é italiano” e B = “Bob é inglês”. Dê a formalização proposicional para as seguintes frases :
- (a) "Aldo não é italiano"
- (b) “Aldo é italiano enquanto Bob é inglês”
- (c) “Se Aldo é italiano, então Bob não é inglês”
- (d) "Aldo é italiano ou se Aldo não é italiano, então Bob é inglês"
- (e) “Aldo é italiano e Bob é inglês, ou nem Aldo é italiano nem Bob é inglês ”
11. Apresente o converso, o contrapositivo e o inverso de cada sentença condicional a seguir:
- (a) Se nevar hoje, eu esquiarei amanhã.
- (b) Eu venho à aula, se houver prova.
12. Chama-se tautologia à proposição composta que possui valor lógico verdadeiro, quaisquer que sejam os valores lógicos das proposições que a compõem. Sejam p e q proposições simples e $\neg p$ e $\neg q$ as suas respectivas negações. Em cada uma das alternativas abaixo, há uma proposição composta, formada por p e q. Qual corresponde a uma tautologia?
- (a) $p \wedge q$
- (b) $p \wedge \neg q$
- (c) $(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \wedge q)$
- (d) $(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$
- (e) $(p \wedge q) \rightarrow (p \wedge q)$
13. Usando lógica proposicional e regras de inferência, prove que os argumentos abaixo são válidos.
- (a) $(P \longrightarrow Q) \wedge (\neg P \longrightarrow Q) \longrightarrow Q$
- (b) $(R \wedge (\neg F \vee N)) \wedge \neg N \wedge (\neg E \longrightarrow F) \longrightarrow (E \wedge R)$
14. Sejam as seguintes proposições P: Carlos fala francês, Q: Carlos fala inglês e R: Carlos fala alemão. Dada a seguinte proposição: É falso que Carlos fala inglês ou alemão, mas que não fala francês. Redija de maneira correta a proposição acima para a linguagem simbólica.
15. Explique, sem usar a tabela verdade, porque $(p \vee \neg q) \wedge (q \vee \neg r) \wedge (r \vee \neg p)$ é verdade quando p, q e r têm o mesmo valor lógico e falso de outra maneira.

Soluções

1. (a) $r \wedge \neg p$ (b) $\neg p \wedge q \wedge r$ (c) $r \rightarrow (q \leftrightarrow \neg p)$ (d) $\neg p \wedge \neg q \wedge r$
 (e) $(q \rightarrow (\neg p \wedge \neg r)) \wedge \neg((\neg p \wedge \neg r) \rightarrow q)$ (f) $(p \wedge r) \rightarrow \neg q$

2. Aladdin pode abrir o baú B com certeza de encontrar o tesouro.

3. Para negar a manchete, basta encontrarmos uma agência que não tem déficit de funcionários. Ou seja, a sentença seria: "Alguma Agência do Banco do Brasil não tem déficit de funcionários."

4. Todas as sentenças são verdadeiras. Pode-se resolver esta questão fazendo as tabelas-verdades para todas as possibilidades de P, Q e R e verificar a tautologia entre as expressões da esquerda ou da direita.

5. (1) A e C estão corretas. (2) B está correta. (3) D está correta.

6.a)

p	$\neg p$	$p \vee \neg p$
T	F	T
T	F	T
F	T	T
F	T	T

b)

p	$\neg(\neg p)$	$\neg(\neg p) \leftrightarrow p$
T	T	T
T	T	T
F	F	T
F	F	T

c)

p	q	$p \wedge q$	$p \wedge q \rightarrow q$
T	T	T	T
T	F	F	T
F	T	F	T
F	F	F	T

d)

p	q	$p \vee q$	$p \rightarrow p \vee q$
T	T	T	T
T	F	T	T
F	T	T	T
F	F	F	T

e)

p	$\neg p$	q	$\neg q$	$\neg(p \vee q)$	$\neg p \wedge \neg q$	$\neg(p \vee q) \leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$
T	T	F	F	F	F	T
T	F	F	T	F	F	T
F	T	T	F	F	F	T
F	F	T	T	T	T	T

f)

p	$p \vee p$	$p \vee p \leftrightarrow p$
T	T	T
T	T	T
F	F	T
F	F	T

Tautologia

7. a)

A	B	$A \rightarrow B$	$\neg A$	$\neg A \vee B$	$(A \rightarrow B) \leftrightarrow \neg A \vee B$
T	T	T	F	T	T
T	F	F	F	F	T
F	T	T	T	T	T
F	F	T	T	T	T

b)	A	B	C	$A \wedge B$	$(A \wedge B) \vee C$	$B \vee C$	$A \wedge (B \vee C)$	$(A \wedge B) \vee C \rightarrow A \wedge (B \vee C)$
	T	T	T	T	T	T	T	T
	T	T	F	T	T	T	T	T
	T	F	T	F	T	T	T	T
	T	F	F	F	F	F	F	T
	F	T	T	F	T	T	F	F
	F	T	F	F	F	T	F	T
	F	F	T	F	T	T	F	F
	F	F	F	F	F	F	F	T

8.a)	P	Q	$(P \wedge Q)$	$(P \wedge Q) \rightarrow P$	b)	P	Q	$(P \wedge Q)$	$P \rightarrow (P \wedge Q)$
	T	T	T	T		T	T	T	T
	T	F	F	T		T	F	F	T
	F	T	F	T		F	T	F	T
	F	F	F	T		F	F	F	T

c)	P	Q	$\neg P$	$(P \rightarrow Q)$	$\neg P \rightarrow (P \rightarrow Q)$
	T	T	F	T	T
	T	F	F	F	T
	F	T	T	T	T
	F	F	T	T	T

d)	P	Q	$(P \wedge Q)$	$(P \rightarrow Q)$	$(P \wedge Q) \rightarrow (P \rightarrow Q)$
	T	T	T	T	T
	T	F	F	F	T
	F	T	F	T	T
	F	F	F	T	T

9. (b) e (e).

10. (a) $\neg A$

(b) $A \wedge B$

(c) $A \rightarrow \neg B$

(d) $A \vee (\neg A \rightarrow B)$

(e) $(A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B)$

11.(a) **Converso:** "Esquiarei amanhã se nevar hoje."

Contrapositivo: "Se eu não esquiar amanhã, então não terá nevado hoje."

Inverso: "Se não nevar hoje, então não esquiarei amanhã."

(b) **Converso:** "Se eu vir à aula, então terá prova."

Contrapositivo: "Se eu não vir à aula, então não terá prova."

Inverso: "Se não tiver prova, então eu não venho à aula."

12. (e).

13.(a)

1. $P \rightarrow Q$ Hipótese

2. $\neg P \longrightarrow Q$ Hipótese
3. $\neg Q \longrightarrow \neg P$ 1, Contraposição
4. $\neg Q \longrightarrow Q$ 2,3, Silogismo Hipotético
5. $\neg(\neg Q) \vee Q$ 4, Condicional
6. $Q \vee Q$ 5, Dupla negação
7. Q 6, Auto-referência

(b)

1. $(R \wedge (\neg F \vee N))$ Hipótese
2. $\neg N$ Hipótese
3. $\neg E \longrightarrow F$ Hipótese
4. R 1, Simplificação
5. $\neg F \vee N$ 1, Simplificação
6. $N \vee \neg F$ 5, Comutatividade
7. $\neg F$ 2,6, Silogismo Disjuntivo
8. $\neg F \longrightarrow \neg(\neg E)$ 3, Contraposição
9. $\neg(\neg E)$ 7,8, Modus Ponens
10. E 9, Dupla negação
11. $E \wedge R$ 4,10, Conjunção

$$14. \neg(Q \vee R) \neg P$$

15. Primeiro: $(p \vee \neg q)$ é verdade se e somente p ou $\neg q$ foram verdadeiros, o que quer dizer que temos as seguintes possibilidades: p e $\neg q$ verdadeiros; p verdadeiro e $\neg q$ falso; ou p falso e $\neg q$ verdadeiro. Mas note que de p e $\neg q$ forem falsos, a proposição será falsa. Trocando $\neg q$ por q, teremos verdade quando: p for verdadeiro e q falso; p e q verdadeiros; mas se p for falso e q verdadeiro, a proposição será falsa, pois p e $\neg q$ serão falsos. Logo, quando p e q têm o mesmo valor, a proposição $(p \vee \neg q)$ sempre será verdadeira, mas quando eles têm valores diferentes, nem sempre a proposição será verdadeira. A mesma lógica se segue nas outras 2 composições. Por fim, como as 3 proposições estão ligadas pelo símbolo \wedge , se todas as 3 proposições forem verdadeiras, a proposição composta também será verdadeira.