Exercício de Matemática Discreta **Primeiro Semestre 2016**
Prof. Leandro Balby Marinho **05/02/2016**
Monitores:
Ítalo Medeiros
Wesley Santos

---

1. **Sejam A, B, C e D as seguintes proposições:**

 A. O bandido é francês.

 B. O herói é americano.

 C. A heroína é inglesa.

 D. O filme é bom.

 Considerando as proposições acima, escreva em notação simbólica as proposições a seguir:

 a. O herói é americano e o filme é bom.
 b. Embora o bandido seja francês, o filme é bom.
 c. Se o filme é bom, então o herói é americano ou a heroína é inglesa.
 d. O herói não é americano, mas o bandido é francês.
 e. Uma heroína inglesa é uma condição necessária para o filme ser bom.

2. **Usando os símbolos como predicados e quantificadores apropriados, escreva cada declaração em português como uma expressão da lógica de predicados. (O conjunto universo é o mundo inteiro).**

 ***B(x)* é "x é uma abelha".**

 ***F(x)* é "x é uma flor".**

 ***A(x, y)* é "x adora y".**

 a. Todas as abelhas adoram todas as flores.
 b. Algumas abelhas adoram todas as flores.
 c. Todas as abelhas adoram algumas flores.
 d. Todas as abelhas só detestam flores.
 e. Apenas as abelhas adoram flores.
 f. Todas as abelhas só adoram flores.
 g. Nenhuma abelha adora apenas flores.
 h. Algumas abelhas adoram algumas flores.
 i. Algumas abelhas adoram apenas flores.
 j. Toda abelha detesta algumas flores.
 k. Toda abelha detesta todas as flores.
 l. Nenhuma abelha detesta todas as flores.

3. **Em cada item, use a lógica proposicional para provar que o argumento é válido:**
 a. $\neg p \land (q \rightarrow p) \rightarrow \neg q$
 b. $[(p \rightarrow q) \rightarrow p] \rightarrow [(p \rightarrow q) \rightarrow q]$
 c. $(\neg p \rightarrow \neg q) \land q \land (p \rightarrow r) \rightarrow r$
 d. $[p \rightarrow (q \rightarrow r)] \rightarrow [q \rightarrow (p \rightarrow r)]$
 e. $(p \land q) \rightarrow \neg(p \rightarrow \neg q)$

4. **Mostre se as seguintes expressões são ou não tautologias:**

a. $p \vee p \leftrightarrow p$
b. $p \wedge \neg(\neg p \vee \neg q)$
c. $p \wedge q \rightarrow \neg p$
d. $(p \rightarrow q) \rightarrow [\,(p \vee r) \rightarrow (q \vee r)\,]$
e. $p \wedge q \leftrightarrow \neg q \vee \neg p$
f. $[\,(p \vee q) \wedge \neg r\,] \rightarrow \neg p \vee r$

5. **Descubra quais das seguintes proposições são equivalências lógicas e quais não são (Use as estratégias que considerar melhor**):
   a. $p \rightarrow q$ e $\neg q \rightarrow \neg p$
   b. $\neg p \leftrightarrow q$ e $p \leftrightarrow \neg q$
   c. $(p \wedge q) \rightarrow r$ e $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$
   d. $\neg(p \leftrightarrow q)$ e $\neg p \leftrightarrow q$
   e. $(p \rightarrow q) \rightarrow r$ e $p \rightarrow (q \rightarrow r)$
   f. $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$ e $p \rightarrow (q \wedge r)$

6. **Encontre o(s) erro(s) nas seguintes "demonstrações":**
   a.

1. $(\forall y)(\exists x)Q(x,y)$	hip.
2. $(\exists x)Q(x,y)$	1, pu
3. $Q(a,y)$	2,pe
4. $(\forall y)Q(a,y)$	3, gu
5. $(\exists x)(\forall y)Q(x,y)$	4, ge

   b.

1. $(\forall x)[(\exists y)P(x,y) \wedge (\exists y)Q(x,y)]$	hip
2. $(\forall x)[P(x,a) \wedge Q(x,a)]$	1, pe
3. $(\forall x)(\exists y)[P(x,y) \wedge Q(x,y)]$	2, ge

7. **Mostre que os seguintes argumentos são válidos:**
   a. $(\forall x)P(x) \wedge (\exists x)Q(x) \rightarrow (\exists x)[P(x) \wedge Q(x)]$
   b. $(\forall x)[P(x) \rightarrow Q(x)] \rightarrow [(\forall x)P(x) \rightarrow (\forall x)Q(x)]$
   c. $(\forall x)[A(x) \rightarrow B(x)] \rightarrow [(\exists x)A(x) \rightarrow (\exists x)B(x)]$
   d. $(\forall y)[Q(x,y) \rightarrow P(x)] \rightarrow [(\exists y)Q(x,y) \rightarrow P(x)]$

8. **Qual é o valor lógico de cada uma das expressões a seguir? Considere o conjunto universo como o conjunto dos inteiros. Justifique sua resposta.**
   a. $(\forall x)(\forall y)(x<y \wedge y<x)$
   b. $(\forall x)[x < 0 \rightarrow (\exists y)(y>0 \wedge x+y = 0)]$
   c. $(\exists x)(\exists y)(x^2 = y)$
   d. $(\forall x)(x^2>0)$