López Pérez Alberto Andrei

Lista de Ejercicios 2.

11.- $2y' + y = 0$; $y = e^{-x/2}$ $y' = -\frac{1}{2} e^{-x/2}$ sustituyendo "y y y'"

$2\left(-\frac{1}{2} e^{-x/2}\right) + e^{-x/2} = 0 \rightarrow -e^{-x/2} + e^{-x/2} = 0 \rightarrow 0 = 0$ Solución Implícita

13.- $\frac{dy}{dx} - 2y = e^{3x}$ ...①; $y = e^{3x} + 10e^{2x}$ $\frac{dy}{dx} = 3e^{3x} + 20e^{2x}$

Sustituyendo y y y' en ①

$3e^{3x} + 20e^{2x} - 2\left(e^{3x} + 10e^{2x}\right) = e^{3x} \rightarrow 3e^{3x} + 20e^{2x} - 2e^{3x} - 20e^{2x} = e^{3x}$

$e^{3x} = e^{3x}$ Solución Explícita.

15. $y' = 25 + y^2$ ...① $y = 5\tan 5x$ $y' = 5\sec^2 5x \cdot 5$

sustituyendo y y y' en ① $= 25\sec^2(5x)$

$25\sec^2(5x) = 25 + (5\tan(5x))^2 \rightarrow 25\sec^2(5x) = 25 + 25\tan^2(5x)$

$\sec^2(5x) = 1 + \tan^2(5x) \rightarrow \sec^2(5x) = \sec^2(5x)$ Solución explícita

17.- $y' + y = \operatorname{sen}(x)$ ...① $y = \frac{1}{2}\operatorname{sen}(x) - \frac{1}{2}\cos(x) + 10e^{-x}$

$y' = \frac{1}{2}\cos(x) + \frac{1}{2}\operatorname{sen}(x) - 10e^{-x}$

Sustituyendo y y y' en ①

$\frac{1}{2}\cos(x) + \frac{1}{2}\operatorname{sen}(x) - 10e^{-x} + \frac{1}{2}\operatorname{sen} x - \frac{1}{2}\cos x + 10e^{-x} = \operatorname{sen}(x)$

$\operatorname{sen}(x) = \operatorname{sen}(x)$ Solución Explícita

19.- $x^2 dy + 2xy\,dx = 0$ $\quad y = -\frac{1}{x^2} = -x^{-2}$ $\quad y' = 2x^{-3} = \frac{2}{x^3}$

$\rightarrow x^2 dy = -2xy\,dx \rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{2xy}{x^2} \ldots (1)$

Sustituimos y y y' en (1)

$\frac{2}{x^3} = -\frac{2x\left(-\frac{1}{x^2}\right)}{x^2} \rightarrow \frac{2}{x^3} = \frac{\frac{2x}{x^2}}{\frac{x^2}{1}} \rightarrow \frac{2}{x^3} = \frac{2x}{x^4} \rightarrow \frac{2}{x^3} = \frac{2}{x^3}$ Solución Explícita

21.- $y = 2xy' + y(y')^2$ (1); $\quad y^2 = C_1\left(x + \frac{1}{4}C_1\right) \rightarrow 2yy' = C_1(1) \rightarrow y' = \frac{C_1}{2y}$

Sustituyendo y' en (1)

$y = 2x\left(\frac{C_1}{2y}\right) + y\left(\frac{C_1}{2y}\right)^2 \rightarrow y = \frac{xC_1}{y} + \frac{yC_1^2}{4y^2} \rightarrow \left(y = \frac{xC_1}{y} + \frac{C_1^2}{4y}\right)y$

$\rightarrow y^2 = xC_1 + \frac{C_1^2}{4} \rightarrow y^2 = C_1\left(x + \frac{1}{4}C_1\right)$ Solución Explícita

23.- $y' - \frac{1}{x}y = 1$; $y = x\ln x,\ x>0$ $\quad y' = 1\ln(x) + \frac{1}{x}x$

$= \ln x + 1$

Sustituyendo y y y' en ①

$\ln(x) + 1 - \frac{1}{x}x\ln(x) = 1$

$\ln(x) + 1 - \ln(x) = 1 \Rightarrow 1 = 1$ Solución Explicita.

25.- $\frac{dx}{dt} = (2-x)(1-x)$; $\ln\frac{2-x}{1-x} = t$ $\quad \frac{dt}{dx} = \frac{1}{\left(\frac{2-x}{1-x}\right)} \cdot \frac{1}{(1-x)^2} = \frac{1}{(2-x)(1-x)}$

$dx = (2-x)(1-x)dt \Rightarrow \frac{1}{(2-x)(1-x)} = \frac{dt}{dx}$ ... ①

Sustituyendo $\frac{dt}{dx}$ en ①

$\frac{1}{(2-x)(1-x)} = \frac{1}{(2-x)(1-x)}$ Solución Explicita.

27.- $(x^2+y^2)dx + (x^2-xy)dy = 0$; $c_1(x+y)^2 = xe^{y/x}$

$\Rightarrow (x^2-xy)dy = -(x^2+y^2)dx$ $\quad 2(1+y') = 1e$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{x^2+y^2}{x^2-xy}$ ... ①

29.- $y'' - 6y' + 13y = 0 ; ① \; y = e^{3x}\cos 2x$

$y' = 3e^{3x}\cos(2(x)) - 2e^{3x}\sin(2x)$

$y'' = 5e^{3x}\cos(2x) - 12e^{3x}\sin(2x)$

Sustituyendo y, y' y y'' en ①

$5e^{3x}\cos(2x) - 12e^{3x}\sin(2x) - 6(3e^{3x}\cos(2x) - 2e^{3x}\sin(2x)) + 13e^{3x}\cos(2x) = 0$

$\cancel{5e^{3x}\cos(2x)} - \cancel{12e^{3x}\sin 2x} - \cancel{18e^{3x}\cos(2x)} + \cancel{12e^{3x}\sin(2x)} + \cancel{13e^{3x}\cos 2x} = 0$

$0 = 0$ solución Implícita.

31: $y'' = y ; ① \; y = \cosh(x) + \operatorname{senh}(x)$ $\quad y' = \sinh(x) + \cosh(x)$

Sustituyendo y'' y y en ① $\quad y'' = \cosh(x) + \operatorname{senh}(x)$

$\cosh(x) + \operatorname{senh}(x) = \cosh(x) + \operatorname{senh}(x)$

solución Explícita

33.- $y'' + (y')^2 = 0 ; ① \; y = \ln|x + c_1 + c_2|$

Sustituyendo y' y y'' en ① $\quad y' = \frac{1}{x + c_1 + c_2} = (x + c_1 + c_2)^{-1}$

$-\frac{1}{(x+c_1+c_2)^2} + \left(\frac{1}{x+c_1+c_2}\right)^2 = 0$

$y'' = -(x + c_1 + c_2)^{-2} \cdot 1$

$-\frac{1}{(x+c_1+c_2)^2} + \frac{1}{(x+c_1+c_2)^2} = 0$ $\quad y'' = -\frac{1}{(x+c_1+c_2)^2}$

$0 = 0$ solución Implícita

$35.- x\dfrac{d^2y}{dx^2} + 2\dfrac{dy}{dx} = 0; \ldots (1) \quad y = C_1 + C_2 x^{-1}, \; x > 0$

$$y' = -C_2 x^{-2}$$

$$y'' = 2C_2 x^{-3}$$

Sustituyendo y' y y'' en (1)

$x\,2C_2x^{-3} + 2(-C_2x^{-2}) = 0$

$\rightarrow 2\cancel{C_2}x^{-2} - 2\cancel{C_2}x^{-2} = 0 \rightarrow 0=0$ Solución Implícita

$37.- x^2y'' - 3xy' + 4y = 0; \quad y = x^2 + x^2 \ln(x), \; x > 0$

$$y' = 2x + 2x\ln(x) + x = 3x + 2x\ln|x|$$

$$y'' = 2\ln(x) + 5$$

Sustituyendo y, y' y y'' en (1)

$x^2(2\ln|x| + 5) - 3x(3x + 2x\ln x) + 4(x^2 + x^2\ln|x|) = 0$

$\cancel{x^2 2\ln|x|} + \cancel{5x^2} - \cancel{9x^2} - \cancel{6x^2\ln|x|} + \cancel{4x^2} + \cancel{4x^2\ln|x|} = 0$

$0=0$ Solución Implícita

$39.- y''' - 3y'' + 3y' - y = 0 \ldots (1) \quad y = x^2e^x$

Sustituyendo y''', y'', y' y y en (1)

$$y' = 2xe^x + e^xx^2$$

$$y'' = e^xx^2 + 4e^xx + 2e^x$$

$$y''' = e^xx^2 + 6e^xx + 6e^x$$

$e^xx^2 + 6e^xx + 6e^x - 3(e^xx^2 + 4e^xx + 2e^x) + 3(2xe^x + e^xx^2) - x^2e^x = 0$

$\cancel{e^xx^2} + 6e^xx + \cancel{6e^x} - \cancel{3e^xx^2} - 12e^xx - \cancel{6e^x} + 6xe^x + \cancel{3e^xx^2} - \cancel{x^2e^x} = 0$

$12e^xx - 12e^xx = 0 \quad 0=0$ Solución Implícita