UFCG/CCT/Unidade Acadêmica de Matemática e Estatística | NOTA:
DISCIPLINA: Álgebra Linear I | PERÍODO: 2022.1
PROFESSOR: ___________________________________ | TURNO: Tarde
ALUNO(A): ___________________________________ | DATA: __/02/2023
Curso de Graduação: ___________________ - Nº da matrícula: ______________

$$\underbrace{\text{Reposição do } 3^{\underline{0}} \text{ ESTÁGIO}}$$

Atenção! 1)Não retire o grampo da prova. 2)Use apenas o papel da prova.
3)Não apague as contas. 4)Desligue o(s) seu(s) celular(es).

1. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ dada por $T(x, y, z) = (x - y - z, x - y - z)$.

a) $(1,0$ *ponto*$)$ Determine uma base da imagem de T e justifique porque T não é sobrejetora.

b) $(1,0$ *ponto*$)$ Determine o núcleo de T e justifique porque T não é injetora.

2. $(1,0$ *ponto*$)$ Determine o operador linear $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, tal que T tenha autovalores $\lambda_1 = 1$ e $\lambda_2 = -1$ associados aos autovetores $v_1 = (1, 0)$ e $v_2 = (-1, 1)$ respectivamente.

3. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \to P_2(\mathbb{R})$ definida por $T(a, b, c) = at^2 + (-a + b - c)\,t + c$.

a) $(1,0$ *ponto*$)$ Mostre que T é um isomorfismo.

b) $(1,0$ *ponto*$)$ Determine $T^{-1}(at^2 + bt + c)$.

4. Sejam as transformações lineares $T_1 : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ definida pela matriz $[T_1]^{\alpha}_{\beta} = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 & -1/2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ e $T_2 : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definida pela matriz $[T_2]^{\beta}_{\beta} = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, onde $\alpha = \{(-1, 0, 0), (0, 0, -1), (0, 1, 0)\}$ é a base de $\mathbb{R}^3$ e β é a base canônica de $\mathbb{R}^2$. Determine:

a) $(1,0$ *ponto*$)$ $[T_2 \circ T_1]^{\alpha}_{\beta}$.

b) $(1,0$ *ponto*$)$ $(T_2 \circ T_1)(x, y, z)$.

5. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definido por $T(x, y, z) = (-2x + 4z, x - 2z, 0)$. Determine:

a) $(1,0$ *ponto*$)$ $[T]^{\alpha}_{\alpha}$ onde $\alpha = \{(0, 1, 0), (0, 0, 1), (1, 0, 0)\}$.

b) $(1,0$ *ponto*$)$ Os autovalores de T (Sugestão: utilize a matriz $[T]^{\alpha}_{\alpha}$).

c) $(1,0$ *ponto*$)$ Uma base para cada autoespaço.

Boa Prova!