

Lista de Exercícios 13 - Somatórios, PA e PG

*OBS: Para as questões de somatório considere $\sum_{k=1}^n k$ como sendo:

$$\sum_{k=1}^n k$$

1. (Fácil) Escreva as somas sem a notação sigma. Depois calcule-as:

a) $\sum_{k=1}^2 \frac{6k}{k+1}$

b) $\sum_{k=1}^4 \cos(k\pi)$

c) $\sum_{k=1}^3 (-1)^{k+1} \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{k}\right)$

2. (Média) Calcule o valor de:

a) $\sum_{j=1}^5 \frac{(-1)^{j+1}}{j}$

b) $\sum_{k=2}^n (2^k - 2^{k-1})$

3. (Fácil) Expresse as seguintes somas em notação sigma:

a) $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$

b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$

c) $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$

4. (Fácil) Suponha que $\sum_{k=1}^n a_k = -5$ e que $\sum_{k=1}^n b_k = 6$ determine os valores de:

a) $\sum_{k=1}^n 3a_k$

b) $\sum_{k=1}^n \frac{b_k}{6}$

c) $\sum_{k=1}^n (a_k + b_k)$

d) $\sum_{k=1}^n (a_k - b_k)$

e) $\sum_{k=1}^n (b_k - 2a_k)$

5. (Médio) Calcule as somas:

a) $\sum_{k=1}^7 (-2k)$

b) $\sum_{k=1}^6 (3 - k^2)$

c) $\sum_{k=1}^5 k(3k + 5)$

d) $\sum_{k=1}^5 \frac{k^3}{225} + (\sum_{k=1}^5 k)^3$

6. (Difícil) Expresse as seguintes somas infinitas em notação sigma:

a) $e = 1 + 1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \dots$

b) $\frac{\pi^2}{6} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots$

c) $\pi = 2\sqrt{3} \cdot [1 - (\frac{1}{3.3}) + (\frac{1}{3^2.5}) - (\frac{1}{3^3.7}) + \dots]$

7. (Fácil) A soma de 5 termos consecutivos de uma PA é 100. Encontre o primeiro termo.

8. (Fácil) Qual a soma dos múltiplos de 11 compreendidos entre 100 e 10000?

9. (Média) A soma dos 20 termos de uma PA é 500. Se o primeiro termo dessa PA é 5, qual é a razão r dessa PA?

10. (Média) (UF – CE) A soma dos 15 primeiros termos de uma progressão aritmética é 150. O oitavo termo dessa PA é:

a) 10

b) 15

c) 20

d) 25

e) 30

11. (Fácil) Resolva os problemas a seguir:

a) Numa P.A. onde $a_7 = 1$ e $a_{10} = 16$, calcular o a_1 .

b) Calcular $3 + 6 + 9 + \dots + 120$.

12. (Fácil) Resolva os seguintes problemas:

a) Qual a equação que determina a soma dos n primeiros termos da PA: [2,10,28,26...]?

b) Determine x de modo que a sequência [4, 4x, 10x+6] forme uma progressão geométrica.

13. (Fácil) Comprei um automóvel e vou pagá-lo em 7 prestações crescentes, de modo que a primeira prestação seja de 100 reais e cada uma das seguintes seja o dobro da anterior. Qual é o preço do automóvel?

a) R\$12.700,00

b) R\$13.000,00

c) R\$11.800,00

d) R\$13,200.00

14. (Difícil) A medida do lado, o perímetro e a área de um quadrado estão, nessa ordem, em progressão geométrica. Qual a área do quadrado?

Gabarito

1. a) 7
b) 0
c) $\frac{\sqrt{3}-2}{2}$
2. a) $\frac{47}{60}$
b) $2^n - 2$
3. a) $\sum_{k=1}^6 k$
b) $\sum_{k=1}^4 \frac{1}{2^k}$
c) $\sum_{k=1}^5 (-1)^{k+1} \cdot \frac{1}{k}$
4. a) -15
b) 1
c) 1
d) -11
e) 16
5. a) -56
b) -73
c) 240
d) 3376
6. a) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!}$
b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2}$
c) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1 \cdot (-1)^k}{3^k \cdot (2 \cdot k + 1)}$
7. 18
8. $S_n = 4.549.050$
- 9.
- 10.
11. a) $a_1 = -29$
b) 2460
12. a) $4n^2 - 2n$
b) $x = 6$ ou $x = -0.5$
- 13.
- 14.