

QUINTA LISTA DE EXERCÍCIOS

1. Para cada uma das seguintes relações no conjunto $\{1,2,3,4\}$, determine se é reflexiva, simétrica, assimétrica e/ou transitiva.

- a) $\{(2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 3), (3, 4)\}$
- b) $\{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$
- c) $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$

2. Desenhe o diagrama de Hasse para a relação “maior que ou igual a” no conjunto $\{0,1,2,3,4,5\}$.

3. Resposta as seguintes questões para o POSET $(\{3,5,9,15,24,45\}, |)$.

- a) Ache o(s) elemento(s) maximais.
- b) Ache o(s) elemento(s) minimais.
- c) Existe um elemento máximo?
- d) Existe um elemento mínimo?
- e) Ache todos os limites superiores de $\{3,5\}$.
- f) Ache o menor limite superior de $\{3,5\}$, se existir.

4. Quais das seguintes relações no conjunto de todas as funções de \mathbb{Z} para \mathbb{Z} são relações de equivalência? Nas que não são, diga quais propriedades faltam para que sejam.

- a) $\{(f, g) \mid f(1) = g(1)\}$
- b) $\{(f, g) \mid f(0) = g(0) \text{ or } f(1) = g(1)\}$
- c) $\{(f, g) \mid f(x) - g(x) = 1 \text{ for all } x \in \mathbb{Z}\}$
- d) $\{(f, g) \mid \text{para algum } C \in \mathbb{Z}, \text{ para todo } x \in \mathbb{Z}, f(x) - g(x) = C\}$
- e) $\{(f, g) \mid f(0) = g(1) \text{ and } f(1) = g(0)\}$

5. Quais são as classes de equivalência para as seguintes relações:

- a) $\{(a, b) \mid a \text{ e } b \text{ têm a mesma idade}\}$
- b) $\{(a, b) \mid a \text{ e } b \text{ têm os mesmos pais}\}$

6. Desenhe o diagrama de Hasse que represente a POSET $\{(a,b) \mid a \text{ divide } b\}$ em $\{1,2,3,4,6,8,12\}$.