Universidade Federal de Campina Grande

Ciência da Computação

Matemática Discreta

Prof. Leandro Balby Marinho

Monitor: Sávio Félix Coutinho Muniz

Período 2016.1

PRIMEIRA LISTA DE EXERCÍCIOS

1. Sejam p e q as seguintes proposições:
   p: A fogueira está queimando.
   q: É São João.
   Escreva as seguintes proposições usando ***p*** e ***q*** e **conectores lógicos** (incluindo negações):

   a) A fogueira está queimando e é São João.
   b) A fogueira está queimando, mas não é São João.
   c) A fogueira não está queimando, e não é São João.
   d) Ou a fogueira está queimando ou é São João, ou ambos.
   e) Se a fogueira estiver queimando, é São João.
   f) Ou a fogueira está queimando ou é São João, mas não é São João se a fogueira estiver queimando.
   g) É preciso que seja São João, para que a fogueira esteja queimando.

2. Sejam p e q as proposições "Nadar no açude velho é permitido" e "Jacarés foram vistos perto do açude velho", respectivamente. Expresse cada uma das seguinte proposições usando frases em português.

   a) $\neg q$
   b) $p \rightarrow \neg q$
   c) $p \leftrightarrow \neg q$
   d) $p \wedge q$
   e) $\neg q \rightarrow p$
   f) $\neg p \wedge (p \vee \neg q)$
   g) $\neg p \vee q$
   h) $\neg p \rightarrow \neg q$

3. Construa uma tabela verdade para cada uma das seguintes proposições

   a) $p \wedge \neg p$
   b) $p \vee \neg p$
   c) $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$
   d) $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$

4. Determine quais das expressões que seguem são equivalências lógicas. (**Dica:** Antes de começar a resolver o problema analise qual estratégia é mais conveniente para cada um dos problemas)

   a) $(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r)$ e $(p \wedge q) \rightarrow r$
   b) $\neg(p \leftrightarrow q)$ e $p \leftrightarrow \neg q$
   c) $(p \rightarrow q) \rightarrow r$ e $p \rightarrow (q \rightarrow r)$
   d) $\neg p \leftrightarrow q$ e $p \leftrightarrow \neg q$

5. Mostre que cada uma das seguintes expressões são tautologias.
   a) $(p \wedge q) \rightarrow p$
   b) $\neg(p \rightarrow q) \rightarrow \neg q$
   c) $p \rightarrow (p \vee q)$
   d) $\neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$

6. Seja P(x) a frase "x é fera" e seja Q(x) a frase "x sabe programar em Python". Expresse cada uma das sentenças que seguem em termos de P(x), Q(x), quantificadores e conectores lógicos. O domínio dos quantificadores são todos os alunos de computação.
   a) Existe um aluno de computação que é fera e sabe programar em Python.
   b) Existe um aluno de computação que é fera e não sabe programar em Python.

c) Todos os alunos de computação ou são feras ou sabem programar em Python.
d) Nenhum aluno de computação é fera ou sabe programar Python.

7. Traduza as seguintes frases para o português, na qual P(x) é “x é paraibano” e F(x) é “x dança forró” e o domínio consiste de todas as pessoas.

a) $\forall x(C(x) \rightarrow F(x))$
b) $\forall x(C(x) \land F(x))$
c) $\exists x(C(x) \rightarrow F(x))$
d) $\exists x(C(x) \land F(x))$

8. Identifique o erro ou os erros neste argumento que supostamente mostra que se $\exists xP(x) \land \exists xQ(x)$ é verdade, então $\exists x(P(x) \land Q(x))$ também o é:

1.	$\exists xP(x) \lor \exists xQ(x)$	Premissa
2.	$\exists xP(x)$	Simplificação de (1)
3.	$P(c)$	Particularização existencial de (2)
4.	$\exists xQ(x)$	Simplificação de (1)
5.	$Q(c)$	Particularização existencial de (4)
6.	$P(c) \land Q(c)$	Conjunção de (3) e (5)
7.	$\exists x(P(x) \land Q(x))$	Generalização existencial de (6)

9. Use regras de inferência para provar as seguintes proposições:

a) Se $\forall x(P(x) \rightarrow (Q(x) \land S(x)))$ e $\forall x(P(x) \land R(x))$ são verdade, então $\forall x(R(x) \land S(x))$ também o é.
b) Se $\exists x(C(x) \land \neg B(x))$ e $\forall x(C(x) \rightarrow P(x))$ são verdades, então $\exists x(P(x) \land \neg B(x))$ também o é.

10. Para cada um desses argumentos determine se eles estão certos ou errados e explique o porquê (usando regras de inferência).

a) Todo Lannister paga a sua dívida. Eu sou um Lannister. Então eu pago a minha dívida.
b) Todo Patrulheiro da Noite faz seu juramento. Lorde Tyrion fez um juramento. Logo Lorde Tyrion é um Patrulheiro da Noite.
c) Todos as pessoas do norte dizem “O inverno está vindo”. Eu não sou do norte. Então eu não digo “O inverno está vindo”.
d) Jon Snow é um Stark ou Daennerys é uma Targaryen. Jon Snow é um Targaryen ou Margaery é uma Tyrell. Então Daennerys é uma Targaryen ou Margaery é uma Tyrell.

11. Determine se os seguintes argumentos estão corretos. Se sim, que regra de inferência foi usada? Se não, qual erro lógico foi cometido?

a) Se n é um número real e $n > 3$, então $n^2 > 9$. Suponha que $n^2 \leq 9$. Então $n \leq 3$.
b) Se n é um número real e $n > 2$, então $n^2 > 4$. Suponha que $n \leq 2$. Então $n^2 \leq 4$.

Campina Grande, Paraíba

30 de Junho de 2016